Paramétrisation du problème de calage d'historique

Dans ce chapitre, on introduit une nouvelle méthode de paramétrisation géostatistique ainsi qu'une façon efficace d'initialiser les paramètres définis. La méthode proposée est fondée sur les principes des méthodes de déformation graduelle locale [92] et de déformation de domaines [37]. La déformation graduelle locale consiste à combiner plusieurs réalisations de modèle à l'intérieur de zones préalablement définies sur le réservoir tandis que la déformation de domaines revient à choisir une réalisation de modèle à l'intérieur de ces zones, une autre à l'extérieur et à modifier la réalisation de modèle en faisant varier la forme des zones. Notre méthode combine les avantages des deux méthodes en permettant de modifier la forme des zones dans lesquelles la déformation graduelle locale est effectuée. Le fait de pouvoir faire varier la forme des zones supprime l'un des facteurs limitant principaux de la méthode de déformation graduelle locale : la réalisation de modèle obtenue en fin d'optimisation avec notre méthode n'est plus que marginalement dépendante de la forme des zones initialement définies. De plus, la flexibilité apportée par notre méthode dans le choix des zones nous a permis de développer une méthodologie d'initialisation de type "patchwork" qui nous permet de garantir le choix d'un bon point initial.

On présente en section 1.1 un état de l'art des méthodes de paramétrisation existantes ainsi qu'une description plus précise des méthodes de déformation graduelle et de déformation de domaines. La nouvelle méthode de paramétrisation est ensuite décrite en section 1.2 tandis que la méthodologie développée pour l'initialiser est présentée en section 1.3. Enfin, une première validation numérique des méthodes proposées sur un cas simple de réservoir est donnée en section 1.4.

1.1 État de l'art

1.1.1 Introduction

(i) Paramétrisation

Un réservoir pétrolier dans son ensemble comprend de nombreuses hétérogénéités dues à des phénomènes physiques ou géologiques variés et ce, à différentes échelles. Les phénomènes d'accrétion et de sédimentation peuvent être par exemple responsables de l'apparition de grosses structures géologiques à l'intérieur du réservoir comme des chenaux qui, à leur tour, contiennent des hétérogénéités à une échelle plus petite. Rendre compte précisément d'une telle complexité dans un modèle contenant des millions de mailles nécessite l'ajustement d'un très grand nombre de paramètres. Ceci est généralement infaisable dans la pratique du fait du faible nombre d'observations à disposition. Il est donc nécessaire de s'appuyer sur des techniques de paramétrisation permettant de réduire le nombre de paramètres tout en conservant l'intégrité du modèle. On peut distinguer trois grandes familles de paramétrisation :

- une famille contenant les méthodes apparentées à des techniques d'expansion
- une famille dont les méthodes sont fondées sur une représentation de la variabilité spatiale par blocs
- une famille basée sur des concepts géostatistiques.

La première famille d'approches comprend trois méthodes principales : la méthode d'expansion de Karhunen-Loève [45, 77, 93] ou analyse linéaire en composante principale [97, 59], la transformée en cosinus discrète [56] et la transformée en ondelette [94, 95]. Ces trois méthodes ont pour but de réduire le nombre de paramètres total en travaillant sur des espaces de dimension plus faible que celui du problème général.

La méthode de Karhunen-Loève consiste à identifier les valeurs propres de la matrice de covariance du modèle géostatistique et à négliger le sous-espace généré par les vecteurs propres associés aux plus faibles valeurs propres. Il est alors possible de travailler sur un espace de dimension plus faible tout en conservant la majeure partie de l'information sur les variabilités spatiales du réservoir.

Dans la méthode utilisant la transformée en cosinus discrète, les propriétés du réservoir sont modélisées à l'aide d'une transformée en cosinus discrète, c'est-à-dire comme une série de fonctions cosinus. Cette somme est ensuite ordonnée suivant les coefficients de la transformée et les termes correspondant à des valeurs trop faibles sont négligés. La dimension de l'espace sur lequel les calculs sont réalisés est donc réduite et le nombre de paramètres s'en trouve limité.

Enfin, la dernière méthode consiste à effectuer une transformée en ondelette des propriétés pétrophysiques du réservoir puis à sélectionner les termes souhaités en fonction de leur sensibilité aux données de production. Le modèle résultant est à nouveau de dimension réduite et permet donc de diminuer le nombre total de paramètres. Dans chacune de ces méthodes, on réduit la dimension de l'espace de travail en identifiant puis en négligeant un sous-espace moins influent. Il est donc possible de détériorer fortement les propriétés pétrophysiques du modèle de réservoir si on néglige une partie trop importante de l'espace.

La deuxième famille de méthodes consiste à regrouper les mailles de domaines en blocs et à faire varier les moyennes des propriétés pétrophysiques dans chaque bloc. La méthode de zonation [55, 104] a souvent été utilisée pour le calage d'historique. Dans cette méthode, les perméabilités et porosités des mailles sont considérées constantes dans chacun des blocs préalablement définis. Cette méthode permet bien une diminution du nombre total de paramètres mais ne rend pas correctement compte de la variabilité spatiale des propriétés du réservoir. La méthode de gradzone [10] est une amélioration de la méthode de zonation dans le sens où elle permet des modifications à l'intérieur des blocs pendant le processus de calage. Cependant, elle ne permet pas non plus de conserver les informations statiques de variabilité spatiale.

Les travaux réalisés au cours de la thèse portent principalement sur la dernière famille de méthodes dont l'avantage est de permettre la conservation de la structure et de la variabilité géologique du modèle. Quelques méthodes sont à citer dans cette famille : la méthode des points pilotes [67, 88], la méthode de déformation graduelle [53, 54, 92], la méthode de déformation de domaines (Ding et Roggero [37]) et la méthode de la perturbation des probabilités (Hoffman et Caers [52]). Le fait que ces méthodes soient fondées sur des propriétés géostatistiques fait qu'elles partagent plusieurs propriétés importantes. Elles modifient en effet toutes les propriétés de variabilité spatiale intactes. De plus, elles permettent aussi de réduire de façon importante le nombre

de paramètres à prendre en compte dans le calage d'historique. La méthode des points pilotes par exemple consiste à sélectionner quelques points dans le modèle de réservoir et à ajuster les propriétés pétrophysiques qui leur sont attribuées pour réduire la fonction objectif. Les valeurs en tous les autres points du réservoir sont alors modifiées afin de conserver les propriétés de variabilité spatiale du modèle. Les méthodes de déformation graduelle et de domaines reviennent quant à elles à considérer des combinaisons linéaires de plusieurs réalisations du modèle géostatistique et à définir en tant que paramètres les coefficients de ces combinaisons. Ce sont ces deux méthodes que l'on a tenté de généraliser, elles seront donc décrites plus en détail dans la section suivante.

(ii) Initialisation

Un autre aspect du problème de calage d'historique qui peut influencer fortement le résultat de l'optimisation est son initialisation. L'une des difficultés des méthodes de paramétrisation géostatistiques locales est la définition des zones dans lesquelles elles agissent : si ces zones d'influence ne sont pas choisies de façon pertinente, la diminution de la fonction objectif ne pourra être que très limitée. D'un autre côté, le choix du vecteur initial de paramètres, selon son éloignement par rapport au point initial, peut jouer énormément sur le nombre d'évaluations de la fonction objectif nécessaires pour arriver à convergence de l'algorithme d'optimisation utilisé. On a donc besoin d'une méthode efficace et pertinente pour initialiser le problème. On peut trouver dans la littérature une méthode dite de patchwork [90] consistant à diviser le modèle de réservoir en zones délimitées par des mailles puis à sélectionner pour chacune de ces zones une réalisation de modèle. Cette méthode peut donner de bons résultats sur la valeur de la fonction objectif mais n'offre aucune garantie : il est tout à fait possible d'obtenir un point initial moins bon avec cette méthode. Par conséquent, il est courant de débuter l'optimisation de calage d'historique avec la meilleur réalisation de modèle générée initialement [11, 18].

Dans ce chapitre, on s'intéresse plus spécifiquement aux méthodes de déformation graduelle et de déformation de domaines. Une revue rapide de ces deux méthodes est présentée en section 1.1.2. La méthode de paramétrisation que nous avons développée généralise la méthode de déformation graduelle locale et est décrite en section 1.2. Elle permet généralement une plus grande souplesse dans le choix des zones et des paramètres associés comparativement aux méthodes existantes. La section 1.3.2 se focalise quant à elle sur l'initialisation de cette méthode de paramétrisation. Enfin, la section 1.4 montre un premier résultat numérique simple permettant de valider nos méthodes.

1.1.2 Méthodes de déformation graduelle et de déformation de domaine

Le principe des méthodes de déformation graduelle et de déformation de domaines est fondé sur la façon dont sont générés les modèles géostatistiques. Le peu de données disponibles implique que les modèles se doivent d'extrapoler dans les parties inconnues du réservoir. Les méthodes de génération de modèle proposent ainsi des modèles qui vérifient des propriétés de variabilité spatiale statistiques. Certaines méthodes comme FFT-MA (Fast Fourier Transform Moving Average) [89] permettent de générer des informations structurelles (moyenne, variance, longueur de corrélation, etc.) sur des bruits blancs décorrélés. On génère d'abord un bruit blanc Gaussien qui est ensuite manipulé pour faire en sorte qu'il vérifie les propriétés statistiques souhaitées. Une réalisation d'un modèle est alors liée à ce tirage aléatoire de bruit blanc Gaussien par une fonction G telle que

$$M = G(Z)$$

Où M est la réalisation du modèle associée au bruit blanc Gaussien Z.

1.1.2.1 Méthode de déformation graduelle

La propriété simple suivante est à la base des méthodes de paramétrisation qui nous intéressent.

Proposition 1. Soient $(Z_i)_{i=1..N}$ des variables aléatoires indépendantes de loi normale $\mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)_{i=1..N}$ et $(a_i)_{i=1..N}$ des réels, alors :

$$Z = \sum_{i=1}^{N} a_i Z_i$$

suit aussi une loi normale $\mathcal{N}(\sum_i a_i \mu_i, \sum_i a_i^2 \sigma_i^2)$

La propriété 1 implique que, pour des Z_i suivant une loi normale centrée réduite, si l'on choisit les a_i tels que $\sum_i a_i^2 = 1$, la combinaison $Z = \sum_i a_i Z_i$ suit elle aussi une loi normale centrée réduite. Ainsi, à partir de N réalisations indépendantes du modèle géostatistique, on peut, grâce à une combinaison linéaire des bruits blancs Gaussiens, en obtenir un nouveau. La méthode de déformation graduelle consiste à faire dépendre les a_i d'un paramètre ρ^1 tout en s'assurant que quelle que soit la valeur de ce paramètre, $\sum_i a_i (\rho^1)^2 = 1$. Par exemple, pour la combinaison de 2 réalisations on choisit :

a exemple, pour la combinaison de 2 realisations on choisit.

$$Z = \cos(\rho^{1})Z_{1} + \sin(\rho^{1})Z_{2}$$
(1.1)

La Figure 1.1 illustre la façon de construire un nouveau bruit blanc Gaussien standard à partir de deux bruits blancs existants.



FIGURE 1.1 – Combinaison de deux bruits blancs Gaussiens par déformation graduelle.

Une variation continue du paramètre ρ^1 entraîne une variation continue du modèle, ce qui permet de lancer simplement un processus d'optimisation sur ce paramètre. La Figure 1.2 illustre la modification d'un modèle avec un paramètre de déformation graduelle.

Pour combiner N + 1 bruits blancs Gaussiens (Z_0, \ldots, Z_N) , on introduit N paramètres $\rho = (\rho^1, \ldots, \rho^N)$. La méthode de déformation graduelle est donnée par la formule suivante qui permet d'assurer que $\sum_i a_i(\rho)^2 = 1$:

$$Z = \prod_{i=1}^{N} \cos(\rho^{i}) Z_{0} + \sum_{i=1}^{N-1} \sin(\rho^{i}) \prod_{k=i+1}^{N} \cos(\rho^{k}) Z_{i} + \sin(\rho^{N}) Z_{N}$$
(1.2)

Il est toujours facile de vérifier qu'avec cette formulation, $\forall \rho \in \mathcal{R}^N$, $\sum_{i=1}^N a_i^2(\rho) = 1$.

Par ailleurs, il est possible de n'appliquer cette méthode que localement. Il est aisi possible de grouper les mailles du modèle par zones et de ne modifier les bruit blancs Gaussiens que sur



FIGURE 1.2 – variations d'un modèle avec un paramètre de déformation graduelle; de (a) à (j), ρ^1 varie d'un pas constant ϵ .

ces domaines. En clair, si l'on divise le modèle en 2 zones $(zones_1, zones_2)$ et que l'on dispose de 3 bruits blancs Gaussiens standards (Z_0, Z_1, Z_2) :

$$Z_0 = \begin{bmatrix} Z_{0,zone_1} \\ Z_{0,zone_2} \end{bmatrix}, Z_1 = \begin{bmatrix} Z_{1,zone_1} \\ Z_{1,zone_2} \end{bmatrix} \text{ et } Z_2 = \begin{bmatrix} Z_{2,zone_1} \\ Z_{2,zone_2} \end{bmatrix}$$
(1.3)

 \mathbb{Z}_0 est appelée la réalisation de base. Si \mathbb{Z} est défini par :

$$Z = \begin{bmatrix} \cos(\rho_1^i) Z_{0,zone_1} + \sin(\rho_1^i) Z_{1,zone_1} \\ \cos(\rho_2^i) Z_{0,zone_2} + \sin(\rho_2^i) Z_{2,zone_2} \end{bmatrix}$$
(1.4)

alors Z est toujours un bruit blanc et peut donc légitimement être utilisé pour générer une réalisation du modèle. Les combinaisons effectuées sont illustrées sur la Figure 1.3.

Dans ce cas, on combine la réalisation de base Z_0 avec Z_1 dans la première zone et avec Z_2 dans la deuxième. L'introduction de deux paramètres de déformation graduelle permet de gérer indépendamment deux parties du modèle et autorise une plus grande souplesse dans le choix des réalisations à combiner.

1.1.2.2 Méthode de déformation de domaines

La méthode de déformation de domaines présente des similarités avec la méthode de déformation graduelle locale. Le modèle de réservoir est divisé en différentes zones auxquelles sont associées un bruit blanc Gaussien standard unique. La réalisation du modèle est alors modifiée à travers la déformation de la forme des zones. La Figure 1.4 présente un exemple de modèle de réservoir dans lequel une zone a été créée. Sur cet exemple, la réalisation de modèle est construite



FIGURE 1.3 – Combinaison locale de deux bruits blancs Gaussiens par déformation graduelle.

avec le bruit blanc Gaussien Z_1 à l'intérieur du domaine R1 et le bruit blanc Gaussien Z_0 à l'extérieur. Il est clair sur cette figure que la réalisation de modèle construite est largement dépendante de la forme de la zone R_1 et qu'une paramétrisation de cette forme est bien une paramétrisation du modèle. Cependant, la valeur aléatoire utilisée pour construire la réalisation



FIGURE 1.4 – Modèle de réservoir dans le quel le bruit blanc Z_1 est appliqué dans R_1 et Z_0 hors de R_1 .

de modèle n'est pas clairement définie sur les mailles partiellement à l'intérieur d'une ou plusieurs zones. La maille X par exemple n'est pas entièrement à l'intérieur de R_1 . On pourrait choisir pour cette maille l'une ou l'autre des réalisations en fonction de la zone qui contient la plus grande part de la maille, mais ce choix présente deux inconvénients : la forme du domaine se trouve très limitée par la forme des mailles, et la continuité du modèle avec la variation des paramètres peut être difficile à assurer. On choisit donc pour cette maille une réalisation générée par un bruit blanc issu d'une combinaison linéaire de Z_0 et Z_1 ,

$$Z_X = a_1 Z_{0,X} + a_2 Z_{1,X} \tag{1.5}$$

où les a_i dépendent des paramètres définissant la forme des domaines.

Comme pour la déformation graduelle, pour que Z_X puisse toujours générer une réalisation du modèle, il faut que les coefficients de la combinaison vérifient $a_1^2 + a_2^2 = 1$. Une manière de prendre en compte la forme du domaine est de rendre ces coefficients proportionnels à la proportion de la maille dans chaque domaine :

$$a_i = \frac{vol(X \cap R_i)}{\sqrt{vol^2(X \cap R_1) + vol^2(X \cap R_2)}}$$
(1.6)

où vol(Y) désigne le volume d'un domaine Y.

La nouvelle réalisation dépend bien des paramètres régissant la forme et la taille des domaines. En toute généralité, résoudre un problème de calage d'historique avec ce choix de paramétrisation revient à résoudre un problème d'optimisation de forme qui peut s'avérer très complexe. Pour limiter le temps de calcul on choisit des formes simples préétablies qui ne varient que grâce à un nombre restreint de paramètres. Typiquement, on peut choisir pour domaines des cercles de centre fixé (en général au niveau des puits). Dans ce cas, chaque zone est contrôlée par un unique paramètre : son rayon.

Il est ici aussi possible d'étendre cette paramétrisation au cas où l'on veut combiner N + 1bruits blancs Gaussiens dans M domaines paramétrés. Pour tout $i \in \{1, \ldots, M\}$ et pour toutes les mailles de modèle X, on appelle $V_i(X)$ le volume de X à l'intérieur du domaine R_i et $V_0 = vol(X - \bigcup_i R_i)$. Si $t = (t_1, \ldots, t_q)$ est l'ensemble des paramètres déterminant la forme des domaines, on peut combiner les bruits blancs Gaussiens comme suit :

$$Z(X,t) = \sum_{i=0}^{M} a_i(X,t) Z_{J(i)}(X)$$
(1.7)

où $a_i(X,t) = \frac{V_i(X,t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^M V_i^2(X,t)}}, J(i) \in [0,...,N]$ est l'indice du bruit blanc Gaussien associé à la zone R_i et J(0) = 0. Pour toutes les mailles X, les volumes $V_i(X,t)$ (i = 1,...,M) sont bien dépendants du jeu de paramètres t. Par conséquent, le nouveau bruit blanc Gaussien Z est bien paramétré par t. Il est intéressant de noter que cette méthode ne contraint pas la taille des zones. Il est donc possible que les zones se chevauchent. Dans ce cas une combinaison des réalisations correspondant aux zones concernées est choisie, comme illustrée en Figure 1.5.



FIGURE 1.5 – Illustration de la méthode de déformation de domaines lorsque plusieurs domaines sont définis.

L'avantage de cette technique de paramétrisation est le fait qu'elle n'est que peu dépendante de la sélection initiale des zones. En effet, pour la méthode de déformation graduelle locale, une mauvaise définition des zones peut avoir un impact très négatif sur la décroissance potentielle de la fonction objectif. La Figure 1.6 issue de [37] illustre bien ce phénomène. Elle compare les résultats de calages d'historiques réalisés avec les méthodes de déformation graduelle locale et de déformation de domaines. Sur cette figure, la courbe rose présente les variations de la fonction objectif avec la taille des régions lorsqu'une réalisation est attribuée à chaque zone. La courbe bleue, quant à elle, présente à chaque point le résultat d'une optimisation de la fonction objectif avec une méthode de déformation graduelle locale pour des régions de taille fixée. Pour chaque taille de région, la méthode de déformation graduelle locale permet bien une certaine diminution de la fonction objectif mais elle ne permet de descendre sous l'optimum de la méthode de déformation de domaines (barre rose) que si les zones sont très bien choisies. La méthode de déformation de domaines est donc meilleure si les zones ne sont pas parfaitement déterminées, ce qui arrive fréquemment dans la pratique.



FIGURE 1.6 – Comparaison entre la méthode de déformation de domaines et la méthode de déformation graduelle locale suivant la taille des régions [37].

1.2 Généralisation de la méthode de déformation graduelle

1.2.1 Une autre façon d'écrire la déformation de domaines

Afin de pouvoir combiner les méthodes de déformation graduelle locale et de déformation de domaines, l'écriture de la méthode de déformation de domaines a été modifiée. On commence par un cas simple avec uniquement une zone et deux bruits blancs Gaussiens à combiner.

(i) Une zone et deux bruits blancs Gaussiens standards

On considère une zone R_1 paramétrée par le jeu de paramètres $t = (t_1, ..., t_q)$ et deux réalisations de modèles indépendantes associées aux deux bruits blancs Gaussiens Z_0 et Z_1 . Comme auparavant, pour une maille de modèle X donnée, on définit $V_1(X, t)$ comme étant le volume de la maille X à l'intérieur de R_1 et $V_0(X, t) = vol(X - R_1)$ son complémentaire. On définit aussi α_1 par :

$$\alpha_1(X,t) = \frac{V_1(X,t)}{V_1(X,t) + V_0(X,t)}$$
(1.8)

Un nouveau bruit blanc Gaussien Z peut alors être construit par :

$$Z(X) = \cos(\frac{\pi}{2}\alpha_1)Z_0(X) + \sin(\frac{\pi}{2}\alpha_1)Z_1(X)$$
(1.9)

Ce bruit blanc Gaussien associe Z_1 aux mailles à l'intérieur de R_1 et Z_0 à celles à l'extérieur. Les mailles partiellement à l'intérieur de R_1 se voient quant à elles attribuer une combinaison linéaire des deux bruits blancs Gaussiens. La nouvelle réalisation de modèle G(Z) est bien dépendante de la forme et de la taille de R_1 .

(ii) Généralisation : M zones et M+1 bruits blancs Gaussiens

On peut généraliser la formulation précédente au cas où M zones sont définies. Si on dispose de M + 1 bruits blancs Gaussiens indépendants $(Z_0, ..., Z_M)$ et d'un jeu de paramètres t qui paramétrise les formes et tailles de toutes les zones, on peut associer une réalisation de modèle à chaque zone et une autre à l'extérieur de toutes les zones. De façon similaire à l'exemple précédent, on définit $V_i(X,t) = vol(X \cap R_i), V_0(X,t) = vol(X - \bigcup_j R_j)$ et α_i :

$$\alpha_i(X,t) = \frac{V_i(X,t)}{\sum_{j=0}^M V_j(X,t)}$$
(1.10)

Pour simplifier les notations, pour tout $i \in \{1, ..., M\}$ on choisit d'associer le bruit blanc Gaussien Z_i à la zone R_i et le bruit blanc Gaussien Z_0 à l'extérieur de toutes les zones. Le nouveau bruit blanc Gaussien Z peut ainsi être construit grâce à l'expression :

$$Z(X) = \prod_{j=1}^{M} \cos(\frac{\pi}{2}\alpha_j) Z_0(X) + \sum_{j=1}^{M} \sin(\frac{\pi}{2}\alpha_j) \left(\prod_{k=j+1}^{M} \cos(\frac{\pi}{2}\alpha_j)\right) Z_j(X)$$
(1.11)

On a donc une nouvelle façon de construire une réalisation de modèle G(Z) dépendant uniquement de la forme des domaines définis. On peut vérifier simplement que, comme dans la formulation précédente, pour une maille de modèle X:

- Si X est entièrement et uniquement à l'intérieur de la zone R_i ($\alpha_i = 1$ et $\forall j \neq i, \alpha_j = 0$), $Z(X) = Z_i(X)$;
- Si X est entièrement à l'extérieur de toutes les zones, $Z(X) = Z_0(X)$;

— Si X est partiellement à l'intérieur d'une ou plusieurs zones, Z(X) est une combinaison linéaire des bruits blancs associés à ces zones.

Avec cette formulation, les paramètres de déformation de domaines sont plus simples à mettre en rapport avec les paramètres de déformation graduelle.

1.2.2 Combinaison de la méthode de déformation graduelle locale avec la méthode de déformation de domaine

Les méthodes de déformation graduelle locale et de déformation de domaines présentent toutes deux des inconvénients. Il est d'abord difficile de choisir convenablement les zones pour la méthode de déformation graduelle et d'assurer une bonne décroissance potentielle pour la fonction objectif. D'un autre côté, la méthode de déformation de domaines ne permet pas la modification des réalisations à l'intérieur des domaines sans chevauchement. On propose dans cette section une méthode qui généralise la déformation graduelle locale en permettant la modification dynamique de la forme des zones en cours d'optimisation. On présentera en premier lieu deux cas simples avant de donner le cas général.

(i) Un exemple simple : une zone et deux bruits blancs Gaussiens

Supposons qu'on dispose de deux bruits blancs Gaussiens (Z_0, Z_1) et d'une zone R_1 sur un modèle de réservoir G. On propose de construire un nouveau bruit blanc Gaussien Z qui dépend d'un paramètre de déformation graduelle ρ^1 et d'un jeu de paramètres t contrôlant la forme de R_1 :

$$Z(X) = \cos(\pi\alpha_1(X, t)\rho^1)Z_0(X) + \sin(\pi\alpha_1(X, t)\rho^1)Z_1(X)$$
(1.12)

où $\alpha_1(X, t)$ est donné par l'équation (1.8).

Selon la position d'une maille X sur le modèle de réservoir et la valeur du paramètre de déformation graduelle, on a :

- Si X est entièrement à l'extérieur de R_1 alors $\alpha_1 = 0$ et $Z(X) = Z_0(X)$.
- Si X est entièrement à l'intérieur de R_1 alors $\alpha_1 = 1$ et

$$Z(X) = \cos(\pi\rho^1)Z_0 + \sin(\pi\rho^1)Z_1$$
(1.13)

Ce qui correspond à la méthode de déformation graduelle.

- Si X est partiellement à l'intérieur de R_1 (0 < α_1 < 1), Z(X) est une combinaison de $Z_0(X)$ et $Z_1(X)$. Dans ce cas, les méthodes de déformation graduelle locale et de déformation de domaines sont appliquées simultanément.
- Si le paramètre de déformation graduelle est fixé à $\rho^1 = \frac{1}{2}$, alors $Z(X) = \cos(\frac{\pi}{2}\alpha_1)Z_0(X) + \sin(\frac{\pi}{2}\alpha_1)Z_1(X)$, Ce qui correspond à la méthode de déformation de domaines décrite en section 1.2.1 (équation(1.9)).

On est bien parvenu sur ce cas simple à construire une réalisation de modèle G(Z) qui dépend à la fois d'un paramètre de déformation graduelle et de paramètres régissant la forme d'un domaine locale.

(ii) Un domaine et N+1 bruits blancs Gaussiens

On peut étendre le cas précédant en ajoutant la possibilité de combiner N + 1 bruits blancs Gaussiens standards indépendants $(Z_0, ..., Z_N)$ à l'intérieur de la zone R_1 . Si t est toujours le jeu de paramètres contrôlant la forme de R_1 et qu'on introduit N paramètres de déformation graduelle $(\rho^1, ..., \rho^N)$, on peut construire pour toutes les mailles X du modèle un nouveau bruit blanc Gaussien :

$$Z(X) = \prod_{j=1}^{N} \cos(\pi \alpha_1 \rho^j) Z_0(X) + \sum_{j=1}^{N} \sin(\pi \alpha_1 \rho^j) \left(\prod_{k=j+1}^{N} \cos(\pi \alpha_1 \rho^k)\right) Z_j(X)$$
(1.14)

On a alors, selon la position de X dans le modèle de réservoir :

— Si X est entièrement à l'extérieur de R_1 , alors $\alpha_1 = 0$ et $Z(X) = Z_0(X)$.

— Si X est entièrement à l'intérieur de R_1 , alors $\alpha_1 = 1$ et

$$Z(X) = \prod_{j=1}^{N} \cos(\pi\rho^{j}) Z_{0}(X) + \sum_{j=1}^{N} \sin(\pi\rho^{j}) \left(\prod_{k=j+1}^{N} \cos(\pi\rho^{k})\right) Z_{j}(X)$$
(1.15)

ce qui correspond à la formule de la méthode de déformation graduelle décrite dans l'équation (1.2).

— Si X est partiellement à l'intérieur de R_1 , Z(X) est une combinaison de $Z_0(X)$ et $Z_1(X)$ crée par l'application simultanée des méthodes de déformation graduelle locale et de déformation de domaine.

Comme dans le cas précédent, on a bien réussi à construire une réalisation de modèle G(Z) qui dépend à la fois d'un paramètre de déformation graduelle et de paramètres régissant la forme d'un domaine locale.

(iii) Cas général : N + 1 réalisations de modèle et M domaines

On peut maintenant étendre notre méthode au cas général dans lequel on dispose de N + 1bruits blancs Gaussiens indépendants $(Z_0, ..., Z_N)$ à combiner et de M domaines $(R_1, ..., R_M)$ définis sur un modèle de réservoir. Pour chaque zone R_i , on définit α_i par l'équation (1.10). Pour chaque couple "zone"/"bruit blanc Gaussien" R_i/Z_j , on introduit un paramètre de déformation graduelle ρ_i^j . On propose la formulation généralisée

$$Z(X) = \prod_{j=1}^{N} \cos(\pi \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \rho_i^j) Z_0(X) + \sum_{j=1}^{N} \sin(\pi \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \rho_i^j) \prod_{k=j+1}^{N} \cos(\pi \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \rho_i^k) Z_j(X)$$
(1.16)

Cette formule permet d'effectuer une déformation graduelle de toutes les réalisations de modèle à l'intérieur de toutes les zones. Généralement, le nombre de paramètres introduits (M * (N+1)) est bien trop grand pour être utilisable dans la pratique. Cependant, il est possible de réduire le nombre de paramètres simplement en sélectionnant les "meilleures" réalisations de modèle à combiner dans chaque zone. Cette sélection peut se faire en fixant certains des paramètres ρ_i^j à 0.

Analysons les cas possibles pour une maille de modèle donnée X:

1. A l'extérieur de tous les domaines

Pour chaque $i, \alpha_i = 0$. Donc, $Z(X) = Z_0(X)$.

2. Suppression de l'influence de la réalisation l dans la zone R_q Fixons le paramètre ρ_q^l à 0. Si la maille X est entièrement et uniquement dans le domaine R_q , Z(X) devient :

$$Z(X) = \prod_{j=1, j \neq l}^{N} \cos(\pi \rho_q^j) Z_0(X) + \sum_{j=1, j \neq l}^{N} \sin(\pi \rho_q^j) \prod_{k=j+1}^{N} \cos(\pi \rho_q^j) Z_j(X)$$
(1.17)

La réalisation l n'a plus d'influence dans la zone R_q .

3. Déformation de domaines de la zone R_q avec seulement la réalisation de modèle l associée à R_q

On souhaite appliquer Z_l à l'intérieur de R_q . Fixons $\rho_q^l = \frac{1}{2}$ et pour tous $j \in \{1, \ldots, l-1, l+1, \ldots, N\}$ les paramètres $\rho_q^j = 0$. Alors :

- Si X est entièrement et uniquement à l'intérieur de R_q alors $Z(X) = Z_l(X)$;
- Si X est seulement partiellement à l'intérieur de R_q mais à l'extérieur des autres zones, alors une combinaison de Z_0 et Z_l est appliquée, de la même façon que pour la méthode de déformation de domaines (équation (1.11)).

Ce cas correspond à une déformation de domaines appliquée à la zone R_q .

4. Déformation graduelle de la zone R_q

Si aucun paramètre contrôlant la forme de R_q n'est introduit, alors pour toutes les mailles de modèle X, $\alpha_q(X)$ est constant. Cela revient à effectuer une déformation graduelle locale à l'intérieur de la zone R_q .

Nous sommes bien parvenus à généraliser la méthode de déformation graduelle locale de façon à permettre de déformer les zones dynamiquement durant le processus de calage d'historique. Cette nouvelle méthode offre même une très grande flexibilité concernant la définition des différents domaines et le choix des réalisations de modèle à combiner dans chacun d'eux. En effet, toute combinaison des méthodes de déformation graduelle et de déformation de domaines est possible. Par exemple, combiner deux ou plus réalisations à l'intérieur d'une zone de forme fixe tout en ne déformant que la forme d'une autre est tout à fait concevable.

Les tests numériques réalisés dans la suite du document exploitent la possibilité de n'utiliser qu'un nombre restreint de paramètres de déformation graduelle. Si on dispose de N + 1 bruits blancs Gaussiens à combiner et de M domaines sur un modèle de réservoir, on procède de la manière suivante :

- choisir un bruit blanc Gaussien de base Z_0 qu'on applique en dehors de toutes les zones;
- choisir une réalisation de modèle à appliquer pour chaque zone;
- -- combiner dans chaque zone la réalisation de base avec la réalisation associée.

En clair, si le bruit blanc Gaussien Z_j est associé à la zone R_i , ρ_i^j est choisi comme paramètre du problème tandis que tous les autres ρ_i^k tels que $k \neq j$ sont fixés à 0. Si un paramètre est introduit pour contrôler la forme de chaque zone, on aura donc paramétrisé notre problème de calage d'historique avec 2M paramètres.

1.3 Initialisation du problème de calage d'historique : une méthode de patchwork

L'un des problèmes du calage d'historique est son initialisation. Pour les méthodes de paramétrisation géostatistique locales décrites dans la section précédente, il est crucial de choisir des domaines pertinents pour avoir une bonne décroissance de la fonction objectif lors du processus d'optimisation. De la même façon, le choix des réalisations de modèle à combiner pour la méthode de déformation graduelle conditionne de façon importante la décroissance potentielle de la fonction objectif. Enfin, choisir un jeu de paramètres initial proche du point optimal peut s'avérer important pour assurer le succès et limiter le coût de l'algorithme d'optimisation. Il est donc nécessaire de disposer d'une méthode efficace d'initialisation des paramètres du problème.

Après avoir présenté une méthode d'initialisation du problème par patchwork, nous proposons dans cette section une nouvelle méthodologie.

1.3.1 Une méthode de patchwork classique pour initialiser le problème de calage d'historique

Lorsqu'il est possible de séparer un modèle de réservoir en plusieurs zones relativement indépendantes, il est aussi possible d'initialiser le problème en choisissant dans chacune de ces zones une réalisation différente comme présenté dans [90]. Le choix de la réalisation à appliquer dans chaque zone est en général fait en comparant la qualité du calage des données de production à chaque puits de la zone. La Figure 1.7 montre un exemple de modèle de réservoir séparé en 11 zones censées être relativement indépendantes. Si les zones sont réellement indépendantes (c'est à dire si la modification de la réalisation de modèle à l'intérieur d'une zone n'affecte pas le comportement du réservoir dans une autre), une initialisation par patchwork doit proposer une réalisation de modèle présentant une meilleure valeur de fonction objectif qu'une réalisation aléatoire. Cependant, si les zones ne sont pas réellement indépendantes, il n'est pas possible d'assurer qu'une initialisation par patchwork ne détériorera pas le modèle.



FIGURE 1.7 – Séparation d'un réservoir en 11 zones supposées indépendantes.

Décrivons plus précisément une méthodologie de patchwork. Il est possible d'écrire la fonction

objectif sous la forme :

$$F(x_1, ..., x_p) = \sum_{i=1}^n f_i(x_1, ..., x_p)$$
(1.18)

où pour tout i, f_i est la fonction objectif associée au i^{eme} puits sur lequel il existe des données de production à caler, n est le nombre de puits sur le réservoir et (x_1, \ldots, x_p) sont les paramètres du problème de calage d'historique. Une fois que le modèle de réservoir a été séparé en M zones relativement indépendantes (R_1, \ldots, R_M) , on note I_k l'ensemble des indices des puits appartenant à la zone R_k . On appelle alors fonction objectif locale associée à la zone R_k la fonction :

$$g_k = \sum_{i \in I_k} f_i$$

Une initialisation par patchwork peut alors être effectuée en suivant les étapes suivantes :

- 1. Générer N + 1 réalisations de modèle.
- 2. Créer M zones indépendantes dans le réservoir.
- 3. Appeler Z_0 le bruit blanc Gaussien associé à la réalisation de modèle présentant la plus basse valeur de la fonction objectif F.
- 4. Pour chaque zone R_k :
 - trier les valeurs de la fonction objectif locale f_k . Soit Z_{j_k} le bruit blanc Gaussien tel que $g_k(Z_{j_k})$ est minimal,
 - si $Z_{j_k} \neq Z_0$, appliquer Z_{j_k} dans la zone R_k . Z_{j_k} sera combiné ultérieurement à Z_0 dans la zone R_k par déformation graduelle locale.
- 5. Appliquer Z_0 dans toutes les mailles de modèle n'ayant pas été déjà associées à une réalisation de modèle.

La Figure 1.8 illustre cette méthode de patchwork. Quatre zones supposées indépendantes ont été créées sur un modèle de réservoir comprenant 12 puits (P1, ..., P12). Quatre réalisations de modèle ont été générées. Après le traitement décrit ci-dessus, Z_0 est choisi comme étant le bruit blanc associé à la meilleure réalisation, la réalisation associée à Z_3 est appliquée dans la zone supérieure gauche, celle associée à Z_1 est appliquée dans la zone supérieure droite tandis que celle associée à Z_2 est appliquée dans la zone inférieure droite. La meilleure réalisation locale pour la zone inférieur droite est Z_0 , ses mailles se voient donc attribuer la réalisation de base Z_0 . Si l'hypothèse d'indépendance des zones est correcte, la réalisation de modèle ainsi construite donnera une meilleure valeur de la fonction objectif que celle associée à Z_0 .

1.3.2 Amélioration de la méthode de patchwork

Avec notre nouvelle méthode de paramétrisation ou la méthode de déformation de domaines, le fait que les formes des domaines puissent varier de façon continue offre une plus grande souplesse pour le processus d'initialisation du problème. On améliore ainsi la méthode de patchwork comme suit :

- 1. Générer N + 1 réalisations de modèle.
- 2. Appeler Z_0 le bruit blanc Gaussien associé à la réalisation de modèle présentant la plus faible valeur de fonction objectif.
- 3. Associer les puits en groupes. Pour un groupe de puits I, on appelle $g_I = \sum_{i \in I} f_i$ la fonction objectif locale associée.
- 4. Pour chaque groupe de puits I:



FIGURE 1.8 – Illustration de la méthode de patchwork classique.

- trier les valeurs des fonctions objectifs locales $g_I(Z_j)$. Soit Z_{j_I} le bruit blanc Gaussien tel que $g_I(Z_{j_I})$ soit minimale,
- si $Z_{j_I} \neq Z_0$, définir un zone paramétrée contenant tous les puits de I et appliquer Z_{j_i} à l'intérieur. La zone peut par exemple être circulaire et paramétrée par son seul rayon r.
- 5. Effectuer une optimisation simple avec un unique paramètre contrôlant la taille de toutes les zones. Dans le cas de zones circulaires, on peut optimiser les tailles des zones avec un unique paramètre de rayon.

Comparée à la méthode de patchwork décrite précédemment et proposée dans [90], les domaines paramétrés définis dans l'étape 4 peuvent prendre une forme quelconque au lieu d'être limités par les mailles du modèle. De plus, l'étape 5 d'optimisation permet d'améliorer la taille des zones pour garantir une diminution de la fonction objectif. On verra dans les exemples numériques suivants que pour un coût très limité (quelques simulations d'écoulement), cette méthode permet d'obtenir une très bonne initialisation du problème.

La Figure 1.9 illustre la nouvelle méthode de patchwork. Sur ce modèle de réservoir, quatre réalisations de modèles ont été générées et chaque groupe de puits contient un et un seul puits. La meilleure réalisation de modèle, associée à Z_0 , est appliquée en dehors de toutes les zones. De plus, trois zones ont été créées autour des puits P2, P5 et P19. Ces tois zones se sont vues attribuer respectivement les réalisations de modèle associées aux bruits blancs Gaussiens Z_3 , Z_1 et Z_2 . Chacune de ces zones est circulaire et peut donc être paramétrée par son rayon. L'étape d'optimisation préliminaire (étape 5) permet d'ajuster les tailles de ces zones dans le cas où la réalisation créée ne donne pas de meilleurs résultats que celle associée à Z_0 .

Dans la suite du document, toutes les zones considérées seront circulaires et paramétrées par leur rayon respectif.



FIGURE 1.9 – Illustration de la méthode de patchwork améliorée.

1.4 Validation numérique des méthodes présentées

Les méthodes de paramétrisation et d'initialisation introduites dans les sections précédentes ont été codées en C et intégrées à l'outil IFP énergies nouvelles CONDOR. On présente ici les résultats numériques réalisés sur un cas synthétique de réservoir simple.

1.4.1 Description du cas test

On décrit dans cette section le cas synthétique de réservoir qui sera utilisé pour les descriptions et tests des méthodes proposées dans la suite.

On considère le champ représenté en Figure 1.10 utilisé auparavant dans [36]. Ses caractéristiques sont les suivantes :

- 1. 2500 m dans les directions x et y.
- 2. 10 m dans la direction z.
- 3. Discrétisé uniformément par 50x50x1 mailles de 50 m dans les directions x et y et de 10 m dans la direction z.
- 4. 25 puits verticaux :
 - 13 producteurs (P1,P3,...,P25)
 - 12 injecteurs (I2,I4,...,I24)
- 5. Réservoir hétérogène : longueur de corrélation de 150 m dans les directions x et y
- 6. Pression initiale dans le réservoir de 250 bar.
- 7. Pression en fond de puits imposée :
 - 320 bar pour les injecteurs
 - 180 bar pour les producteurs

Un historique de données de production de 4000 jours est connu.

1.4.2 Initialisation

Cinq jeux de 25 réalisations aléatoires ont été générés pour appliquer la méthode de patchwork améliorée avec des domaines radiaux autour des puits. On donne les valeurs des fonctions objectifs et fonctions objectifs locales pour la réalisation de base Z_0 (la meilleure réalisation



FIGURE 1.10 – Carte de perméabilité du champ synthétique comprenant 13 puits producteurs et 12 puits injecteurs [37].

parmis les 25 générées) et quatre autres réalisations aléatoires pour un des cas testés dans le Tableau 1.1. On peut facilement voir qu'il y a de grandes disparités entre les valeurs des fonctions objectif locales des différentes réalisations. Z_0 est en effet bien meilleure que les autres globalement (fonction objectif globale de 2543.72 contre plus de 7000 pour toutes les autres), mais certaines des autres réalisations peuvent être meilleures localement. Un bon exemple est de comparer les valeurs des fonctions objectif locales du puits producteur P-12 (7ème colonne, 4ème ligne de chaque réalisation dans le tableau). Pour ce puits, la fonction objectif locale pour la réalisation associée à Z_0 est de 175.33 alors qu'elle ne vaut 15.21 pour la réalisation associée à Z_2 , soit un gain relatif de 91% sur ce puits. La méthodologie de patchwork proposée va tendre à créer des zones autour des puits correspondant à ce cas de figure.

Réalisation	F						
Z_0	2543.72	26.37	7.00	110.55	31.13	80.98	52.10
		167.24	11.45	3.83	4.50	67.02	155.68
		153.42	82.50	8.11	28.15	114.06	44.54
		334.34	38.25	170.00	38.75	175.33	128.42
		509.87					
Z_1	16747.78	3114.85	325.78	34.00	30.18	157.73	2121.088
		19.23	50.72	146.70	35.57	11.07	1370.06
		108.09	282.76	140.77	10.21	4309.95	12.86
		687.70	55.46	10.24	132.39	<u>48.48</u>	3053.02
		478.77					

Z_2	47728.54	398.84	3.94	37.45	14.37	142.63	19.60
		46.04	29.01	134.79	14.03	54.10	1.44
		363.70	374.83	86.37	401.38	32553.64	23.39
		67.40	43.03	2000.42	1159.04	15.21	9231.61
		512.17					
Z_3	10012.71	430.83	3.43	92.43	26.53	75.05	278.32
		8.82	1.86	47.31	0.96	27.56	17.75
		80.97	318.86	423.99	82.64	557.05	39.49
		68.49	58.50	8.02	674.52	40.07	6246.31
		402.84					
Z_4	7058.64	22.33	43.51	26.58	3.62	33.63	20.42
		379.42	27.68	150.12	14.54	138.80	15.84
		844.50	352.01	119.07	309.90	2477.19	47.45
		218.51	50.53	31.10	266.73	90.09	873.89
		501.08					

TABLE 1.1 – Valeurs de la fonction objectif et des fonctions objectif locales pour quatre réalisations de modèle.

D'un autre côté, on peut remarquer que certaines valeurs de fonctions objectif locales sont très petites devant la valeur de la fonction objectif globale pour la réalisation associée à Z_0 (pour le puits I-1, la valeur de la fonction objectif locale vaut moins de 1% de la fonction objectif globale). Afin de limiter le nombre de paramètres introduits, on essaie de limiter la création de zones autour des puits ne présentant qu'une très faible fonction objectif locale pour Z_0 puisque le gain potentiel devient trop faible par rapport au coût d'optimisation de ces paramètres. On a donc pour cet exemple modifié légèrement la méthodologie présentée en section 1.3.2. La nouvelle méthodologie devient :

- 1. Générer N + 1 réalisations de modèle.
- 2. Appeler Z_0 le bruit blanc Gaussien associé à la réalisation de modèle présentant la plus faible valeur de fonction objectif.
- 3. Pour chaque puits i:
 - trier les valeurs des fonctions objectifs locales $f_i(Z_j)$. Soit Z_{j_i} le bruit blanc Gaussien tel que $f_i(Z_{j_i})$ soit minimale,
 - si $f_i(Z_0) > \alpha F(Z_0)$ et $f_i(Z_{j_i}) < f_i(Z_0)$, avec $0 < \alpha < 1$ une constante fixée au préalable, définir un zone paramétrée centrée autour du puits *i* et appliquer Z_{j_i} à l'intérieur. La zone peut par exemple être circulaire et paramétrée par son seul rayon *r*.
- 4. Effectuer une optimisation simple avec un unique paramètre contrôlant la taille de toutes les zones.

Dans ce cas, on a choisi α à 1%.

La Figure 1.11 illustre la nouvelle méthode de patchwork en montrant les zones circulaires créées pour l'un des 4 cas étudiés. Sur cette figure, les cercles représentent les zones créées. Ici, la méthodologie décrite précédemment prescrit la création de 16 zones. Le problème de calage d'historique a donc été initialisé avec 32 paramètres :

- 16 paramètres de déformation graduelle
- 16 paramètres de rayon



FIGURE 1.11 – Initialisation par méthode de patchwork améliorée.

La méthode de patchwork améliorée a été appliquée à chacun des 5 jeux de 25 réalisations. La Figure 1.12 montre pour chaque cas la valeur de la fonction objectif pour la réalisation de base (la meilleure parmis 25) et la réalisation construite par patchwork avec un rayon de zones fixé à r = 300m (6 mailles de modèles). Sur cette figure, l'étape d'optimisation préliminaire (étape 4 de la méthodologie) n'a donc pas encore été suivie. Pour les quatre premiers cas, une méthode de patchwork apporte déjà un gain significatif à la fonction objectif sans simulation d'écoulements supplémentaire sur le modèle de réservoir : les réalisations de modèle construites présentent respectivement un gain relatif de 83%, 74%, 95% et 78% sur la fonction objectif. Cependant, pour le dernier cas, la réalisation construite par patchwork donne une moins bonne valeur de fonction objectif.

En conséquence, on montre en Figure 1.13 la valeur de la fonction objectif après patchwork en fonction des rayons des zones pour le cas 5. On y observe bien que la fonction objectif a une valeur supérieur à la réalisation de modèle de base (ligne bleue) lorsque r = 300m. Toutefois, pour tout r < 440m, la méthode de patchwork améliore la réalisation de modèle. La courbe est même convexe et donc très facile à optimiser. Un algorithme de descente fondé sur des approximations du gradient trouve le minimum de cette fonction à r = 206m en seulement 5 simulations d'écoulement dans le réservoir. La fonction objectif passe alors de 10912 pour la réalisation de base à 3987 pour la réalisation optimisée, soit un gain relatif de plus de 63%.

1.4.3 Paramétrisation : Déformation graduelle locale généralisée

Dans chacun des 5 cas précédents, on effectue un calage d'historique des données de production sur le réservoir. Les problèmes ont été initialisés avec les réalisations de modèle construites en section 1.4.2. On compare ici trois méthodes de paramétrisation : la méthode de déformation graduelle locale, la méthode de déformation de domaines et la méthode de déformation graduelle



FIGURE 1.12 – Valeur de la fonction objectif pour la meilleure réalisation (en bleu) et pour la réalisation construite via patchwork avec des rayons de r = 300m (en rouge) pour les 5 cas considérés.



FIGURE 1.13 – Valeur de la fonction objectif en fonction du rayon des zones pour le cas de figure 5.

généralisée.

(i) Déformation graduelle locale : pour chacune des zones créées, on introduit un paramètre de déformation graduelle. On combine alors dans une zone i la réalisation de modèle de base avec la réalisation de modèle qui a été associée à cette zone.

(ii) Déformation de domaines : chaque zone créée conserve son association à une réaliastion de modèle spécifique. On introduit un paramètre de rayon pour chacune.

(iii) Déformation graduelle généralisée : on introduit pour cette méthode deux paramètres pour chaque zone : un paramètre de déformation graduelle et un paramètre contrôlant le rayon de la zone.

Comparaison de la méthode de déformation graduelle locale avec la méthode de déformation graduelle généralisée

On présente en Figure 1.14 les résultats des calages d'historique paramétrisés par méthode de déformation graduelle locale et par méthode de déformation graduelle généralisée. Les optimisations ont été réalisées à l'aide de l'algorithme SQPAL, basé sur des modèles quadratiques locaux construits à partir d'approximations du gradient et de la Hessienne de la fonction objectif. Dans chacun des cas, la vitesse de décroissance de la fonction objectif est similaire pour les deux méthodes. La décroissance est plus rapide par méthode de déformation graduelle généralisée pour les cas 1, 2 et 5, tandis qu'elle est identique ou légèrement plus lente pour les cas 3 et 4.

- Cas 1. La déformation graduelle obtient une valeur minimale de fonction objectif en 240 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à la même valeur en 155 itérations.
- Cas 2. La déformation graduelle obtient une valeur minimale de fonction objectif en 197 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à la même valeur en 100 itérations.
- Cas 3. La déformation graduelle obtient une valeur minimale de fonction objectif en 150 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à la même valeur en 150 itérations.
- Cas 4. La déformation graduelle obtient une valeur minimale de fonction objectif en 261 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à la même valeur en 254 itérations.
- Cas 5. La déformation graduelle obtient une valeur minimale de fonction objectif en 420 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à la même valeur en 80 itérations.

Malgré le nombre plus élevé de paramètres, il est clair que la nouvelle méthode permet une vitesse de décroissance de la fonction objectif au moins équivalente à la déformation graduelle locale. Dans certains cas, cette vitesse est même bien meilleure.

De la même façon, on peut observer que la valeur finale de la fonction objectif est dans tous les cas meilleure avec la nouvelle méthode de paramétrisation qu'avec la méthode de déformation graduelle locale classique. Les gains relatifs sont en effet respectivement pour tous les cas de 5%, 11%, 20%, 47% et 27%. La prise en compte de la taille des zones permet donc une augmentation de la vitesse de décroissance de la fonction objectif ainsi que l'obtention d'une meilleure réalisation de modèle finale.

Comparaison de la méthode de déformation de domaines avec la méthode de déformation graduelle généralisée

La Figure 1.15 compare les résultats de calages d'historiques réalisés avec les méthodes de déformation graduelle généralisée et de déformation de domaines. Ces résultats sont très similaires à ceux de la Figure 1.14. Ici encore, la méthode de déformation graduelle généralisée présente une vitesse de décroissance de la fonction objectif identique ou légèrement meilleure que la méthode de déformation de domaines tout en donnant une bien meilleure réalisation finale :



FIGURE 1.14 – Comparaison des méthodes de déformation graduelle locale et de déformation graduelle généralisée sur les 5 cas présentés.

 Cas 1. La déformation de domaines obtient une valeur minimale de fonction objectif en 54 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à la même valeur entre 50



FIGURE 1.15 – Comparaison des méthodes de déformation de domaines et de déformation graduelle généralisée sur les 5 cas présentés.

et 100 évaluations.

- Cas 2. La déformation de domaines obtient une valeur minimale de fonction objectif en 80 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à une meilleure valeur en 49 évaluations.
- Cas 3. La déformation de domaines obtient une valeur minimale de fonction objectif en 145 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient une meilleure valeur en 152 évaluations.
- Cas 4. La déformation de domaines obtient une valeur minimale de fonction objectif en 134 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à la même valeur en 204 évaluations.
- Cas 5. La déformation de domaines obtient une valeur minimale de fonction objectif en 414 évaluations, la déformation graduelle généralisée parvient à la même valeur en 110 évaluations.

De la même façon que pour les résultats précédents, l'ajout de paramètres dans la nouvelle méthode de paramétrisation n'a pas affecté la vitesse de décroissance de la fonction objectif comparé à la méthode de déformation de domaines.

La valeur finale de la fonction objectif est quant à elle meilleure dans tous les cas lorsque la paramétrisation a été faite par déformation graduelle généralisée. Les gains relatifs sont en effet de 19%, 57%, 24%, 53% et 16%. Le fait de pouvoir modifier les réalisations à l'intérieur des zones est donc nécessaire dans ce cas à une bonne décroissance de la fonction objectif.

1.5 Bilan du chapitre

Ce chapitre a montré l'importance de disposer de paramètres permettant de modifier les réalisations de modèle de façon pertinente pour le problème de calage d'historique. En effet, les méthodes de paramétrisation géostatistiques de déformation graduelle locale et de déformation de domaines sont capables de donner de bons résultats mais présentent toutes deux des faiblesses qui peuvent limiter la diminution de la fonction objectif. Les performances de la méthode de déformation graduelle locale sont contraintes par les définitions initiales des zones dans lesquelles les réalisations de modèles seront combinées. Celles de la méthode de déformation de domaines sont au contraire limitées par le fait que la réalisation de modèle construite ne peut pas varier à l'intérieur des zones. On a proposé dans ce chapitre une nouvelle méthode de paramétrisation permettant d'allier les qualités des deux méthodes citées ainsi qu'une méthode efficace pour initialiser les paramètres introduits. À noter que des résultats numériques d'application de cette nouvelle méthode sur des cas de réservoir plus complexes seront présentés dans le chapitre 3.