

## Déplacement latéral

Dans les séries de calcul qui composent l'étude paramétrique de la déformation des sols, tous les paramètres qui influent sur la répartition des succions, principales causes internes de déplacement, auront des effets sur la forme et l'amplitude des déformations qui s'ensuivent.

Or, il a déjà été montré auparavant que l'apparition de la succion est un phénomène qui accompagne l'écoulement de l'eau d'infiltration et que, la température du milieu est susceptible de modifier les propriétés dynamiques de cet écoulement. En conséquence, on pourrait s'attendre à ce que toute variation de la température aura des répercussions sur la répartition spatiale des déformations, ainsi que sur son évolution dans le temps. Dans ce volet, nous allons analyser, sur un sol de type « terre », les impacts que les variations de température peuvent avoir sur les conditions d'apparition des déformations ou sur l'évolution temporelle de celles existantes.

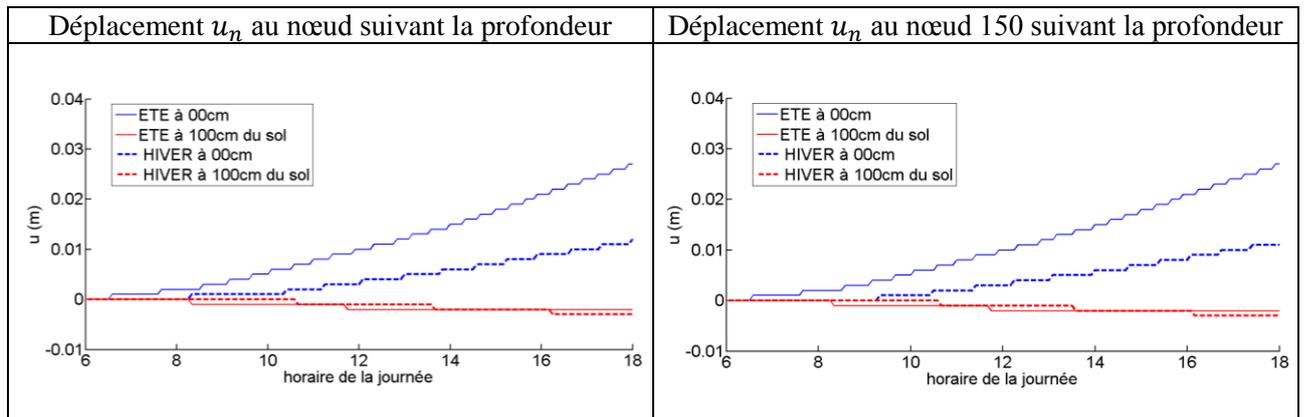
Dans les conditions de calcul, le paramètre température a été pris en compte par l'intermédiaire des conditions saisonnières (été ou hiver) dont nous rappelons ci-après les valeurs numériques des grandeurs qui les caractérisent.

**Tableau IV. 3 : Grandeurs caractérisant les conditions saisonnières**

Paramètre	$T_{\infty} (^{\circ}C)$	$\phi_{max}$ ( $W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ )	$\phi_{min}$ ( $W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ )	$q_s (m.s^{-1})$	$q_e (m.s^{-1})$	Température initiale ( $^{\circ}C$ )
ETE	25	600	30	$2 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	20
HIVER	05	120	06	$2 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-6}$	20

Pour des raisons de représentativité que nous avons déjà évoquées précédemment, les discussions porteront sur les résultats obtenus aux nœuds centraux et à ceux qui sont situés à l'extrémité de chaque plan nodal ; ces nœuds sont censés représenter la répartition des déplacements nodaux à différentes profondeurs du sol.

Les résultats obtenus sur les déplacements  $\{u\}$  sont portés dans la figure IV.17a.



**Figure IV. 17 a: Comparaison des champs de déplacement  $u_n$  dans la terre en été et en hiver**

Il ressort de ces deux groupes de tracé, les deux points suivants :

- L'écart des déplacements calculés, entre les saisons d'été et d'hiver est très significatif à la surface du sol ; tandis qu'il est pratiquement inexistant à partir d'une profondeur de 1m.
- Les courbes de variation obtenues respectivement aux deux nœuds qui représentent chaque plan nodal sont quasiment identiques.

Ces observations rejoignent les remarques qui ont été émises sur les résultats numériques précédents, c'est-à-dire que le transfert de chaleur modifie les propriétés dynamiques du transfert hydrique, uniformément sur toute la surface des couches situées respectivement à différentes profondeurs du sol. Ces modifications se traduisent par la croissance du déplacement, en période d'été, c'est-à-dire en fonction de la température, surtout à la surface du sol.

Ce résultat est prévisible car la répartition des succions, sources de contraintes internes, est liée à la quantité d'eau infiltrée dans le sol, cette quantité étant d'autant plus réduite que l'on descend en profondeur dans un milieu poreux.

### b) Déplacement vertical

Le déplacement vertical mesure l'amplitude du gonflement ou du tassement du sol soumis à l'action des variations des succions. Les calculs effectués dans les deux conditions saisonnières ont abouti aux résultats présentés dans la figure IV.17b.

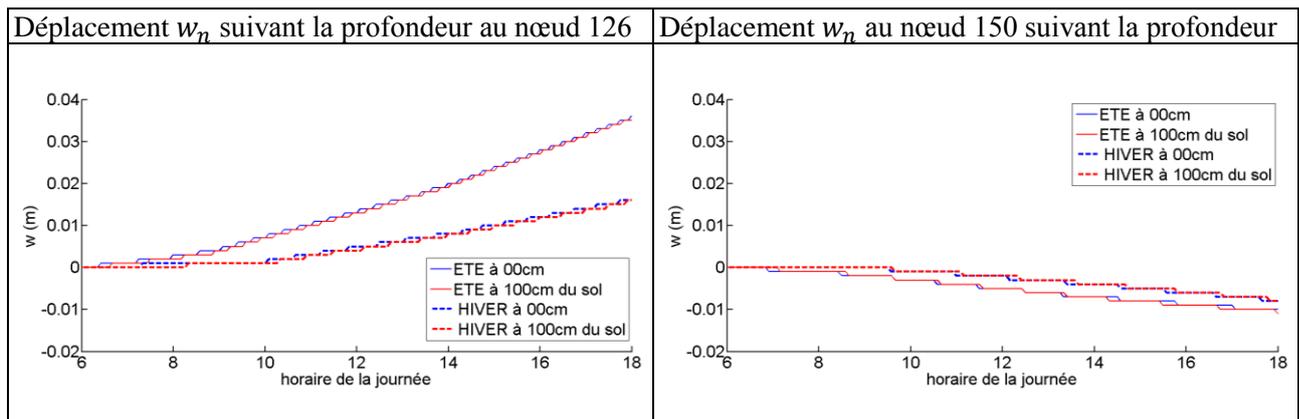


Figure IV. 17 b : Comparaison des champs de déplacement  $w_n$  dans la terre en été et en hiver

Pour ce deuxième type de déplacement, on peut observer que :

- ✓ Sur les deux graphiques de la figure IV.17b, les courbes de variation du déplacement  $w_n$  établies à la surface du sol et, à un mètre de profondeur se superposent. Ceci conforte que la déformation résultant du déplacement  $w$  se présente comme un mouvement d'ensemble, affectant la structure en bloc sur toute son épaisseur.

- ✓ En été, la répartition en profondeur du déplacement  $w_n$  le long de l'axe vertical partant du nœud 126 est marquée par le démarrage d'un gonflement dont la hauteur croît en fonction du temps pour atteindre 3cm environ au bout de 12heures d'exposition (Figure IV.18).

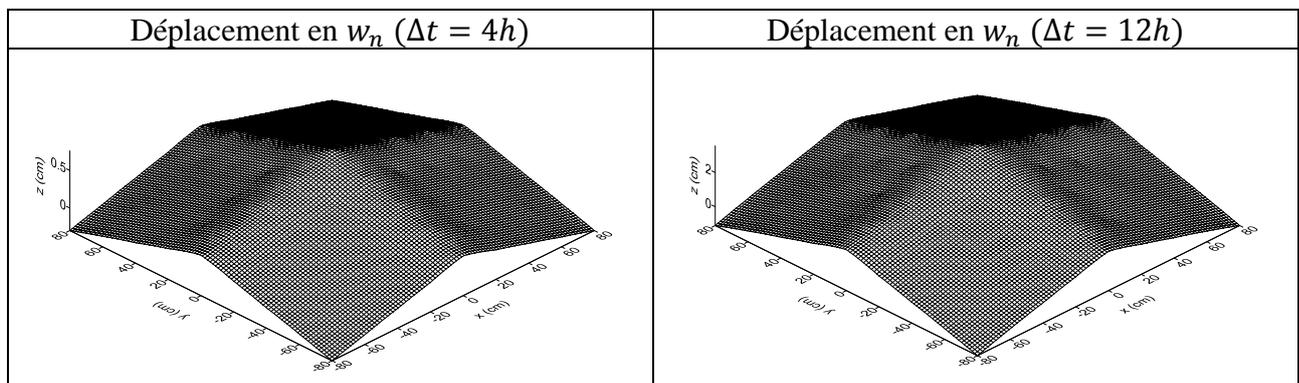
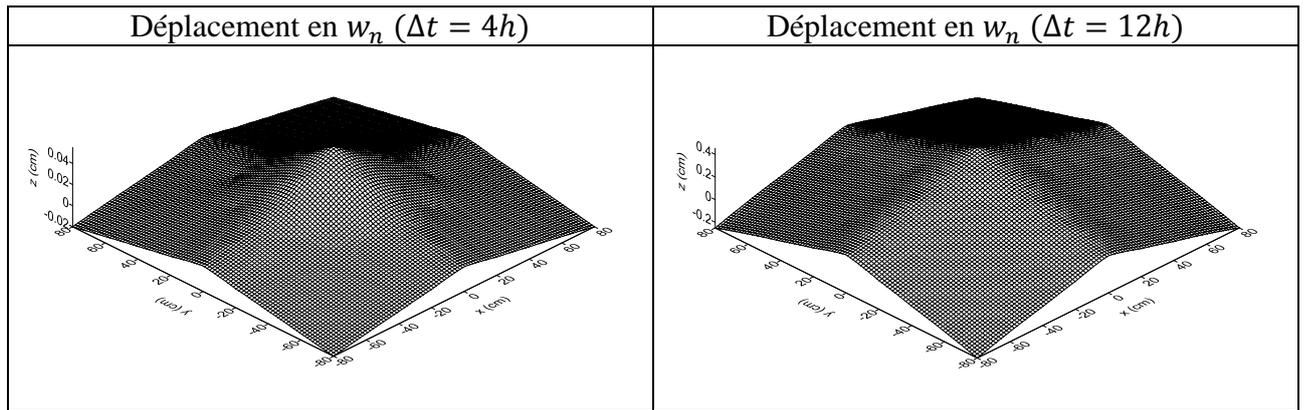


Figure IV. 18 a: Evolution de la déformation du sol en été

- En hiver, les valeurs du déplacement  $w_n$  évoluent aussi en croissant mais, selon un mode plus atténué (Figure IV.18b)



**Figure IV. 18 b: Evolution de la déformation du sol en hiver**

L'écart des valeurs entre les deux formes d'évolution établies en été et en hiver, mesure l'effet de la température sur les caractéristiques (forme, vitesse d'évolution, etc.) de la déformation d'un sol siège du processus d'infiltration.

En d'autres termes, la hausse de la température en été active la vitesse des mouvements de déformation qui sont en cours d'évolution.

- A l'extrémité du modèle de structure, le nœud 150 ne reçoit aucune charge hydrique verticalement par conséquent, l'apparition des succions ne peut provenir que du transfert hydrique horizontal, selon le processus de la redistribution. Cet apport étant relativement faible, l'effet de la succion qui résulte est peu significatif. Et, au cours du temps, l'évacuation par évaporation aidant, la déficience d'humidité aura tendance à se creuser un peu plus. Il en résultera un renforcement des forces de cohésion entre les particules qui composent le milieu, ce qui conduira à une déformation sous forme de tassement. Et, d'après les résultats de calcul, on peut noter que la profondeur de dénivellation de ce tassement est accentuée par l'effet de la température.

#### coefficient de convection thermique $h_{cv}$

La présence du vent ainsi que l'intensité de son mouvement peut contribuer à modifier l'état thermique du sol par convection, surtout en surface. Or, les relations de déformation, établies auparavant, prévoient une possible répercussion de cette contribution au niveau de la valeur de succions, donc de la déformation. C'est la raison pour laquelle, nous avons figuré ce facteur parmi les paramètres d'étude de la déformation.

Pour formuler mathématiquement la contribution de l'effet du vent, nous l'avons évaluée à partir de la puissance de convection thermique qui est mesurée par le coefficient  $h_{cv}$ . Concernant les valeurs à choisir, une étude bibliographique a révélé que la valeur de ce facteur ne peut être définie de façon exacte. Très souvent, elle est plutôt déduite à partir de la considération du bilan d'échanges

thermiques caractérisant un système précis. Ainsi, en nous inspirant des résultats expérimentaux figurant dans des articles publiés [34], nous avons opté pour les trois valeurs raisonnables :

$5\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ ,  $15\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$  et  $25\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ , pour les trois cas respectifs de : vent faible – vent moyen – vent fort.

Une série de calculs rapportée à ces trois valeurs de  $h_{cv}$  a été réalisée pour le matériau « terre », en été et, les résultats obtenus sont présentés dans les figures IV.19a et IV.19b

### a) Déplacement latéral

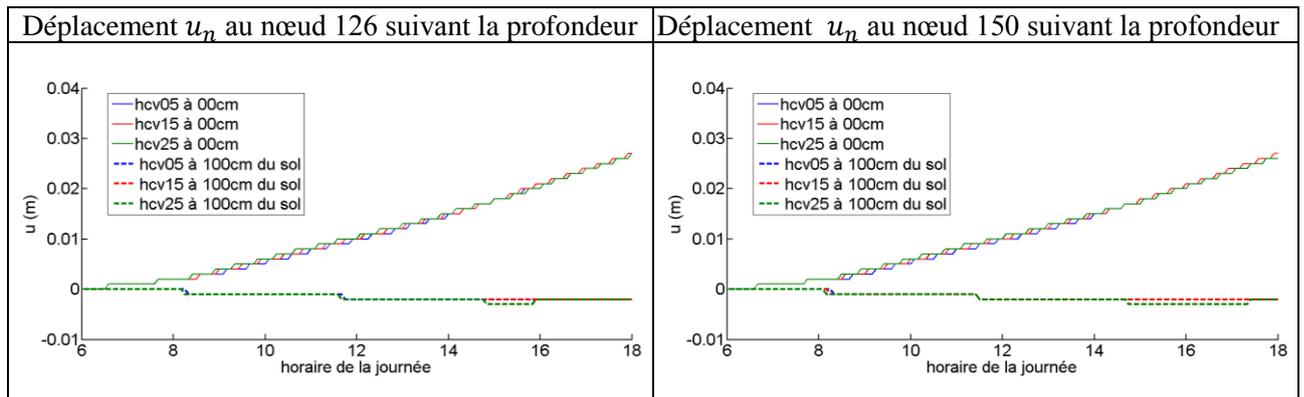


Figure IV. 19 a : Comparaison des champs de déplacement  $u_n$  dans la terre pour  $h_{cv}$  variable

### b) Déplacement vertical

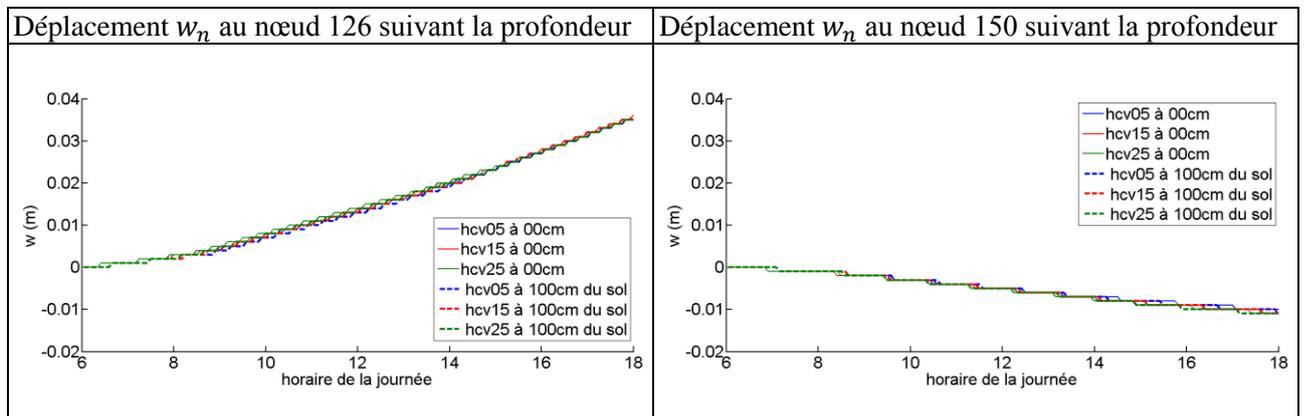


Figure IV. 19 b : Comparaison des champs de déplacement  $w_n$  dans la terre pour  $h_{cv}$  variable

Ces résultats montrent que l’impact des variations du coefficient de convection sur les déplacements latéral et vertical est pratiquement inexistant. Il s’ensuit que ce paramètre ne peut avoir des retombées significatives sur l’état de déformation du sol.

## CONCLUSION

Ce travail de thèse se rapporte à l'étude numérique de la déformation d'un sol poreux non saturé, siège du phénomène d'infiltration et du transfert thermique. La déformation considérée ici est la manifestation sous forme mécanique de l'action des succions générées par les potentiels hydriques repartis dans le milieu. Dans cette étude, la déformation est évaluée à partir du vecteur déplacement des points constituant le milieu.

Le cadre théorique de l'étude physique des vecteurs déplacements repose sur les formulations macroscopiques des lois qui gèrent la dynamique des structures ; tandis que l'analyse des charges mécaniques (représentées par les succions) est réalisée à partir des lois de l'écoulement hydrique couplé avec le transfert thermique. La formulation mathématique de ces lois a permis d'obtenir les systèmes d'équations qui décrivent d'une part, les variations des succions et d'autre part, celles des vecteurs déplacements.

Pour la résolution numérique des équations obtenues, celle relative au problème de charge est réalisée par la Méthode des Différences Finies en utilisant l'approximation implicite de la formule d'Euler car les solutions cherchées sont définies en des points, indépendamment des caractéristiques physiques du milieu ; celle du problème de déplacement est effectuée par la Méthode des Eléments Finis, en choisissant un modèle géométrique réduit au quart de modèle du système considéré, pour raison de symétrie.

En ce qui concerne le traitement numérique du problème dans sa totalité, un programme que nous avons conçu en langage PASCAL est utilisé. Ce programme unique inclue le calcul des charges de succion et celui des déplacements qui en résultent, dans le volume du sol.

Les conditions physiques adoptées dans les calculs de simulation se veulent aussi réalistes que possible dans la mesure où, elles ont été choisies pour reconstituer des cas de figure déduits du contexte climatologique à Madagascar. En particulier, les conditions caractérisant les deux principales saisons en terre malagasy : été et hiver, ont fait l'objet de simulation numérique dans des études paramétriques. De même, trois géomatériaux : l'argile, la terre, le sable que l'on rencontre fréquemment à Madagascar, sont considérés pour mettre à jour les différences de comportement mécanique du sol, selon le degré de porosité de la matrice solide.

Les différentes parties de cette étude analysent la portée de l'effet des suctions sur la stabilité mécanique d'un sol non saturé, selon les conditions de charges hydrique et thermique appliquées. Les principaux éléments de conclusion que nous proposons de retenir à l'issue de ce travail sont les suivants :

- Les rappels présentés dans la première partie apportent les notions essentielles aidant à la compréhension des mécanismes physiques qui sont à la base du processus de l'infiltration et du transfert thermique dans un milieu poreux non saturé.

Il en ressort que les propriétés dynamiques de l'écoulement en milieu saturé diffèrent de celle en milieu non saturé ou sec. Ainsi, dans l'analyse qui implique l'évolution temporelle de l'écoulement, une attention particulière a été portée sur le choix des conditions initiales et aux limites afin d'affiner la précision des résultats de calcul.

- Une étude bibliographique met à jour la complexité de l'analyse du processus d'infiltration du fait de son couplage avec le processus thermique. Si plusieurs travaux [2], [12], etc. usaient d'expérimentations en laboratoire pour contourner la difficulté, le traitement du problème par une simulation numérique, basée sur le couplage des formulations mathématiques et sur une résolution effectuée d'une manière itérative, a conduit à des résultats qui présentent une conformité acceptable (aux erreurs d'approche près) avec les résultats expérimentaux pris en référence.

- L'apparition des suctions  $\Psi$  est une manifestation de la réaction mécanique du lieu d'infiltration vis-à-vis des perturbations en contrainte liées au passage de l'eau d'infiltration dans le volume du sol. Bien que les valeurs de  $\Psi$  et sa répartition soient directement liées à la répartition des teneurs en eau  $\theta$ , ses variations tiennent compte des conditions de température, d'après les relations de définition établies par plusieurs auteurs. Dans ce travail, la formulation de Van Genuchten (1980) [6] a été utilisée pour exprimer la fonction  $\Psi(\theta)$  et dans nos calculs, les valeurs de  $\theta$  injectées dans cette fonction tiennent compte du couplage hydro-thermique.

- Pour tester la validité du programme de résolution numérique utilisé, une série de calculs préliminaires a été effectuée dans des conditions physiques où, les valeurs inconnues de certains paramètres ont été déduites des conditions expérimentales des travaux pris en référence ou, à défaut, des valeurs raisonnables trouvées dans d'autres articles publiés.

Les résultats des calculs de test ont permis d'établir les profils d'évolution temporelle respectifs de la teneur en eau, de la température et de la succion dans le géo matériau « sable ». La similarité observée entre l'allure des profils calculés et celle des profils de référence nous a amené à admettre la validité du programme de simulation utilisé.

▪ Les effets de la succion  $\Psi$  étant au centre de l'objet de ce travail, une étude paramétrique leur est destinée, en choisissant les trois paramètres suivants :

- la porosité du sol, pour voir le rôle des propriétés structurales du géo matériau
- le coefficient de convection  $h_{cv}$ , pour estimer l'effet du vent sur l'état thermique du sol
- les conditions saisonnières, pour mettre à jour la contribution du contexte climatologique.

Pour le paramètre « porosité », on a pu observer que les succions se répartissent en profondeur sur une épaisseur d'autant plus importante que le milieu est poreux, tandis que la répartition horizontale est quasiment uniforme.

Pour le paramètre «  $h_{cv}$  », l'étude comparative réalisée pour trois valeurs de  $h_{cv}$  :  $5W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ ,  $15W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ ,  $25W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ , a permis de conclure que pour  $h_{cv}$  croissant, l'assèchement des couches renforce l'effet des succions, ce qui tend à intensifier les forces de rétention d'eau, surtout dans les couches en profondeur.

Pour le paramètre « condition saisonnière », les calculs ont montré que la répartition spatiale et l'évolution temporelle des succions sont peu affectées par les variations des conditions saisonnières.

▪ Les paramètres choisis dans l'étude relative à la succion étant conservés, la répercussion des effets de succion sur la déformation du sol peut se résumer ainsi. L'action des succions impose des forces de déplacement en tout point de la structure du sol. Si l'intensité de ces forces est supérieure à celle des forces de cohésion inter-particulaire du milieu, l'équilibre mécanique de l'ensemble est compromis, faisant place à un état de déséquilibre instable tel que :

- en milieu faiblement poreux ( $f \ll 50\%$ ), l'instabilité n'affecte que la couche superficielle du sol et, elle se manifeste par l'apparition de craquelures ou cassures partielles
- en milieu moyennement poreux ( $f \approx 50\%$ ), la manifestation du déséquilibre apparaît sous la forme d'un gonflement ou d'un tassement du sol, selon la répartition spatiale de la succion. Notons que cette seconde catégorie de manifestation affecte une couche qui s'étale en profondeur et dont, l'épaisseur croît avec le degré de porosité.
- en milieu très poreux, l'état de déséquilibre peut évoluer en s'amplifiant, l'effet gravitaire aidant, jusqu'à aboutir au phénomène d'éboulement.

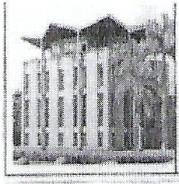
Pour terminer, le sujet traité dans ce travail met à jour les effets mécaniques produits dans un milieu, siège du phénomène d'infiltration, par le mouvement d'écoulement de l'eau. La démarche numérique par simulation qui y est utilisée a conduit à des résultats qui rejoignent, dans sa grande ligne, ceux qui ont été publiés dans les travaux antérieurs. Cependant, nous pensons que la description du phénomène réel ne peut être basée uniquement sur les résultats obtenus, car les propriétés dynamiques de l'écoulement de l'eau infiltrée sont liées à la structuration interne du sol. En d'autres termes, l'existence d'un couplage implicite entre les deux effets : déformation et succion est envisageable pour compléter l'analyse afin d'affiner la description qui s'en déduit.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE ET WEBOGRAPHIQUE

- [1]. ANDRE MUSY (1991). « Physique du sol ». Lausanne : Presses polytechniques et universitaires – 335p
- [2]. ABDELJALIL ZADJAOUI (2009). « Etude du transfert hydrique dans les sols non saturés : échange Sol-Atmosphère ». Université ABOUBEKR BELKAID Algérie : Thèse de doctorat – 315p
- [3]. RAMANDA ZO (2002). « Infiltration de l'eau dans le sol : étude par modélisation ». Mémoire de DEA : Faculté des sciences de l'Université d'Antananarivo – Département de Physique – 53p
- [4]. H.CHAMAYOU – J.P LEGROS (1989). « Les bases physiques, chimiques et minéralogiques de la science du sol ». Techniques vivantes : Presses universitaires de France – 593p
- [5]. MOHAMED MUMEN (2006). « Caractérisation du fonctionnement hydrique des sols à l'aide d'un modèle mécaniste de transfert d'eau et de chaleur mis en œuvre en fonction des informations disponibles sur le sol ». Université d'Avignon et des pays de Vaucluse : Thèse de doctorat – 165p
- [6]. NOURA BELKAID (2011). « Simulation numérique des transferts thermiques et massiques dans un sol non saturé ». Université MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU : Mémoire de Magistère – 88p
- [7]. S. HENIN (1976). « Cours de physique du sol – volume I». INRA : Initiations – Documentations techniques N°28, ORSTOM Paris - 159p
- [8]. GHANEM FADHILA (2011). « Etude de la corrélation entre la perméabilité et la succion ». Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou : Mémoire de Magistère – 112p
- [9]. « Chapitre1 : Notions de bases en physique du sol » (25/11/2016) [http://www.grr.ulaval.ca/gaa\\_7003/Documents/Notes\\_cours\\_2012/CH\\_1\\_Phy\\_sols.pdf](http://www.grr.ulaval.ca/gaa_7003/Documents/Notes_cours_2012/CH_1_Phy_sols.pdf) - 25p
- [10]. RAVELOJAONA JERY (2005). « Couplage du processus hydrodynamique et de l'effet thermique dans l'infiltration de l'eau en milieu poreux : étude par modélisation ». Mémoire de DEA : Faculté des sciences de l'Université d'Antananarivo – Département de Physique – 57p
- [11]. FERGATI FOUAD (2014). « Diffusion thermo-hydrique dans les matériaux de construction ». Université Constantine 01 Algérie : Mémoire de Magistère - 106p
- [12]. DIALA TABAL (2013). « Impact des fissures sur la sécheresse des sols argileux ». Thèse de doctorat en cotutelle de l'Université Lille I et de l'Université Libanaise, Lille – 165p
- [13]. WALID MCHIRGUI (2012). « Modélisation des transferts hydriques dans les milieux poreux partiellement saturés par homogénéisation périodique – Application aux matériaux cimentaires ». Université de la Rochelle : Thèse de doctorat – 187p

- [14]. M. MOHAMED AMINE BECHKIT (2011). « Sur la détermination de la teneur en eau et de l'infiltration à partir de mesures passives de la température du sol ». Université Pierre et Marie Curie : Thèse de doctorat – 140p
- [15]. AN-NINH TA (2009). « Etude de l'interaction sol-atmosphère en chambre environnementale ». Ecole nationale des ponts et chaussées : Thèse de doctorat – 198p
- [16]. H. DAGHARI et al. (2000). « Transfert d'eau dans un milieu poreux non isotherme ». Revue des sciences de l'eau – p.75 à 84
- [17]. THAIS PARIS ANGUELA (2004). « Etude du transfert d'eau et de solutés dans un sol à nappe superficielle drainée artificiellement ». Ecole nationale du Génie Rurale, des eaux et Forêts – Centre de Paris : Thèse de doctorat – 188p
- [18]. LAOUNI GAIDI (2002). « Transfert par infiltration de l'eau et du soluté dans les sols non saturés – Utilisation de la méthode TDR (Time Domain Reflectometry) ». Institut National des Sciences Appliquées de Lyon : Thèse de doctorat – 255p
- [19]. HASAN GHASEMZADEH (2006). « Couplages dans les géo matériaux multiphasiques effets de la température et de la chimie ». Ecole nationale des ponts et chaussées : Thèse de doctorat – 182p
- [20]. YVES JANNOT (2012). « Transferts thermiques ». Ecole des Mines Nancy – 159p
- [21]. « Isothermes de sorption : modèles et détermination ». (17/10/17) <http://www.thermique55.com/principal/sorption.pdf> – 16p
- [22]. SIMON SALAGER (2007). « Etude de la rétention d'eau et de la consolidation de sols dans un cadre thermo-hydro-mécanique ». Université Montpellier 2 : Thèse de doctorat – 212p
- [23]. FREDERIC COLLIN (2003). « Couplages thermo-hydro-mécaniques dans les sols et les roches tendres partiellement saturés ». Université de Liège : Thèse de doctorat – 300p
- [24]. SEBASTIEN SCHNEIDER (2010). « Estimation des paramètres hydrodynamiques des sols à partir d'une modélisation inverse de données d'infiltration et de résistivité électrique ». Université Paris-Sud 11 : Thèse de doctorat – 145p
- [25]. AHMAD AL QADAD (2009). « Influence de la sécheresse sur les structures : Modélisation de l'Interaction Sol-Atmosphère-Structure ». Thèse de doctorat en cotutelle de l'Université des Sciences et Technologies de Lille – 118p
- [26]. NICOLAS CHAMPAGNAT (2010). « Différences finies et analyse numérique matricielle : cours d'harmonisation en IMAFA ». <http://www.iecl.univ-lorraine.fr/~Nicolas.Champagnat/Harmo.pdf> - 51p
- [27]. HAMIDA OUI MERYEM (2016). « Méthode des différences finies appliquée aux EDPs fractionnaires ». Université ABOUBEKR BELKAID Algérie : Mémoire de MASTER – 67p
- [28]. DANIEL EUVRARD (1990). « Résolution numérique des équations aux dérivées partielles de la physique, de la mécanique et des sciences de l'ingénieur ». Paris: MASSON – 341p
- [29]. ERIC GONCALVES (2005). « Méthodes, analyse et calculs numériques ». Institut Polytechnique de Grenoble : cours – 93p
- [30]. EDOUARD THIEL (1997). « Algorithmes et programmation en pascal ». Faculté des Sciences de Luminy : Cours – 62p

- [31]. JEAN LOUIS JARDRIN (1988). « Algèbre Algorithmes et programmes en Pascal ». Paris: DUNOD – 245p
- [32]. [http://biohabitat.free.fr/dossiers/habitat\\_ecobio/habitat\\_bioclimatique/doc/Les\\_proprietes\\_des\\_materiaux.pdf](http://biohabitat.free.fr/dossiers/habitat_ecobio/habitat_bioclimatique/doc/Les_proprietes_des_materiaux.pdf). « Les propriétés des matériaux » - 02p (10/11/2016)
- [33]. BESMA SLITI (2014). « Optimisation des paramètres de l'équation de Van Genuchten pour la gestion d'irrigation d'un champ de canneberges ». Université de Laval : Mémoire de Maîtrise ès sciences – 82p
- [34]. <http://fsr.um5.ac.ma/cours/physique/bargach/Chap4.pdf> (15/08/2016). « Chapitre 4 Transferts de chaleur par convection » - 82p
- [35]. [http://step.ipgp.fr/images/2/27/L2S4\\_GdE\\_TTT\\_partB.pdf](http://step.ipgp.fr/images/2/27/L2S4_GdE_TTT_partB.pdf) (15/06/2016). « Transferts thermiques ». - 79p
- [36]. Pr A. MERMOUD (2006). « Cours de physique du sol ». Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne - <http://echo.epfl.ch/files/content/sites/echo/files/shared/PDF/06-R%C3%A9gime%20thermique%20du%20sol.pdf> (22/04/2016)
- [37]. [https://fr.wikipedia.org/wiki/conductivité\\_thermique](https://fr.wikipedia.org/wiki/conductivité_thermique) (14/09/2016).
- [38]. [https://fr.ekopedia.fr/wiki/conductivité\\_thermique](https://fr.ekopedia.fr/wiki/conductivité_thermique) (14/09/2016).
- [39]. JEAN LOUIS BATOZ et GOURI DHATT (1990). « Modélisation des structures par éléments finis – Volume 1 – Solides élastiques ». Hermès Paris – 421p
- [40]. MICHEL KERN (10/06/2016). « Introduction à la méthode des éléments finis ». Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris (2004-2005) – 68p. [http://mms2.ensmp.fr/ef\\_paris/formulation/polycop/f\\_coursEF.pdf](http://mms2.ensmp.fr/ef_paris/formulation/polycop/f_coursEF.pdf)
- [41]. JEAN CHARLES CRAVEUR (1997). « Modélisation des structures, calcul par éléments finis avec problèmes corrigés ». Paris: MASSON – 237p
- [42]. ANDRE FORTIN et ANDRE GARON (1997). « Les éléments finis : de la théorie à la pratique ». Université de Laval et Ecole Polytechnique de Montréal – 386p
- [43]. DANIEL CHOÏ (2010). « Méthode des éléments finis par l'exemple ». Université de Caen : Groupe Mécanique Modélisation Mathématique et Numérique – 75p
- [44]. JEAN CLAUDE CHARMET ((11/09/2017). « Mécanique du solide et des matériaux Elasticité – Plasticité – Rupture ». <http://www.pmmh.espci.fr/fr/Enseignement> - 157p
- [45]. GREGORY HARTIWIGSEN (19/05/2016). « Etude et modélisation du renforcement de sol par Colonnes à Modules Mixte (CMM) ». INSA Strasbourg. <http://eprints2.insa-strasbourg.fr/86/11/Poster.pdf> – 58 à 85p



UNIVERSITE D'ANTANANARIVO  
-----  
VICE-PRESIDENCE CHARGÉE  
DE LA FORMATION ET DE LA RECHERCHE  
-----  
DIRECTION DE LA RECHERCHE

## ATTESTATION DE PARTICIPATION

Je, soussignée, RAMBOAZANAKA Murielle, Directeur de la Recherche à l'Université d'Antananarivo atteste que :

***RAVELOJAONA Jery***  
***Ecole Doctorale Physique et Applications***  
***Faculté de Sciences***

a participé à :

La session de communications dans les domaines des Sciences Appliquées et Fondamentales organisée par la Direction de la Recherche/La Cellule de Soutien à la Formation et à la Recherche, intitulée : « *Modélisation de l'effet de la température sur l'infiltration de l'eau dans un sol poreux* »

qui s'est tenue le 27 Avril 2018 à l'Akademia Malagasy.

Cette attestation lui est délivrée pour valoir ce que de droit.

Fait à Antananarivo, le 02 OCT 2018.

Le (la) participant(e)

Le Directeur de la Recherche



# MODELISATION DE L'EFFET DE LA TEMPERATURE SUR L'INFILTRATION DE L'EAU DANS UN SOL POREUX

RAVELOJAONA Jery<sup>(1,2)</sup>, MANAGNEO Max Lubin<sup>(1,2)</sup>, ANDRIANTSOA Esther<sup>(1,2)</sup>

- 1- Laboratoire de Physique et Modélisation.
- 2- Ecole Doctorale Physique et Applications, Université d'Antananarivo

## Résumé :

L'étude s'intéresse à l'influence de la température sur le processus d'infiltration de l'eau dans le sol. L'analyse par modélisation nécessite la résolution du système d'équations traduisant le couplage entre les transferts hydrique et thermique. Le traitement numérique, programmation en langage Pascal, a été réalisé sur des couches de différentes porosités, par application de la méthode des différences finies. L'étude se rapporte en premier lieu à l'infiltration proprement dite et, en second lieu à l'infiltration couplée avec l'effet de la température. Les résultats obtenus par simulation numérique ont permis d'obtenir que :

- l'eau s'infiltré mieux dans les sols de forte porosité
- l'influence de la température est d'autant plus significative que le milieu est poreux.

Ainsi, la contribution de l'effet de température ne peut être négligée dans l'étude hydrodynamique de l'infiltration car elle est conditionnée par la structure interne du sol.

**Mots clés :** *transfert hydrique, transfert thermique, infiltration, porosité, sol, hydrodynamique.*

## Abstract :

It's interested the influence of the temperature on the process of water infiltration in soil. The analysis by modeling requires the resolution of the system of equations translating the coupling between the water and thermal transfer. The numeric treatment (programming in Pascal language) has been achieved on layers of different porosities, by applications of the method of the differences finished. The survey relates in the first place the infiltration and, in second places to the infiltration coupled with the effect of the temperature. The results gotten by numeric simulation permitted to get that :

- water infiltrates is better in the soils of strong porosity
- the influence of the temperature is especially meaningful than the middle is porous.

To conclude, the contribution of the temperature effect cannot be disregarded in the stream lined survey of the infiltration because it is conditioned by the internal structure of soil.

**Key words:** *water transfer, thermal transfer, infiltration, porosity, soil, streamlined.*

## INTRODUCTION

L'infiltration exprime l'écoulement de l'eau dans le sol qui est un milieu poreux. C'est un processus complexe qui se déroule dans un système multiphasique et, son mode d'évolution est géré par différents paramètres physico-chimiques qui s'interagissent constamment au cours de l'infiltration. Il en résulte que les propriétés dynamiques de l'infiltration dépendent de l'état thermique, de l'état hydrique et du niveau de porosité du sol. On s'intéresse à l'ordre d'importance de l'impact de chacun de ces facteurs sur l'évolution du processus d'infiltration. L'analyse du processus nous a conduit à traduire l'interdépendance des phénomènes impliqués par un couplage entre le problème thermique et le problème d'écoulement d'eau, en milieu poreux. Ce couplage sera traduit au cours d'un traitement numérique par modélisation, en utilisant la Méthode des Différences Finies (M.D.F.) programmée en langage PASCAL en s'inspirant des méthodes existantes [1], [2]. Pour mettre en évidence l'interdépendance du mouvement hydrique et du transfert thermique, on a mené une étude comparative de la

dynamique de l'infiltration dans les deux conditions : avec et sans couplage des deux principaux processus impliqués, la partie hydrique et celle thermique.

## 1- Méthodologie

### 1.1- Présentation de l'étude

D'une manière générale, les parties constituantes du sol se présentent sous formes de trois phases différentes : une phase solide, une phase liquide et une phase gazeuse. La phase solide englobe toutes les particules solides qui composent le sol, y compris les espaces vides (pores) ; la phase liquide est représentée par le fluide qui s'écoule ou stagne à l'intérieur des interstices du sol ; la phase gazeuse désigne le mélange gazeux composé essentiellement d'air et de vapeur d'eau qui est soit piégé dans les pores, soit circulant à travers les espaces lacunaires du sol.

Compte tenu de cette structuration du sol, l'écoulement de l'eau à travers la matrice solide, considéré comme poreuse, nécessite la prise en considération des caractéristiques des phases existantes. Néanmoins, étant donné la faible contribution de la masse gazeuse dans le processus étudié, il est fréquent de se limiter à la considération des phases solide et liquide.

Ainsi, les lois qui gèrent la dynamique de l'infiltration de l'eau dans le sol sont établies sur la base des propriétés

- du sol, en tant que milieu biphasique et poreux dont la constitution varie dans l'espace et dans le temps
- du mouvement d'écoulement de l'eau en tant que fluide incompressible et caloporteur

Dans ce cas, la méthodologie de l'étude dynamique de l'infiltration s'appuie sur trois concepts fondamentaux qui sont : l'analyse du comportement de la phase solide, la formulation des lois théoriques qui gèrent le mouvement de la phase liquide et l'évolution des processus d'échange thermique entre ces deux phases.

La démarche opératoire sera alors telle que :

L'étude s'effectue en deux étapes, la première axée sur le transfert hydrique en négligeant toute contribution de la température. Le traitement est appliqué sur trois couches de sol de porosités différentes afin de faire ressortir le rôle de la morphologie du sol dans le processus.

La deuxième étape consiste à introduire le paramètre thermique dans le même processus hydrique. Ce volet renseigne sur les modifications que ce paramètre peut engendrer sur le mode de répartition de l'eau dans le sol.

### 1.2- Mise en équation du processus d'infiltration

La formulation des transferts hydro-thermiques dans le sol, au cours du processus d'infiltration s'obtient à partir des équations décrivant respectivement le transfert hydrique et le transfert thermique.

### 1.2.1- Equation du transfert hydrique

En 1856, Darcy [3] a montré expérimentalement l'existence d'une relation de dépendance entre le débit d'écoulement  $\vec{q}$  en milieu poreux et la perte de charge  $\overrightarrow{\text{grad}} H$ , où H désigne le potentiel hydraulique. Cette observation a conduit à l'édification d'une loi générale (loi de Darcy) d'expression:

$$\vec{q} = -K_s \overrightarrow{\text{grad}} H \text{ (en milieu saturé)}$$

$$\vec{q} = -K_\theta \overrightarrow{\text{grad}} H \text{ (en milieu non saturé)}$$

avec

$K_s$  : la conductivité hydraulique à saturation

$K_\theta$  : la conductivité hydraulique

En exprimant cette loi dans l'équation de continuité du flux hydrique, qui s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \text{div} \vec{q} = 0 \quad (01)$$

avec  $\theta$ : la teneur en eau

on obtient l'équation de Richards [3]

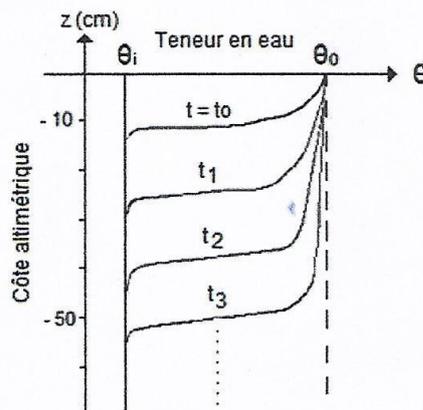
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} (K_\theta \overrightarrow{\text{grad}} H) \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} (D_\theta \overrightarrow{\text{grad}} \theta) \quad (02)$$

où  $D_\theta = \frac{K_\theta}{C_\theta}$  désigne la diffusivité hydraulique et  $C_\theta$ , la capacité capillaire

Si on se réfère aux travaux d'André Musy sur l'écoulement vertical suivant Oz, la description correspondante, déduite de la loi de Darcy, obéit à l'équation : [3], [4]

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} [D_\theta \overrightarrow{\text{grad}} \theta] + \frac{\partial}{\partial z} [K_\theta] \quad (03)$$

Le profil hydrique obtenu à partir de cette équation a servi de référence dans la simulation. Il se présente comme suit : [3], [5]



**Figure 1:** Evolution en fonction du temps du profil hydrique au cours de l'infiltration

Cette allure de profil décrit le mode de répartition de l'eau dans le sol, résultant de l'effet d'un gradient de pression hydrique à la surface et du gradient de la pesanteur en profondeur.

### 1.2.2- Equation du transfert thermique

Selon une première approche où la contribution de la phase gazeuse est négligée, le transfert thermique dans le volume du sol s'effectue par conduction. Ce mode de transfert est décrit par la loi de Fourier, qui est exprimée par la relation générale suivante :[3], [6]

$$\vec{J}_{cd} = -K_T \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (04)$$

où  $\vec{J}_{cd}$  désigne le flux de chaleur  
 $K_T$ , la conductivité thermique  
 $T$ , la température

Comme précédemment, en exprimant la loi de Fourier dans l'équation de continuité, on obtient la relation traduisant le transfert thermique dans le sol qui s'écrit :[3]

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(K_T \overrightarrow{\text{grad}} T) \quad (05)$$

où  $\rho c_p$  désigne la capacité thermique du sol

En introduisant le terme de diffusivité thermique  $D_T$  qui est défini par  $D_T = \frac{K_T}{\rho c_p}$ ,

l'équation (05) peut encore s'écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(D_T \overrightarrow{\text{grad}} T) \quad (06)$$

En se basant sur cette équation, le profil thermique obtenu pendant une journée et à différentes profondeurs du sol possède l'allure suivante [3].

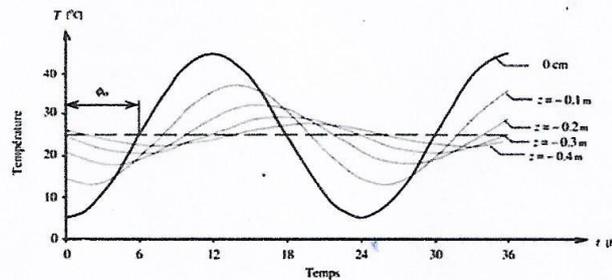


Figure 2 : Variation thermique en fonction du temps à différentes profondeurs

### 1.2.3- Principe du couplage hydro-thermique

Le principe sur lequel est basée la formulation du couplage des processus hydrique et thermique consiste à traduire la présence simultanée des deux faits suivants :

- d'une part, la chaleur modifie les propriétés dynamiques de l'eau d'infiltration (vitesse, pression), ainsi que la composition du sol,
- d'autre part, la variation des propriétés hydrodynamiques du sol influe sur l'évolution de la répartition de la température du sol. D'ailleurs, en tant que fluide caloporteur, l'eau draine dans son mouvement de l'énergie thermique, ce qui modifie la répartition de température dans le sol.

Ainsi, les transferts hydrique et thermique sont des processus indissociables qui s'interagissent d'une manière quasi-simultanée. La traduction mathématique de cette interdépendance est réalisée par l'insertion de paramètres, dits de couplage, dans les équations de transfert.

- Equation de transfert hydrique couplé

De l'équation (03) qui décrit l'écoulement de l'eau d'infiltration dans le sol, la prise en compte de l'effet de température est réalisée par l'ajout d'un terme de thermo-diffusion  $div(D_T \overrightarrow{grad} T)$ , affecté d'un coefficient de couplage  $\lambda$ .

L'équation de transfert hydrique couplé s'écrit alors : [3], [7]

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = div[D_\theta \overrightarrow{grad} \theta] + \frac{\partial}{\partial z} [K_\theta] + \lambda div[D_T \overrightarrow{grad} T] \quad (07)$$

- Equation de transfert thermique couplé

Dans le cas du transfert thermique, la formulation ne se limite plus à l'échange thermique par conduction mais tient compte de l'échange thermique par convection aux interfaces solide-liquide, ainsi que des échanges calorifiques engendrés par les changements d'état de l'eau qui restent parfois négligés.

Ainsi, la prise en compte de l'effet d'humidité dans le bilan thermique est réalisée par l'ajout d'un terme de diffusion :  $div[D_{vap} \overrightarrow{grad} \theta]$ , lié au changement de phase « liquide-vapeur » de l'eau, affecté de la chaleur latente de vaporisation  $L_v$ . L'équation de transfert thermique couplé s'écrit alors : [3], [8]

$$\rho_e c_{pe} \frac{\partial T}{\partial t} = div[K_T \overrightarrow{grad} T] - L_v div[D_{vap} \overrightarrow{grad} \theta] \quad (08)$$

avec :

- $L_v$ : chaleur de vaporisation, dont l'expression formulée par Frelin (1998), est [8],[9]:

$$L_v = 4.186 \cdot 10^3 (597.5 - 0.592 T) \quad (\text{valable pour } 0 < T < 180^\circ\text{C}) \quad (09)$$

- $D_{vap}$ : la diffusivité de vapeur d'eau, dont l'expression proposée par H. Daghari et L. De Backer [10] est :

$$D_{vap} = 0.665 * 0.274 \left[ \frac{T+273}{293} \right]^{2.3} f_{air} \quad (10)$$

où  $f_{air}$  désigne la porosité de l'air du milieu et  $T$ , la température exprimée en °C.

En exprimant l'équation (08) en fonction de la diffusivité thermique  $D_T = \frac{K_T}{\rho_e c_{pe}}$ , et du coefficient de couplage  $\alpha = \frac{L_v}{\rho_e c_{pe}}$ , elle devient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[D_T \overrightarrow{\text{grad}} T] - \alpha \text{div}[D_{vap} \overrightarrow{\text{grad}} \theta] \quad (11)$$

La suite de l'analyse portant sur les transferts hydrique et thermique couplés sera axée sur le traitement numérique du système d'équations composé des équations (07) et (11), soit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div}[D_\theta \overrightarrow{\text{grad}} \theta] + \frac{\partial}{\partial z}[K_\theta] + \lambda \text{div}[D_T \overrightarrow{\text{grad}} T] \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[D_T \overrightarrow{\text{grad}} T] - \alpha \text{div}[D_\theta \overrightarrow{\text{grad}} \theta] \end{cases} \quad (12)$$

Pour réaliser le traitement numérique de ce système d'équations, qui débouchera sur l'analyse du problème par simulation, on a opté pour la mise en œuvre de la Méthode des Différences Finies (MDF). Le principe repose sur l'idée de base qui est de substituer le problème réel continu à un modèle discret équivalent [1].

Le principe de mise en œuvre de la MDF consiste à définir un modèle géométrique servant de support aux études à effectuer ; dans le cas présent, le modèle choisi présente une géométrie parallélépipédique. Ensuite, les formulations mathématiques et les conditions aux limites relatives au problème seront ramenées à ce modèle de support.

## 2- Mode opératoire et résultats

L'étude comporte deux volets, le premier volet consiste à étudier l'écoulement de l'eau dans le sol en négligeant les effets de température et, le deuxième volet vise à introduire le paramètre thermique dans ce processus. La simulation effectuée se passe en une journée, de 06 heures du matin à 18 heures du soir. Dans chaque cas étudié, les calculs de simulation sont réalisés pour trois types de sol qui sont : le sable, la terre et l'argile.

### 2.1- Infiltration sans considération des effets thermiques

Ce premier volet se rapporte au traitement numérique de l'équation (02) traduisant l'écoulement de l'eau. Les valeurs numériques des paramètres utilisés au cours de ce traitement sont les suivantes :

- Paramètres liés à la structure du sol
  - Le support géométrique est caractérisé par les dimensions suivantes : longueur (L=0,8m) ; largeur (l=0,8m) ; hauteur (δ=1,0m)
  - Tableau 1 : Porosité de chaque type de sol [6], [7]

Type du sol	Porosité (f)	$\rho(kg.m^{-3})$
Argile	0,3	1800
Terre	0,5	1650
Sable	0,7	1515

- Paramètres relatifs au transfert hydrique

- Tableau 2 : Teneurs en eau résiduelle ( $\theta_r$ ) et à saturation ( $\theta_s$ ) [4]

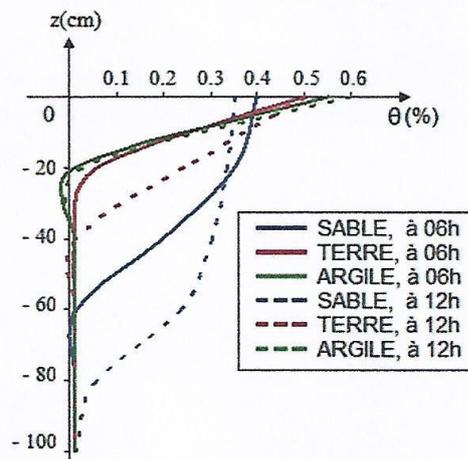
Type du sol	$\theta_r$ (%)	$\theta_s$ (%)
Argile	0.01	0.6
Terre	0.01	0.5
Sable	0.01	0.4

- 

- Les conditions initiales adoptées sont :

- teneur en eau initiale  $\theta_i = 0,01$
    - charge hydrique appliquée sur la surface supérieure  $q_e = 510^{-6} m.s^{-1}$
    - flux d'évaporation hydrique appliqué sur la surface supérieure  $q_s \approx 0 m.s^{-1}$
    - la durée de l'étude  $\Delta t_{max} = 12 h$

Les résultats obtenus sur le profil hydrique sont présentés dans la figure 3.



**Figure 3** : Profils hydriques sans considération des effets thermiques pour trois types de sol : de sable, terre, d'argile

De ces résultats, on peut dégager les points suivants :

- ✓ l'écoulement en profondeur (infiltration verticale) s'effectue d'autant plus vite que la porosité du sol est élevée
- ✓ lorsque la teneur en eau à la surface du sol atteint le niveau de saturation, l'eau d'infiltration s'accumule dans une couche de surface (couche de rétention) dont l'épaisseur est d'autant plus faible que le sol est peu poreux.

Au bout de 12h d'infiltration, l'épaisseur de la couche de rétention est d'environ 20cm dans l'argile, de 40cm dans la terre et de 80cm dans le sable.

## 2.2- Infiltration avec considération des effets thermiques

Le principe d'analyse dans ce second cas est analogue au cas précédent et, toutes les conditions de calcul citées précédemment sont conservées. Toutefois, quelques conditions

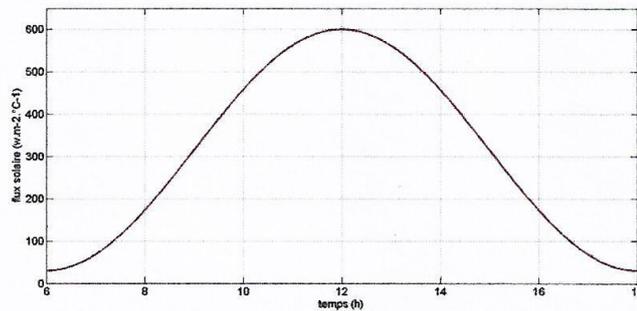
relatives aux paramètres thermiques doivent être ajoutées ci-après.

- **Tableau 3 : Capacité thermique [6]**

Type du sol	$c_p$ ( $J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$ )
Argile	960
Terre	900
Sable	800

- La variation journalière du flux de rayonnement solaire reçu à la surface du sol suit le mouvement du soleil et, est représentée par la figure 4:

○



**Figure 4:** Cycle de variation journalière du flux de rayonnement solaire

La fluctuation de ce rayonnement solaire varie entre  $30 W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$  et  $600 W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$  de 06 heures du matin à 18 heures du soir.

- Les conditions d'étude
  - la température initiale du sol est fixée à  $20^{\circ}C$
  - la température du milieu extérieur est de  $25^{\circ}C$
  - le coefficient de convection  $h_{cv}$  est égal à  $15 W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$
  - flux d'évaporation hydrique appliqué sur la surface supérieure
$$q_s = 5.10^{-6} m.s^{-1}$$
  - la pression atmosphérique est égale à  $101325 Pa$
  - la durée de l'étude est fixée à 12 heures de temps.

Ce deuxième volet de calcul se rapporte à la résolution numérique du système d'équations (12) et, les résultats permettront de déduire l'évolution de la répartition de l'eau dans le sol, en tenant compte des effets thermiques.

### 2.3- Analyse comparative

A titre comparatif, dans la figure 5 sont présentés les résultats obtenus pour chaque type de sol, combinés respectivement avec les résultats obtenus dans les premier et deuxième volets qui traitent l'infiltration avec et sans considération des effets thermiques.

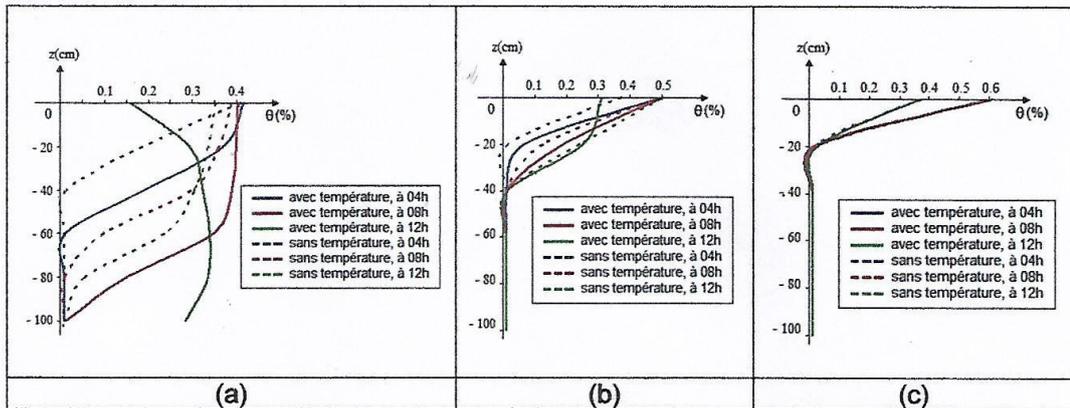


Figure 5: Profils hydriques avec et sans considération des effets thermiques

Ces figures montrent nettement que l'effet d'une variation de la température affecte le mode d'écoulement de l'eau d'infiltration et modifie la répartition des teneurs en eau, aussi bien à la surface que dans le volume du sol (infiltration horizontale et verticale). Les modifications observées sont d'autant plus significatives que le sol est poreux.

Afin d'apporter plus de précisions sur les observations, on a groupé dans les tableaux 4-5-6, les répartitions verticales des infiltrations qui sont à l'origine des variations de l'allure de chaque profil hydrique.

Tableau 4 : Valeurs numériques d'infiltration verticale (sable)

z (cm)	04h		08h		12h	
	Sans T°	Avec T°	Sans T°	Avec T°	Sans T°	Avec T°
00	0,409	0,416	0,388	0,403	0,352	0,159
20	0,186	0,368	0,358	0,398	0,335	0,293
40	0,011	0,188	0,295	0,389	0,303	0,323
60	0,010	0,012	0,099	0,347	0,236	0,338
80	0,010	0,010	0,010	0,150	0,054	0,335
100	0,010	0,010	0,010	0,011	0,010	0,289

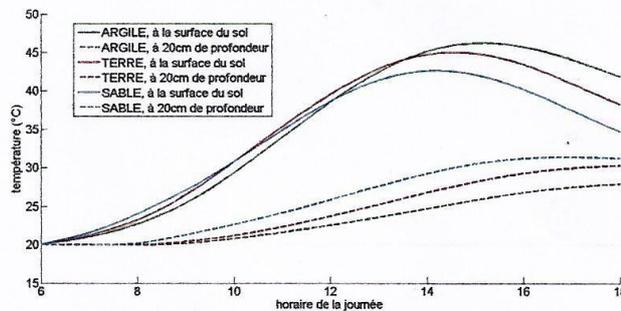
**Tableau 5 : Valeurs numériques d'infiltration verticale (terre)**

z (cm)	04h		08h		12h	
	Sans T°	Avec T°	Sans T°	Avec T°	Sans T°	Avec T°
00	0,371	0,501	0,501	0,502	0,501	0,311
20	0,013	0,066	0,124	0,193	0,242	0,254
40	0,010	0,010	0,010	0,011	0,011	0,014
60	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
80	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
100	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010

**Tableau 6 : Valeurs numériques d'infiltration verticale (argile)**

z (cm)	04h		08h		12h	
	Sans T°	Avec T°	Sans T°	Avec T°	Sans T°	Avec T°
00	0,370	0,609	0,600	0,600	0,600	0,366
20	0,010	0,013	0,015	0,024	0,026	0,028
40	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
60	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
80	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
100	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010

A titre d'illustration, la figure suivante montre la variation journalière de la température dans différents types de sol.



**Figure 6: Profils thermiques (sable – terre – argile)**

D'après cette figure, on peut avancer que les variations de l'état thermique ont une répercussion sur le mouvement d'écoulement d'eau au cours du processus d'infiltration, surtout si le sol est poreux.

## CONCLUSION

En s'inspirant des résultats des travaux antérieurs sur l'analyse du processus d'infiltration, on a voulu apporter dans cette étude, une justification scientifique sur la contribution de l'état thermique du milieu qui ne doit pas être systématiquement négligée dans l'étude de la dynamique de l'infiltration en milieu poreux.

Certes, les résultats numériques obtenus à l'issue des calculs de simulation ne doivent pas être considérés comme des valeurs de référence, puisque les données de base sont à caractère aléatoire. Cependant, leur mode de variations spatiales et temporelles est représentatif de l'évolution réelle des phénomènes physiques qui sont à la base de la description du processus.

Ainsi, on a pu dégager les points saillants ci-après :

- avec ou sans considération de l'état thermique, l'eau d'infiltration s'écoule plus rapidement en milieu à forte porosité qu'en milieu à faible porosité, aussi bien en infiltration horizontale que verticale. Cette observation relève des propriétés structurales du milieu d'écoulement et de la densité des voies d'écoulement (pores, interstices).
- en couplant les transferts hydrique et thermique dans l'analyse, on a pu noter que l'évolution du mouvement hydrique s'accompagne d'une variation de la répartition de température et, toute variation positive de la température accélère consécutivement le mouvement d'écoulement de l'eau. Dans le cas contraire, l'allure des profils hydriques reste inchangée. On peut ajouter que les effets constatés prennent une dimension d'autant plus importante que le milieu d'infiltration est plus poreux. Ce comportement reproduit bien la notion de couplage hydro-thermique dans le déroulement du processus d'infiltration, notion sur laquelle est basé le point de départ de cette étude.

Les éventuelles applications intéresseraient les domaines de l'agriculture et des infrastructures routières.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1]. ERIC GONCALVES (2005). « Méthodes, analyse et calculs numériques ». Institut Polytechnique de Grenoble : cours – 93p
- [2]. EDOUARD THIEL (1997). « Algorithme et programmation en pascal ». Faculté des Sciences de Luminy : Cours – 62p
- [3]. ANDRE MUSY (1991). « Physique du sol ». Lausanne : Presses polytechniques et universitaires – 335p.
- [4]. RAMANDA ZO (2002). « Infiltration de l'eau dans le sol: étude par modélisation ». Mémoire de DEA : Faculté des sciences de l'Université d'Antananarivo – Département de Physique – 53p
- [5]. H.CHAMAYOU – J.P LEGROS (1989). « Les bases physiques, chimiques et minéralogiques de la science du sol ». Techniques vivantes : Presses universitaires de France – 593p
- [6]. YVES JANNOT (2012). « Transferts thermiques ». Ecole des Mines Nancy – 159p
- [7]. RAVELOJAONA JERY (2005). « Couplage du processus hydrodynamique et de l'effet thermique dans l'infiltration de l'eau en milieu poreux : étude par modélisation ». Mémoire de DEA : Faculté des sciences de l'Université d'Antananarivo – Département de Physique – 57p
- [8]. DIALA TABAL (2013). « Impact des fissures sur la sécheresse des sols argileux ». Thèse de doctorat en cotutelle de l'Université Lille I et de l'Université Libanaise, Lille – 165p
- [9]. AHMAD AL QADAD (2009). « Influence de la sècheresse sur les structures : Modélisation de l'interaction Sol-Atmosphère-Structure». Université des Sciences et Technologies de Lille: Thèse de doctorat – 118p
- [10]. H. DAGHARI et al. (2000). « Transfert d'eau dans un milieu poreux non isotherme». Revue des sciences de l'eau – p.75 à 84



## MODELISATION DE L'AMORTISSEMENT D'UNE STRUCTURE PAR ELEMENTS FINIS

MANAGNEO Max Lubin<sup>(1,2,\* )</sup>, RAVELOJAONA Jery<sup>(1,2)</sup>, ANDRIANTSOA Esther<sup>(1,2)</sup>,

1- Laboratoire de Physique et Modélisation

2- Ecole Doctorale Physique et Application, Université d'Antananarivo

\*Auteur correspondant email : [managneomaxlubin@gmail.com](mailto:managneomaxlubin@gmail.com)

**Résumé :** Cet article étudie l'amortissement visqueux, dans une structure composite par modélisation en utilisant la méthode des éléments finis. L'objectif principal est de comparer les modèles numériques basés sur les formulations de l'amortissement d'une structure, considérée *en bloc*, avec ceux qui sont reconstitués à partir des formulations au *niveau de chaque élément* constituant le bloc. Ces modèles sont rapportés aux trois types du taux d'amortissement faiblement, moyennement et fortement amortis.

Les calculs de simulation programmés en langage Pascal permettent d'établir la répartition spatiale de l'amortissement dans la structure ainsi que celle des fréquences d'oscillation individuelle en se servant du modèle de Rayleigh.

Les résultats obtenus permettront de se fixer sur l'écart de description entre les deux approches d'investigation.

**Mots clés** \_ Amortissement visqueux, Méthode des Eléments Finis, Structure en bloc, Simulation, Modèle de Rayleigh, Fréquences d'oscillation

**Abstract** \_ This paper studies viscous damping in a composite structure by modeling using the finite element method. The main objective is to compare the numerical models based on the depreciation formulations of a structure, taken as a whole, with those that are reconstituted from the formulations at the level of each element constituting the block. These models are related to the three types of amortization rates that are low, medium and highly depreciated. The simulation calculations programmed in Pascal language make it possible to establish the spatial distribution of the damping in the structure as well as that of the individual oscillation frequencies using the Rayleigh model.

The results obtained will allow us to focus on the description gap between the two investigation approaches.  
**Keywords** \_ Viscous damping, Finite Element Method, Block structure, Simulation, Rayleigh model, Oscillation frequencies

### 1. Introduction

L'amortissement a une influence majeure sur la réponse mécanique d'une structure. Elle mesure sa capacité à réduire l'amplitude de ses déplacements par la dissipation partielle ou totale, sous forme de chaleur, de l'énergie potentielle acquise. Toutefois ce terme est extrêmement peu connu car il peut avoir plusieurs sources : dissipation du matériau, liaisons entre les sous – structures, amortissement par radiation ... [1].

L'édification de ces modèles repose, pour la majorité des cas, sur les observations et les résultats d'expérimentation. Dans les problèmes de structure, deux modèles parmi les plus simples sont retenus comme modèles classiques, il s'agit de l'amortissement visqueux où la force de rétention  $F$  est proportionnelle à la vitesse de déplacement  $\dot{u}$  ( $F = C\dot{u}$ ) et l'amortissement hystérétique où la force  $F$  est proportionnelle au déplacement  $u$  ( $F = Cu$ ).

Cet article présente l'étude comparative sur les valeurs du coefficient d'amortissement  $C$  de l'équation du mouvement de la structure :  $M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F$ , par les deux formulations d'approches en bloc et par éléments. L'analyse présentée utilise l'amortissement visqueux où le coefficient  $C$  est exprimé comme une combinaison linéaire de la masse  $M$  et de la raideur  $K$  de la structure selon le modèle de Rayleigh :

$$C = \alpha M + \beta K [2,3].$$

On se concentre dans l'étude sur la modélisation par éléments finis de l'amortissement visqueux de la structure. Pour ce faire, la description de l'amortissement sur le maillage en bloc ou par éléments de la structure et les modèles physiques choisis sont brièvement présentés.

Le but est de comparer numériquement les valeurs du coefficient d'amortissement  $C$  et de la fréquence d'oscillation individuelle pour une structure composée, soit d'un seul matériau homogène soit de différents matériaux hétérogènes qui le constituent.

## 2. Méthodologie

D'après le concept de base de la méthode des éléments finis [3], l'étude du mouvement d'une structure  $(\Omega)$ , maillée en élément finis, peut être déduite à partir de la combinaison des mouvements de ses nœuds de définition  $\{N_i\}$ .

### 2.1. Maillage

#### 2.1.1 Approche en bloc

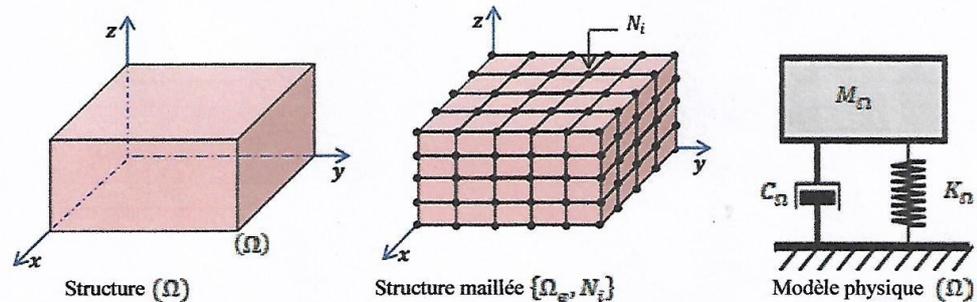


Figure 1 : Modèle physique choisi pour l'approche en bloc

#### 2.1.2 Approche par élément

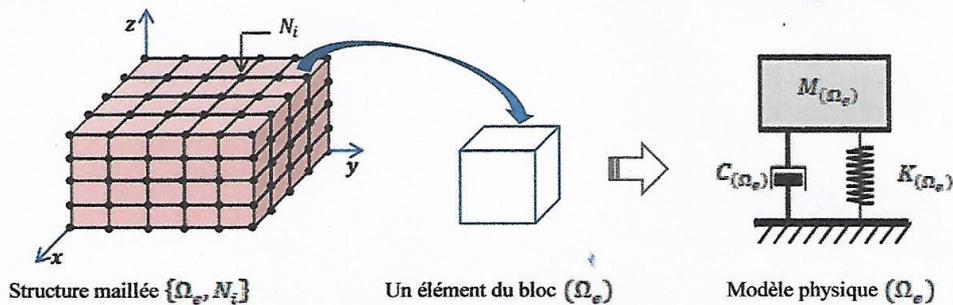


Figure 2 : Modèle physique choisi pour un élément du bloc  $(\Omega_e)$

## 2.2. Mode de calcul

### 2.2.1 Modélisation de l'amortissement par Eléments Finis

Pour obtenir la réponse mécanique de la structure étudiée, une modélisation

tridimensionnelle est menée à l'aide du code de calcul en langage Pascal dont l'objectif est de déterminer les valeurs de l'amortissement  $C$  de l'équation aux dérivées partielles :

$$M \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + K u(t) = F_{ext}, \text{ applicable au système linéaire}$$

où  $M$ , désigne la matrice masse,  $K$ , la matrice de raideur,  $C$ , la matrice d'amortissement recherchée,  $F_{ext}$ , la charge imposé et  $u$  le vecteur de déplacement.

En assimilant chaque nœud  $N_i$  à un système mécanique ponctuel, à un seul degré de liberté, caractérisé par une masse  $m_i$ , un coefficient de raideur  $k_i$  et un coefficient d'amortissement  $c_i$ , son mouvement est régi par l'équation fondamentale :

$$m_i \ddot{u}_i + c_i \dot{u}_i + k_i u_i = F_i \quad (1)$$

où  $u_i$  désigne le déplacement du nœud  $N_i$  et  $F_i$ , la charge mécanique appliquée.

En se basant sur cette équation fondamentale [4], le système d'équations qui caractérise chaque élément ( $\Omega_e$ ) de la structure, défini par les nœuds  $N_1^e, N_2^e, N_3^e \dots N_n^e$ , prend la forme matricielle :

$$[M]_{\Omega_e} \{\ddot{U}\}_{\Omega_e} + [C]_{\Omega_e} \{\dot{U}\}_{\Omega_e} + [K]_{\Omega_e} \{U\}_{\Omega_e} = \{F\}_{\Omega_e} \quad (2)$$

telle que :

- les matrices  $[M]_{\Omega_e}$ ,  $[C]_{\Omega_e}$  et  $[K]_{\Omega_e}$  sont des matrices diagonales dont les éléments sont respectivement les valeurs de  $m$ ,  $c$  et  $k$  aux nœuds de définition de ( $\Omega_e$ ).
- $\{U\}_{\Omega_e}$  et  $\{F\}_{\Omega_e}$  sont des vecteurs dont les composantes s'identifient respectivement aux valeurs de  $U$  et  $F$  aux nœuds de définition de ( $\Omega_e$ ).

La reconstitution de l'équation matricielle servant à décrire la structure ( $\Omega$ ) est obtenue par l'assemblage de toutes les équations, de type (2), appliquées respectivement à tous les éléments de ( $\Omega_e$ ). Cette équation générale a pour forme d'expression [3][5] :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \quad (3)$$

Et les formulations de l'amortissement  $C$  peuvent s'écrire de la manière suivante :

- **Modèle en bloc**

Le modèle en bloc a pour but de décrire principalement le comportement de l'amortissement d'une structure sachant que toutes les matrices généralisées de rigidité  $K_{\Omega}$  et de masse  $M_{\Omega}$  décrivant les caractéristiques de la structure ( $\Omega$ ) sont connues.

Et, l'expression du matrice d'amortissement  $C_{\Omega}$  est établie comme une combinaison linéaire de masse et de rigidité du matériau selon le modèle de Rayleigh [3][6]:

$$[C]_{(\Omega)} = \alpha[M]_{(\Omega)} + \beta[K]_{(\Omega)} \quad (4)$$

où  $[M]_{(\Omega)}$ ,  $[C]_{(\Omega)}$  et  $[K]_{(\Omega)}$  représentent respectivement les matrices généralisées de masse, d'amortissement et de raideur.

$\alpha$  et  $\beta$  sont les coefficients de Rayleigh calculés à partir des pulsations propres de la structure  $\omega_1 = 2\pi f_1$  et  $\omega_2 = 2\pi f_2$  et taux d'amortissement  $\xi$ , tels que :

$$\alpha = \frac{2\xi\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2} \quad (5)$$

- **Modèle par éléments**

Pour déterminer les valeurs plus proches de l'amortissement réel, on a développé un modèle numérique permettant d'effectuer une approche par éléments qui a abouti aux valeurs de  $C$  pour un taux d'amortissement spécifié en fonction de plusieurs paramètres à savoir : les caractéristiques d'élément, c'est-à-dire le paramètre du matériau.

On a construit la matrice d'amortissement  $C_{\Omega_e}$  à partir de chaque élément de la structure ( $\Omega$ ). En se basant sur le modèle de Rayleigh, tel que pour le matériau  $i$ , affecté à l'élément ( $\Omega_e$ ), les caractéristiques d'amortissement visqueux sont proportionnelles à  $(\alpha_i, \beta_i)$ , et les matrices d'amortissement élémentaire de l'élément ( $\Omega_e$ ) sont de la forme [3] :

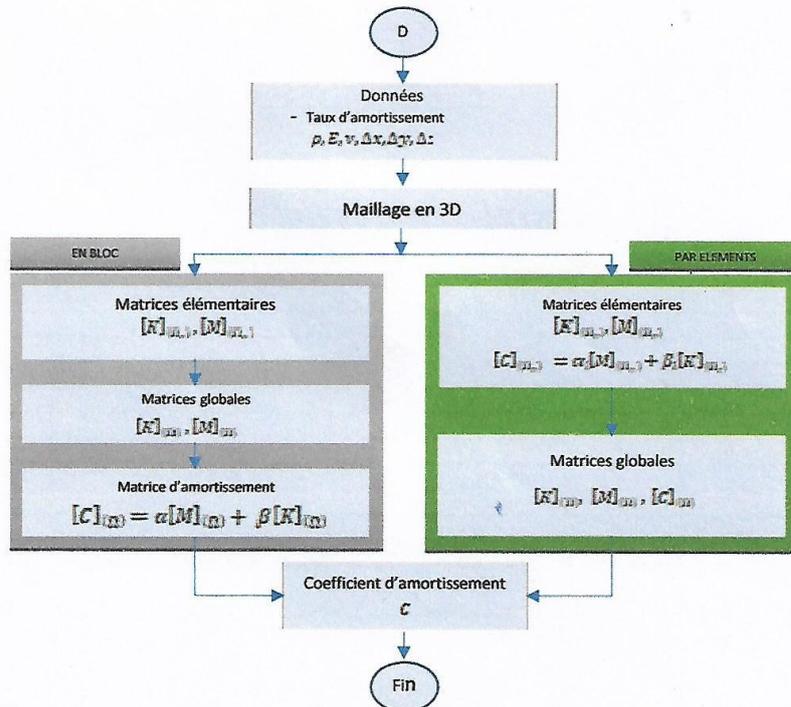
$$[C]_{(\Omega_e)} = \alpha_i [M]_{(\Omega_e)} + \beta_i [K]_{(\Omega_e)} \quad (6)$$

où  $[M]_{(\Omega_e)}$ ,  $[C]_{(\Omega_e)}$  et  $[K]_{(\Omega_e)}$  représentent respectivement les matrices généralisées de masse, d'amortissement et de raideur pour l'élément ( $\Omega_e$ ).

$\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont les constante de Rayleigh.

### 2.2.2. Organigramme de calcul

L'organigramme présenté dans la figure 3 résume les étapes de calcul numérique pour l'obtention des valeurs d'amortissement  $C$  correspondant à un taux d'amortissement donné (faiblement amorti, critique et fortement amorti). Le langage PASCAL a été utilisé pour le traitement numérique.



**Figure 3** : Démarche de modélisation en élément finis pour le calcul de l'amortissement

Cette démarche se compose symboliquement de deux modèles numériques : le modèle en bloc où l'on détermine la matrice l'amortissement  $[C]_{(n)}$  à partir des matrices généralisées  $[K]_{(n)}$ ,  $[M]_{(n)}$  et le modèle par éléments où l'on calcule la matrice  $[C]_{(n_e)}$  pour chaque élément constituant la structure afin d'obtenir la matrice  $[C]_{(n)}$  généralisée.

Ce calcul numérique permet de déterminer les valeurs du coefficient d'amortissement  $C$  dans une structure multicouche. Les deux procédures, décrites dans la Figure 3, consistent à comparer les valeurs du coefficient d'amortissement sur la structure multicouche, pour un taux d'amortissement fixé.

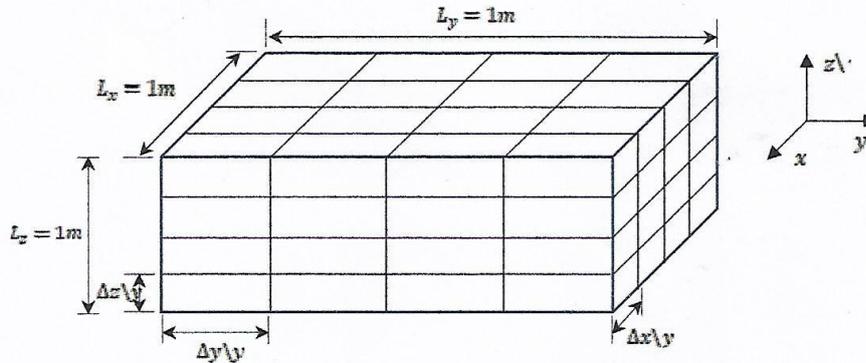
### 3. Résultats et interprétations

On a étudié une structure multicouche dont les caractéristiques des matériaux utilisés, sont rapportées dans le tableau ci-dessous.

**Tableau 1** : Propriétés physiques du matériau utilisé

	TERRE SECHE
Masse volumique $\rho$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	1500
Module d'Young $E$ (GPa)	13
Coefficient de Poisson $\nu$	0,4

Elle est composée de quatre couches, d'épaisseurs identiques  $\Delta z$ , de longueur  $L_x$  et de largeur  $L_y$  (Figure 4).

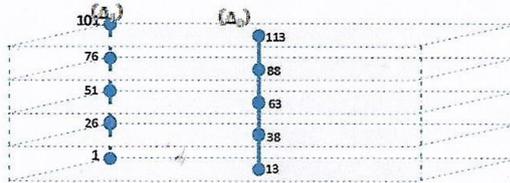


**Figure 4** : Discretisation géométrique

En prenant, les trois types du taux d'amortissement suivant :

- faiblement amorti ( $\xi = 0,1$ )
- moyennement amorti ( $\xi = 1$ )
- fortement amorti ( $\xi = 1,5$ )

Les résultats présentés concernent respectivement des valeurs de l'amortissement au niveau des nœuds qui se trouvent au bord et sur le milieu de la structure (figure 5).

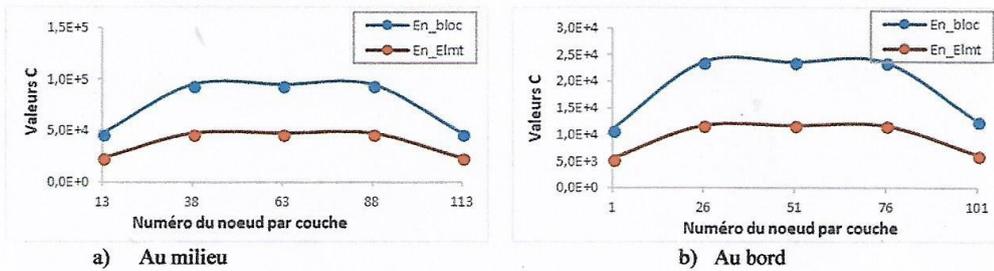


**Figure 5** : Nœuds représentatifs de la structure

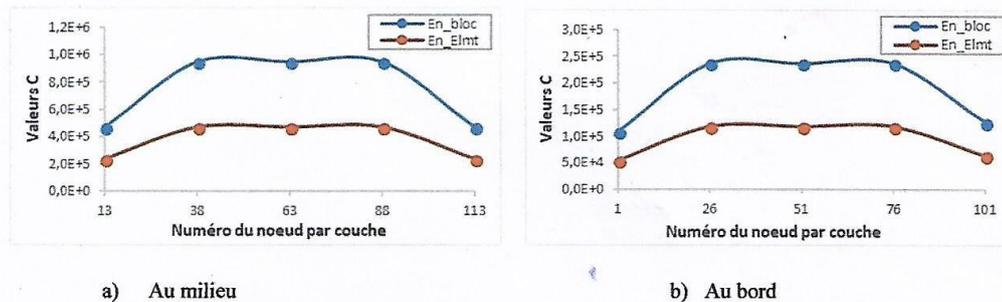
L'intérieur de la structure est représenté par les nœuds situés sur l'axe verticale ( $\Delta_0$ ) (nœuds : 13-38-63-88-113).

La limite de la structure est représentée par les nœuds situés sur l'axe verticale ( $\Delta_1$ ), (nœuds : 1-26-51-76-101).

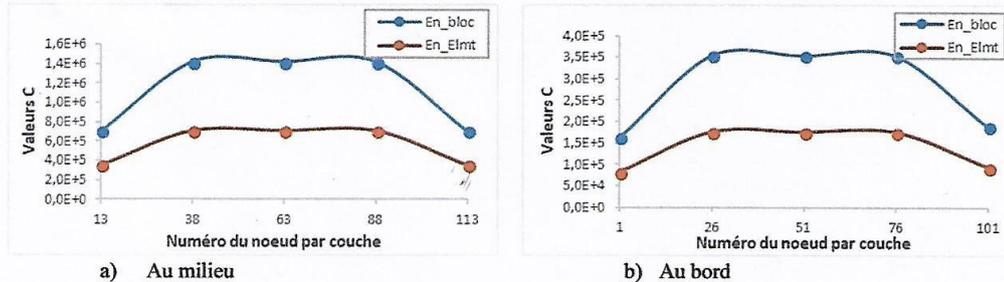
Les figures ci-dessous donnent la répartition de l'amortissement  $C$  caractérisant le mouvement de vibration propre, pour les deux formulations d'approche, au niveau du bord et au milieu de chaque couche de la structure étudiée pour les trois types du taux d'amortissement.



**Figure 6** : Amortissement  $C$  en fonction des nœuds pour un taux  $\xi = 0,1$



**Figure 7** : Amortissement  $C$  en fonction des nœuds pour un taux  $\xi = 1$



**Figure 8** : Amortissement  $C$  en fonction des nœuds pour un taux  $\xi = 1,5$

De ces résultats, on peut dégager les points suivants :

- De façon générale, l'approche selon le modèle en bloc conduit à des valeurs d'amortissement nettement supérieures à celles obtenues selon le modèle par éléments. Par ailleurs, l'écart entre les deux répartitions augmente quand on passe d'un mouvement faiblement ( $\xi = 0,1$ ) amorti à fortement amorti ( $\xi = 1,5$ ).

Si on admet que l'approche selon le modèle élémentaire cadre mieux avec la réalité, l'écart observé semble signifier que l'adoption du modèle en bloc induit une surestimation de l'amortissement. En effet, le calcul de cette valeur se base sur la considération de la structure dans son ensemble, ce qui nécessite l'utilisation de paramètre d'ensemble.

- En considérant les valeurs de  $C$  à l'intérieur de la structure représenté par les nœuds de l'axe central ( $\Delta_0$ ) et celles calculées aux frontières représentées par les nœuds de l'axe ( $\Delta_1$ ), on peut remarquer que, quel que soit le régime d'amortissement adopté, les amortissements aux points intérieurs sont légèrement supérieurs à ceux points limites.

Cette observation pourrait résulter de l'effet de masse qui agit sur les nœuds considérés.

En terme plus précis, les nœuds intérieurs sont entourés d'un plus grand nombre d'éléments voisins et leur présence représente une source supplémentaire d'amortissement, par effet inertiel, qui renforce l'amortissement propre lié aux caractéristiques de la structure.

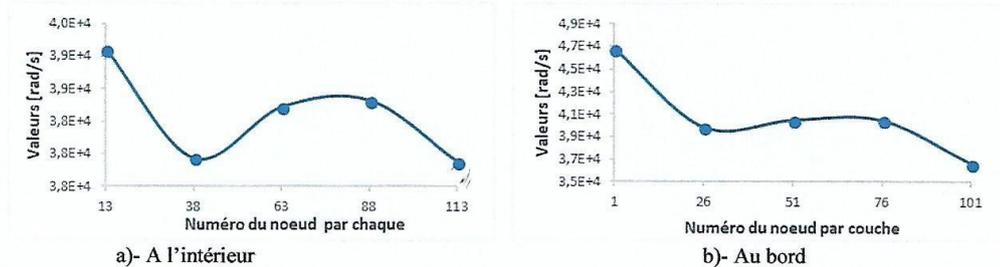
- En ce qui concerne la répartition verticale, partant de la surface limite supérieure vers la surface limite inférieure, en passant par les points de volume de la structure, l'amortissement se renforce quand on se déplace des points de surface (nœuds 13 – 1 – 101 – 113) vers les points de volume (63 – 51).

Cette observation relève du renforcement de l'amortissement par le même effet inertiel que celui cité précédemment.

Le tableau de valeurs, présenté dans le tableau 2, montre la fréquence du mouvement propre de la structure pour les deux formulations. La figure 9 donne la répartition des pulsations calculées aux nœuds situés sur l'axe ( $\Delta_1$ ) et ( $\Delta_0$ ) pour les deux formulations.

**Tableau 2** : Pulsations du mouvement propre pour différentes formulations

Pulsations représentatives	EN BLOC	PAR ELEMENT
$\omega_1 [rad.s^{-1}]$	$3,7 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10^4$
$\omega_2 [rad.s^{-1}]$	$3,9 \cdot 10^4$	$3,7 \cdot 10^4$



**Figure 9** : Fréquence propre pour la formulation en bloc à un taux  $\xi$  fixé.

Le relevé des valeurs des impulsions de la figure 9 conforte l'idée de renforcement de l'amortissement des points internes vis-à-vis des points limites.

En récapitulation, il semblerait que l'intensité de l'amortissement subi par les points internes à la structure est plus importante que celle des points situés sur les surfaces limites verticales ou horizontales.

Par ailleurs, les résultats d'analyse obtenus selon l'approche par éléments reflètent assez bien la réalité en ce qui concerne la répartition des contraintes dans une structure. Ainsi, notre proposition est de privilégier si on veut affiner la description.

#### 4. Conclusion

On a développé deux modèles numériques de l'amortissement d'une structure multicouche homogène ou composite, en mouvement propre, avec des conditions aux limites.

La modélisation par éléments finis de l'amortissement d'une structure a été réalisée sur des éléments parallélépipédiques. Le développement de tels éléments est indispensable pour étudier l'influence de l'amortissement sur le comportement dynamique des structures telles que les micro-oscillateurs et ainsi, d'en améliorer la conception.

La méthode d'approche par éléments est nécessaire car c'est toujours intéressant de s'appuyer sur l'observation des phénomènes réels pour proposer un modèle de comportement et une modélisation du milieu interne.

#### Références bibliographiques

- [1] Georges VENIZELOS (2011), " *Vibrations des structures-Mesure, Analyse modale, Modélisation* ", Elipses.
- [2] Françoise GANTENBEIN et Michel LIVOLANT (CEA-DMT), 1985, " Amortissement ", in " Génie Parasismique ", Ouvrage collectif – Presses de l'E.N.P.C.
- [3] Thomas J.R. Hugues, " *The Finite Element Method, linear static and Dynamic Finite Element Analysis* ", prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632.
- [4] A. E. GREEN et W. ZERNA, " *Theoretical elasticity* ", Dover.
- [5] Olek C. ZIENKIEWICZ et Robert L. TAYLOR, (1990), " La méthode des éléments finis ", AFNOR Technique.
- [6] Forum IPSI -  $\Phi^2$  AS Volume XVIII N°2, Juin 1994, " Amortissement dans les calculs de structures ".

## **Titre : Modélisation de la déformation d'un sol poreux soumis à des suctions résultant de l'infiltration couplée avec le transfert thermique**

### **Résumé :**

L'écoulement de l'eau infiltrée dans un sol non saturé, caractérisé par une répartition de température, y engendre une répartition de contrainte mécanique interne qui est la succion. Ces contraintes déstabilisantes créent des forces internes de déplacement ponctuel au sein du milieu traversé et, y provoque des mouvements de déformation. Ce mémoire de thèse a recours à une démarche par simulation numérique pour analyser macroscopiquement les effets de déformation produits dans un échantillon de sol soumis à l'action des suctions. Les valeurs de la succion sont déduites à partir du couplage hydro-thermique des charges. Les travaux de simulation utilisent un programme que nous avons conçu en langage PASCAL. Ils sont basés sur la méthode des différences finies pour les calculs de charge et, sur la méthode des éléments finis pour ceux de la déformation. Dans l'analyse, les rôles respectifs de trois paramètres particuliers ont été considérés : la porosité du sol, le coefficient de convection thermique  $h_{cv}$  et les conditions saisonnières (été et hiver). Des résultats de l'étude, on peut retenir les points essentiels suivants :

- L'effet de température sur le processus d'infiltration ne doit pas être négligé.
- Les variations temporelles de la succion reproduisent celles de la teneur en eau dans tous les cas de figure considérés.
- La déformation consécutive à l'effet des suctions apparaît sous forme de :
  - craquelures ou cassures partielles, en milieu faiblement poreux ( $f < 0,5$ )
  - gonflement ou tassement, en milieu moyennement poreux ( $f \approx 0,5$ )
  - rupture en profondeur voire éboulement, en milieu fortement poreux ( $0,5 < f < 1$ )

**Mots clés :** infiltration, couplage hydro-thermique, succion, simulation numérique, méthode des différences finies, méthode des éléments finis

## **Title : Modeling of the one porous soil distortion submitted to suctions resulting from the infiltration coupled with the thermal transfer**

### **Abstract :**

The flow of water infiltrated in the unsaturated soil, characterized by a distribution of temperature, generate a distribution of internal mechanical constraint that is the suction. These destabilizing constraints create internal strengths of one-off displacement within the crossed area and, provoke movements of distortion. This memory of thesis has resort to a step by numeric simulation to analyze the effects of distortion produced macroscopically in a sample of soil submitted to the action of the suctions. The values of the suction are deducted from the hydrothermal coupling of the loads. The works of simulation use a program that we conceived in PASCAL language. They are based on the finite differences method for the calculations of load and, on the finite elements method for those of the distortion. In the analysis, the respective roles of three particular parameters have been considered: the porosity of soil, the coefficient of thermal convection  $h_{cv}$  and the seasonal conditions (summer and winter). From the results of the survey, we can keep the following essential points:

- The effect of temperature on the process of infiltration must not be disregarded.
- The temporal variations of the suction reproduce those of the water percentage in any considered cases.
- The distortion consecutive to the effect of the suctions appears as:
  - flaking or partial breaks, in weakly porous environment ( $f \ll 0,5$ )
  - inflation or jamming, in fairly porous environment ( $f \approx 0,5$ )
  - rupture in depth or crumbling, in greatly porous environment ( $0,5 < f < 1$ )

**Key words:** infiltration, hydro-thermal coupling, suction, numeric simulation, finite differences method, finite elements method

### **Directeur de thèse :**

Pr. ANDRIANTSOA Esther  
Responsable du Laboratoire de Physique et  
Modélisation à la Faculté des Sciences de  
l'Université d'ANTANANARIVO

### **Impétrant :**

RAVELOJAONA Jery  
Tel: 034 46 628 73, e-mail: [johnravelj@yahoo.fr](mailto:johnravelj@yahoo.fr)  
Lot 516/8 Fitomilasi-Bevokatra - ANTSIRABE(110)