Etat de l'art des codes utilisés dans les systèmes GNSS actuels

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux composantes du signal GNSS à savoir le code binaire modulant et la technique de modulation. On cherche alors les types de modulation et les différents codes cités dans la littérature et utilisés par GPS et Galileo. Dans la suite, on décrit les méthodes de génération des codes et leurs caractéristiques de corrélation. Ensuite, on décrit les différentes techniques de modulation BPSK, BOC, BCS…et leurs caractéristiques. Ce travail permettra de choisir la technique de modulation et le code pour notre système de localisation en indoor.

Codes GNSS de première génération : GPS et Glonass

Dans un système de localisation indoor, basé sur les transmetteurs GNSS, on a besoin d'émettre un signal portant un code numérique dont on se servira pour le calcul du délai de propagation. Ce délai (déduit à partir du décalage du code reçu par le récepteur) permet de calculer la distance parcourue par le signal jusqu'au récepteur GPS et ainsi sa position. Dans le cas du système GPS (Global Positionning System), il y a 36 codes différents dont 32 associés aux 32 satellites de la constellation et 4 associés aux réémetteurs terrestres. Dans d'autres systèmes comme Glonass, un seul code est utilisé pour tous les satellites. Cependant, pour éviter les interférences entre les signaux des différents satellites, ils émettent chacun à une fréquence porteuse différente. Dans le cas de notre système de localisation indoor à base de transmetteurs GNSS, on a besoin d'émettre un seul signal portant le même code et à une seule fréquence. On ajoute alors, en installant ce système, une autre source de signal GNSS. Celle-ci est tenue de respecter les réglementations de la retransmission de signaux dans les bandes de fréquences associées aux systèmes GNSS. Ces lois limitent le niveau de puissance émis par les antennes pour éviter tout risque de perturbations des systèmes GNSS (GPS, Glonass, Galileo…) fonctionnant dans l'environnement extérieur.

La solution, qui nous vient tout de suite à l'esprit dans ce cas, consiste à réserver un canal Glonass (associé à une fréquence d'émission) pour la localisation en intérieur. En effet, dans ce cas le signal émis en intérieur utilise le code de Glonass (à 511 bits) à une fréquence autre que celle des 24 satellites Glonass. Ainsi, on évite l'interférence entre le signal local (du positionnement en intérieur) avec les autres signaux GNSS. Cette solution offre un niveau d'interférence avec les autres signaux Glonass (dans les canaux adjacent) de l'ordre de 48 dB (selon l'ICD Glonass). En outre, il est possible de réutiliser l'un des canaux Glonass déjà utilisé lorsque le signal qui lui est associé n'est pas détecté dans notre position. Dans ce cas le canal est disponible à notre point de test. Cette technique est employée aussi par le système Glonass dans le but de réduire la bande spectrale allouée. Etant donné que cette solution demande à réserver une ressource spectrale, ce qui n'est pas facile à réaliser, on cherche donc à développer d'autres propositions.

La deuxième possibilité est d'émettre un signal sur un canal (Glonass, GPS ou Galiléo) déjà utilisé par la constellation des satellites. Dans ce cas le code qui sera émis en indoor peut interférer avec ceux qui sont dans la même bande de fréquence. Ce qu'il nous faut alors est un code dont le signal associé satisfait les conditions d'interférence et les nécessités du système précédemment présentées. Ainsi une étude des codes existants et utilisés par les systèmes GNSS s'impose. On s'intéresse alors aux codes de Gold et plus spécialement aux 32 émis par les satellites de la constellation GPS. La génération de ces codes se base sur la notion de séquence maximale (utilisée dans Glonass) qui suscitera notre intérêt dans un premier temps. Ensuite on en déduit la structure des codes de Gold. Ainsi dans la suite il est question d'étudier la possibilité d'utiliser les codes GPS émis sur la bande L1 et celui de Glonass.

Pour présenter l'origine de ces séquences maximales, il faut commencer par introduire la notion de relation de récurrence.

Notion de relation de récurrence

Une suite (ou séquence) S d'éléments $\{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$ dans le groupe de Galois (Galois Field) $GF(q)$[5] satisfait une relation de récurrence linéaire d'ordre m sur GF(q) si et seulement si pour $t \geq 1$ $S_t = a_1 S_{t-1} + a_2 S_{t-2} + \ldots\ldots + a_m S_{t-m}$ *[G.Proakis, John, 2008; McEliece, 1987]*).

Où S_t est le bit numéro t de la séquence S

S_0	S_1	S_2	…………..	S_t	………………	S_{n-1}	S_n

Avec $\{a_1, a_2 \ldots a_m\}$ les éléments du groupe de Galois GF(q). A cette relation on associe le polynôme de degré m $f(x) = x^m - a_1 x^{m-1} - a_2 x^{m-2} - \ldots\ldots - a_m$ appelé polynôme caractéristique de la relation de récurrence.

[5] GF(q) est un groupe fini d'éléments. Il contient un nombre d'éléments égal à q.

2. Génération des séquences maximales (m-sequences) dans GF(2)[6]

Les séquences maximales (maximum-length shift register sequences) forment une famille de codes cycliques (2^m-1, m). Elles sont générées par un registre à décalage de m étages et ont pour longueur (ou période) n = 2^m-1 bits de valeurs 0 ou 1.

Ces séquences de code obéissent à une relation de récurrence linéaire d'ordre m s'écrivant sous la forme suivante :

$S_t = a_1 S_{t-1} + a_2 S_{t-2} + \ldots\ldots + a_m S_{t-m}$ pour t≥1

Et $\{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ sont les éléments du groupe fini de Galois GF(2) représentés par {0,1}.

Si le polynôme f(x) associé à cette relation de récurrence est primitif[7] (dans ce cas il suffit qu'il soit irréductible car a_m=1), alors la séquence générée par le registre à décalage est maximale de période 2^m-1.

Etant irréductible, f(x) n'admet pas de racine sur GF(2), mais on suppose qu'il a des racines ailleurs et on note α l'une d'elle. Dans ce cas, les $(2^m - 1)$ éléments de $GF(2^m)$ sont les puissances de $\alpha\,; \{\alpha^0, \alpha^1 \ldots \alpha^{2^m-2}\}$ et 0. L'élément α est appelé élément générateur de GF(2^m). Il doit être primitif, c'est à dire d'ordre 2^m -1[8].

Toute séquence maximale S qui satisfait une telle relation de récurrence peut être définie d'une façon unique par $S_t = Tr\ (\theta\alpha^t)$[9] pour t≥0 où $\theta \in GF(2^m)$ unique.

On peut démontrer que toutes les séquences maximales ainsi définies sont équivalentes, à un décalage (cyclique) près. On dit aussi qu'elles appartiennent à la même classe d'équivalence définie par la relation de décalage cyclique. C'est-à-dire qu'à partir d'une séquence S définie pour un $\theta \in GF(2^m)$, on peut déduire les autres séquences (associées au même polynôme caractéristique f(x)) avec un décalage de i bits, 1≤i≤2^m-2. La famille des séquences maximales de longueur n=2^m-1, n'appartenant pas à une même classe d'équivalence, est générée par une

[6] GF(2) est le groupe de Galois de 2 éléments {0,1}
[7] Un polynôme est dit primitif s'il est irréductible et son coefficient de plus haut degré est égale à 1.
[8] Un élément α du groupe de Galois $GF(2^m)$ est dit primitif ou d'ordre 2^m -1 si et seulement si le plus petit entier k vérifiant α^k =1 est égal à 2^m -1
[9] Tr est la trace définie sur le groupe fini GF(2^m) par Tr(x)= $\sum_{i=0}^{m-1} x^{2^i}$

procédure de décimation de la séquence S par un facteur d<n. Ceci est réalisé en commençant par un bit initial S_i et en prenant comme bit suivant le $d^{ème}$ élément S_{i+d}. Dans ce cas la séquence R déduite par décimation de S s'écrit comme suit : $R_t= S_{td+i}$ pour $t\geq 0$. Pour que cette séquence R soit maximale de longueur n, il suffit que d soit premier avec $n= 2^m-1$ (pgcd (n, d)=1). Dans le cas où d est une puissance de 2, on retrouve la même séquence initiale S décalée. Sinon (quand n et d ne sont pas premiers entre eux), on récupère une séquence de période inférieure à n.

Pour illustrer ce qu'on vient de présenter à propos des séquences maximales, on prend l'exemple suivant : pour m=9, $n = 2^m-1 = 511$ et $f(x) = 1+x^4+x^9$ associé à la relation de récurrence $S_t=S_{t-5}+S_{t-9}$ qui est générée par le registre à décalage présenté dans la Figure I-1. Cette séquence correspond à celle utilisée par le système Glonass. Les propriétés de cette séquence seront détaillées par la suite.

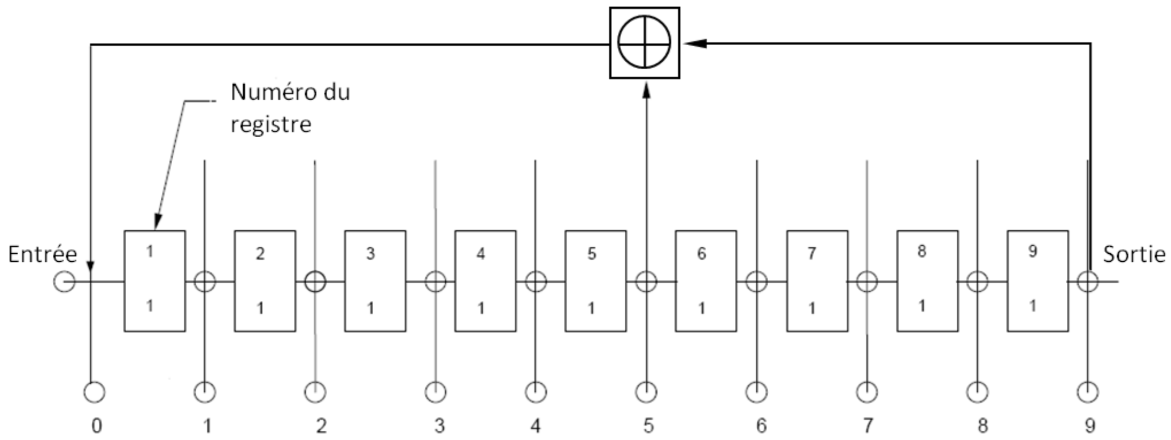

Figure I-1 : génération de la séquence Glonass

Au total, on compte un nombre de séquences maximales (non équivalentes à un décalage près) égal à $\varphi(2^m-1)/m$, φ étant la fonction d'Euler[10]. Ce nombre correspond au nombre de polynômes (caractéristiques associés aux séquences maximales) premiers de degré m.

Ces séquences ont toutes une fonction d'autocorrélation $c(\tau)$ à deux valeurs :

$$c(\tau) = \sum_{i=1}^{n} s_i s_{i+\tau} = \begin{cases} n & si\ \tau = 0 \\ -1 & si\ \tau \neq 0 \end{cases}$$

Où τ est le retard introduit entre la séquence S et sa réplique.

[10] Appelée aussi fonction indicatrice d'Euler. Φ(n) est égale au nombre d'entiers premiers avec n.

La figure ci-dessous représente la forme de cette fonction d'autocorrélation.

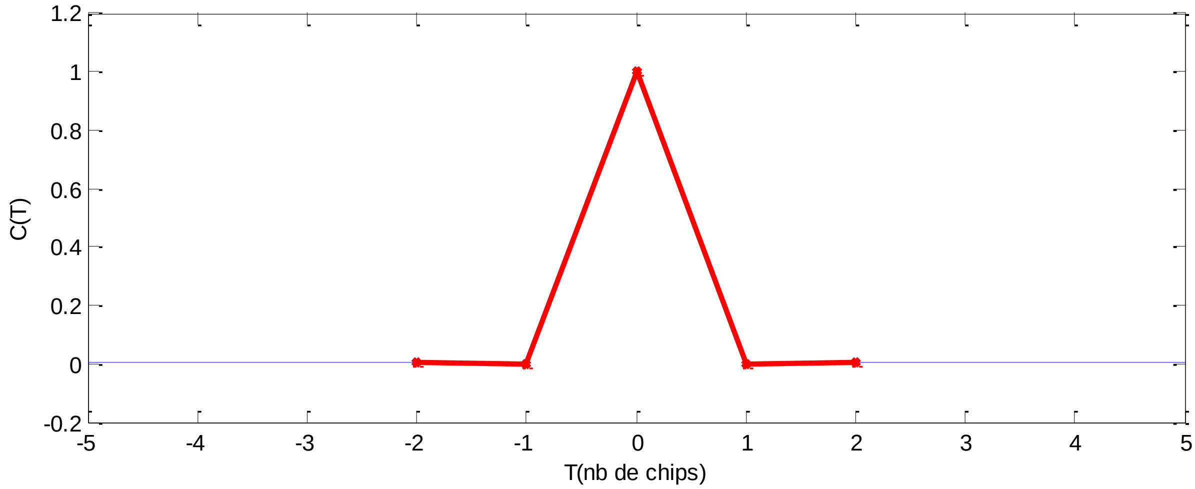

Figure I-2 : le pic d'autocorrélation de la séquence de Glonass

Dans la suite on prend d le facteur de décimation sous la forme 2^e+1. Ce choix a été fait par les théoriciens (spécialistes des codes comme Gold) dans le but de simplifier les calculs des valeurs de corrélation et d'aboutir aux expressions qu'on présente ici. La fonction d'intercorrélation entre une séquence S maximale et celle obtenue par décimation de S avec un facteur égal à d s'écrit sous la forme suivante :

$C(\tau) = \sum_{i=0}^{n-1} S_{i-\tau} R_i \;\; avec\; S_i = Tr(\alpha^i)\; et\; R_i = Tr(\alpha^{di})$

Pour calculer la fonction d'intercorrélation, on transforme les valeurs des bits 0 et 1 en -1 et 1 respectivement. Ceci nous permet d'écrire la fonction d'intercorrélation sous une forme plus simple :

$$C(\tau) = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^{Tr(\alpha^{i-\tau}+\alpha^{di})}$$

On note par la suite $\beta=\alpha^{-\tau}$ et $x = \alpha^i$ avec i allant de 0 à n-1. Dans ce cas x parcourt tous les éléments non nuls de $GF(2^m)$ et $C(\tau)$ s'écrit comme suite :

$$C(\tau) = \sum_{x\neq 0} (-1)^{Tr(\beta x + x^d)}$$

Les expressions des valeurs d'intercorrélation possibles et leurs fréquences de répétition associées sont présentées dans le tableau ci-dessous. Celles-ci sont données en fonction de

$s = \left\lfloor \frac{r}{2} \right\rfloor$ (partie entière de r/2), où r est le rang de la forme quadratique[11] associé à H(x) = $Tr(\beta x + x^d)$.

Tableau I-1 : l'histogramme de la fonction d'intercorrélation C(τ) entre une séquence S et celle déduite par décimation par un facteur $\boldsymbol{d = 2^e + 1}$.

C(τ) : fonction d'intercorrélation entre S et R pour un décalage τ.	F : fréquence d'apparition dans la fonction d'intercorrélation
-1	$2^m - 2^{2s}$
$2^{m-s} - 1$	$2^{2s-1} + 2^{s-1}$
$-2^{m-s} - 1$	$2^{2s-1} - 2^{s-1}$

Pour trouver les valeurs exactes de C(τ), il suffit alors de calculer la valeur de r. Il a été montré *(McEliece 1987)* que celle-ci s'exprime, en fonction du pgcd (m, e) noté ici h et du pgcd (m, 2e) noté g, comme suite :

$$r = \begin{cases} m - g & si\ g = 2h \\ m - g + 1 & si\ g = h \end{cases}$$

Si on calcule la somme totale des fréquences de répétition associées aux trois valeurs de corrélation possibles, on obtient un nombre total de valeur égal à 2^m. Par conséquent le nombre d'éléments dans la fonction de corrélation C (τ) serait de n+1 valeurs. Mais ceci est impossible puisque toutes les séquences maximales sont de longueur n. Il y a donc n valeurs possibles de τ associées au même nombre d'éléments dans C (τ). On cherche alors à rectifier ce compte en vérifiant les cas particuliers et leurs conséquences. Il y a, en effet, un dernier détail à prendre en compte pour que ces calculs soient parfaitement corrects. C'est celui du cas où β=0, puisque $\beta=\alpha^{-\tau}$ n'est jamais nul pour toutes les valeurs de τ ϵ [0, n-1]. On cherche donc la valeur de C(τ) qui correspond à β=0 et on la retire de le Tableau I-2. Dans le tableau suivant, on présente les trois valeurs possibles de C(τ) selon les valeurs de g et h.

[11] Une forme quadratique est un polynôme homogène de degré deux avec un nombre quelconque de variables telles que par exemple $Q=x_1x_2+ x_3x_4+\ldots+ x_{m-1}x_m$ et dans ce cas on appelle m son rang.

Tableau I-2 : les valeurs de C(τ) associées à β=0 pour chacun des trois cas possibles

C(τ) associé à β=0	Si et seulement si
-1	g=h
$2^{\frac{m+g}{2}-1}-1$	g=2h et $\frac{m}{g}$ est impaire
$-2^{\frac{m+g}{2}-1}-1$	g=2h et $\frac{m}{g}$ est paire

Ainsi, pour rectifier le Tableau I-2, il suffit de soustraire 1 à la fréquence d'apparition de la valeur de C(τ) correspondant au cas étudié (parmi ceux mentionnés dans le tableau). Par exemple, quand h=g la fréquence F associée à c(τ)=-1 devient F=$2^{m}-2^{2s}-1$ au lieu de F=$2^{m}-2^{2s}$.

L'objectif de ce travail est de pouvoir associer à un nombre n= 2^{m}-1, toute la famille des séquences maximales ayant cette même longueur n. On s'intéresse alors uniquement au cas où le facteur de décimation d est premier avec n.

On étudie par la suite le cas de deux séquences de code qui font partie de la même famille des séquences maximales de période n= 2^{m}-1. Dans ce cas, la deuxième séquence est décimée à partir de la première avec le facteur d = 2^{e}+1, e ϵ [1, m] premier avec n = 2^{m}-1 (i.e. les cas où pgcd (n, d)=1). Quand on cherche à calculer la valeur du pgcd (n,d), on trouve deux cas possibles :

- Si g=h pgcd (n, d) =1
- Si g=2h pgcd (n, d) = $2^{\mathrm{pgcd}(e,m)}$ +1

Puisqu'on s'intéresse au premier cas où n et d sont premiers entre eux, on a donc l'égalité g=h c'est-à-dire pgcd(e, m) = pgcd(2e,m). Par conséquent r prend comme valeur m-g+1 et si on assume que m-g est paire (condition supplémentaire pour calculer s dans ce cas), on déduit s= $\frac{m-g}{2}$. Dans ces conditions on obtient le Tableau I-3 présentant les valeurs prises par la fonction d'intercorrélation entre deux séquences maximales dont l'une est obtenue par décimation de l'autre à un facteur d =2^{e}+1 premier avec n.

Tableau I-3 l'histogramme de la fonction d'intercorrélation C(τ) entre une séquence S et celle déduite par décimation par un facteur d=2^e+1 vérifiant pgcd (d,n) =1 et m-g est paire.

C(τ) : fonction d'intercorrélation entre S et R pour un décalage τ.	F : fréquence d'apparition dans la fonction d'intercorrélation
-1	$2^m - 2^{m-g} - 1$
$-1 + 2^{\frac{m+g}{2}}$	$2^{m-g-1} + 2^{\frac{m-g}{2}-1}$
$-1 - 2^{\frac{m+g}{2}}$	$2^{m-g-1} - 2^{\frac{m-g}{2}-1}$

Ainsi, on arrive à extraire de la famille de séquences maximales des paires de séquences (telle que la deuxième est obtenue par décimation de la première avec un facteur d premier avec n) dont la fonction d'intercorrélation a trois valeurs possibles. Dans les premiers articles publiés dans ce contexte, le résultat démontré se limite à une majoration de la fonction d'intercorélation c(τ) pour le cas où g=1. En effet, dans les articles *(Gold 1968)* et *(Gold 1967)*, Gold démontre que dans la famille des séquences maximales de longueur n, il existe des paires de séquences (S et R tel que R est déduite par décimation de facteur d premier avec n et d=2^e +1 tel que e premier avec m) dont la fonction d'intercorrélation, en valeur absolue, est inférieure à t(m) exprimée comme suit selon la valeur de m.

$$t(m) = \begin{cases} 2^{\frac{m+2}{2}} + 1 & si\ m\ est\ paire \\ 2^{\frac{m+1}{2}} + 1 & si\ m\ est\ impaire \end{cases}.$$

Ceci permet de limiter les interférences entre les signaux émis par deux utilisateurs de ces paires de séquences. En effet, si on cherche à poursuivre le pic d'autocorrélation de l'un des deux signaux, la perturbation induite par le deuxième sur le premier est mesurée par les pics d'intercorrélation. Puisque que la valeur maximale de ces pics est limitée par t(m) qui est inférieure à la valeur du pic d'autocorrélation (égale à n=2^m-1), on peut observer le premier signal sans être gêné par le deuxième.

Cependant dans le cas général, on aurait besoin de gérer les interférences entre un nombre d'utilisateurs supérieur à deux. Il nous faut donc une famille de séquences dont toutes les paires ont une fonction d'intercorrélation de faible valeur (limitée par t(m) comme dans le cas précédent). Gold montre dans l'article *(Gold 1967)* qu'une telle famille peut être obtenue en combinant la paire de séquences précédemment sélectionnées pour construire la famille des séquences de Gold.

3. Les codes de Gold

On choisit une séquence maximale S (associée à un polynôme caractéristique f(x)) et on en déduit une deuxième R par décimation d'un facteur $d = 2^e+1$ (d premier avec $n=2^m-1$) où $0<e<m$. Ensuite on construit les n séquences de code de Gold par une somme modulo 2 entre la séquence S et une séquence R_i $0 \leq i \leq n-1$ obtenue par un décalage de i bits de R.

Les n+2 codes ainsi obtenus avec en plus les deux séquences maximales S et R ont pour période n. De plus, pour chaque paire de séquences dans cette famille, la fonction d'intercorrélation prend les mêmes trois valeurs calculées précédemment pour les séquences maximales S et R.

Pour illustrer cette théorie, on cite la famille des 36 codes de GPS qui font partie d'une famille de codes de Gold générés par la combinaison des deux séquences maximales G1 et G2 de 1023 chips. Ces séquences sont générées par des registres à décalage de 10 étages. Chacune est caractérisée par un polynôme primitif de degré m=10 :

G1: $P_1(x) = 1+x^3+x^{10}$

G2: $P_2(x) = 1+x^2 +x^3+ x^6 +x^8+x^9 +x^{10}$

La séquence G2 peut être aussi obtenue à partir de G1 par une décimation d'un facteur $d=17=2^4+1 (e=4)$. Ceci nous permet d'en déduire le tableau des valeurs d'intercorrélation entre ces deux séquences et par conséquent entre deux codes de Gold de la famille générée par ces séquences. Ces valeurs sont alors celles qu'on observe entre deux codes GPS.

Tableau I-4 : tableau des valeurs d'interrcorrélationn entre deux codes GPS

c(τ)	f	c(τ) normalisée c(τ)/1023
-1	767	-0.00097
63	136	0.06158
-65	120	-0.06353

Il y a une catégorie de code qui est similaire à celle des codes de Gold : c'est les codes Kasami *(Liu & Komo 1992)*. Cette famille de code est générée à partir de séquence maximale de longueur $2^m - 1$ ou m est un entier pair. A partir de cette séquence on déduit une deuxième séquence maximale par décimation de la première avec un facteur d égal à $2^{m/2} - 1$. La deuxième séquence est de longueur $2^{m/2} + 1$. En combinant ces deux séquences, on génère une famille de $2^{m/2} - 1$ codes. Ces codes avec la première séquence maximale forment une famille de code dont le maximum d'intercorrélation est évalué à $2^{m/2} + 1$.

Une telle famille de code Kasami est utilisée par les satellites Glonass-K dans la bande L3 *(Langley 2011)*.

II. Codes GNSS deuxième génération : Galileo et Beidou

Dans la littérature, plusieurs types de codes pseudoaléatoires existent tels que les séquences Weil, Legendre, Bent… les codes Galileo et Beidou sont générés à partir de séquences maximales ou de codes de Weil. Des traitements standards tels que la concaténation de deux séquences ou la suppression de certains bits sont appliqués à ces codes pour en créer de nouveaux. Ce type de traitements est appliqué par un algorithme spécifique appelé algorithme génétique. Étant donnée la complexité de la procédure de génération, on a besoin de sauvegarder ces codes dans des cases mémoires pour les restituer plus tard. On les appelle donc les « Memory codes ».

Dans ce paragraphe, on s'intéresse aux cas des codes utilisés par les systèmes GNSS Galileo et la nouvelle génération de GPS. Dans le tableau ci-dessous, on liste les codes utilisés par les signaux dans les systèmes GPS et Galileo. En plus des séquences maximales et des codes, les codes de Weil et les Random codes sont aussi cités. Dans la suite on détaille la procédure de génération et les avantages de cette deuxième génération de codes.

Tableau I-5 : Les types de codes utilisés dans GPS et Galileo.

Codes civils	Galileo	GPS
E1/L1	Random codes	Code de Gold et de Weil
L2	-	Séquences maximales
E5/L5	Séquences maximales	Séquences maximales
E6	Random codes	-

1. Codes de Weil

La génération des codes de Weil est basée sur les séquences de Legendre. Celles-ci sont basées sur le principe du résidu quadratique d'un entier premier. Pour un entier premier L et un entier positif a ($a < L$), on dit que a est résidu quadratique de L si l'équation $x^2 \; mod \; L = a$ a une solution x. La fonction $f(a) = a^{\frac{L-1}{2}} modL$ permet de déterminer si a est un résidu quadratique de L ou pas. En effet a est résidu quadratique de L quand $f(a)$ prend la valeur 1. Dans le cas contraire, elle prend la valeur -1. On forme ainsi la séquence Legendre de longueur L par la séquence de deux valeurs 1 et -1 définie comme suite :

$$[f(0) \;\; f(1) \ldots \;\; f(L-1)]$$

Ces séquences sont caractérisées par une fonction d'autocorrélation à deux ou trois valeurs. Ces valeurs sont définies selon les règles suivantes

si $L = 3 \; mod \; 4$ la fonction d'autocorrélation $\theta_a(i)$ prend les deux valeurs suivantes

$$\theta_a(i) = \left\{ \begin{matrix} L & si \; i = 0 \\ -1 & sinon \end{matrix} \right\}.$$

si $L = 1 \; mod \; 4$ la fonction d'autocorrélation $\theta_a(i)$ prend les trois valeurs suivantes

$$\theta_a(i) = \left\{ \begin{matrix} L \; si \; i = 0 \\ -3 \; si \; a \; est \; résidu \; quadratique \; de \; L \\ 1 \; sinon \end{matrix} \right\}$$

2. Codes aléatoires - "Random Memory" codes

Dans tous les exemples précédemment présentés, la longueur des codes est définie par un entier premier (code de Weil) ou la formule $2^m - 1$ (séquences maximales et codes de Gold). Le principe des codes aléatoires est de pouvoir générer une famille de codes ayant une longueur L choisie arbitrairement. En créant cette famille de codes, il est nécessaire de veiller à ce que les fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation soient satisfaisantes. En effet, il faut que le pic principal d'autocorrélation soit assez net. De plus, les pics secondaires de la fonction d'autocorrélation et aussi les pics d'intercorrélation (avec les autres codes) doivent être au plus bas. Pour évaluer les performances du code généré, un critère nommé la limite de Welch θ_{welch} (Welch Bound) est appliqué à une famille de codes. Elle est définie en fonction de la longueur des codes n et de leur nombre total M (dans la famille) par l'expression suivante :

$$\theta_{welch} = n\sqrt{\frac{M-1}{Mn-1}}$$

Une famille de code respecte la limite de Welch quand l'amplitude des pics secondaires de la fonction d'autocorrélation et d'intercorrélation ne dépassent pas cette valeur limite θ_{welch}. Ce critère est employé souvent lorsqu'on utilise l'algorithme génétique. Pour la famille de code de Gold de GPS à 1023 codes, la limite de Welch est de 31,9688 (équivalente à 0.0313 en fonction de corrélation normalisée). Le critère de Welch est au dessus du maximum d'interférence de cette famille de codes (évalué à 0.066 en fonction de corrélation normalisée). Ce critère est donc n'est pas pris en compte lors de la création de cette famille de codes.

Pour générer ce type de codes il est possible d'utiliser l'algorithme génétique qui permet de comparer les performances des codes (en termes de fonctions de corrélation) et d'éliminer ceux qui sont les moins performants. Le principe de cet algorithme est de modifier au hasard un nombre de chips d'un code initial et de tester par la suite ses performances. Si le nouveau code présente de meilleurs résultats pour nos critères de corrélation, alors il remplace l'ancien code. Dans le cas contraire, on élimine le code créé et on refait des nouvelles modifications de chips[12].

Pour illustrer le cas des codes aléatoires, on présente, dans ce paragraphe, l'exemple des codes Beidou. La famille des codes Beidou est créée à partir d'une famille de codes de Gold de longueur égale à 2047 chips générée par un registre à décalage de 11 étages. Pour déduire les codes Beidou à 2046 chips, on retire un chip des codes de Gold. Le choix du chip à supprimer dépend des performances du code résultant en termes de niveau d'intercorrélation (avec les autres codes de la même famille) et de netteté de la fonction d'autocorrélation.

Dans le cas de la nouvelle génération des codes GPS, plusieurs codes de différentes longueurs ont été développés. Le principe de la génération de ces codes est basé sur la concaténation d'un code de Weil avec une séquence numérique. On prend par exemple le cas des codes à 10230 chips qui sont générés par l'insertion de 7 chips dans la séquence de Weil de 10223 chips. La Figure I-3 décrit les étapes suivies pour générer ces codes. Les critères de tests pour chaque nouveau code sont liés aux amplitudes des lobes secondaires de la fonction d'autocorrélation et d'intercorrélation.

[12] Un bit de code qui est immuable.

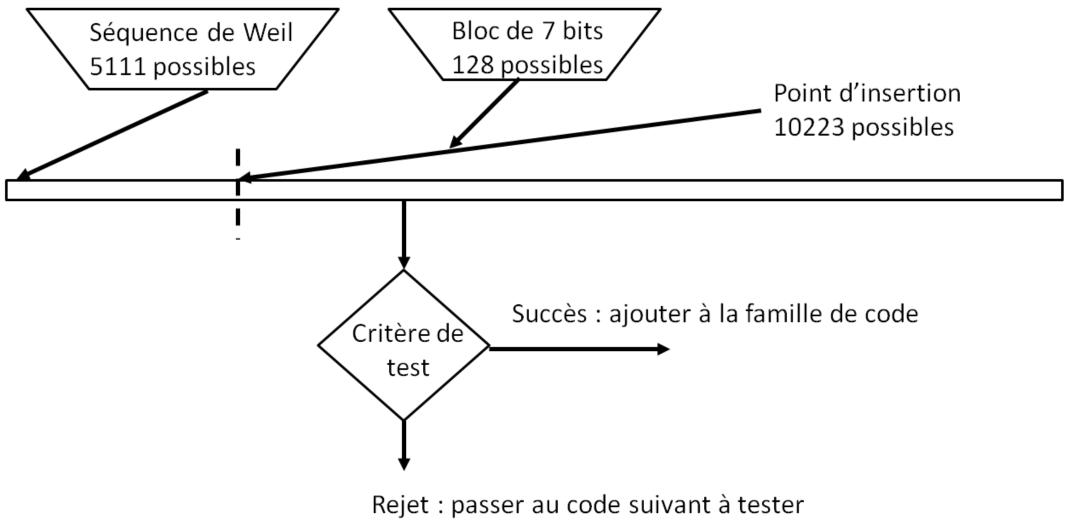

Figure I-3 : génération des codes aléatoires à base de codes de Weil

Dans le système Européen Galileo, on cite l'exemple du code à 4029 chips émis sur E1 et E6 comme exemple de code aléatoire (Wallner et al. 2007; Hein, Avila-Rodliguz, and Wallner 2006). Celui-ci est généré en utilisant l'algorithme génétique et il est sauvegardé en mémoire interne.

3. Les techniques de modulation : BPSK et BOC

Dans une modulation BPSK (Binary Phase-Shift Keying) la porteuse est modulée en phase par un code numérique. Deux états séparés par un déphasage π ($+\frac{\pi}{2}$ et$-\frac{\pi}{2}$ par exemple) sont associés chacun à une valeur de chip 1 ou 0 respectivement. La Figure I-4 présente un exemple de la modulation d'une porteuse RF par un code numérique.

La modulation BOC (Binary Offset Carrier) est utilisée pour moduler les codes de deuxième génération de GPS et de Galileo. Elle est basée sur le principe de sous modulation du code primaire (code d'origine) par un signal carré nommé sous-porteuse. La fréquence de cette sous-porteuse est un multiple (entier ou pas) de la fréquence du code. Ces fréquences (de code et de sous-porteuse) sont définies par les paramètres de la modulation BOC et la fréquence de référence f_0 (1,023 MHz). En effet une modulation BOC(k, h) se traduit par une fréquence de sous-porteuse f_s égale à $k * f_0$ et débit de code f_c égale à $h * f_0$. Les paramètres k et h sont les coefficients de sous modulation et de débit de code respectivement. Dans la littérature, on se sert aussi du paramètre p égal à $\frac{2*f_s}{f_c} = \frac{2*k}{h}$ pour étudier la modulation BOC. L'entier p représente le nombre de périodes (composées d'un front montant et un front descendant) de sous porteuse dans un demi-chip de code. Chaque période de la sous-porteuse correspond à 2 chips alternés 1et 0. Ainsi p représente le nombre de chips du code BOC dans un chip du code primaire.

Le signal BOC est généré en modulant en phase la porteuse sinusoïdale à la fréquence centrale (égale à 1,575 GHz dans la bande L1) par le code BOC récupéré après sous modulation. Cette étape est identique à celle de la modulation BPSK. La Figure I-5 décrit les étapes de la modulation BOC.

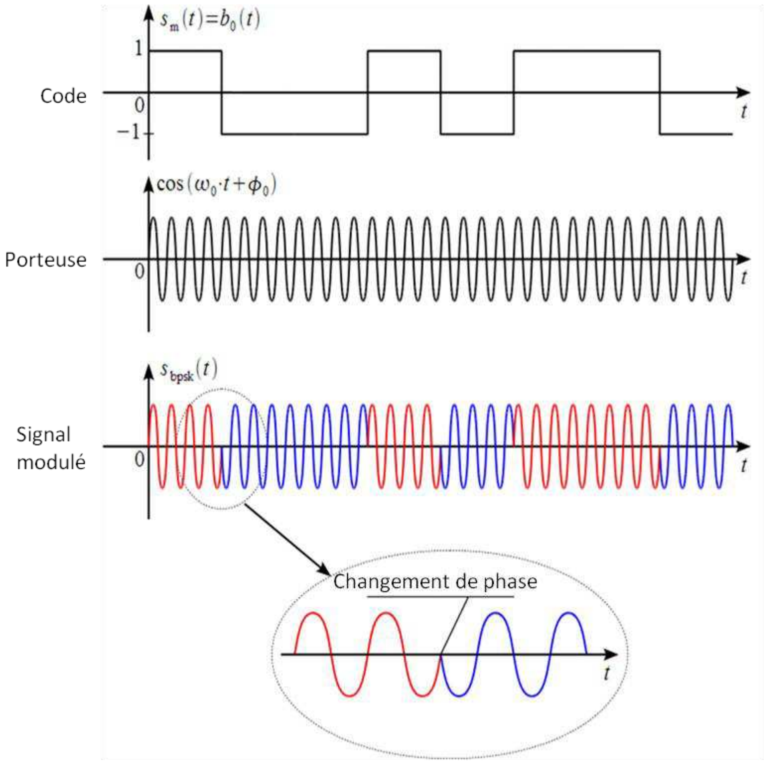

Figure I-4 : Modulation BPSK

La sous modulation du code par une sous porteuse permet de modifier la répartition de l'énergie dans le spectre du signal. En effet contrairement aux modulations numériques typiques (telles que la BPSK, QPSK) dont le spectre est concentré en un seul lobe principal autour de la fréquence centrale, le spectre d'un signal BOC est divisé en deux lobes principaux placés de part et d'autre de cette fréquence. L'intervalle fréquentiel séparant ces deux lobes varie en fonction des paramètres k et h. Dans la bande L1 des signaux GPS quatre différents signaux modulés en BOC apparaissent. Ils appartiennent au système Galileo et à la nouvelle génération des signaux militaires M GPS. La Figure I-6 rassemble les spectres de tous les signaux apparaissant sur L1 (GPS, Galileo, Glonass et Beidou) y compris les signaux modulés en BOC.

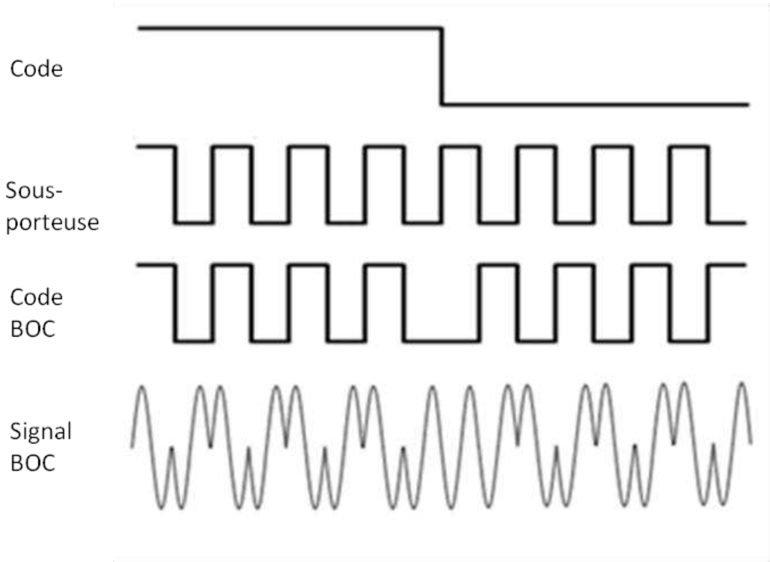

Figure I-5 : Modulation BOC

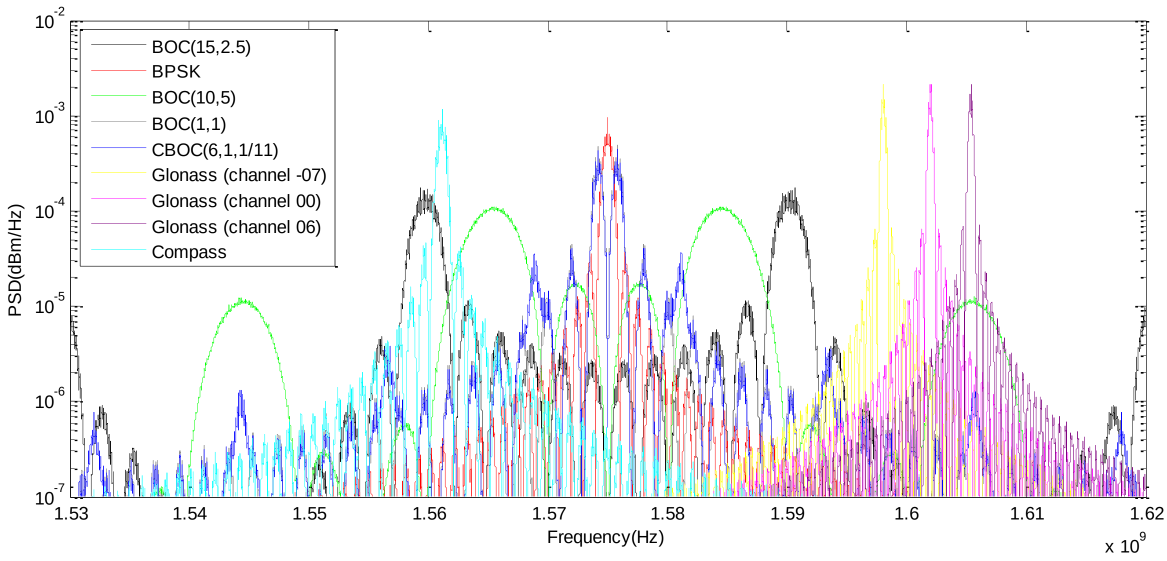

Figure I-6 : spectre des signaux Galileo, GPS, Glonass et Compass dans la bande L1

4. <u>Les Modulations “Binary Coded Spreading Symbol” (BCS) et “Composite BCS” (CBCS)</u>

L’idée de la modulation BCS est que chaque symbole (du code modulé en phase) est divisé en un nombre de segments de durées égales. A chacun de ses segments, on attribue une valeur déterministe qui peut être de forme sinusoïdale ou rectangulaire … Si ces valeurs ne sont pas binaires dans ce cas cette modulation est nommée « Multilevel Coded Spreading Symbols » MCS. Mais quand ces segments nommés aussi sous-chips ne prennent que des valeurs binaires, dans ce cas il s'agit d'une modulation BCS. Celle-ci est définie par une séquence [s] de sous chips et un débit chip f_c. Pour un code binaire modulé en BCS ([s], f_c), on multiplie chaque chip (en +1 et -1) par les sous chips de la séquence [s].

Cette modulation peut être vu comme une généralisation des modulations BPSK et BOC. En effet la modulation BPSK peut être noté BCS([1], f_c). De même BOC(1,1), par exemple, est équivalente à la modulation BCS ([+1,-1],1). L'entier 1 dans ce cas indique que la fréquence chip est égale à f_0(=1,023 MHz). Dans un cas général, une modulation BOC (k,h) correspond à une modulation BCS([s], f_c) , où [s] est une séquence de p sous chips alternés en +1 et -1. En revanche quand le paramètre p est impair, cette définition de la BCS n'est plus correcte (ref). Dans ce cas, il faut commencer par multiplier les chips code par $(-1)^i$, où i est le rang du chip. Ensuite on utilise la même définition BCS([s], f_c) pour obtenir BOC (k,h) avec p impair.

Dans la Figure I-7, on présente le schéma de la modulation BCS([1,-1, 1,-1, 1,-1,1], f_c) comme exemple de ce type de modulation.

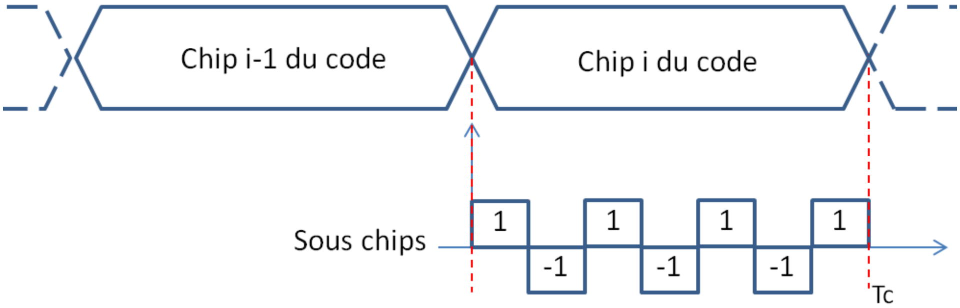

Figure I-7 : schéma de la modulation BCS([1,-1, 1,-1, 1,-1,1], f_c)

Cette modulation a été inventée depuis 2003 (*(Avila-Rodriguez 2008)*) mais elle a été considéré comme une alternative intéressante à la modulation BPSK et BOC récemment. Pour améliorer ses performances et son interopérabilité avec la modulation BOC (1,1), une technique de modulation basée sur la superposition de BCS([s],1) et BOC(1,1) a été proposée. Celle-ci est nommée « Composite Binary Coded Symbols » CBCS *(G.W. Hein et al., 2005)*. Elle est définie à travers l'équation suivante des densités de puissances spectrales des composantes BCS([s],1) et BOC(1,1) :

$$G_{CBCS}(f) = \alpha G_{BOC(1,1)}(f) + \beta G_{BCS([s],1)}(f)$$

Où $G_{CBCS}(f)$, $G_{BOC(1,1)}(f)$, $G_{BCS([s],1)}(f)$ sont les densités spectrales des signaux CBCS, BOC(1,1) et BCS([s],1) respectivement. Les coefficients α et β indiquent le rapport de puissance associé aux codes BOC(1,1) et BCS([s],1) respectivement. Ces coefficients satisfont alors la condition $\alpha + \beta = 1$.

Cette modulation CBCS est souple et peut être facilement convertie en une autre modulation CBCS en modifiant la contribution du signal CBS ou sa fréquence chip. Elle a été proposée par la Commission Européenne (CE) *(G.W. Hein et al., 2005)* dans le but d'offrir une technique de modulation commune pour transmettre les codes Galileo et GPS de la deuxième génération sur la bande L1. Elle permet, par ailleurs, une haute interopérabilité avec la BOC(1,1) et des performances meilleures lors de l'utilisation des récepteurs à large bande.