

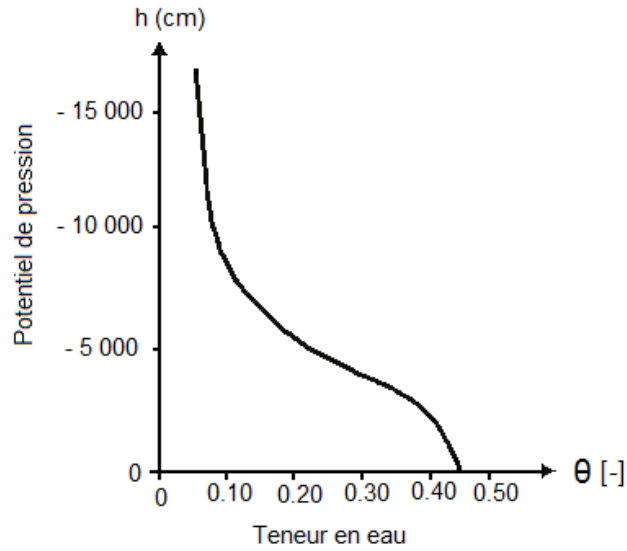


Figure I. 3 : Courbe d'humidité du sol $h(\theta)$

Quant à l'expression mathématique de la fonction $h(\theta)$, on peut en citer deux modèles :

- la relation établie expérimentalement par Gardner [1] :

$$h(\theta) = a \theta^{-b} \quad (a \text{ et } b \text{ étant des constantes ajustables}) \quad (\text{I.13})$$

- la relation établie analytiquement par Brooks et Corey [10] :

$$h = -h_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-N} \quad (\text{I.14})$$

N étant une constante caractéristique liée à la porosité du sol

c) Capacité capillaire et diffusivité hydraulique

☞ La capacité capillaire, notée c , est définie par la variation de la teneur en eau par unité de variation du potentiel de pression :

$$c(h) = \frac{d\theta}{dh} \quad (\text{I.15})$$

☞ La diffusivité hydraulique, notée $D(\theta)$ ou D_θ , est définie comme le rapport entre la conductivité hydraulique $K(\theta)$ et la capacité capillaire $c(\theta)$ [10] :

$$D(\theta) = D_\theta = \frac{K(\theta)}{c(\theta)} \quad (\text{I.16})$$

Pour ce qui est de l'expression mathématique de D_θ , deux modèles sont proposés.

- une expression déduite de valeurs expérimentales :

$$D(\theta) = a e^{b\theta} \quad (\text{I.17})$$

où a et b sont des constantes ajustables à chaque cas considéré,

- une expression analytique déduite de la conductivité hydraulique K_θ et du potentiel de pression h par la relation [3], [10]:

$$D(\theta) = D_\theta = K_\theta \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (\text{I.18})$$

Soit, en choisissant l'expression de $h(\theta)$ établie par Brooks et Corey.

$$\begin{aligned} D_\theta &= K_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ -h_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-N} \right\} \\ \Rightarrow D_\theta &= K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^n \left[N h_s \frac{(\theta - \theta_r)^{-N-1}}{(\theta_s - \theta_r)^{-N}} \right] \\ \Rightarrow D_\theta &= N h_s K_s \left(\frac{1}{\theta_s - \theta_r} \right) \left[\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \right]^{n-N} \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

I.1.2.4- Grandeurs liées au transfert thermique

a) Conductivité thermique

La conductivité thermique, notée K_T , mesure la résistance des matériaux vis-à-vis de la propagation de la chaleur dans le sol ; quelquefois, il est aussi désigné par « coefficient de Fourier ». En physique du sol, ce paramètre varie selon la composition, la structure et le taux d'humidité θ du sol. Le tracé des courbes $K_T(\theta)$ pour des sols de différentes compositions, met en évidence la loi de cette variation [1], [14] (Figure I.4).

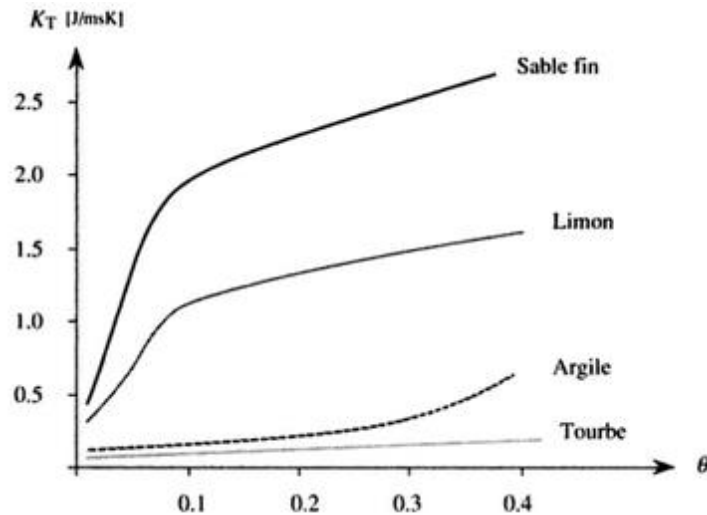


Figure I. 4 : Courbes de variation de la conductivité thermique K_T en fonction de θ pour quelques types de sol

b) Capacité calorifique

La capacité calorifique, notée C_v , d'un corps est une grandeur physique qui permet d'estimer sa capacité d'absorber ou de restituer de l'énergie par la variation de sa température. En d'autres

termes, elle établit l'équivalence entre une variation dQ de son énergie et une variation dT de sa température, selon la relation linéaire [14]:

$$dQ = C_v dT$$

La valeur de C_v est obtenue par le produit de la masse volumique ρ avec la chaleur spécifique c , soit :

$$C_v = \rho c$$

Remarque [14]:

Pour le sol qui est un milieu multiphasique, la capacité calorifique peut être calculée à partir d'une combinaison linéaire des capacités calorifiques respectives de ses phases constituantes (modèle de De Vries), soit :

$$C_v = X_s C_s + X_e C_e + X_a C_a$$

où (X_s, X_e, X_a) sont respectivement les fractions volumiques du solide, de l'eau et de l'air.

En désignant par f la porosité du sol et par θ sa teneur en eau, la grandeur C_v peut encore s'écrire :

$$C_v(\theta) = (1 - f)C_s + \theta C_e + (f - \theta)C_a \quad (\text{I.20a})$$

Si on néglige la capacité calorifique de l'air (environ égale à 10^{-3} fois celle de l'eau liquide ou du solide (Consenza et al. 2003)), l'expression de la capacité calorifique du sol se simplifie comme suit :

$$C_v(\theta) = (1 - f)C_s + \theta C_e \quad (\text{I.20b})$$

c) Chaleur latente de vaporisation

La chaleur latente de vaporisation de l'eau, notée L_v , est une grandeur qui détermine la chaleur à fournir pour faire passer une unité de masse d'eau de l'état liquide à l'état gazeux. Frelin (1998) a proposé une expression de cette grandeur, qui est valable pour des valeurs de température comprises entre 0°C et 180°C [15]:

$$L_v = 4,186 \cdot 10^3 (597,5 - 0,592 T) \quad (\text{I.21})$$

d) Diffusivité thermique

La diffusivité thermique, notée D_T , est une grandeur variante de la conductivité thermique K_T . Elle est définie par le rapport entre la conductivité thermique et la capacité calorifique du sol.

$$D_T = \frac{K_T}{\rho C_p} \quad (\text{I.22})$$

e) Diffusivité de la vapeur d'eau

La diffusivité de vapeur d'eau, notée D_v , est une grandeur qui caractérise la phase gazeuse du sol.

H. Daghari et L. De Backer en proposent l'expression suivante [16]:

$$D_v = 0,665 * 0,274 \left[\frac{T+273}{293} \right]^{2,3} (f_a) \quad (I.23)$$

où

- ✓ f_a désigne la porosité à l'air du milieu, qui est égale à la différence entre la porosité et la teneur en eau du sol
- ✓ T , la température exprimée en °C.

I.2- Infiltration d'eau et transfert thermique dans le sol

I.2.1- Processus d'écoulement de l'eau

En Sciences du sol, l'infiltration d'eau désigne le phénomène physique d'écoulement de l'eau à travers les zones lacunaires du milieu poreux qui représente la matrice solide du sol. La description du processus de base, relève des lois fondamentales qui gèrent la dynamique du mouvement des fluides. Cependant, la particularité de l'écoulement en milieu poreux nécessite la considération de lois relatives aux forces internes d'interaction, liées à la présence de différentes phases (solide-liquide-gazeuse), ainsi que de l'irrégularité géométrique du parcours d'écoulement dans le sol.

I.2.1.1- Principe

Le sol est un milieu complexe où les propriétés dynamiques du processus d'infiltration dépendent de la structure poreuse ainsi que de l'état hydrique du milieu. D'ailleurs, on a pu noter une différence remarquable entre les modes d'écoulement en milieu saturé et non saturé.

En 1856, Darcy a émis une hypothèse sur l'existence d'une interdépendance entre le débit d'écoulement et la perte de charge. Il a alors avancé que tout déplacement du fluide en milieu poreux est dû au potentiel hydraulique et, en a déduit une loi qui gère l'écoulement laminaire de l'eau en milieu poreux. Cette loi, appelée « loi de Darcy » a pour expression [1], [17]:

$$\vec{q} = -K \overrightarrow{grad} H$$

où $\vec{q}$ désigne le flux hydrique et H , le potentiel hydraulique.

Le signe négatif dans cette relation traduit la décroissance du potentiel hydraulique dans le sens de propagation du flux hydrique.

a) Ecoulement en milieu saturé

En milieu saturé, la vitesse d'écoulement est très lente car tous les pores sont remplis d'eau et le mouvement du fluide est pratiquement bloqué. Dans ce cas, la loi de Darcy s'écrit :

$$\vec{q} = -K_S \overrightarrow{\text{grad}H} \quad (\text{I.24})$$

K_S étant la conductivité hydraulique à saturation qui varie en fonction de la morphologie du sol.

La figure I.5 illustre la relation entre $\vec{q}$ et $\overrightarrow{\text{grad}H}$ pour différents types de sol [1].

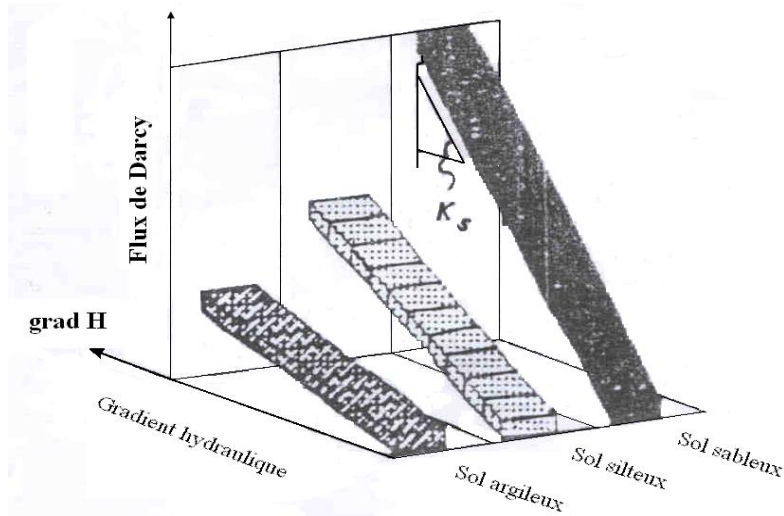


Figure I. 5 : Relation entre le flux et la perte de charge selon la loi de Darcy (en milieu saturé)

b) Ecoulement en milieu non saturé

En milieu non saturé (ou partiellement saturé), la loi de Darcy est toujours applicable. Cependant, la conductivité hydraulique n'est plus constante, mais varie en fonction de la teneur en eau θ , soit.

$$\vec{q} = -K(\theta) \overrightarrow{\text{grad}H} \quad (\text{I.25})$$

Dans ce cas, la relation entre $\vec{q}$ et $\overrightarrow{\text{grad}H}$ est représentée par des segments de droite (Figure I.6) dont chaque pente mesure le potentiel de pression qui varie en fonction de la conductivité hydraulique [1].

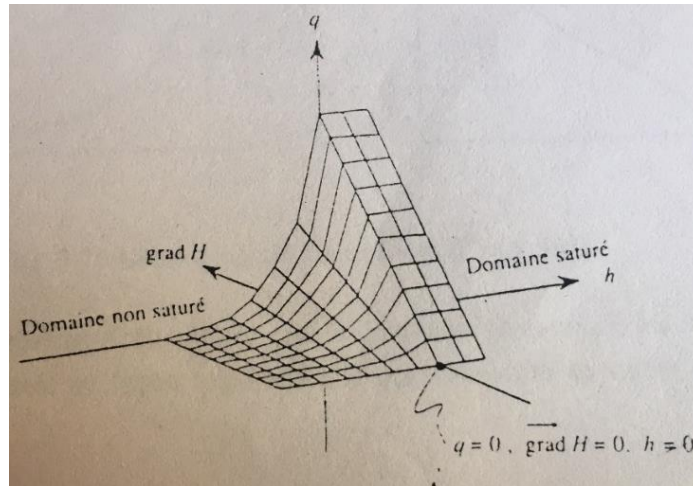


Figure I. 6 : Relation entre le flux et la perte de charge selon la loi de Darcy (en milieu non saturé)

c) Description de l'infiltration par le profil hydrique

c.1- Profil hydrique

Le profil hydrique traduit l'écoulement de l'eau en profondeur dans le sol et, il peut être établi en appliquant la loi de Darcy. Cette loi reste valable dans le cas d'une infiltration où l'effet de température est négligé, et l'allure du profil hydrique correspondant est donnée par la courbe portée dans la figure I.7 [4].

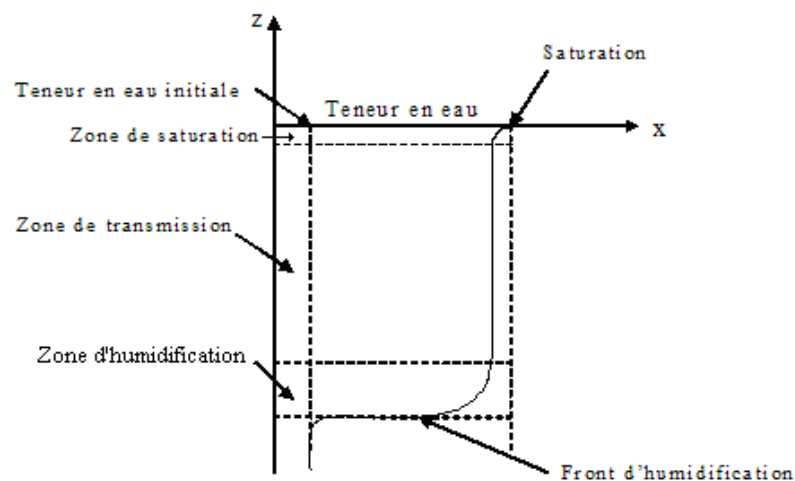


Figure I. 7 : Profil hydrique au cours d'une infiltration

En se basant sur cette figure, Bodman et Colman [4] décrivent le profil hydrique en distinguant trois zones :

- ✓ La zone de saturation représentée par une couche de faible épaisseur qui est en contact direct avec la surface du sol et qui reçoit la charge hydrique (pluie, précipitation, etc.). Au cours de l'infiltration, cette couche atteint en premier le niveau de saturation.
- ✓ La zone de transmission qui est la couche située après la zone de saturation ; la répartition de l'eau est uniforme dans cette zone.
- ✓ La zone d'humidification qui est la couche la plus basse, limitée par le front d'humidification. Dans cette zone, la teneur en eau diminue rapidement.

c.2- Evolution du profil hydrique au cours du temps

Durant l'infiltration, l'évolution au cours du temps du profil hydrique a pu être établie par des procédés expérimentaux, sous forme de réseau de courbes (Figure I.8). [1], [4]

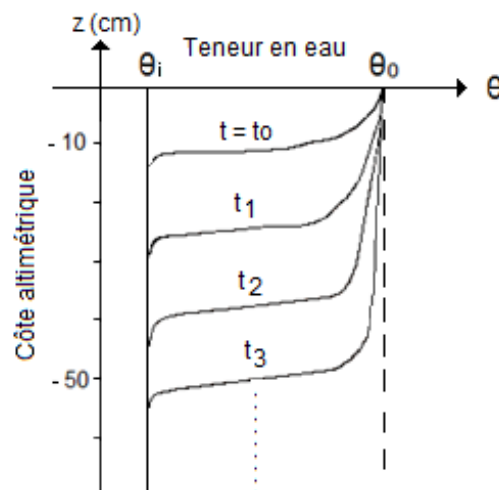


Figure I. 8 : Evolution du profil hydrique au cours du temps
($t_0 < t_1 < t_2 < t_3$)

Sur cette figure, les valeurs de la teneur en eau θ réparties dans le volume de l'échantillon de sol varient entre une valeur initiale θ_i et une valeur limite θ_0 imposée par les conditions expérimentales. Par ailleurs, on peut remarquer que le front d'humidification s'étale en profondeur de plus en plus vite à mesure que l'on descend. Cette observation met en évidence la prépondérance de la contribution du gradient de pression au début de l'infiltration et celle du gradient de gravité à mesure que l'infiltration évolue en profondeur.

I.2.1.2- Mise en équation

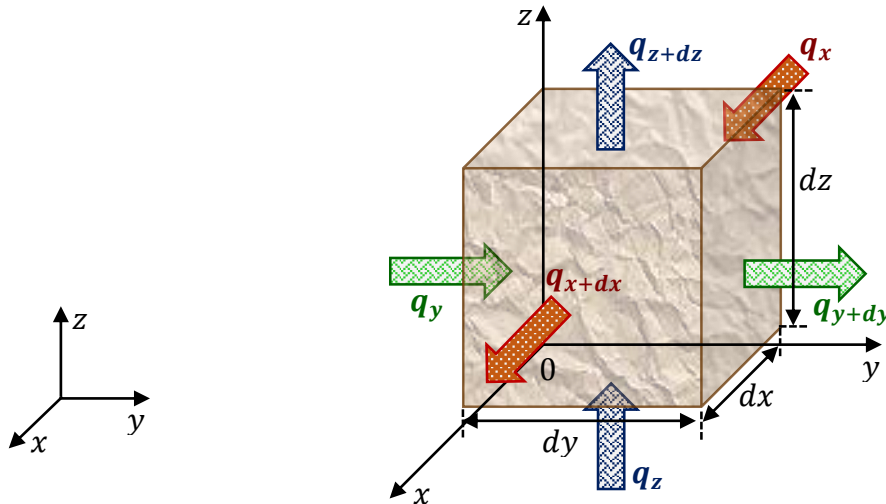
La formulation mathématique du transfert hydrique dans le sol se déduit de la loi de conservation d'énergie [10], [18].

a) Loi de conservation d'énergie

Elle est obtenue par la combinaison de l'équation de continuité des flux et de l'équation de la dynamique de l'écoulement déduite de la loi de Darcy.

❖ Equation de continuité des flux

Cette équation exprime le principe de conservation appliqué au flux de fluide qui s'écoule en transitant dans un volume élémentaire dV du sol. Pour l'établir, considérons un écoulement tridimensionnel schématisé par la figure suivante :



telle que :

- (q_x, q_y, q_z) désignent respectivement les flux rentrant suivant les directions $(0x, 0y, 0z)$
- $(q_{x+dx}, q_{y+dy}, q_{z+dz})$ sont respectivement les flux sortant suivant les directions $(0x, 0y, 0z)$

La loi de conservation du flux de la teneur en eau θ , appliquée au volume dV s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} dV = (q_x - q_{x+dx})S_x + (q_y - q_{y+dy})S_y + (q_z - q_{z+dz})S_z \quad (I.26)$$

avec

$$\rightarrow dV = dx dy dz$$

$\rightarrow (S_x, S_y, S_z)$ sont les aires des surfaces perpendiculaires aux directions de propagation respectives $(0x, 0y, 0z)$, soit :

$$S_x = dy dz \quad ; \quad S_y = dx dz \quad ; \quad S_z = dx dy$$

Par ailleurs, chaque flux sortant peut être exprimé en fonction du flux rentrant correspondant, en utilisant la formule d'approximation déduite d'un développement en séries de Taylor de la fonction q , soit :

$$\begin{cases} q_{x+dx} \approx q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \\ q_{y+dy} \approx q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \\ q_{z+dz} \approx q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \end{cases}$$

D'où, on obtient

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} dx dy dz = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dy dz$$

C'est-à-dire

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \quad (I.27)$$

Cette dernière relation exprime la loi de conservation de la teneur en eau appliquée au volume dV .

❖ Equation de la dynamique de l'infiltration

Cette équation s'identifie à la relation qui traduit la loi de Darcy appliquée respectivement aux faces (S_x, S_y, S_z) de l'échantillon de sol, soit :

$$\begin{cases} q_x = -K(\theta) \frac{\partial H}{\partial x} \\ q_y = -K(\theta) \frac{\partial H}{\partial y} \\ q_z = -K(\theta) \frac{\partial H}{\partial z} \end{cases} \quad (I.28a)$$

En combinant les relations (I.27) et (I.28a), il s'en déduit l'équation d'écoulement de l'eau dans le sol :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} [K(\theta) \overrightarrow{\text{grad}} H] \quad (I.28b)$$

b) Equation du transfert hydrique

La grandeur de description choisie dans le traitement du problème étant la teneur en eau θ , l'équation du transfert hydrique devrait être exprimée en fonction de θ . On doit ainsi développer la relation de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{c(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{c(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + 1 = \frac{1}{c(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial z} + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_x = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] \\ \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_y = \frac{\partial}{\partial y} \left[K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] \\ \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + K(\theta) \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \end{cases}$$

D'où l'équation de transfert hydrique, ou équation de Richards :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} K(\theta) \\ &\text{ou} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \text{div} \left[D(\theta) \overrightarrow{\text{grad}} \theta \right] + \frac{\partial}{\partial z} K(\theta) \end{aligned} \tag{I.29}$$

I.2.2- Processus du transfert thermique

En thermique du sol, le transfert de chaleur est une forme de l'échange d'énergie qui peut se produire au sein même du sol (échange interne) ou avec le milieu environnant. Les échanges internes s'effectuent généralement dans le volume du sol, par conduction thermique et par convection thermique, tandis que les échanges avec le milieu extérieur se produisent essentiellement en surface, sous forme radiative ou latente.

Ainsi, la répartition de température dans le sol à tout instant résulte de deux types de phénomène :

- d'une part, les échanges internes de chaleur dont le bilan repose sur les propriétés thermiques spécifiques du sol, propriétés qui peuvent varier dans l'espace et dans le temps,
- d'autre part, les échanges d'énergie avec le milieu extérieur dont le bilan permet d'estimer la quantité d'énergie globale emmagasinée dans le sol pour des conditions environnantes données.

La description de l'état thermique d'un sol repose donc sur la formulation des principes qui gèrent la dynamique de ces processus.

Dans ce volet, nous laisserons de côté les processus de transfert transitoire à faible contribution qui impliquent la texture et la structure du sol pour nous limiter à des rappels sur les modes d'échange à plus grande contribution qui sont : la conduction, la convection et la radiation.

I.2.2.1- Les modes de transfert

a) Transfert par conduction

Le transfert thermique par conduction caractérise les milieux qui se trouvent dans une seule phase. La température étant un concept qui reflète le degré d'agitation thermique des molécules du milieu, le processus se déclenche dès l'apparition de gradients de température qui marquent la répartition spatiale de la température dans le volume du sol. C'est un processus où la propagation de la chaleur, qui accompagne le transfert de l'énergie d'agitation thermique par collisions moléculaires, s'effectue de proche en proche. Le sens de la propagation va des régions à température élevée vers celles à température plus faible jusqu'à l'obtention d'un équilibre thermique de l'ensemble.

Selon la loi de Fourier, la densité du flux de chaleur, notée $\vec{J}_{cd}$, transmis par conduction est proportionnelle au gradient décroissant de température [19], [20], soit :

$$\vec{J}_{cd} = - K_T \overrightarrow{grad} T \quad (I.30)$$

Dans cette relation, le coefficient de proportionnalité K_T , appelé « conductivité thermique », représente la résistance du matériau à la propagation de la chaleur.

Remarque :

D'une manière générale, la conductivité thermique d'un sol dépend de sa composition en matière organique et minérale, de l'arrangement et de la dimension de ses particules constituantes, ainsi que de sa teneur en air. Le sol serait alors d'autant plus mauvais conducteur qu'il est sec.

b) Transfert par convection

Le transfert thermique par convection s'apparente au transfert par conduction dans la mesure où il implique aussi l'échange d'énergie d'agitation thermique mais, qui s'effectue entre la limite d'un solide et un fluide en mouvement. Dans ce cas, la formulation du processus doit rendre compte aussi bien de l'échange d'énergie d'agitation thermique à l'intérieur du sol que du déplacement de la masse de fluide à la surface du sol.

- ❖ A la surface du sol, l'échange de chaleur s'effectue principalement à l'interface solide-fluide selon un processus qui est décrit par la loi de Newton. Cette loi stipule que la densité J_{ext} du flux de chaleur transmis par convection est proportionnelle à la différence des températures entre solide et fluide, [20] soit :

$$J_{ext} = h_{cv} S (T - T_{\infty}) \quad (I.31)$$

S étant l'aire de la surface de contact entre solide et fluide

T , la température de la surface solide et T_{∞} , celle du fluide.

- ❖ A l'intérieur de la matrice solide, les échanges de chaleur par conduction et par convection coexistent et s'interagissent constamment à cause de la présence de poches d'air ou d'eau qui y créent une répartition d'interfaces solide-fluide internes. Ainsi, le transfert thermique global résulte de deux processus indissociables qui sont la convection aux interfaces solide-liquide et la conduction entre les particules constituantes.

La formulation mathématique du processus est basée sur la loi de Darcy qui s'écrit [1]:

$$\vec{J}_{cv} = \delta_{cv} \vec{q} \quad (I.32)$$

telle que :

- le coefficient $\delta_{cv} = \rho_e c_{pe} (T_s - T_e)$ désigne la densité de chaleur interstitielle, c'est-à-dire la chaleur échangée par unité de volume du fluide caloporteur avec,
 - $\rho_e c_{pe}$, la chaleur spécifique du fluide (eau)
 - T_e et T_s , les températures respectives du fluide et du solide
- le vecteur $\vec{q}$ désigne le flux de Darcy en milieu saturé :

$$\vec{q} = -K_S \overrightarrow{\text{grad}} H$$

D'où

$$\vec{J}_{cv} = \rho_e c_{pe} (T_s - T_e) K_S \overrightarrow{\text{grad}} H \quad (I.33)$$

c) Transfert par rayonnement

Le transfert thermique par rayonnement s'effectue par un échange d'énergie radiative entre le sol et son milieu environnant. Dans cet échange, chaque composante du système « sol-atmosphère-végétation » participe à l'émission de rayonnement sur la base de la loi de Stefan Boltzman. Cette loi postule que « tout corps se trouvant à une température T supérieure à 0°K émet de l'énergie sous