

## ***Premiers exemples de systèmes métamimétiques autour du dilemme du prisonnier***

Nous allons maintenant illustrer les idées avancées dans le chapitre précédent en les appliquant à l'étude de l'émergence et de la stabilité de la coopération dans un dilemme du prisonnier métamimétique. Pour le moment, rien ne nous garantit que les dynamiques métamimétiques soient intéressantes du point de vue de la modélisation. Il se peut très bien qu'elles n'offrent finalement que très peu de régularités. Nous allons donc étudier les types de régularités que peuvent éventuellement présenter ces dynamiques.

Notre objectif sera double, suivant ainsi la double orientation que nous nous sommes fixée, autour des systèmes auto-organisés et de la modélisation des systèmes sociaux. Le premier objectif sera de donner des exemples concrets d'auto-organisation dans un jeu métamimétique, de donner des exemples de structures émergentes, d'étudier la relation entre dynamiques individuelles et dynamiques collectives et de voir de quelle manière les perturbations peuvent permettre au système de sélectionner une dynamique particulière parmi l'ensemble des dynamiques compatibles avec sa structure interne. Le deuxième objectif sera de proposer une approche nouvelle des phénomènes de coopération, dans les cas où les gains ne sont pas directement reliés à un succès reproductif, comme cela est le cas en général pour l'évolution culturelle humaine.

Nous allons, dans un premier temps, (*III.2.B*) étudier les dynamiques métamimétiques non perturbées (processus de Markov  $P^0$ ), et mettre en évidence les dynamiques que nous avons proposées au *III.1.C.f*, ainsi que les équilibres et attracteurs métamimétiques dont nous avons parlé à la fin du chapitre précédent. Nous regarderons ensuite (*III.2.C*) le couplage entre la dynamique interne d'un jeu métamimétique et un ensemble de perturbations. Ceci définira un processus de Markov  $P^\varepsilon$  dont nous étudierons les propriétés statistiques de la distribution stationnaire  $\mu_\varepsilon$  (cf. *III.1.D.d*).

Nous allons donc commencer par fixer la structure du jeu métamimétique qui va nous servir d'exemple tout au long de notre discussion.

### III.2.A Le dilemme du prisonnier métamimétique spatialisé

Nous avons déjà donné au III.1.C.a une ébauche de ce que pourrait être la généralisation dans le cadre métamimétique du dilemme du prisonnier spatial que nous avons vu au I.2. Pour approcher ces systèmes dans le cadre d'une étude computationnelle, nous allons préciser le modèle du dilemme du prisonnier spatial métamimétique et en fournir un exemple particulier. Comme nous l'avons déjà évoqué au III.1.B.a, notre objectif n'étant pas à ce stade de proposer un modèle fidèle des processus de décision humains mais d'étudier tout particulièrement l'effet sur la dynamique globale d'une dynamique au niveau des buts des agents. Dans cette perspective, certains aspects de l'agent, qui dans d'autres modèles sont fondamentaux, comme les processus d'inférence, les processus d'apprentissage ou les processus éductifs, feront l'objet d'hypothèses par défaut. Nous laisserons une modélisation plus réaliste de ces aspects pour de futurs travaux.

Dans tout ce qui va suivre, nous allons nous placer dans le cadre des *processus dynamiques en temps discret*.

#### III.2.A.a Description du jeu

Nous reprenons ici l'essentiel du modèle de Nowak et May que nous avons présenté en I.2 pour l'étendre au cadre métamimétique. Nous allons cependant considérer comme matrice de jeu la matrice du dilemme du prisonnier, qui est bien plus problématique au regard de l'émergence de la coopération que le jeu étudié par Nowak et May. Une étude similaire réalisée à partir de leur matrice a révélé des résultats analogues à ceux présentés ici. Comme dans le modèle original, nous considérerons que les joueurs doivent avoir le même comportement envers tous leurs voisins. Comme nous l'avons vu en I.2., ceci est une manière générale de modéliser les interactions qui trouvent une médiation à travers l'environnement, comme par exemple les situations de partage de ressources renouvelables ou les problèmes de gestion de biens publics.

Considérons  $N^2$  d'agents disposés aux nœuds d'une grille torique bidimensionnelle, chacun jouant un dilemme du prisonnier avec chacun de ses huit voisins, en lui opposant l'un des deux comportements : coopérer ( $C$ ) ou faire défection ( $D$ ). Le comportement d'un agent est le même, à une période donnée, envers chacun de ses voisins, bien qu'il puisse en changer

d'une période sur l'autre. Le voisinage d'un agent est constitué des agents occupant les huit nœuds adjacents (appelé voisinage de Von Neumann). Lorsque deux agents jouent ensemble, ils reçoivent un gain de  $R$  si tous deux ont coopéré et de  $P$  si tous deux ont fait défection. Dans le cas où les comportements sont différents, celui qui a fait défection reçoit  $T$ , alors que l'autre reçoit  $S$ . Nous imposerons  $T > R > P > S$  et  $T + S < 2.R$  de telle sorte que la matrice de jeu soit celle d'un dilemme du prisonnier. Lorsque cela ne sera pas précisé, les valeurs de ces paramètres seront celles utilisées dans Axelrod 1984, c'est-à-dire  $T = 5, R = 3, P = 1, S = 0$ .

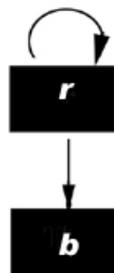
Agent B →		
-----		
↓ Agent A		
C	(3,3)	(0,5)
D	(5,0)	(1,1)
La matrice de jeu		

Le gain d'un agent  $i$  à la fin d'une période est donc :

- S'il a joué  $C$  :  $G_i(C) = \sum_{j \in \Gamma \wedge b_j = C} R + \sum_{j \in \Gamma \wedge b_j = D} S$
- S'il a joué  $D$  :  $G_i(D) = \sum_{j \in \Gamma \wedge b_j = C} T + \sum_{j \in \Gamma \wedge b_j = D} P$

Nous avons donc bien comme pour un dilemme du prisonnier à deux joueurs  $G_i(C) < G_i(D)$  quelle que soit la composition du voisinage.

Pour effectuer le plongement du modèle du dilemme du prisonnier spatial dans le cadre métamimétique il nous faut commencer par définir une structure d'agent. Nous considérerons la structure la plus simple, celle qui correspond à des agents de borne cognitive égale à un :



Nous n'étudierons pas dans cet ouvrage des agents de borne cognitive plus élevée, les principales caractéristiques des dynamiques métamimétiques étant déjà représentées dans les jeux entre agents de borne cognitive égale à 1. Mentionnons simplement que le fait de pouvoir accroître la taille de sa chaîne métamimétique peut permettre à un agent de réduire son

insatisfaction et donc de sortir de certaines situations de frustration. Nous devons donc nous attendre à ce qu'il y ait moins de frustration, toutes choses égales par ailleurs, lorsque la borne cognitive des agents augmente. Dans le cas non perturbé, la proportion des équilibres métamimétiques par rapport aux attracteurs métamimétiques devrait augmenter avec la borne cognitive des agents.

### III.2.C.b L'espace des règles d'imitation

Définissons maintenant l'espace  $R$  des règles d'imitation. Ceci nécessite la donnée de trois ensembles : l'ensemble des fonctions de valuation, l'ensemble des fonctions de sélection et l'ensemble des fonctions de modification. Il nous faut donc spécifier les propriétés de chacun de ces trois ensembles.

*Fonction de valuation* : Nous avons vu principalement trois types d'agents au cours des exemples donnés dans la partie I : des agents maximisateurs (Henrich et Richerson, Nowak et May, Orléan, Young), des agents conformistes (Orléan, Young, Henrich et Richerson) et des agents anticonformistes<sup>66</sup> (Young). Nous allons proposer ici le plus petit espace de règle qui contienne ces trois formes, auquel nous ajouterons la règle dictant un comportement aléatoire. Pour ceci, nous allons suivre la méthode que nous avons proposée en III.1.C.e consistant à décrire cet espace en termes de calculs possibles sur l'espace des perceptions et d'algorithmes d'optimisation possibles sur le résultat de ces calculs.

La fonction de valuation assigne à chaque agent un score et sélectionne l'agent de score maximal. Ainsi en ce qui concerne les scores, nous considérerons des agents capables de :

- Calculer les densités sur un ensemble de traits à caractère discret.
- Multiplier une valeur numérique par  $-1$ .

En ce qui concerne le type d'optimisation que les agents sont capables de faire sur les scores, nous considérerons qu'ils sont capables :

- De calculer le maximum de deux valeurs numériques
- De choisir au hasard

---

<sup>66</sup> L'étude des jeux entre agents anticonformistes est par ailleurs très développée et est un domaine en soi de la théorie des jeux : le jeu de la minorité (cf. Arthur B. W., 1994, Inductive reasoning and bounded rationality, *Am. Econ. Assoc. Papers and Proc* 84, 406-411).

Etant donné que les agents perçoivent les gains de leurs voisins, ceci nous donne un espace de cinq critères d'évaluation possibles : l'évaluation par les gains en termes de minimisation et maximisation, l'évaluation par la densité des traits en termes de densité maximale ou de densité minimale, l'évaluation au hasard (Tableau 3)

**Tableau 3 : Les cinq critères d'évaluation que les agents peuvent envisager.**

<i>Traits perçus</i> → ----- ↓ Calcul appliqué	<i>Gains</i>	<i>Densités des traits modifiables</i>
<i>Maximum</i>	<i>Maxi</i>	<i>Conformiste</i>
<i>Minimum</i>	<i>Mini</i>	<i>Anticonformiste</i>
<i>Aléatoire</i>	<i>Aléatoire</i>	

*Fonction de sélection* : une fois désignés le ou les meilleurs voisins par la fonction de valuation, l'agent doit sélectionner le trait qu'il va chercher à modifier en inférant le ou les traits susceptibles d'avoir participé à cette bonne évaluation. Plusieurs choix sont possibles pour la règle d'inférence utilisée, et il est tout à fait envisageable de considérer dans un même jeu plusieurs règles d'inférences qui définiraient des règles d'imitation différentes. Nous évoquerons ce point au III.3.A. Nous nous contenterons ici de considérer une seule règle d'inférence et donc une seule fonction de sélection. Nous adopterons comme règle par défaut la règle 1 proposée dans l'encart 11 : les agents choisissent de revoir leurs règles avec une probabilité  $\alpha$  et revoient leur comportement soit parce qu'ils ont changé de règle, soit spontanément avec une probabilité  $\theta$  (toujours à la condition qu'ils ne se considèrent pas déjà comme les meilleurs). Les situations telles que  $\alpha=1$ , et  $\theta=1$  correspondront au cas de mise à jour parallèle synchrone des règles puis des comportements (règle 2). Lorsque l'un de ces deux paramètres sera inférieur à un, nous aurons des mises à jour parallèles asynchrones. Par ailleurs, nous supposerons qu'un agent qui ne se considère pas comme le meilleur mais dispose de plusieurs modèles équivalents, choisira d'imiter l'un d'eux au hasard.

Par exemple, si un agent ( $D, maxi$ ) a comme meilleur voisin un agent ( $C, conformiste$ ), celui-ci attribuera le succès de ce voisin à son comportement coopérateur avec une probabilité  $(1-\alpha) \cdot \theta$ , et au fait qu'il est conformiste avec une probabilité  $\alpha$ , ce qui l'amènera par la même occasion à revoir son comportement.

*Fonction de modification* : une fois qu'un agent a identifié un trait susceptible d'améliorer sa stratégie, il cherche à adopter. Nous considérerons ici le processus le plus simple qui est celui de la copie.

D'après ce qui précède, les agents sont donc capables d'envisager cinq règles métamimétiques :

- 1) **Maxi** : Imitation indexée sur les gains. Le meilleur voisin est celui qui a le gain le plus élevé. L'agent imite avec une probabilité  $\alpha$  la règle du meilleur agent (puis revoit son comportement en fonction) ou imite avec une probabilité  $(1-\alpha).\theta$  le comportement du meilleur agent, et dans le reste des cas ne fait rien.
- 2) **Mini** : Règle d'imitation symétrique de *Maxi*, la fonction de valuation étant multipliée par  $-I$ .
- 3) **Conformiste** : Imitation indexée sur les densités. Les meilleurs voisins sont ceux qui ont les traits modifiables les plus communs. L'agent imite avec une probabilité  $\alpha$  la règle utilisée par la majorité des agents (puis revoit son comportement en fonction) ou imite avec une probabilité  $(1-\alpha).\theta$  le comportement de la majorité des agents, et dans le reste des cas ne fait rien.
- 4) **Anticonformiste** : Règle d'imitation symétrique de la règle conformiste (fonction de valuation multipliée par  $-I$ ). Les meilleurs voisins sont ceux qui ont les traits modifiables les plus rares. L'agent imite avec une probabilité  $\alpha$  la règle utilisée par la minorité des agents (puis revoit son comportement en fonction) ou avec une probabilité  $(1-\alpha).\theta$  le comportement de la minorité des agents, et dans le reste des cas ne fait rien.
- 5) **Aléatoire** : l'agent choisit un de ses voisins au hasard et imite sa règle avec une probabilité  $\alpha$  ou son trait modifiable avec une probabilité  $(1-\alpha).\theta$ .

Pour des raisons de clarté, nous nous limiterons dans ce chapitre à étudier des jeux métamimétiques avec  $\alpha$  et  $\theta$  uniformes et égaux à  $I$  dans toute la population. Cela signifie qu'à chaque pas de temps, chaque agent vérifiera qu'il a bien la même règle et le même comportement que ceux qu'il estime être les meilleurs agents. Nous avons vérifié que les résultats que nous présentons ici ne dépendent pas qualitativement des valeurs de  $\alpha$  et  $\theta$ , il n'y a pas d'artefact de la mise à jour parallèle (des résultats similaires sont également présentés en version asynchrone en annexe web). Nous en aurons une illustration au III.3.A où, en rendant

$\alpha$  et  $\theta$  endogènes, nous aurons des exemples où ces deux paramètres dépendent à la fois de l'individu et du temps.

D'après ce que nous venons de voir, le niveau des comportements ne comporte que deux traits :  $\{C,D\}$  et le niveau des règles en comporte cinq :  $\{aléatoire, maxi, mini, conformiste et anticonformiste\}$ . Nous considérerons des agents *sans mémoire*, pouvant percevoir l'ensemble des traits de leurs voisins c'est-à-dire, leurs gains, leur comportement, et leur métarègle. Nous avons donc pour chaque agent  $T_{perçu} \sim (\mathcal{R} \times \{C,D\} \times R)^9$ . L'espace des états du système est quant à lui isomorphe à  $(\{C,D\} \times \{1, \dots, 5\})^N$

### III.2.B. La dynamique interne des jeux métamimétiques

Nous allons commencer par étudier les dynamiques non perturbées du dilemme du prisonnier métamimétique. Nous illustrerons en particulier par des exemples les points suivants :

- 1) *les systèmes métamimétiques sont des systèmes auto-organisés présentant des attracteurs forts, avec une convergence généralement rapide vers ces attracteurs.*
- 2) *ces attracteurs sont globalement statiques,*
- 3) *les attracteurs hétérogènes sont plutôt la règle que l'exception,*
- 4) *les populations à l'attracteur sont structurées (formation de clusters, distribution similaires des différents types d'agents pour un large ensemble de conditions environnementales).*

Dans cette section et dans la suivante, nous considérerons des jeux ne comportant qu'une paire de règles, ceci afin d'aiguiser notre intuition sur des exemples minimaux. Étant donné que nous avons un jeu spatial, la stabilité d'une forme émergente dans un jeu dépendra de la forme de ses frontières. Pour cette raison, nous nous référerons de temps en temps aux bords élémentaires présentés dans la Figure 30, en les nommant par leur lettre (i.e. bord élémentaire de type  $x$ ).

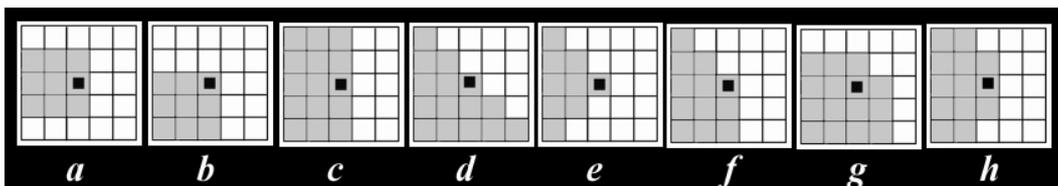


Figure 30 : Quelques configurations de frontière. Sont représentés sur chaque figure un agent (cellule marquée d'un carré noir), ses huit voisins et ses 16 seconds voisins.

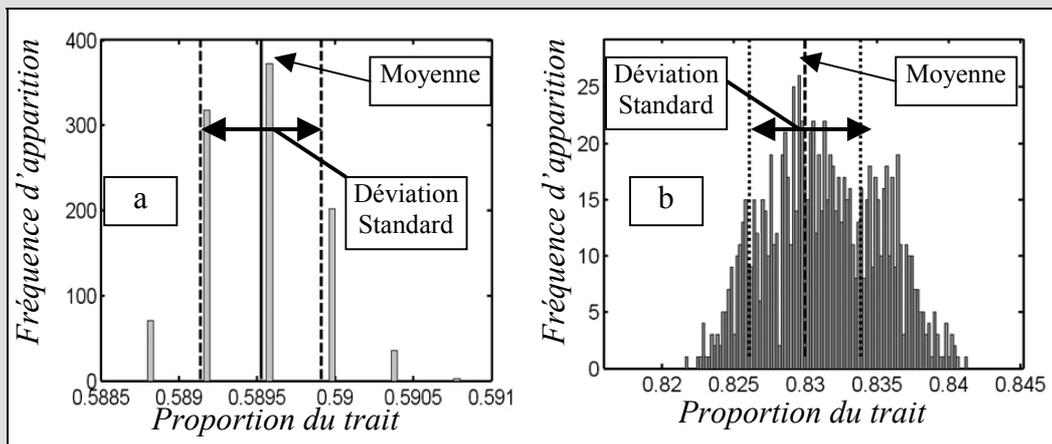
## Comment voir un attracteur ou un SSS ?

Comment peut-on étudier, dans le cadre d'une approche computationnelle les processus de Markov dont nous avons parlé au III.1.D.d ? Notamment, comment rendre compte de la convergence vers une distribution limite  $\mu$  du processus de Markov définissant la dynamique du système. Nous avons vu qu'il fallait distinguer deux cas de figure suivant que le processus est non perturbé ( $P^0$ ) ou perturbé ( $P^\varepsilon$ ). Dans le premier cas nous avons un équilibre métamimétique ou un attracteur métamimétique, qui dépendent des conditions initiales, le premier étant un cas particulier du second. Dans le deuxième cas, nous avons un processus de Markov irréductible dont la distribution stationnaire se concentre autour de certains états.

L'équilibre métamimétique est facile à identifier lors d'une simulation car le système n'évolue plus. La distribution limite, qui dépend de  $P^0$  et de l'état initial, est alors un Dirac sur l'équilibre métamimétique. Dans le cas plus général des attracteurs métamimétiques, la situation est différente, le système parcourt un petit nombre d'états, chaque état  $\sigma$  ayant une fréquence d'apparition  $\mu(\sigma)$  sur le long terme. L'attracteur est alors caractérisé par  $\mu$ . Cette distribution étant une distribution limite, il faudrait, pour la mettre en évidence de manière empirique calculer pour  $t$  fixé, la distribution empirique  $\mu^t$  définie comme la fréquence moyenne d'apparition des différents états sur une fenêtre temporelle suffisamment large, centrée autour de  $t$  ; puis regarder la limite de  $\mu^t$  lorsque  $t$  tend vers l'infini. Ceci n'est pas réalisable en pratique étant donné la taille de l'espace d'état. Nous pouvons cependant suivre le système et regarder les changements d'état d'une période sur l'autre. Fort heureusement, les attracteurs métamimétiques dans le jeu que nous étudions sont globalement statiques et les changements d'états se traduisent par des variations dans des régions très circonscrites de la grille torique. Nous pouvons alors les visualiser en représentant uniquement les changements d'états dans la population.

Par ailleurs, ce qui intéresse le modélisateur n'est pas tellement la distribution déterminant la fréquence d'apparition d'états particuliers, mais la distribution des valeurs prises par des variables agrégées, comme par exemple le taux de coopération dans la population. Il n'est pas très intéressant de savoir avec quelle fréquence un agent donné est dans tel état, en revanche, il est intéressant de savoir dans quelle fourchette se trouve la proportion d'agents *maxi* ou d'agents conformistes. Le fait qu'il y ait une distribution stationnaire sur les états du système implique qu'il y a également une distribution stationnaire sur toute variable agrégée. Nous nous intéresserons donc à l'évolution des distributions des variables agrégées. Une distribution étant encore un objet assez complexe dont il n'est pas possible de représenter l'évolution de manière simple (cf. Figure 31-a), nous la caractériserons par ses moments d'ordre 0 et 1 (moyenne et variance). Nous nous intéresserons alors à la dépendance de ces variables par rapport aux conditions initiales.

La même démarche s'appliquera dans le cas des processus perturbés définis par une matrice de transition  $P^\varepsilon$  (Figure 31-b). Dans ce cas, nous savons que les conditions initiales n'ont pas d'influence à long terme sur les différentes distributions caractérisant le système. Nous nous intéresserons donc à la dépendance de la distribution limite  $\mu_\varepsilon$  par rapport à la structure des perturbations.



**Figure 31 :** Nous pouvons étudier la distribution limite sur les états du système en regardant la distribution sur des variables agrégées, comme par exemple la distribution limite de la proportion d'un trait donné dans la population. Dans le cadre d'une étude computationnelle, celle-ci peut être approchée par la fréquence empirique des différentes proportions de ce trait sur une fenêtre temporelle suffisamment large. Par exemple, la métadynamique d'un système métamimétique peut être approchée en regardant les proportions des différents types de règles, qui est un vecteur dont la taille est celle du nombre de règles. Il y aura donc une distribution limite sur l'espace constitué de ces vecteurs. Pour la visualiser, nous pouvons regarder la projection de cette distribution sur les différentes dimensions. Par exemple, sur la figure a, nous avons l'histogramme des proportions de conformistes sur une fenêtre temporelle englobant 1000 périodes dans le cas d'un attracteur métamimétique. L'attracteur n'a qu'un petit nombre d'états possibles ce qui ne donne que 6 valeurs possibles pour la proportion de conformistes et une distribution très concentrée autour de la valeur 0.5895. Dans le cas d'un système perturbé (figure b), la distribution limite est plus étendue mais se concentre autour de certaines valeurs qui traduisent la structure du processus  $P^0$  sous-jacent. Dans tous les cas, ces distributions pourront être caractérisées par leur variance et leur moyenne, ce qui rendra plus facile l'étude graphique de leur dépendance en fonction d'autres paramètres ou de leur évolution dans le temps. Par exemple, sur la figure b, la moyenne de la proportion de conformistes dans une série de 1000 états successifs est 0.83 avec une variance de 0.04. Lorsque le système évolue à partir d'une configuration initiale, c'est la forme de cet histogramme qui se stabilise.

### III.2.B.a Quelques cas de jeux simples

Dans ce qui suit, nous considérerons les valeurs suivantes :  $T=5$ ,  $R=3$ ,  $P=1$ ,  $S=0$ . Nous aurons une mise à jour parallèle des règles puis des comportements (éventuellement avec les nouvelles règles). **Les algorithmes utilisés pour ces simulations pourront être trouvés en annexe.**

#### III.2.B.a.i) *L'art d'être anticonformiste dans une société conformiste*

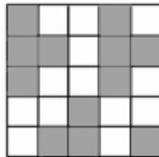
Le premier exemple que nous allons considérer est un jeu avec deux règles : la règle conformiste et sa règle symétrique, la règle anticonformiste. Dans ce jeu, les gains n'auront donc pas de signification pour les agents, ceux-ci n'indexant leur comportement que sur les densités observées. Les comportements des agents seront donc les suivants :

- *mise à jour des règles* : à chaque période, un agent conformiste vérifie que la règle majoritaire dans son voisinage est bien la règle conformiste et, dans le cas contraire, change de règle. Un agent anticonformiste vérifie que la règle minoritaire dans son voisinage est bien la règle anticonformiste et dans le cas contraire change de règle,
- *mise à jour des comportements* : à chaque période, *après* la révision de la règle (donc éventuellement avec la nouvelle règle), un agent conformiste vérifie que son comportement est bien le comportement de la majorité des agents dans son voisinage et, dans le cas contraire, change de comportement, un agent anticonformiste vérifie que le comportement minoritaire est bien celui qu'il a adopté et dans le cas contraire change de comportement.

Un rapide raisonnement nous donne les principales propriétés qualitatives de ce système.

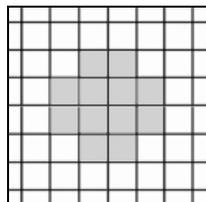
*Du point de vue des règles* : un agent anticonformiste entouré d'agents conformistes est stable (il est dans la minorité). Tant que la proportion d'anticonformistes n'est pas trop grande et qu'ils sont suffisamment éparpillés, le système sera stable du point de vue des règles d'imitation. En revanche, un système avec une proportion d'anticonformistes au-dessus de  $4/9$  sera instable. En effet, si tel est le cas il y a au moins un anticonformiste dont plus de  $4/9$  des voisins sont également anticonformistes. Comme nous avons un réseau carré avec des voisinages de 9 agents, la majorité est à 5 contre 4. Un agent

anticonformiste qui a une proportion d'anticonformistes supérieure à  $4/9$  dans son voisinage aura donc nécessairement au moins quatre voisins anticonformistes et celui-ci changera de règle. Par ailleurs, il existe un pavage stable avec exactement  $4/9$  d'anticonformistes, les anticonformistes formant des **T** disposés en rangées de sens alterné :



Dans cette configuration, le changement d'un anticonformiste en conformiste n'altère pas la stabilité du système et fait baisser la proportion d'anticonformistes de  $1/N$ . Pour tout  $x < 4/9$ , il existe donc un équilibre métamimétique tel que la proportion d'anticonformistes dans la population approche  $x$  avec une précision arbitrairement grande pour  $N$  assez grand.

Par ailleurs, il est important de remarquer qu'un groupe de conformistes tel que chaque agent du groupe est entouré d'une majorité d'agents de ce même groupe est stable. Si un tel groupe se constitue au cours du processus de réorganisation, il perdurera en l'absence de bruit pendant tout le temps de l'évolution du système. De plus, le cluster conformiste stable de taille minimale est facile à trouver : c'est un groupe de 12 agents disposés en forme de croix.



*Du point de vue des comportements* : considérons un sous-ensemble composé d'agents conformistes. Au sein de ce sous-ensemble, les groupes d'une couleur donnée ne seront stables que si chaque agent de ce groupe a une majorité de ses voisins de la même couleur que lui, c'est-à-dire au moins quatre voisins. Cela contraint l'ensemble des formes possibles au sein des régions conformistes puisque de chaque côté de la frontière entre deux couleurs, chaque agent devra avoir au moins quatre voisins de la même couleur. Par exemple, les bords de frontière *c, d, f, h* seront stables alors que les bords de frontière *a, b, e, g* seront instables. Partant d'une configuration quelconque, les réorganisations successives des comportements des conformistes cherchant à être comme leurs voisins

feront apparaître, dans les zones entièrement conformistes, des formes arrondies du type de celle que l'on peut voir sur la Figure 32 (des réseaux d'agents conformistes ont été étudiés brièvement par Szilagyi 2003 et avec une règle légèrement différente par Axelrod 1997).



**Figure 32 : Exemple des formes caractéristiques qui apparaissent lorsqu'une population conformiste doit choisir entre deux traits (ici gris foncé et gris clair). Les plus petits amas en forme de croix sont les plus petites formes stables. Elles sont composées de 12 agents.**

Si maintenant la population contient également une petite proportion d'anticonformistes, ceux-ci formeront des points isolés de couleurs différentes au sein des formes arrondies que nous pouvons voir sur la Figure 32.

Nous pouvons donc prédire ce que sera le résultat d'une réorganisation des comportements et des règles dans un dilemme du prisonnier métamimétique avec uniquement des agents conformistes ou anticonformistes. À partir d'une situation initiale, des agents anticonformistes vont disparaître dans les zones où leur densité est trop élevée, et des régions de coopérateurs et de défecteurs de formes assez proches de celles de la Figure 32 vont apparaître, tachetées par la couleur opposée en raison de la présence d'anticonformistes. C'est en effet ce que nous pouvons observer sur la Figure 33, où une population d'état initial totalement désordonné - 50% d'anticonformistes et 50% de comportements coopérateurs répartis aléatoirement sur tout le réseau - se réorganise en se stabilisant dans un état final avec à peu près 25% d'anticonformistes et 50% de coopérateurs organisés en groupes de même couleur, parsemés de la couleur opposée.

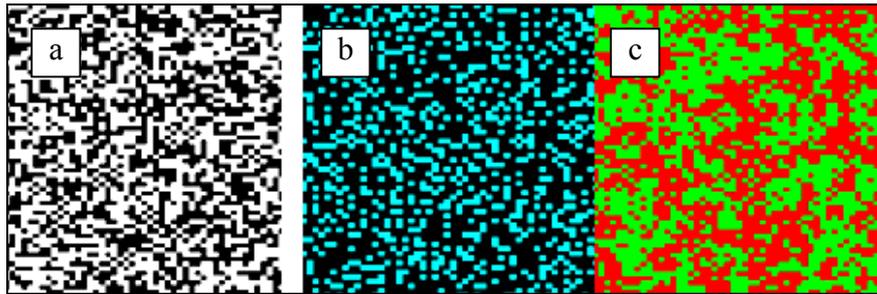


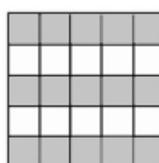
Figure 33 : Equilibre métamimétique dans un dilemme du prisonnier entre des agents conformistes et anticonformistes. La figure *a* donne un exemple d'état initial de distribution aléatoire uniforme de deux traits. Les figures *b* et *c* présentent le résultat de la réorganisation du système à partir d'un état initial de distribution uniforme telle que celui présenté en *a*. La figure *b* présente la population dans un état d'équilibre au niveau des règles (agents anticonformistes en bleu clair/gris clair) et la figure *c* présente l'état d'équilibre correspondant au niveau des comportements (comportements coopérateurs en vert/gris clair). On remarquera la dispersion des agents anticonformistes sur la figure *b*, et le regroupement des agents de même couleur sur la figure *c*. Les configurations sont stables aux deux niveaux, nous avons là un équilibre métamimétique.

Nous reviendrons par la suite sur les détails de la dynamique de transition. Remarquons simplement que les états finaux que nous pouvons voir ici sont l'expression au niveau global des contraintes d'auto-cohérence que les règles s'imposent au niveau local : un anticonformiste est satisfait si et seulement s'il est isolé, un conformiste est satisfait si et seulement s'il a réussi à s'insérer dans un groupe d'agents similaires. Par ailleurs, il y a un grand nombre d'équilibres métamimétiques caractérisés par des distributions de règles différentes.

### III.2.B.a.ii) Choisir l'opulence, faire vœu de pauvreté

Nous allons maintenant regarder les propriétés du deuxième sous-ensemble symétrique de règles parmi les cinq que nous avons proposées (cf. III.2.A.b) : le couple *maxi/mini*. Dans ce jeu, les agents s'intéressent aux gains mais pas nécessairement de la même manière, certains cherchant à être riches, d'autres à être pauvres. Cela veut dire qu'une frontière entre une région *maxi* et *mini* ne sera stable que si les agents *mini* gagnent strictement moins que les agents *maxi*.

Commençons par remarquer qu'une configuration telle que les agents forment des bandes alternées de (*D,maxi*) et de (*C,mini*) est nécessairement stable, c'est donc un équilibre métamimétique :



En effet, dans cette configuration, le gain des agents *maxi* est égal à  $6T+2P$  alors que le gain des agents *mini* est égal à  $2R<2T$ . Par ailleurs, nous pouvons transformer  $n$  bandes consécutives d'agents  $(D,maxi)$  en agents  $(C,mini)$  (ou faire l'inverse) sans changer la stabilité du système et en faisant varier les proportions des divers types de  $n/N$ . Pour tout  $x \in [0,1]$ , il existe donc un équilibre métamimétique tel que la proportion d'agents *maxi* et la proportion de défecteurs dans la population approche  $x$  avec une précision arbitrairement grande pour  $N$  assez grand.

### **Convergence vers l'attracteur**

Essayons de décrire qualitativement ce qui se passe lorsqu'un tel système commence dans un état désordonné, comme par exemple une répartition aléatoire uniforme des règles et des comportements. D'après la structure du dilemme du prisonnier, les agents coopérateurs gagneront en moyenne moins que les agents défecteurs. La plupart des agents  $(D,mini)$  et des agents  $(C,maxi)$  seront donc insatisfaits dans leur état initial et s'engageront dans un acte mimétique. Un agent  $(C,maxi)$  aura donc de fortes chances d'imiter la règle d'un autre agent. Le gain n'étant pas corrélé avec la règle dans l'état désordonné, le modèle de cet agent pourra être aussi bien un agent *maxi* qu'un agent *mini*. Dans le premier cas, l'agent restera *maxi* et aura de grandes chances d'adopter par imitation un comportement défecteur. Dans le deuxième cas, l'agent après avoir adopté la règle *mini*, révisera son comportement et aura de grandes chances de copier un agent coopérateur, adoptant ainsi la stratégie dominante du point de vue de la règle *mini*. Ainsi, la population aboutira à un état dans lequel les agents *maxi* seront défecteurs et les agents *mini* seront coopérateurs. Par ailleurs, du fait des dynamiques mimétiques, les agents ayant des traits en commun auront eu tendance à se regrouper. Comme le montre la Figure 5, c'est effectivement ce qui se produit, et à quelques rares exceptions près, dès la seconde période, tous les agents *maxi* sont défecteurs et tous les agents *mini* sont coopérateurs. Le système se stabilise au bout d'un temps de l'ordre de trois périodes sur un équilibre métamimétique.



Figure 34 : État proche de l'équilibre métamimétique pour un dilemme du prisonnier entre agents *maxi* et *mini*. L'état initial (a) est une distribution uniforme des règles et des comportements (les quatre niveaux de gris correspondent aux quatre chaînes métamimétiques différentes : *C-maxi*, *D-maxi*, *C-mini*, *D-mini*). La figure b montre l'état du système après une itération : les chaînes métamimétiques dominantes sont *D-maxi* (en noir) et *C-mini* (en blanc). Pratiquement tous les exemplaires restant des autres chaînes disparaîtront dans les périodes suivantes. Ici,  $T = 5$ ,  $R = 3$ ,  $P = 1$ ,  $S = 0$ .

### Influence du taux initial de coopération

Une dernière question que nous devons nous poser est celle de l'influence du taux de coopération initial sur l'attracteur métamimétique sélectionné. Une étude computationnelle révèle un résultat contre-intuitif (

Figure 35) : la proportion d'agents utilisant la règle *mini* après réorganisation est d'autant plus forte que le taux de coopération initial est faible. Ainsi, c'est précisément lorsque les agents ont déjà le comportement le plus approprié à leurs buts qu'ils sont les plus vulnérables lors d'un processus de réorganisation. Par ailleurs, et c'est une conséquence de la première constatation, le taux de coopération a tendance à décroître lorsque le taux initial de coopération croît.

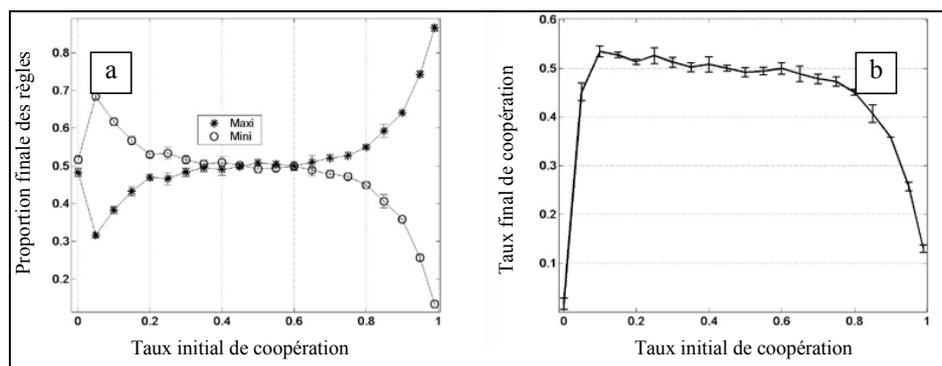


Figure 35 : Statistiques sur les attracteurs métamimétiques d'un dilemme du prisonnier métamimétique entre les règles *maxi* et *mini* en fonction du taux initial de coopération (distribution aléatoire), la distribution initiale sur les règles étant aléatoire uniforme. Le taux initial de coopération varie entre 0.001 et 0.99, chaque point est obtenu comme une moyenne de 10 simulations indépendantes (3600 agents). Les barres d'erreur indiquent l'écart type. On remarquera que sur la figure a la proportion d'agents *mini* après réorganisation diminue globalement lorsque le taux initial de coopération augmente, ceci expliquant que sur la figure b, le taux final de coopération a tendance à décroître lorsque le taux initial de coopération augmente, les comportements défecteurs étant favorisés par la présence d'agent *maxi*. Ici,  $T = 5$ ,  $R = 3$ ,  $P = 1$ ,  $S = 0$ .

Une explication qualitative de ce phénomène est donnée en annexe, celle-ci ne constituant pas un point majeur pour nos discussions futures.

### **III.2.B.a.iii) Devenir maximisateur par conformisme**

Pour finir cet aperçu des systèmes métamimétiques simples, nous nous pencherons sur le comportement d'un jeu métamimétique où les agents ont le choix entre être *maxi* ou *conformistes*. L'ensemble des règles considéré ici n'est pas symétrique, et c'est là le *premier exemple de coexistence de deux règles qui représentent des univers totalement différents*, la première s'intéressant aux gains, la deuxième aux densités.

Commençons par remarquer que n'importe quel rectangle constitué de conformistes défecteurs, dont les coins sont écornés comme sur la Figure 30-g, plongé au milieu d'agents *D-maxi* sera stable. Pour une population de taille suffisamment grande, il est donc possible de trouver des équilibres métamimétiques tels que la proportion de conformistes dans la population soit arbitrairement proche d'un nombre quelconque entre 0 et 1.

Pour ce qui concerne la coopération, nous avons vu (cf. encart «Aux origines du chaos», I.3.A) que celle-ci était instable dans pratiquement toute la zone des paramètres définissant un dilemme du prisonnier. Mises à part les situations de dilemme social faible, des régions entièrement *maxi* seront donc des régions à comportement défecteur. De plus, pour les valeurs de paramètres que nous avons choisies ( $T=5$ ,  $R=3$ ,  $P=1$ ,  $S=0$ ), les défecteurs gagnent le long d'un bord élémentaire de type *c* et pour des coins de type *b* ou *e*, et perdent le long d'un bord élémentaire de type *d*. Cela veut dire par exemple qu'un rectangle dont les coins sont écornés (type *g*) constitué de *C-conformistes* et entouré de *D-maxi* sera stable en ce qui concerne les comportements. Pour tout nombre entre 0 et 1, il existe donc des équilibres métamimétiques tels que la proportion de coopérateurs soit aussi proche que voulue de ce nombre.

En ce qui concerne les processus de réorganisation, d'après ce que nous avons vu en *i*) et *ii*), nous pouvons nous attendre à ce que les conformistes se regroupent pour former des structures compactes et que les maximisateurs se stabilisent sur un équilibre défecteur. Si par exemple nous partons d'une distribution uniforme sur les comportements et les règles, tous les agents *maxi* deviendront très rapidement défecteurs, ce qui aura pour effet d'augmenter la proportion de défecteurs dans la population. En conséquence, le comportement des agents conformistes sera biaisé en faveur de la défection. Nous pouvons donc nous attendre à ce que l'équilibre final montre une proportion de défecteurs bien plus importante que dans l'état initial. C'est effectivement ce que l'on peut observer au cours des simulations (Figure 36).

Nous pouvons remarquer que les groupes de conformistes coopérateurs ont tendance à se retrouver à l'intérieur des régions conformistes. Cela est dû au fait qu'un bord de type  $d$  entre une région  $C$ -conformiste et  $D$ -maxi est instable. Dans cette configuration, les agents maximisateurs à la frontière sont en effet insatisfaits, leurs gains étant de  $3.T+5P=20$ , alors que le gain de leur voisin conformiste le plus enclavé est de  $7R=21$ . Les agents  $maxi$  le long de ce type de bord deviendront donc conformistes mais resteront défectueux.

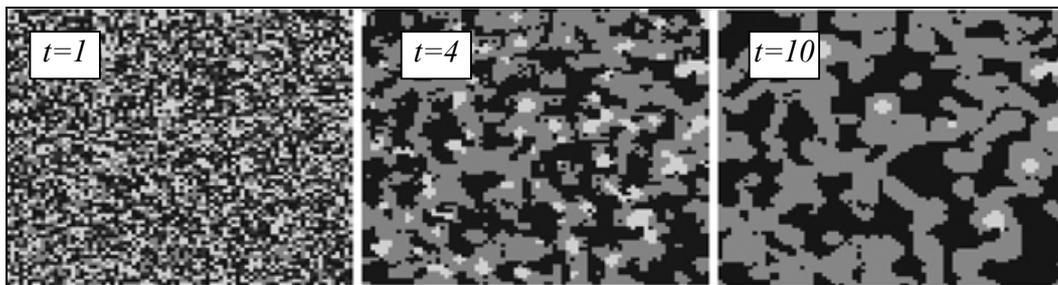


Figure 36 : Réorganisation dans un jeu métamimétique entre agents  $maxi$  et agents conformistes à partir d'une situation initiale décrite par une distribution aléatoire uniforme sur les règles et sur les comportements. L'état final est caractérisé par des structures macroscopiques formées par le regroupement des conformistes (56%) au sein desquelles on peut voir quelques îlots de coopérateurs conformistes. (Voir annexes web pour l'animation).

De la même manière qu'en *ii*), nous pouvons étudier l'influence du taux initial de coopération sur l'état final. La Figure 37 montre le résultat d'une étude computationnelle dans le cas où la distribution des règles dans la population initiale est aléatoire uniforme. La première chose à constater est que la variance sur les proportions des différents types de règles et de comportements dans l'état final est très faible. Cela signifie que, étant donné les caractéristiques de la distribution aléatoire de départ, les attracteurs métamimétiques atteints à partir de cette classe de conditions initiales ont des propriétés statistiques similaires.

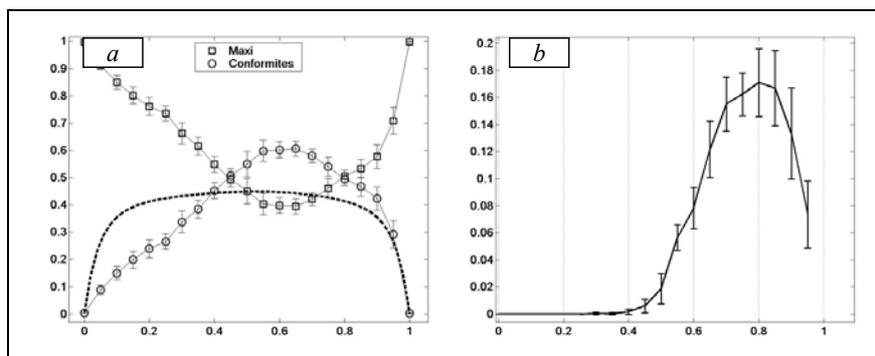


Figure 37 : Evolution de l'état final d'un jeu métamimétique entre agents  $maxi$  et agents conformistes en fonction du taux initial de coopération (celui-ci varie entre 0 et 1). *a* : Evolution des proportions finales des règles en fonction du taux initial de coopération. Sur le même graphe en pointillé courbe donnant l'insatisfaction moyenne d'un agent  $maxi$  dans l'état initial en fonction du taux initial de coopération. On peut remarquer la corrélation du succès des comportements conformistes avec cette courbe. *b* : Evolution du taux final de coopération pour un taux initial de coopération variant entre 0 et 0.95. Chaque point est une moyenne sur 10 populations de 6400 agents chacune. Les barres d'erreur indiquent la déviation standard.

Une explication qualitative de ce phénomène est donnée en annexes, celle-ci ne constituant pas un point majeur pour nos discussions futures.

### III.2.B.b. Le mélange des genres

Nous venons d'étudier quelques cas de systèmes métamimétiques simples dans lesquels nous avons soit une paire de règles symétriques (*maxi/mini*, *conformiste/anti-conformiste*), soit une paire de règles dont les fonctions de valuation appréhendaient le monde sur des dimensions différentes (*maxi/conformistes*).

Les trois études que nous venons d'effectuer au a) nous permettent déjà de poser les remarques suivantes :

- *l'ensemble des attracteurs métamimétiques est très vaste et peut couvrir un ensemble très étendu de distributions possibles sur les différents types d'agents,*
- *lors d'un processus de réorganisation à partir d'un état désordonné, seul un sous-ensemble très restreint de cet ensemble d'attracteurs est atteint, celui-ci étant caractérisé par une valeur moyenne des différents types de règles et de comportements,*
- *les processus de réorganisation à partir d'un état désordonné aboutissent à l'émergence de distributions spatiales caractéristiques sur les règles et les comportements.*

Nous allons maintenant nous intéresser à un ensemble minimal de règles qui soit à la fois symétrique et contienne deux manières différentes de saisir le monde : par les gains et par les densités. Nous utiliserons pour cela l'ensemble des règles décrit par le Tableau 3 : *maxi*, *mini*, *conformiste*, *anticonformiste* et *aléatoire*.

L'exposition des résultats de simulation sera la suivante :

- i) Etude précise pour un couple particulier de paramètres (taux initial de coopération (*IniCoop*) de 30%,  $T=5$ ,  $R=3$ ,  $P=1$  et  $S=0$ ), qui nous permettra de faire quelques remarques sur le type d'évolution auquel nous avons affaire.
- ii) Etude de l'influence du taux initial de coopération et de l'intensité du dilemme sur la dynamique.

### **III.2.B.b.i) La structuration des différences**

Commençons par étudier la façon dont se structure un jeu métamimétique à partir d'un état désordonné lorsque l'on considère les cinq règles mentionnées. Nous allons donc voir ici les attracteurs de la dynamique  $P^0$ , étudier leur caractéristique et la manière dont le système évolue vers l'attracteur à partir d'un état désordonné.

L'étude statistique présentée ci-dessous a été effectuée sur des populations de 10 000 agents, dont l'état initial est décrit par une distribution uniforme aléatoire des règles et un taux initial de coopération de 30 %, les coopérateurs étant uniformément distribués sur tout le réseau. La Figure 38 montre l'espace des règles et l'espace des actions avant et après réorganisation. Les agents sont pour la plupart satisfaits après réorganisation, mis à part quelques-uns qui restent frustrés (*cf.* l'animation en annexes web).

Comme nous avons déjà pu le remarquer dans les exemples précédents, la population atteint rapidement un attracteur métamimétique très structuré qui reflète les contraintes imposées par l'auto-cohérence des règles. Ainsi, des structures apparaissent au niveau global qui permettent à un observateur extérieur de deviner les types des différents agents : les *conformistes* sont localement en majorité, les *anticonformistes* sont localement en minorité, les agents *maxi* et *mini* s'enchevêtrent satisfaisant ainsi leurs intérêts complémentaires. La règle aléatoire, quant à elle, a totalement disparu à l'attracteur. En effet, on comprend bien qu'il ne puisse y avoir de configuration où une règle probabiliste soit son propre trait préférentiel, par conséquent, la règle aléatoire ne peut pas être un trait stable en tête de chaîne métamimétique, et doit disparaître dans ce cas de figure. Ceci nous permettra de ne plus considérer cette métrarègle par la suite<sup>67</sup>.

On observe également une réorganisation au niveau des comportements avec émergence de clusters de coopérateurs et de défecteurs. Les zones les plus homogènes témoignent généralement de la présence de conformistes, les comportements isolés sont le fait des anticonformistes ou de *mini/maxi* qui se sont installés dans une région au comportement complémentaire au leur. Les régions fortement hétérogènes sont le signe de la coexistence d'agents *maxi* et *mini*. Ces structures qui apparaissent au niveau des comportements seraient difficilement interprétables sans la connaissance du niveau des métrarègles.

---

<sup>67</sup> Dans des systèmes à plusieurs méta-niveaux, il est cependant raisonnable de penser que des règles probabilistes seront stables à des niveaux intermédiaires, par exemple sous le contrôle d'une règle du type *maxi*, puisque la théorie des jeux nous indique que celles-ci sont très performantes dans certains cas de figure.

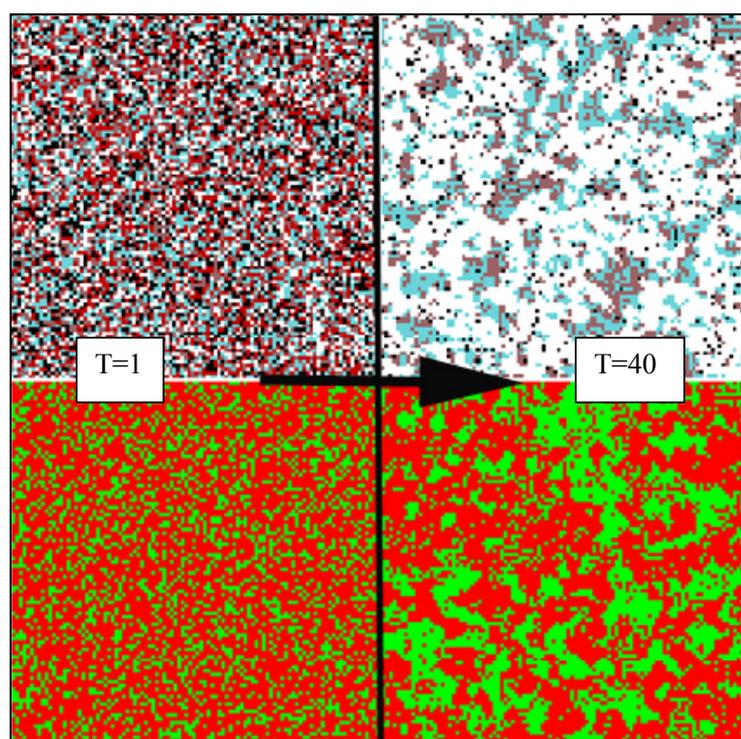
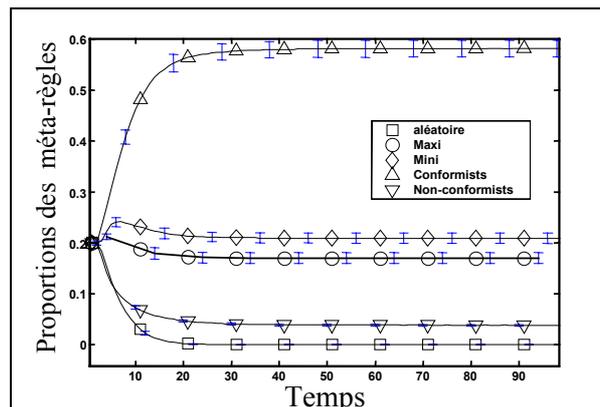


Figure 38 : Evolution d'un jeu métamimétique lorsque l'espace des règles est  $\{\text{aléatoire, maxi, mini, conformiste et anticonformiste}\}$ . L'état initial ( $T = 1$ ) est une distribution uniforme sur les règles (en haut à gauche) et un taux de coopération de 30 %, les coopérateurs étant répartis uniformément sur tout le réseau (en bas à gauche). Chaque petit carré représente un agent et le réseau torique comporte 10 000 agents.

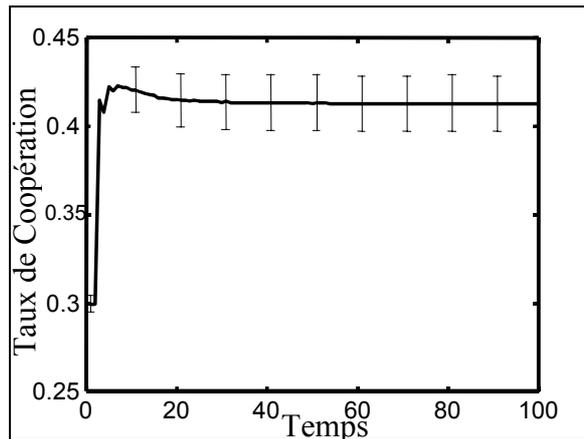
En haut à droite : la distribution des règles à l'attracteur métamimétique au temps  $T=40$ . Nous pouvons remarquer que chaque population de règle a une structure caractéristique. Ces structures qui apparaissent au niveau global sont le résultat des contraintes locales imposées par l'auto-cohérence des règles : les *conformistes* sont présents localement en majorité (en blanc), les *anticonformistes* le sont localement en minorité (en noir), *maxi* (en bordeaux/gris foncé) et *mini* (en bleu/gris clair) s'enchevêtrent de manière à satisfaire leurs intérêts complémentaires.

En bas à droite : la distribution des comportements à l'attracteur au temps  $T=40$ . On peut remarquer des clusters de coopérateurs et de défecteurs avec cependant des exceptions à l'intérieur de ces clusters qui indiquent la plupart du temps la présence d'anticonformistes. Par ailleurs, il y a des régions où *C* et *D* s'enchevêtrent, qui correspondent à des populations enchevêtrées de *maxi* et *mini*.

Si maintenant nous nous intéressons au caractère dynamique de cette réorganisation, nous serons peut-être frappés par sa rapidité. Les Figure 39 et Figure 40 montrent les statistiques de l'évolution dans le temps des proportions des règles et des comportements. Le système a atteint l'attracteur en moins de 40 périodes. Celui-ci est caractérisé au niveau des règles par une prédominance des agents conformistes (un peu moins de 60 %), une présence en proportions à peu près égales des agents *mini* et *maxi* (autour de 20%), et une minorité d'anticonformistes (moins de 4 %). En ce qui concerne les comportements, nous assistons à un accroissement du taux de coopération qui passe de 30 % à 42 %. De plus, la variance sur les trajectoires du système, que ce soit dans l'espace des règles ou dans l'espace des comportements, est très faible. Ainsi, les distributions que nous pouvons observer dans l'état final sont caractéristiques de l'ensemble des états initiaux décrits par une distribution aléatoire sur les règles et une distribution aléatoire sur les comportements lorsque le taux initial de coopération est de 30 %.

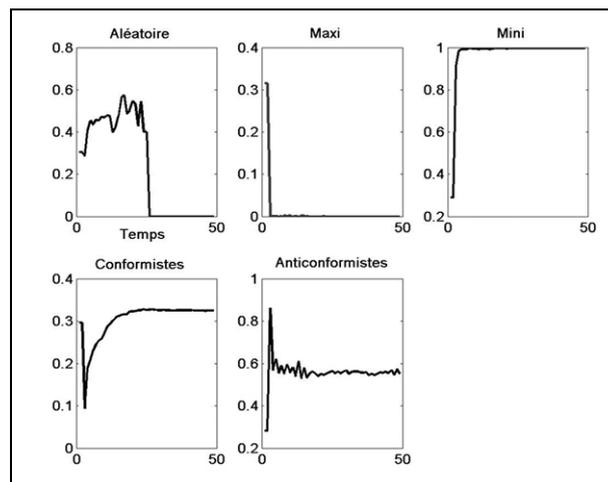


**Figure 39 :** Statistiques de l'évolution des proportions des règles métamimétiques au cours du temps pour le jeu défini par  $T = 5$ ,  $R = 3$ ,  $P = 1$ ,  $S = 0$ . Les conditions initiales sont définies par une distribution uniforme des métarègles et un niveau de coopération de 30%. On constate que les proportions convergent rapidement vers une distribution d'équilibre qui définit les propriétés de l'attracteur métamimétique. On remarquera que la règle aléatoire a totalement disparu à l'attracteur. Les barres d'erreur représentent la déviation standard. L'étude a été faite sur 96 simulations indépendantes, constituées chacune de 10 000 agents.



**Figure 40 : Statistiques de l'évolution des proportions des comportements au cours du temps pour le jeu défini par  $T=5$ ,  $R=3$ ,  $P=1$ ,  $S=0$ .** Les conditions initiales sont définies par une distribution uniforme des métarègles et un niveau de coopération de 30%. La proportion de coopérateurs croît pour atteindre un niveau de 47%.

En regardant de manière plus fine l'évolution du taux de coopération en fonction des règles (Figure 41), nous pouvons observer sans surprise que les agents *maxi* adoptent très rapidement un comportement défecteur (au bout de trois à cinq périodes), les agents *mini* deviennent très rapidement tous coopérateurs ; les conformistes et les anticonformistes convergent vers des taux de coopération respectifs de 30 et 60 %.



**Figure 41 : Evolution du niveau de coopération par règle métamimétique.** La règle *mini* est celle qui coopère le plus alors que la règle *maxi* est celle qui fait le plus souvent défaut.  $T = 5$ ,  $R = 3$ ,  $P = 1$ ,  $S = 0$ . Les conditions initiales sont définies par une distribution uniforme des métarègles et un niveau de coopération de 30%.



- **Au niveau collectif** : Nous avons un processus de réorganisation spontané qui fait évoluer le système d'un état désordonné vers un attracteur fortement structuré, principalement statique au cours d'un processus de cognition sociale (cf. annexes web pour l'animation). Le niveau des règles, qui détermine l'évolution du système, fait partie intégrante de l'état du système et évolue au cours du temps, traçant la métadynamique de la cognition sociale. La métarègle d'évolution du système du point de vue collectif est également la règle d'évolution du système, elle est constituée de la collection des métarègles individuelles.

De même qu'une pomme est un objet distinct de la soupe désordonnée constituée de ses éléments chimiques (carbone, oxygène, etc.), insistons sur le fait que la métarègle du système change radicalement entre le début et la fin du processus. Même si certains éléments se retrouvent, certains ont disparu et la structure de la métarègle finale n'a strictement rien à voir avec la métarègle initiale, autant dans la proportion des éléments qui la composent que dans leur organisation spatiale. La distribution finale des règles est le reflet au niveau collectif des propriétés intrinsèques de l'ensemble  $R$  des règles mimétiques possibles, qui s'expriment au travers des processus de réorganisation. C'est parce que les différentes règles s'influencent mutuellement dans leur auto-cohérence que des structures macro émergent. Nous voyons là s'affirmer le parallèle entre les jeux métamimétiques et le rôle que Gabriel Tarde (1890) attribuait à l'imitation dans la structuration des systèmes sociaux :

C'est par des accords ou des oppositions de croyances s'entre-fortifiant ou même s'entre-limitant, que les sociétés s'organisent ; leurs institutions sont surtout cela. C'est par des concours ou des concurrences de désirs que les sociétés fonctionnent.

\* \*

\*

Nous ne pouvons pas conclure cette sous-section sans commencer à aborder le thème de la coopération. Nous avons déjà remarqué dans les chapitres précédents que les valeurs que nous avons choisies dans notre matrice du dilemme du prisonnier sont défavorables à la coopération dans le cadre de la théorie du choix rationnel ou de la théorie des jeux évolutionnistes. Le fait que le taux de coopération soit relativement élevé pour la plupart des attracteurs métamimétiques que nous venons d'étudier ne peut manquer de nous frapper. De

plus, les populations sont ici fondamentalement hétérogènes au niveau des métrarègles, hétérogénéité qui est souvent problématique dans les formalismes classiques des paradigmes que nous venons de citer. Ces propriétés, dont on a vu dans la partie I qu'elles étaient recherchées par les modélisateurs, ont un prix : l'abandon d'un critère d'optimisation, d'une définition de meilleur, qui serait unique et stable dans le temps, si l'on regarde du point de vue de la théorie des jeux ; l'abandon d'une définition du succès en termes de succès reproductif, si l'on regarde du point de vue de la théorie des jeux évolutionnistes. Ainsi, contrairement aux jeux standards, même si l'on peut envisager de désigner des « perdants » dans un jeu métamimétique - les règles qui ont été éliminées par la dynamique - cela n'a pas de sens de désigner un « gagnant ». On ne peut pas aller voir par exemple un anticonformiste et lui dire «vous êtes isolé, vous avez perdu !», ou aller voir un agent *mini* et lui dire « Vos gains sont inférieurs à ceux de vos voisins, vous avez perdu !», car tous deux vous répondront poliment « Merci, mais c'est précisément ce que je cherchais ».

### **III.2.B.b.ii) Cartographie des attracteurs**

*Comme nous l'avons fait pour le modèle de Nowak et May, il nous faut vérifier que les deux propriétés importantes que nous avons trouvées, **stabilité de la coopération et hétérogénéité des populations**, ne sont pas l'effet d'un jeu particulier de paramètres. C'est pourquoi nous allons maintenant rendre compte d'une étude computationnelle extensive de l'espace des paramètres et regarder la dépendance des propriétés des attracteurs de la dynamique  $P^0$  en fonction des conditions initiales.*

Si la dépendance des résultats précédents par rapport au taux initial de coopération est assez facile à contrôler, celle par rapport à la forme la matrice est assez délicate dans la mesure où l'espace des paramètres est de dimension quatre, ce qui dans le cadre d'une étude computationnelle représente un espace de recherche beaucoup trop vaste pour être exploré en détail. Nous allons donc reparamétriser la matrice du dilemme du prisonnier de manière à restreindre le nombre de paramètres, l'objectif étant de disposer d'une représentation en trois dimensions de l'influence du taux initial de coopération et de la force du dilemme social. La matrice des gains n'a d'influence directe que sur le comportement des agents *mini* et *maxi*. Etant donné que ces deux types d'imitation ne s'intéressent qu'aux valeurs relatives des gains, une transformation affine de la matrice ne change pas la dynamique (la situation est la même qu'en théorie des jeux ou en théorie des jeux évolutionnistes). Nous pouvons donc considérer

sans perte de généralité que  $T=1$  et  $S=0$ . Reste à trouver une paramétrisation des valeurs de  $R$  et  $P$  qui donne un indice de la force du dilemme social. Nous prendrons une paramétrisation classique dans la littérature des dilemmes sociaux qui consiste à considérer un paramètre  $0 < p < 0.5$ , et à poser  $T=1$ ,  $R=1-p$ ,  $P=p$  et  $S=0$ . Nous obtenons ainsi la matrice suivante :

<i>Agent B</i> →		
-----	<i>C</i>	<i>D</i>
↓ <i>Agent A</i>		
<i>C</i>	$(1-p, 1-p)$	$(0, 1)$
<i>D</i>	$(1, 0)$	$(p, p)$

Des valeurs de  $p$  élevées correspondent à un dilemme social fort (la punition pour trahison est faible alors que la coopération mutuelle n'apporte pas beaucoup plus qu'une défection mutuelle), les valeurs de  $p$  faibles correspondent à un dilemme social faible (la punition est sévère et la trahison n'apporte pas beaucoup plus que la coopération mutuelle).

Dans cette paramétrisation, la condition  $T > R > P > S$  est satisfaite. En revanche la condition  $T+S < 2R$  est violée (nous avons égalité), mais cela n'a pas un impact important sur la dynamique. Cette condition exprime qu'il n'est pas possible, pour deux joueurs, de partager leurs gains de manière à ce qu'il soit plus avantageux pour eux d'avoir des comportements distincts que de coopérer. Dans un jeu spatial tel que nous le considérons, le seul moyen d'effectuer un tel partage serait que tout un groupe d'agents oscille en alternant entre comportements coopérateurs et comportements défecteurs, ce qui n'est jamais observé. De plus, cela ne rapporterait jamais plus que la coopération mutuelle.

Dans toute cette analyse, nous considérons des systèmes métamimétiques qui se réorganisent à partir d'une distribution aléatoire uniforme sur les règles. Nous adressons la dépendance des dynamiques par rapport à la distribution initiale des règles dans la section III.2.B. Par ailleurs, nous considérerons le même ensemble de règles que précédemment, en excluant la règle aléatoire étant donnée son instabilité.

Nous présentons ici les statistiques les plus importantes, l'ensemble des données de ces simulations pourra être trouvé en annexes web. L'étude a été réalisée pour  $0.1 < p < 0.45$  et un taux initial de coopération variant entre 5 et 95% (Figure 43), et les statistiques présentées correspondent à l'état de jeux métamimétiques lorsque ceux-ci ont atteint leur attracteur (ici après 40 périodes).

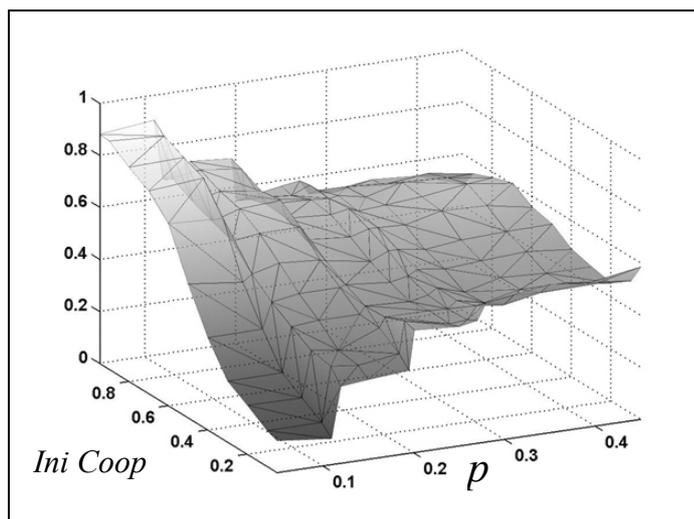


Figure 43: Dépendance du taux de coopération à l'attracteur en fonction de  $p$  ( $p \in [0.05, 0.45]$ ) et du taux initial de coopération ( $Ini Coop \in [0.05, 0.95]$ ). On remarque que ce taux est toujours supérieur à 12% et que l'influence des conditions initiales sur l'attracteur décroît lorsque  $p$  croît. Les simulations ont été effectuées avec une distribution initiale uniforme pour les métarègles. Chaque point de cette surface correspond au taux moyen de coopération à l'attracteur pris sur 10 simulations indépendantes de 2500 agents chacune.

La Figure 43 montre l'évolution du taux de coopération. Nous avons ici la confirmation du caractère fondamentalement hétérogène des attracteurs métamimétiques en ce qui concerne les comportements. Nous pouvons voir en effet que le taux de coopération varie entre 12% ( $p=0.05$ ,  $IniCoop=0.05\%$ ) et 88% ( $p=0.05$ ,  $IniCoop=95\%$ ) sur l'ensemble des paramètres étudiés.

La première chose qui semble contre-intuitive, et que nous allons tâcher d'expliquer, est que les zones où le taux de coopération atteint ses valeurs extrémales sont celles où la force du dilemme social est la plus faible. Dans cette zone nous assistons à une forte dépendance du taux de coopération à l'attracteur en fonction du taux de coopération initial. En revanche, lorsque le dilemme social est fort ( $p > 0,2$ ), le taux de coopération varie entre 40 et 50 % et ne dépend pratiquement plus du taux initial de coopération. Contre toute attente, dans la zone où le taux de coopération initial est faible, le taux de coopération à l'attracteur augmente avec la force du dilemme social. La deuxième chose que nous remarquerons est que le taux de coopération à l'attracteur semble subir des discontinuités pour certaines valeurs de  $p$ .

Comme pour l'étude précédente, ces observations au niveau des comportements ne peuvent se comprendre qu'en prenant également en compte le niveau des règles. L'insatisfaction des règles *conformiste* et *anticonformiste* ne va pas dépendre directement du taux initial de coopération ni de la valeur de  $p$ . Ces règles sont aveugles aux gains. En revanche l'insatisfaction des règles *mini* et *maxi* vont directement dépendre de  $p$  et du taux

initial de coopération (comme nous l'avons vu au *a-ii*). Des agents *maxi* et *mini* insatisfaits perturbant les structures localement, ceci va avoir pour effet de faire varier l'insatisfaction relative de l'ensemble des règles au cours du processus de réorganisation en fonction de ces deux paramètres. Par exemple, si un agent *maxi* imite un anticonformiste et fait passer localement la proportion des anticonformistes au-dessus de 50%, ces derniers vont devenir insatisfaits et vont chercher à changer de règle à la période suivante.

Pour comprendre comment peut varier l'insatisfaction des règles *maxi* et *mini* en fonction de  $p$ , il faut commencer par regarder, comme au *a-iii*), la forme des distributions des gains associés à un comportement coopérateur ou un comportement défecteur. Rappelons que si nous avons un taux de coopération de  $\gamma$  et que les coopérateurs sont uniformément répartis :

- $\rho(\gamma, k) = C_8^k \gamma^k (1-\gamma)^{8-k}$  est la probabilité d'avoir  $k$  voisins coopérateurs,
- le gain d'un coopérateur est égal à  $g_c(p, k) = k \cdot (1-p)$  avec une probabilité  $\rho(\gamma, k)$ ,
- le gain d'un défecteur est égal à  $g_d(p, k) = (k + (8-k)p)$  avec une probabilité de  $\rho(\gamma, k)$ .

La Figure 44 compare la distribution des gains associés à chacune des actions dans un état désordonné dans le cas d'un dilemme social faible ( $p=0.1$ ) et dans le cas d'un dilemme social fort ( $p=0.4$ ). Les courbes des distributions des gains associés à la coopération et à la défection se recouvrent plus ou moins selon que  $p$  est faible ou fort. La courbe associée à un comportement coopérateur est toujours décalée vers la gauche, dans le sens des gains plus faibles, par rapport à la courbe associée à un comportement défecteur. Ceci indique que, dans la majorité des cas, le gain maximal des agents défecteurs dans un voisinage donné sera supérieur au gain maximal des agents coopérateurs. De même, le gain minimal des agents défecteurs sera en général supérieur au gain minimal des agents coopérateurs.

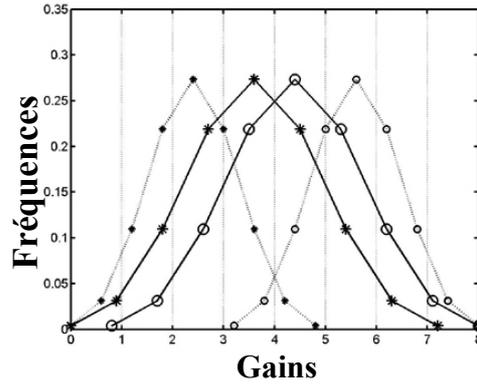


Figure 44 : Courbes de fréquence des gains pour un comportement coopérateur (-\*-) et pour un comportement défecteur (-o-) dans un état initial désordonné avec 50 % de coopérateurs lorsque  $p=0.1$  (lignes pleines) et lorsque  $p=0.4$  (lignes pointillées). Le taux de recouvrement des courbes indique la probabilité pour qu'un agent défecteur tiré au hasard dans la population ait un gain strictement inférieur à un agent coopérateur également tiré au hasard dans la population.

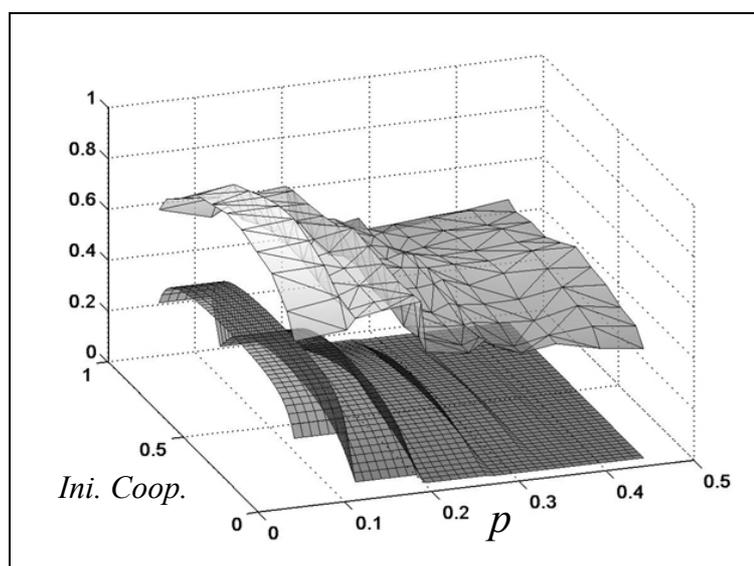
Si les courbes ne se recouvraient pas, cela signifierait qu'un agent défecteur ne puisse pas être insatisfait en se comparant à un agent coopérateur. Lorsque le taux de recouvrement augmente, la probabilité pour qu'un agent coopérateur gagne plus qu'un agent défecteur dans un voisinage donné augmente. Ainsi, plus les courbes se recouvrent, et plus la probabilité augmente pour qu'un agent qui recherche la maximisation où la minimisation des gains se retrouve insatisfait par comparaison avec un agent utilisant la stratégie opposée à la sienne. En quelque sorte, le taux de recouvrement de ces courbes donne un indice du caractère dominant en termes de gains de la défection sur la coopération dans le cadre d'une comparaison avec les voisins. Nous pouvons formaliser cette idée en définissant un indice de dominance de la

défection sur la coopération par  $i_{DC}(\gamma,p) = \sum_{i=0..8} \sum_{j=0..8} \rho(\gamma,i) \rho(\gamma,j) [1_{\{gd(p,i) < gc(p,j)\}}]$ . C'est la

probabilité pour que dans un état désordonné, un agent défecteur gagne moins qu'un agent coopérateur pris au hasard dans la population.

Cet indice ne prenant pas en compte la corrélation entre les gains d'un agent et ceux de son voisin, ce n'est pas la probabilité pour qu'un agent défecteur gagne moins qu'un voisin coopérateur. Le calcul de cette probabilité, qui mènerait à celui de l'insatisfaction des agents *maxi* et *mini*, est extrêmement difficile car qu'il faudrait considérer toutes les configurations possibles sur les voisins et les seconds voisins d'un agent. Cependant, nous allons montrer que l'indice que nous proposons ici est une bonne approximation des variations des insatisfactions des agents *maxi* et *mini* en fonction de  $p$ . D'une certaine manière, nous pouvons relier par cet indice la difficulté pour un agent d'être *maxi* ou *mini* à la difficulté de

trouver un comportement ( $C$  ou  $D$ ) qui soit le meilleur comportement dans une gamme la plus large possible de configurations des voisinages ;  $i_{DC}$  est donc un indice de l'incertitude sur le bon comportement à adopter lorsqu'un agent juge son comportement en comparant ses gains à ceux de ses voisins. Pour confirmer cette intuition, nous traçons sur le même graphe les valeurs de cet indice et le graphe des proportions de conformistes à l'attracteur en fonction de  $p$  et du taux initial de coopération (Figure 45). Ces deux surfaces devraient avoir les mêmes types de variations puisque les conformistes profitent directement de l'insatisfaction des agents *mini* et *maxi* : leur proportion devrait varier proportionnellement à cet indice.



**Figure 45 :** Surfaces décrivant les variations de la proportion moyenne de conformistes à l'attracteur (position supérieure) et de l'indice  $i_{DC}$  (position inférieure). Nous pouvons voir que les variations de l'indice  $i_{DC}$  prédisent assez bien celles de la proportion de conformistes. Cet indice exprime la probabilité pour qu'un coopérateur tiré au hasard dans la population gagne plus qu'un défecteur également tiré au hasard, dans un état désordonné décrit par une distribution uniforme sur les règles, un taux de coopération de *IniCoop* uniformément distribué, et une matrice de jeu décrite par le paramètre  $p$ .  $i_{DC}$  est un indice de l'incertitude sur le bon comportement à adopter lorsqu'un agent juge en comparant ses gains à ceux de ses voisins.

La première chose à remarquer est que la proportion de conformistes à l'attracteur décroît globalement avec  $p$ , avec des discontinuités qui coïncident avec celles que nous pouvons voir sur le graphique décrivant la proportion de coopérateurs à l'attracteur. Étant donné que les conformistes et les anticonformistes ne sont pas directement sensibles aux valeurs de  $p$  et  $\gamma$ , cela traduit le fait que les insatisfactions des agents *maxi* et *mini* au cours du processus de réorganisation décroissent globalement en fonction de  $p$ . Par ailleurs, nous pouvons voir que la forme générale des deux surfaces sur la Figure 45 se correspondent et surtout, que les variations brutales des proportions de conformistes sont bien prédites par les

variations brutales de l'indice  $i_{DC}$ . Cela nous permet de confirmer que cet indice est bien un indice de l'insatisfaction des règles *maxi* et *mini* au cours du régime transitoire entre l'état désordonné et l'état organisé, et que cette insatisfaction est bien liée au caractère plus ou moins dominant en terme de gains contrefactuels du comportement  $D$  sur le comportement  $C$ . Les transitions brutales de l'indice  $i_{DC}$  s'expliquent par le fait que les gains sont discrets : lorsque  $p$  augmente, nous avons des transitions brutales de la valeur de cet indice lorsque l'un (ou plusieurs) des  $g_a(p,i)$  passe en dessous de l'un (ou plusieurs) des  $g_c(p,j)$ . Ces transitions sont d'autant plus brutales que le produit des poids  $\rho(\gamma,i)\rho(\gamma,j)$  est élevé.

Cet indice permet de rendre compte également du caractère concave du graphe décrivant la proportion de conformistes lorsque  $p$  est faible, qui est dû à l'uniformisation des des gains contrefactuels lorsque les comportements deviennent homogènes. Enfin, d'après l'étude du *a-ii*), nous pouvons nous attendre à ce que la proportion d'agents *mini* relativement à la proportion d'agents *maxi* augmente lorsque le taux initial de coopération décroît, ce que nous pouvons effectivement observer sur les graphes décrivant les proportions de *maxi* et *mini* (voir annexes web).

Mentionnons enfin que la proportion d'anticonformistes reste entre 4,5 et 6 % dans tout l'espace des paramètres, leur proportion ayant tendance à varier de la même manière que celle des conformistes.

Sachant cela, nous pouvons interpréter le graphe décrivant le taux de coopération à l'attracteur (Figure 43) en résumant ce que nous venons de voir :

- les systèmes évoluant sous des dilemmes sociaux faibles sont fortement conformistes (entre 70 et 80 % de conformistes). Ils sont donc très influencés par le taux initial de coopération ce qui explique la variation du taux de coopération à l'attracteur en fonction du taux initial de coopération dans la zone où le dilemme social est faible,
- les systèmes évoluant sous des dilemmes sociaux forts sont modérément conformistes avec une proportion de *maxi* et de *mini* autour de 25% pour chaque population. Étant donné que l'équilibre au niveau des comportements est défecteur pour une population *maxi* et coopérateur pour une population *mini*, ces deux populations vont entraîner la population conformiste vers un taux de coopération proche de 50% (entre 45% et 65% pour  $p=0.4$ ), affaiblissant ainsi la dépendance du taux de coopération dans la population à l'attracteur par rapport au taux de coopération initial,

- les discontinuités observées du taux de coopération à l'attracteur en fonction de  $p$  ont pour origine le caractère discret des gains.

### **Conclusions de cette étude**

Cette étude confirme les deux observations que nous avons relevées sur une étude de cas, à propos de la dynamique interne des jeux métamimétiques, à savoir :

- *une population d'agents jouant à un jeu métamimétique se réorganise spontanément à partir d'un état désordonné, atteignant rapidement un état globalement stable : un attracteur métamimétique. Ce processus s'interprète en terme de cognition sociale comme un « calcul » collectif à partir d'un état donné. Ces attracteurs présentent des structures caractéristiques de l'espace des métarègles,*
- *les attracteurs atteints dans le cadre d'un jeu métamimétique défini par un espace symétrique de règle sont tous hétérogènes, aussi bien au niveau des comportements qu'au niveau des métarègles, lorsque la distribution initiale sur les règles est aléatoire uniforme,*
- *les configurations désordonnées décrites par un même taux initial de coopération et une même matrice de jeu convergent vers des attracteurs similaires en termes de distributions sur les comportements et sur les gains,*
- *la coopération est présente pour l'ensemble des valeurs des paramètres étudié et est souvent prédominante.*

Il nous reste maintenant à étudier l'effet du couplage de la dynamique interne d'un jeu métamimétique avec des perturbations.

### III.2.C La sélection par le bruit

*Nous venons de voir que la dynamique d'un jeu métamimétique possède en général une multitude d'attracteurs relativement statiques, qui peuvent être classés en fonction de leurs propriétés globales (dynamique définie par  $P^0$ ). Dans cette section nous étudions la dynamique perturbée  $P^e$ . Nous montrons ainsi que :*

- 1) Les propriétés des dynamiques internes des systèmes métamimétiques (hétérogénéité et structuration) sont résistantes à l'introduction de bruit dans le système.*
- 2) L'introduction du bruit permet de sélectionner un ensemble de configurations concentrées autour de certains attracteurs de la dynamique interne. La dynamique du système sur le long terme acquiert alors une certaine indépendance par rapport aux conditions initiales, notamment quant à la distribution initiale des règles d'imitation.*

#### **Apports attendus de cette étude**

Du point de vue de la modélisation, l'étude des systèmes perturbés est importante pour trois raisons.

Au niveau le plus général, dans le cadre d'une étude des systèmes auto-organisés, il est important de voir, sur un exemple, de quelles manières des perturbations extérieures peuvent influencer le type de dynamiques que nous avons proposées dans l'introduction à cette partie. L'ajout d'une composante bruitée à un système métamimétique pourra nous permettre de voir si le point de vue de la clôture opérationnelle est intéressant dans le cadre des dynamiques que nous avons mises en évidence.

Au niveau intermédiaire qui est celui de la modélisation des systèmes sociaux, l'approche précédente est insatisfaisante, en particulier parce qu'elle suppose d'une part, que les agents peuvent observer d'une manière totalement transparente les actions de leurs voisins et les règles qu'ils utilisent, d'autre part qu'ils peuvent les copier avec exactitude. Si l'on peut admettre que par l'observation au travers d'interactions, notamment verbales, des individus sont susceptibles d'inférer ces deux types de traits, ces inférences seront sans aucun doute soumises à des erreurs, celles-ci n'étant pas de la même nature ni de la même ampleur lorsqu'il s'agira d'inférer des comportements visibles ou des règles, lorsqu'il s'agira d'imiter les moyens ou les buts. Par ailleurs, un individu peut également commettre des erreurs lorsqu'il cherche à copier un trait donné. Une première approche pour adresser ce problème consiste à

envisager que les agents commettent des erreurs aux différents niveaux, ce qui revient à dire que la dynamique que nous avons considérée est bruitée.

Au niveau spécifique de l'étude de l'émergence de la coopération, il nous faut vérifier que les propriétés des systèmes que nous venons d'étudier sont robustes aux perturbations, celles-ci étant la plupart du temps nuisibles à l'émergence et à la stabilité de la coopération. Par ailleurs, une question qui se pose naturellement dans les études précédentes est de savoir si l'hétérogénéité constatée aux attracteurs des dynamiques métamimétiques n'a pas pour origine l'état initial particulier que nous avons considéré ; à savoir, une distribution aléatoire uniforme sur les règles. L'introduction de perturbations pourra nous permettre de voir par exemple, si des hétérogénéités telles que celles que nous avons observées peuvent réapparaître sous l'effet des perturbations à partir d'un état décrit par une distribution uniforme au niveau des règles et des comportements (par exemple une population initialement constituée entièrement d'agents *D-maxi*).

### **La structure des perturbations**

Nous introduirons ici le bruit sous une forme très simple, souvent utilisée en modélisation lorsqu'il s'agit d'avoir une première approche de la résistance d'un système aux perturbations (voir par exemple Young 1993\* & 2001). Celle-ci consiste à supposer que pour une action donnée, les agents arrivent à la réaliser selon les principes qu'ils se sont donnés avec une probabilité  $(1-\varepsilon)$  et agissent de façon aléatoire dans l'ensemble des possibles avec une probabilité  $\varepsilon \in [0,1]$ ,  $\varepsilon$  étant généralement petit devant 1. Ce type d'erreur pourra être interprété selon les cas comme une erreur de perception, de mémorisation, d'inférence ou d'exécution.

Étant donné qu'en l'absence de forces internes structurantes, un système à  $n$  éléments, quels que soient son état initial et le niveau de bruit, évolue avec une distribution uniforme sur ces  $n$  éléments et une configuration spatiale désordonnée, nous pourrions mesurer la force des attracteurs métamimétiques à leur écart avec l'état désordonné de distribution spatiale uniforme.

Nous conservons dans cette section l'hypothèse d'une *mise à jour parallèle synchrone* des règles et des comportements (voir les annexes web pour des exemples de mise à jour asynchrone).

Les paramètres de la matrice du dilemme du prisonnier seront toujours pris de la manière suivante :  $T=1$ ,  $R=3$ ,  $P=1$  et  $S=0$ .

Les agents que nous considérons ici sont myopes, sans mémoire et peuvent envisager les règles *mini*, *maxi*, *conformistes* et *anticonformistes* décrites précédemment. Comme dans la section précédente, nous allons commencer par regarder le comportement de systèmes simples avant d'étudier un système complet comportant les quatre règles. De plus, étant donné que le bruit peut intervenir à deux niveaux (sur les règles et sur les actions), la perturbation sera décrite par un vecteur  $\varepsilon = (\varepsilon_r, \varepsilon_a)$ . Nous avons donc une *structure* sur le bruit. La matrice perturbée  $P^\varepsilon$  sera irréductible uniquement si les *deux* composantes de  $\varepsilon$  sont non nulles. Nous ne pourrons donc parler de SSS que lorsque les deux composantes seront non nulles. Nous allons dans un premier temps regarder l'effet de chaque composante de ce vecteur sur la dynamique, l'autre étant nulle.

### **III.2.C.a Quel avenir pour les maximisateurs myopes dans une société conformiste ?**

Nous avons vu au *III.C.a.iii*) que dans un jeu métamimétique non bruité entre agents conformistes et agents maximisateurs, l'attracteur métamimétique au niveau des comportements est globalement défecteur, les agents *maxi* entraînant les conformistes dans la défection. Nous allons donc considérer ici l'effet du bruit dans une population d'agents uniformément défecteurs. Nous commencerons par étudier séparément l'erreur sur les règles et l'erreur sur les actions dans le cadre d'un dilemme du prisonnier métamimétique.

#### ***III.2.C.a.i) Pourquoi l'erreur sur les actions favorise-t-elle le conformisme ?***

Considérons un dilemme du prisonnier métamimétique, comme celui décrit en *III.2.A*, aux différences près que les seules règles autorisées sont les règles *maxi* et *conformiste*, et que les actions des agents sont soumises à un bruit de niveau  $\varepsilon$ . Lorsqu'un agent décide de réviser son comportement, celui-ci choisit au hasard<sup>68</sup> parmi les deux comportements possibles avec une probabilité  $\varepsilon$ , et choisit le comportement prescrit par sa règle avec une probabilité  $(1-\varepsilon)$ .

Une première étude computationnelle, semble montrer que l'erreur sur les actions est défavorable aux comportements *maxi*. La Figure 46 nous montre l'évolution spatiale et temporelle de la proportion des agents conformistes dans la population pour un niveau de

---

<sup>68</sup> On remarquera que comme il n'y a que deux comportements, le choix aléatoire tombe dans 50 % des cas sur la bonne réponse, et le taux réel d'erreur est de  $\varepsilon/2$ .

bruit sur les actions égal à 2%, lorsqu'il y a initialement autant de *maxi* que de *conformistes* répartis aléatoirement sur tout le territoire et que le taux initial de coopération est nul. Nous pouvons voir sur cette figure qu'après une période au cours de laquelle les conformistes diminuent en nombre, tout en se structurant en petits îlots (b), ceux-ci envahissent progressivement tout l'espace (c).

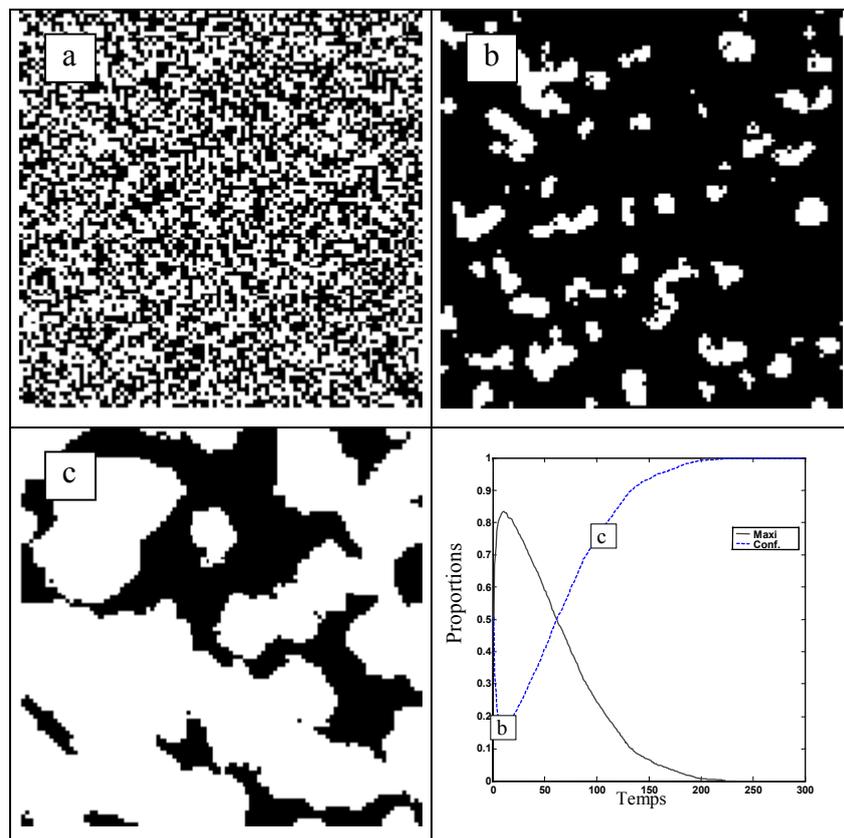


Figure 46 : Evolution des proportions de *conformistes* (en blanc) et de *maximisateurs* (en noir) pour un niveau de bruit de 2% sur les actions, un taux initial de coopération nul, une distribution initiale aléatoire uniforme sur les méta-règles (a) et  $p_c=0.3$ . Après une période au cours de laquelle les conformistes diminuent en nombre tout en se structurant en petits îlots (b), ceux-ci envahissent progressivement tout l'espace (c). (cf. annexe web pour l'animation)

Pour comprendre ce phénomène, nous allons regarder précisément ce qui se passe à la frontière des groupes conformistes. La Figure 47-a montre un exemple d'un tel jeu avec sur une même image les règles qu'utilisent les agents et leurs gains. Le niveau de bruit sur les actions est égal à 2% et  $p_c$  vaut 0,3. L'équilibre des agents *maxi* est globalement défecteur comme c'est le cas pour la plupart des évolutions partant d'un état initial désordonné (cf. I.2.A). Par ailleurs, comme le taux initial de coopération est nul, les *conformistes* sont également dans un équilibre défecteur stable. Le bruit se traduit donc par des agents qui localement tentent la coopération. Comme nous l'avons vu sur la figure précédente, les zones

conformistes croissent à leur frontière. Après la stabilisation des îlots conformistes, chacun d'entre eux se comporte comme un ballon que l'on gonflerait jusqu'à ce qu'il occupe tout l'espace disponible.

Pour trouver le lien avec le caractère bruité des comportements, jetons un coup d'œil au voisinage d'un agent *conformiste* *A*, qui se trouve à l'intérieur d'un groupe conformiste, mais néanmoins assez proche de la frontière pour avoir des voisins qui s'y trouvent. *A* est marqué d'une croix sur les figures. A un moment donné (figure b), *A* change par erreur de comportement et joue *C* avec ses voisins, tous conformistes défecteurs. Ceci a pour effet immédiat de rehausser les gains de ses voisins (couronne claire grisée) dont certains se trouvent à la frontière du groupe conformiste. De l'autre côté de cette frontière, les agents *maxi* (marqués d'une étoile) qui ont des voisins en commun avec *A* - mais ne voient pas *A* - se retrouvent face à des agents qu'ils évaluent meilleurs qu'eux. Insatisfaits, ils deviennent donc conformistes à la période suivante (c). L'un d'eux est cependant trop isolé pour garder sa règle conformiste et redevient *maxi* (d). A la fin du processus, le groupe conformiste a gagné deux nouvelles recrues.

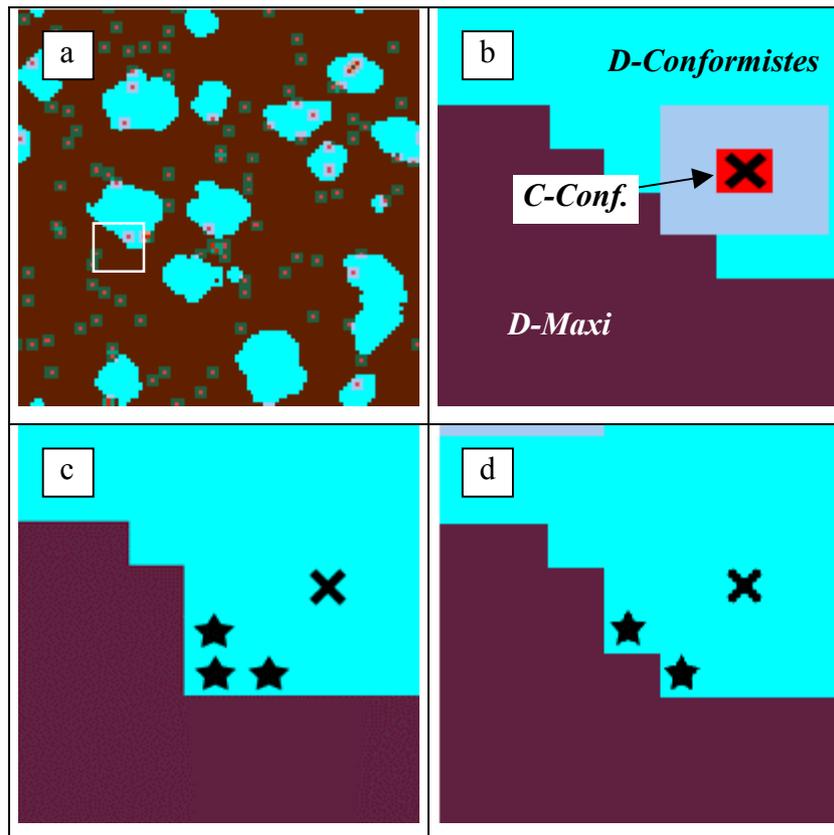


Figure 47: Détail de la frontière entre une région *conformiste* et une région *maxi*. La figure (a) traduit sur une même image les règles qu'utilisent les agents et leurs gains. Le niveau de bruit sur les actions est de 2%. L'équilibre global est totalement défecteur si bien que le bruit correspond à des agents qui localement tentent la coopération, comme c'est le cas de l'agent conformiste *A* marqué d'une croix (b). Ceci a pour effet de rehausser temporairement les gains de ses voisins *conformistes* (couronne), dont certains se trouvent à la frontière du groupe social. De l'autre côté de cette frontière, les agents *maxi* (marqués d'une étoile) qui ont des voisins en commun avec *A* - mais ne voient pas *A* - se retrouvent insatisfaits et deviennent également conformistes à la période suivante (c). L'un d'eux est cependant trop isolé pour garder sa règle conformiste et redevient *maxi* (d).

Nous pouvons généraliser cette première approche intuitive par la proposition suivante (preuve en annexe) :

**Proposition :**

*Dans un dilemme du prisonnier métamimétique spatial composé d'agents myopes défecteurs maxi ou conformistes, avec un niveau de bruit  $\varepsilon_a$  sur les actions, s'il existe un îlot stable de conformistes, la distribution limite sur les états du système est caractérisée par une population uniformément conformiste. De plus, lors du régime transitoire vers cette distribution limite, la vitesse de croissance des îlots est, au premier ordre, proportionnelle au produit de leur périmètre externe par  $\varepsilon_a$ .*

Pour estimer la vitesse de croissance, il suffit de regarder la vitesse de croissance d'un îlot conformiste entre deux temps où la longueur de la frontière  $B(t)$  peut être considérée comme constante. Nous avons effectué des simulations avec une population de 40 000 agents, l'état initial consistant en un îlot conformiste carré représentant 25% de la population totale plongé dans une population *maxi*. Nous avons pris un taux initial de coopération nul et nous avons mesuré pour un niveau de bruit variant entre 0,001 à 0,02 le temps mis par l'îlot pour passer de 50% à 55% de la population. Durant ce temps, la taille de la frontière de l'îlot varie peu et peut être considérée comme constante, nous nous attendons donc à une dépendance en  $1/\varepsilon_a$  de ce temps. Les résultats de ces simulations sont résumés par la Figure 48, et indiquent bien une vitesse de croissance de l'îlot proportionnelle à  $\varepsilon_a$  pour les faibles valeurs de  $\varepsilon_a$ . On peut alors estimer d'après ce graphique que la vitesse de croissance est de l'ordre de 3,5 fois la longueur de la frontière entre les deux groupes.

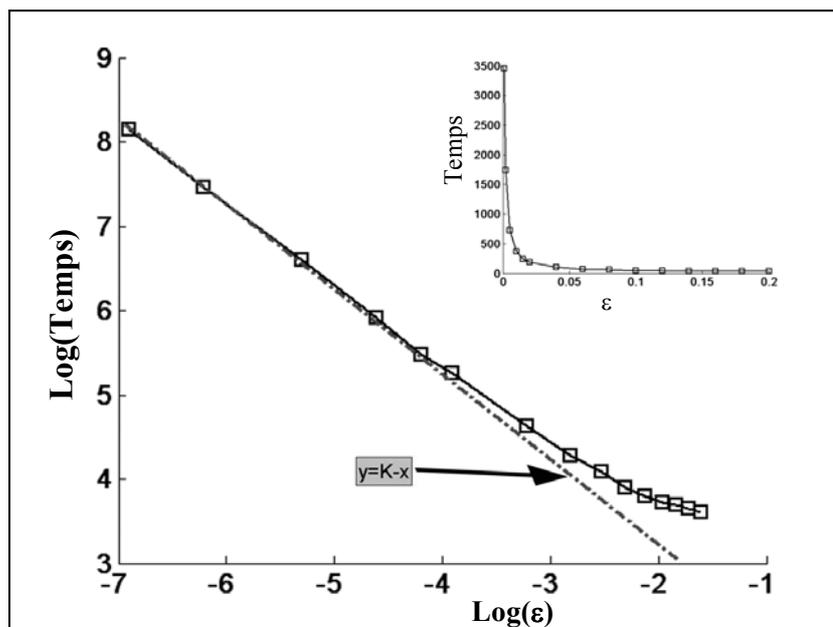


Figure 48 : Graphe loglog de la croissance d'un îlot *conformiste* en fonction du niveau de bruit  $\varepsilon_a$  sur les actions. La situation initiale est un îlot conformiste carré représentant 25% d'une population de 40 000 agents. Le taux initial de coopération est nul. Les ordonnées mesurent en coordonnées logarithmiques le temps mis par l'îlot pour passer de 50% à 55% de la population. On peut constater une vitesse de croissance de l'îlot proportionnelle à  $\varepsilon_a$  pour les faibles valeurs de  $\varepsilon_a$ .

Pour conclure, nous pouvons estimer la probabilité pour qu'un îlot conformiste stable se forme et envahisse le système étant donné une proportion initiale  $p_c$  d'agents *conformistes* uniformément répartis sur le réseau. Étant données 12 cellules du réseau arrangées suivant la structure minimale, une structure conformiste minimale s'y formera avec la probabilité  $p_c^{12}$ .

Pour un réseau de taille  $N^2$ , la probabilité pour qu'au moins un flot stable se forme dès l'initialisation est égale à  $1 - (1 - p_c^{12})^{N^2}$ . Nous voyons sur la Figure 49 que la probabilité d'invasion en l'absence de bruit sur les règles est caractérisée par une brutale transition autour d'une probabilité  $p_c$ . Cette transition sera d'autant plus brutale que la taille du système sera grande, et elle prendra la forme d'une transition de phase lorsque celle-ci tendra vers l'infini.

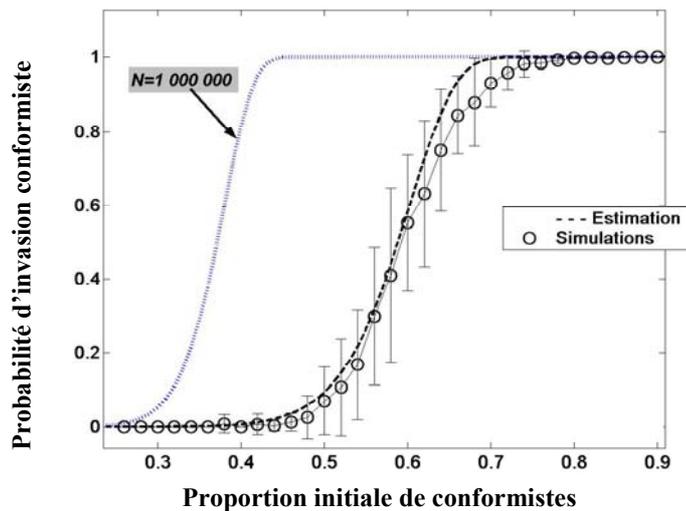


Figure 49 : Probabilité d'invasion conformiste en fonction de la proportion initiale  $p_c$  de conformistes uniformément répartis dans une population *maxi*. Les deux courbes superposées comparent les données issues de simulations (cercles) et la courbe théorique (pointillés) pour une population de 400 agents. La courbe pointillée à gauche montre la transition théorique pour une population de taille  $N=1\ 000\ 000$  d'agents. Nous voyons qu'alors, la transition est encore plus brutale entre une zone de paramètres pour laquelle l'équilibre final est toujours totalement *maxi* ( $p_c < 0.3$ ) et celle où l'équilibre final est toujours totalement *conformiste* ( $p_c > 0.4$ ). Lorsque  $N$  tend vers l'infini, cette transition s'apparente à une transition de phase.

### III.2.C.ii) Pourquoi l'erreur sur les méta-règles favorise-t-elle les comportements *maximisateurs* ?

Après avoir étudié l'influence d'un bruit sur les actions, nous allons de la même manière étudier l'influence d'un bruit sur les méta-règles en supposant que le bruit sur les actions est nul et que l'équilibre général est défecteur. Nous allons voir que dans ce cas, le bruit sur les méta-règles profite aux comportements *maxi*, alors que nous avons vu que le bruit sur les actions favorise les comportements conformistes. Plus précisément, nous pouvons montrer la proposition suivante (preuve en annexes) :

**Proposition :**

*Dans un dilemme du prisonnier métamimétique spatial composé d'agents myopes maxi ou conformistes, avec un niveau de bruit  $\varepsilon_r$  sur les méta-règles, la distribution limite sur les états du système est caractérisée par une proportion  $(1-\varepsilon_r/2)$  d'agents maxi et une proportion  $\varepsilon_r/2$  de conformistes. De plus, durant le régime transitoire, il existe un temps  $T_c$  tel que pour  $t < T_c$  la vitesse de disparition des îlots conformistes est égale à  $\varepsilon_r/2$  le processus s'accélérate pour  $t > T_c$ .*

Au cours de la démonstration de cette proposition, nous proposons une équation approchée de l'évolution de la proportion d'agents *maxi* à partir d'une population entièrement conformiste. La Figure 50 montre la différence entre un comportement réel d'un tel système soumis à un niveau de bruit de 2% sur les actions et l'approximation que nous en avons faite. La vitesse de disparition des conformistes est, dans un premier temps, égale à  $\varepsilon_r$  et s'accélère au-delà d'un temps critique  $T_c$ .

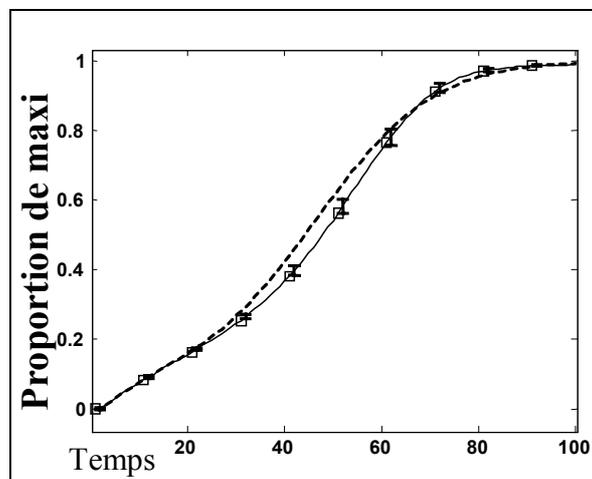
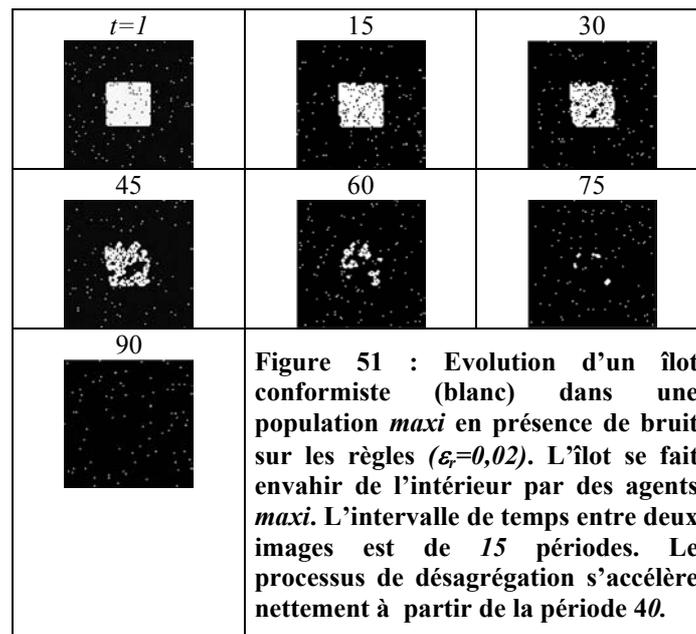


Figure 50 : Adoption de la règle *maxi* dans une population de conformistes défecteurs soumise à un niveau de bruit  $\varepsilon_r=0.02$  sur les règles. Courbe issue d'une statistique sur 30 simulations en trait plein, et courbe théorique en pointillés (cf preuve de la proposition). Les deux courbes tendent vers  $1-\varepsilon_r/2$  et montrent un changement de pente vers  $T_c=40$  au moment où le phénomène d'adoption en cascade percole.

Le bruit sur les règles favorise donc les comportements maximisateurs, l'équilibre final d'un dilemme du prisonnier métamimétique perturbé au niveau des règles étant une population quasi homogène d'agents *maxi*. De plus, contrairement à ce que nous avons vu dans le cas d'un bruit sur les actions, la disparition des groupes conformistes se fait ici sur toute leur surface et non pas seulement à la frontière (Figure 51, cf. annexe web pour l'animation).



### III.2.C.a.iii) Diagramme de phases

Nous pouvons maintenant décrire qualitativement le comportement d'un système métamimétique bruité composé d'agents défecteurs *maxi* et conformistes, lorsque le niveau de bruit sur les actions est  $\varepsilon_a$  et le niveau du bruit sur les règles est  $\varepsilon_r$ . Ici, la perturbation est caractérisée par deux paramètres, nous aurons donc des SSS différents pour des rapports  $\varepsilon_a/\varepsilon_r$  différents. Par ailleurs, comme nous nous intéressons à des niveaux de bruit non négligeables, la distribution  $\mu_\varepsilon$  ne sera pas nécessairement proche de la distribution  $\mu_0$  correspondante. Nous pouvons néanmoins donner une description qualitative de la distribution  $\mu_\varepsilon$  en fonction de  $\varepsilon_a$  et  $\varepsilon_r$ . Pour cela, il nous faut préciser le comportement d'un agent *D-maxi* isolé dans un voisinage de *D-conformistes*.

**Lemme :** La probabilité  $f(\varepsilon_a)$  pour qu'un agent  $A$   $D$ -maxi isolé dans un groupe  $D$ -conformiste soit insatisfait lorsque le niveau de bruit sur les actions est égal à  $\varepsilon_a$  est au premier ordre<sup>69</sup> égal à  $f(\varepsilon_a) = 17/2 \cdot \varepsilon_a + o(\varepsilon_a)$ .

**Preuve :**

L'erreur étant définie comme un choix au hasard, les agents ont une probabilité de  $\varepsilon_a/2$  de devenir coopérateur. Le terme de premier ordre dans  $f$  correspond à deux types de situation possibles :

- soit  $A$  est insatisfait suite à une erreur commise par l'un de ses 16 seconds voisins ce qui arrive avec une probabilité  $(1-\varepsilon_a/2)^9 \cdot (1-(1-\varepsilon_a/2)^{16})$ , le coefficient d'ordre 1 dans ce terme est  $16/2$ ,
- soit  $A$  commet lui-même une erreur et de ce fait se retrouve perdant dans toutes ses interactions, ce qui arrive avec une probabilité  $\varepsilon_a/2 \cdot (1-\varepsilon_a/2)^{24}$ , le coefficient d'ordre 1 dans ce terme étant  $1/2$ ,

Nous avons donc bien  $f(\varepsilon_a) = 17/2 \cdot \varepsilon_a + o(\varepsilon_a)$ .

■

Imaginons donc ce qui se passe lorsqu'il y a à la fois un bruit sur les actions ( $\varepsilon_a$ ) et sur les règles ( $\varepsilon_r$ ). Les agents *maxi* sont d'autant plus susceptibles de changer de métarègle qu'ils sont isolés. Par ailleurs un agent conformiste est susceptible de changer de règle avec une probabilité au moins égale à  $\varepsilon_r$  puisqu'il peut également changer de règle par conformisme. Deux cas de figure sont possibles :

- soit le taux d'apparition des agents *maxi* dans un groupe conformiste ( $\varepsilon_r$ ) est inférieur à leur taux de disparition qui est une fonction de  $\varepsilon_a$ , ce qui se traduira pour  $\varepsilon \ll 1$  par la condition  $\varepsilon_a < 2/17\varepsilon_r$ . Les agents *maxi* s'évaporeront alors à mesure qu'ils apparaîtront tout en pouvant localement, avec une faible probabilité former des clusters,
- soit le taux d'apparition des agents *maxi* est supérieur à leur taux de disparition et ils s'accumuleront dans les groupes conformistes jusqu'à provoquer des conversions en cascade qui finiront par faire disparaître les agents conformistes.

---

<sup>69</sup> Le développement à l'ordre 2, qui nécessite plus de calculs, est égal à  $f(\varepsilon) = 17/2 \cdot \varepsilon - 194\varepsilon^2 + o(\varepsilon^2)$ .

Nous devrions donc assister à un basculement du système entre une distribution limite concentrée sur des états globalement conformistes et une distribution limite concentrée sur des états globalement *maxi* au passage de la courbe  $\varepsilon_r=f(\varepsilon)$ . Aux alentours de cette courbe, nous aurons des états limites globalement hétérogènes avec des clusters de *maxi* se formant aléatoirement au sein des groupes conformistes puis s'évaporant ou se déplaçant. Le développement limité de la fonction  $f$  comportant de très grands coefficients, il est difficile d'avoir une bonne approximation de cette courbe pour des niveaux de bruit non négligeables devant  $I$  car cela nécessite un calcul ardu pour déterminer les coefficients d'ordres supérieurs à 3. Nous pouvons cependant confirmer notre intuition par une étude computationnelle présentée sur la Figure 46. Des exemples de chacun des régimes pourront être trouvés en animation dans les annexes web.

La chose importante à retenir de cette étude est que lorsqu'il y a une structure sur le bruit, celle-ci influence la sélection du SSS. La structure du bruit peut alors devenir un paramètre de contrôle de la dynamique. Dans le cadre d'une étude plus poussée de ces systèmes, il faudra distinguer une composante endogène du bruit, due à la composante aléatoire du compromis exploration/exploitation des agents, d'une composante exogène purement environnementale. C'est l'équilibre entre ces deux composantes qui déterminera la structure du SSS.

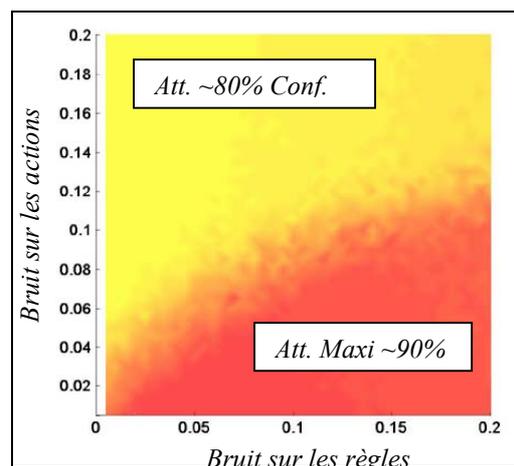


Figure 52 : Dépendance en fonction du bruit sur les règles et du bruit sur les actions de la proportion moyenne de conformiste sur le long terme dans un dilemme du prisonnier métamimétique bruité. La zone jaune/gris clair correspond à des distributions globalement conformiste, la zone rouge/gris foncé correspond à des distributions globalement *maxi*.

Ce graphique a été obtenu à partir de statistiques effectuées à la période 350 sur l'état d'un système de 1600 agents. L'état initial est un cluster de conformistes défecteurs représentant 30 % de la population dans une population d'agents *maxi* défecteurs. Les paramètres de la matrice du dilemme du prisonnier sont :  $T=1$ ,  $R=3$ ,  $P=1$  et  $S=0$ .

### **III.2.C.a.iv) Que se passe-t-il à la frontière d'un groupe coopérateur ?**

Le cas d'un groupe conformiste coopérateur entouré de *maxi* défecteurs se traite de façon similaire. Sans entrer dans les détails, remarquons que suivant les valeurs de  $p$ , certains bords de frontière entre une région *maxi* et une région conformiste seront instables en dehors de toute perturbation, les agents *maxi* pouvant être insatisfaits à la suite d'une comparaison avec leurs voisins conformistes. Comme au III.2.B.a.iii, des agents *maxi* adopteront la règle conformiste et il se formera une région de conformistes défecteurs d'une largeur d'au moins deux agents entre le groupe conformiste coopérateur et le groupe *maxi* défecteur. Ceci nous ramènera au cas de l'évolution des frontières dans une région de défecteurs. En ce qui concerne les frontières stables en dehors de toutes perturbations, le bruit les amènera à bouger d'une manière légèrement différente, puisque c'est l'erreur des conformistes situés sur le bord de la frontière qui favorisera la croissance des groupes conformistes (le conformiste défecteur étant généralement plus enclavé dans le groupe coopérateur gagnera plus que tous ses voisins *maxi*). En revanche, la situation change radicalement à l'intérieur d'un groupe conformiste coopérateur puisqu'un agent conformiste qui deviendrait par erreur *maxi* défecteur serait extrêmement stable. Sans entrer dans une étude détaillée, nous dirons que les groupes de conformistes coopérateurs seront des hôtes privilégiés pour des *D-maxi* isolés. Ceux-ci seront plus stables que dans les groupes de conformistes défecteurs car leur insatisfaction dépendra d'un changement de comportement chez leurs 8 voisins et non chez leurs 16 seconds voisins. En revanche, dès que ceux-ci formeront des clusters, ils s'évaporeront avec une vitesse proportionnelle au produit de leur frontière par le bruit sur les actions. Une relation du même type que la précédente pourra être trouvée entre influence du bruit sur les actions et influence du bruit sur les règles.

Ceci étant, dans le cas général d'un jeu métamimétique bruité entre agents *maxi* et agents conformistes, on peut s'attendre à ce que le comportement du système soit assez bien décrit par la Figure 52.

### III.2.C.b L'incertitude dans une société *maxi-mini*

Sans nous attarder sur ce point, nous allons brièvement évoquer le comportement d'une société *maxi-mini* soumise au bruit. Étant donné que nous avons des agents aux intérêts complémentaires, nous pouvons nous attendre à ce qu'en présence de bruit, les états les plus représentés soient composés pour moitié d'agents *mini* et pour moitié d'agents *maxi*. En effet, un agent *mini* coopérateur entouré d'agents *maxi* défecteurs aura une insatisfaction nulle, de même qu'un agent *maxi* défecteurs entouré de *mini* coopérateurs. Étant donné la structure du dilemme du prisonnier, l'insatisfaction des *maxi* coopérateurs sera toujours strictement plus grande que l'insatisfaction des *maxi* défecteurs, de même que l'insatisfaction des *mini* défecteurs sera strictement plus grande que l'insatisfaction des *mini* coopérateurs. Nous pourrions ainsi démontrer que la proportion de *maxi* coopérateurs et des *mini* défecteurs tend vers zéro avec le temps (en fait, ils disparaissent en quelques périodes).

Une société *maxi-mini* sera alors partagée entre des *maxi* défecteurs et des *mini* coopérateurs. Celle-ci, sous l'effet des perturbations, atteindra un état avec 50% d'agents de chaque type, ce qui est effectivement observé lors de simulations. De plus, si nous approchons les variations des insatisfactions des agents *mini* et *maxi* par l'indice<sup>70</sup>  $i_{DC}(\gamma)$  proposé au III.2.B.b.ii, nous voyons que celles-ci seront maximales lorsque la population atteindra un niveau de 50% de coopération. Ainsi, bien que pour les états les plus fréquents, les proportions moyennes de coopérateurs et d'agents *mini* seront stables autour de 50 %, au niveau individuel, les agents changeront fréquemment de règle ou de comportement. Nous pouvons conjecturer que le SSS de ce système est l'ensemble des états qui minimisent le potentiel :

$$H(s) = \sum_{i=1..N} \sum_{j \in V_i} (s_i = s_j) ; s_k \in \{(D, maxi), (C, mini)\}$$

*Somme sur l'ensemble des agents, du nombre de voisins qui ont la même stratégie que l'agent considéré, sachant que ces stratégies peuvent être (D,maxi) ou (C,mini)}*

<sup>70</sup> Celui-ci mesure la probabilité pour que, dans un état désordonné de niveau de coopération  $\gamma$ , un agent défecteur gagne moins qu'un agent coopérateur (cf. III.2.B.b.ii).

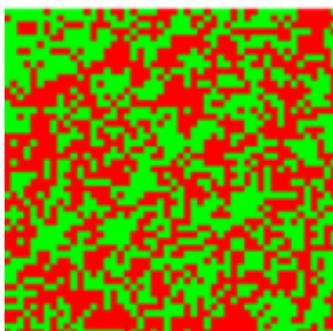


Figure 53 : Exemple de structures apparaissant au niveau des règles et les comportements dans une population d'agents *maxi* et *mini* jouant à un dilemme du prisonnier avec un bruit sur les règles et sur les actions de 5 %. Remarquons que le niveau des comportements est beaucoup moins structuré que dans une population de conformistes.

### III.2.C.c L'effet des perturbations sur les systèmes métamimétiques

Nous sommes maintenant en mesure d'aborder les questions posées dans l'introduction à cette section. Une étude exactement symétrique à celle que nous avons faite, concernant la cohabitation entre agents conformistes et agents *mini*, montrerait les mêmes dépendances par rapport au bruit sur les actions et sur les règles, à la différence près que la distribution limite serait concentrée sur des états globalement coopérateurs.

*Ceci étant, nous pouvons retenir des études précédentes les choses suivantes :*

- *les perturbations au niveau des différentes variables définissant un système métamimétique réduisent le nombre d'états dont le poids dans la distribution limite est significatif. Seuls certains attracteurs métamimétiques de la dynamique non perturbée sont représentés de manière significative. Cette sélection dépend de la forme de la perturbation. Dans l'exemple proposé ici, elle est paramétrée par le niveau de bruit  $\varepsilon_r$  sur les règles et le niveau de bruit  $\varepsilon_a$  sur les actions,*
- *les états apparaissant le plus fréquemment sont structurés au sens où ils possèdent des distributions spatiales caractéristiques, très différentes de la distribution aléatoire uniforme sur les différents traits. Ils ont en commun d'avoir des distributions sur les traits relativement similaires,*
- *lorsque ces états limites sont hétérogènes, les structures émergentes reflètent les contraintes locales imposées par l'auto-cohérence des règles (nous avons vu par exemple que dans un attracteur hétérogène maxi/conformiste de la dynamique non perturbée, les règles conformistes forment des clusters).*

### III.2.C.c.i) Etre sans mémoire en environnement bruité

Regardons donc maintenant ce qui se passe dans un jeu métamimétique impliquant les quatre règles que nous avons décrites : *maxi*, *mini*, *conformiste*, et *anticonformiste*. La question que nous nous posons maintenant est : le type d'organisation observé dans le jeu sans bruit résiste-t-il à la présence de perturbations ? D'après ce que nous avons vu, nous devons nous attendre à ce que les types d'insatisfaction se divisent en trois sous-groupes : les agents anticonformistes qui ne peuvent, pour des raisons topologiques, dépasser en proportion un certain seuil, les populations d'agents *maxi* et *mini*, qui se renforcent l'une l'autre, et la population conformiste.

L'étude analytique de ce jeu métamimétique est très difficile et nous ne la ferons pas ici. Nous espérons avoir pu donner dans les exemples précédents quelques pistes ainsi que le cadre théorique qui permettront de mener à bien cette étude lors de futurs travaux. Qualitativement, les résultats que nous avons obtenus nous permettent de prédire que l'erreur sur les actions sera toujours défavorable aux règles *maxi* et *mini*, et que celles-ci seront moins stables de manière générale que pour un système avec seulement une paire de règles, étant donné qu'une hétérogénéité sur les actions, favorisée par la co-présence de *maxi* et de *mini*, d'une part rend inévitable l'amplification du bruit sur les actions par le bruit sur les règles, d'autre part augmente la probabilité pour qu'un agent coopérateur gagne plus qu'un agent défecteur.

Pour avoir une idée du comportement de ce système, nous avons effectué des simulations pour un dilemme du prisonnier défini par :  $T=1$ ,  $R=3$ ,  $P=1$  et  $S=0$ , un niveau de bruit sur les règles variant entre 0,5% et 20 %, un niveau de bruit sur les actions variant entre 0,5% et 10 %, un *taux de coopération initial nul* et une distribution initiale uniforme sur les règles (voir la Figure 54 pour un exemple de structures émergentes, les détails de ces simulations pourront être trouvés en annexes web).

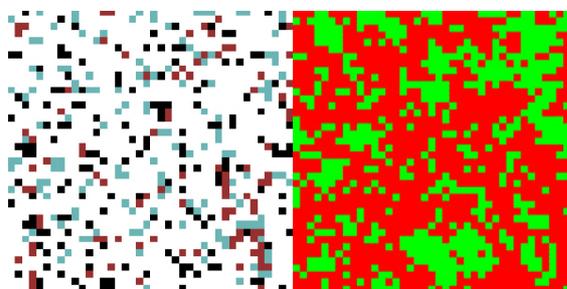


Figure 54 : Exemple de structures apparaissant dans un dilemme du prisonnier métamimétique bruité (5% de bruit sur les actions et 5% de bruit sur les règles). La règle conformiste est largement prédominante. Bien que les règles *maxi* et *mini* puissent former ça et là des clusters, leurs proportions restent non significatives étant donné le niveau de bruit sur les règles. Etat initial : distribution aléatoire uniforme sur les règles, taux de coopération nul.

Sur toute la zone des paramètres étudiée, les taux de coopération moyens sont d'environ 45%, les comportements étant structurés en clusters.

En ce qui concerne les règles d'imitation, l'évolution au cours du régime transitoire est particulièrement instructive (cf. annexes web pour l'animation). Comme pour le jeu entre la règle *maxi* et la règle conformiste (cf. III.2.C.a), nous assistons dans une première phase à une diminution très significative du nombre de conformistes. Parallèlement, nous assistons à une structuration des règles *maxi/mini* en de larges clusters hétérogènes ressemblant à ce que nous avons vu dans les jeux entre agents *maxi* et *mini* (Figure 53). Dans un deuxième temps, la règle conformiste reprend peu à peu du terrain et les clusters *maxi/mini* s'évaporent jusqu'à disparaître ou se stabiliser autour d'une taille caractéristique. Des mécanismes similaires à ceux que nous avons étudiés au III.2.C.a sont à l'œuvre à la frontière entre les régions conformistes et les régions *maxi/mini*.

Dans toute la zone de paramètres étudiée, la règle conformiste est prédominante (Figure 55) et le taux de coopération se situe entre 40 et 50%. Bien que les règles *maxi* et *mini* puissent former çà et là des clusters, leurs proportions restent relativement basses, et sont la plupart du temps non significatives étant donné le niveau de bruit. Leur insatisfaction est donc plus élevée relativement à celle de la règle conformiste, si on la compare au cas où il n'y a qu'une des deux règles en présence, *maxi* ou *mini*. La prédominance des conformistes est compréhensible dans la mesure où la règle conformiste est moins sensible au bruit que les règles *maxi* et *mini*, sa fonction de valuation étant une moyenne sur un voisinage, alors que les règles *maxi* et *mini* s'attachent à des gains individuels qui subissent de fortes variations en cas d'erreur sur les actions. Ces erreurs sur les actions ont d'autant plus de conséquences que le taux de coopération est proche de 50 % (voir l'étude sur l'indice  $i_{DC}$  au III.2.B.b.ii). Or ce taux de coopération élevé est précisément dû à la présence de populations *maxi/mini* au sein desquelles le taux de coopération moyen est de 50%, celles-ci ayant influencé les populations conformistes, dont le comportement dans l'état initial était uniformément défectueux. En quelque sorte, le couple de règles *maxi/mini* est victime de sa complémentarité : l'une n'apparaît pas sans l'autre, augmentant ainsi leurs insatisfactions respectives par l'effet de l'hétérogénéité des comportements qu'elles engendrent, qui les rend plus à même d'imiter une règle tierce.

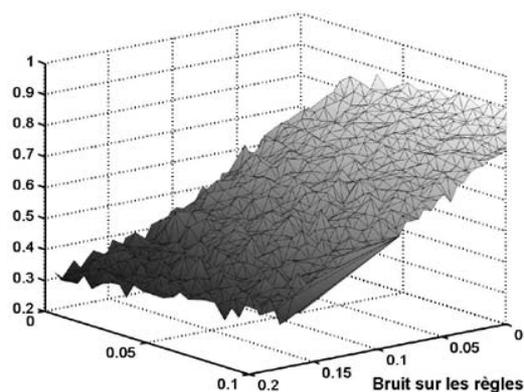


Figure 55 : Dépendance de la proportion moyenne de conformistes (les statistiques sont effectuées sur une fenêtre temporelle inversement proportionnelle au niveau du bruit le plus fort) en fonction de la structure des perturbations (niveau de bruit sur les règles entre 0,5% et 20 % et du niveau de bruit sur les actions entre 0,5% et 10 %). Les conformistes sont largement prédominants dans les régions où le bruit sur les règles est modéré, et restent dans tous les cas le type d'agent majoritaire dans la population.

### III.2.C.c.ii) La mémoire retrouvée

La prédominance de la règle conformiste en situation de jeu bruité n'est pas surprenante. Lorsque l'on veut calculer avec fiabilité une espérance de gains, il est bien connu qu'il vaut mieux avoir de la mémoire. Or les agents *maxi* et *mini* tels qu'ils ont été définis ne s'intéressent qu'aux gains instantanés. Le moindre changement de configuration dans leur voisinage est donc susceptible de les rendre insatisfaits, ce qui explique leur vulnérabilité au bruit. Les comportements *maxi* et *mini* ne seraient-ils pas plus stables si les agents avaient des capacités cognitives plus étendues ?

Pour vérifier l'idée que l'insuccès des agents *maxi* et *mini* dans l'étude précédente est bien lié au manque de mémoire des agents, nous avons réalisé une étude en définissant les règles *maxi* et *mini* de façon légèrement différente. Nous avons considéré des agents capables de calculer une moyenne actualisée des gains. Ainsi, si  $g_i(t)$  est le gain de l'agent  $i$  au temps  $t$ , et  $\beta > 0$  un nombre réel, nous avons considéré des agents capables de calculer la valeur

actualisée des gains :  $G(t) = \sum_{n \leq t} \beta^{t-n} g_i(n)$  pour chacun de leurs voisins, et d'indexer leurs

comportements sur la maximisation ou la minimisation de cette valeur<sup>71</sup> (remarquons que ce calcul nécessite très peu de mémoire supplémentaire puisqu'il peut se faire de manière

<sup>71</sup> Puisque ici toute l'histoire compte, nous sortons du cadre des chaînes de Markov, pour des raisons purement techniques, notre plate-forme multi-agent ne pouvant pas pour le moments prendre en compte la mémoire. Cependant, ce système devrait avoir un comportement très proche du cas où cette somme est effectuée sur ensemble de pas de temps fini, grand relativement à la constante de temps définie pas le taux d'actualisation.

incrémentale). Le but étant ici de regarder spécifiquement l'effet de la mémoire, nous avons fixé  $\beta=0.05$  pour tous les agents *maxi* ou *mini*. Nous montrerons au chapitre 3, que cette valeur peut s'endogénéiser très naturellement. Ceci étant, nous pouvons nous attendre à ce que les nouvelles règles *maxi* et *mini* ainsi définies soient plus robustes aux perturbations, mais que leurs proportions, lorsqu'elles sont significatives, continuent à varier en fonction du bruit sur les actions et du bruit sur les règles d'une manière analogue à celle que nous avons évoquée précédemment. C'est effectivement ce que nous constatons (cf. annexes web). De plus, comme le montre la Figure 56, nous retrouvons les structures caractéristiques que nous avons décrites au III.2.A.

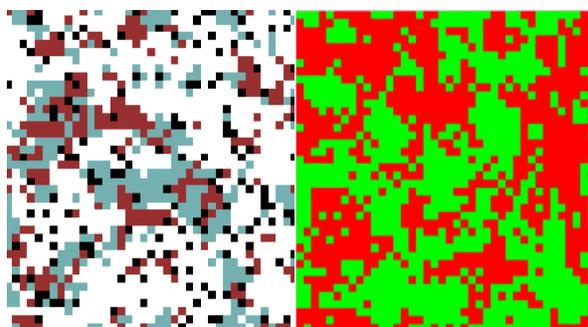


Figure 56 : Etat d'un jeu métamimétique bruité avec mémoire autour d'un attracteur (bruit de 5% sur les règles, 5% sur les actions,  $\beta=0.05$ ). On peut observer les mêmes structures caractéristiques que dans le jeu non bruité (cf. III.2.B.b.i). Les configurations spatiales ne cessent de changer tout en gardant des formes caractéristiques, les proportions moyennes restant dans une gamme étroite de valeurs possibles. Les *conformistes* sont localement présents en majorité (en blanc), les *anticonformistes* le sont localement en minorité (en noir) ; *maxi* (en bordeaux/gris foncé) et *mini* (en bleu/gris clair) s'enchevêtrent de manière à satisfaire leurs intérêts complémentaires. Etat initial : distribution aléatoire uniforme sur les règles, taux de coopération nul.

### III.2.C.c.iii) Une distribution endogène des règles d'imitation

Intéressons-nous maintenant à l'une des questions les plus importantes : à quelle vitesse le système converge-t-il vers la distribution  $\mu_\varepsilon$ ? Et quelle est la dispersion de cette distribution? D'après ce que nous avons vu à la fin du chapitre 1, dans la perspective de l'auto-organisation, ceci est fondamental car la réponse nous dira si les systèmes métamimétiques peuvent se rétablir facilement après grandes perturbations ; dans la perspective de la modélisation des systèmes sociaux, il est essentiel d'avoir une idée de la relation entre la précision des mesures sur la condition initiale du système et les comportements qualitatifs du modèle à moyen terme ; dans la perspective de l'émergence de la coopération, la réponse nous dira si les attracteurs que nous avons rencontrés sont

représentatifs de la distribution  $\mu_\varepsilon$  et si  $\mu_\varepsilon$  est réellement concentrée autour d'attracteurs. Nous n'apporterons ici que des éléments de réponse, à travers des études computationnelles. Ceci nous permettra néanmoins d'entrevoir les propriétés remarquables des systèmes métamimétiques.

La Figure 57 :donne la proportion moyenne des différentes règles dans la distribution  $\mu_\varepsilon$  après 100 pas de temps lorsque les conditions initiales sont des distributions homogènes sur les règles. Les proportions moyennes dans  $\mu_\varepsilon$  sont quasiment identiques quelle que soit la condition initiale et la distribution sur les règles est très concentrée (ou plus précisément, la distribution sur les distributions de règles au sein de la population au cours du temps possède une variance très faible). La Figure 58 nous donne les distributions empiriques des différentes proportions de règles calculées sur une fenêtre temporelle de 700 périodes. Il y a donc d'une part, convergence très rapide vers  $\mu_\varepsilon$  (en moins de 100 périodes), et d'autre part, forte concentration de  $\mu_\varepsilon$  autour d'un petit nombre d'états caractérisés par les distributions présentées sur la Figure 57. Un résultat équivalent est obtenu si on considère des agents avec mémoire (Figure 59 et Figure 60), mais le temps d'atteinte de la distribution stationnaire est plus long. Par ailleurs, dans les deux cas, les structures spatiales observées sont similaires à celles que nous avons mises en évidence concernant la dynamique non perturbée. Si cette propriété est confirmée par une étude analytique, nous pourrions dire que le bruit opère une sélection extrêmement forte sur les systèmes métamimétiques au sens où, même pour des niveaux de bruit élevés, l'ensemble des états du système qui apparaissent avec une probabilité significative est très restreint. Une population jouant à un jeu métamimétique sous l'effet de perturbations extérieures (erreurs de perception, erreurs de mémorisation, erreurs d'implémentation) pourra alors s'interpréter comme un système opérationnellement clos dont couplage avec des perturbations extérieures révélera une composante particulière de sa structure interne. *Les structures émergentes dans un tel système sont alors l'expression de la diffusion du bruit ( $P^\varepsilon$ ) à travers une structure préexistante ( $P^0$ ). Elles sont la projection au niveau collectif des contraintes mutuelles que s'imposent les règles que les agents sont capables d'imaginer.*

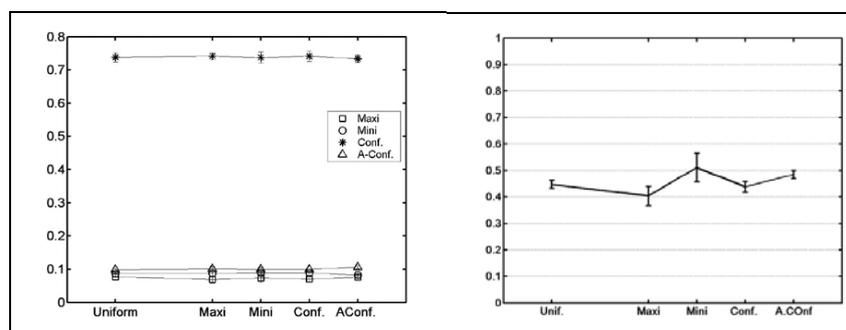


Figure 57 : Dépendance de la distribution limite de la dynamique métamimétique par rapport à la distribution initiale sur les règles en présence de bruit (5% sur les règles et 5% sur les actions), pour une population d'agents sans mémoire. A gauche : distribution sur les règles après 100 périodes en fonction de la distribution initiale (aléatoire uniforme, et états homogènes correspondant aux quatre règles). Les systèmes sont massivement conformistes et il n'y a pas de dépendance de la distribution finale des règles par rapport à la distribution initiale. A droite : taux moyen de coopération. Celui-ci n'a pas encore atteint sa distribution limite. Chaque point est une statistique sur 10 simulations indépendantes mettant en jeu 1600 agents. Pour chaque simulation, la valeur considérée est une moyenne sur les 20 dernières périodes.

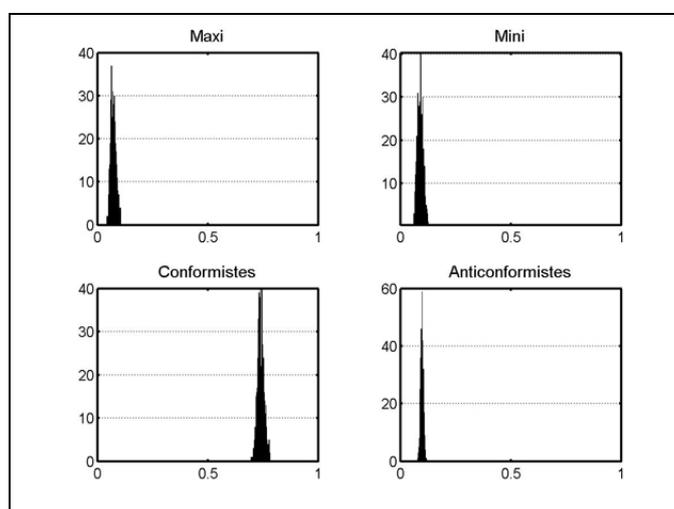


Figure 58 : Distributions empiriques des proportions des différentes règles calculées sur une fenêtre temporelle de 700 périodes, la dynamique ayant atteint sa distribution limite. On remarquera la faible variance de cette distribution. Les paramètres sont les mêmes que pour la Figure 57.

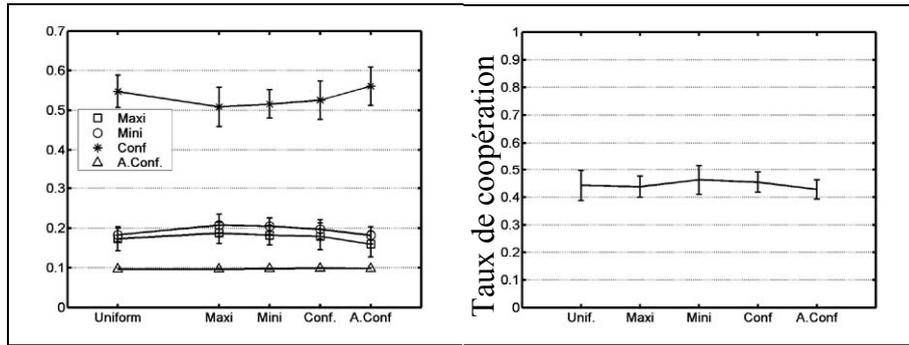


Figure 59 : Dépendance de la distribution limite de la dynamique métamimétique par rapport à la distribution initiale sur les règles en présence de bruit pour des agents avec mémoire ( $\beta=0.05$ , 5% de bruit sur les règles et 5% sur les actions). A gauche : distribution sur les règles après 2000 périodes en fonction de la distribution initiale (aléatoire uniforme, et états homogènes correspondant aux quatre règles). Les systèmes sont majoritairement conformistes avec une proportion très significative d'agents *mini* et *maxi* (~20%). Il y a très peu de dépendance par rapport à la distribution initiale. A droite : taux de coopération moyen après 2000 périodes. Chaque point est une statistique sur 10 simulations indépendantes mettant en jeu 1600 agents. Pour chaque simulation, la valeur considérée est une moyenne sur les 20 dernières périodes.

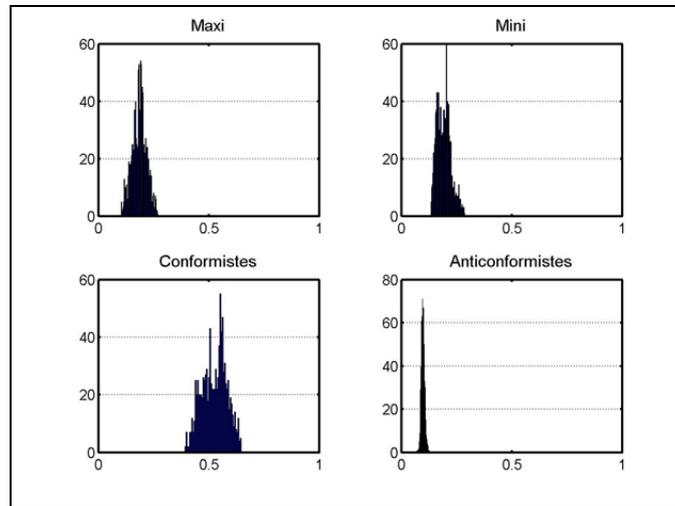


Figure 60 : Distributions empiriques des proportions des différentes règles calculées sur une fenêtre temporelle de 1000 périodes, la dynamique ayant atteint sa distribution limite. On remarquera la faible variance de cette distribution. Les paramètres sont les mêmes que pour la Figure 59 (agents avec mémoire).

Ainsi, dans un dilemme du prisonnier métamimétique, la distribution des règles d'imitation est endogène : une fois donnée la structure du bruit, la distribution sur les proportions des différentes règles est totalement déterminée. Cela n'élimine pas tous les paramètres, mais cela permet de faire l'économie du choix d'une distribution, ce qui est appréciable dans le cadre de jeux à populations hétérogènes. Il est néanmoins possible, comme nous allons le faire ci-dessous, de s'intéresser au régime transitoire à partir d'une condition initiale donnée. Dans ce cas-là, nous devons nous attendre à ce que des ensembles de conditions initiales proches rejoignent dans un premier temps un même attracteur métamimétique, comme c'était le cas pour l'étude de la dynamique non perturbée, puis qu'ils aient des trajectoires qualitativement similaires.

Concernant la modélisation des systèmes sociaux dans le cadre méta-mimétique, si cette approche s'avère pertinente, le travail du modélisateur ne sera plus de trouver un critère d'optimisation approprié reflétant ce que les agents se doivent d'optimiser ou la manière dont évoluent les type d'agents, mais de déterminer de façon stylisée un ensemble de capacités cognitives et de traits perçus qui permettront d'engendrer un espace de règles, ainsi que l'ordre de grandeur du bruit intervenant aux différents niveaux de traitement cognitif des agents. Cette direction de recherche sera certainement plus à même de proposer des modélisations-métaphores au sens du *I.3.A* que des modélisations prédictives. Si l'objet pertinent pour la compréhension de certains types de phénomènes sociaux est effectivement l'ensemble des règles que peuvent formuler les individus, cet ensemble est certainement bien trop complexe pour être modélisé, même approximativement. C'est donc sur le mode de la métaphore que nous allons aborder les phénomènes d'émergence de la coopération.

### ***III.2.C.c.iv) Emergence de la coopération par différenciation***

Dans le cadre d'une approche de la coopération, le formalisme métamimétique permet de voir la coopération humaine non comme le résultat d'un processus d'optimisation sous contraintes, qui est l'idée dominante en modélisation, mais comme un processus de différenciation par co-évolution. Ainsi, la question n'est pas de savoir comment des altruistes peuvent « survivre » dans un monde égoïste, avec tout le poids que la sociobiologie a pu ajouter au mot survivre, mais comment des objectifs hétérogènes peuvent se renforcer et s'entre-limiter dans leur identité propre pour aboutir collectivement aux structures observées. De ce point de vue, l'émergence de la coopération ne pose plus de problème puisque les

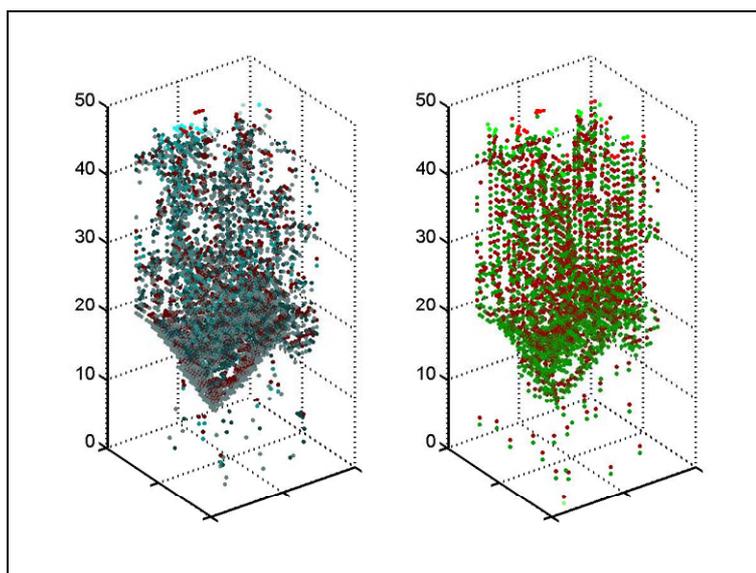
attracteurs métamimétiques sont généralement hétérogènes. La dynamique métamimétique, contrairement à ce que l'imitation laisserait penser de prime abord, impose une hétérogénéité de points de vue, et donc de comportements.

Un dernier exemple nous permettra d'illustrer ce point tout en faisant le lien avec la notion de clôture opérationnelle. Considérons une population de défecteurs maximisateurs, capables néanmoins de comprendre chacune des quatre règles que nous avons proposées. Si cette population est soumise à un certain niveau de bruit sur les règles et sur les actions, vont apparaître ici ou là des agents innovants ayant adopté l'une des trois autres règles, introduisant ainsi de *nouvelles* règles dans le système. La question est maintenant de savoir ce que la population, en tant que système, va faire de cette nouveauté. Si le système n'avait pas de dynamique interne, ces nouveaux types de comportements s'accumuleraient au sein de la population pour aboutir à un état désordonné de distribution homogène. Comme le montre la Figure 61, le comportement d'un système métamimétique est tout autre (voir également les annexes web pour l'animation).

Dans la configuration initiale du système (qui correspond à une dynamique initiale puisque, rappelons-le, les états du système contiennent la dynamique du système) les comportements mimétiques ne peuvent pas s'exprimer à cause de la trop grande homogénéité de la population. Il n'y a aucune petite différence de laquelle l'acte mimétique puisse s'emparer. Comme nous pouvons le constater, dans ce régime, les perturbations extérieures ou les comportements innovants ont très peu d'influence. Ils sont mis en évidence par des points isolés dans les parties inférieures des graphes. Dans cette configuration, la plupart des changements de comportement peuvent s'interpréter du point de vue de l'agent comme des erreurs : sur la figure, les couples de points superposés isolés signalent des agents qui après avoir tenté la coopération sont redevenus défecteurs. Dans une première phase d'évolution, le comportement du système est donc neutre par rapport aux nouveaux comportements (Figure 61).

Mais après une dizaine de périodes, la dynamique métamimétique s'accroche à une hétérogénéité et prend le dessus sur les perturbations, faisant apparaître un deuxième régime dynamique. Nous voyons très bien sur les deux figures qu'une perturbation initiale est amplifiée par la dynamique mimétique, générant ainsi un nombre extraordinaire de changements au sein de la population. Encore une dizaine de périodes et le système s'est réorganisé en profondeur, la dynamique a été transformée à l'échelle de toute la population et la dynamique interne du système a pris le dessus sur les perturbations, contrôlant ainsi les changements de proportions des différents traits modifiables. A ce stade, certaines règles qui

initialement étaient apparues comme des nouveautés ont été incorporées à la dynamique interne, redéfinissant ainsi la nature même du comportement du système. Cependant, toutes les innovations n'ont pas été intégrées de la même manière. En regardant le système après 50 périodes, on s'aperçoit que les comportements qui ont été adoptés sont essentiellement les comportements *mini*, et dans une moindre mesure les comportements anticonformistes.



**Figure 61 : Évolution différentielle d'un jeu métamimétique entre les règles *maxi*, *mini*, conformiste, anticonformiste dans un dilemme du prisonnier métamimétique décrit par un taux initial de coopération nul, une population initiale entièrement *maxi* et un bruit sur les actions et sur les règles de 0,5 %. La matrice du dilemme est quant à elle définie par  $T=5$ ,  $R=3$ ,  $P=1$  et  $S=0$ . L'axe vertical représente le temps et sur chaque plan horizontal sont notés les changements dans la population entre la période définie par l'axe Oz et la période précédente. Nous avons donc ici l'évolution différentielle d'un système métamimétique sur 50 périodes avec à gauche, les changements dans l'espace des règles et à droite, les changements dans l'espace des comportements.**

L'état initial étant homogène à tous les niveaux, la dynamique mimétique n'engendre aucune modification. Mais il suffit d'une petite hétérogénéité, provoquée par les perturbations extérieures, pour que la dynamique métamimétique s'enrange (après 10 périodes) réorganisant totalement le système en l'amenant vers l'état hétérogène.

Soulignons que la partie gauche de la figure représente les processus de réorganisation de la métarègle du système elle-même. Nous avons donc une image de la métadynamique (cf. annexes web pour l'animation et la comparaison avec la mise à jour asynchrone).

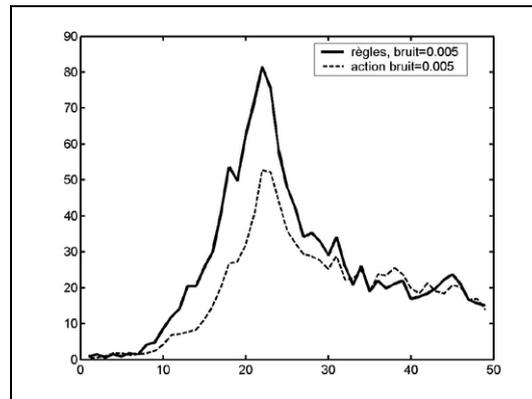
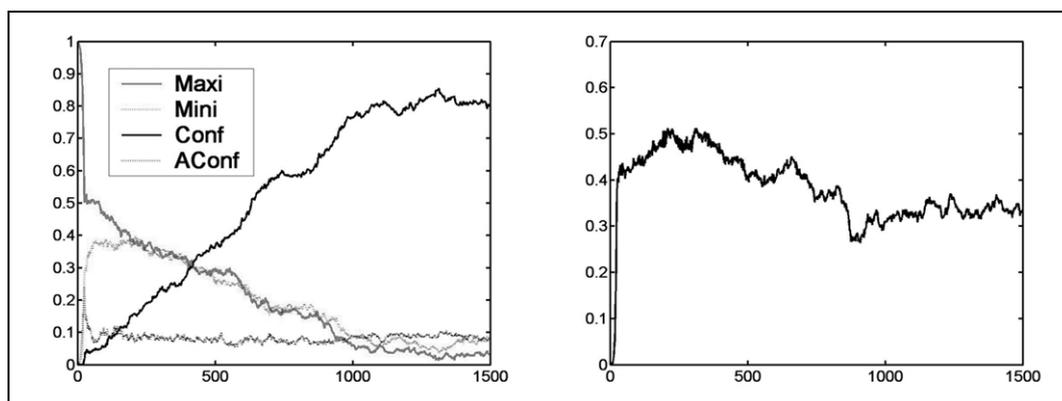


Figure 62 : Courbes des rapports du nombre de changements internes dus à la dynamique mimétique sur le nombre de changements dus aux perturbations pour ce qui concerne les règles (en plein), et pour ce qui concerne les actions (en pointillés). Nous pouvons distinguer les trois phases de la réorganisation : un régime neutre, un pic de réorganisation, et un régime caractéristique de la dynamique interne. Durant les premières périodes, ces rapports sont de l'ordre de 1, ils montent ensuite jusqu'à 80 pour ce qui est des règles, et 50 pour ce qui est des actions, lorsque le système se réorganise totalement, puis se stabilisent autour de 20 lorsque le système s'est réorganisé. Dans cet état, il y en a en moyenne 20 fois plus de changements du fait de la dynamique interne du système que du fait des perturbations extérieures.

Nous avons là un exemple de ce que nous pouvons appeler *l'émergence de la coopération au cours d'un processus de différenciation par co-évolution*. En effet, si l'on regarde l'état de la population après 50 périodes, nous pouvons constater que le taux de coopération a atteint 42 %, la population étant composée en grande majorité d'agent *maxi* (50%), d'agents *mini* (36%) et d'*anticonformistes* (11%). Mais ce processus ne peut pas s'interpréter comme des agents *mini* et *anticonformistes* qui auraient envahi une population d'agents *maxi*. Ce n'est pas une question de vie et de mort, de reproduction ou de succès. Ici, ce sont les mêmes agents qui ont adopté des buts différents après s'être trouvés insatisfaits.

D'après les études précédentes, nous pouvons nous attendre à ce qu'un second processus de différenciation intervienne, amenant la population vers un état dynamique globalement conformiste, de distribution stationnaire  $\mu_\varepsilon$ . Ceci se produit effectivement (Figure 63) mais sur des échelles de temps beaucoup plus longues que la première réorganisation. Le plus remarquable est cependant que l'apparition des conformistes est très largement favorisée par l'issue de la première réorganisation. En effet, dans l'état initial, il aurait été très peu probable qu'un groupe conformiste stable apparaisse étant donné la taille relativement importante du cluster conformiste stable de taille minimale (douze agents). En revanche, une fois la première réorganisation effectuée, de nombreux voisinages comportent

les trois types de règles, ce qui abaisse le seuil de la majorité à trois agents. Ceci étant, la probabilité de formation d'un cluster stable de conformistes est nettement plus élevée et les conformistes apparaissent très rapidement en proportions non négligeables.



**Figure 63 : Évolution des proportions des règles d'imitation (à gauche) et du taux moyen de coopération (à droite) dans un dilemme du prisonnier métamimétique avec un niveau de bruit de 0.5 % sur les règles et sur les actions, la population initiale étant composée exclusivement d'agents *maxi* défecteurs. Nous voyons clairement deux types de régimes transitoires, une transition vers un état méta-stable composé principalement d'agents *maxi* et d'agents *mini*. Cette phase peut durer un certain temps jusqu'à l'apparition d'un cluster conformiste stable qui déclenche une lente transition vers un bassin d'attraction où les populations sont à 80 % conformistes.**

Cette approche de la coopération est certes très éloignée d'une définition en termes de gains et de perte de fitness, et nous reconnaissons que cette manière de poser le problème sort complètement du cadre traditionnel. Elle n'est cependant pas si exotique si nous remarquons que les disciplines expérimentales soulignent de manière récurrente que les comportements altruistes dans la « vraie vie » sont toujours dus à une hétérogénéité des motivations (Fehr & Fischbacher 2003\* et aussi Ahn et al. 2001, Dal Forno et Merlone 2004\*, Henrich et al. 2001\*, Offerman et al. 2001\*, Sonnemans et al. 1999\*). La question de savoir ce qui se passe lorsque les gains dans le dilemme du prisonnier conditionnent dans une certaine mesure, la participation au jeu des agents (situation de contraintes économiques ou sélection naturelle par exemple) est cependant tout à fait légitime, nous l'évoquerons au III.4.B.

Cette approche de la coopération remplace d'une certaine manière les phénomènes de coopération dans le cadre plus général de la culture, que nous pouvons envisager comme le théâtre de phénomènes de différenciation à partir de l'ensemble des représentations que peuvent formuler les individus. Ces phénomènes dynamiques de différenciations successives sont l'essence même de la cognition sociale. Nous nous rapprochons ainsi fortement du point de vue de Dominique Lestel exprimé dans son ouvrage « *Les origines animales de la culture* » :

La question de la culture peut [...] être posée dans toute sa plénitude, comme celle de l'espace physique, social, individuel et comportemental par lequel l'organisme développe une expérimentation par rapport aux nécessités auxquelles il est soumis, et les fait jouer les unes contre les autres. La culture est l'individuation par le collectif. Elle est en d'autres termes l'optimisation de stratégies de différenciation.

### **III.2.C.c.v) La nouveauté et le bruit**

Commençons par rappeler la position de Francisco Varela (1981) qui devrait désormais avoir une résonance toute autre :

Tout comportement auto-organisé est engendré par la diversité de la cohérence interne d'un système opérationnellement clos.

Si nous abordons les systèmes métamimétiques sous cet angle, nous allons pouvoir reconsidérer le rôle des perturbations, déjà évoqué au III.1.B.f, en faisant une distinction entre bruit et nouveauté. L'exemple précédent en est l'illustration la plus simple.

La nouveauté est l'apparition de nouvelles règles inédites au sein d'un système. C'est un  $\delta f$  qui peut être *n'importe quoi* qui puisse être utilisé pour créer de nouvelles règles. Le système y est sensible de manière sélective en fonction de son état courant. Ainsi, dans l'état initial homogène de l'exemple précédent, le système incorpore très vite les règles *mini* et *anticonformiste* mais n'intègre pas immédiatement la règle *conformiste*, alors que dans l'état hétérogène, après la première réorganisation, le système est beaucoup plus susceptible d'intégrer la règle *conformiste*. Dans les deux cas, la nouveauté aboutit à une réorganisation totale du système à plus ou moins long terme en changeant sa *structure* interne. En reprenant les notations du III.1.C, la nouveauté se traduit par une modification de la matrice  $P^0$ , qui peut changer de dimension (par exemple devenir plus grande). Il y a dans ce cas *changement d'espace des phases* du système.

Le bruit est au contraire la modification des règles existantes en d'autres règles existantes. Il s'interprète comme le passage de  $P^0$  à  $P^e$ . Comme nous l'avons vu, celui-ci perturbe localement l'état du système mais ne change pas la structure globale (c'est ce qui se passe dans le régime limite du système). Au contraire, le bruit permet au système de se structurer autour d'un nombre restreint d'états possibles, vers lesquels il retourne même après une large perturbation, du moment que la description des éléments qui ont disparu est conservée. Le bruit permet alors au système d'exprimer la diversité de sa cohérence interne de manière plus déterminée que s'il avait simplement été initialisé au hasard dans un état quelconque.

Si nous revenons à la modélisation, et en particulier à la modélisation multi-agents, il n'y a pas d'espoir de faire réellement apparaître de la nouveauté étant donné que l'ensemble des états que le système artificiel pourra atteindre devra nécessairement pouvoir être décrit par le programme initial. Cependant, en identifiant l'espace des phases<sup>72</sup> du système aux règles qui ont déjà été actualisées, nous pourrions avoir une idée des types de transformations provoquées par la nouveauté. L'apparition des règles *mini*, *conformiste* et *anticonformiste* à partir d'un système entièrement *maxi* en est un exemple. Dans cette perspective, il sera judicieux d'envisager des modes d'apparition différents pour ce qui est considéré comme du bruit et pour ce qui est considéré comme de l'innovation.

Remarquons enfin que l'état d'un système à un moment donné contraint l'ensemble des innovations qui sont susceptibles d'y être adoptées à moyen terme. L'ensemble des règles existantes agit comme un filtre sur l'ensemble des règles potentielles. Par exemple, la règle conformiste a très peu de succès dans les toutes premières périodes du jeu lorsque la population est encore relativement homogène. Ce phénomène est par ailleurs très fréquent dans des situations réelles, et chacun pourra facilement en trouver des exemples, que ce soit le problème de l'adoption de nouvelles techniques agricoles contraires aux traditions en monde rural ou le problème de la contraception et de la prévention contre le sida dans les populations où la présence religieuse est forte et le niveau d'éducation faible.

---

<sup>72</sup> L'espace des phases d'un système est l'ensemble des états dans lesquels il peut se trouver. La dynamique est alors un chemin dans l'espace des phases et contraint l'ensemble des états vers lequel le système peut évoluer à partir d'un état initial.

## Résumé du chapitre III.2

Dans ce chapitre nous avons donné un premier exemple de jeu métamimétique en proposant une généralisation du dilemme du prisonnier spatial.

Nous avons alors étudié le comportement de populations jouant à un dilemme du prisonnier métamimétique non bruité, étant donné un espace de règles constitué de quatre règles métamimétiques simples : *maxi*, *mini*, *conformiste* et *anticonformiste*. Ceci nous a permis d'exhiber des exemples des deux dynamiques dont nous avons parlé dans l'introduction à cette partie, les agents pouvant être considérés comme des systèmes qui modifient eux-mêmes leur métarègle au cours de leurs interactions avec le monde extérieur (dynamique 1), la population d'agents pouvant être considérée comme un système clos qui évolue selon sa dynamique interne, et change cette dernière de manière interne au cours de son évolution (dynamique 2). Dans un deuxième temps, nous avons regardé quelles relations pouvait entretenir la dynamique collective avec des perturbations, en montrant sur quelques exemples comment un système métamimétique peut se structurer sous l'effet du bruit, ses caractéristiques globales étant alors l'expression de la diffusion du bruit à travers sa structure interne.

Cette étude nous a permis de proposer une approche de la coopération qui ne se poserait pas en termes « d'avantages » de tel ou tel comportement, mais qui apparaîtrait comme l'effet de l'hétérogénéité des buts des individus dans une population d'agents métamimétiques. Nous avons montré que cette hétérogénéité apparaît spontanément au cours de processus de réorganisation, qui peuvent opérer à partir d'états non structurés comportant l'ensemble des règles possibles, mais également à partir d'états initiaux homogènes dans la mesure où le système est soumis à de petites perturbations.

Dans ce dernier cas, nous avons parlé *d'émergence de la coopération au cours d'un processus de différenciation par co-évolution*. Ceci exprime le fait que dans un monde où des agents métamimétiques sont capables de formuler un certain ensemble de règles, les structures émergentes qui apparaissent au cours de l'évolution d'une population sont la projection au niveau collectif de la structure interne de cet espace de règles d'imitation, l'angle de cette projection pouvant être modulé par le bruit. Ces structures sont donc une propriété intrinsèque de l'espace des règles considéré et de la structure des perturbations, et sont indépendantes de l'état initial du système.