

Interféromètre de Hong–Ou–Mandel, indiscernabilité des photons

Une paire de photons indiscernables incidente sur les deux entrées d'une lame séparatrice 50/50 sera transmise vers une seule des deux sorties de la séparatrice. Ce phénomène appelé *coalescence*, fruit d'un phénomène d'interférences prévu par l'optique quantique, est démontré expérimentalement en 1986 par C. K. Hong, Zhe-Yu Jeff Ou et Leonard Mandel [HONG *et al.* 1987]. L'interféromètre de Hong–Ou–Mandel est depuis devenu l'outil permettant de mesurer l'indiscernabilité des photons, une caractéristique essentielle pour l'information quantique en général [NIELSEN & CHUANG 2000 ; GISIN *et al.* 2002 ; FOX 2006].

Les interférences à deux photons sont relativement simples à comprendre avec des ondes et le modèle des trains d'onde. Qualitativement, si l'on observe la somme de deux ondes sur une durée plus courte que la durée moyenne d'un train d'onde, des interférences pourront être mesurées. Si cela ne suffit pas à expliquer le phénomène de coalescence qui est intrinsèquement lié à la notion de photon, cela permet déjà de comprendre une partie de la dynamique de ce phénomène liée à la notion de cohérence.

Dans ce chapitre, nous établissons formellement le comportement des interférences à deux photons sur une séparatrice, puis expérimentalement avec un interféromètre de Hong–Ou–Mandel. Nous étudions l'indiscernabilité des photons émis par l'exciton neutre de la boîte QDIII-bis excité de manière résonante par un laser continu, dont la cohérence joue un rôle absolument incontournable. Les mesures d'indiscernabilité en continu sont fortement affectées par la résolution temporelle des détecteurs et comportent souvent plusieurs composantes temporelles qui ne sont pas bien décrites par les critères quantitatifs utilisés habituellement dans la littérature. Nous définissons un temps caractéristique appelé *fenêtre temporelle de coalescence* (FTC), qui quantifie le retard moyen entre les deux détections au bout duquel le phénomène de coalescence n'est plus visible entre les deux photons détectés. La FTC permet de rendre compte des différentes composantes présentes dans les mesures d'indiscernabilité.

4.1	Interférences à deux photons	112
4.2	Interféromètre de Hong–Ou–Mandel avec un émetteur unique	120
4.3	Étude expérimentale de l'indiscernabilité	134
	Conclusion du chapitre	146

4.1 Interférences à deux photons

Les interférences à deux photons, ou interférences du quatrième ordre, sont mesurées en détectant les coïncidences sur deux détecteurs D_1 et D_2 . Dans un premier temps, nous nous intéresserons au taux de coïncidences, c'est-à-dire au taux de détection simultanée d'une paire de photons sur D_1 et D_2 . Dans un second temps, nous prendrons en compte la séparation temporelle τ entre les deux détections.

4.1.1 Expériences historiques et interprétation qualitative

La première démonstration expérimentale des interférences à deux photons est due à Hong, Ou et Mandel en 1987 [HONG *et al.* 1987], où deux faisceaux jumeaux sont produits par diffusion paramétrique à l'aide d'un cristal non-linéaire de KDP, puis combinés sur une séparatrice. Deux photomultiplicateurs détectent les photons à chacune des sorties de la séparatrice et émettent des impulsions vers un compteur de coïncidences. Le taux de détection joint est ainsi mesuré et une baisse de ce taux est observé, signature des interférences à deux photons. Citons également l'article de revue [PAUL 1986]. D'un point de vue théorique, on pourra se référer à [FEARN & LOUDON 1989] qui reprend la théorie des interférences à deux photons sur une séparatrice et s'intéresse en particulier à l'effet du recouvrement entre les deux modes du champ qui interfèrent sur la séparatrice, ce qui sera particulièrement intéressant au paragraphe 4.1.4.

Il faut différencier les interférences dites à un photon et les interférences dites à deux photons, que l'on appelle aussi, respectivement, interférences du second ordre et du quatrième ordre car on les mesure respectivement en faisant des mesures de corrélation du champ (puissance 2 du champ) ou de l'intensité (puissance 4 du champ). Les interférences à un photon correspondent à ce qui est mesuré avec $g^{(1)}(\tau)$, par exemple à l'aide d'un interféromètre de Michelson, en mesurant l'intensité en sortie de l'interféromètre qui dépend du retard introduit entre les deux bras. Pour comprendre la nature des interférences à deux photons, il peut être utile de s'intéresser à des travaux plus anciens comme [MAGYAR & MANDEL 1963 ; PFLLEGOR & MANDEL 1967] dans lesquels des franges d'interférences sont observées de manière astucieuse entre deux faisceaux parfaitement indépendants, sans relation de phase fixe.

Dans le travail de 1963, le deuxième paragraphe liste les conditions d'observation des franges. En particulier, si l'on observe la somme des deux faisceaux sur un temps plus court que le temps de cohérence des deux faisceaux, on observera des franges. Cela semble logique du fait que la relation de phase entre les champs provenant de chacune des sources est maintenue pendant un temps caractéristique qui est le temps de cohérence des sources — on pourrait parler de la durée typique d'un train d'onde. Les franges d'interférences sont donc observées en éclairant brièvement une

plaque photographique pendant un temps plus court que le temps de cohérence.

Dans le travail de 1967, les lasers sont très fortement atténués. Il est alors exclu de mesurer directement les franges puisqu'il faudrait intégrer moins longtemps que le temps de cohérence. La figure 4.1 montre le schéma du montage expérimental ainsi que la séparatrice spécialement conçue pour cette expérience. L'idée est de mesurer des anticorrélations liées à l'apparition des franges d'interférences. Les deux faisceaux sont superposés avec un angle θ , formant potentiellement une figure d'interférences sous la forme de franges dont la période est $l = \lambda/\theta$. Cette figure d'interférences est formée sur une séparatrice constituée de miroirs juxtaposés alternant périodiquement les chemins vers l'un ou l'autre détecteur avec une période L . Lorsque la période l des franges est égale à la période L de la séparatrice, on observera donc un maximum d'anticorrélation entre les deux détecteurs, ce qui signifie que le taux de coïncidences entre les deux détecteurs est plus faible en présence d'interférences.

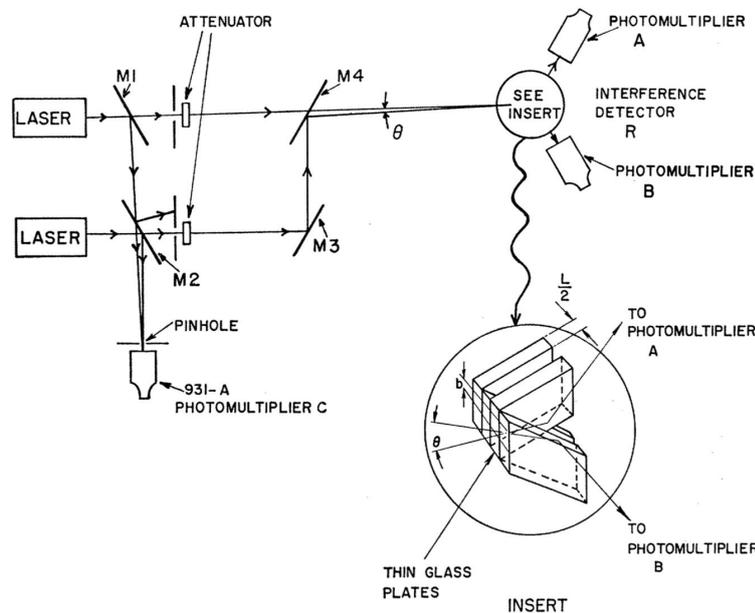


FIGURE 4.1 — Schéma du montage expérimental de Pfleegor et Mandel de 1967, reproduite de [PFLEEGOR & MANDEL 1967, figure 1, p. 1085].

Ces deux expériences permettent donc d'avoir une idée classique des interférences à deux photons, où les interférences sont clairement conceptualisées sous la forme d'une figure d'interférences, changeant au gré de la relation de phase fluctuante entre les deux sources. On retiendra deux idées importantes vis-à-vis du travail de cette thèse : les interférences à deux photons ne sont directement visibles que si l'on intègre sur un temps plus court que le temps de cohérence, et une manière de les voir de manière plus quantitative est d'effectuer des mesures de corrélation.

4.1.2 Principes généraux

Commençons par considérer le cas le plus général d'interférences à deux photons [MANDEL 1999, cf. § III, p. S275–S276], qui correspond à la situation représentée sur la figure 4.2. S_A et S_B sont les sources et D_1 et D_2 les détecteurs situés respectivement en \vec{r}_1 et \vec{r}_2 .

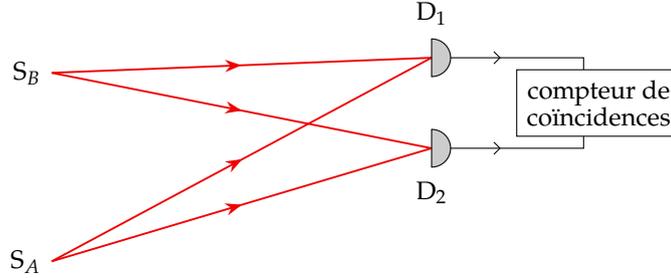


FIGURE 4.2 — Schéma de principe des interférences à deux photons dans le cas général. S_A et S_B sont les sources et D_1 et D_2 les détecteurs.

La probabilité de détection jointe, c'est-à-dire la probabilité de détecter une coïncidence sur les détecteurs, s'écrit :

$$P_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \propto \langle E^{(-)}(\vec{r}_1)E^{(-)}(\vec{r}_2)E^{(+)}(\vec{r}_2)E^{(+)}(\vec{r}_1) \rangle \quad (4.1.1)$$

Si on ne considère qu'un seul mode du champ au niveau des détecteurs, il vient :

$$E^{(+)}(\vec{r}_1) = f_A e^{i\phi_{A1}} a_A + f_B e^{i\phi_{B1}} a_B \quad (4.1.2a)$$

$$E^{(+)}(\vec{r}_2) = f_A e^{i\phi_{A2}} a_A + f_B e^{i\phi_{B2}} a_B \quad (4.1.2b)$$

où f_A et f_B sont des paramètres complexes, a_A et a_B sont les opérateurs annihilation au niveau de chacune des sources, et ϕ_{A1} est la phase accumulée par le champ lors de sa propagation de S_A à D_1 — de même pour ϕ_{A2} , ϕ_{B1} et ϕ_{B2} .

En réinjectant ces expressions dans (4.1.1), en définissant l'opérateur nombre de photons $n = a^\dagger a$, et sachant que a_A et a_B commutent puisque les sources sont indépendantes, on obtient :

$$\begin{aligned} P_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \propto & \left[|f_A|^4 \langle :n_A^2: \rangle + |f_B|^4 \langle :n_B^2: \rangle \right. \\ & + 2|f_A|^2 |f_B|^2 \langle n_A \rangle \langle n_B \rangle (1 + \cos(\phi_{B2} - \phi_{A2} + \phi_{A1} - \phi_{B1})) \\ & + f_A^{*2} f_B^2 \langle a_A^{\dagger 2} a_B^2 \rangle e^{i(\phi_{B2} - \phi_{A2} + \phi_{B1} - \phi_{A1})} + \text{c.c.} \\ & + |f_A|^2 f_A^* f_B \langle a_A^{\dagger 2} a_A a_B \rangle \left(e^{i(\phi_{B1} - \phi_{A1})} + e^{i(\phi_{B2} - \phi_{A2})} \right) + \text{c.c.} \\ & \left. + |f_B|^2 f_B^* f_A \langle a_B^{\dagger 2} a_B a_A \rangle \left(e^{i(\phi_{A1} - \phi_{B1})} + e^{i(\phi_{A2} - \phi_{B2})} \right) + \text{c.c.} \right] \quad (4.1.3) \end{aligned}$$

où $\langle :n^r: \rangle$ est le moment d'ordre r de n , avec les opérateurs création et annihilation dans l'ordre normal*. Par exemple, $\langle :n^2: \rangle = \langle a^\dagger a^\dagger aa \rangle$.

En considérant des états à un seul photon émis par S_A et par S_B , les termes suivants sont nuls :

$$\begin{aligned} \langle :n_A^2: \rangle &= \langle n_A(n_A - 1) \rangle = 0, & \langle :n_B^2: \rangle &= \langle n_B(n_B - 1) \rangle = 0, \\ \langle a_A^{\dagger 2} a_B^2 \rangle &= 0, & \langle a_A^{\dagger 2} a_A a_B \rangle &= 0, & \langle a_B^{\dagger 2} a_B a_A \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

Et la probabilité de détection d'une coïncidence se réduit à :

$$P_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \propto |f_A|^2 |f_B|^2 (1 + \cos(\phi_{B2} - \phi_{A2} + \phi_{A1} - \phi_{B1})) \quad (4.1.5)$$

Cette expression n'est valable que pour des états à un photon, dans le cas général où les phases ϕ_{A1} , ϕ_{A2} , ϕ_{B1} et ϕ_{B2} dépendent de la configuration géométrique de la figure 4.2.

Remarquons enfin que ce calcul ne prend pas en compte la séparation temporelle entre les deux photons, tout comme il ne considère que des photons indiscernables, la visibilité des interférences étant ici de 100%. Dans le cas où les modes provenant de chacune des sources ne sont pas parfaitement superposés, un facteur de visibilité V_0 apparaît devant le cosinus[†], tel que :

$$P_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \propto |f_A|^2 |f_B|^2 (1 + V_0 \cdot \cos(\phi_{B2} - \phi_{A2} + \phi_{A1} - \phi_{B1})) \quad (4.1.6)$$

4.1.3 Interférences à deux photons sur une séparatrice

Plus concrètement, pour observer ces interférences, une solution simple est de combiner la lumière en provenance de ces deux sources en l'envoyant sur chacune des entrées d'une séparatrice, à la manière de l'expérience historique de Hong, Ou et Mandel [HONG *et al.* 1987], comme représenté sur la figure 4.3.

* L'ordre normal est lié au processus de photodétection (cf. paragraphe 3.3.5, p. 94). Voir aussi [MANDEL & WOLF 1995, cf. § 12.2, p. 573–579], pour l'ordre normal des opérateurs d'échelle dans les fonctions de corrélation, lié au processus de photodétection, et [*ibid.*, cf. § 12.10.3, p. 626], pour plus de détails sur les moments d'ordre r et leur développement en termes d'opérateurs nombre \hat{n} .

† [LOUDON 2000, cf. § 6.8, p. 260–265], pour la justification du paramètre V_0 qui, dans la référence, s'identifie d'une certaine manière à $|J|^2$, le module carré de l'intégrale de recouvrement temporel entre les deux modes. On pourra également consulter [FEARN & LOUDON 1989] qui suit les mêmes raisonnements. Les deux références considèrent un cas plus précis de photons uniques entrant de part et d'autre d'une séparatrice, ce que nous allons voir au paragraphe suivant, et s'occupent plutôt du recouvrement spectral et temporel, qui nous concerneront plutôt au paragraphe 4.1.4. V_0 a ici vocation à être un paramètre phénoménologique prenant en compte les imperfections du montage qui dégradent la visibilité des interférences.

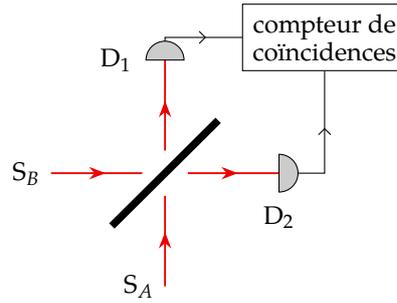


FIGURE 4.3 — Schéma d'une séparatrice combinant deux sources indépendantes.

Les relations entre la sortie et l'entrée de la séparatrice s'écrivent* :

$$\begin{pmatrix} E^{(+)}(\vec{r}_1) \\ E^{(+)}(\vec{r}_2) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t & ir \\ ir & t \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_A a_A \\ f_B a_B \end{pmatrix} \quad (4.1.7)$$

où t et r sont les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude de la séparatrice. On a également omis les termes de phase dûs à la propagation des sources vers la séparatrice et de la séparatrice vers les détecteurs afin d'alléger les écritures.

En calculant le produit ci-dessus, on obtient :

$$\begin{aligned} E^{(+)}(\vec{r}_1) &= t f_A a_A + i r f_B a_B \\ E^{(+)}(\vec{r}_2) &= i r f_A a_A + t f_B a_B \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

En comparant ces expressions avec (4.1.2a) et (4.1.2b), on peut identifier les phases associées :

$$\begin{aligned} \phi_{A1} &= 0 & \phi_{B1} &= \frac{\pi}{2} \\ \phi_{A2} &= \frac{\pi}{2} & \phi_{B2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

Si on reprend l'expression (4.1.5), valable pour des états à un photon et une visibilité des interférences de 100%, le taux de coïncidences vaut alors :

$$P_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \propto |f_A|^2 |f_B|^2 (1 + \cos(\pi)) = 0 \quad (4.1.10)$$

En envoyant deux photons sur les deux entrées de la séparatrice, la probabilité d'observer des coïncidences à la sortie est donc nulle. Cela ne vaut que pour un mode unique du champ, autrement dit pour des photons parfaitement indiscernables. Concrètement, cela signifie que deux photons indiscernables arrivant simultanément

* La matrice de diffusion reliant les états d'entrée aux états de sortie de la séparatrice est a priori plus générale que celle écrite ici. On pourra consulter à cet effet [MANDEL & WOLF 1995, cf. § 12.12, p. 639–646], où les relations 12.12–1 permettent de vérifier la validité de la matrice choisie ici. On pourra aussi consulter [OU *et al.* 1987].

sur les deux entrées d'une lame séparatrice repartiront tous les deux vers l'une des sorties, les cas où chacun part d'un côté étant exclus. Pour désigner ce phénomène d'agrégation des photons, on parle de *coalescence* des photons.

Ce résultat peut être obtenu de manière plus directe. En effet, la matrice de diffusion vaut pour les opérateurs annihilation :

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t & ir \\ ir & t \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_A \\ a_B \end{pmatrix} \quad (4.1.11)$$

ce qui mène aux relations entre opérateurs création :

$$a_A^\dagger = ta_1^\dagger + ira_2^\dagger \quad (4.1.12a)$$

$$a_B^\dagger = ira_1^\dagger + ta_2^\dagger \quad (4.1.12b)$$

Si l'on considère par exemple l'état $|1\rangle_A|0\rangle_B$, qui correspond à un seul photon provenant de S_A (situation de l'interféromètre de HBT), il vient :

$$\begin{aligned} |1\rangle_A|0\rangle_B &= a_A^\dagger|0\rangle_A|0\rangle_B \\ &= (ta_1^\dagger + ira_2^\dagger)|0\rangle_1|0\rangle_2 \\ &= t|1\rangle_1|0\rangle_2 + ir|0\rangle_1|1\rangle_2 \end{aligned} \quad (4.1.13)$$

On retrouve donc le comportement de dégroupement de photons observé dans un interféromètre de HBT puisque la probabilité de mesurer $|1\rangle_1|1\rangle_2$, c'est-à-dire de mesurer une coïncidence entre D_1 et D_2 , est nulle.

Si l'on considère à présent l'état $|1\rangle_A|1\rangle_B$, qui correspond à un photon sur chacune des entrées de la séparatrice (situation de l'interféromètre de HOM), on obtient :

$$|1\rangle_A|1\rangle_B = itr\sqrt{2}|2\rangle_1|0\rangle_2 + t^2|1\rangle_1|1\rangle_2 - r^2|1\rangle_1|1\rangle_2 + irt\sqrt{2}|0\rangle_1|2\rangle_2 \quad (4.1.14)$$

Si la séparatrice est équilibrée, c'est-à-dire que $r = t = \frac{1}{\sqrt{2}}$, alors les amplitudes des termes en $|1\rangle_1|1\rangle_2$ se compensent et on obtient :

$$|1\rangle_A|1\rangle_B = \frac{i}{\sqrt{2}}|2\rangle_1|0\rangle_2 + \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle_1|2\rangle_2 \quad (4.1.15)$$

Autrement dit, la probabilité de détecter une coïncidence en sortie de la séparatrice vaut 0, en accord avec le résultat (4.1.10).

En conclusion, nous avons montré que pour des photons indiscernables arrivant sur les deux entrées d'une lame séparatrice, le taux de coïncidences entre les sorties est nul, ce que l'on appelle le phénomène de coalescence. Cet effet est utilisé pour quantifier l'indiscernabilité des photons, comme dans l'expérience historique de Hong, Ou et Mandel : lorsqu'aucune coïncidence n'est détectée alors que l'on envoie des photons sur les deux entrées de la séparatrice, cela correspond à une parfaite indiscernabilité des photons ; si des coïncidences sont détectées, alors les photons sont alors partiellement discernables, dans la limite d'un taux de coïncidence égal au produit des intensités au niveau des deux détecteurs, auquel cas l'indiscernabilité est nulle.

4.1.4 Prise en compte de la séparation temporelle

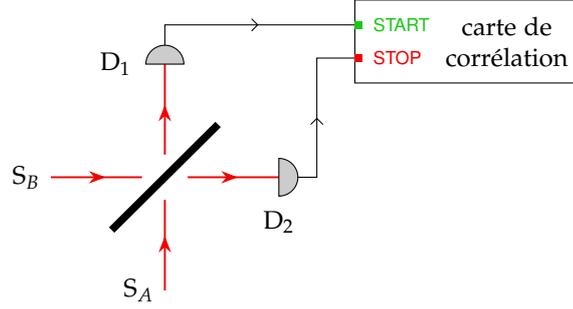


FIGURE 4.4 — Schéma d'une séparatrice combinant deux sources indépendantes et mesure de corrélation de l'intensité.

Nous nous intéressons maintenant à la fonction de corrélation du second ordre, dans la situation de la figure 4.4, mesurée en sortie des détecteurs D_1 et D_2 , que nous noterons $G^{(2X)}$ et qui se définit par :

$$G^{(2X)}(\tau) = \langle E_1^{(-)}(t) E_2^{(-)}(t + \tau) E_2^{(+)}(t + \tau) E_1^{(+)}(t) \rangle \quad (4.1.16)$$

où $E_1 = E(\vec{r}_1)$ et $E_2 = E(\vec{r}_2)$ sont les champs au niveau des détecteurs D_1 et D_2 .

Définissons également la version normalisée $g^{(2X)}$ de cette fonction de corrélation :

$$g^{(2X)}(\tau) = \frac{\langle E_1^{(-)}(t) E_2^{(-)}(t + \tau) E_2^{(+)}(t + \tau) E_1^{(+)}(t) \rangle}{\langle E_1^{(-)}(t) E_1^{(+)}(t) \rangle \langle E_2^{(-)}(t) E_2^{(+)}(t) \rangle} \quad (4.1.17)$$

D'après les considérations du paragraphe précédent, E_1 et E_2 s'écrivent :

$$\begin{aligned} E_1^{(+)}(t) &= tE_A^{(+)}(t) + irE_B^{(+)}(t) \\ E_2^{(+)}(t) &= irE_A^{(+)}(t) + tE_B^{(+)}(t) \end{aligned} \quad (4.1.18)$$

En injectant ces expressions dans (4.1.17), on peut montrer* que $g^{(2X)}(\tau)$ s'écrit :

$$g^{(2X)}(\tau) = \frac{1}{D} \cdot \left[(t^4 + r^4) I_A I_B + r^2 t^2 \left(G_A^{(2)}(\tau) + G_B^{(2)}(\tau) \right) - r^2 t^2 \underbrace{\left(G_A^{(1)}(\tau) G_B^{(1)*}(\tau) + G_B^{(1)}(\tau) G_A^{(1)*}(\tau) \right)}_{\text{terme d'interférences}} \right] \quad (4.1.19)$$

où $D = (t^2 I_A + r^2 I_B)(r^2 I_A + t^2 I_B)$, avec $I_A = \langle E_A^{(-)} E_A^{(+)} \rangle$ l'intensité au niveau de S_A , de même pour S_B . Les fonctions de corrélation $G^{(1)}(\tau)$ et $G^{(2)}(\tau)$ suivent leur

* Le développement qui mène à ce résultat est détaillé dans [LETTOW 2010, cf. § 2.5, p. 25-29] et il est très similaire à celui effectué au paragraphe 4.2.3 (p. 123).

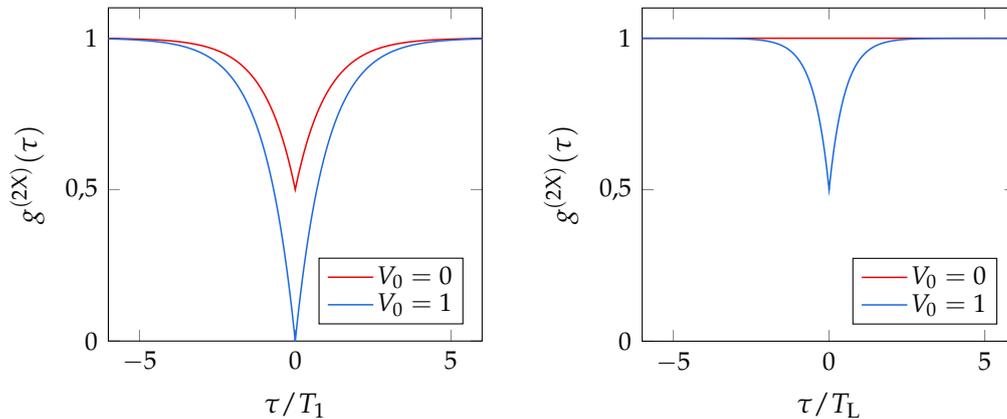
définition (3.1.6) et (3.1.7) (p. 76). Le dernier terme croise les contributions des sources S_A et S_B : il s'agit du terme d'interférences à deux photons.

Si les deux sources S_A et S_B sont identiques et que $r = t = 1/\sqrt{2}$, on obtient :

$$g^{(2X)}(\tau) = \frac{1}{2}g^{(2)}(\tau) + \frac{1}{2} \left[1 - V_0 |g^{(1)}(\tau)|^2 \right] \quad (4.1.20)$$

où V_0 est un facteur de visibilité phénoménologique compris entre 0 et 1, prenant en compte les imperfections du montage menant à une perte de visibilité des interférences.

Si l'on considère $g^{(2X)}(\tau)$ dans le cadre de deux boîtes quantiques identiques comme sources, $g^{(2)}(\tau)$ est caractéristique d'une source de photons uniques, qui prend donc une valeur nulle à $\tau = 0$, et $g^{(1)}(0) = 1$, comme c'est le cas quelle que soit la source considérée. Ainsi, dans le cas où $V_0 = 1$ (100% de visibilité des interférences), on obtient $g^{(2X)}(0) = 0$, ce qui signifie que $g^{(2X)}(\tau)$ présente des anticorrélations à $\tau = 0$. De plus, aux temps τ longs, $\lim_{+\infty} g^{(2X)}(\tau) = 1$, donc les anticorrélations apparaissent sur la courbe comme un creux centré sur $\tau = 0$.



(a) Allure de $g^{(2X)}(\tau)$ pour des sources qui sont deux boîtes quantiques identiques, à la limite radiative, pour 0% ($V_0 = 0$) et 100% ($V_0 = 1$) de visibilité des interférences.

(b) Allure de $g^{(2X)}(\tau)$ pour deux sources poissonniennes avec un profil spectral lorentzien de largeur finie $1/(\pi T_L)$, pour 0% ($V_0 = 0$) et 100% ($V_0 = 1$) de visibilité des interférences. Il s'agira par exemple d'une source laser.

FIGURE 4.5 — $g^{(2X)}(\tau)$ pour différentes situations et différents types de sources.

La figure 4.5a montre un exemple de $g^{(2X)}(\tau)$ pour des sources correspondant à deux boîtes quantiques idéales, identiques, toutes les deux à la limite radiative, excitées de manière non-résonnante. Les deux courbes correspondant à $V_0 = 1$ et $V_0 = 0$ décrivent des variations de $g^{(2X)}(\tau)$ lorsque les interférences sont visibles à 100% et lorsqu'elles ne le sont pas, par exemple si les deux sources ont des polarisations orthogonales. On peut voir que même lorsque les interférences entre les deux sources disparaissent, leur caractère de source de photons uniques maintient le creux à $g^{(2X)}(0) = 0,5$.

En revanche, la figure 4.5b montre $g^{(2X)}(\tau)$ pour deux sources de statistique poissonnienne, comme deux lasers, mais de largeur spectrale finie $1/(\pi T_L)$ (où T_L est le temps de cohérence du laser). Cette fois, avec une visibilité nulle des interférences, $g^{(2X)}(\tau)$ reste parfaitement plat et égal à 1. Avec 100% de visibilité, on obtient un creux $g^{(2X)}(0) = 0,5$ — ce résultat se retrouve classiquement*.

Ainsi, si l'on considère que l'indiscernabilité est directement reliée à la valeur de $g^{(2X)}(0)$, disposer d'une source de photons uniques est indispensable pour observer 100% d'indiscernabilité à $\tau = 0$. Avec une source de statistique poissonnienne, l'indiscernabilité culmine à 50%.

4.2 Interféromètre de Hong–Ou–Mandel avec un émetteur unique

4.2.1 Interféromètre de Hong–Ou–Mandel

L'interféromètre de Hong–Ou–Mandel est décrit dans l'article fondateur de 1987 sur les expériences d'interférences à deux photons [HONG *et al.* 1987], dans lequel les interférences sont observées entre deux faisceaux générés par diffusion paramétrique, ce qui a permis de mesurer très précisément le temps de cohérence en modifiant la longueur des bras. Ce montage peut donc se résumer à une simple séparatrice sur les entrées de laquelle on envoie les photons que l'on souhaite caractériser, les deux détecteurs aux sorties de la séparatrice étant reliés à une carte de corrélation. Toutefois, deux sources indépendantes peuvent impliquer de nombreuses complications expérimentales : deux voies de détection comportant chacune les optiques de collection et leurs positionneurs, éventuellement deux cryostats différents et des échantillons ayant des boîtes émettant à la même énergie. Il est donc beaucoup plus simple de n'utiliser qu'une seule source que l'on sépare en deux avec une séparatrice puis que l'on recombine sur une deuxième séparatrice, après laquelle on mesure des interférences. C'est le principe de nombreux interféromètres usuels comme l'interféromètre de Mach–Zehnder que nous utiliserons (cf. figure 4.6). Le faisceau issu de la source est donc séparé à l'aide de la première séparatrice notée A, puis se propage dans les deux bras de l'interféromètre avant d'être recombinaé sur la seconde séparatrice notée B. Les deux faisceaux sortants sont mesurés par les détecteurs D_1 et D_2 qui sont reliés à une carte de corrélation permettant de mesurer les écarts temporels t_1 et t_2 entre les détections sur chacun des détecteurs.

* Classiquement, dans le cas d'une séparatrice équilibrée, les intensités au niveau des deux détecteurs s'écrivent $I_0(1 \pm \cos \phi)$, où $I_0 = I_A = I_B$ et ϕ est le déphasage entre S_A et S_B , qui fluctue en fonction du temps étant donné que les deux sources sont indépendantes. Le signal de détection joint, moyenné sur l'ensemble des détections jointes, s'écrit $\langle I_0^2(1 - \cos^2 \phi) \rangle_\phi = I_0^2/2$. En l'absence d'interférences, on obtiendra I_0^2 . Cela corrobore la valeur de $g^{(2X)}(0)$ pour $V_0 = 1$ et $V_0 = 0$.

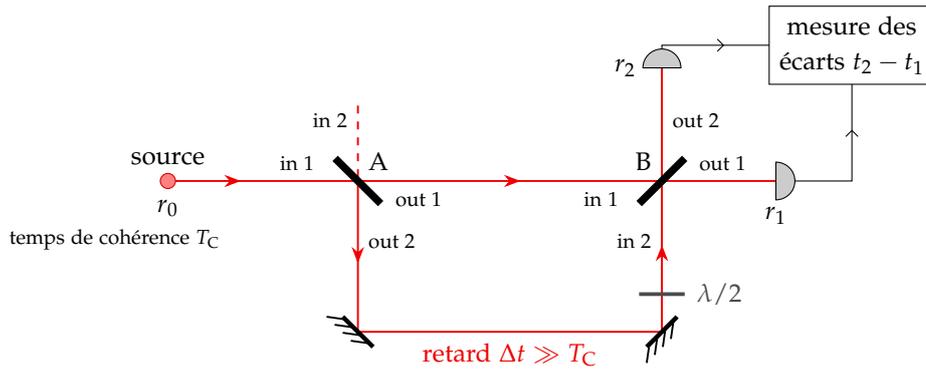


FIGURE 4.6 — Schéma de l'interféromètre de Hong–Ou–Mandel et définition des notations.

Cependant, une source unique ne peut a priori pas constituer deux sources indépendantes telles que celles que nous avons considéré dans les paragraphes 4.1.3 et 4.1.4. L'hypothèse des sources indépendantes est nécessaire du fait des moyennes statistiques présentes dans les expressions des corrélateurs. Prenons par exemple $\langle I(t) I(t + \tau) \rangle$ où I représente l'intensité : pour pouvoir mesurer la valeur moyenne correctement, il faut que chaque mesure de $I(t) I(t + \tau)$ soit indépendante de la précédente. Lorsque les sources sont liées par une relation de phase fixe comme le sont les champs des deux bras à la sortie d'un interféromètre équilibré, les champs incidents sur la seconde séparatrice ne sont pas indépendants et chaque mesure de l'intensité effectuée à la sortie dépend de la précédente.

Il est possible de rendre ces deux champs indépendants avec une source unique et l'interféromètre de Mach–Zehnder en déséquilibrant fortement l'interféromètre, c'est-à-dire en allongeant l'un des bras de manière à ce que le retard Δt entre les deux bras de l'interféromètre soit plus long que le temps de cohérence T_C de la source [LEBRETON *et al.* 2013]. Dans ce cas, les champs incidents de part et d'autre de la séparatrice de sortie B sont indépendants pour les écarts temporels τ petits devant Δt et les mesures de $g^{(2X)}(\tau)$ seront correctes. Nous appellerons donc interféromètre de Hong–Ou–Mandel l'interféromètre représenté sur la figure 4.6, dans lequel il est essentiel d'avoir un retard entre les deux bras tel que $\Delta t \gg T_C$.

4.2.2 Propagation du champ source dans l'interféromètre

Pour évaluer le résultat d'une mesure de $g^{(2X)}(\tau)$ à l'aide d'un interféromètre de Hong–Ou–Mandel tel que celui de la figure 4.6, intéressons-nous à l'expression du champ mesuré par chacun des détecteurs en fonction du champ au niveau de la source.

Les notations utilisées ici seront basées sur celles de la figure 4.6. Ainsi, la source est positionnée à r_0 , les détecteurs D_1 et D_2 positionnés à r_1 et r_2 respectivement. La

première séparatrice notée A possède des coefficients de transmission et de réflexion t_A et r_A (en amplitude), et de même t_B et r_B pour la deuxième séparatrice B. Les ports d'entrée sont notés in 1 et in 2, les ports de sortie out 1 et out 2, et leur position sera notée par exemple r_{in2}^B pour le port d'entrée n°2 de la séparatrice B. Les temps de propagation entre les différents éléments du montage sont notés selon la forme t_{AB} , par exemple, qui correspond au temps de propagation sur le bras court entre les deux séparatrices A et B.

De plus, nous prendrons en compte la polarisation relative de la lumière dans les deux bras, qui peut être contrôlée à l'aide de la lame demi-onde présente sur le bras long. La polarisation du champ du bras court sera prise suivant \vec{e}_x , et la polarisation du bras long aura subi une rotation de ϕ et aura donc une composante $\cos \phi \vec{e}_x$ et une autre $\sin \phi \vec{e}_y$. Le traitement de la polarisation est très similaire à ce qui est fait dans [GERBER, ROTTER, HENNRICH *et al.* 2009, cf. § 3, p. 6–8].

En utilisant les relations entrée-sortie des séparatrices, détaillées au paragraphe 4.1.3 (p. 115), et les temps de propagation sur les différentes sections du montage, on établit les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\vec{E}^{(+)}(r_1, t_1) &= \vec{E}^{(+)}(r_{out1}^B, t_1 - t_{B1}) \\ \vec{E}^{(+)}(r_2, t_2) &= \vec{E}^{(+)}(r_{out2}^B, t_2 - t_{B2})\end{aligned}\quad (4.2.1a)$$

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{(+)}(r_{out1}^B, t) \\ \vec{E}^{(+)}(r_{out2}^B, t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t_B & ir_B \\ ir_B & t_B \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{E}^{(+)}(r_{in1}^B, t) \\ \vec{E}^{(+)}(r_{in2}^B, t) \end{pmatrix}\quad (4.2.1b)$$

$$\begin{aligned}\vec{E}^{(+)}(r_{in1}^B, t) &= E^{(+)}(r_{out1}^A, t - t_{AB})\vec{e}_x \\ \vec{E}^{(+)}(r_{in2}^B, t) &= E^{(+)}(r_{out2}^A, t - t_{AB} - \Delta t)(\cos \phi \vec{e}_x + \sin \phi \vec{e}_y)\end{aligned}\quad (4.2.1c)$$

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{(+)}(r_{out1}^A, t) \\ \vec{E}^{(+)}(r_{out2}^A, t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t_A & ir_A \\ ir_A & t_A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{E}^{(+)}(r_{in1}^A, t) \\ \vec{E}^{(+)}(r_{in2}^A, t) \end{pmatrix}\quad (4.2.1d)$$

$$\begin{aligned}\vec{E}^{(+)}(r_{in1}^A, t) &= E^{(+)}(r_0, t - t_{0A})\vec{e}_x \\ \vec{E}^{(+)}(r_{in2}^A, t) &= \vec{0}\end{aligned}\quad (4.2.1e)$$

Il vient alors :

$$\vec{E}^{(+)}(r_1, t_1) = t_A t_B E^{(+)}(r_0, t)\vec{e}_x - r_A r_B E^{(+)}(r_0, t - \Delta t)(\cos \phi \vec{e}_x + \sin \phi \vec{e}_y)\quad (4.2.2a)$$

$$\vec{E}^{(+)}(r_2, t_2) = it_A r_B E^{(+)}(r_0, t + \tau)\vec{e}_x + ir_A t_B E^{(+)}(r_0, t + \tau - \Delta t)(\cos \phi \vec{e}_x + \sin \phi \vec{e}_y)\quad (4.2.2b)$$

en choisissant les paramètres temporels tels que :

$$t = t_1 - t_{B1} - t_{AB} - t_{0A}\quad (4.2.3a)$$

$$t + \tau = t_2 - t_{B2} - t_{AB} - t_{0A}\quad (4.2.3b)$$

4.2.3 Corrélations en intensité — développement

On cherche à établir le résultat de la mesure de corrélation en intensité, autrement dit l'expression de $G^{(2X)}(\tau)$ telle que définie par (4.1.16). En redéfinissant t et τ dans les expressions (4.2.3), et avec l'hypothèse d'un processus stationnaire, on montre que les deux expressions suivantes sont équivalentes :

$$\begin{aligned} G^{(2X)}(\tau) &= \left\langle E^{(-)}(r_1, t_1) E^{(-)}(r_2, t_2) E^{(+)}(r_2, t_2) E^{(+)}(r_1, t_1) \right\rangle \\ &= \left\langle E^{(-)}(r_1, t) E^{(-)}(r_2, t + \tau) E^{(+)}(r_2, t + \tau) E^{(+)}(r_1, t) \right\rangle \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

où $\tau = t_2 - t_1 + t_{B1} - t_{B2}$.

De plus, en prenant en compte la polarisation, il faut sommer les combinaisons de modes de polarisation sur chacun des détecteurs, soit :

$$G^{(2X)}(\tau) = \sum_{i,j \in \{x,y\}} \left\langle E_i^{(-)}(r_1, t) E_j^{(-)}(r_2, t + \tau) E_j^{(+)}(r_2, t + \tau) E_i^{(+)}(r_1, t) \right\rangle \quad (4.2.5)$$

où E_x est la composante du champ suivant \vec{e}_x et E_y la composante suivant \vec{e}_y .

Développement : En réinjectant dans le corrélateur ci-dessus les expressions (4.2.2), on peut développer $G^{(2X)}(\tau)$ en 16 termes, dont certains viennent de pair avec leur complexe conjugué. Étant donné que l'on exprime tous les champs au niveau de la source, on abandonne l'écriture de la position. La figure 4.7 donne le résultat du développement de $G^{(2X)}(\tau)$.

Effet de la polarisation : Tout d'abord on rappellera que ϕ est l'angle entre la polarisation des champs issus de chacun des bras. Lorsque $\phi = 0$, les champs issus des deux bras ont la même polarisation ; lorsque $\phi = \frac{\pi}{2}$ rad, ces champs ont une polarisation orthogonale.

On peut ainsi séparer deux familles de termes dans le développement précédent. D'une part, les termes (1) à (4) ne sont pas affectés par le croisement de polarisation. On pourra noter que chaque détecteur voit les parties positives et négatives du même champ, qui s'est propagé dans un seul bras ; il est donc logique que ces termes ne soient pas affectés par une modification de la polarisation relative entre les deux bras. Nous les appellerons *termes statistiques*.

D'autre part, le reste des termes, c'est-à-dire (α), (β) et les termes de (I) à (IV) et leurs complexes conjugués, sont tous annulés par un croisement de la polarisation entre les deux bras. Cela est le signe qu'ils sont issus d'interférences entre les modes issus des deux bras, et nous les appellerons donc *termes d'interférences*.

Termes statistiques : Les termes numérotés de (1) à (4) ont une structure symétrique n'associant que deux temps différents. Les termes (1) et (4) correspondent tous les

$$\begin{aligned}
& |t_A|^4 |t_B|^2 |r_B|^2 \left\langle E^{(-)}(t) \quad E^{(-)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t) \right\rangle \quad (1) \\
& + |t_A|^2 |t_B|^4 |r_A|^2 \left\langle E^{(-)}(t) \quad E^{(-)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t) \right\rangle \quad (2) \\
& + |t_A|^2 |r_A|^2 |r_B|^4 \left\langle E^{(-)}(t-\Delta t) \quad E^{(-)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t-\Delta t) \right\rangle \quad (3) \\
& + |t_B|^2 |r_A|^4 |r_B|^2 \left\langle E^{(-)}(t-\Delta t) \quad E^{(-)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t-\Delta t) \right\rangle \quad (4) \\
& + \left[|t_A|^2 |t_B|^2 t_A^* t_B^* r_A r_B^* \cos \phi \left\langle E^{(-)}(t) \quad E^{(-)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t) \right\rangle \quad (\alpha) \right. \\
& + |r_A|^2 |r_B|^2 t_A^* t_B^* r_A r_B^* \cos \phi \left\langle E^{(-)}(t-\Delta t) \quad E^{(-)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t-\Delta t) \right\rangle \quad (\beta) \\
& - |t_A|^2 |r_B|^2 t_A^* t_B^* r_A r_B \cos \phi \left\langle E^{(-)}(t) \quad E^{(-)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t-\Delta t) \right\rangle \quad (I) \\
& - |t_B|^2 |r_B|^2 t_A^* r_A^2 \cos^2 \phi \left\langle E^{(-)}(t) \quad E^{(-)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t-\Delta t) \right\rangle \quad (II) \\
& - |t_A|^2 |r_A|^2 t_B^* r_B^2 \cos^2 \phi \left\langle E^{(-)}(t) \quad E^{(-)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t+\tau) \quad E^{(+)}(t-\Delta t) \right\rangle \quad (III) \\
& \left. - |t_B|^2 |r_A|^2 t_A^* t_B^* r_A r_B \cos \phi \left\langle E^{(-)}(t) \quad E^{(-)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t+\tau-\Delta t) \quad E^{(+)}(t-\Delta t) \right\rangle \quad (IV) \right. \\
& \quad \left. + \text{c.c.} \right]
\end{aligned}$$

FIGURE 4.7 — Développement de $G^{(2X)}(\tau)$ en prenant en compte la propagation dans l'interféromètre de HOM.

deux à $G^{(2)}(\tau)$ — décalé de Δt pour (4), mais le processus étant stationnaire, ce terme est équivalent à (1). De même, (2) correspond à $G^{(2)}(\tau - \Delta t)$ et (3) à $G^{(2)}(\tau + \Delta t)$.

On comprend donc pourquoi ces termes sont dits « statistiques » : ils reviennent à des mesures de $G^{(2)}(\tau)$ qui caractérise la statistique des photons émis par la source.

Termes d'interférences : Les termes d'interférences ne sont pas symétriques et font apparaître trois temps différents. Pour traiter ces termes, nous faisons l'hypothèse que le retard introduit par l'interféromètre Δt est très grand devant le temps de cohérence de la source T_C . Dans ce cas, les opérateurs en $t - \Delta t$ et en t sont indépendants et peuvent être isolés dans des moyennes séparées* — il s'agit du même type d'arguments que ceux utilisés pour calculer l'expression (4.1.19) de $g^{(2X)}(\tau)$ dans le cas de sources indépendantes (p. 118).

Les termes (α) , (β) , (I) et (IV) comportent une structure avec un temps en t et trois temps en $t - \Delta t$ ou inversement. Pour (α) , par exemple, on peut isoler le champ en

* Veuillez noter qu'un opérateur d'ordonnement des temps est implicitement présent dans tous les corrélateurs, puisque les observables sont appliquées dans l'ordre où elles sont mesurées. Cela réunit les opérateurs en t et les opérateurs en $t - \Delta t$.

$t - \Delta t$:

$$\begin{aligned} & \left\langle E^{(-)}(t) E^{(-)}(t + \tau) E^{(+)}(t + \tau - \Delta t) E^{(+)}(t) \right\rangle \\ &= \left\langle E^{(-)}(t) E^{(-)}(t + \tau) E^{(+)}(t) \right\rangle \left\langle E^{(+)}(t + \tau - \Delta t) \right\rangle \quad (4.2.6) \end{aligned}$$

Le champ isolé est mesuré de manière indépendante à chaque tirage, et vaudra donc 0 en moyenne. Les termes (α), (β), (I) et (IV) sont donc nuls.

Le terme (II) peut quant à lui être séparé en :

$$\begin{aligned} & \left\langle E^{(-)}(t) E^{(-)}(t + \tau) E^{(+)}(t + \tau - \Delta t) E^{(+)}(t - \Delta t) \right\rangle \\ &= \left\langle E^{(-)}(t) E^{(-)}(t + \tau) \right\rangle \left\langle E^{(+)}(t + \tau - \Delta t) E^{(+)}(t - \Delta t) \right\rangle \quad (4.2.7) \end{aligned}$$

Les deux valeurs moyennes sont nulles pour les mêmes raisons que précédemment : $E^{(-)}(t)E^{(-)}(t + \tau)$ oscille deux fois plus vite que $E^{(-)}(t)$, et sa valeur moyenne sera donc nulle. Ainsi le terme (II) est nul.

Le terme (III) peut également être séparé de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & \left\langle E^{(-)}(t) E^{(-)}(t + \tau - \Delta t) E^{(+)}(t + \tau) E^{(+)}(t - \Delta t) \right\rangle \\ &= \left\langle E^{(-)}(t) E^{(+)}(t + \tau) \right\rangle \left\langle E^{(+)}(t - \Delta t) E^{(-)}(t + \tau - \Delta t) \right\rangle \\ &= G^{(1)}(\tau) G^{(1)*}(\tau) \\ &= |G^{(1)}(\tau)|^2 \quad (4.2.8) \end{aligned}$$

Avec son complexe conjugué, ce terme est donc le seul des termes d'interférences à subsister aux effets de moyennage, et il revient au module carré de $G^{(1)}(\tau)$. Nous retrouvons donc le résultat du paragraphe 4.1.4 où les interférences étaient également représentées par un terme en $|G^{(1)}(\tau)|^2$.

Résultat final : On peut écrire la forme finale de $G^{(2X)}(\tau)$:

$$\begin{aligned} G^{(2X)}(\tau) &= |t_B|^2 |r_B|^2 \left(|t_A|^4 + |r_A|^4 \right) G^{(2)}(\tau) \\ &\quad + |t_A|^2 |t_B|^4 |r_A|^2 G^{(2)}(\tau - \Delta t) \\ &\quad + |t_A|^2 |t_B|^2 |r_B|^4 G^{(2)}(\tau + \Delta t) \\ &\quad - |t_A|^2 |r_A|^2 \left(t_B^{*2} r_B^2 + t_B^2 r_B^{*2} \right) \cos^2 \phi |G^{(1)}(\tau)|^2 \quad (4.2.9) \end{aligned}$$

Dans le cas où la polarisation entre les deux bras est orthogonale, seul le dernier terme, lié aux interférences à deux photons, s'annule.

Expression normalisée : Dans ce qui suit, nous considérerons que les coefficients de transmission et de réflexion des séparatrices A et B sont réels, et utiliserons les coefficients en intensité T_A , T_B , R_A et R_B qui sont les carrés des coefficients en amplitude t_A , t_B , r_A et r_B respectivement.

L'expression normalisée de $G^{(2X)}(\tau)$ s'écrit :

$$g^{(2X)}(\tau) = \frac{G^{(2X)}(\tau)}{I_1 I_2} \quad (4.2.10)$$

où I_1 et I_2 sont les intensités au niveau des détecteurs D_1 et D_2 .

On utilise les expressions (4.2.2) pour déterminer I_1 et I_2 . Ainsi* :

$$I_1 = \langle E^{(+)}(r_1, t_1) E^{(-)}(r_1, t_1) \rangle \quad (4.2.11)$$

$$= T_A T_B I + R_A R_B I - t_A t_B r_A^* r_B^* G^{(1)}(-\Delta t) - t_A^* t_B^* r_A r_B G^{(1)}(\Delta t) \quad (4.2.12)$$

où I est l'intensité de la source.

Si $\Delta t \gg T_C$, $G^{(1)}(\Delta t) = 0$ et les deux derniers termes ci-dessus sont nuls. L'intensité au niveau du détecteur D_1 s'écrit donc :

$$I_1 = (T_A T_B + R_A R_B) I \quad (4.2.13)$$

De même, l'intensité au niveau du détecteur D_2 s'écrit :

$$I_2 = (T_A R_B + R_A T_B) I \quad (4.2.14)$$

On obtient l'expression finale suivante[†] :

$$g^{(2X)}(\tau) = \frac{1}{D} \left[T_B R_B (T_A^2 + R_A^2) g^{(2)}(\tau) + T_A R_A T_B^2 g^{(2)}(\tau - \Delta t) + T_A R_A R_B^2 g^{(2)}(\tau + \Delta t) - 2 R_A T_A R_B T_B \cos^2 \phi |g^{(1)}(\tau)|^2 \right] \quad (4.2.15)$$

où $D = R_A T_A (R_B^2 + T_B^2) + R_B T_B (R_A^2 + T_A^2)$ et ϕ est l'angle entre les polarisations issues des deux bras de l'interféromètre.

4.2.4 Corrélations en intensité — interprétation

On généralise le facteur $\cos^2 \phi$ lié à la polarisation respective des deux bras que l'on remplace par un facteur de visibilité V_0 , qui prend également en compte les

* Pour simplifier, on n'écrit pas les dépendances en polarisation et l'on considère l'amplitude du champ comme un champ scalaire, ce qui ne change rien au résultat ici.

† Cette expression est très similaire à ce qui peut être trouvé dans la littérature [PATEL, A. J. BENNETT, COOPER *et al.* 2008].

imperfections expérimentales qui dégradent le contraste des franges d'interférences lorsque les polarisations sont parallèles ou au contraire qui rétablissent les interférences lorsque les polarisations sont croisées. Finalement, nous obtenons l'expression suivante pour $g^{(2X)}(\tau)$:

$$g^{(2X)}(\tau) = \frac{1}{D} \left[T_B R_B (T_A^2 + R_A^2) g^{(2)}(\tau) + T_A R_A T_B^2 g^{(2)}(\tau - \Delta t) + T_A R_A R_B^2 g^{(2)}(\tau + \Delta t) - 2R_A T_A R_B T_B V_0 |g^{(1)}(\tau)|^2 \right] \quad (4.2.16)$$

Ce sera cette expression que nous utiliserons pour calculer les courbes théoriques à confronter aux résultats expérimentaux. À partir de cette expression, on définit $g_{//}^{(2X)}$ et $g_{\perp}^{(2X)}$ qui correspondent à $g^{(2X)}$ dans le cas où la polarisation des deux bras est parallèle et orthogonale, donc où le paramètre de visibilité V_0 est maximal et minimal, respectivement, en fonction de la polarisation.

L'expression (4.2.16) se simplifie si $R_{A,B} = T_{A,B} = 1/2$ et pour $V_0 = 1$ et 0 respectivement pour $g_{//}^{(2X)}$ et $g_{\perp}^{(2X)}$. On a alors :

$$g_{//}^{(2X)}(\tau) = \overbrace{\frac{1}{4}g^{(2)}(\tau + \Delta t)}^{\text{B1}} + \overbrace{\frac{1}{4}g^{(2)}(\tau - \Delta t)}^{\text{B2}} + \overbrace{\frac{1}{2}g^{(2)}(\tau) - \frac{1}{2}|g^{(1)}(\tau)|^2}^{\text{A}} \quad (4.2.17a)$$

$$g_{\perp}^{(2X)}(\tau) = \frac{1}{4}g^{(2)}(\tau + \Delta t) + \frac{1}{4}g^{(2)}(\tau - \Delta t) + \frac{1}{2}g^{(2)}(\tau) \quad (4.2.17b)$$

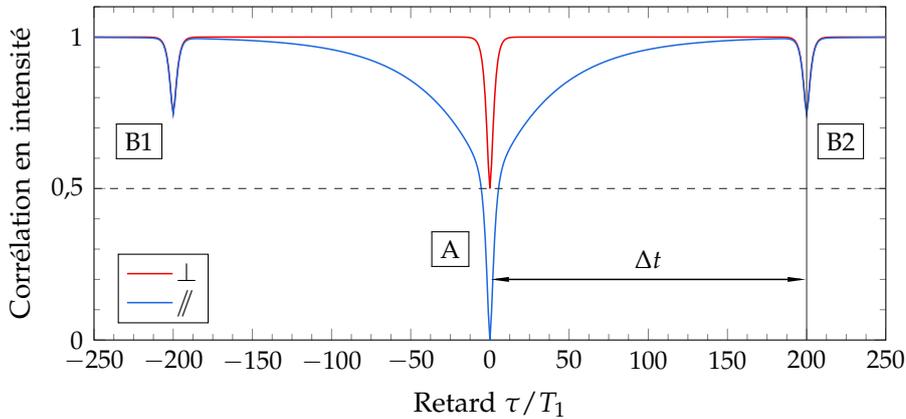


FIGURE 4.8 — Courbes théoriques de $g_{//}^{(2X)}(\tau)$ et $g_{\perp}^{(2X)}(\tau)$ pour une boîte quantique à la limite radiative à très faible puissance d'excitation. Le temps de cohérence du laser d'excitation vaut $T_L = 80 T_1$, le retard de l'interféromètre $\Delta t = 200 T_1$.

Les variations de $g_{//}^{(2X)}(\tau)$ et $g_{\perp}^{(2X)}(\tau)$ tracées à partir de ces expressions sont représentées sur la figure 4.8. Elles ont été tracées dans le cas d'une puissance

d'excitation très faible ($s_0 \ll 1$), pour une boîte quantique à la limite radiative ($T_2 = 2 T_1$) avec le temps de cohérence du laser d'excitation $T_L = 80 T_1$, le retard de l'interféromètre $\Delta t = 200 T_1$.

Tout d'abord, sur la courbe rouge correspondant à une configuration croisée, on peut observer trois pics qui ont été étiquetés B1, A et B2 dans l'ordre des temps croissants. Le pic A est situé au centre autour de $\tau = 0$. Les pics B1 et B2 sont de part et d'autre du pic central A et placés à $\tau = \pm \Delta t$. Le pic central A correspond aux situations où les deux photons détectés ont suivi le même bras dans l'interféromètre : court-court ou long-long, ce qui revient à la situation d'un interféromètre de HBT. Le pic B1 correspond à la configuration long-court et B2 à court-long — l'ordre donné correspondant à START-STOP.

Avec une source de photons uniques, le dégroupement des photons assure que la probabilité d'émettre deux photons simultanément est nulle. Si le photon START est passé par le bras court, la probabilité de détection s'annule dans le cas où un photon émis simultanément serait passé par le bras long, arrivant Δt plus tard. Cela constitue le pic B2 situé à $\tau = \Delta t$. Un raisonnement symétrique où c'est le photon STOP qui est passé par le bras court conduit au pic B1 situé à $\tau = -\Delta t$.

Finalement, avec des séparatrices équilibrées, la moitié des paires de photons auront emprunté le même bras, un quart sera en configuration court-long et un autre quart en long-court. Cela donne le poids respectif des trois pics, et on a en particulier $g^{(2X)}(0) = 0,5$.

En configuration de polarisation parallèle entre les deux bras (courbe bleue), la différence avec la courbe en configuration croisée est la composante longue qui s'ajoute et aboutit à $g^{(2X)}(0) = 0$. Du fait que cette composante n'est présente que dans le cas où la polarisation est identique entre les deux bras, on en déduit qu'elle est liée à des effets d'interférences entre les deux bras. Cette composante longue croît en $1 - e^{-t/T}$ où le temps caractéristique T vaut $40 T_1$, c'est-à-dire $T_L/2$.

Cette courbe étant tracée à très faible puissance d'excitation, et la boîte quantique considérée étant à la limite radiative, seule la diffusion élastique du laser par le système à deux niveaux subsiste dans la photoluminescence de la boîte quantique. D'après l'expression (3.2.10), $g^{(1)}(\tau)$ est alors de la forme e^{-t/T_L} . Or, d'après (4.2.17a), le terme d'interférences dans $g^{(2X)}(\tau)$ est en $1 - |g^{(1)}(\tau)|^2 = 1 - e^{-2t/T_L}$ pour $\tau \neq 0, \pm \Delta t$. La composante longue est donc bien reliée aux interférences, ce que l'on retrouve dans les expressions théoriques.

De plus, seule la présence du terme d'interférences avec $g^{(1)}(0) = 1$ et une source de photons dégroupés avec $g^{(2)}(0) < 1$ permet d'obtenir $g^{(2X)}(0) < 0,5$, ce qui explique pourquoi, avec une boîte quantique, on obtiendra $g^{(2X)}(0) = 0$ dans un cas idéal.

4.2.5 Mesures d’indiscernabilité en excitation impulsionnelle et en excitation continue

Si dans ce travail, les mesures d’indiscernabilité ont toutes été effectuées sous excitation continue, il est également possible d’effectuer ces mesures sous excitation impulsionnelle. Ces deux modes d’excitation changent fondamentalement les expériences visant à établir l’indiscernabilité des photons, et en particulier l’interprétation que l’on peut faire des mesures résultantes.

Avec une excitation impulsionnelle, le principe de l’interféromètre de HOM consiste à superposer deux impulsions successives sur la séparatrice de sortie, ce qui conduit à l’observation d’interférences en observant la disparition des coïncidences à délai nul lorsqu’il y a parfaite indiscernabilité. Le montage utilisé est schématisé sur la figure 4.9. Sur cette figure, deux photons successifs émis par la boîte quantique sont séparés de 2 ns. Pour que les deux photons se superposent à la sortie de l’interféromètre, il faut donc introduire un retard de 2 ns entre les bras. Chaque point de la courbe de visibilité correspond à une valeur du retard de l’interféromètre. Pour mesurer la courbe, celui-ci est modifié et parcourt une plage autour de 2 ns.

La mesure du taux de coïncidences à la sortie permet de détecter un effet de coalescence, c’est-à-dire la perte de coïncidences du fait des interférences à deux photons. Si ces photons sont parfaitement indiscernables, on observe donc un minimum de coïncidences à 0 pour un retard de 2 ns exactement, qui correspond à un maximum de visibilité des interférences. Toutefois, avec une boîte quantique affectée d’un temps $T_2 < 2 T_1$, et dans le cas de détecteurs lents devant T_1 et T_2 , le minimum de coïncidences est limité par les fluctuations d’énergie d’émission, que l’on peut également voir comme de la gigue (*jitter*), due à la présence de déphasage pur. Dans ce cas, le minimum de coïncidences sera limité par le rapport $\frac{T_2}{2T_1}$ qui correspond à la probabilité de recouvrement de deux photons successifs [BYLANDER *et al.* 2003]. La figure 4.10 donne un exemple de mesure de taux de coïncidences en excitation impulsionnelle, tirée de l’article [SANTORI, FATTAL, VUČKOVIĆ *et al.* 2002]. Cette mesure donne la probabilité de détecter une coïncidence en fonction du retard Δt introduit par l’interféromètre. Le creux de coïncidences observé est une signature de l’effet de coalescence et la valeur à $\Delta t = 0$ est $\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{T_2}{2T_1}\right)$, qui est donc limitée par le rapport $\frac{T_2}{2T_1}$.

En excitation continue, le retard introduit par l’interféromètre reste constant, comme sur la figure 4.11, et l’enjeu est de disposer d’un montage de mesure de corrélations dont la résolution temporelle est suffisamment grande pour observer directement les interférences. La différence importante réside dans le fait que le rapport $\frac{T_2}{2T_1}$ n’a ici pas d’influence directe sur la valeur de la courbe de $g^{(2X)}(\tau)$ à $\tau = 0$ étant donné qu’il n’y a pas de synchronisation liée aux impulsions d’excitation et que la gigue qui pouvait apparaître sous excitation impulsionnelle n’a pas d’influence

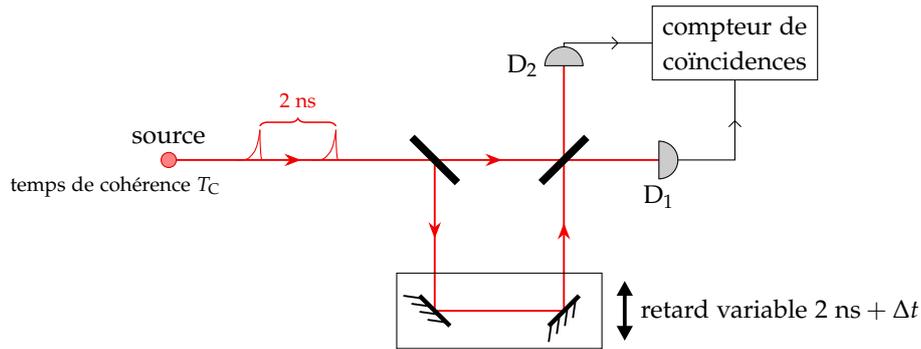


FIGURE 4.9 — Interféromètre de HOM pour l'excitation impulsionnelle : le retard entre les deux bras est variable ; on s'intéresse au nombre de coïncidences de détection.

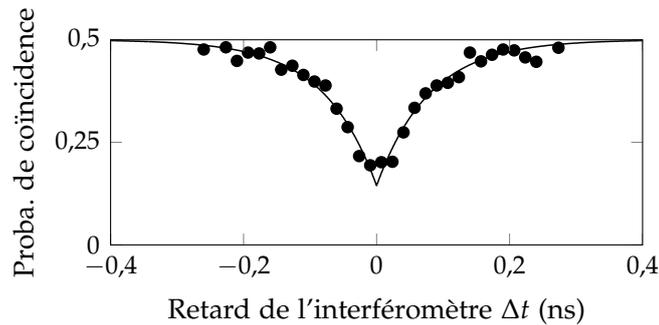


FIGURE 4.10 — Mesure du taux de coïncidence en fonction du retard Δt de l'interféromètre. Mesure extraite de [SANTORI, FATTAL, VUČKOVIĆ *et al.* 2002, figure 4].

puisque les détecteurs doivent cette fois être plus rapides que les temps T_1 et T_2 . Dans ce cas de figure, les photons détectés parfaitement simultanément seront toujours indiscernables. On peut relier cela au fait que leur écart d'énergie est alors très mal défini, ce qui assure un recouvrement spectral, l'indiscernabilité, et donc la coalescence et $g^{(2X)}(0) = 0$. Ainsi, plus les photons sont proches en énergie, moins leur écart temporel doit être faible pour mesurer un phénomène de coalescence : cela résultera en un creux très large sur la mesure de $g^{(2X)}(\tau)$, plus facile à résoudre pour le système de détection. À l'inverse, des photons faiblement indiscernables qui auront un spectre très large, avec éventuellement des fréquences différentes, aboutiront à un creux très étroit, difficile à résoudre pour le système de détection. Observer les interférences à deux photons se résume donc à disposer d'un système de détection assez rapide vis-à-vis de la largeur du creux induite par le recouvrement spectral des photons. On peut d'ailleurs mesurer dans $g^{(2X)}(\tau)$ les battements entre des photons ayant des fréquences proches, ce battement étant d'autant plus rapide — et le creux central d'autant plus étroit — que les fréquences des photons sont éloignées [LEGERO *et al.* 2004 ; LETTOW *et al.* 2010].

À titre d'exemple, la figure 4.12 montre le résultat d'une mesure de corrélation

effectuée à la sortie d'un interféromètre de HOM comme celui représenté sur la figure 4.11, avec comme source la boîte QDIII-bis excitée à basse puissance, avec un laser d'excitation ayant un temps de cohérence de 16 ns. La mesure expérimentale a été représentée à l'aide de points bleus, tandis que la courbe théorique évaluée à partir de l'expression (4.1.20) de $g^{(2X)}(\tau)$ est tracée en vert pointillé. Cette courbe théorique a été convoluée par la réponse instrumentale du système de détection pour aboutir à la courbe rouge ajustée à la mesure. Comparer ces deux courbes permet d'évaluer l'impact du système de mesure sur la courbe de corrélation : la valeur à $\tau = 0$ est fortement affectée car la courbe est étroite par rapport à la réponse instrumentale autour de $\tau = 0$ — largeur à mi-hauteur de 1,4 ns pour la composante fine de $g^{(2X)}(\tau)$ et de 1,0 ns pour la réponse instrumentale. Enfin, le fait que la courbe théorique dite « non convoluée » n'aille pas jusqu'à 0 lorsque $\tau = 0$ est dû au facteur de visibilité $V_0 < 1$ des interférences, présent dans l'expression (4.1.20), qui prend en compte les imperfections du montage qui dégradent légèrement la visibilité des interférences ; ici, $V_0 = 94\%$.

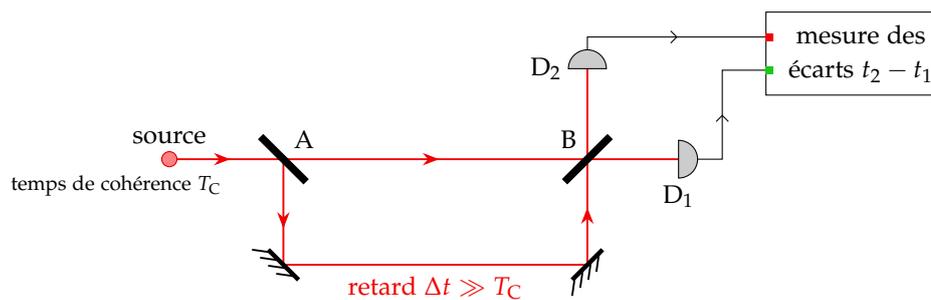


FIGURE 4.11 — Interféromètre de HOM pour l'excitation continue : le retard entre les deux bras est fixe mais long devant le temps de cohérence de la source T_C ; on mesure les écarts temporels $\tau = t_2 - t_1$ entre les détections.

En conclusion, dans le cas des interférences à deux photons sous excitation continue, la valeur à $\tau = 0$ de $g^{(2X)}(\tau)$ est liée au facteur de visibilité des interférences, mais a priori pas à des problèmes de recouvrement spectral qui sont précisément ceux que l'on veut sonder car il s'agit d'un paramètre difficile à maîtriser. La convolution par la réponse instrumentale du système de détection couple la valeur de $g^{(2X)}(0)$ à la largeur de $g^{(2X)}(\tau)$, mais cela n'est pas précis et dépend du système de détection. Nous allons maintenant voir comment évaluer la visibilité des interférences à deux photons en fonction de τ , puis comment caractériser la dynamique de cette visibilité indépendamment du système de détection.

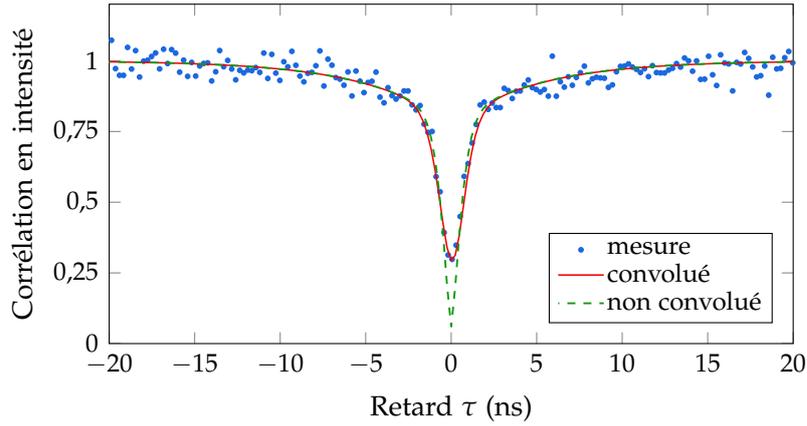


FIGURE 4.12 — Mesure de corrélation en intensité à la sortie de l'interféromètre de HOM en excitation continue, en fonction de l'écart τ entre les instants de détection de chacun des détecteurs.

4.2.6 Visibilité des interférences à deux photons et temps moyen de coalescence

Pour évaluer la visibilité des interférences à deux photons, il est usuel d'utiliser la définition suivante [ATES *et al.* 2009; PATEL, A. J. BENNETT, COOPER *et al.* 2008; WEILER *et al.* 2013] :

$$V_{\text{HOM}}(\tau) = \frac{g_{\perp}^{(2X)}(\tau) - g_{\parallel}^{(2X)}(\tau)}{g_{\perp}^{(2X)}(\tau)} \quad (4.2.18)$$

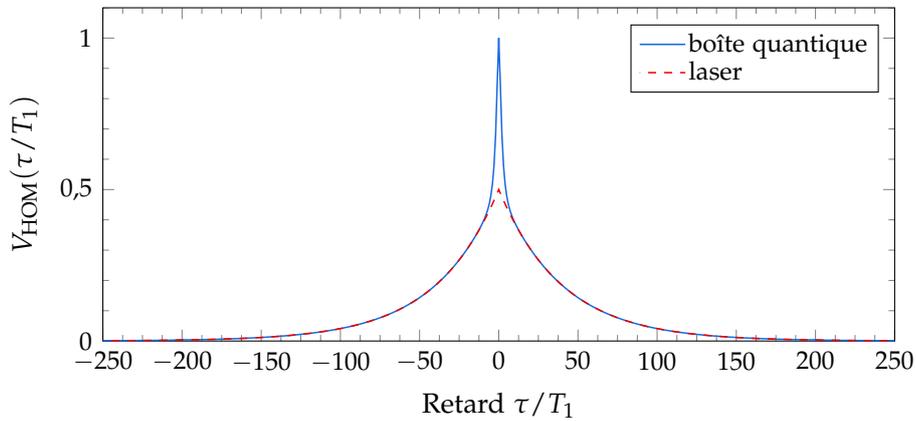


FIGURE 4.13 — Courbes théoriques de visibilité des interférences à deux photons. D'une part (courbe bleue continue), pour une boîte quantique à la limite radiative, à très faible puissance d'excitation. D'autre part (courbe rouge pointillée), pour les interférences du laser d'excitation mesuré seul. Le temps de cohérence du laser est $T_L = 80 T_1$.

Si $g_{\perp}^{(2X)}(\tau)$ évalue la part de dégroupement liée à la statistique des sources, $g_{\parallel}^{(2X)}(\tau)$

prend également en compte la part de dégroupement liée aux interférences à deux photons. La différence de ces deux quantités au numérateur permet d'évaluer la part de dégroupement uniquement due aux interférences. Le dénominateur permet ensuite de normaliser la visibilité en prenant la statistique comme référence, ce qui a pour conséquence d'avoir $V_{\text{HOM}}(0) = 1$ pour une source où $g_{\parallel}^{(2X)}(0) = 0$.

La figure 4.13 montre une courbe de visibilité tracée pour les mêmes paramètres que ceux de la figure 4.8. Sur cette figure sont représentées les courbes de visibilité tracées pour un laser de statistique poissonnienne, de profil spectral lorentzien et de temps de cohérence $T_L = 80 T_1$, et pour une boîte quantique à la limite radiative, à très basse puissance, excitée par ce même laser. La visibilité des interférences avec le laser décroît exponentiellement, ce qui est un comportement caractéristique d'un profil spectral lorentzien, avec un temps de décroissance à $1/e$ de $40 T_1 = T_L/2$ — le facteur $1/2$ étant dû au fait que l'on mesure ici $|g^{(1)}(\tau)|^2$. La valeur à $\tau = 0$ dans le cas du laser est au plus de 0,5 qui correspond au résultat que l'on peut établir classiquement (cf. paragraphe 4.1.4, p. 118). Sur la courbe de visibilité dans le cas de la boîte quantique, on retrouve la même décroissance exponentielle pour des temps supérieurs à $\sim 10 T_1$, et une composante centrale fine qui monte à 1 pour $\tau = 0$. Cette composante centrale n'apparaît qu'au moment de normaliser la différence $g_{\perp}^{(2)}(\tau) - g_{\parallel}^{(2)}(\tau)$ par $g_{\perp}^{(2)}(\tau)$. Il s'agit donc d'un effet statistique, qui est le même effet qui conduit à $g_{\parallel}^{(2)}(0) = 0$.

4.2.7 Fenêtre temporelle de coalescence

La manière usuelle d'estimer l'indiscernabilité est de mesurer $V_{\text{HOM}}(0)$, comme cela est fait par exemple dans [KIRAZ *et al.* 2005 ; PATEL, A. J. BENNETT, COOPER *et al.* 2008 ; WEILER *et al.* 2013]. Toutefois, comme nous l'avons vu au paragraphe 4.2.5, cette valeur est en théorie 1 dans le cas d'un interféromètre idéal, et ce quelle que soit la source. Le fait que les mesures soient différentes de la valeur idéale est lié à la résolution temporelle finie des détecteurs vis-à-vis des temps caractéristiques de la courbe de visibilité. C'est la convolution des mesures de $g^{(2X)}(\tau)$ par la réponse instrumentale qui donne $V_{\text{HOM}}(0) < 1^*$. La valeur à $\tau = 0$ de la courbe de visibilité n'est donc pas une caractéristique fiable et reproductible de l'indiscernabilité sous excitation continue, qui se caractérise plutôt par les différents temps caractéristiques du pic d'indiscernabilité.

Nous définissons dans ce paragraphe un critère quantitatif qui vise à évaluer le temps qu'il faut attendre entre deux détections pour ne plus observer de coalescence, c'est-à-dire d'interférences à deux photons.

* Notons qu'en pratique $V_{\text{HOM}}(0) < 1$ également du fait des coefficients de visibilité V_0 dans les mesures de $g^{(2X)}(\tau)$ en polarisation croisée ou parallèle qui sont différents de leur valeur idéale 0 ou 1 respectivement.

Lorsque la courbe de visibilité n'est constituée que d'une seule composante, ce critère est simple : on peut mesurer la largeur à mi-hauteur de la courbe, ou la largeur à $1/e$ dans le cas d'une décroissance exponentielle, comme c'est le cas pour un laser de statistique poissonnienne ayant un profil de raie lorentzien.

Or, comme nous l'avons vu au paragraphe 4.2.4, dans le cas d'une boîte quantique, nous pouvons observer deux composantes sur la courbe de visibilité. Ces deux composantes sont caractérisées par des temps caractéristiques différents, et des amplitudes différentes. Estimer la largeur de la courbe ne suffit alors plus, et une solution peut être d'intégrer l'aire sous la courbe de visibilité. Sachant que celle-ci est normalisée, cette aire a la dimension d'un temps, et est une estimation du temps moyen de décroissance de la courbe de visibilité, prenant en compte toutes les composantes présentes. Nous appelons cette quantité la *fenêtre temporelle de coalescence* (FTC).

Pour s'en convaincre, il suffit de prendre l'exemple d'une décroissance multi-exponentielle :

$$V(t) = A_1 e^{-|t|/t_1} + A_2 e^{-|t|/t_2} \quad (4.2.19)$$

Calculons la FTC associée :

$$\int V(t) dt = 2 A_1 t_1 + 2 A_2 t_2 \quad (4.2.20)$$

La FTC coïncide donc avec la moyenne des temps caractéristiques t_i des différentes composantes exponentielles de $V(t)$, avec la prise en compte de leurs poids respectifs A_i .

Pour prendre un exemple plus concret, nous pouvons calculer la FTC des courbes de visibilité de la figure 4.13, qui vaut $40 T_1$ dans le cas du laser seul — on a donc $\text{FTC} = T_L$. Dans le cas de la boîte quantique, la FTC vaut $41 T_1$: il s'agit de la FTC du laser à laquelle s'ajoute l'aire de la composante centrale fine due à la statistique de la source de photons uniques. À titre de comparaison, la largeur à mi-hauteur de cette même courbe de visibilité vaut $8,8 T_1$, ce qui ne tient absolument pas compte de la composante longue, pourtant non négligeable.

4.3 Étude expérimentale de l'indiscernabilité

Dans cette section, nous nous intéressons à la mesure de $g^{(2X)}(\tau)$ et à l'évolution de son comportement lorsque l'on modifie la puissance d'excitation d'une part, et le temps de cohérence du laser d'excitation d'autre part. La première étude permet de comprendre en quoi les mesures d'indiscernabilité sont affectées par le comportement de la boîte quantique en fonction de la puissance, décrit dans les paragraphes 1.4.5 et 1.4.6, et en particulier dans le chapitre 3 qui traite des fonctions $g^{(1)}(\tau)$ et $g^{(2)}(\tau)$ rentrant en compte dans $g^{(2X)}(\tau)$. La seconde étude vise à comprendre l'effet

d'une modification du temps de cohérence du laser d'excitation sur les mesures d'indiscernabilité, en particulier lorsque son effet est le plus visible, c'est-à-dire lorsque la puissance d'excitation est faible devant la puissance de saturation. Cette étude a fait l'objet d'une publication [PROUX *et al.* 2015].

4.3.1 Description de l'expérience

Dans notre montage représenté sur la figure 4.14, l'interféromètre est constitué d'un cube séparateur unique, utilisé deux fois pour jouer le rôle des séparatrices A et B, et les fibres sont d'une part une fibre de 1 m pour le bras court et de 10 m pour le bras long. Il s'agit de fibres Thorlabs PM780-HP à maintien de polarisation. En prenant en compte l'indice effectif de la fibre, le retard introduit par l'interféromètre est ainsi de 43,5 ns.

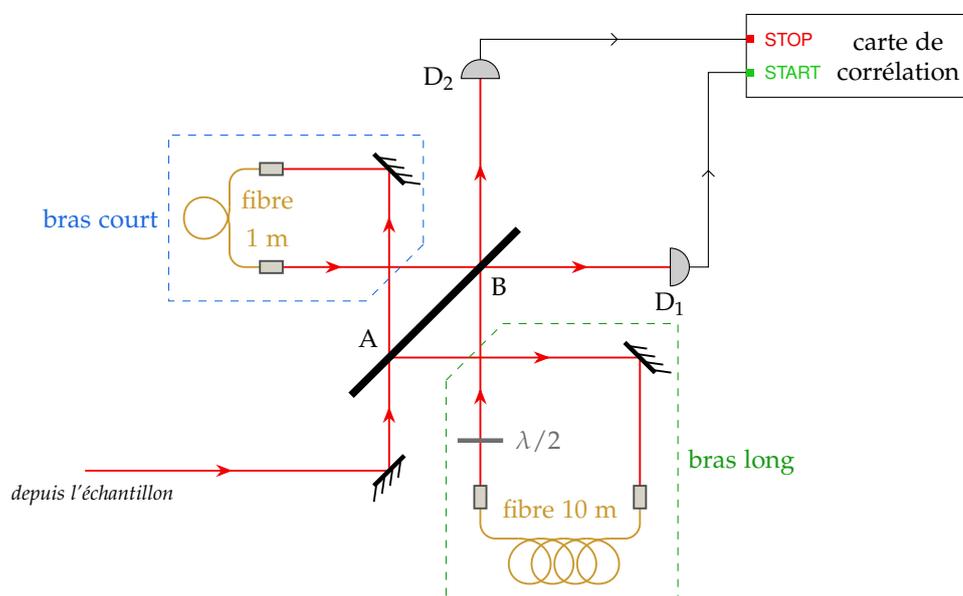


FIGURE 4.14 — Schéma de l'interféromètre de Hong–Ou–Mandel utilisé. Le retard entre les deux bras est de 43,5 ns.

Destruction des interférences à un photon

Nous avons vu au paragraphe 4.2.1 qu'il était très important d'avoir $\Delta t \gg T_C$. Tant que le retard introduit par l'interféromètre est plus faible que le temps de cohérence des photons, il y a un recouvrement du photon avec lui-même à la sortie de l'interféromètre, qui produira des interférences à un photon. Les interférences à un photon sont analogues aux interférences classiques que l'on observe de manière usuelle avec un interféromètre, pour lesquelles la relation de phase entre les champs incidents de part et d'autre de la séparatrice de sortie est déterminée en moyenne par

le retard introduit par l'interféromètre vis-à-vis du temps de cohérence de la source.

Plus concrètement, pour s'assurer de la disparition des franges d'interférences à un photon, intéressons-nous aux mesures de la figure 4.15 : en introduisant un retard de 8 m dans l'air (soit $\Delta t = 27$ ns) dans un interféromètre de Michelson, puis en envoyant la lumière issue de notre diode laser dans cet interféromètre, nous avons mesuré le contraste des franges d'interférence en modifiant pour chaque point le temps de cohérence T_L du laser*. Comme ces mesures ont été effectuées rapidement, la valeur du palier de contraste pour $T_L > 30$ ns est d'environ 0,5 — inférieure à 1 du fait des imperfections d'alignement de l'interféromètre. Cela ne change pas le comportement de la courbe, où la visibilité décroît fortement lorsque le temps de cohérence devient plus court que 30 ns pour atteindre des valeurs très proches de 0 à des temps inférieurs à 10 ns. Nous pouvons donc constater que pour $T_L < \Delta t$, le contraste chute très fortement : les interférences à un photon sont alors neutralisées.

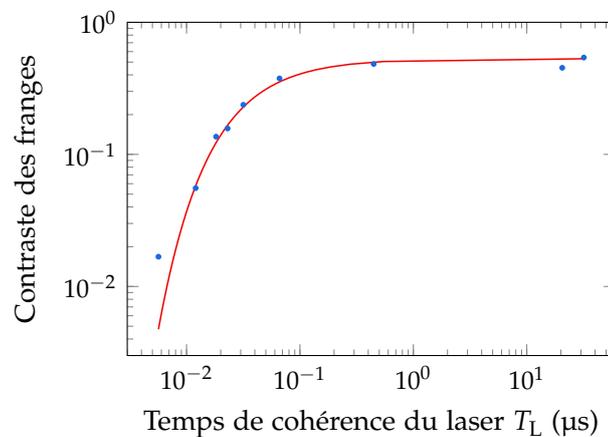


FIGURE 4.15 — Contraste des franges d'interférences du second ordre (à un photon) en fonction du temps de cohérence T_L du laser, avec un retard de 8 m entre les bras.

Si l'on se penche plus en détails sur la technologie permettant de contrôler la cohérence du laser, ce qui est fait en annexe A, le modulateur de bruit blanc qui détruit la cohérence a une bande passante pouvant dépasser de 100 MHz. Cela signifie qu'au bout d'un temps inférieur à 10 ns, la phase du champ émis par la diode laser est parfaitement aléatoire. Or les flux de photons détectés sont au plus de l'ordre de 100 kHz et le temps mort des détecteurs est d'environ 10 ns, ce qui assure que deux détections successives ne peuvent être effectuées à une fréquence supérieure à 10 MHz, une telle rapidité étant très peu probable. Ceci assure que deux détections successives d'un photon par un détecteur sont faites dans des conditions indépendantes, ce qui valide les critères exposés au paragraphe 4.2.1.

En conclusion de ce paragraphe, le contrôle de la cohérence de notre laser permet

* Pour plus d'informations sur la technique expérimentale de modification du temps de cohérence, consulter l'annexe A.

de brouiller totalement les interférences à un photon et de mesurer correctement les interférences à deux photons, dans les circonstances exposées au paragraphe 4.2.1 — en particulier, on vérifie $\Delta t \gg T_L$.

4.3.2 Étude en fonction de la puissance d'excitation

Tout d'abord, étudions le comportement des mesures de HOM vis-à-vis de la puissance d'excitation. Pour cela, la puissance d'excitation de la boîte quantique est modifiée pour chaque point de mesure, en veillant à passer du régime de diffusion Rayleigh résonnante (à basse puissance) au régime fortement saturé (à haute puissance). Pour chaque puissance, on fait l'acquisition de $g_{\parallel}^{(2X)}(\tau)$, puis de $g_{\perp}^{(2X)}(\tau)$. À basse puissance, avec 10^4 photons/s dans le meilleur des cas, une acquisition de $g^{(2X)}(\tau)$ peut prendre plusieurs heures.

La session de mesure présentée sur la figure 4.16 explore des puissances allant de $s_0 = 0,09$ à $s_0 = 3,4$ pour la boîte QDIII-bis*. Trois puissances d'excitation sont tracées ici (une pour chaque colonne) et sont représentatives de l'évolution des courbes de $g^{(2X)}(\tau)$ lorsque la puissance est modifiée autour de la puissance de saturation. Les deux premières lignes donnent respectivement $g_{\parallel}^{(2X)}(\tau)$ et $g_{\perp}^{(2X)}(\tau)$. Il s'agit directement des données expérimentales normalisées de manière à obtenir 1 pour des retards longs. La troisième ligne présente la courbe de visibilité établie avec les mesures des deux premières lignes, en utilisant l'expression (4.2.18).

Comme nous l'avons vu au paragraphe 4.2.4, lorsque les polarisations des deux bras sont croisées (deuxième ligne), on détruit les phénomènes d'interférences entre ces deux bras. Ainsi, on peut distinguer trois pics liés à la statistique de photons uniques de la source et aux différentes combinaisons de chemins entre les deux bras de l'interféromètre. À la différence de la courbe théorique de la figure 4.8, les pics n'atteignent pas leur valeur théorique. Pour la mesure à $s_0 = 0,09$, par exemple, $g_{\perp}^{(2X)}(0) = 0,55 \pm 0,03$ au lieu d'une valeur idéale de 0,5. De même, les pics B1 et B2 descendent respectivement à $0,82 \pm 0,02$ et $0,78 \pm 0,02$, au lieu de 0,75 dans le cas idéal. Le fait que ces pics passent par un minimum plus élevé que la valeur idéale est dû à la réponse instrumentale du système de détection. De plus, la légère différence entre l'amplitude des deux pics est lié au fait que la séparatrice n'est pas parfaitement équilibrée†.

La première ligne donne les mesures de $g^{(2X)}(\tau)$ en configuration de polarisation

* On rappelle que s est la paramètre de saturation : $s_0 = \Omega^2 T_1 T_2$. Il dépend donc de T_1 et T_2 , ainsi que de la puissance de saturation qui définit le coefficient de proportionnalité entre la référence de puissance d'excitation mesurée à l'aide d'un puissance-mètre et Ω^2 .

† En effet, des mesures des coefficients de réflexion et de transmission du cube séparateur à la longueur d'onde de travail donnent $R_{\text{réel}} = 41\%$ et $T_{\text{réel}} = 51\%$. Le total ne fait pas 100% du fait de l'absorption dans le cube. Ainsi, on se ramène à des coefficients normalisés par rapport à l'intensité totale sortante, ce qui donne $R = 0,45$ et $T = 0,55$.

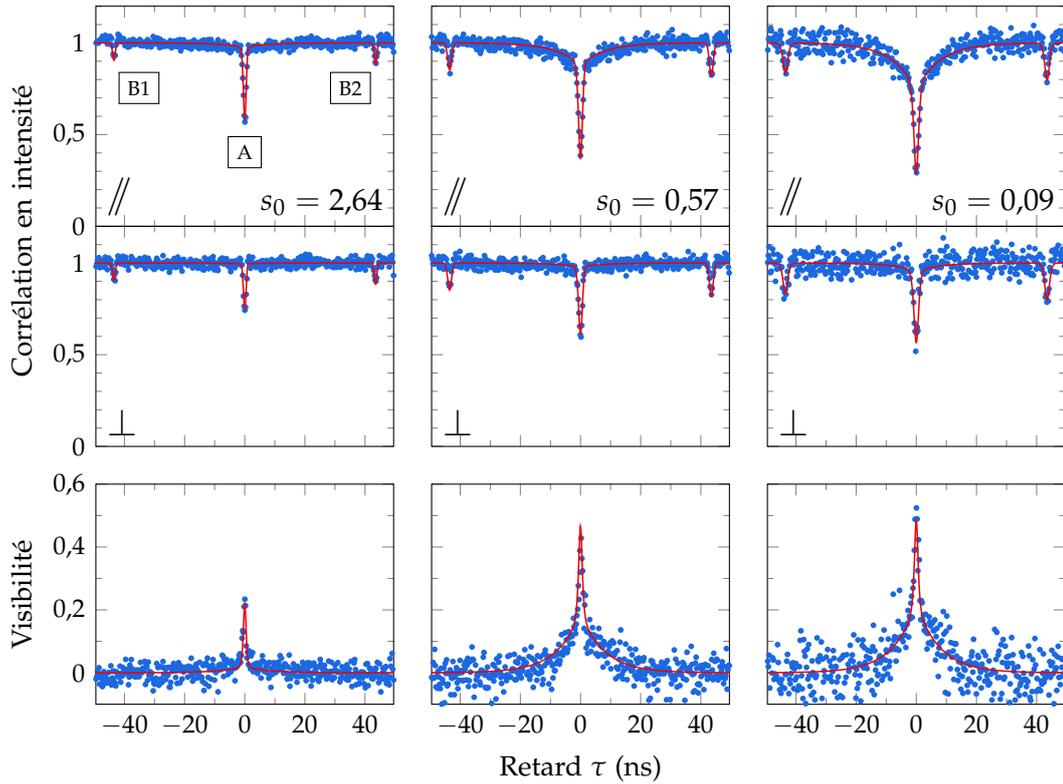


FIGURE 4.16 — Mesures de HOM pour trois puissances d'excitation autour de la puissance de saturation. Une puissance d'excitation correspond à une colonne, et pour chaque puissance sont présentées respectivement, de haut en bas, les mesures de corrélation correspondant à $g_{//}^{(2X)}$, à $g_{\perp}^{(2X)}$ et à la visibilité des interférences à deux photons calculée à partir des mesures de corrélation.

parallèle. Les différences avec le cas croisé se situent au niveau du pic A. Il apparaît à basse puissance une composante longue dont la constante de temps (8 ns) est la moitié de celle du laser. Ce comportement a été prévu dans le paragraphe 4.2.4 et est lié à la diffusion élastique du laser d'excitation qui introduit une composante longue dans $g^{(1)}(\tau)$ et donc dans le terme d'interférences de $g^{(2X)}(\tau)$. Lorsque la puissance est plus élevée, cette composante disparaît au profit d'une composante plus courte liée à la diffusion inélastique par le système à deux niveaux. Cette composante est difficile à discerner du pic de dégroupement lié à la statistique car elle a les mêmes temps caractéristiques, mais la valeur de $g^{(2X)}(0)$ est plus faible que dans le cas des polarisations croisées : à $s_0 = 2,64$, par exemple (colonne de gauche), $g_{\perp}^{(2X)}(0) = 0,72 \pm 0,02$ tandis que $g_{//}^{(2X)}(0) = 0,57 \pm 0,02$; la largeur à mi-hauteur est $1,1 \pm 0,1$ ns pour les deux configurations. Sur la mesure en configuration parallèle, une composante courte due aux interférences vient donc renforcer le pic de dégroupement qui a la même dynamique.

Enfin, la troisième ligne représente les courbes de visibilité obtenues à partir des

données présentées sur les deux premières lignes. Dans une situation idéale (cf. paragraphe 4.2.6), on devrait mesurer $V_{\text{HOM}}(0) = 1$ pour une source de photons uniques. Cependant, la composante fine est fortement affectée par la résolution temporelle du système de détection. À cet effet se rajoute le fait que les coefficients de visibilité en configuration croisée ou parallèle ne sont pas, respectivement, 0 et 1, ce qui a logiquement tendance à diminuer la visibilité des interférences.

Les ajustements présentés (courbes rouges continues) sont tracés avec les paramètres suivants : $T_1 = 0,3$ ns, $T_2 = 0,52$ ns et $T_L = 16$ ns, les coefficients de visibilité dans les cas croisé et parallèle étant respectivement $V_{0,\parallel} = 0,80$ et $V_{0,\perp} = 0,14$ et les coefficients de la séparatrice $R = 0,45$ et $T = 0,55$. L'ajustement ne concerne que les coefficients de visibilité V_0 et le coefficient de conversion entre la référence de puissance d'excitation et Ω^2 .

On pourra remarquer en particulier que les valeurs utilisées pour T_1 et T_2 sont différentes de celles établies au chapitre précédent (cf. paragraphe 3.3.7, p. 101). Bien qu'à l'extrémité des intervalles d'incertitude, les valeurs utilisées restent néanmoins proches et les ajustements sont ainsi bien meilleurs. Nous verrons au chapitre 5 que la prise en compte d'un fond parasite cohérent dû à la diffusion élastique du laser d'excitation permet d'ajuster ces courbes en conservant les valeurs de T_1 et de T_2 établies au chapitre 3.

Effet de la résolution temporelle des détecteurs

L'amplitude des différents pics observés sur les mesures de la figure 4.16 est donc fortement affectée par la réponse instrumentale du système de détection. Sur la figure 4.17 sont représentées les valeurs de $V_{\text{HOM}}(0)$, c'est-à-dire l'amplitude du pic de la courbe de visibilité des interférences, à $\tau = 0$. $V_{\text{HOM}}(0)$ est la plus élevée à basse puissance, avec $0,49 \pm 0,06$ à $s_0 = 0,09$, puis elle diminue lorsque la puissance d'excitation augmente, pour atteindre $0,14 \pm 0,03$ à $s_0 = 3,4$. La courbe verte pointillée est l'estimation théorique de $V_{\text{HOM}}(0)$ à partir des expressions (4.2.16) et (4.2.18) avec les paramètres précisés au paragraphe précédent, sans convoluer $g^{(2X)}(\tau)$ par la réponse temporelle des détecteurs. Cette courbe est très éloignée des valeurs expérimentales et ne change pas en fonction de la puissance d'excitation en restant à 0,75. Lorsque l'on convolue les courbes théoriques de $g^{(2X)}(\tau)$ par la réponse impulsionnelle des détecteurs, on obtient la courbe rouge, qui est alors très proche des données expérimentales.

La valeur théorique de $V_{\text{HOM}}(0)$, sans la convolution par les détecteurs, ne dépend pas de la puissance mais seulement des coefficients de visibilité V_0 pour les configurations de polarisation parallèle ou croisée. Cependant, la largeur de la courbe de visibilité, et en particulier de la composante fine observée sur les mesures de la figure 4.16, est fortement modifiée et diminue lorsque la puissance d'excitation augmente. Lorsque l'on convolue la courbe théorique par la réponse instrumentale, la valeur de

$V_{\text{HOM}}(0)$ diminue, d'autant plus lorsque la puissance d'excitation augmente.

Ainsi, lorsque la largeur de la composante fine, liée aux temps T_1 et T_2 , est de l'ordre du temps de réponse des détecteurs, la réponse instrumentale affecte fortement $V_{\text{HOM}}(0)$. Pour une même source, $V_{\text{HOM}}(0)$ dépend donc du système de détection utilisé et ne sera qu'indirectement et partiellement caractéristique de cette source, contrairement au cas où l'on utilise une excitation impulsionnelle (cf. paragraphe 4.2.5, p. 129).

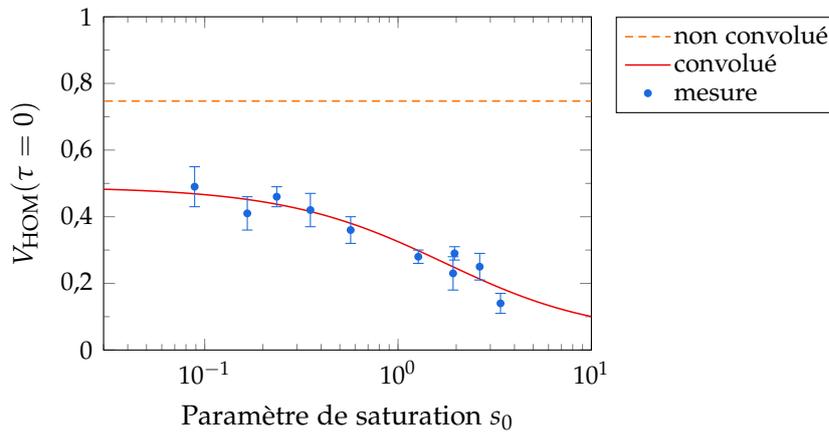


FIGURE 4.17 — Valeurs de $V_{\text{HOM}}(\tau = 0)$ en fonction de la puissance d'excitation.

Fenêtre temporelle de coalescence en fonction de la puissance d'excitation

Comme nous l'avons vu au paragraphe 4.2.7, la fenêtre temporelle de coalescence (FTC) présente l'avantage de quantifier la dynamique du phénomène de coalescence, indépendamment du système de détection. Sur la figure 4.18, la fenêtre temporelle de coalescence est tracée en fonction de la puissance d'excitation. Chaque point est issu de deux acquisitions de $g^{(2X)}(\tau)$, en configuration croisée et parallèle. Ces deux acquisitions permettent de remonter à la courbe de visibilité $V_{\text{HOM}}(\tau)$ des interférences, dont l'aire sous la courbe est la FTC*.

Ici, les mesures de FTC à haute puissance approchent de 0 — le point à plus haute puissance $s_0 = 3,4$ étant à $0,4 \pm 0,2$ ns. Dans ce régime de puissance, la diffusion élastique du laser d'excitation par le système à deux niveaux est très faible, et la dynamique de $g^{(2X)}(\tau)$ et de la courbe de visibilité sont de plus en plus rapides, et donc de moins en moins perçues par le système de détection qui a une résolution temporelle finie. Lorsque la puissance d'excitation diminue et passe sous la saturation, on observe une croissance forte de la FTC qui atteint $3,4 \pm 0,5$ ns pour le point à plus basse puissance $s_0 = 0,09$.

* La visibilité étant affectée d'un bruit, cela introduit une forte incertitude sur l'aire sous la courbe. C'est cette incertitude qui est utilisée sur la valeur de la FTC.

La courbe rouge continue est une courbe théorique tracée en utilisant les mêmes paramètres que ceux de la figure 4.16. L'accord avec les points expérimentaux affectés de leur barre d'erreur est assez satisfaisante, et les comportements commentés plus haut se retrouvent. Notamment, à basse puissance, la FTC augmente en tendant vers 4,5 ns, fortement influencée par le temps de cohérence du laser d'excitation ($T_L = 16$ ns). On notera que cette valeur est liée au temps de cohérence du laser, mais est également fortement limitée par le rapport $\frac{T_2}{2T_1}$ et les coefficients de visibilité V_0 . En effet, dans un cas idéal où $T_2 = 2T_1$ et $V_0 = 1$ et 0 en configuration parallèle et croisée, la FTC calculée avec le modèle atteint 8,5 ns, ce qui est légèrement supérieure à $T_L/2$ — le supplément étant lié à la statistique de photons uniques.

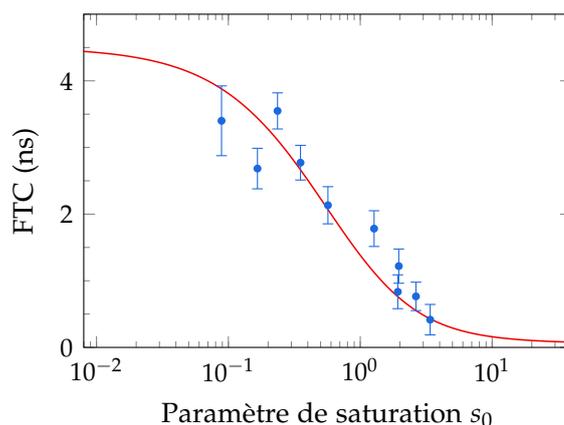


FIGURE 4.18 — Fenêtre temporelle de coalescence en fonction de la puissance d'excitation.

4.3.3 Étude en fonction de la cohérence du laser d'excitation

À basse puissance d'excitation, les mesures d'interférences à deux photons dépendent donc fortement du temps de cohérence du laser. A priori, contrôler les propriétés de cohérence du laser devraient donc affecter la mesure de $g^{(2X)}(\tau)$ à basse puissance.

Afin d'étudier ce comportement, nous effectuons les mêmes mesures que précédemment, en utilisant une puissance d'excitation faible devant la puissance de saturation, et en modifiant cette fois le temps de cohérence du laser d'excitation* entre chaque point de mesure. Pour chaque valeur du temps de cohérence, $g^{(2X)}(\tau)$ est mesurée en configuration de polarisation parallèle. Chaque intégration de $g^{(2X)}(\tau)$ durant plus d'une heure, nous avons en revanche choisi de ne faire qu'une seule acquisition de $g^{(2X)}(\tau)$ en configuration croisée, qui, dans un cas idéal, ne dépend

* Le fonctionnement et la caractérisation du système de contrôle de la cohérence du laser sont exposés en détails à l'annexe A.

pas du temps de cohérence du laser d'excitation*.

Les mesures effectuées pour trois temps de cohérence du laser sont présentées sur la figure 4.19 — les trois mesures en configuration croisée sont en fait une seule mesure avec un temps de cohérence du laser $T_L = 12$ ns. La puissance d'excitation utilisée est relativement faible devant la saturation ($s_0 = 0,3$), afin de se placer dans le régime de diffusion Rayleigh. Au cours de cette session de mesure, le temps de cohérence du laser d'excitation a été modifié de $T_L = 9,9 \pm 1,5$ ns à 44 ± 8 ns. Les limites de cette plage sont due, pour la limite haute, au retard de l'interféromètre qui doit rester grand devant le temps de cohérence de la source. Le plus long temps (44 ns) ne vérifie d'ailleurs plus parfaitement cette condition puisque le retard de l'interféromètre vaut $\Delta t = 43,5$ ns. La limite basse de la plage explorée est due aux limites techniques de modulation de notre diode laser — plus la modulation est élevée, plus le temps de cohérence est faible. Mentionnons également le fait qu'il faut maintenir $T_L \gg T_1, T_2$ pour pouvoir décrire le comportement du système à deux niveaux dans le référentiel tournant du laser comme nous le faisons dans notre modèle théorique.

Les mesures de $g_{\parallel}^{(2X)}(\tau)$ et, en conséquence, les courbes de visibilité, sont effectuées à une puissance faible devant la saturation ($s_0 = 0,3$) et présentent la composante longue liée à la diffusion élastique du laser d'excitation par le système à deux niveaux. Cette composante longue décroît exponentiellement avec un temps caractéristique de déclin de $T_L/2$. Le changement de constante de temps est alors visible et est en accord avec le changement de temps de cohérence du laser d'excitation.

Les courbes rouges sont tracées avec les mêmes paramètres que lors de l'étude précédente, c'est-à-dire $T_1 = 0,3$ ns et $T_2 = 0,52$ ns, un retard de l'interféromètre $\Delta t = 43,5$ ns et les coefficients de la séparatrice $R = 0,45$ et $T = 0,55$. Seuls changent les facteurs de visibilité V_0 qui valent 0,8 et 0 respectivement en configuration de polarisation parallèle et croisée. S'il y a un bon accord global entre ces courbes théoriques et les courbes mesurées, on peut relever un léger désaccord dans l'amplitude de la composante due à la diffusion élastique, qui semble être sous-estimé par le modèle. Nous verrons au chapitre 5 que ce désaccord est résolu par l'introduction dans le modèle d'un fond laser parasite en plus de la photoluminescence de la boîte quantique.

Effet de la résolution temporelle des détecteurs

Intéressons-nous de nouveau à la valeur à $\tau = 0$ de la courbe de visibilité, représentée est représenté sur la figure 4.20. Les points expérimentaux correspondent aux

* Ce n'est pas tout à fait vrai car en réalité le coefficient de visibilité $V_0 > 0$, et comme nous le verrons au chapitre 5, il existe un fond parasite dû à la diffusion élastique vers le système de détection du laser d'excitation. Ces deux facteurs introduisent une légère dépendance de $g^{(2X)}(0)$ au temps de cohérence du laser d'excitation en configuration de polarisation croisée.

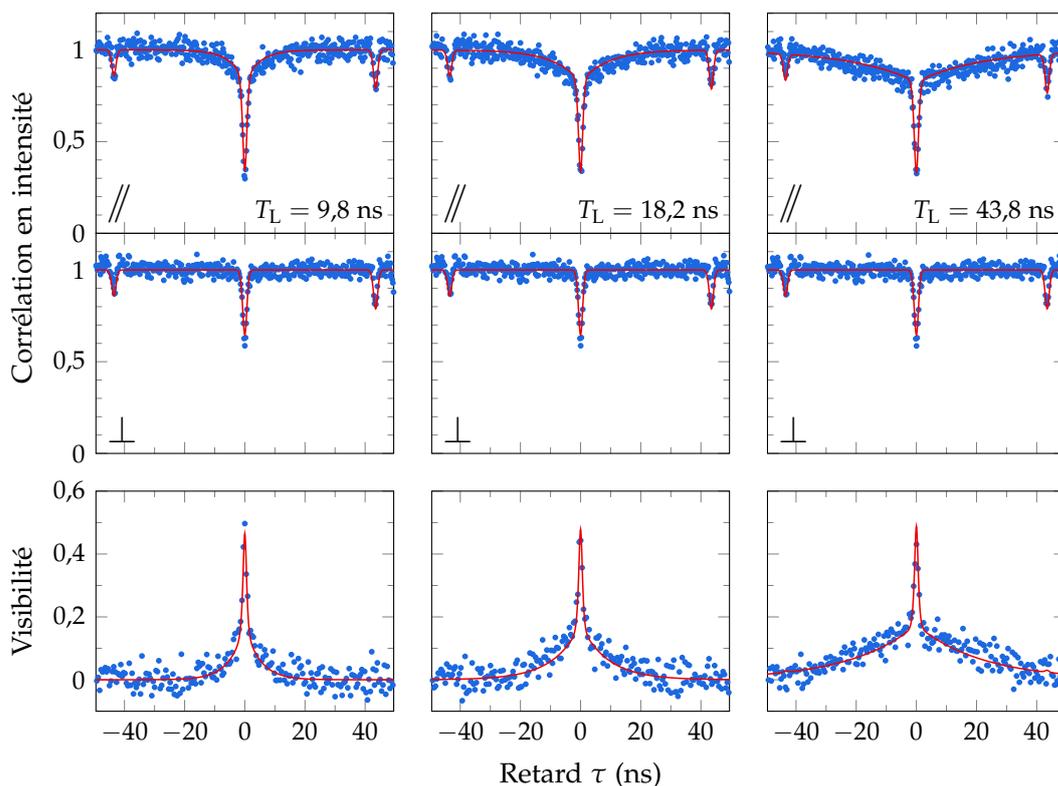


FIGURE 4.19 — Mesures de HOM pour différents temps de cohérence T_L du laser d'excitation.

valeurs de $V_{\text{HOM}}(0)$ extraites des mesures de $g^{(2X)}(\tau)$ en configuration de polarisation parallèle et croisée. Quel que soit le temps de cohérence du laser d'excitation, les valeurs expérimentales sont comprises entre $0,44 \pm 0,04$ pour $T_L = 44$ ns et $0,50 \pm 0,03$ pour $T_L = 9,8$ ns. Elles semblent donc très peu affectées par le changement de temps de cohérence du laser d'excitation. La courbe verte pointillée est la courbe théorique tracée avec les paramètres utilisés pour les ajustements de la figure 4.19, sans convoluer par la réponse instrumentale du système de détection. La courbe rouge continue prend en compte la réponse instrumentale.

Comme pour l'étude précédente, lorsque la courbe théorique ne prend pas en compte la réponse instrumentale, $V_{\text{HOM}}(0)$ vaut 0,78 et ne dépend pas du temps de cohérence du laser d'excitation, mais uniquement des coefficients de visibilité V_0 en polarisation croisée et parallèle. Lorsque l'on prend en compte la réponse instrumentale, $V_{\text{HOM}}(0)$ croît brutalement entre $T_L = 0$ et 5 ns, puis se stabilise avec des valeurs entre 0,45 et 0,5 pour $T_L > 5$ ns. On retrouve alors la faible sensibilité au temps de cohérence du laser, ce qui est en parfait accord avec le comportement mesuré. Bien que le comportement pour $T_L < 5$ ns soit logique du fait que le temps de cohérence approche alors du temps de réponse des détecteurs, l'hypothèse $T_L \gg T_1, T_2$ n'est pas vérifiée et le modèle sort ici de sa zone de validité.

Comme T_L est toujours grand devant le temps de résolution des détecteurs qui est de l'ordre de 1 ns, les composantes dont la dynamique est de l'ordre de T_L sont parfaitement résolues par le système de détection. La modification de T_L a donc peu d'effet sur $V_{\text{HOM}}(0)$, dans les plages de temps de cohérence que nous pouvons explorer.

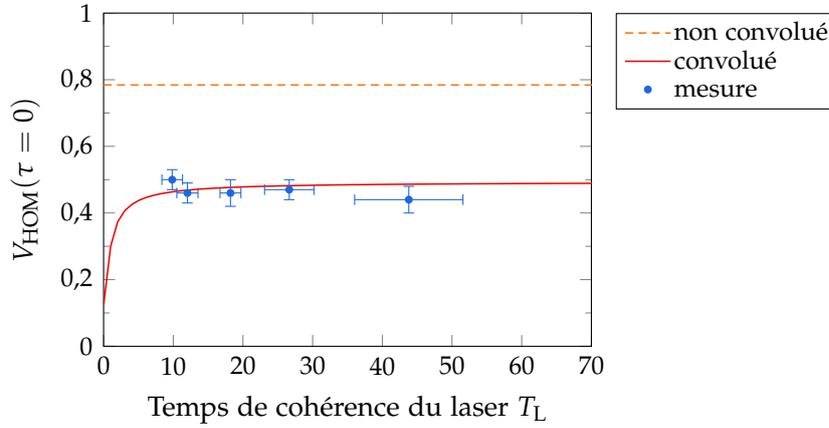


FIGURE 4.20 — Valeurs de $V_{\text{HOM}}(\tau = 0)$ en fonction du temps de cohérence du laser d'excitation, dans le régime de diffusion Rayleigh.

Fenêtre temporelle de coalescence en fonction du temps de cohérence du laser

À partir de la session de mesure de la figure 4.19, il est également possible de calculer la fenêtre temporelle de coalescence pour chaque valeur du temps de cohérence du laser. Le résultat est tracé sur la figure 4.21. En passant de $T_L = 9,8$ ns à 43,8 ns, la FTC mesurée augmente de $2,5 \pm 0,4$ ns à $7,4 \pm 0,4$ ns. La dépendance est essentiellement linéaire avec une déviation sur la mesure à $T_L = 43,8$ ns qui est aux limites de validité du modèle comme nous l'avons vu plus haut. Cette dépendance linéaire s'explique par le fait que la FTC à basse puissance est principalement déterminée par le temps de cohérence du laser T_L , qui définit une très grande part de l'aire sous la courbe de visibilité.

En conclusion, dans le régime de diffusion Rayleigh, la FTC est essentiellement déterminée par le temps de cohérence du laser. Travailler dans ce régime permet donc d'améliorer considérablement les propriétés de cohérence et d'indiscernabilité des photons émis par la boîte quantique, mais aussi de les modifier en contrôlant la cohérence du laser d'excitation.

4.3.4 Ajout d'un fond parasite cohérent

Dans les mesures étudiées dans cette section, nous avons utilisé des valeurs légèrement différentes de T_1 et T_2 , soit 0,3 et 0,52 ns ici, au lieu de 0,37 et 0,54 ns

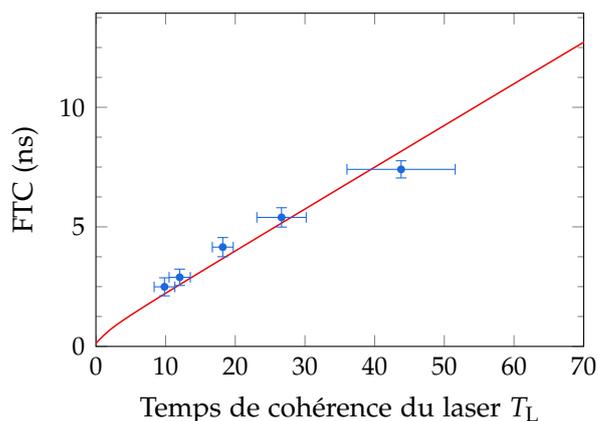


FIGURE 4.21 — Fenêtre temporelle de coalescence à basse puissance, en fonction du temps de cohérence du laser d'excitation.

comme estimé au chapitre 3. De plus, nous avons remarqué dans le paragraphe 4.3.3 que le modèle théorique semblait sous-estimer l'amplitude de la composante longue liée à la diffusion élastique du laser.

Le modèle théorique tel qu'il est à ce stade n'explique pas complètement les mesures. Nous avons vu aussi au chapitre 3 que les mesures de $g^{(1)}(\tau)$ et $g^{(2)}(\tau)$ ne pouvaient pas toujours être ajustées sans prendre en compte un fond parasite de diffusion élastique du laser, supplémentaire à la diffusion élastique naturelle du système à deux niveaux excité à basse puissance.

Considérons que le champ émis par la boîte quantique est accompagné par un champ cohérent parasite qui provient du laser diffusé élastiquement. De la même manière que nous l'avons fait pour $g^{(1)}(\tau)$ et $g^{(2)}(\tau)$, cela revient à remplacer $E^{(+)}$ par $E^{(+)} + \alpha$ dans le développement de la figure 4.7. Comme précédemment, ce champ α devient une constante complexe $\tilde{\alpha}$ dans le référentiel tournant du laser, ce changement de référentiel comprenant toutes les fluctuations d'énergie.

Au final, l'ajout du champ parasite revient exactement à remplacer dans (4.2.16) les corrélateurs $G^{(1)}(\tau)$ et $G^{(2)}(\tau)$ (ou leur version normalisée) par leur version comprenant le champ parasite, c'est-à-dire respectivement les expressions (3.2.12) et (3.3.17). Comme nous l'avons vu au paragraphe 3.3.4, certains corrélateurs présents dans le développement de $G^{(2)}(\tau)$ avec le champ parasite seront calculés dans le chapitre 5, et nous estimerons l'effet du champ parasite sur $g^{(2X)}(\tau)$ dans ce chapitre également.

Conclusion du chapitre

Nous avons donc modélisé et mesuré le comportement de la fonction d'autocorrélation de l'intensité $g^{(2X)}(\tau)$ à la sortie de l'interféromètre de Hong–Ou–Mandel, et de la courbe de visibilité des interférences à deux photons $V_{\text{HOM}}(\tau)$, avec une source unique, la boîte QDIII-bis. L'interféromètre de Hong–Ou–Mandel est constitué d'un interféromètre de Mach–Zehnder fortement déséquilibré, avec un retard supérieur au temps de cohérence de la source qui permet de rendre les deux faisceaux incidents sur la séparatrice de sortie parfaitement indépendants. En effectuant une mesure de corrélations entre les deux sorties de l'interféromètre, nous pouvons retrouver un creux d'anticoïncidences, signature du phénomène de coalescence qui prévoit que des photons indiscernables doivent quitter la séparatrice par la même sortie.

Or deux photons ayant le même mode spatial et la même polarisation, détectés parfaitement simultanément, sont toujours indiscernables, ce qui signifie que la courbe de visibilité des interférences à deux photons $V_{\text{HOM}}(\tau)$ doit toujours atteindre 1 à $\tau = 0$ dans un cas idéal, même avec des sources très peu cohérentes entre elles. Seul le manque de résolution temporelle du système de détection est alors responsable de la perte de visibilité à $\tau = 0$, car le pic de visibilité est d'autant plus fin que les sources sont peu cohérentes entre elles. Le comportement de $V_{\text{HOM}}(\tau)$ est donc mal décrit par la valeur de $V_{\text{HOM}}(0)$ étant donné qu'elle est ne rend compte de la largeur de $V_{\text{HOM}}(\tau)$ qu'à travers la convolution de $g^{(2X)}(\tau)$ par la réponse instrumentale du système de détection. De même la largeur à mi-hauteur de la courbe de visibilité ne peut rendre compte de plusieurs composantes ayant des temps et des poids différents, ce qui est le cas de $V_{\text{HOM}}(\tau)$.

Grâce à la fenêtre temporelle de coalescence, nous avons pu étudier quantitativement l'effet du temps de cohérence du laser sur les mesures d'indiscernabilité. Cela a permis également de rendre compte de l'apparition de la composante de diffusion élastique lorsque la puissance d'excitation devient faible devant la puissance de saturation. Cette caractéristique permet donc d'estimer de manière quantitative le retard moyen entre les détections au-delà duquel la coalescence ne sera plus observée.

Les ajustements théoriques effectués sur les mesures d'indiscernabilité ne sont cependant pas parfaitement satisfaisants : comme nous l'avons vu, les temps caractéristiques T_1 et T_2 utilisés pour la boîte QDIII-bis sont légèrement inférieurs aux temps estimés dans le chapitre 3. Nous allons voir au chapitre suivant un modèle théorique comprenant un champ laser parasite, qui permettra d'ajuster les courbes d'indiscernabilité de manière très satisfaisante en utilisant les temps caractéristiques estimés de manière rigoureuse au chapitre 3.