

**INFLUENCE DU COEFFICIENT D'ÉCHANGE
THERMIQUE SUR LE COMPORTEMENT D'UNE
DALLE EN BETON RECUPERATRICE D'ÉNERGIE
SOLAIRE EN RÉGIME TRANSITOIRE**

DEDICACES

A

Mes parents : Mon père et ma mère

Mes frères :

Saykhoul et Leyty

Qui n'ont ménagé aucun effort pour me soutenir

Tout au long de mon cursus universitaire

Ainsi qu'à leurs femmes mais plus particulièrement à

Absa Lô.

Remerciements

Mes remerciements à :

Monsieur Momar Marème DIENG, Professeur Titulaire et Directeur de l'enseignement supérieur et responsable du DEA de chimie physique Appliquée à l'énergie de la faculté des sciences et Techniques de l'U.C.A.D. Je vous remercie de m'avoir accepté à s'inscrire au DEA de chimie physique Appliquée à l'énergie dont vous êtes le Responsable. Vous avez été toujours disponible à recevoir les différentes sollicitations des étudiants sans distinction de catégories socio-professionnelles. Vos conseils de sage, font de vous un homme de Dieu plein de qualités humaines, sociales et scientifiques. Je vous remercie, de tout mon cœur, pour l'honneur que vous me faites en acceptant de participer et de présider ce jury.

Monsieur Amadou .L. N'DIAYE, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences et Techniques de L'U.C.A.D. Je vous remercie pour co-diriger ce travail et pour l'honneur que vous me faites en acceptant de participer à ce jury. Vous avez été toujours attentif aux étudiants en leur donnant des conseils et accompagnant dans leurs activités d'études. Je vous remercie également pour m'avoir enseigné au premier cycle.

Monsieur Mamadou ADJ, Maître de Conférences, Directeur des études de l'Ecole Supérieure Polytechnique de l'U.C.A.D et Responsable du Laboratoire d'Energétique Appliquée (L.E.A). Je vous exprime mes remerciements les plus sincères. Vous avez été accueillant, ouvert, attentif à l'ensemble des étudiants de votre Laboratoire sans distinction. Vous aviez mis à notre disposition tout ce dont nous avons besoin pour mener bien les travaux de recherche qui nous ont été confiés. Au delà de l'accueil et du soutien matériel et moral, vous avez des qualités humaines et sociales très appréciables. Je vous remercie de bien vouloir accepter et de participer à ce jury.

Monsieur Salif GAYE, Maître –assistant à l'ESP de Thiès. Vous avez été toujours accueillant et ouvert aux différentes sollicitations des étudiants. Vos conseils ont été encourageants et bénéfiques pour nous. Vos qualités relationnelles, humaines et sociales, font de vous un homme de Dieu toujours disponible à accepter les autres. Je vous remercie pour l'honneur que vous me faites en acceptant de participer à ce jury.

Monsieur André FICKOU, Maître-Assistant à la Faculté des Sciences et Techniques de l'U.C.A.D. Je vous remercie pour l'honneur que vous me faites, en ne ménageant aucun effort, en acceptant de participer à ce jury.

Monsieur Grégoire SISSOKO, Professeur Titulaire à la Faculté des Sciences et Techniques de L'U.C.A.D. pour avoir bien voulu co-diriger ce travail. Je ne saurais trouver assez de mots forts pour vous exprimer toute ma profonde gratitude. Vous avez été toujours disponible à promouvoir davantage l'éducation des jeunes sans distinction. Malgré vos multitudes charges sociales, scolaires et universitaires, vous avez pu donner le meilleur de vous-même pour toujours accompagner les jeunes dans leurs éducations scientifiques, morales et sociales. Vous êtes un homme de conviction, de sagesse et vos conseils ont suscité en moi la persévérance et l'abnégation dans le travail. Vous avez été

REMERCIEMENTS

accueillant, attentif à nos différentes sollicitations et également aussi aux autres. Je vous remercie, de tout mon cœur, pour l'honneur que vous me faites en acceptant de participer à ce jury.

Monsieur Fabé Idrissa BARRO, Docteur de L'Université Cheikh Anta Diop de Dakar. Vous avez été toujours disponible à nos innombrables sollicitations. De part votre abnégation dans le travail, votre courage, votre volonté de faire toujours mieux, j'ai pu bénéficier de votre apport inégalable dans la confection de ce travail. Je ne cesserai jamais vous remercier pour tout ce que vous avez fait pour l'ensemble de l'équipe que nous formons. Que Dieu le Tout Puissant illumine ton chemin toujours.

Monsieur Amadou DIAO, Docteur de L'Université Cheikh Anta Diop de Dakar. Vous avez été toujours disponible à nos innombrables sollicitations. De part votre abnégation dans le travail, votre courage, votre volonté de faire toujours mieux, j'ai pu bénéficier de votre apport inégalable dans la confection de ce travail. Je ne cesserai jamais vous remercier pour tout ce que vous avez fait pour l'ensemble de l'équipe que nous formons. Que Dieu le Tout Puissant illumine ton chemin toujours.

Monsieur Senghane MBODJI, Docteur de L'Université Cheikh Anta Diop de Dakar. Vous avez été toujours disponible à nos innombrables sollicitations. De part votre abnégation dans le travail, votre courage, votre volonté de faire toujours mieux, j'ai pu bénéficier de votre apport inégalable dans la confection de ce travail. Je ne cesserai jamais vous remercier pour tout ce que vous avez fait pour l'ensemble de l'équipe que nous formons. Que Dieu le Tout Puissant illumine ton chemin toujours.

Monsieur NZONZOLO, Docteur de L'Université Cheikh Anta Diop de Dakar. Vous avez été toujours disponible à nos innombrables sollicitations. De part votre abnégation dans le travail, votre courage, votre volonté de faire toujours mieux, j'ai pu bénéficier de votre apport inégalable dans la confection de ce travail. Je ne cesserai jamais vous remercier pour tout ce que vous avez fait pour l'ensemble de l'équipe que nous formons. Que Dieu le Tout Puissant illumine ton chemin toujours.

Je remercie également Dr. Saïdou Madougou, Moustapha Thiame, mes amis et collègues du Laboratoire des Semiconducteurs et d'Energie Solaire (L.A.S.E.S): Moustapha Thiame, Mouhamadou Moustapha Dème, Aliou Badiane, Abdoulaye N'diaye, Songdé Sarr, Aminata Guèye, Séga guèye, Allé Dioum, Alfred Sarr, à tous mes amis d'enfance.

NOMENCLATURE

h : coefficient d'échange thermique-----	$(W/m^2.K)$
α : diffusivité thermique-----	$(m^2.s^{-1})$
λ : conductivité thermique-----	$(W/m.K)$
S : surface d'échange-----	(m^2)
T_p : température de la paroi-----	(K)
T_a : température caractéristique du fluide loin de la paroi-----	(K)
Φ : flux de chaleur échangé-----	(W)
v : vitesse du fluide-----	$(m.s^{-1})$
Nu : variable réduite Nusselt-----	(W/s)
E_s : ensoleillement-----	$(W.m^{-2})$
ρ : masse volumique-----	$(Kg.m^{-3})$
C : chaleur spécifique-----	$(J.Kg^{-1}.C^{-1})$
P_p : puits de chaleur par unité de volume-----	$(W.m^{-3})$
h_{ar} : coefficient d'échange thermique à la face arrière-----	$(W/m^2.K)$
h_{av} : coefficient d'échange thermique à la face avant-----	$(W/m^2.K)$
L : longueur de la dalle-----	(m)
Bi : nombre de Biot	
u : variable réduite d'espace	
τ : variable réduite de temps	

Liste des figures

Figures 1, 2,3 : Profil du coefficient d'échange thermique en fonction de la vitesse du fluide-----	pages 5 et 6
Figure 4 : échantillon à étudier-----	page 11
Figure 5 : vue de profil de la dalle-----	page 12
Figure 6 : schéma d'un élément de la dalle-----	page 13
Figure 7 : schéma de la partie inférieure de la dalle-----	page13
Figure 8 : détermination graphique des valeurs propres de l'équation transcendante-----	page 15
Figure 9-a : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite d'espace pour $Bi_1=10,16,22$ et $Bi_2=0$ -----	page 16
Figure 9-b : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite d'espace pour $Bi_1=10,16,22$ et $Bi_2=1000$ -----	page 16
Figure 10-a : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite d'espace pour $Bi_1=1,205$ et $Bi_2=1000$ -----	page 17
Figure 10-b : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite d'espace pour $Bi_1=10^{10}$ et $Bi_2=1000$ -----	page 17
Figure 11-a : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps pour $Bi_1=30,45,55$ et $Bi_2=0$ -----	page 18
Figure 11-b : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps pour $Bi_1=10,16,22$ et $Bi_2=10000$ -----	page 18
Figure 12-a : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps pour $Bi_1=1,205$ et $Bi_2=1000$ -----	page 18
Figure 12-b : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps pour $Bi_1=10^{10}$ et $Bi_2=1000$ -----	page18

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	- 1 -
Chapitre I : Etude bibliographique.....	- 2 -
INTRODUCTION	- 3 -
I-1 : Méthodes de détermination du coefficient d'échanges thermiques	- 3 -
I-2 : Méthodes de bilan thermique en régime permanent	- 3 -
I-3 : Méthodes du bilan thermique en régime transitoire.....	- 4 -
I-3-1 : Coefficients d'échange constants	- 4 -
I-3-2 : Coefficients d'échange non constants	- 4 -
I-3-3 : Ecoulement laminaire	- 5 -
I-3-4 : Ecoulement turbulent	- 5 -
I-4 : Méthodes de corrélations empiriques.....	- 5 -
I-5 : Méthodes des abaques.....	- 6 -
Conclusion	- 7 -
Chapitre II : Etude de la diffusion de la chaleur	- 8 -
Introduction.....	- 9 -
II : Equation de la chaleur.....	- 9 -
II-1 : Loi de Fourier.....	- 9 -
II-2 : Equation de la conduction de la chaleur.	- 9 -
II-2-1 : Equation bilan.	- 10 -
II-2-2 : Résolution de l'équation de la chaleur.	- 11 -
II-2-2-1 : Etude de la dalle en béton récupératrice.	- 11 -
II-2-2-2 : Equation différentielle du champ thermique de la dalle	- 12 -
II-2-2-3 : Etude de la partie inférieure de la dalle ($x = 0$ à $x = L_2$).	- 13 -
II-3 : Résultats et discussions.....	- 15 -
II-3-1 : Régime statique	- 16 -
II-3-2 : Régime dynamique transitoire	- 17 -
Conclusion :	- 19 -
Conclusion Générale.....	- 20 -
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	- 20 -
ANNEXES MATHEMATIQUES	- 22 -

INTRODUCTION GENERALE

Avec le développement de l'urbanisme et de l'habitat, les matériaux que sont le sable, le ciment et le fer constituent des ressources tant convoitées par la population. Dans le souci de dompter la nature et du confort, plusieurs études ont été faites sur les différentes méthodes de caractérisation des matériaux. Ainsi des résultats ont été donnés sur la diffusivité, la conductivité et le coefficient d'échange. Et chacun de ces paramètres a une influence particulière sur les matériaux.

Mon étude qui est axée sur la propagation de la chaleur permet d'étudier l'influence du coefficient d'échange thermique sur le comportement du flux de chaleur aux faces avant et arrière de la dalle en béton récupératrice d'énergie solaire.

Dans ce travail nous donnons au chapitre 1, une étude bibliographique portant sur les coefficients d'échange thermique pour différents régimes. Principalement la variation du coefficient d'échange thermique en fonction de la vitesse du fluide est décrite sur les profils des figures 1,2 et 3.

Au chapitre II, nous faisons une étude de la dalle à travers une analyse phénoménologique des processus de diffusion de la chaleur. Des expressions de la température réduites en fonction des variables réduites d'espace et de temps sont établies.

Chapitre I : Etude bibliographique

INTRODUCTION

Au cours des années passées, les chercheurs dans le cadre de leurs travaux se sont basés sur différentes méthodes pratiques et théoriques pour caractériser les matériaux.

. L'utilisation des matériaux pour un confort thermique dans la bâtiment ou dans le but d'économie d'énergie doit être précédé par les connaissances des propriétés intrinsèques du matériau. Dans le domaine de la thermique pour déterminer les propriétés thermo physiques que sont la conductivité (λ), la diffusivité (α) et le coefficient d'échange (h) (radiatif et convectif) dépendant de la nature du matériau, des dimensions et état de la surface d'échange, des conditions expérimentales.

Ainsi nous allons essayer de faire une étude bibliographique sur les principales méthodes de caractérisations des coefficients d'échange.

NOTA-BENE : ces méthodes de détermination sont pour un fluide gazeux.

I-1 : Méthodes de détermination du coefficient d'échanges thermiques

L'importance des transferts de chaleur fluide-paroi a été mise en évidence dans l'étude des échangeurs, des chaudières, de la trempe des alliages, du stockage thermique de l'énergie, du refroidissement des composants électroniques, du confort thermique dans l'habitat, etc.....

Ces transferts de chaleur fluide- paroi dépendent des facteurs suivants :

- la géométrie de la paroi
- les dimensions de la paroi
- l'état de la surface de la paroi
- la température du caloporteur environnant
- les caractéristiques et la vitesse du caloporteur.

Plusieurs méthodes de détermination de ce coefficient peuvent être utilisées et parmi lesquelles, nous allons en citer :

- les méthodes de bilan thermique en régime permanent
- les méthodes de bilan thermique en régime transitoire
- les méthodes empiriques : corrélation et / ou abaques.

I-2 : Méthodes de bilan thermique en régime permanent

Les mesures de flux de chaleur Φ et des températures de paroi permettent de trouver le coefficient d'échange par convection à partir du bilan thermique [1].

Ainsi le flux de chaleur échangé par convection entre la paroi de surface(S) et le fluide peut s'écrire :

$$\phi = S.h.(T_p - T_a) = S.h.\Delta T \quad (I-1)$$

Ainsi on aura :

$$h = \frac{\phi}{S.(T_p - T_a)} = \frac{\phi}{S.\Delta T} \quad (I-2)$$

où Φ : flux de chaleur échangé (W)

S : surface d'échange (m^2)

$\Delta T = (T_p - T_a)$: différence de température de la paroi et du fluide

T_p : température de paroi (K)

T_a : température caractéristique du fluide loin de la paroi (K)

h : coefficient d'échange convectif ($W/(m^2.K)$)

I-3 : Méthodes du bilan thermique en régime transitoire.

Nous allons essayer de voir les différentes méthodes de caractérisation des coefficients d'échange par convection fluide – paroi en régime transitoire.

I-3-1 : Coefficients d'échange constants

N.M.TSIREL'MAN, F.G.BAKIROV et Z.G.SHAIKHUT-DINOV [2], en se basant sur la loi de refroidissement d'un milieu semi-infini initialement à la température T_o et à $x=0$, à la condition aux limites de Fourier imposées par la circulation du fluide à la température T_f et à partir du thermogramme enregistré en un point du milieu à une distance x de la surface, ils déterminent t_e et en s'appuyant sur l'expression analytique de la température pour trouver la valeur de h .

R.C.MEHTA[3], évalue le coefficient h en partant des variations de température dans un mur d'épaisseur (e) à la température T_o , isolé sur une face et avec des conditions de Fourier sur l'autre face. En mesurant la température sur la face isolée, il obtient à chaque instant t donné, par identification une valeur de h .

M.TSIREL'MAN [4] propose une méthode fondée sur la vitesse de déplacement des isothermes dans un solide soumis à un chauffage constant et en contact avec un fluide.

I-3-2 : Coefficients d'échange non constants

H.T.STERNFELD et J.REINKENHOF [5] représentent le champ thermique dans un solide en contact avec un fluide par une fonction polynomiale. Les températures mesurées dans le mur permettent, par une méthode de moindres carrés, de calculer les coefficients du polynôme. La température du fluide, la conductivité et le masse volumique sont également représentées par des polynômes. Ces coefficients déterminent le coefficient h en introduisant tous ces polynômes dans une relation obtenue à partir d'un bilan d'énergie établi entre les faces extérieures du solide.

V.N.KOZLOV [6] impose sur une face d'un mur, une température en fonction du temps. Devant l'impossibilité d'accéder aux valeurs extrêmes, il calcule un certain nombre de termes d'une série numérique à partir des mesures de température à l'intérieur du mur, en divers endroits. Son modèle thermocinétique lui permet de trouver le coefficient (h).

I-3-3 : Ecoulement laminaire

Pour un écoulement laminaire, la vitesse est supposée uniforme mais cette même vitesse peut être fonction du temps. Les conditions axiales et les dissipations visqueuses négligées, la densité de flux quittant la paroi, donnent des résultats où le coefficient d'échange est constant de même que la température pour une abscisse donnée [7].

I-3-4 : Ecoulement turbulent

H.KAWAMURA [8] estime que l'écoulement turbulent est développé et que les propriétés physiques ne sont pas fonction de la température pour les échanges entre le tube et un fluide. En superposant un échelon de puissance avec un autre mais de puissance continue, les conditions aux limites sont ainsi définies :

- la température du fluide constante à l'entrée du tube,
- la surface extérieur isolée ;
- à l'interface fluide-paroi, la vitesse du fluide est nulle ;
- sa température est égale à celle de la paroi et
- le flux est conservé.

I-4 : Méthodes de corrélations empiriques

Ces méthodes ont été utilisées pour déterminer les valeurs des coefficients d'échange par estimation, déduites de l'expérimentation. Et ces méthodes permettent d'exprimer le coefficient d'échange en fonction de la vitesse du fluide de façon générale sous la forme suivante [9] :

$$h = A + B.v^n \quad (I-3)$$

où A, B, n sont des coefficients, $A(W.m^{-2}.K^{-1})$ et $B(W.m^{-(n+2)}.K^{-1}.s^n)$

$v(m.s^{-1})$ est vitesse de l'évolution du fluide.

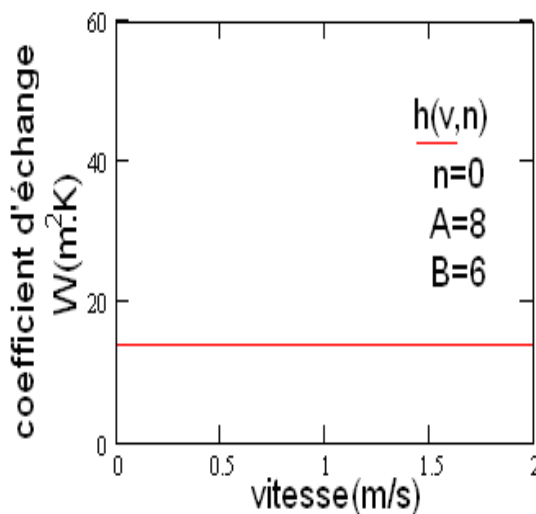


Figure 1

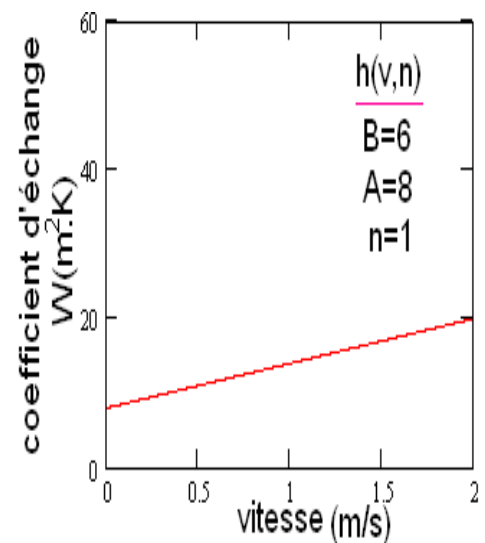


Figure 2

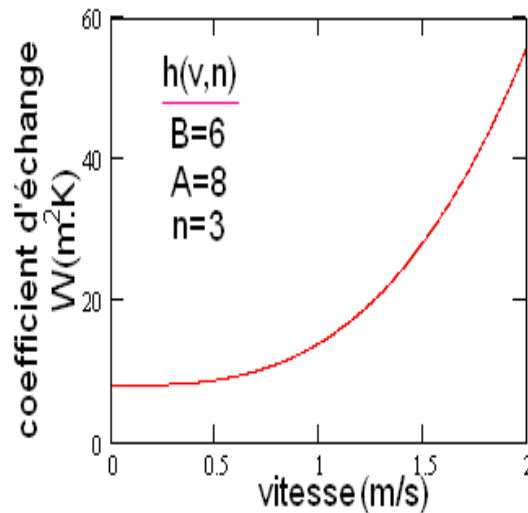


Figure 3

Figures 1, 2,3 : Profils du coefficient en fonction de la vitesse du fluide.

Ces trois courbes représentent le profil du coefficient d'échange en fonction de la vitesse de l'évolution du fluide. Nous constatons d'une manière générale que ce coefficient d'échange reste constante et égale à 14 pour la figure 1, alors que pour la figure 2 nous avons une progression du coefficient d'échange en fonction de la vitesse suivant une droite affine et enfin pour la figure 3 ce coefficient augmente suivant une allure exponentielle proportionnellement avec la vitesse du fluide.

-MAC ADAMS évalue l'expression du coefficient d'échange en tenant compte des températures de la paroi T_p , du fluide T_∞ et de la vitesse du vent.

$$h = \sqrt[3]{T_p - T_\infty} \cdot \left[1,5 - 0,003 \cdot \frac{T_p + T_\infty}{2} \right] + 3,5 \cdot v \quad (I-4)$$

-Le groupe de coordination textes uniques (Document Technique Unifié : D.T.U.) adopte la valeur suivante du coefficient d'échange par convection à l'extérieur du mur :

$$h = 16,7 \text{ W/ (m}^2\text{.K)}$$

I-5 : Méthodes des abaques

L'élaboration des abaques à partir d'expériences et d'expressions empiriques en utilisant les variables réduites (variables adimensionnelles) nous permet d'exprimer le coefficient d'échange en fonction de la variable réduite de NUSSELT par la relation ci-dessous [10] :

$$Nu(v, \Delta T, Gr, Re, Pr) = \frac{\Delta \phi}{\Delta T} = \frac{h \cdot D}{\lambda} \quad (I-5)$$

où v (vitesse du vent) ;

Pr (nombre de Prandtl) ;

Gr (nombre de Grashoff);

ΔT (différence de température paroi- fluide) ;

Re (nombre de Reynolds) ;

D (dimension caractéristique de l'échantillon).

La variable réduite du nombre de Nusselt dépend de l'expérimentation, de la géométrie et de l'état de la surface d'échange et des caractéristiques de l'écoulement du fluide environnant. Ainsi le coefficient d'échange est donné par :

$$h = f(Nu) = \frac{\lambda}{D} \cdot Nu(v, \Delta T, Gr, Re, Pr) \quad (I-6)$$

Remarque :

A partir de ces différentes études faites, on constate que les valeurs du coefficient d'échange sont déduites en se basant sur des études expérimentales.

Conclusion

L'étude bibliographique montre que les méthodes de détermination du coefficient d'échange thermique se divisent en trois parties que sont : celles basées sur le régime permanent, d'autres sur le régime transitoire et enfin certaines concernant les corrélations et/ ou abaques empiriques. En se basant sur les différentes méthodes, nous allons faire une étude de l'influence du coefficient d'échange sur le comportement d'une dalle en béton en régime transitoire.

Chapitre II : Etude de la diffusion de la chaleur

Introduction

Après avoir décrit les différentes méthodes de caractérisation des coefficients d'échange, nous développons dans ce chapitre l'influence de ce même coefficient sur la diffusion de la chaleur à travers la dalle. Cette étude est basée sur la solution de l'équation du champ température en régime transitoire dont on connaît à priori α et λ .

II : Equation de la chaleur.

II-1 : Loi de Fourier.

Expérimentalement, si les variations de température ne sont pas trop importantes, on se rend compte localement des phénomènes de conduction de la chaleur par la loi de Fourier, à savoir le vecteur densité de flux $\vec{J}_g$, pour un milieu isotrope, qui est donné par l'expression suivante:

$$\vec{J}_g = -\lambda \vec{\text{grad}}T \quad (\text{II-1})$$

Où λ ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) est appelé conductivité thermique du milieu et traduit l'aptitude du milieu à conduire la chaleur

Ainsi la densité de flux de chaleur ϕ dans une direction caractérisée par un vecteur unitaire $\vec{i}$ est :

$$\phi = \vec{J} \cdot \vec{i} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (\text{II-2})$$

Remarques :

- le signe (-) traduit le fait que les échanges tendent à uniformiser la température (autrement dit que spontanément les transferts thermiques se produisent du corps chaud vers le corps froid).
- La loi de Fourier est une loi phénoménologique ; les théories sur l'interprétation microscopique du processus de conduction dépendent de la nature du milieu gaz, liquide, solide amorphe, solide cristallin ou métal ; ces théories sont loin d'être achevées.
- Et également, il convient de remarquer l'analogie qui peut être faite entre la loi de Fourier et la loi d'Ohm introduite en électrocinétique des courants continus $\vec{J} = \sigma \vec{E} = -\sigma \vec{\text{grad}}V$ (dans le cas de la diffusion de matière la même analogie peut être faite avec la loi de Fick).

II-2 : Equation de la conduction de la chaleur.

L'équation de la chaleur est déduite à partir du premier principe de la thermodynamique qui stipule que entre deux instants successifs t et $t+dt$, le système peut être écrit sous la forme :

$$dE + dU = dQ + dW \quad (\text{II-3})$$

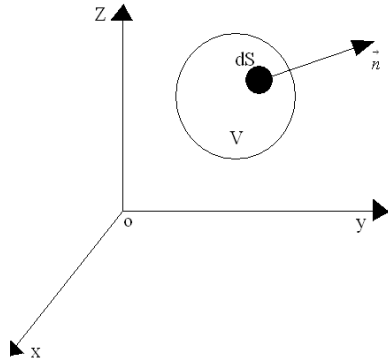
où dE doit être compris comme la transformation au sein du milieu d'énergie potentielle, « chimique » en énergie calorifique ; il s'agit de l'effet Joule ou de l'énergie calorifique résultat d'une réaction exothermique (nous appelons sources de chaleur internes, ce type d'énergie) ; dU est la variation d'énergie interne ; dQ représente les échanges de chaleur aux frontières du système ; situé au sein du

système siège d'un phénomène de conduction de la chaleur, ces échanges sont du type conductif ; dW représente les échanges de travail aux frontières du système.

II-2-1 : Equation bilan.

Elle s'obtient en écrivant le bilan d'énergie dans un volume (V) caractérisé par sa conductivité (λ), sa masse volumique (ρ) et sa chaleur spécifique (C).Egalement nous considérons que :

-la variation de température dans le volume (V) est due à la présence de sources internes et à la chaleur entrant dans le volume.



* Q_1 est la quantité de chaleur pénétrant dans le volume (V) à travers la surface (S) pendant le temps δt .

$$Q_1 = \iint_S \lambda \cdot \vec{\nabla} T \cdot d\vec{S} \cdot \delta t \quad (\text{II-4})$$

* Q_2 est la quantité de chaleur créée dans le volume (V) par les sources internes pendant le temps δt .

$$Q_2 = \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t \quad (\text{II-5})$$

* Q_3 est la quantité de chaleur nécessaire à la variation de température dT , du volume (V) pendant δt .

$$Q_3 = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (\text{II-6})$$

Le bilan d'énergie nous permet d'écrire :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad (\text{II-7})$$

Ce qui équivaut à écrire que :

$$\iint_S \lambda \cdot \vec{\nabla} T \cdot d\vec{S} \cdot \delta t + \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (\text{II-8})$$

La relation d'Ostrogradsky nous permet de passer d'une intégrale sur une surface à une intégrale sur le volume. Ainsi l'équation va s'écrire sous la forme suivante :

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} T \right) \cdot dV \cdot \delta t + \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (\text{II-9})$$

Localement et pour un instant δt , nous aurons donc :

$$\vec{\nabla} \cdot (\lambda \cdot \vec{\nabla} T) + p = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{avec} \quad (II-10)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\lambda \cdot \vec{\nabla} T \right) = \lambda \Delta T + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \left(\vec{\nabla} T \right)^2 \quad (II-11)$$

D'où finalement l'équation de la chaleur devient :

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + p + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \left(\vec{\nabla} T \right)^2 \quad (II-12)$$

II-2-2 : Résolution de l'équation de la chaleur.

A partir de l'équation différentielle obtenue ci-dessus et en considérant que la conductivité λ est constante, nous allons étudier l'influence du coefficient d'échange sur la diffusion du flux de chaleur dans la dalle.

II-2-2-1 : Etude de la dalle en béton récupératrice [11].

Le principe consiste à étudier la propagation de la chaleur dans la dalle en essayant d'analyser l'évolution du champ de température et le comportement du flux. La dalle à étudier est schématisée ci-dessous. La dalle est éclairée sur l'une des faces par le soleil. Et puis que le flux lumineux est fonction du temps alors l'énergie fournie à la dalle dépend aussi du temps.

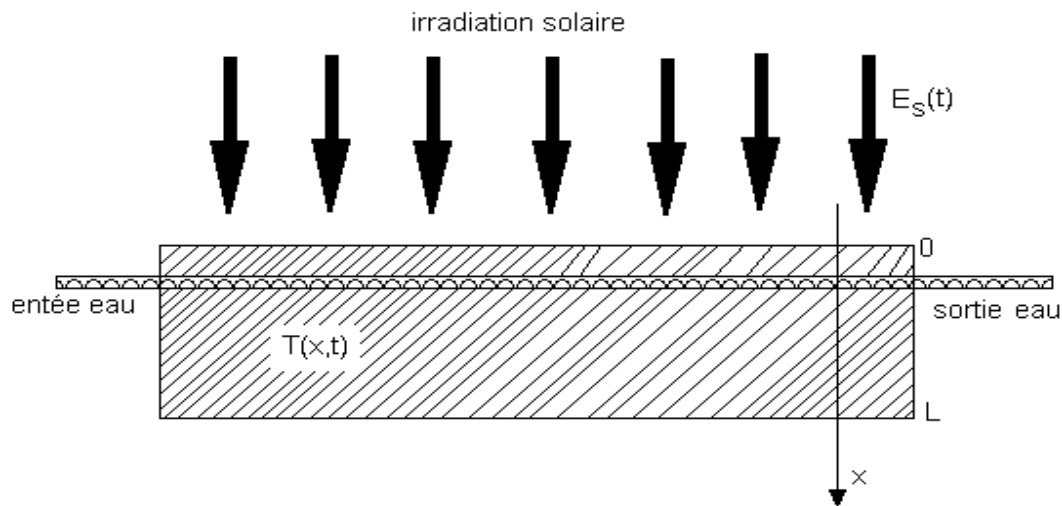


Figure 4 : échantillon à étudier

Cette dalle est composée de gravier, de ciment et de sable. Un tube en cuivre placé à l'intérieur conduit de l'eau à une vitesse comprise entre 0 et 2m/s qui permet de récupérer la chaleur émise par le soleil. Ainsi nous allons essayer d'utiliser l'équation de la chaleur pour voir l'évolution de la température et du flux en fonction de l'espace et du temps.

II-2-2-2 : Equation différentielle du champ thermique de la dalle

Soit une vue de profil de la dalle représentée par la figure suivante :

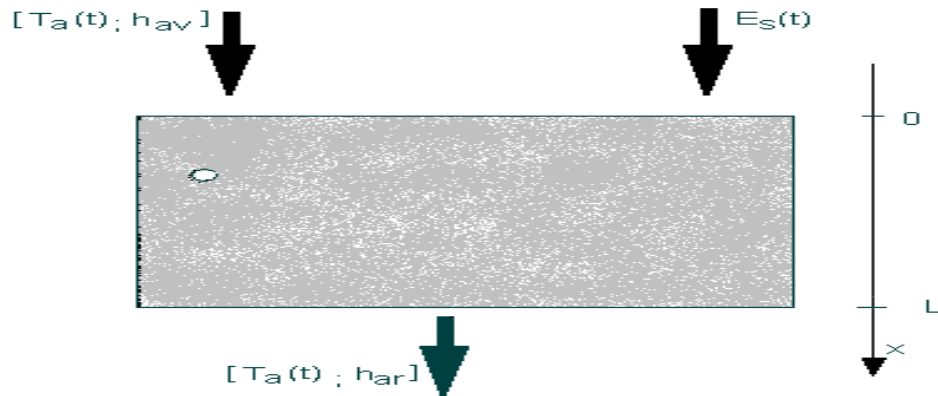


Figure 5: vue de profil de la dalle.

L'équation de la chaleur définie à partir de l'équation bilan donne :

$$\Delta T - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{P}{\lambda} \quad (\text{II-27})$$

Ainsi pour une étude monodimensionnelle nous aurons l'expression suivante :

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P_p = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II-28})$$

Où P_p est le puits de chaleur par unité de volume (W.m^{-3})

α est la diffusivité thermique ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$) de la dalle

λ est la conductivité thermique de la dalle en béton ($\text{W.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$)

C est la chaleur spécifique de la dalle ($\text{J.Kg}^{-1}.\text{C}^{-1}$)

Les conditions aux limites de la dalle sont les suivantes :

- à la face avant :

$$\lambda \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = K.E_s(t) + h_{av}.[T(0,t) - T_a(t)] \quad (\text{II-29})$$

- à la face arrière :

$$-\lambda \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = h_{ar}.[T(L,t) - T_a(t)] \quad (\text{II-30})$$

où K : coefficient d'échange de la dalle ; $E_s(t)$: ensoleillement à un instant t ; $T_a(t)$: température ambiante à un instant t ; h_{av} et h_{ar} : coefficients d'échange thermique sur les faces avant et arrière .L'étude est faite sur un échantillon schéma sur la figure ci-dessus.

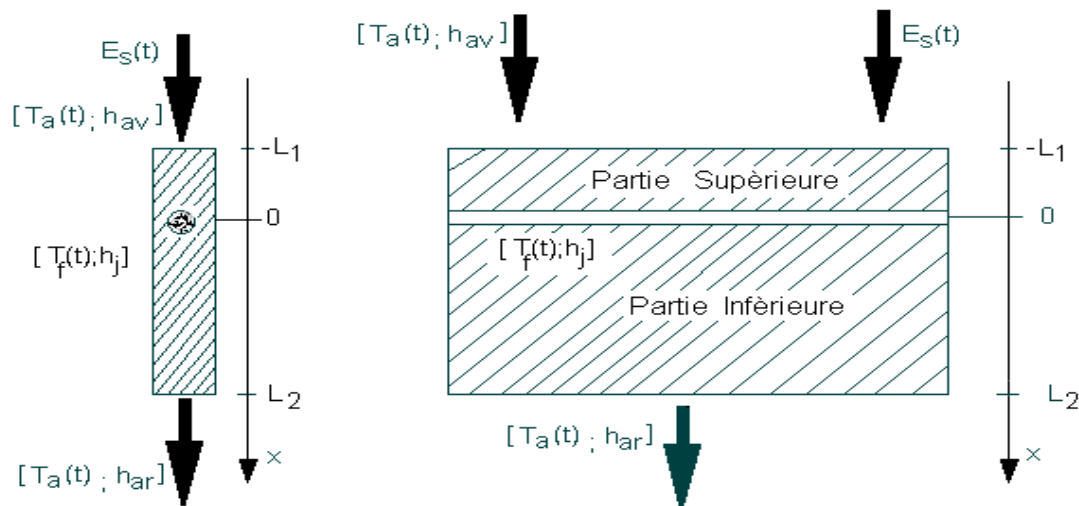


Figure 6 : Schéma d'un élément de la dalle

Pour l'étude de la dalle, nous allons procéder à l'étude séparée de la partie inférieure et de la partie supérieure. Et pour cela nous allons commencer par étudier d'abord la partie inférieure.

II-2-2-3 : Etude de la partie inférieure de la dalle ($x = 0$ à $x = L_2$).

L'étude de cette partie va être faite en résolvant l'équation de la chaleur afin d'évaluer le comportement de la dalle vis-à-vis de la diffusion de la chaleur. Ainsi une figure représentative uniquement cette partie est faite ci-dessous.

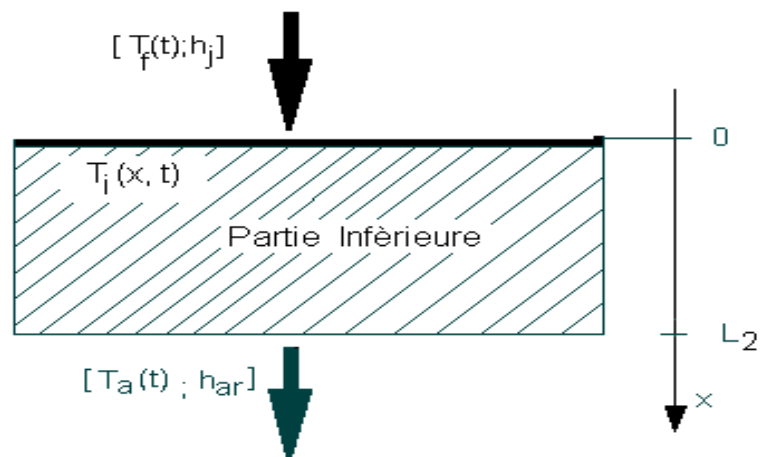


Figure 7: Schéma de la partie inférieure de la dalle.

Nous constatons dans II-28 que l'équation différentielle du champ de température obtenue n'est pas homogène et pour la résoudre, nous devons d'abord la rendre homogène et pour ce faire nous allons

procéder à des changements de variables en posant que $u = \frac{x}{L}$ avec L étant la longueur du matériau à

étudier et $\theta(u, \tau) = \frac{T(x) - T_a}{T_a}$ avec aussi $\tau = \frac{\alpha \cdot t}{L^2}$ qui est appelé nombre de Fourier

Cette équation est aussi accompagnée des conditions aux limites suivantes :

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -h_1(T(0, t) - T_a) \quad (\text{II-31})$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_2(T(L, t) - T_a) \quad (\text{II-32})$$

En introduisant les variables réduite d'espace et de temps u et θ , l'équation de la chaleur s'écrit sous la forme suivante :

$$\lambda \frac{\partial^2 \theta(u, \tau)}{\partial u^2} + K - \beta \theta(u, \tau) = \frac{\partial \theta(u, \tau)}{\partial \tau} \quad (\text{II-33})$$

Où

$$K = \beta \frac{(T_{fc} - T_a)}{T_a} \quad (\text{II-34})$$

avec

$$\beta = \frac{G_{GT} L^2}{V \cdot \lambda} = \frac{G_{GT} L}{S \cdot \lambda} \quad (\text{II-35})$$

Et les conditions aux limites redeviennent :

$$\frac{\partial \theta(u, \tau)}{\partial u} \Big|_{u=0} = -Bi_1 \theta(0, \tau) \quad (\text{II-36})$$

$$\frac{\partial \theta(u, \tau)}{\partial u} \Big|_{u=L_2/L} = Bi_2 \theta(1, \tau) \quad (\text{II-37})$$

Où Bi_1 et Bi_2 sont des nombres de Biot

avec

$$Bi_K = \frac{h_K L_K}{\lambda} \quad (\text{II-38})$$

et en utilisant les conditions aux limites, nous déterminons les constantes a_n et b_n (voir annexes mathématiques pour le reste des calculs) . Ceci conduit à l'équation transcendante :

$$\tan(\omega_n) = \frac{\omega_n \cdot (Bi_1 + Bi_2)}{\omega_n^2 - Bi_1 \cdot Bi_2} \quad (\text{II-60})$$

Cette équation donne les valeurs propres ω_n pour des valeurs données des nombres de Biot, Bi_1 et Bi_2 , avec $n\pi \leq \omega_n \leq [n+1/2]\pi$.

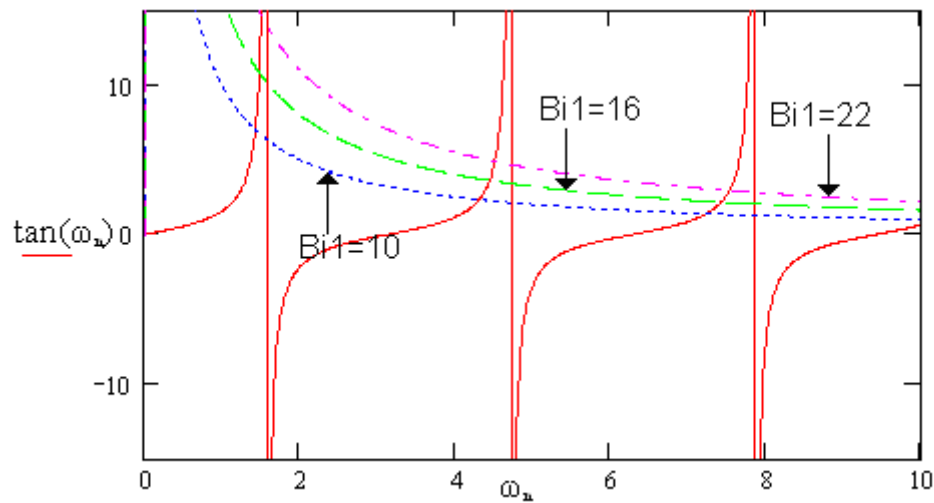


Figure 8 : Détermination graphique des valeurs propres de l'équation transcendente.

A partir de cette courbe, certaines valeurs de ω de l'équation transcendente obtenue ci-dessus pour des valeurs de Bi_1 égales à 10; 16 et 22 ; et une valeur de Bi_2 égale à 0. Ces valeurs de ω sont données dans le tableau suivant :

ω_i ($Bi_1=10$)	1,14	3,764	6,5845	9,6227	12,725	15,848	18,963
ω_i ($Bi_1=16$)	1,3483	4,1573	6,9963	9, 957	12,991	16,064	19,164
ω_i ($Bi_1=22$)	1,4045	4,3258	7,2261	10,197	13,228	16,225	19,325

Et pour Bi_2 égale à 1000, nous avons les valeurs suivantes :

ω_i ($Bi_1=10$)	2,98	6,013	9,0387	12,037	15,095	18,13
ω_i ($Bi_1=16$)	2,915	5,9416	8,9173	11,921	14,951	17,992
ω_i ($Bi_1=22$)	2,88	5,745	8,7072	11,701	14,712	17,763

II-3 : Résultats et discussions

En se basant sur l'expression de la température réduite obtenue à partir de la résolution de l'équation du champ de température, nous représentons ci-dessus les profils de cette température en fonction des variables d'espace et de temps réduites.

II-3-1 : Régime statique

Ainsi sur les figures 9-a et 9-b, nous représentons la température réduite en fonction de la variable d'espace réduite pour des valeurs différentes du coefficient d'échange à l'entrée avec deux valeurs différentes du coefficient d'échange à la face arrière.

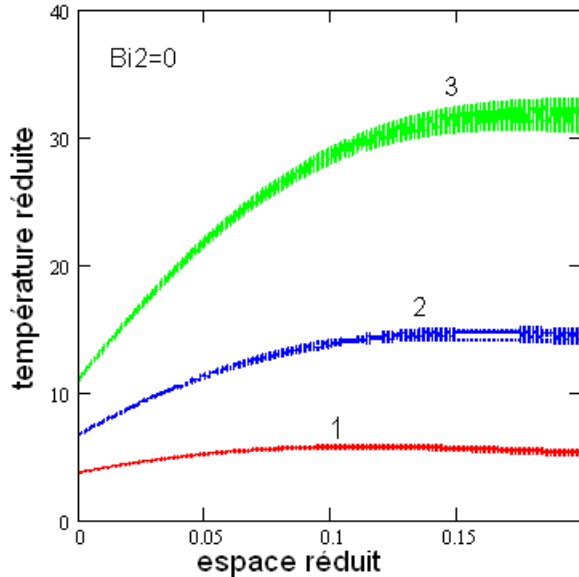


Figure 9-a : Profil de la température réduite en fonction de la variable réduite d'espace

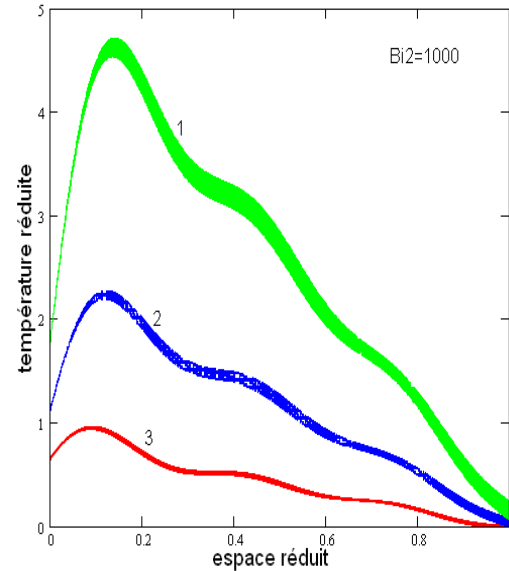


Figure 9-b : Profil de la température réduite en fonction de la variable réduite d'espace

Les figures 9-a et 9-b représentent les profils de la température réduite en fonction de l'espace réduit pour trois valeurs différentes de Bi_1 et pour des valeurs respectives de Bi_2 égales à 0 et 1000. Dans ces deux figures pour les courbes (1) $Bi_1=10$; pour les courbes (2) $Bi_1=16$; pour les courbes (3) $Bi_1=22$.

Pour un coefficient faible, le gradient de la température d'échange reste faible et augmente au fur et à mesure que le coefficient d'échange augmente avec une légère progression dans l'espace réduit. Il existe un point u_0 de flux maximum de chaleur où le gradient est nul ($\left. \frac{\partial \delta \theta(u)}{\partial u} \right|_{u=0} = 0$). Ce point se

déplace en profondeur avec la variable réduite d'espace lorsque le nombre de Biot diminue (h diminue). Donc ce point se déplace en sens inverse avec l'augmentation de la vitesse de diffusion de la chaleur.

Ainsi pour une dalle de faible coefficient d'échange à la face avant, le gradient de la température réduite est proportionnelle à l'accumulation de flux au niveau de cette interface. Et le déplacement du point de fonctionnement suivant la variable d'espace réduite peut être fonction de la vitesse de pénétration du flux de chaleur. Ensuite la température réduite décroît de façon linéaire avec l'espace réduit pour atteindre des valeurs faibles au voisinage de la face arrière d'où la possibilité de mise en exergue de l'effet capacitif de la dalle.

Pour $Bi_2 = 0$, la valeur constante de la température réduite au voisinage de la face arrière entraîne une accumulation de chaleur; par contre pour $Bi_2 = 1000$, sa valeur tend vers 0 dans ce cas, on a une dissipation de chaleur.

Sur les figures 10-a et 10-b, nous représentons la température réduite en fonction de la variable d'espace réduite pour une faible valeur et une valeur élevée du coefficient d'échange à la face avant avec un coefficient d'échange à la face arrière égale à 1000.

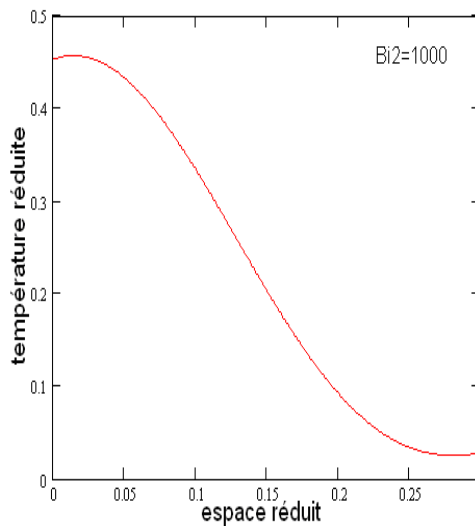


Figure 10-a : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite d'espace

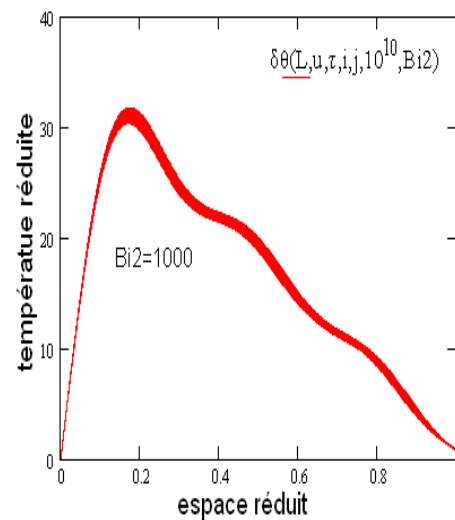


Figure 10-b : profil de la température en fonction de la variable réduite d'espace

Figures 10-a et 10-b : Profil de la température réduite en fonction de l'espace réduit pour $Bi_2 = 1000$. Sur la figure 10-a $Bi_1 = 1,205$ et sur la figure 10-b $Bi_1 = 10^{10}$.

Pour une faible valeur du coefficient d'échange à la face avant on a un faible accroissement pour atteindre un maximum d'où l'obtention du gradient de température contrairement pour un coefficient d'échange élevé où on a un accroissement plus accru. De même ces courbes montrent une croissance de la température pour des longueurs de diffusion inférieures à 0.2 avant d'atteindre son maximum et décroissent ensuite vers 0. Par contre pour la figure 10-a la température est sensiblement constante pour des points de fonctionnement proches de la face avant correspond aux faibles gradients du flux de chaleur.

Ensuite la tension décroît de façon linéaire avec la variable réduite d'espace pour atteindre des valeurs faibles au voisinage de la face arrière de la dalle correspondant à un gradient élevé du flux de chaleur.

II-3-2 : Régime dynamique transitoire

Sur les figures 11-a et 11-b, nous représentons la température en fonction du temps réduit pour trois valeurs différentes du coefficient d'échange à la face d'entrée avec deux valeurs distinctes du coefficient d'échange à la face arrière.

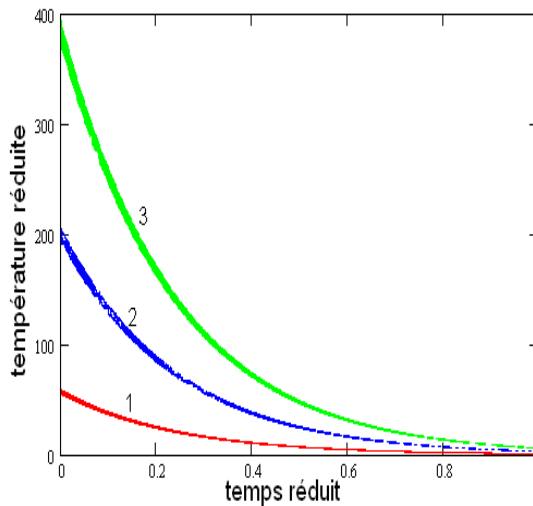


Figure 11-a : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps

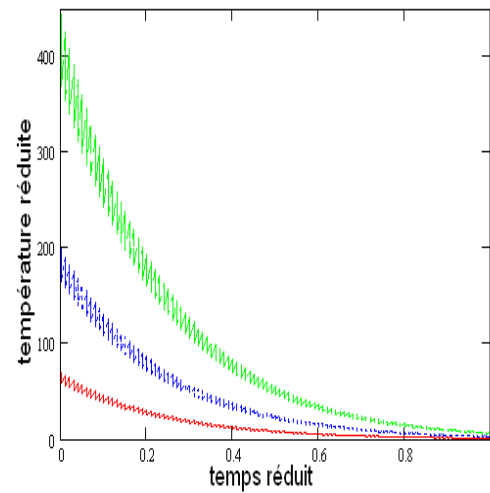


Figure 11-b : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps

Figures 11-a et 11-b : Profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps pour $Bi_2=0$ et $Bi_2=1000$ avec des valeurs de Bi_1 égales à 30,45 et 55 sur la figure 11-a et 10,16 et 22 sur la figure 11-b ; et la variable réduite d'espace prend la valeur 0,8.

Sur ces figures nous constatons une décroissance progressive de la température réduite en fonction du temps pour tendre sensiblement vers la valeur nulle. Ceci peut être dû à la perte progressive de la chaleur au fur et à mesure de la propagation dans le temps.

Sur les figures 12-a et 12-b, nous représentons la température réduite en fonction du temps réduit pour des valeurs faible et élevée du coefficient d'échange à la face avant et un coefficient d'échange égal à 1000 à la face arrière.

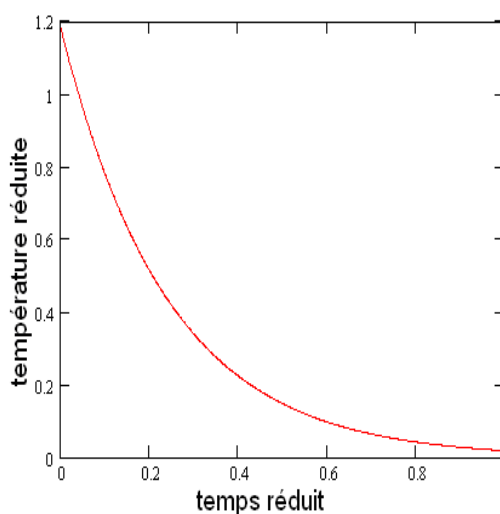


Figure 12-a : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps

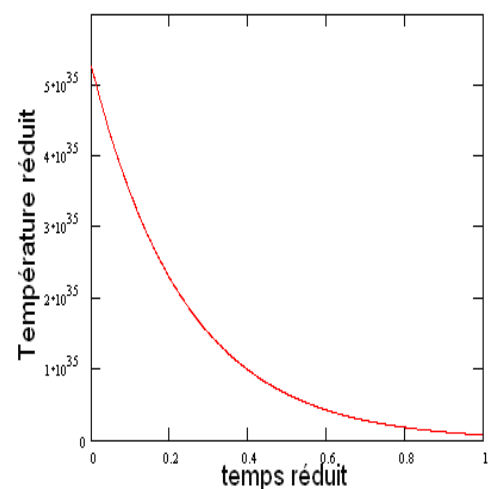


Figure 12-b : profil de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps

Sur la figure 12-a $Bi_1=1,205$; $Bi_2=1000$; $u=0,8$ et sur la figure 12-b $Bi_1=10^{10}$; $Bi_2=1000$ et $u=0,8$.

Sur ces figures comme précédemment nous constatons une décroissance de la température réduite en fonction de la variable réduite de temps tendant vers une valeur nulle. Cette chute de chaleur progressive est due aux pertes acquises tout au long de la propagation du flux.

Conclusion :

Sur ces courbes de la température en fonction de l'espace, nous constatons une croissance jusqu'à une valeur maximale d'où l'apparition d'un gradient de température suivi d'une décroissance tendant vers 0 pour un coefficient d'échange égal à 0 à la face avant et vers une valeur constante pour une valeur non nulle de ce même coefficient. De ce fait nous disons qu'il y a un effet d'accumulation de chaleur que nous pouvons traduire par une charge suivi d'une décharge. Ce qui met en exergue l'aspect capacitif de la dalle. Par contre sur les courbes en fonction du temps, nous avons une décroissance progressive de la température au fur du temps. Cette décroissance est due aux pertes de chaleur suivant la diffusion du flux de chaleur. Et en se basant sur l'analogie Thermique - électricité, nous disons que ces pertes montrent l'aspect résistif de la dalle.

Conclusion Générale

Ce travail est une étude de la diffusion de la chaleur dans une dalle en régime transitoire.

Nous avons présenté une bibliographie sur les techniques de détermination des paramètres thermiques à travers une étude de caractérisation des matériaux en régime transitoire, régime fréquentiel et en régime permanent.

Nous avons ensuite décrit la dalle sous irradiation solaire sur sa partie inférieure. Cette étude qui prend en compte les processus de stockage et de diffusion de la chaleur dans le matériau, nous a permis d'obtenir la solution donnant le profil de la température en fonction de la variable d'espace et de la variable de temps pour différentes valeurs du coefficient d'échange à la face avant et pour deux valeurs possibles du coefficient d'échange à la face arrière.

Cependant, cette étude n'a pas tenu compte de la partie supérieure de la dalle, de l'évolution de la dalle avec l'éclairement journalier du soleil et après le coucher du soleil, du modèle équivalent électrique de la dalle avec les paramètres électriques (capacité et résistance) et d'autres méthodes de caractérisation des propriétés thermophysiques avec la possibilité d'utiliser d'autres types de matériaux par exemple le plastique qui pourraient être un complément important à ce travail.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] SACADURA (J.C.)-Initiation aux transferts thermiques. Technique et Document, Lavoisier, Janvier 1993.
- [2] TSIREL'MAN (N.M.), BAKIROV (F.G.) et SHAIKHUT-DINOV (Z.G.)." Determining the convective heat transfer coefficient by the « half-space-period » method."-J.Eng.Phys.vol.24, N°2, Feb.1973.
- [3] MEHTA (R.C.)-"solution of the inverse conduction problem."-A.I.A.A. Journal, vol.15, N°9, September 1977.
- [4] TSIREL'MAN (N.M.)." Determining the convective heat transfer coefficient from the laws of constant-temperature front propagation."-J.Eng.Phys.vol.25, N°2, August 1973.
- [5] STENFELD (H.J.) et REINKENHOF (J.)-"Technic for determining local heat transfer coefficients."-A.I.A.A.Journal, vol.15, N°1, janvier 1977.
- [6] KOZLOV (V.N.)-"Calculation of the heat transfer coefficient from the temperatures at the points inside a plate."-Rev.Gén.Phys., vol.19, N°1, July. 1970.
- [7] SIEGEL (R.), PERMUTTER (M.),"Laminar heat transfer in a channel with unsteady flow and wall heating varying with position and time. », transactions of the ASME, Nov., 1963
- [8] WANG (R.C.C.), CHUNG (B.T.H.), THOMAS (L.C.), "transient convective heat transfer for laminar boundary layer from with effects of wall capacitance and resistance."Heat transfer, vol.99, Nov., 1977.
- [9] KAWAMURA (G.), "Experimental and analytical study of transient heat transfer for turbulent in a circular tube."Int.J.Heat et Mass Transfer, vol.20, N°5, 1977.
- [10] TRIBOIX (A.) et LENAT (Y.)-"Couplage conduction-convection-rayonnement par la méthode des volumes infinis : première partie-Modélisation de la turbulence et description des échanges convectifs aux parois."Rév.Gén.Therm.Fr. N°387, mars 1994.
- [11] AHMED BEN BELLA BAH " caractérisation des matériaux par phénomènes thermiques transitoire : application à une dalle en béton récupératrice d'énergie solaire ", Thèse de doctorat 1996, LEA-ESP-UCAD de Dakar.
- [12] REINARD H. Equations aux dérivées partielles : fondements et applications. Dunod Université, 1987

ANNEXES MATHEMATIQUES

Pour résoudre l'équation nous allons transformer la température réduite $\theta(u, \tau)$ en une fonction $\theta(u)$ ne dépendant que de la variable d'espace réduite (u) et de $\delta\theta(u, \tau)$. Ainsi nous posons que :

$$\theta(u, \tau) = \theta(u) + \delta\theta(u, \tau) \quad (\text{II-39})$$

En introduisant la séparation de variables dans l'équation nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 \theta(u, \tau)}{\partial u^2} - \beta \delta\theta(u) + \frac{\partial^2 \theta(u)}{\partial u^2} - \beta \theta(u) + K = \frac{\partial \delta(u, \tau)}{\partial \tau} \quad (\text{II-40})$$

Ainsi pour les conditions aux limites, nous aurons :

$$\left. \frac{\partial \theta(u)}{\partial u} \right|_{u=0} + \left. \frac{\partial \delta\theta(u, \tau)}{\partial u} \right|_{u=0} = Bi_1 \theta(0) + Bi_1(0, \tau) \quad (\text{II-41})$$

$$\left. \frac{\partial \theta(u)}{\partial u} \right|_{u=L_2/L} + \left. \frac{\partial \delta\theta(u, \tau)}{\partial u} \right|_{u=L_2/L} = -Bi_2 \theta(L_2/L) - Bi_2(L_2/L, \tau) \quad (\text{II-42})$$

Nous présentons l'équation différentielle en deux équations différentielles, l'une dépendant uniquement de $\theta(u)$ et l'autre de $\delta\theta(u, \tau)$. Nous obtenons alors les équations suivantes :

$$\frac{\partial^2 \theta(u)}{\partial u^2} - \beta \cdot \theta(u) + K = 0 \quad (\text{II-43})$$

$$\frac{\partial^2 \delta\theta(u, \tau)}{\partial u^2} - \beta \cdot \delta\theta(u, \tau) = \frac{\partial \delta\theta(u, \tau)}{\partial \tau} \quad (\text{II-44})$$

munies des conditions aux limites suivantes :

$$\left. \frac{\partial \theta(u)}{\partial u} \right|_{u=0} = Bi_1 \cdot \theta(0) \quad (\text{II-45})$$

$$\left. \frac{\partial \theta(u)}{\partial u} \right|_{u=L_2/L} = -Bi_2 \cdot \theta(L_2/L) \quad (\text{II-46})$$

$$\left. \frac{\partial \delta\theta(u, \tau)}{\partial u} \right|_{u=0} = Bi_1 \cdot \delta\theta(0, \tau) \quad (\text{II-47})$$

$$\left. \frac{\partial \delta\theta(u, \tau)}{\partial u} \right|_{u=L_2/L} = -Bi_2 \cdot \delta\theta(L_2/L, \tau) \quad (\text{II-48})$$

La fonction $\theta(u)$ étant indépendante de la variable réduite de temps, nous allons considérer que l'équation différentielle en $\theta(u)$ est une équation qui définit le régime stationnaire. Ainsi on a :

$$\frac{\partial^2 \theta(u)}{\partial u^2} - \beta \cdot \theta(u) + K = 0 \quad (\text{II-49})$$

L'équation en fonction de $\delta\theta(u, \tau)$ est considérée comme étant définie en régime transitoire. Alors puis que nous voulons faire une étude en régime transitoire nous présentons la résolution de cette équation uniquement en régime transitoire. L'équation est donnée ci-dessus :

$$\frac{\partial^2 \delta\theta(u, \tau)}{\partial u^2} - \beta \cdot \delta\theta(u, \tau) = \frac{\partial \delta\theta(u, \tau)}{\partial \tau} \quad (\text{II-50})$$

Et les conditions aux limites sont :

$$\left. \frac{\partial \delta\theta(u, \tau)}{\partial u} \right|_{u=0} = Bi_1 \cdot \delta\theta(0, \tau) \quad (\text{II-51})$$

$$\left. \frac{\partial \delta\theta(u, \tau)}{\partial u} \right|_{u=L_2/L} = -Bi_2 \cdot \delta\theta(L_2/L, \tau) \quad (\text{II-52})$$

Pour résoudre cette équation nous séparons la fonction en deux fonctions distinctes, l'une dépendant uniquement de la variable réduite d'espace et l'autre de la variable réduite de temps [12]:

$$\delta\theta(u, \tau) = H(u) \cdot F(\tau) \quad (\text{II-53})$$

En remplaçant $\delta\theta(u, \tau)$ par son expression dans l'équation, nous aurons :

$$\frac{1}{H(u)} \cdot \frac{\partial^2 H(u)}{\partial u^2} = \frac{1}{F(\tau)} \cdot \frac{\partial F(\tau)}{\partial \tau} + \beta = -\omega^2 \quad (\text{II-54})$$

La solution de cette équation pour $\omega_n \neq 0$ et n appartenant à l'ensemble des entiers naturels est :

$$T_n = T_n(0) \cdot \exp[-(\beta + \omega_n) \cdot \tau] = T_n(0) \cdot \exp\left[-\frac{\tau}{\tau_{do}}\right] \quad (\text{II-55})$$

où τ_{do} est un paramètre réduite de temps dépendant de la valeur propre (ω_n) avec :

$$\tau_{do} = \frac{1}{\beta + \omega_n^2} \quad (\text{II-56})$$

Nous constatons que la valeur propre de τ_{do} régit la dynamique du mur avec :

$$T_n(0) = T_n(\tau = 0) \quad (\text{II-57})$$

En considérant l'équation suivante

$$\frac{1}{H(u)} \cdot \frac{\partial^2 H(u)}{\partial u^2} = -\omega^2 \quad (\text{II-58})$$

comme un problème de Sturm Liouville, nous trouvons les valeurs propres ω et les fonctions $H_n(u)$ qui ne sont pas nulles. Ainsi, la solution est sous la forme suivante :

$$H_n(u) = a_n \cdot \cos(\omega_n \cdot u) + b_n \cdot \sin(\omega_n \cdot u) \quad (\text{II-59})$$

La normalisation de la fonction $U_n(u)$ s'écrit :

$$\int_0^{\frac{L_2}{L}} U_n^2(u) du = 1 \quad (\text{II-61})$$

en remplaçant $U_n(u)$ par sa valeur, il vient :

$$\int_0^{\frac{L_2}{L}} [a_n \cdot \cos(\omega_n \cdot u) + b_n \cdot \sin(\omega_n \cdot u)]^2 du = 1 \quad (\text{II-62})$$

En utilisant les conditions aux limites, on obtient :

$$\frac{a_n}{b_n} = \frac{\omega_n}{Bi_1} \Rightarrow b_n = a_n \cdot \frac{Bi_1}{\omega_n} \quad (\text{II-63})$$

En remplaçant l'expression de b_n dans l'intégrale, on obtient :

$$\int_0^{\frac{L_2}{L}} a_n^2 \cdot \left[\cos(\omega_n \cdot u) + \frac{Bi_1}{\omega_n} \cdot \sin(\omega_n \cdot u) \right]^2 du = 1 \quad (\text{II-64})$$

En développant l'expression, nous avons :

$$a_n^2 \cdot \int_0^1 \left[\cos^2(\omega_n \cdot u) + 2 \cdot \frac{Bi_1}{\omega_n} \cos(\omega_n \cdot u) + \frac{Bi_1^2}{\omega_n^2} \cdot \sin^2(\omega_n \cdot u) \right] \cdot du = 1 \quad (\text{II-65})$$

La valeur de a_n ainsi obtenue est égale à :

$$a_n = \left[a_{1n} + \left(\frac{Bi_1}{\omega_n} \right)^2 a_{2n} + \frac{Bi_1}{2\omega_n^2} a_{3n} \right]^{-1/2} \quad (\text{II-66})$$

$$a_{1n} = \frac{L_2}{2 \cdot L} + \frac{1}{4 \cdot \omega_n} \sin\left(2\omega_n \cdot \frac{L_2}{L}\right) \quad (\text{II-67})$$

$$a_{2n} = \frac{L_2}{2 \cdot L} - \frac{1}{4 \cdot \omega_n} \sin\left(2\omega_n \cdot \frac{L_2}{L}\right) \quad (\text{II-68})$$

$$a_{3n} = 1 - \cos\left(2\omega_n \cdot \frac{L_2}{L}\right) \quad (\text{II-69})$$

Dans ce cas l'expression de b_n est donnée par :

$$b_n = \frac{Bi_1}{\omega_n} \left[a_{1n} + \left(\frac{Bi_1}{\omega_n} \right)^2 a_{2n} + \frac{Bi_1}{2\omega_n^2} a_{3n} \right]^{-1/2} \quad (\text{II-70})$$

En prenant les expressions T_n et U_n , on aura :

$$\delta\theta_n(u, \tau, \tau_1) = U_n(u, \tau_1) \cdot T_n(\tau) \quad (\text{II-71})$$

Ainsi :

$$\delta\theta_n(u, \tau, \tau_1) = [a_n \cdot \cos(\omega_n \cdot u) + b_n \cdot \sin(\omega_n \cdot u)] \cdot T_n(0) \cdot \exp\left(-\tau / \tau_{do}\right) \quad (\text{II-72})$$

La solution générale de l'équation différentielle pour le régime transitoire est donnée par la série orthonormée de fonctions orthogonales suivantes :

$$\delta\theta(u, \tau, \tau_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \delta\theta_n(u, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(u, \tau_1) \cdot T_n(\tau) \quad (\text{II-73})$$

$$\Rightarrow \delta\theta(u, \tau, \tau_1) = \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(\omega_n \cdot u) + b_n \cdot \sin(\omega_n \cdot u)] \cdot T_n(0) \cdot \exp\left[-\frac{\tau}{\tau_{do}}\right] \quad (\text{II-74})$$

a°) Calcul des coefficients $T_n(0)$.

En utilisant un développement en série des fonctions orthogonales $U_n(u)$, on pourra déterminer les coefficients $T_n(0)$.

Pour $\tau = 0$, on a :

$$\delta\theta(u, 0, \tau_1) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(u, \tau_1) \cdot T_n(0) \quad (\text{II-75})$$

en multipliant les deux par $\int_0^{\frac{L_2}{L}} U_n(u, \tau_1) \cdot du = 1$, on obtient :

$$\int_0^{\frac{L_2}{L}} U_n(u, \tau_1) \cdot \delta\theta(u, 0, \tau_1) \cdot du = \int_0^{\frac{L_2}{L}} \sum_{n=1}^{\infty} [U_n(u, \tau_1)]^2 \cdot T_n(0) \cdot du \quad (\text{II-76})$$

avec la condition de l'orthogonalité des fonctions $U_n(u)$, on aura :

$$\int_0^1 U_m(u, \tau_1) \cdot U_n(u, \tau_1) \cdot du = \begin{cases} 0 & \text{si } m \neq n \\ N(\omega_n) = 1 & \text{si } m = n \end{cases} \quad (\text{II-77})$$

où $N(\omega_n) = \int_0^{L_2} [U_n(u, \tau_1)]^2 \cdot du = 1$ qui correspond à la normalisation de la fonction $U_n(u, \tau_1)$.

Ainsi l'équation (66) va donner :

$$\int_0^{L_2} U_n(u, \tau_1) \cdot \delta\theta(u, 0, \tau_1) \cdot du = T_n(0) \cdot \int_0^{L_2} \sum_{n=0}^{\infty} [U_n(u, \tau_1)]^2 \cdot du = T_n(0) \cdot N(\omega_n) \quad (\text{II-78})$$

Ce qui permet de tirer l'expression permettant de calculer les coefficients $T_n(0)$.

$$T_n(0) = \int_0^{L_2} U_n(u, \tau_1) \cdot \delta\theta(u, 0, \tau_1) \cdot du \quad (\text{II-79})$$

En se basant sur les relations : $\frac{a_n}{b_n} = \frac{\omega_n}{Bi_1}$ et (II-79), l'expression donnant $T_n(0)$ se met sous la forme suivante :

$$T_n(0) = \int_0^{L_2} a_n \cdot \left[\cos(\omega_n \cdot u) + \frac{Bi_1}{\omega_n} \sin(\omega_n \cdot u) \right] \cdot \delta\theta(u, 0, \tau_1) \cdot du \quad (\text{II-80})$$

Pour connaître les valeurs de $T_n(0)$, nous devons d'abord calculer la valeur de la température réduite de $\delta\theta(u, 0, \tau_1)$.

b°) Détermination de la température réduite :

Le régime permanent est régi par la température réduite $\delta\theta(u, 0, \tau_1)$, et sa valeur sera connue en résolvant l'équation ci-dessus :

$$\frac{\partial^2 \delta\theta(u, \tau', \tau_1)}{\partial u^2} = 0 \quad \text{en posant que } \tau = \tau' \leq 0 \quad (\text{II-81})$$

munie des conditions aux limites suivantes :

$$\left. \frac{\partial \delta\theta(u, \tau', \tau_1)}{\partial u} \right|_{u=0} = Bi_1 \delta\theta(0, \tau', \tau_1) \quad (\text{II-82})$$

$$\left. \frac{\partial \delta\theta(u, \tau', \tau_1)}{\partial u} \right|_{u=\frac{L_2}{L}} = -Bi_2 \delta\theta\left(\frac{L_2}{L}, \tau', \tau_1\right) \quad (\text{II-83})$$

La solution de l'équation sera sous la forme :

$$\delta\theta(u, \tau', \tau_1) = A \cdot u + B \quad (\text{II-84})$$

En utilisant les conditions aux limites nous pouvons parvenir à déterminer les constantes A et B.

$$A \quad u=0 \quad \delta\theta(0, 0, \tau_1) = B = \delta\theta_0 \Rightarrow A = -\delta\theta_0 \cdot \frac{L \cdot Bi_2}{L + L_2 \cdot Bi_2} \quad (\text{II-85})$$

Alors en remplaçant A et B par leurs valeurs, l'expression de la température réduite est sous la forme :

$$\delta\theta(u, \tau, \tau_1) = \delta\theta_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{L \cdot Bi_2}{L + L_2 \cdot Bi_2} \right) \cdot u \right] = \delta\theta_0 \cdot [1 - u \cdot Bi_2 \cdot F_1] \quad (\text{II-86})$$

$$\text{Où} \quad F_1 = \frac{L}{L + L_2 \cdot Bi_2} \quad (\text{II-87})$$

$$T_n(0) = \int_0^{L_2/L} a_n \cdot \left[\cos(\omega_n \cdot u) + \frac{Bi_1}{\omega_n} \cdot \sin(\omega_n \cdot u) \right] \cdot \delta\theta(u, 0, \tau_1) \cdot du \quad (\text{II-88})$$

Avec

$$T_n(0) = a_n \cdot \delta\theta_0 \cdot [T_{1n}(0) + T_{2n}(0)] \quad (\text{II-89})$$

$$T_{1n}(0) = \int_0^{L_2/L} [1 - u \cdot Bi_2 \cdot F_1] \cdot \cos(\omega_n \cdot u) \cdot du \quad (\text{II-90})$$

$$T_{2n}(0) = \frac{Bi_1}{\omega_n} \int_0^{L_2/L} [1 - u \cdot Bi_2 \cdot F_1] \cdot \sin(\omega_n \cdot u) \cdot du \quad (\text{II-91})$$

En se basant sur les formules d'Euler, nous aboutissons aux résultats suivants :

$$T_{1n}(0) = \frac{F_1}{\omega_n} \cdot \left[\sin(\omega_n \cdot L_2/L) + \frac{Bi_2}{\omega_n} \cdot [1 - \cos(\omega_n \cdot L_2/L)] \right] \quad (\text{II-92})$$

$$T_{2n}(0) = \frac{F_1 \cdot Bi_1}{\omega_n^2} \cdot \left[\frac{1}{F_1} - \cos(\omega_n \cdot L_2/L) - \frac{Bi_2}{\omega_n} \cdot [\sin(\omega_n \cdot L_2/L)] \right] \quad (\text{II-93})$$

Ainsi le terme général de $\delta\theta_n(u, \tau)$ sera donné par :

$$\delta\theta_n(u, \tau, \tau_1) = \delta\theta_0 \cdot (a_n)^2 \cdot \left[\cos(\omega_n \cdot u) + \frac{Bi_1}{\omega_n} \cdot \sin(\omega_n \cdot u) \right] [T_{1n}(0) + T_{2n}(0)] \cdot \exp\left[-\frac{\tau}{\tau_{do}}\right] \quad (\text{II-94})$$

$$\Rightarrow \quad \delta\theta_n(u, \tau, \tau_1) = \delta\theta_0 \cdot FU_n(u, \tau_1) \cdot FT_n(\omega_n) \cdot \exp\left[-\frac{\tau}{\tau_{do}}\right] \quad (\text{II-95})$$

$$\text{Avec} \quad FU_n(u, \tau_1) = \left[\cos(\omega_n \cdot u) + \frac{Bi_1}{\omega_n} \cdot \sin(\omega_n \cdot u) \right] \quad (\text{II-96})$$

et

$$FT_n(\omega_n) = (a_n)^2 \cdot T_n(0) = (a_n)^2 \cdot [T_{1n}(0) + T_{2n}(0)] \quad (\text{II-97})$$

Le terme général de la température réduite s'écrit :

$$\delta\theta_n(\tau) = \frac{\delta\theta_n(u, \tau)}{\delta\theta_0 \cdot FU_n(u, \tau_1)} = FT_n(\omega_n) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{do}}\right) \quad (\text{II-98})$$

Ainsi la série obtenue est :

$$\delta\theta(u, \tau, \tau_1) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta\theta_n(u, \tau, \tau_1) = \delta\theta_0 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} FU_n(u, \tau_1) \cdot FT_n(\omega_n) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{do}}\right) \quad (\text{II-99})$$

$$\delta\theta(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta\theta_n(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} FT_n(\omega_n) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{do}}\right) \quad \text{avec } \omega_n < [n+1/2] \cdot \pi \quad (\text{II-100})$$

On a :

$$\delta\theta(u, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta\theta_n(u, \tau) \quad (\text{II-101})$$

$$\delta\theta(u, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta\theta_0 \cdot (a_n)^2 \left[\cos(\omega_n \cdot u) + \frac{Bi_1}{\omega_n} \cdot \sin(\omega_n \cdot u) \right] \cdot [T_{1n}(0) + T_{2n}(0)] \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{do}}\right) \quad (\text{II-102})$$

avec

$$T_{1n}(0) = \frac{F_1 \cdot \sqrt{\beta}}{(\omega_n^2 + \beta)} \cdot \left[\sqrt{\beta} \cdot \sinh(\sqrt{\beta}) + \omega_n \cdot \sin(\omega_n) + Bi_2 \left[\cosh(\sqrt{\beta}) - \cos(\omega_n) \right] \right] \quad (\text{II-103})$$

$$T_{2n}(0) = \frac{F_1 \cdot Bi_1}{(\omega_n^2 + \beta)} \cdot \left[\sqrt{\beta} \cdot [\cosh(\sqrt{\beta}) - \sin(\omega_n)] + Bi_2 \left[\sinh(\sqrt{\beta}) - \frac{\sqrt{\beta}}{\omega_n} \cos(\omega_n) \right] \right] \quad (\text{II-104})$$

Sujet : « INFLUENCE DU COEFFICIENT D'ÉCHANGE THERMIQUE SUR LE COMPORTEMENT D'UNE DALLE EN BETON RECUPERATRICE D'ÉNERGIE SOLAIRE EN RÉGIME TRANSITOIRE »

M.Baba FLEUR

Maître ès-Sciences

Mémoire de D.E.A en Chimie

Option : Chimie Physique appliquée à l'énergie

Soutenu publiquement le 19 Novembre 2005 devant le jury :

Président :	M. DIENG	Momar .M.	Professeur	FST/ UCAD
Membres :	M. ADJ	Mamadou	Maître de Conférences	ESP/ UCAD
	M. N'DIAYE	Amadou .L.	Maître de Conférences	FST/ UCAD
	M. GAYE	Salif	Maître-Assistant	ESP/ Thiès
	M. FICKOU	André	Maître-Assistant	FST/ UCAD
	M. SISSOKO	Grégoire	Professeur	FST/ UCAD

Résumé :

Une étude bibliographique sur les techniques de caractérisation des propriétés thermo physiques en régime dynamique transitoire, en régime permanent et par la méthode de corrélation empirique, a été faite.

Une étude en modélisation du coefficient d'échange thermique d'une dalle en béton récupératrice d'énergie en régime transitoire a été réalisée.

L'influence du coefficient d'échange thermique en régime statique et en régime dynamique transitoire a été étudiée.

L'influence du coefficient d'échange thermique, en régime statique, est obtenue par la description des profils de la température réduite en fonction de la variable d'espace.

En régime dynamique transitoire, l'évaluation des profils de la température réduite nous a permis de décrire les effets de dissipation de la chaleur en fonction du temps.

Mots clés : Dalle - Régime statique - Régime dynamique transitoire - Température réduite - Variable réduite d'espace - Variable réduite du temps - Coefficient d'échange.