# Techniques de modélisation des mousses en milieu poreux : état de l'art

Les principaux effets de la mousse qui doivent être modélisés sont : (1) la réduction de mobilité du gaz et sa dépendance aux divers paramètres impactant la performance de la mousse, et (2) l'absence de modification de la mobilité des phases huile et eau dans les applications pétrolières. Par conséquent, pour ces deux phases liquides, les lois de Darcy généralisées restent inchangées à la présence de mousse en milieu poreux. En ce qui concerne le gaz, l'usage de cette loi classique est délicat en raison de sa structure caractéristique en présence de mousse (phase discontinue). Pour un écoulement Darcéen, la réduction de mobilité du gaz sous forme de mousse peut être portée par la perméabilité relative au gaz et/ou par la viscosité du gaz.

Dans la littérature, une multitude de modèles est proposée pour prédire le comportement de la mousse dans les milieux poreux. Ces modèles peuvent être classés en deux catégories :

- modèles à lamelles (également appelés « population balance models ») qui simulent la génération, la destruction et le transport des lamelles en milieu poreux,
- modèles empiriques (à l'équilibre) qui ne cherchent à prédire que la réduction de mobilité du gaz en régime permanent lorsque celui-ci s'écoule sous forme de mousse. Ces modèles sont fondés sur des formulations empiriques calibrées à partir de déplacements de mousse sur carottes au laboratoire.

Ces modélisations ont fait l'objet de plusieurs revues scientifiques [62, 63, 23, 64]. Dans ce chapitre, nous présentons d'abord le modèle d'écoulement polyphasique commun à ces deux approches, puis nous explicitons les caractéristiques de chaque type de modèle en mettant en évidence les forces et faiblesses de chaque approche.

# 2.1 Modèle d'écoulement polyphasique

La modélisation des mousses en milieu poreux s'inscrit dans le cadre des équations de Darcy généralisées. En effet, l'écoulement des fluides en milieu poreux est régi par un système d'équations aux dérivées partielles résultant de la conservation de la masse de chaque phase et de leur compositions d'une part, et d'une loi de comportement reliant la vitesse, la pression et la saturation de cette phase, d'autre part (loi de Darcy généralisée). Dans le cadre d'applications pétrolières, nous considérons un écoulement polyphasique d'eau, gaz et huile transportant différents constituants  $\alpha$  dont les équations de conservation de masse s'écrivent

$$\begin{cases} \partial_t \left(\rho_i \phi S_i\right) + \operatorname{div} \left(\rho_i \mathbf{u}_i\right) = s_i(t) & \sum_i S_i = 1\\ \partial_t \left(\rho_i \phi S_i x_i^{\alpha}\right) + \operatorname{div} \left(\rho_i x_i^{\alpha} \mathbf{u}_i\right) = s_i^{\alpha}(t) & \sum_{\alpha} x_i^{\alpha} = 1 \end{cases}$$
(2.1)

où, pour chaque phase  $i = w, g, o, S_i$  désigne la saturation,  $\rho_i$  la masse volumique,  $s_i$  et  $s_i^{\alpha}$  le débit massique injecté ou produit aux puits ;  $x_i^{\alpha}$  désigne la fraction massique du constituant  $\alpha$  transporté par la phase  $i, \phi$  la porosité du milieu poreux et  $\mathbf{u}_i$  la vitesse de filtration. Pour des écoulements laminaires (i.e. faibles vitesses), la vitesse  $\mathbf{u}_i$  est régie par la loi de Darcy généralisée

$$\mathbf{u}_{i} = -\frac{kk_{ri}(S_{i})}{\mu_{i}} \left(\nabla P_{i} - \rho_{i}\mathbf{g}\right) \qquad \text{avec} \qquad P_{i}(S_{i}) - P_{j}(S_{i}) = P_{c}^{ij}(S_{i}) \tag{2.2}$$

où  $P_i$  désigne la pression de la phase i,  $k_{ri}$  sa perméabilité relative,  $\mu_i$  sa viscosité ; k désigne la perméabilité du milieux poreux et **g** l'accélération de la gravité ;  $P_c^{ij}$  désigne la différence de pression, ou encore la pression capillaire, entre deux phases i et j. Les flux de diffusion-dispersion et l'adsorption des composants sont omis dans le système (2.1). Notons que ce système doit être complété par les conditions initiales et aux limites (flux ou pression aux bords imposés) pour poser complètement le problème.

L'application de la loi de Darcy généralisée dans les modèles de réservoir est basée sur l'existence d'un volume élémentaire représentatif (REV) qui désigne le plus petit volume audessus duquel un effet de moyenne se manifeste sur les phénomènes ayant lieu à l'échelle du pore. Si par exemple on choisit un élément de volume V constitué par une sphère centrée sur le point considéré, et si on fait varier le rayon R de cette sphère, on obtient une porosité moyenne  $\overline{\phi} = \frac{1}{V(R)} \int_0^R \phi(R) \, dV$  fonction de R telle qu'illustrée sur la figure 2.1. Nous remarquons que la porosité moyenne  $\overline{\phi}$  peut être constante à une échelle locale caractérisée par le REV. Ainsi, le milieu poreux peut être considéré comme un milieu continu caractérisé par des valeurs locales et les lois macroscopiques de l'écoulement peuvent être appliquées en tout point de l'espace.

La pression capillaire  $P_c^{ij}$  entre les deux phases non miscibles *i* et *j* résulte de la courbure de l'interface séparant les deux fluides et de la tension interfaciale  $\sigma$  caractéristique du couple de fluides considéré. Un raisonnement simple sur un tube capillaire montre que la pression la plus forte doit être celle du fluide mouillant situé du coté de la concavité. De plus, le saut de pression dans ce cas vaut  $P_c = 2\sigma \cos \theta / r$ , où  $\theta$  désigne l'angle de mouillage du fluide mouillant à la paroi et *r* le rayon du tube, en vertu de la loi de Laplace-Young. Dans un milieu poreux donné



FIGURE 2.1 – Volume élémentaire représentative (REV) illustré pour la porosité : le plus petit volume au-dessus duquel une mesure de porosité peut être représentative.

et pour une échelle suffisamment grande, la pression capillaire peut être liée uniquement à la saturation et de la façon dont on conduit l'expérience. Considérons par exemple l'expérience de drainage suivante : on injecte un fluide 2 non mouillant dans un échantillon initialement saturé en fluide 1 mouillant. La relation pression capillaire-saturation, qui est généralement mesurée au cours d'un drainage, est illustrée par la courbe 1 en Figure 2.2 (a). On remarque qu'une certaine quantité du fluide 1 reste dans l'échantillon même pour les pressions les plus élevées : c'est la saturation irréductible en fluide mouillant. Si maintenant, on part de l'échantillon à cette saturation et on déplace le fluide non mouillant par le fluide mouillant (processus d'imbibition), on obtient la courbe 2 de la figure 2.2 (a). On note ainsi une saturation résiduelle en fluide non mouillant par le fluide mouillant (processus d'imbibition), on obtient la courbe 2 de la figure 2.2 (a). On note ainsi une saturation résiduelle en fluide non mouillant pour une pression capillaire nulle. Nous remarquons que pour la même valeur de saturation, la pression capillaire diffère notablement entre les deux processus (effet d'hystérésis). Ces phénomènes d'hystérésis n'ont toutefois pas été pris en compte dans le cadre de cette étude de déplacements de mousse car ceux-ci sont quasi-toujours des processus de drainage (saturation en gaz du milieu toujours croissante).

Pour des milieux poreux homothétiques, l'influence des paramètres impactant la pression capillaire s'exprime au moyen de la fonction sans dimension suivante, connue sous le nom de fonction de Leverett [65] :

$$J(S_w) = \frac{P_c(S_w)}{\sigma \cos \theta} \sqrt{\frac{k}{\phi}}$$
(2.3)

où  $J(S_w)$  dépend uniquement de la saturation et est invariante pour les milieux poreux homothétiques.

Les perméabilités relatives  $k_{ri}$  sont des mesures adimensionnelles des perméabilités effectives de chaque phase *i*. Elles reflètent la capacité d'une phase à traverser un milieu poreux en présence d'autres phases qui gênent son écoulement. Ces grandeurs dépendent de plusieurs paramètres dont la saturation et l'angle de mouillage  $\theta$  sont les principaux [6]. Notons ainsi que deux milieux poreux homothétiques doivent avoir les mêmes courbes de perméabilités relatives puisque l'influence de la dimension caractéristique des pores sur les fonctions de  $k_r$  est souvent négligeable.

Considérons toujours l'expérience du déplacement de deux fluides non miscibles décrite plus haut. Les perméabilités relatives sont définies donc uniquement dans l'intervalle de saturation en fluide  $1: S_{1i} \leq S_1 \leq 1-S_{2r}$ , où  $S_{1i}$  est la saturation irréductible en fluide 1 et  $S_{2r}$  saturation résiduelle en fluide 2. L'allure générale de ces fonctions est représentée sur la figure 2.2 (b). On remarque que la perméabilité relative au fluide mouillant  $k_{r1}$  a, pour la saturation maximale  $1 - S_{2r}$ , une valeur très faible, tandis que  $k_{r2}$  a, pour la saturation  $S_{1i}$ , une valeur proche de 1. Cela signifie que la présence du fluide mouillant à sa saturation irréductible gêne très peu l'écoulement du fluide non mouillant puisqu'il occupe les petits pores qui ne contribuent que faiblement à l'écoulement. Par contre, la présence du fluide mouillant. En effet, cette saturation résiduelle en fluide non mouillant est présente sous forme de gouttelettes piégées dans les gros pores et qui bloquent effectivement le flux du fluide mouillant dans ces pores.

Les perméabilités relatives, tout comme la pression capillaire, dépendent de la façon dont on a conduit l'expérience. Les courbes de la figure 2.2 (b) mettent en évidence cette dépendance. On remarque que la perméabilité relative au fluide 1 mouillant change très peu avec le sens de variation de la saturation, tandis que celle du fluide 2 non mouillant montre une forte sensibilité aux processus (drainage ou imbibition). Cet effet d'hystérésis sur les  $k_r$  est couramment observé en laboratoire.



FIGURE 2.2 – Fonctions typiques de : (a) pression capillaire et (b) perméabilités relatives pour un couple de deux fluides non miscibles pour les deux processus drainage et imbibition. Les deux courbes mettent en évidence l'hystérésis qui peut avoir lieu lors de l'écoulement de deux fluides non miscibles (adapté de Marle (1984) [6]).

La facilité de déplacement d'une phase i par une autre dans un milieu poreux est contrôlée par la mobilité  $\lambda_i$ , qui est définie comme le ratio de la perméabilité relative  $k_{ri}$  par la viscosité  $\mu_i$ . Considérons maintenant l'écoulement diphasique gaz/eau i = w, g avec un composant tensioactifs transporté par la phase aqueuse, dont la fraction massique est notée  $x_w^s$ . Nous rappelons que ces trois éléments sont indispensables pour former une mousse. Comme déjà évoqué dans le premier chapitre, la mousse réduit uniquement la mobilité du gaz sans aucun effet sur la mobilité de l'eau. Ainsi, en présence de tensioactif, la loi de Darcy appliquée à la phase aqueuse reste inchangée, tandis que celle appliquée à la phase gazeuse est modifiée afin de tenir compte de la réduction de mobilité du gaz. Le système d'équations qui régit l'écoulement de la mousse est donné par

$$\begin{cases} \partial_t \left(\rho_w \phi S_w\right) + \operatorname{div}\left(\rho_w \mathbf{u}_w\right) = s_w(t) \\ \partial_t \left(\rho_w \phi S_w x_w^s\right) + \operatorname{div}\left(\rho_w x_w^s \mathbf{u}_w\right) = s_w^s(t) & \operatorname{avec} \\ \partial_t \left(\rho_g \phi S_g\right) + \operatorname{div}\left(\rho_g \mathbf{u}_g^f\right) = s_g(t) \end{cases} \begin{cases} \mathbf{u}_w = -\frac{kk_{rw}}{\mu_w} \left(\nabla P_w - \rho_w \mathbf{g}\right) \\ \mathbf{u}_g^f = -\frac{kk_{rg}^f}{\mu_g^f} \left(\nabla P_g - \rho_g \mathbf{g}\right) \\ P_g(S_g) - P_w(S_g) = P_c(S_g) \\ S_g + S_w = 1 \end{cases}$$
(2.4)

où  $\mathbf{u}_g^f$  désigne la vitesse,  $k_{rg}^f$  la perméabilité relative et  $\mu_g^f$  la viscosité du gaz sous forme de mousse. Ainsi, la mobilité de la mousse  $\lambda_g^f$  est donnée par  $\lambda_g^f = k_{rg}^f/\mu_g^f$ . On entend par un modèle de mousse toute formulation de la mobilité  $\lambda_g^f$  en fonction des paramètres impactant sa performance tels que la texture de la mousse, les vitesses de fluides, la perméabilité du milieu poreux, la saturation en huile, etc.

# 2.2 Modèles empiriques

Étant donné la complexité des mécanismes mis en jeu par les solutions moussantes, plusieurs auteurs ont adopté une modélisation empirique des effets de la mousse qui se traduit essentiellement par une réduction de mobilité du gaz sans chercher à décrire son comportement dynamique lié à la génération, destruction et transport des lamelles en milieu poreux. Cela signifie que, dans ce type de modèle, il est supposé que la texture de la mousse atteint instantanément une valeur locale constante. En réalité, ces modèles sont basés sur l'hypothèse de l'équilibre local entre génération et destruction des lamelles dans le milieu poreux. Cette hypothèse peut se justifier dans le cas particulier où les phénomènes transitoires de génération et de destruction de la mousse ont lieu sur des échelles de temps très courtes. Ce genre d'approche est essentiellement motivé par la nécessité de disposer d'un modèle pratique et simple qui puisse s'adapter aux structures extrêmement compliquées des gisements d'hydrocarbures (géométrie et distribution des fluides et des hétérogénéités), avec un nombre de paramètres minimal, movennant des étapes de calibration à partir de mesures de déplacements sur micro-modèles ou milieux poreux naturels. Ces modèles n'explicitent pas de relation entre la mobilité du gaz et la texture de la mousse mais restituent uniquement la réduction de mobilité du gaz au moyen de corrélations aux multiples paramètres (concentration, saturations, vitesse) reconnus impacter la mousse. Plus précisément,

ces modèles, dits empiriques, interpolent la viscosité du gaz ou la perméabilité relative au gaz en fonction de ces paramètres. Nous les passons en revue ci-dessous.

Le premier modèle empirique a été proposé par Marfoe *et al* (1987) [66] : la réduction de mobilité du gaz a été décrite par une viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  comme une fonction de la saturation en eau  $S_w$ , concentration en tensioactif  $C_s$  et vitesse du gaz sous forme de mousse  $u_g^f$ 

$$\mu_g^f = \mu_g \left[ 1 + 0.01 C_s \left( S_w - S_{wi} \right) f(u_g^f) \right]$$
(2.5)

où  $S_{wi}$  désigne la saturation irréductible en eau et f une fonction d'ajustement (dans leur travaux, Marfoe *et al* (1987) ont fixé f à 1). L'équation (2.5) montre que la viscosité effective du gaz moussant augmente avec la concentration en tensioactif et la saturation en eau. Plus tard, cette formulation simple a été améliorée par Islam et Ali (1988) [67] pour inclure les effets de la perméabilité du milieu k et la saturation en huile  $S_o$  comme

$$\mu_g^f = \frac{\mu_g \left[1 + D f_c(C_s) \left(S_w - S_{wi}\right) f_k(k) + f_p(\nabla P_g)\right]}{1 + ES_o^2}$$
(2.6)

où  $\nabla P_g$  désigne le gradient local de la pression du gaz. Les paramètres D et E, et les fonctions  $f_c$ ,  $f_k$ , et  $f_p$  permettent une certaine flexibilité du modèle pour un meilleur ajustement des données expérimentales et assurent la conformité avec les observations expérimentales : la viscosité effective du gaz sous forme de mousse diminue avec la saturation en huile (effet préjudiciable à la présence des mousses) et augmente avec la perméabilité du milieu poreux (une réduction de mobilité du gaz plus importante dans les zones de fortes perméabilités).

Les modèles empiriques les plus utilisés reproduisent la réduction de mobilité de la mousse via la perméabilité relative au gaz. Le plus utilisé en pratique est le modèle de mousse du simulateur de réservoir STARS développé par Computer Modeling Group (CMG). Ce modèle fait référence aux travaux de Shrivastava *et al* (1997) [68], Martinsen et Vassenden (1999) [69], Cheng *et al* (2000) [70], et Rossen et Renkema (2007) [71]. Par ailleurs, le modèle de mousse de PumaFlow (simulateur de réservoir de l'IFPEN [72]) repose également sur cette approche empirique pour représenter les effets de la mousse sur la mobilité du gaz. Par souci de simplicité, la viscosité du gaz est supposée inchangée que la mousse soit présente ou non, i.e.  $\mu_g^f = \mu_g$ , tandis que la perméabilité relative au gaz  $k_{rg}$  est multipliée par une fonction d'interpolation multi-paramétrique *FM* traduisant l'effet de chaque paramètre ayant des incidences sur le comportement de la mousse. La formulation de la fonction *FM* est interpolée entre une valeur maximale connue/mesurée au laboratoire et la valeur unité en l'absence de mousse. Le modèle s'écrit comme

$$\begin{cases} k_{rg}^{f} = FM \times k_{rg} \\ \mu_{g}^{f} = \mu_{g} \end{cases} \quad \text{avec} \quad FM = \frac{1}{1 + (M_{\text{ref}} - 1)\prod_{i=1}^{4} F_{i}} \tag{2.7}$$

où  $M_{\text{ref}}$  désigne la réduction de mobilité de référence mesurée dans des conditions optimales de présence de mousse pour un système roche-fluide donné, et  $F_i$  sont les fonctions d'interpolation

pour les paramètres suivants : concentration en tensioactif  $C_s$ , saturation en eau  $S_w$ , saturation en huile  $S_o$  et nombre capillaire du gaz  $N_{cg}$  (ou équivalent à la vitesse du gaz). Ces fonctions sont données par

$$\begin{cases} F_1(C_s) = \left(\frac{\min(C_s, C_s^{\text{ref}})}{C_s^{\text{ref}}}\right)^{e_s} & F_3(S_o) = \left(\frac{\max(0, S_o^* - S_o)}{S_o^*}\right)^{e_o} \\ F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan\left[\Theta\left(S_w - S_w^*\right)\right] & F_4(N_{cg}) = \left(\frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}}\right)^{e_c} \end{cases}$$
(2.8)

La fonction  $F_1(C_s)$  représente l'effet de la concentration en tensioactif  $C_s$ , où  $C_s^{\text{ref}}$  désigne la concentration en tensioactif de référence et  $e_s$  l'exposant régissant la variation au voisinage de  $C_s^{\text{ref}}$ . Une valeur nulle de  $e_s$  signifie que la mobilité de la mousse ne dépend pas de la concentration en tensioactif. Des valeurs très grandes de  $e_s$  mènent à une destruction brutale de la mousse pour les concentrations en dessous de  $C_s^{\text{ref}}$ .

La fonction  $F_2(S_w)$ , dite fonction de « dry-out », décrit l'effet de la saturation en eau  $S_w$  sur la performance de la mousse.  $S_w^*$  désigne la saturation en eau limite pour laquelle la pression capillaire limite  $P_c^*$  est atteinte et les lamelles de la mousse disparaissent rapidement par coalescence.  $\Theta$  est le paramètre qui régit le caractère abrupt ou lissé de la transition entre le régime faible qualité et haute qualité pour une mousse forte. Une valeur très élevée de  $\Theta$  (plusieurs milliers) permet de modéliser une coalescence rapide de la mousse au voisinage de la saturation en eau critique  $S_w^*$ , alors qu'une valeur peu élevée (inférieure à 100 par exemple) modélise une disparition progressive de la mousse par décroissance de la saturation en eau au voisinage de  $S_w^*$ .

La fonction  $F_3(S_o)$  décrit l'effet préjudiciable de l'huile à la présence/stabilité de la mousse. Cet effet est pris en compte à travers la saturation en huile  $S_o$ .  $S_o^*$  désigne la saturation en huile critique au-delà de laquelle la coalescence des bulles de mousse est totale. L'exposant  $e_o$  permet d'exprimer la dépendance de la mobilité du gaz à la saturation en huile présente dans le milieu poreux.

La fonction  $F_4(N_c)$  modélise le caractère rhéofluidifiant et rhéoépaississant des mousses au moyen du nombre capillaire du gaz  $N_{cg}$ . Le combre capillaire est défini comme le rapport entre les forces visqueuses et les forces capillaires agissant sur l'écoulement de deux fluides non miscibles. Dans notre modèle, le nombre capillaire est donné par  $N_{cg} = \mu_g v_g^f / \sigma$ , où  $v_g^f$  désigne la vitesse interstitielle du gaz sous forme de mousse et s'écrit  $v_g^f = u_g^f / (\phi S_g)$  et  $\sigma$  désigne la tension interfaciale entre le liquide et le gaz.  $N_{cg}^{\text{ref}}$  est le nombre capillaire de référence pour lequel  $M_{\text{ref}}$  est mesuré et  $e_c$  l'exposant rhéofluidifiant. Pour négliger les effets de vitesse du gaz sur les performances de la mousse, il suffit d'annuler  $e_c$ . La fonction  $F_4$  représente l'aspect rhéofluidifiant des mousses pour toutes les vitesses du gaz, mêmes celles inférieures au seuil de génération (correspondant à  $N_{cg}^{\text{ref}}$ ), ce qui permet de reproduire le caractère rhéoépaississant favorable à la réduction de mobilité du gaz lorsque la vitesse décroît. Cependant, l'expression appropriée du nombre capillaire dans la fonction  $F_4$  est controversée et demeure l'objet de travaux de recherche [62, 73, 74]. Par exemple, Boeije et Rossen [74] expriment le nombre capillaire comme  $N_{cg} = -k\nabla P/\sigma = \mu_f^{\rm app} u\sigma$ , où  $\nabla P$  désigne le gradient de pression et  $\mu_f^{\rm app}$  la viscosité apparente de la mousse, de tel sorte que l'aspect rhéofluidifiant devient lié à la vitesse totale de la mousse considérée comme une nouvelle phase équivalente.

Par conséquent, La formulation de chaque contribution des paramètres inclut également deux constantes, soit 8 constantes au total. Ces constantes doivent être estimées à partir d'essais de laboratoire faisant varier chacun des 4 paramètres d'interpolation. Pour avoir une idée sur les variations de ces fonctions d'interpolation, nous présentons en Figure 2.3 les effets possibles de chaque paramètre sur la réduction de mobilité.



FIGURE 2.3 – Tendances des fonctions d'interpolation  $F_i$  des paramètres impactant la performance de la mousse telles que décrites par le modèle empirique de PumaFlow : (a) fonction de la concentration en tensioactifs, (b) fonction de la saturation en eau, (c) fonction de la saturation en huile et (d) fonction du nombre capillaire du gaz.

#### Avantages

— Les modèles empiriques représentent une extension des modèles polyphasiques classiques

couramment utilisés dans les simulateurs de réservoir. En effet, l'approche empirique ne fait pas apparaître de nouveaux paramètres que ceux étudiés expérimentalement dans un écoulement polyphasique, à savoir la saturation, la vitesse, et la perméabilité. L'effet de la texture de la mousse est décrit implicitement et grossièrement au moyen de fonctions algébriques de ces paramètres d'écoulement. Ainsi, les équations de bilan du système (2.4) ne nécessitent pas une équation supplémentaire décrivant le transport microscopique des lamelles.

- La simplicité conceptuelle de cette approche a permis de mettre au point un modèle de mousse pratique pour qu'un ingénieur de réservoir puisse effectuer des calculs et des estimations rapides en un temps raisonnable. En effet, un nombre minimal de paramètre est utilisé dans ces modèles pour décrire les effets macroscopiques de la mousse sans chercher à prédire son comportement complexe dans les milieux poreux.
- Dans certains cas, les hypothèses de travail sous-jacentes telles que la représentation implicite des effets de la texture sur la mobilité du gaz et l'hypothèse du régime permanent sont justifiées : sur la base des conclusions de Ettinger et Radke (1992) [17], Rossen et al (1999) [75], Kam et al (2007) [76], Kovscek et al (2010) [77], la complexité des modèles en texture n'est pas toujours nécessaire. En effet, ces travaux révèlent que les deux approches génèrent des résultats comparables à l'échelle du réservoir et même à l'échelle de la carotte, sauf dans des zones particulières du domaine et que, par ailleurs, les observations expérimentales soutiennent davantage l'hypothèse de l'équilibre local sur la texture en régime permanent. Par conséquent, il est crucial de déterminer les conditions pour lesquelles la complexité de la modélisation des lamelles est indispensable pour la fiabilité des prévisions des simulateurs.

#### Limitations

- La réduction de mobilité suivant cette approche intègre une formulation empirique avec des paramètres à calibrer au cas par cas à partir d'essais de laboratoire. On tente alors d'effectuer la calibration des fonctions d'interpolation sélectivement par paramètre en fixant tous les autres à des valeurs optimales de référence pour lesquelles la réduction de mobilité est maximale. Cela suppose que (1) les fonctions d'interpolation sont indépendantes, ou autrement que les effets de chaque paramètre sont séparables et peuvent être exprimés au moyen d'un produit de fonctions, et (2) le paramétrage du modèle est unique, ce qui n'est pas assuré dans le cas d'un problème sous contraint d'un nombre de données expérimentales très limité [78]. Par conséquent, la prédictivité de ce modèle repose sur un très grand nombre d'essais de laboratoire pour des déplacements de mousse d'une part, et d'eau/gaz d'autre part.
- La réduction de mobilité suivant ces modèles n'est pas déduite des processus induit lors d'écoulement de mousse en milieu poreux tels que la génération, la destruction et le transport des lamelles. En effet, l'approche empirique néglige l'historique d'apparition et de disparition des lamelles et suppose un équilibre local qui s'établit instantanément entre

ces phénomènes microscopiques. Toutefois, les modèles d'équilibre local sont incapables de prédire les phases transitoires du déplacement de mousse constatées notamment sur la face d'entrée du milieu poreux à l'échelle de la carotte et au voisinage des puits injecteurs à l'échelle du réservoir [76, 77]. Ainsi, ces modèles empiriques manquent de généralité et ne tiennent pas compte de la physique complète de transport de mousse en milieu poreux.

# 2.3 Modèles à lamelles

Les modèles à lamelles sont les plus complets à ce jour car ils tiennent compte explicitement des mécanismes de génération, destruction et transport des lamelles en milieu poreux. Ils se basent donc sur une description microscopique du comportement de la mousse. Cette approche a été appliquée pour la première fois sur des écoulements unidimensionnels de mousse par Falls et al (1988) [11].

Nous rappelons que la mobilité apparente de la mousse dépend fortement de sa texture et de la fraction de gaz piégé (cf. section 1.3). Autrement dit, la taille des bulles de gaz et la fraction de gaz piégé déterminent la résistance accrue à l'écoulement de cette phase sous forme de mousse, et ainsi le degré de réduction de sa mobilité. C'est dans cette optique que s'inscrit le principe de cette approche qui repose sur l'établissement d'une relation explicite entre la mobilité du gaz, la texture de la mousse, et la fraction de gaz immobile, ainsi que d'autres facteurs impactant la rhéologie de la mousse comme la vitesse du gaz, la perméabilité du milieu, la porosité. Dans ce cas, le problème revient donc à déterminer et suivre l'évolution de la texture qui est la résultante de la compétition entre les mécanismes de création et de destruction qui sont eux mêmes fonction des conditions locales, à travers une équation de bilan sur le nombre de lamelles. Ainsi, le système d'équation (2.4) est complété par une équation de conservation qui peut être construite par analogie avec le transport du tensioactif, comme [11, 12, 79]

$$\partial_t \left[ \phi \left( S_f n_f + S_t n_t \right) \right] + \operatorname{div} \left( n_f \mathbf{u}_g^f \right) = \phi S_g \left( r_g - r_c \right) + s_f(t) \tag{2.9}$$

où les indices f et t désignent respectivement la mousse en mouvement et piégée et en particulier  $n_f$  et  $n_t$  la texture de la mousse mobile et piégée. La saturation du gaz est donnée par  $S_g = 1 - S_w = S_f + S_t$ . Le premier terme de la dérivée par rapport au temps de l'équation (2.9) représente la variation de la texture de la mousse par unité de volume de la roche, et le deuxième terme correspond au piégeage de la mousse. Dans le second membre de (2.9),  $r_g$  et  $r_c$  désignent respectivement les taux de génération et coalescence de la mousse par unité de volume de gaz et  $s_f$  le terme source des bulles de gaz injectées (dans le cas où la mousse est générée insitu  $s_f$  est nul). En régime permanent, le taux de génération de lamelles est égal au taux de destruction, i.e.  $r_g = r_c$ . Des expressions cinétiques de  $r_g$  et  $r_c$  en fonction des conditions locales comme les vitesses des deux phases, la pression capillaire et la concentration en tensioactif sont ainsi nécessaires pour prédire l'évolution de la texture de mousse et par la suite ses effets sur les déplacements. Les modèles à lamelles diffèrent uniquement par la façon dont ces lois de

génération et destruction sont décrites.

## 2.3.1 Taux de génération des lamelles

Une grande variété d'expression a été proposée dans la littérature pour décrire les mécanismes de génération des lamelles en milieu poreux (cf. section 1.3.2.1). Les recherches se focalisent essentiellement sur la génération de la mousse par snap-off ou par division de lamelles vu que le mécanisme leave-behind a été toujours considéré comme un mécanisme secondaire menant souvent à une mousse grossière et inefficace [26].

En étendant l'analyse hydrodynamique de Ransohoff *et al* (1987) [80], Kovscek (1993) [81] a exprimé la vitesse de génération des lamelles par le mécanisme de snap-off en fonction de la vitesse du liquide (dépendance linéaire) et de la vitesse du gaz (loi puissance avec un exposant inférieur à l'unité). Cette expression a été par la suite étendue par Kovscek et Radke (1994) [12], Myers et Radke (2000) [39] sous la forme

$$r_g = k_1 v_f^a v_w^b \tag{2.10}$$

où  $k_1$  désigne le coefficient qui reflète le nombre des sites de germination de lamelles dans le milieu poreux,  $v_f = u_f/(\phi S_f)$  la vitesse interstitielle de la mousse mobile, et  $v_w = u_w/(\phi S_w)$  la vitesse interstitielle du liquide; a et b sont deux exposants (b est proche de 1). L'équation (2.10) montre que, pour la même vitesse d'eau, le taux de génération des lamelles  $r_g$  augmente avec la vitesse du gaz mobile. Par ailleurs, Falls *et al* (1988) [11] ont décrit la génération des lamelles, par le mécanisme de snap-off, comme une fonction de la pression capillaire  $P_c$ , où la génération a lieu uniquement lorsque  $P_c$  dépasse une valeur critique de génération  $P_c^{\text{crit}}$ . De même, Friedmann *et al* (1991) [26] ont supposé que la création des lamelles est déclenchée si une vitesse minimale de gaz  $v_g^{\text{crit}}$ , appelée vitesse critique de génération de mousse en milieu poreux, est dépassée. Cette vitesse critique dépendrait des conditions initiales (en particulier de la saturation initiale en eau) et qu'elle peut être négligée dans le cas du drainage au gaz d'un milieu poreux saturé en solution tensio-active [82, 12].

En se basant sur le modèle de percolation proposé par Rossen et Gauglitz (1990) [19], Kam et al [83, 76] ont proposé une relation plus générale pour modéliser la génération de la mousse par le mécanisme de division de lamelles. En effet, la formation d'une mousse en milieu poreux passe par la création ou la division de lamelles au niveau des restrictions ainsi que leur transport. Dès lors, le gradient local du gaz  $|\nabla P_g|$  doit être supérieur à la pression capillaire qui retient les lamelles au niveau des seuils. Ainsi, le taux de génération  $r_g$  a été formulé par

$$r_g = c_g S_w \left| \nabla P_g \right|^m \tag{2.11}$$

où  $c_g$  désigne le coefficient de génération et m un paramètre ajustable. L'expression (2.11) montre que le taux de génération  $r_g$  est proportionnel à la saturation en eau et à une loi puissance du gradient de pression de la phase gazeuse. Notons que, selon ce dernier modèle,  $r_g$  augmente avec la saturation en eau pour le même gradient  $\nabla P_g$ . Cela signifie que la génération par division de lamelle est plus facile à une saturation en eau plus élevée, car il y a plus de films de liquide qui peuvent être transportés dans le réseau de pores. Plus récemment, Kam (2008) [84] a proposé une expression améliorée de l'équation (2.11) pour que le taux de génération  $r_g$  satisfasse deux contraintes supplémentaires : le gradient de pression  $|\nabla P_g|$  doit dépasser le gradient de pression minimum  $|\nabla P_{g,0}|$ , nécessaire pour déplacer une lamelle, et par ailleurs, la génération de lamelles doit se stabiliser à un gradient de pression élevé. Par conséquent, l'équation (2.11) devient

$$r_g = \frac{c_g}{2} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{|\nabla P_g| - |\nabla P_{g,0}|}{\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(-\frac{|\nabla P_{g,0}|}{\sqrt{2}}\right) \right]$$
(2.12)

où erf  $(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$  est la fonction erreur. Le mécanisme de division de lamelles contribue à la formation de bulles si celles-ci peuvent vaincre la résistance capillaire au mouvement et échapper à la coalescence au passage des restrictions entre pores. En d'autres termes, la stabilité des lamelles est une condition requise pour la la génération de mousse.

# 2.3.2 Taux de destruction des lamelles

Contrairement aux taux de génération, les taux de destruction des lamelles en milieu poreux, qui ont été proposés dans la littérature, ont beaucoup plus de choses en commun. En effet, les expressions du taux de destruction se sont toutes fondées sur le concept de la pression capillaire limite  $P_c^*$  proposé par Khatib *et al* (1988) [27] : une coalescence de la mousse se produit lorsque la pression capillaire dépasse  $P_c^*$ , ou encore lorsque la saturation en eau est près de la valeur limite  $S_w^*$ , qui correspond à  $P_c^*$ . D'un point de vue mathématique, le taux de destruction doit diverger vers l'infini lorsque  $P_c$  approche  $P_c^*$ , ou  $S_w$  approche  $S_w^*$ . Cette divergence a été représentée par différents modèles dont les plus connus sont détaillés dans la suite.

Comme cela a déjà été mentionné dans la section 1.3.2.2, la vitesse du gaz joue un rôle très important dans la stabilité des lamelles. Dès lors, plusieurs auteurs [17, 12, 53, 85, 77] ont formulé le taux de coalescence des bulles  $r_c$  en fonction de leur flux  $v_f n_f$ 

$$r_c = f_c(S_w) v_f n_f \tag{2.13}$$

où  $f_c$  est une fonction de destruction qui dépend de la saturation en eau. L'équation (2.13) montre que le taux de destruction  $r_c$  augmente avec la vitesse du gaz à texture constante : le réarrangement du liquide, lors de l'étirement de la lamelle au moment de son passage de la restriction vers le pore, ne peut pas avoir lieu à vitesse élevée, ce qui conduit à la rupture du film de liquide. La fonction de destruction  $f_c$  a été exprimée de différentes manières :

$$f_c(S_w) = \begin{cases} f_c^0 \frac{1 - S_w}{S_w - S_w^*}, & [12] \\ f_c^0 \left(\frac{P_c}{P_c^* - P_c}\right)^2, & [53, 85, 77] \end{cases}$$
(2.14)

où  $f_c^0$  est un coefficient et  $P_c^*$  est une fonction de la concentration en tensioactif  $C_s$ , qui s'écrit  $P_c^* = P_c^{*,\max} \tanh\left(\frac{C_s}{C_s^0}\right)$ , où  $P_c^{*,\max}$  désigne la valeur maximale de  $P_c^*$  obtenue à la concentration en tensioactif de référence  $C_s^0$ . Remarquons que l'expression de  $P_c^*$  montre que la pression capillaire limite de stabilité des lamelles augmente avec la concentration en tensioactif. En effet, l'augmentation du nombre de molécules tensio-actives présentes sur une interface gaz/liquide permet d'accroître les interactions répulsives dans l'expression de la pression de disjonction  $\Pi$ , et par conséquent, sa valeur limite de stabilité statique  $\Pi_{\max}$  (voir Figure 1.11 (b)). Par ailleurs, notons que l'expression (2.13) combinée avec (2.14) montre que le taux de destruction des lamelles  $r_c$  diverge lorsque la saturation en eau approche sa valeur critique  $S_w^*$ .

Plus récemment, Kam *et al* [83, 76, 84] ont proposé d'autres relations du taux de destruction des lamelles  $r_c$  en négligeant l'effet de vitesse, de telle sorte que l'équation (2.13) devient

$$r_{c} = \begin{cases} c_{c}n_{f} \left(S_{w} - S_{w}^{*}\right)^{-n}, & [83, 76] \\ c_{c}n_{f} \left(\frac{S_{w}}{S_{w} - S_{w}^{*}}\right)^{n}, & [84] \end{cases}$$
(2.15)

où  $c_c$  est un coefficient constant de destruction et n un exposant de la loi puissance de destruction. Pour conclure cette section, toutes les formulations mathématiques de  $r_c$  prévoient une divergence du taux de destruction lorsque  $S_w \to S_w^*$ , ou  $P_c \to P_c^*$ .

## 2.3.3 Mobilité du gaz en présence de mousse

Les modèles à lamelles traitent la réduction de mobilité du gaz en présence de mousse de deux manières différentes, ceci en distinguant l'effet de la mousse mobile et celui de la mousse piégée : (1) une augmentation de la viscosité effective du gaz puisque les trains de lamelles, qui représentent la fraction de mousse mobile, subissent une déformation significative en raison de la présence de parois poreuses et de restrictions, et (2) une réduction de la perméabilité relative au gaz puisque la mousse piégée bloque un grand nombre de cheminements possibles pour la phase gazeuse.

### 2.3.3.1 Viscosité effective

Plusieurs expressions de la viscosité effective  $\mu_g^f$  ont été proposées. Elles ont en commun une dépendance à trois paramètres clés que sont la densité de lamelles mobiles  $n_f$ , la perméabilité du milieu poreux k, et la vitesse locale du gaz mobile  $v_f$ . Ces expressions sont basées essentiellement sur les lois d'écoulement d'un train de bulles dans des capillaires. Un aperçu général de ces lois est donné ci-dessous.

Écoulement d'un train de bulles dans un tube capillaire. L'écoulement d'une bulle de gaz dans un tube capillaire a été étudié par Bretherton [32], à travers une étude expérimentale et théorique des perturbations induites par la présence de cette bulle sur l'écoulement du fluide porteur. Les conclusions de ses travaux portent essentiellement sur les expressions de l'écart de

pression associé à une bulle isolée et l'épaisseur des films mouillants de liquide entre le gaz et le tube. Les hypothèses de travail se basent essentiellement sur une tension interfaciale constante tout au long de l'interface gaz/liquide et des faibles nombres capillaires  $N_{cg}$  (de l'ordre de  $10^{-5}$ ). Notons que le nombre capillaire de la bulle est défini, par convention pour les systèmes micro-fluidiques, par  $N_{cg} = \frac{\mu_w u}{\sigma}$ , où u désigne la vitesse de la bulle,  $\mu_w$  la viscosité du liquide porteur et  $\sigma$  la tension interfaciale entre le liquide et le gaz. Bretherton a montré que la vitesse moyenne du liquide v et la vitesse de la bulle u sont reliées par l'expression v = (1 - w)u où  $w \simeq 1.29 (3\mu_w u/\sigma)^{2/3}$ . De plus, il a montré que l'écart de pression  $\Delta P$  associé à une bulle isolée, en mouvement dans un capillaire de rayon r, est proportionnelle à  $u^{2/3}$ :

$$\Delta P = 3.58 \left(\frac{3\mu_w u}{\sigma}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{\sigma}{r} \tag{2.16}$$

Cette équation traduit le caractère rhéofluidifiant de l'écoulement de la bulle de gaz dans les tubes capillaires. Autrement dit, la viscosité équivalente, définie comme le ratio de la différence de pression  $\Delta P$  par la vitesse de la bulle u, diminue lorsque la vitesse de cette dernière augmente. Notons que la viscosité du gaz est considérée négligeable et la longueur de la bulle n'a aucun effet sur la différence de pression  $\Delta P$ . En effet, seules les deux extrémités de la bulle en amont et en aval contribuent à la perte de charge de part et d'autre de la bulle.

Hirasaki et Lawson [10] ont étendu ces travaux pour étudier l'écoulement d'un train de bulles dans des solutions tensio-actives. En se basant sur la loi de Hagen-Poiseuille<sup>\*</sup>, ils ont montré que la différence de pression totale  $\Delta P$  induite par la présence des bulles s'écrit

$$\Delta P = 8\mu_w \frac{L_s}{r^2} u + \left[ 2.26 \frac{n_L \sigma}{r_c} \left( \frac{r_c^2}{r^2} + 1 \right) + \frac{8}{3} \frac{n_L \sigma}{r} \sqrt{N_s} \frac{1 - e^{-N_L}}{1 + e^{-N_L}} \right] \left( \frac{3\mu_w u}{\sigma} \right)^{2/3} \tag{2.17}$$

où  $n_L$  désigne le nombre de la melles équivalent par unité de longueur,  $L_s$  la longueur des bouchons de liquide, r le ray on du tube capillaire,  $r_c$  le ray on de la courbure de l'interface gaz/liquide,  $N_s$  un nombre a dimensionnel exprimant l'effet du gradient de la tension interfaciale  $(N_s = \frac{\beta}{r_c}, \text{ avec } \beta$  un paramètre empirique) et  $N_L$  la longueur a dimensionnelle de la bulle donnée par

$$N_L = \frac{2}{C} \frac{L_B}{r_c} \left(\frac{\sigma}{3\mu_w u}\right)^{\frac{1}{3}} N_s^{-\frac{1}{2}}$$
(2.18)

où C est un paramètre empirique et  $L_B$  la longueur du corps de la bulle, comme montré en Figure 2.4 (a). Le premier terme de l'équation (2.17) représente la contribution des bouchons de liquide qui séparent les bulles de gaz. Notons que cette dernière contribution est négligeable dans le cas des bulles jointives, car leur longueur  $L_s$  tend vers zéro. Le deuxième terme décrit la résistance due à la déformation de l'interface gaz/liquide (i.e. la contribution de Bretherton). Le troisième terme représente la contribution du gradient de tension interfaciale qui se produit

<sup>\*.</sup> Elle décrit l'écoulement la minaire d'un fluide Newtonien dans un tube capillaire de rayon r et de longueur L comme  $Q = \frac{\pi r^4}{8\mu} \frac{\Delta P}{L}$ , où Q désigne le débit du fluide,  $\mu$  sa viscosité et  $\Delta P$  la différence de pression.

lorsque les tensioactifs circulent du front de la bulle à l'arrière de celle-ci (cf. Figure 2.4 (b)). Les expériences et les calculs de Hirasaki et Lawson indiquent que même si la contribution du gradient de tension interfaciale est importante, la contribution de Bretherton est dominante. En effet, cette dernière est responsable d'une augmentation de 100 fois de la différence de pression tandis que celle du gradient interfaciale contribue à une augmentation de 10 fois. Ainsi, dans le cas des bulles jointives, nous obtenons l'expression de la viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  en remplaçant  $\Delta P$  par son expression dans la loi d'écoulement de Hagen-Poiseuille, ce qui donne

$$\frac{\mu_g^f}{\mu_w} = \left[ 0.85 \frac{n_L}{r_c} \left( r_c^2 + r^2 \right) + n_L r \sqrt{N_s} \frac{1 - e^{-N_L}}{1 + e^{-N_L}} \right] \left( \frac{\sigma}{3\mu_w u} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \approx 0.85 \frac{n_L}{r_c} \left( r_c^2 + r^2 \right) \left( \frac{\sigma}{3\mu_w u} \right)^{\frac{1}{3}}$$
(2.19)

Nous reportons ainsi le résultat principal de ces travaux : la viscosité effective d'un train de bulles jointives dans un capillaire est proportionnelle à la densité linéique des lamelles  $n_L$  et à  $u^{-\frac{1}{3}}$  (effet rhéo-fluidifiant des bulles à nombre de lamelles fixé).



FIGURE 2.4 – Écoulement d'un train de bulles dans des capillaire : (a) configurations de bulles possibles, des bulles séparées par des bouchons de liquide et des bulles jointives et (b) mécanismes affectant la viscosité effective des bulles [10].

Écoulement d'un train de bulles dans un canal de section rectangulaire. Comme les tubes capillaires ne comportent pas les angulosités caractéristiques de la géométrie des pores en milieu poreux, Wong *et al* [86, 87] ont étudié l'écoulement des bulles dans des capillaires

de forme polyédrale. Ils ont trouvé que la relation pression/vitesse peut être linéaire ou pas en fonction du débit du liquide porteur. En effet, deux types d'écoulement du liquide peuvent s'établir : un écoulement piston lorsque le liquide porteur s'écoule en poussant la bulle de gaz, et un écoulement dans les coins des capillaires lorsque le liquide court-circuite la bulle, comme illustré par les figures 2.5 (a), (b) et (c) pour une section rectangulaire. Notons que la transition entre ces deux derniers régimes s'effectue autour d'un débit de liquide critique  $Q_{wc}$ , qui est fonction de la géométrie du capillaire et la longueur de la bulle (pour les six géométries étudiées, Wong *et al* ont trouvé que  $Q_{wc} \ll 10^{-6}$  rendu sans dimension en le divisant par  $\sigma \zeta^2 / \mu_w$ , où  $\zeta$ désigne le rayon de la plus grande sphère inscrite). Pour un débit de liquide adimensionné  $Q_w$ supérieur à  $Q_{wc}$ , l'écoulement piston du liquide domine et le gradient de pression varie en  $Q_w^{2/3}$ , tandis que pour  $Q_w \ll Q_{wc}$ , l'écoulement dans les coins est dominant et le gradient de pression est proportionnel au débit du liquide. Ce régime linéaire d'écoulement du liquide dans les coins est absent dans le cas des capillaires de section circulaire.

Plus tard, Fuerstman *et al* [88] ont repris le calcul de Wong *et al* afin de déterminer l'expression de l'écart de pression total  $\Delta P$  induit par présence d'un train de bulles dans des canaux de section rectangulaire et pour des débits de liquide supérieurs au débit critique. L'écoulement d'un fluide Newtonien, de viscosité  $\mu$ , dans un canal de largeur w, de profondeur h et de longueur L peut être approximé par [89] :

$$\Delta P = \frac{a\mu L}{wh^3} Q \quad \text{avec} \quad a = 12 \left[ 1 - \frac{192h}{\pi^5 w} \tanh\left(\frac{\pi w}{2h}\right) \right]^{-1} \tag{2.20}$$

où  $\Delta P$  désigne la différence de pression associée à l'écoulement du fluide avec un débit Q et aune constante adimensionnelle qui dépend du rapport d'aspect  $\frac{w}{h}$ . Fuerstman *et al* ont étendu l'équation (2.20) pour estimer la différence de pression totale  $\Delta P$  induite par la présence d'un train de bulles conduit par l'eau dans ce canal de section rectangulaire. Ils ont écrit  $\Delta P$  comme la somme de (cf. Figure 2.5 (d)) : (1) la différence de pression associée aux bouchons de liquide  $\Delta P_l$ , (2) la différence de pression associée au corps de la bulle  $\Delta P_{\text{body}}$ , et (3) la différence de pression associée aux extrémités de la bulle  $\Delta P_{\text{caps}}$ . L'expression de  $\Delta P$  s'écrit [88] :

$$\Delta P = \Delta P_l + \Delta P_{\text{body}} + \Delta P_{\text{caps}}$$
  
=  $(aL_s + bn_bL_B) \frac{\alpha \mu_w}{h^2} u + \frac{cn_b\sigma}{h} \left(\frac{\mu_w u}{\sigma}\right)^{2/3}$  (2.21)

où *b* et *c* sont deux paramètres empiriques qui sont déterminés expérimentalement en fonction de la géométrie du canal et du système de fluide utilisé,  $\alpha$  le coefficient de proportionnalité entre la vitesse locale des bulles *u* et du liquide *v* tel que  $v = \alpha u$ ,  $L_s$  la longueur totale des bouchons de liquide,  $L_B$  la longueur du corps de la bulle (sans les deux extrémités) et  $n_b$  le nombre des bulles.

Nous nous intéressons maintenant au cas où les bulles de gaz sont jointives qui approche au mieux la configuration des mousses en milieux poreux. Par conséquence, la contribution des bouchons de liquide  $\Delta P_l$  est nulle dans l'équation (2.21). Par ailleurs, les travaux de Parthiban



FIGURE 2.5 – Écoulement d'un train de bulles dans un canal de section rectangulaire : (a) un écoulement piston du liquide en poussant la bulle ; (b) écoulement dans les coins selon lequel le liquide court-circuite la bulle par les coins ; (c) coupe transversale dans le plan qui contient la bulle ; (d) calcul de la différence de pression totale  $\Delta P$ , qui est la somme de la différence de pression associée au liquide  $\Delta P_l$ , au corps de la bulle  $\Delta P_{\text{body}}$  et aux extrémités de la bulle  $\Delta P_{\text{caps}}$  [88].

et Khan [90] et de Hourtané *et al* [91, 92] montrent que le terme bu peut être négligeable, de manière que la différence de pression de part et d'autre de la bulle devient régie par ses deux extrémités (déformation mécanique). Ainsi, l'équation (2.21) devient dans ce cas  $\Delta P =$  $\Delta P_{\text{caps}} = \frac{cn_b\sigma}{h} \left(\frac{\mu_w u}{\sigma}\right)^{2/3}$ . En se basant sur l'équation (2.20), l'expression de la viscosité effective du gaz  $\mu_q^f$  pour un train de bulles jointives s'écrit alors

$$\mu_g^f = \frac{h^2}{aL} \frac{\Delta P_{\text{caps}}}{u} = \frac{c\mu_w h}{a} n_L \left(\frac{\mu_w u}{\sigma}\right)^{-1/3} \tag{2.22}$$

où  $n_L$  désigne le nombre de la elles équivalent par unité de longueur, donné par  $n_L = \frac{n_b}{L}$ .

Dans cette optique, des essais micro-fluidiques on été réalisés à IFPEN par Quennouz *et* al [93] dont l'objectif de l'étude était de valider un système micro-fluidique moussant et de caractériser les écoulements des trains de bulles dans ce système. Nous exploitons ces données expérimentales afin d'examiner la loi de Bretherton étendue au cas d'un canal de section rectangulaire, autrement dit, examiner la proportionnalité en  $u^{2/3}$  de l'écart de pression de part et d'autre de la bulle pour des faibles nombres capillaires, et de dégager des indications utiles sur la variation de la viscosité effective du gaz. Le détail de cette vérification, les résultats et les discussions de cette analyse sont présentés en Annexe A. Les résultats obtenus montrent que les mesures interprétées en écart de pression associé à une bulle et en viscosité effective du gaz suivent bien les lois théoriques.

Pour conclure, l'étude paramétrique de l'écoulement d'un train de bulles dans des capillaires est utile afin d'appréhender les lois d'écoulement des bulles à l'échelle des pores, qui régissent la rhéologie complexe de la mousse en milieu poreux. Hirasaki et Lawson ont établi une étude exhaustive de ce point mais pour des tubes de section circulaire. Les limitations de leurs travaux résident dans le choix de la section circulaire des capillaires, qui est loin d'être représentative des irrégularités des pores en milieu poreux. Ces travaux ont été étendus au cas de capillaires de section polyédrale par Wong *et al*, qui ont montré que deux régimes d'écoulement de liquide peuvent s'établir selon le débit du liquide (cf. Figure 2.5). L'élément essentiel à retenir de tous ces travaux que la viscosité effective du gaz  $\mu_g^f$  pour un train de bulles jointives (où les interactions entre les bulles sont importantes) est proportionnelle à la densité linéique des lamelles  $n_L$  et à  $u^{-1/3}$  (comportement rhéo-fluidifiant des bulles à nombre de lamelle fixé).

**En milieux poreux.** En se basant sur les lois établies pour des tubes capillaires, plusieurs auteurs ont proposé la relation suivante pour exprimer la viscosité effective non-Newtonienne du gaz moussant en milieux poreux [12, 53, 85, 83, 76, 84, 39, 77] :

$$\mu_g^f = \mu_g + \frac{C_f n_f}{v_f^c} \tag{2.23}$$

où  $C_f$  est une constante de proportionnalité qui dépend du système roche-fluide utilisé, en particulier de la formulation tensio-active utilisée et de la perméabilité du milieu poreux [38], et c un exposant caractérisant le comportement rhéo-fluidifiant. L'équation (2.23) montre que la viscosité effective du gaz sous forme de mousse augmente lorsque la texture augmente, et prévoit également un effet rhéo-fluidifiant lié à la vitesse interstitielle du gaz mobile. La valeur de l'exposant c est proche de 1/3 [32, 10, 86, 87, 88], valeur théorique propre aux tubes capillaires. Notons que d'autres auteurs [94, 95, 17, 26] ont utilisé une expression similaire à (2.23) pour décrire la viscosité effective du gaz sous forme de mousse.

#### 2.3.3.2 Perméabilité relative

La perméabilité relative à la mousse mobile  $k_{rg}^f$  tient compte de la réduction de section de passage du gaz suite à la présence des bulles immobiles. Par conséquent,  $k_{rg}^f$  est réduite par rapport à la fraction de gaz mobile  $X_f$ , qui est définie comme le ratio de la saturation en gaz mobile par la saturation en gaz totale (mobile et immobile), i.e.  $X_f = S_f/S_g = S_f/(S_f + S_t)$ . Par ailleurs, la perméabilité relative à la mousse piégée  $k_{rg}^t$  est nulle et la perméabilité relative à l'eau  $k_{rw}$  demeure inchangée en présence de mousse. Dans le cas où les fonctions de  $k_r$  sont approximées par des lois puissances, les perméabilités relatives à chaque phase sont données par

$$\begin{cases} k_{rg}^{f} = k_{rg}^{\max} S_{fD}^{n_{g}} \\ k_{rw} = k_{rw}^{\max} \left(1 - S\right)^{n_{w}} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} S_{fD} = X_{f}S \\ S = \frac{S_{g} - S_{gi}}{1 - S_{qi} - S_{wr}} \end{cases}$$
(2.24)

où, pour chaque phase i,  $k_{ri}^{\max}$  désigne sa perméabilité maximale,  $n_i$  un exposant ;  $S_{wr}$  et  $S_{gi}$  sont respectivement la saturation résiduelle en eau et la saturation irréductible en gaz ;  $S_{fD}$  et S la saturation en mousse mobile et en gaz normalisées sur tout l'intervalle de saturation de l'écoulement diphasique.

Pour compléter le modèle, il reste à déterminer la fraction de gaz en écoulement  $X_f$ , ou la fraction de gaz piégé  $X_t$  ( $X_t + X_f = 1$ ). Vu que la pression capillaire qui est responsable du piégeage des bulles de mousse est plus importante dans les pores les plus petits, il est plus probable que les bulles immobiles résident dans les petits pores remplis de gaz, tandis que les bulles mobiles s'écoulent dans les plus grands. Toutefois, il s'avère que la fraction de gaz piégé n'est pas déterminée uniquement par la pression capillaire, mais aussi par la vitesse locale du gaz [96] et la saturation en eau [12].

À l'heure actuelle, il n'existe pas d'expression complète de cette fraction : seules des informations qualitatives sont disponibles dans la littérature. Radke, Gillis (1990) [54] et Friedmann *et al* (1991) [26] ont mesuré cette fraction en régime permanent en utilisant des traceurs : les valeurs trouvées varient entre 85 % et 99 %. Les observations expérimentales de Tang, Kovscek (2006) [97] montrent bien que 80% du gaz en présence de mousse est immobile (i.e.  $X_t = 0.8$ ) en régime permanent dans des grès, et leur théorie de percolation indique que  $X_t$  est une fonction du gradient de pression, de la texture et de la perméabilité du milieu poreux. Par ailleurs, Kovscek et Radke (1994) [12] ont utilisé une isotherme de Langmuir pour décrire la fraction de gaz piégé :

$$X_t = X_{t,\max} \frac{\beta n_t}{1 + \beta n_t} \tag{2.25}$$

où  $X_{t,\max}$  désigne la fraction maximale du gaz piégé,  $\beta$  la constante de Langmuir et  $n_t$  la texture de mousse piégée. Dans leurs travaux, Kovscek et Radke (1994) ont néanmoins supposé que la texture de la mousse piégée  $n_t$  et mobile  $n_f$  sont égaux durant la co-injection du liquide et du gaz. Kovscek *et al* (2010) [77] et Fergui (1995) [98] ont choisi de maintenir la valeur de  $X_t$ constante au cours du temps dès que la mousse apparaît dans le milieu poreux : Fergui (1995) fixe ainsi une valeur de  $X_t$  à 0.9 et Kovscek *et al* (2010) fixent  $X_t$  à 0.8.

Pour des raisons de simplicité, plusieurs auteurs incorporent l'effet de la mousse piégée sur la perméabilité relative au gaz dans le terme de la viscosité (cf. équation (2.23)) de telle sorte que le paramètre  $C_f$  reporte les effets du piégeage et de la résistance à l'écoulement des lamelles et que le modèle ne tient pas compte explicitement de la variable  $X_t$  [83, 76, 84].

Pour illustrer le système d'équations à résoudre dans un modèle de mousse à lamelles, nous considérons le modèle classique proposé par Kam *et al* (2007) basé sur une loi de viscosité donnée par l'équation (2.23). Dans ce cas, le système d'équations (2.4) devient

où les paramètres du modèle sont  $c_g$ , m,  $c_c$ ,  $S_w^*$ , n,  $C_f$  et les inconnues du système sont les masses volumiques, les saturations, les vitesses et les pressions de chaque phase liquide et gaz, la concentration en tensioactif, et finalement la texture de la mousse.

#### Avantages

- La force de l'approche à lamelle réside dans sa capacité à adresser directement l'évolution de la texture de la mousse qui a été toujours considérée comme le paramètre clé dans la modélisation de la mousse, et par conséquent, la réduction de mobilité du gaz. En outre, la méthode décrit les mécanismes microscopiques qui se produisent à l'échelle de pore à savoir la génération, destruction et transport des lamelles. Autrement dit, cette approche fournit le cadre complet où les lois physiques de l'écoulement des mousses en milieu poreux peuvent être exprimées.
- Seuls les modèles à lamelles peuvent décrire le comportement transitoire de la mousse dans les régions où l'hypothèse de l'équilibre local n'est plus valable, c'est-à-dire fort vraisemblablement au voisinage points/puits d'injection des fluides et au front du déplacement diphasique gaz/eau [99]. En effet, la texture de la mousse dans ces portions du milieu poreux change brutalement en raison des mécanismes de génération/destruction des lamelles.

## Limitations

- Inclure une équation d'évolution de la texture de la mousse nécessite des lois de génération et de destruction locales, et par conséquent, la connaissance ou l'ajustement de paramètres supplémentaires. De plus, cette approche s'est révélée peu pratique en raison des temps de simulation élevés qu'implique la résolution de l'équation de conservation du nombre de lamelles [98]. Pour cela, ces modèles en texture ne sont évoqués qu'à titre exploratoire sur des systèmes pétrophysiques et n'ont pas fait l'objet d'applications à grande échelle comme celle d'un pilote ou d'un gisement. Des voies d'amélioration pratique de ces modèles sont parues intéressantes suite aux travaux de Ettinger et Radke (1992) [17] et Hatziavramidis *et al* (1995) [100] qui ont proposé une version dite d'équilibre local de l'approche en texture, qui diminue considérablement le temps de calcul tout en maintenant le lien étroit avec la physique des mousses en milieu poreux (voir section 2.3.4).
- À l'heure actuelle, les mécanismes de génération, destruction et transport de lamelles en milieu poreux demeurent mal compris et un grand nombre d'inconnues sur la stabilité de la mousse reste à explorer. D'un point de vue physique et pratique, pour mettre en place un modèle simple et prédictif, il est indispensable de mener un grand nombre d'expériences en laboratoire pour définir les corrélations adéquates aux phénomènes observés à l'échelle microscopique (snap-off, division de lamelle, destruction et rupture des lamelles, etc.) et macroscopique (différence de pression et production des fluides). Notons que ces paramètres sont très difficiles à cerner et à contrôler en raison de la complexité des mécanismes mis en jeu par les solutions moussantes en milieu poreux. En fin de

compte, le même problème que celui déjà rencontré dans les modèles empiriques se pose : comment définir des fonctions fiables pour quantifier la mobilité du gaz en présence de mousse ?

## 2.3.4 Version d'équilibre local des modèles à lamelles

Pour ce type de modèle, la texture de la mousse  $n_f$  s'obtient en égalisant les deux taux de génération  $r_g$  et de destruction des lamelles  $r_c$ , à l'opposé de sa version complète précédemment présentée, où  $n_f$  est obtenue par la résolution d'une équation aux dérivées partielles (équation (2.9) de conservation du nombre de lamelles). On calcule ainsi la texture de la mousse  $n_f$  en résolvant une équation algébrique faisant intervenir les différents paramètres régissant les mécanismes de génération/destruction, comme la vitesse du gaz, la saturation, le gradient de pression, la concentration en tensioactif et la perméabilité du massif poreux.

À l'issue de leur étude, Ettinger et Radke (1992) [17] ont conclu que l'équilibre local est une hypothèse raisonnable pour un écoulement de mousse en milieu poreux en régime permanent : les mécanismes responsables de la génération et de la destruction des lamelles sont presque en équilibre. En égalisant les deux taux ( $r_g = r_c$ ), Ettinger et Radke (1992) ont exprimé la texture de la mousse en équilibre  $n_f^{\text{LE}}$  comme

$$n_f^{\rm LE} = \frac{k_1}{k_{-1}} \left| \mathbf{u}_g^f \right|^{m-n} \tag{2.27}$$

où  $k_1, k_{-1}, m$  et *n* sont des coefficients constants du modèle. La comparaison avec les observations expérimentales révèle que l'exposant m-n peut être fixé à -2/3 (pour les simulations numériques, Ettinger et Radke (1992) ont fixé m à 1/3 et n à 1). En utilisant les mesures de la texture en sortie et l'équation (2.27), ils ont conclu que le rapport  $\frac{k_1}{k_{-1}}$  peut-être estimé à  $0.784 \text{ cm}^{-1/3} \text{s}^{-2/3} \text{mm}^3$ . Plus tard, ce modèle a été repris par Hatziavramidis *et al* (1995) [100] pour la simulation du procédé d'injection de vapeur moussante sur le champ de South Belridge de Mobil. En effet, ce procédé a démontré une très grande capacité à améliorer la récupération de l'huile lourde sans surcoût considérable.

Plus tard, Kam el al. [76, 84] ont supposé qu'un état d'équilibre local et instantané est établi entre la génération et la destruction des lamelles et que la texture ne peut pas dépasser une valeur limite  $n_f^{\text{max}}$  pour un milieu poreux donné. En d'autres termes, une fois que la mousse est déjà fine et que la taille de la bulle est approximativement égal à la taille moyenne des pores, la texture de la mousse ne s'accroît plus et atteint une valeur limite. Il convient de noter que la valeur de  $n_f^{\text{max}}$  est corrélée à la taille moyenne des pores du milieu poreux considéré. D'un point de vue mathématique, l'équilibre du modèle de Kam *et al* (2007) a été obtenu en égalisant les équations (2.11) et (2.15) d'une part

$$n_f^{\text{LE}} = \begin{cases} \frac{c_g}{c_c} S_w \left( S_w - S_w^* \right)^n |\nabla P_g|^m & \text{si } n_f < n_f^{\text{max}} \\ n_f^{\text{max}} & \text{sinon} \end{cases}$$
(2.28)

et les équations (2.12) et (2.15) d'autre part pour le modèle de Kam (2008), comme

$$n_f^{\rm LE} = \begin{cases} \frac{c_g}{2c_c} \left(\frac{S_w - S_w^*}{S_w}\right)^n \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{|\nabla P_g| - |\nabla P_{g,0}|}{\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(-\frac{|\nabla P_{g,0}|}{\sqrt{2}}\right) \right] & \text{si } n_f < n_f^{\max} \\ n_f^{\max} & \text{sinon} \end{cases}$$
(2.29)

Dans la même optique et en mesurant la taille des bulles de gaz à l'entrée et en sortie de la carotte, Kovscek *et al* (2010) [77] ont également proposé un modèle simple basé sur l'hypothèse d'équilibre local. Un bon accord entre les résultats expérimentaux et les prédictions du modèle a été obtenu, avec un faible écart à l'entrée de la carotte. Suivant leurs travaux, l'équation algébrique utilisée pour le calcul de la texture s'écrit

$$\left(n_{f}^{\text{LE}}\right)^{w} + \frac{\left(n_{f}^{\max}\right)^{w} k_{-1} \left|v_{f}\right|^{2/3}}{k_{1}^{0} \left|v_{w}\right|} n_{f}^{\text{LE}} - \left(n_{f}^{\max}\right)^{w} = 0$$
(2.30)

où  $n_f^{\text{max}}$  désigne la texture de la mousse maximale et w est un exposant constant. Notons que dans leur étude, Kovscek *et al* (2010) ont fixé w à 3 de sorte que l'équation (2.30) devient une équation cubique de la texture  $n_f^{\text{LE}}$  dont la résolution est facile pour des vitesses de liquide et de gaz, et une pression capillaire données.

# 2.4 Conclusion

Pour conclure, les démarches de modélisation des mousses suivant chaque approche sont présentées et comparées en Figure 2.6. Par ailleurs, la synthèse bibliographique des deux grands types de modèles de mousse a permis aussi de mettre en évidence leurs avantages et inconvénients respectifs :

- les modèles empiriques, axés sur les effets macroscopiques de la mousse en termes de réduction de mobilité, ont l'avantage de la simplicité. En effet, ils sont fondés sur une modification de la perméabilité relative au gaz, via une fonctionnelle d'interpolation qui dépend des paramètres impactant la performance de la mousse. Cependant, ces modèles de perméabilité relative ne font pas intervenir les paramètres régissant les mécanismes de déplacement de la mousse à l'échelle du réseau poreux, notamment la densité des lamelles. En conséquence, l'ajustement des constantes impliquées dans les modèles empiriques doit être réalisé au cas par cas via des essais en milieu poreux, et le caractère prédictif de ces modèles est réduit à un espace paramétrique réduit aux conditions de ces essais.
- À l'inverse, les modèles à lamelles, axés sur la représentation des mécanismes de déplacement des lamelles à l'échelle des pores, font directement intervenir les paramètres responsables de la perte de charge accrue en présence de mousse et notamment la densité de lamelles. Certains modèles plus élaborés tiennent également compte du piégeage additionnel de gaz en présence de lamelles. En contrepartie, la mise en œuvre de ces

modèles est complexe, car elle implique la connaissance des lois et paramètres physiques de déplacement de la mousse, qui demeurent mal connus et très difficiles à mesurer au laboratoire.

Certes, le caractère prédictif des modèles à lamelles n'est pas garanti à ce jour, mais la représentation physique des mécanismes générateurs des pertes de charge associés à une mousse peut servir à valider les fonctions d'interpolations du modèle empirique dont on souhaite conserver la structure fonctionnelle, bien adaptée aux études de réservoir à grande échelle. C'est précisément l'objectif des deux chapitres suivants de faire évoluer le modèle empirique de mousse de notre simulateur PumaFlow à la lumière de modèles en texture et de données expérimentales.



FIGURE 2.6 – Comparaison entre les deux approches, modèles à lamelles vs modèles empiriques. Les flèches en rouges, bleus, et verts désignent respectivement l'approche des modèles empiriques, et les deux versions, à l'équilibre local et dynamique, de l'approche physique des modèles à lamelles ; en noir la partie commune des deux versions.