

Modèle développé

I. Introduction

Dans ce chapitre on présente les différents éléments du modèle développé pour prédire le comportement d'une structure atteinte de RSI. Le modèle se base sur l'expérience acquise par le LCPC dans le domaine de la modélisation des réactions de gonflement à travers les travaux de (Coussy et Ulm 1996), (Ulm 1999), (Larive 1998) et (Li et al. 2004). Ces travaux, rappelés en première partie, sont transposés au cas de la RSI. Puis on détaille les différentes lois de couplage qui traduisent l'influence de l'état de contrainte et de l'environnement thermo-hydrrique du matériau. Ces lois, inspirées par les modèles existants pour décrire et interpréter la RAS, sont ajustées à l'aide de données expérimentales chaque fois que c'est possible. A défaut de résultats sur la RSI, on utilise par analogie des ajustements tirés d'expérimentations sur la RAS.

Il est à noter que les améliorations de description des couplages seront implémentées dans un module de calcul permettant de traiter soit le cas de la RAS, soit ceux de la RSI, et contribuent donc aussi à une amélioration du module ALKA existant (Seignol et Dubouchet 2006), sur la base du retour d'expérience des études et expertises réalisées depuis sa mise au point initiale (2003-2006).

II. Base thermodynamique du modèle

La modélisation du comportement du béton atteint de RSI s'appuie essentiellement sur la description d'une réaction de l'évolution de variables internes à l'intérieur d'un milieu poreux. Pour tenir compte des effets de la réaction chimique sur le comportement mécanique d'un matériau, on fait appel à la modélisation thermodynamique de ce système. Le système (S) étudié comprend un squelette solide et un fluide présent dans les pores. Au sein de la solution interstitielle du système (S), la réaction chimique est décrite symboliquement par l'équation suivante :



Les $R_{i=1..n}$ représentent les réactifs de la réaction (ce qui est le cas en première approximation pour une réaction interne). Le cristal d'ettringite formé à l'issue de la réaction est désigné par C. Les coefficients stoechiométriques correspondant respectivement aux réactifs et au produit

sont $v_{i=1..n}$ et v_C . Le but est d'introduire une variable « avancement de la réaction » qui permet de caractériser l'état d'une réaction entre son état initial et son état final.

Dans le cas d'un système fermé, la variation de masse d'un constituant n'est due qu'à la réaction. On peut écrire la variation de l'avancement ξ au cours du temps grâce à l'équation (4.2) :

$$-\frac{\dot{m}_{R_i}}{v_{R_i} M_{R_i}} = \frac{\dot{m}_C}{v_C M_C} \quad (4.2)$$

Où $\dot{m}_{R_i \text{ ou } C}$ représente le taux de masse consommée et $M_{R_i \text{ ou } C}$ représente la masse molaire des réactifs ou du cristal.

A partir de l'équation (4.2), on peut définir un avancement normalisé ξ vis-à-vis de la formation de l'ettringite. Cette variable est comprise entre 0 et 1 et s'écrit de la façon suivante :

$$-m_R^\infty \frac{d\xi}{dt} = \frac{dm_{R_i}}{dt} \text{ avec } m_R^\infty = v_{R_i} M_{R_i} \quad (4.3)$$

$$-m_C^\infty \frac{d\xi}{dt} = \frac{dm_C}{dt} \text{ avec } m_C^\infty = v_C M_C \quad (4.4)$$

En utilisant le premier et le deuxième principe de la thermodynamique, en négligeant les termes de la dissipation due au transport de chaleur et la dissipation due au transport de fluide, la dissipation totale de ce système peut être exprimée comme suit :

$$\Phi = \sigma \frac{d\varepsilon}{dt} + \sum_{\alpha=R_{1..n}, C} \mu_\alpha \left(\frac{dm_\alpha}{dt} - \dot{m}_\alpha \right) - S \frac{dT}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} > 0 \quad (4.5)$$

Où α représente un constituant de la réaction $\alpha=R_{1..n}$ ou $\alpha=C$, σ et ε sont respectivement la contrainte et la déformation dans le milieu considéré, μ^α le potentiel de Gibbs, m_α la masse par unité de volume du constituant α , Ψ l'énergie libre et S est l'entropie du matériau liée à la température absolue T .

La dissipation totale peut être écrite comme somme d'une dissipation intrinsèque Φ_1 associée au squelette solide et d'une dissipation de la réaction chimique Φ_{\rightarrow} :

$$\Phi_1 = \sigma \frac{d\varepsilon}{dt} + \sum_{\alpha=R_{1..n}, C} \mu_\alpha \frac{dm_\alpha}{dt} - S \frac{dT}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} > 0 \quad (4.6)$$

> Dissipation intrinsèque

$$\Phi_{\rightarrow} = - \sum_{\alpha=R_{1..n}, C} \mu_\alpha \dot{m}_\alpha \quad (4.7)$$

> Dissipation par la réaction chimique

Dans le cas d'un matériau élastique, on a $\Phi_1 = 0$; on retrouve alors les équations d'état :

$$\sigma = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon}; \mu_\alpha = \frac{\partial \Psi}{\partial m_\alpha}; S = - \frac{\partial \Psi}{\partial T} \quad (4.8)$$

Dans un système fermé au sens du transport de masse, en utilisant les équations (4.7) et (4.8) on peut exprimer le changement de masse à l'aide de la variable d'avancement ξ . Dans ce cas l'énergie libre s'écrit sous la forme suivante :

$$\Psi(\sigma, m_R = -m_R^\infty \xi, m_C = m_C^\infty \xi, T) = \psi(\sigma, \xi, T) \quad (4.9)$$

Dans ce cas les équations d'état s'écrivent :

$$\sigma = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon}; \mu_R = - \frac{1}{m_R^\infty} \frac{\partial \psi}{\partial \xi}; \mu_C = \frac{1}{m_C^\infty} \frac{\partial \psi}{\partial \xi}; S = - \frac{\partial \psi}{\partial T} \quad (4.10)$$

Ainsi la dissipation chimique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Phi_{\rightarrow} = A \dot{\xi} \quad (4.11)$$

Avec

$$A = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = - \sum_{\alpha=R_{1=1...n}, C} \mu_{\alpha} \tilde{n}_{\alpha} \quad (4.12)$$

Dans cette expression A représente l'affinité chimique de la réaction.

Cette base de description est commune aux modèles décrivant le comportement chimico-mécanique des matériaux réactifs. Elle est notamment appliquée pour les bétons en cours d'hydratation (Ulm 1999) ou sujet à l'alcali-réaction (Li et al. 2004, Larive 1998). La particularité de chaque cas consiste à identifier l'affinité A, l'évolution de la variable interne ψ et le couplage éventuel de ces variables avec les variables internes ($T, \varepsilon \dots$) et les évolutions mécaniques du système.

III. Modèle chimico-élastique

Pour simplifier on présente d'abord le cas où le comportement mécanique du matériau modélisé est élastique réversible. On considère un milieu poreux soumis à une contrainte $\underline{\sigma}$. Ce milieu est sujet à une réaction de gonflement qui provoque la formation de l'ettringite expansive. Cette formation peut se faire dans les pores, à l'interface pâte-granulat ou dans les fissures. Une fois l'espace disponible pour cette ettringite rempli, ce cristal exerce une pression p_s sur les parois des pores ce qui crée, simultanément, une traction $\underline{\sigma}_u$ dans le squelette solide. Une représentation des différentes forces qui agissent sur le milieu sont données dans la figure 4-1. L'équilibre résulte alors de la pression p_s , de la contrainte interne $\underline{\sigma}_u$ et du chargement extérieur :

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_u - p_s \quad (13)$$

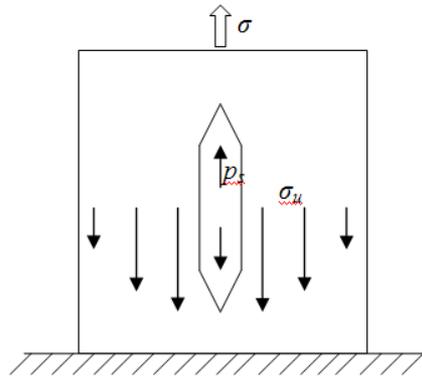


Figure 4-1 Description de la formation du cristal d'ettringite

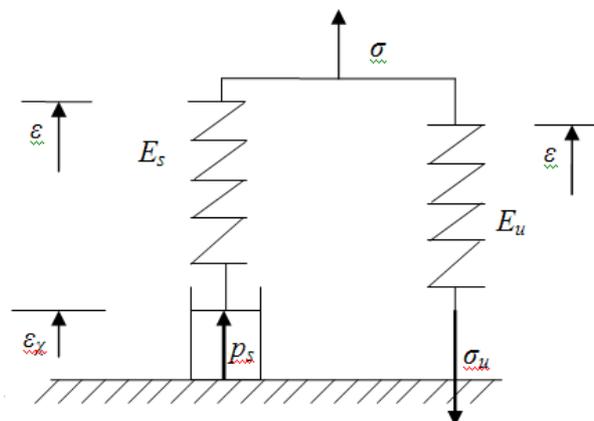


Figure 4-2 Modèle rhéologique associé

La description rhéologique monodimensionnelle du modèle élastique est représentée dans la figure 4-2, L'expansion du cristal d'ettringite est représentée par un « piston » chimique qui se traduit par une déformation locale ε_x . La réponse mécanique du squelette solide à la pression exercée par le cristal est traduite par un ressort de module d'élasticité E_s tandis qu'un autre ressort de module E_u traduit la réponse mécanique du matériau à la contrainte σ_u qui s'exerce en retour.

En considérant que la déformation chimique est proportionnelle de l'avancement de la réaction, on a :

$$\varepsilon_x = k\xi \quad (4.14)$$

Où k est un coefficient liant la formation du gel et l'expansion locale dans les matériaux. Dans le cas d'un processus isotherme, la déformation totale du système étant notée ε , l'énergie libre du système s'écrit:

$$\psi(\varepsilon, \xi, T) = \bar{\psi}(\varepsilon, \xi) = \frac{1}{2}(E_u \varepsilon^2 + E_s (\varepsilon - k\xi)^2) + \frac{1}{2} A_0 (1 - \xi)^2 \quad (4.15)$$

Où A_0 représente l'affinité chimique lorsque $\xi = 0$.

Le premier terme de l'expression (15) traduit l'énergie libre des deux ressorts et le deuxième terme représente l'énergie libre des liaisons chimiques des réactifs. Ainsi on peut déterminer l'expression explicite de la contrainte σ et de la force thermodynamique A .

La contrainte s'écrit sous la forme suivante :

$$\sigma = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = E(\varepsilon - \beta\xi) \quad (4.16)$$

Avec $E = E_s + E_u$ et $\beta = \frac{kE_s}{E_s + E_u}$

Dans le cas de l'expansion libre, $\sigma = 0$. La déformation totale s'écrit $\varepsilon = \beta\xi$. L'essai d'expansion libre donne donc directement accès aux paramètres chimiques du modèle, $\beta = \varepsilon_{\infty}$ est le potentiel de gonflement atteint pour $t = \infty$ si on admet que la réaction atteint alors son avancement maximum $\xi = 1$ et ξ avancement normalisé de la réaction représente sa cinétique. La loi de comportement du béton atteint par une réaction de gonflement est fondée sur le principe de superposition des déformations. Dans le cas isotrope, la relation contraintes-déformations s'écrit alors :

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_x) \quad (4.17)$$

Où σ représente la contrainte, E le module d'élasticité et ε la déformation totale. Partant de l'hypothèse d'un gonflement libre isotrope, cette loi est généralisée au cas tridimensionnel :

$$\sigma = \left(K - \frac{2}{3} G \right) \text{tr} \varepsilon + 2G\varepsilon - K\varepsilon_x \quad (4.18)$$

Où K et G représentent les modules de compressibilité et de cisaillement de la loi de Hooke. L'écriture du modèle de la façon suivante à plusieurs avantages. D'abord, le potentiel de gonflement ε_{∞} et l'avancement de la réaction ξ sont des variables observables, donc ils sont mesurable sur des éprouvettes et on peut les injecter comme des données départ d'un calcul macroscopique. Aussi la notion d'équivalence entre pression induite par la formation de cristal et la déformation chimique ce qui donne la possibilité de gérer les problèmes à partir d'une déformation connu et non pas d'une à partir d'une contrainte inconnue ou très difficile à déterminer. Ainsi on modélise la RSI comme une déformation chimique imposée qui consiste d'appliquer à chaque instant une déformation qui peut dépendre de plusieurs autres paramètres.

Certes ce type de calcul a aussi des inconvénients, en effet ce modèle n'est pas forcément chimique au sens stricte, par exemple ce modèle ne détecte pas le cas où le cristal remplit les pores sans provoquer des pressions sur les parois.

IV. Modèle chimico-élastoplastique

1) Modèle chimico-élastoplastique unidimensionnel

L'expansion du cristal d'ettringite à l'intérieur du milieu poreux provoque une pression p_s sur les parois de son squelette. Cette pression peut provoquer la fissuration du matériau (figure 4-3). Ce dernier peut ainsi se déformer irréversiblement. Afin de modéliser l'effet de cette déformation irréversible, on a choisi d'utiliser un modèle chimico-élastoplastique. Ce choix, cohérent avec la volonté d'aboutir à un outil d'ingénieur, a l'avantage de conserver une modélisation compatible avec le cadre générale de mécanique des milieux continue, l'élastoplasticité étant également adaptée à la description des armatures. L'interprétation des déformations irréversibles de traction compression en termes d'ouvertures de fissures relève une problématique générale de description du comportement du béton endommagé qu'on ne détaillera pas ici spécifiquement. Pour cela on introduit une déformation plastique irréversible ε_p représentant la déformation plastique du matériau et χ la variable d'écrouissage. Le modèle rhéologique associé à cette représentation est présenté dans la figure 4-4.

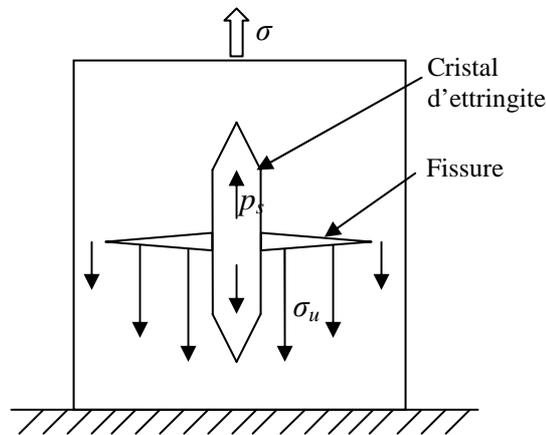


Figure 4-3 Description de la formation du cristal d'ettringite

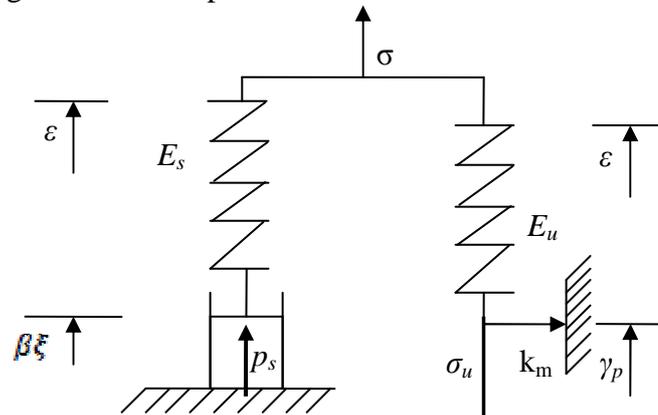


Figure.4. Modèle rhéologique associé

Figure 4-4 Modèle rhéologique associé

Ce modèle rhéologique tient compte du développement d'une éventuelle fissuration dans la partie du matériau en traction à travers l'ajout d'un patin avec un seuil k_m qui provoque une déformation plastique locale γ_p . L'écriture monodimensionnelle de l'équation d'équilibre et du critère de plasticité du modèle présenté s'écrivent :

$$\sigma = \sigma_u - p_s \quad \text{et} \quad \sigma_u \leq k_m \quad (4.19)$$

Or la pression p_s et la traction σ_u s'écrivent :

$$p_s = -E_s (\varepsilon - \beta \xi) \quad \text{et} \quad \sigma_u = E_u (\varepsilon - \gamma_p) \quad (4.20)$$

Ainsi en substituant (4.19) dans (4.20) on a :

$$\begin{cases} \sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_p - \beta \xi) \\ \sigma - E_h(\varepsilon_p - \bar{\beta} \xi) \leq K_m \end{cases} \quad (4.21)$$

Où β , E_h , K_m , ε_p sont données par les formules suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_p = \frac{E_u}{E_s + E_u} \gamma_p ; \quad \bar{\beta} = \frac{E_u}{E_s + E_u} k_m \\ E_h = \frac{E_s}{E_s + E_u} (E_s + E_u) ; \quad K_m = \frac{E_s + E_u}{E_s} k_m \end{cases} \quad (4.22)$$

A l'aide des nouveaux coefficients, on peut concevoir une représentation analogue à celle de la figure 4-4. Ce nouveau modèle est représenté dans la figure 4-5.

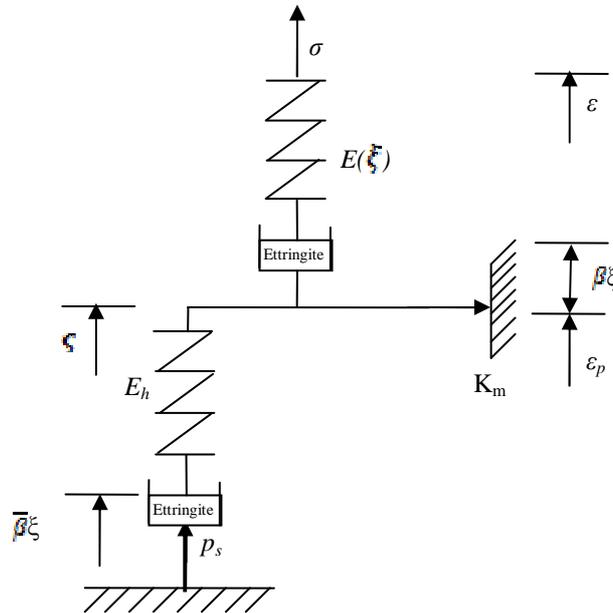


Figure 4-5 Représentation rhéologique du modèle cas élastoplastique

ξ représente la variable d'érouissage, dans le cas unidimensionnel cette variable coïncide avec la déformation chimique ε_γ . En supposant que la contribution de l'expansion du cristal d'ettringite au gonflement de matériaux est purement élastique. Cette supposition est née du fait que le cristal est un matériau assez rigide don on a un module d'élasticité bien supérieur à celui du squelette solide du milieu poreux ainsi la contribution du l'expansion du cristal est purement élastique. Le modèle se réduit à celui présenté dans la figure 4-6.

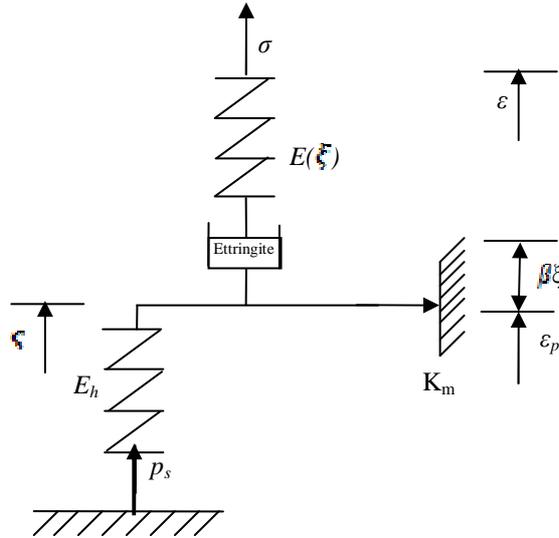


Figure 4-6 Représentation rhéologique du modèle cas élastoplastique induite

Pour ce modèle l'énergie libre s'écrit sous la forme suivante :

$$\bar{\psi}(\varepsilon - \varepsilon_p, \xi, T) = \bar{\psi}(\sigma, \xi) = \frac{1}{2} E(\xi) \left((\varepsilon - \varepsilon_p) - \beta \xi \right)^2 + \frac{1}{2} E_h \zeta^2 + g(\xi) \quad (4.23)$$

Avec

$$g(\xi) = \frac{A_0}{2} (1 - \xi)^2 \quad (4.24)$$

En considérant que ζ est la force thermodynamique associée à variable d'écroissage ξ . L'équation d'état s'écrit de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \varepsilon} = E(\xi) \left((\varepsilon - \varepsilon_p) - \beta \xi \right) \\ \zeta = p_\xi = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} = -E_h \xi \\ A = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} = \frac{1}{2} \frac{\partial E(\xi)}{\partial \xi} \left((\varepsilon - \varepsilon_p) - \beta \xi \right) + \sigma + A_0 (1 - \xi) \end{array} \right. \quad (4.25)$$

L'influence de la variation du module de Young et de la contrainte sur la réaction sont supposées négligeables, on a alors $A = A_0(1 - \xi)$.

L'équilibre de contrainte impose

$$|\sigma - p_\xi| \leq K_m \quad (4.26)$$

Ainsi la fonction de charge s'écrit :

$$f(\sigma, p_\xi) = |\sigma - p_\xi| - K_m \leq 0 \quad (4.27)$$

Les évolutions des déformations irréversibles et de l'écroissage peuvent être calculées si une plasticité associée est adoptée :

$$\left\{ \begin{array}{l} d\varepsilon_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = d\lambda \text{sign}(\sigma + p_\xi) \\ d\xi = d\lambda \frac{\partial f}{\partial p_\xi} = d\lambda \text{sign}(\sigma + p_\xi) \end{array} \right. \quad (4.28)$$

La condition $f = df = 0$ mène à :

$$f = df = 0 \rightarrow \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial p_\xi} dp_\xi = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial p_\xi} \frac{\partial p_\xi}{\partial \chi} d\chi = 0 \quad (4.29)$$

Ainsi, en utilisant l'équation d'état (4.25)₂

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma = d\lambda \left(\frac{\partial f}{\partial p_s} \right)^2 E_h \quad (4.30)$$

Et le multiplicateur plastique $d\lambda$ a pour expression :

$$d\lambda = \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma \quad \text{avec} \quad H = E_h \left(\frac{\partial f}{\partial p_s} \right)^2 \quad (4.31)$$

Dans le cas d'une expansion libre du matériau, la contrainte σ et l'incrément $d\sigma$ sont nuls ce qui implique, en utilisant les équations (4.28) et (4.31), que : $d\lambda = 0$ et $d\varepsilon_p = 0$. Ainsi la déformation s'exprime en termes d'avancement de la formation du cristal d'ettringite multiplié par un potentiel de gonflement de la façon suivante :

$$\varepsilon = \beta \xi \quad (4.32)$$

Supposons maintenant que le matériau soit soumis à une contrainte σ_0 constante, cette contrainte provoque une déformation irréversible ε_p^0 . Ainsi on peut écrire :

$$\sigma_0 = E(\xi) (\varepsilon - \varepsilon_p^0) - E(\xi) \beta \xi \quad (4.33)$$

Si on néglige $\frac{\partial E(\xi)}{\partial \xi}$, cette équation s'écrit sous forme incrémentale de la façon suivante :

$$d\varepsilon = \beta d\xi \quad (4.34)$$

On remarque ainsi que l'évolution de la déformation plastique ε_p est découplée de la formation de l'ettringite et que le gonflement d'origine chimique reste élastique. Aussi, l'avancement chimique n'intervient pas dans la force d'érouissage p_s ni dans le multiplicateur $d\lambda$, et on peut écrire la contrainte totale comme suit :

$$\sigma = E(\xi) (\varepsilon - \varepsilon_x - \varepsilon_p) \quad \text{avec} \quad \varepsilon_x = \beta \xi \quad (4.35)$$

Tout revient alors à imposer une contrainte (ou bien une déformation) d'origine chimique dans un milieu élastoplastique classique. Le terme employé de chimico-plasticité induite vient de ce fait. Cette source de contrainte (ou de déformation) chimique peut en effet induire de la plasticité dans le matériau. Si l'on bloque la déformation totale $\varepsilon = 0$ dans le modèle de la figure 4-6, le piston chimique finira par entraîner une déformation plastique si la pression accumulée dépasse la résistance K_m du patin. La déformation plastique induite par la réaction chimique ne peut avoir lieu que dans le cas où la déformation du matériau est limitée ou empêchée.

Les équations (4.32) et (4.34) indiquent alors que la cinétique peut s'exprimer directement par l'expansion macroscopique du matériau, comme dans le cas chimico-élastique.

V. Modèle chimico-élastoplastique tridimensionnel

L'extension du modèle précédent au cas tridimensionnel revient à réécrire les équations d'état sous forme tensorielle.

1) Equation d'état

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \left(\left(K - \frac{2}{3} G \right) \left(\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) - \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}_p) \right) \underline{\underline{1}} + 2G \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_p \right) - \beta K \xi \underline{\underline{1}} \right) \\ \zeta = p_s = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta} = -K_h \zeta \\ A = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} = \beta \text{tr}(\sigma) + A_0 (1 - \xi) \end{array} \right. \quad (4.36)$$

Dans le cas anisotrope la contrainte s'écrit de la façon suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \left(\left(K - \frac{2}{3} G \right) \left(\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) - \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}_p) \right) \underline{\underline{1}} + 2G \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_p \right) - \beta K \xi \underline{\underline{b}} \right) \quad (4.37)$$

Avec b le tenseur d'anisotropie.

2) Critère chémo-plastique Willam-Warnke

Le critère de plasticité adopté dans notre modélisation est celui de Willam-Warnke, nous présentons dans ce qui suit une adaptation de ce modèle au cas des couplages chémo-plastique du béton atteint de réaction de gonflement. Le critère de plasticité de Willam-Warnke à trois a été paramétré développé 1975 (Willam-Warnke 1975), ce critère est fréquemment utilisé pour la modélisation du comportement non-linéaire du béton comme matériaux plastique parfait ou comme matériaux plastique écrouissant (Ulm 1996). Nous montrons ainsi son extension au cas du béton atteint de réaction de gonflement considéré comme matériau chémo-plastique.

Le critère de Willam-Warnke à 3 paramètres peut être considéré comme un critère de type Drucker-Prager adapté au béton dans le domaine des faibles confinements. Il s'écrit sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} \in C_E \quad \Leftrightarrow \quad f(\underline{\underline{\sigma}}, p_s) = \tau + \delta(\theta)(\sigma + p_s - \rho_\infty) < 0 \quad (4.38)$$

Où (τ, θ, σ) sont calculées à partir des invariants du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$:

$$\begin{cases} \tau = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} \\ \sigma = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \\ \cos \theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{12}\tau} \end{cases} \quad (4.39)$$

Avec $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ ses valeurs principales, ordonnées suivant $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Le coefficient de frottement $\delta(\theta)$ varie selon l'angle de Lode θ entre deux extrêmes : le coefficient de frottement sur le méridien de compression $\delta_c = \delta(\theta = 0^\circ)$ et le coefficient de frottement sur le méridien de traction $\delta_t = \delta(\theta = 0^\circ)$. L'expression analytique de $\delta(\theta)$ est :

$$\delta(\theta) = \frac{u+v}{w} \begin{cases} u = 2\delta_c(\delta_c^2 - \delta_t^2) \cos \theta \\ v = \delta_c(2\delta_c - \delta_c) \sqrt{(\delta_c^2 - \delta_t^2) \cos^2 \theta + 5\delta_t^2 - 4\delta_c \delta_t} \\ w = 4(\delta_c^2 - \delta_t^2) \cos^2 \theta + (2\delta_c - \delta_c)^2 \end{cases} \quad (4.40)$$

ρ_∞ représente la pression de cohésion. Les trois paramètres du modèle $(\rho_\infty, \delta_c, \delta_t)$ se déduisent de trois caractéristiques mécaniques de base du matériau :

$$f_c = \frac{3\delta_c}{\sqrt{3} - \delta_c} \rho_\infty \quad f_t = \frac{3\delta_t}{\sqrt{3} - \delta_t} \rho_\infty \quad f_{bc} = \frac{3\delta_t}{\sqrt{3} - \delta_t} \rho_\infty \quad (4.41)$$

f_c représente la résistance à la compression, f_t la résistance à la traction, f_{bc} la résistance à la compression biaxiale.

La règle d'écoulement s'écrit de la façon suivante :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (4.42)$$

$$d\zeta = d\lambda \frac{\partial f}{\partial p_s} \quad (4.43)$$

L'utilisation de (38) dans (42) donne :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\underline{\underline{\varepsilon}}^p + \frac{1}{3} d\underline{\underline{\varepsilon}}^p \mathbf{1} \quad (4.44)$$

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\lambda \left(\frac{1}{2\tau} \underline{\underline{s}} + (\sigma + p_s - \rho_\infty) \underline{\underline{N}} \right) \quad (4.45)$$

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \text{tr} \left(d\underline{\underline{\varepsilon}}^p \right) = d\lambda \delta(\theta) \quad (4.46)$$

Avec $\underline{\underline{N}} = \frac{\partial \delta(\theta)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}$ (le développement de cette expression est présenté dans (ULM 1996).

Et la règle d'écroûissage s'écrit :

$$d\zeta = d\lambda \frac{\partial f(\underline{\underline{\sigma}}, p_s)}{\partial p_s} = d\lambda \delta(\theta) \quad (4.47)$$

Ce qui permet d'identifier la variation du volume plastique $\underline{\underline{s}}^p$ comme variable d'écroûissage ζ .

En utilisant (31), on obtient le multiplicateur de plasticité sous la forme suivante :

$$f = df = 0 \rightarrow d\lambda = \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} d\underline{\underline{\sigma}} \quad \text{avec} \quad H = - \left(\frac{\partial p_s}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial p_s} \right)^2 \quad (4.48)$$

En remplaçant $f(\underline{\underline{\sigma}}, p_s)$ par son expression (38), on obtient :

$$d\lambda = \frac{1}{H} \left(d\tau + \delta(\theta) d\sigma + (\sigma + p_s - \rho_{\infty}) \underline{\underline{N}} : d\underline{\underline{s}} \right) \quad (4.49)$$

Où H représente le module d'écroûissage du matériau.

VI. Extension pour tenir compte d'autres déformations

Ce modèle peut être étendu pour tenir compte d'autres déformations telles que la déformation de retrait comme c'est écrit dans l'équation (4.50)

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{tot} = \underline{\underline{\varepsilon}}_e + \underline{\underline{\varepsilon}}_x + \underline{\underline{\varepsilon}}_p + \underline{\underline{\varepsilon}}_r \dots \quad (4.50)$$

Avec

- $\underline{\underline{\varepsilon}}_e$: La déformation élastique
- $\underline{\underline{\varepsilon}}_x$: La déformation chimique
- $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$: La déformation plastique
- $\underline{\underline{\varepsilon}}_r$: La déformation de retrait

Dans la suite on s'intéressera particulièrement à la déformation chimique. Pour cela on présentera une caractérisation de l'avancement de la réaction qui engendre cette déformation. Aussi, vu qu'elle dépend de l'histoire hydrique et thermique de la structure, on présentera les différentes lois de couplage qui permettent de l'adapter aux conditions environnementales.

VII. Loi d'avancement

On a vu que le gonflement libre provoqué par la réaction peut être écrit comme une amplitude potentielle de gonflement $\underline{\underline{\varepsilon}}_{\infty}$ multipliée par une fonction d'avancement normalisé $\xi(t)$:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_x(t) = \underline{\underline{\varepsilon}}_{\infty} \xi(t) \quad (4.51)$$

Le problème réside maintenant dans la détermination de l'allure de cette loi et des paramètres qui la gouvernent.

Afin de modéliser la cinétique d'avancement de la réaction en lien avec sa conséquence mécanique, on a recours à des courbes de déformation en fonction du temps issues d'essais d'expansion libre réalisés en laboratoire dans des conditions environnementales standardisées. D'après les observations de bétons atteints de RSI, et contrairement au cas de RAS seule, l'expansion ne tend pas toujours vers une valeur asymptotique même au bout d'un temps très grand, mais elle continue de croître. Ce caractère asymptotique en fin de réaction est dû à la prolongation de la réaction pour une longue durée. En effet l'ouverture des fissures induites par la RSI provoque un apport d'eau et d'humidité qui semble entretenir l'expansion. Afin de modéliser ce comportement on utilise la loi de gonflement proposée par (Brunetaud 2006) en ajoutant quelques modifications sur la forme de cette loi afin que l'avancement reste toujours

compris entre 0 et 1. Cette loi généralise celle de (Larive 1998) et permet donc de couvrir de façon semble-t-il assez générique les deux types de réactions de gonflement, voire leur coexistence. Une représentation générale de l'avancement est ainsi permise par l'équation suivante :

$$\xi(t) = \frac{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right)}{1 + \exp\left(-\left(\frac{t - \tau_l}{\tau_c}\right)\right)} \left(1 - \frac{\varphi}{\delta + t}\right) \quad (4.52)$$

Les quatre paramètres homogènes à des temps qui apparaissent pour définir cette évolution sont :

- τ_l le temps de latence, qui caractérise, d'après (Larive 1998), l'instant où la réaction s'accélère par augmentation de la diffusion au sein du matériau du fait de la microfissuration ;
- τ_c le temps caractéristique, relatif à la phase d'atténuation des phénomènes expansifs et qui caractérise donc la durée pour parvenir au palier de déformation (Larive, 1998) ;
- φ permet de jouer sur la proportion relative de la fraction sigmoïde et de la fraction asymptotiquement linéaire de la courbe d'expansion ;
- δ permet de moduler l'amortissement de la fraction linéaire de la courbe.

Les paramètres τ_l , τ_c , φ , δ sont obtenus par une méthode d'optimisation au sens des moindres carrés. Afin d'assurer que l'avancement chimique soit une variable comprise entre 0 et 1, il faut que les coefficients φ , δ obéissent à la condition suivante :

$$0 \leq \varphi \leq \delta \quad (4.53)$$

A titre d'illustration on représente dans la figure 4-7 la forme géométrique de l'équation (4.52). Dans cet exemple on prend $\tau_l=40$, $\tau_c=6$, $\delta=100$ et φ variable entre 0 et 90.

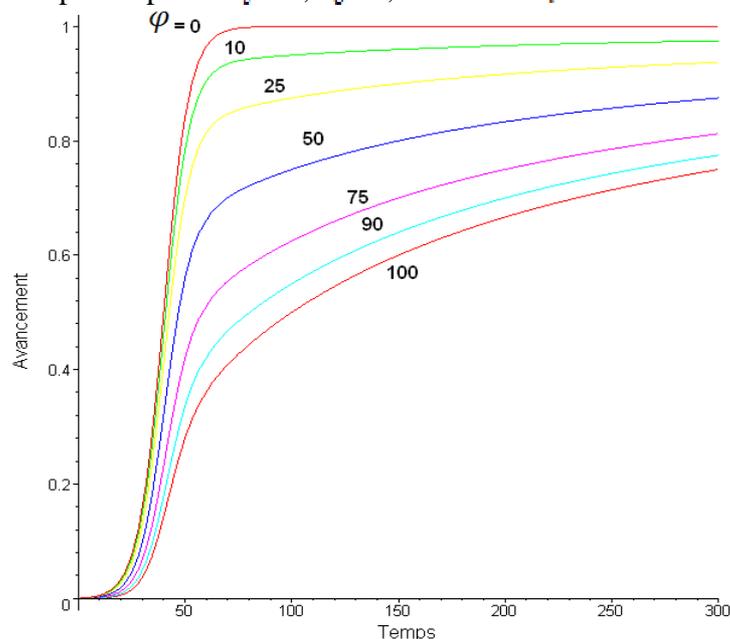


Figure 4-7 Forme géométrique de l'équation (4.52)

On remarque que la courbe de type (Larive 1998) avec $\varphi = 0$ constitue une limite supérieure et la courbe $\varphi = \delta = 100$ constitue une limite inférieure de l'ensemble des allures possibles. Le rapport $\frac{\varphi}{\delta}$ caractérise donc principalement l'évolution du gonflement à long terme.

L'importance de cette phase de long terme est primordiale dans les calculs que l'on va mener à l'échelle structurelle. Comme on va se placer dans une logique de réparation d'ouvrage à long terme, la prévision dans cette phase doit être la plus précise possible et éviter ainsi des erreurs considérables. Il faut néanmoins être conscient que l'identification de cette phase repose sur les données collectées sur des échantillons de laboratoire conservés sur de longues échéances, leur qualité est directement associée à la durée des mesures et à la qualité de contrôle des conditions (notamment thermiques et hydrique) qui permettent la poursuite du gonflement.

Le modèle proposé est calibré vis-à-vis des résultats expérimentaux de (Brunetaud 2005) dans le cas d'un béton chauffé 2h à 80°C. Une comparaison entre le calage fait par la loi de (Larive 1998) et celui fait selon la loi proposée est présentée dans la figure 4-8.

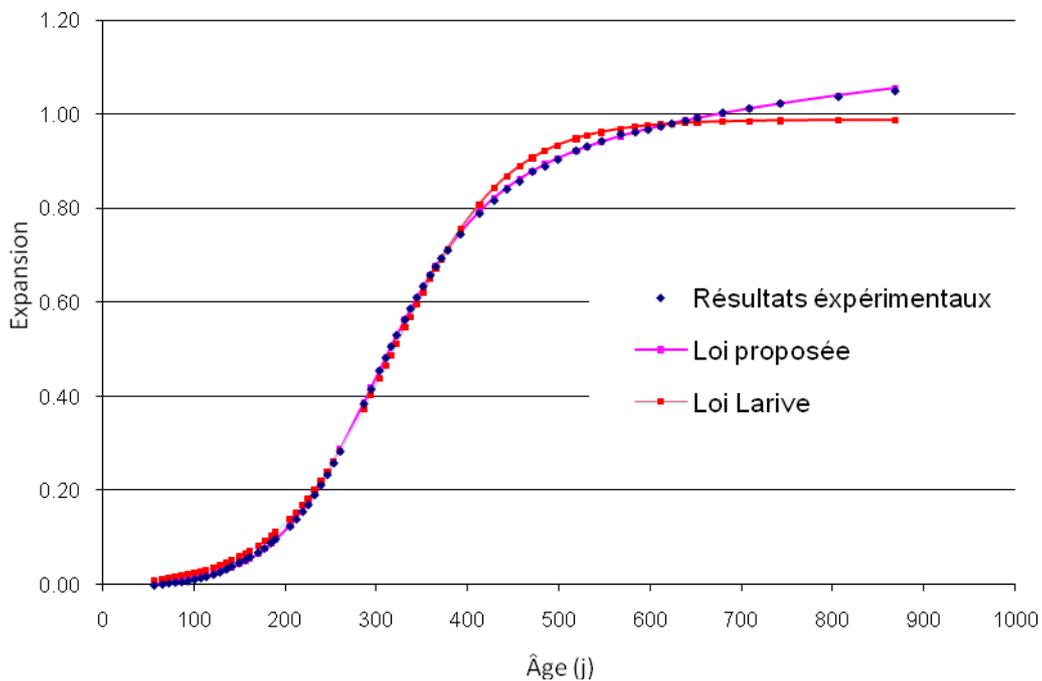


Figure 4-8 Comparaison des deux modèles de cinétique d'expansion

Les différentes valeurs de la loi de gonflement sont

Coefficient	$\epsilon_{\infty}(\%)$	τ_i (jours)	τ_c (jours)	φ (jours)	δ (jours)
Loi proposée	1.30	284	56.2	206	213
Loi Larive	0.988	316.5	63.5		

Tableau 4-1 Calibration de la loi proposée sur des courbes d'expansion d'éprouvette

L'optimisation simultanée des paramètres conduit à trouver des résultats sensiblement différents de ceux de la loi de (Larive 1998) notamment pour les prévisions à long terme.

Ainsi la loi d'avancement présentée donne une meilleure représentation de l'évolution du gonflement. En comparant l'erreur entre le modèle et l'expérience induite par un calibrage au sens des moindres carrés, on remarque que cette erreur est de l'ordre de $2.33 \cdot 10^{-2}$ dans le cas d'un calage de type (Larive 1998) et elle est de l'ordre de $4.4 \cdot 10^{-4}$ avec la loi d'avancement proposée, cependant l'écart sur l'amplitude du gonflement à l'infini dépasse 30 %. Aussi, comme on se place dans une logique de réparation d'ouvrage à long terme une estimation plus précise et sécuritaire de la fin de gonflement est importante. Tous ces avantages nous orientent vers l'utilisation de la loi proposée dans la suite de notre modélisation.

VIII. Couplage avec la température au jeune âge

D'après (Famy 1999), (Odler et Chen 1995), il est admis que l'une des conditions nécessaires pour qu'un matériau cimentaire développe une expansion causée par la RSI est qu'il soit porté au dessus d'une température seuil de l'ordre de 65°C, probablement variable en fonction de la teneur en alcalins, pendant son hydratation ou au-delà, conduisant à une déstabilisation de l'ettringite. Donc il est important de définir un seuil de température à partir du quel il y a un déclenchement potentiel de la RSI. Ainsi la réaction ne concernera que les zones qui auront été préalablement chauffées. Dans ces zones, on postule qu'il y a une construction d'un potentiel de gonflement qui est plus ou moins important selon la température atteinte au jeune âge et la durée de maintien à température élevée. Ce potentiel associé au gonflement final dépend donc de l'histoire thermique au jeune âge.

Les expérimentations faites par (Lawrence 1995-b), (Petrov 2003), (Fu et al. 1997), (Fu 1996), (Pavoine 2002), (Brunetaud 2005) ont montré que l'amplitude de l'expansion finale croît non seulement avec la température appliquée au jeune âge, mais aussi avec la durée pendant laquelle est appliquée cette température élevée. Il est important de pouvoir lier l'histoire thermique au jeune âge à l'expansion, d'autant plus que dans une structure, cette histoire thermique n'est pas homogène, et qu'on aura donc des gradients d'expansion. Cette constatation semble valable pour des températures maximales comprises entre 65°C et 100°C et un temps de cure inférieur à 6 jours (Brunetaud 2005), peut-être plus (constatation sur ouvrages).

Dans ces conditions nous postulons une modulation du potentiel de gonflement par une loi de type Arrhenius avec effet de seuil. La loi proposée est de la forme suivante (Baghdadi et al 2007-b) (Baghdadi et al 2008-b) :

$$\varepsilon_{\infty} = \begin{cases} 0 & \text{si } T(t) \leq T_0 \\ \alpha \int_{T(t) \geq T_0} e^{-\left(\frac{E}{R(T(t)-T_0)}\right)} dt & \text{si } T(t) > T_0 \end{cases} \quad (4.54)$$

Avec :

- ε_{∞} amplitude maximale de gonflement du béton,
- α amplitude de gonflement qui dépend de la composition du béton,
- E « énergie d'activation » spécifique de la RSI (liée à la déstabilisation de l'ettringite primaire),
- T_0 une température seuil à partir de laquelle on prend en compte la RSI,
- R constante des gaz parfaits

Ainsi on admet que l'histoire thermique initiale influe sur le potentiel, mais on néglige, au stade actuel, qu'elle pourrait avoir une influence sur les autres paramètres de la courbe de gonflement, en particulier sur sa cinétique, ceux-ci dépendant plutôt de l'environnement auquel le béton est soumis au cours de sa vie.

Le calibrage de cette loi que nous avons du postuler faute de données expérimentales adéquates entre le potentiel d'expansion et l'histoire thermique, nécessite des informations expérimentales. Les essais consistent à appliquer à des éprouvettes de même composition différentes histoires thermiques au jeune âge et faire par la suite le suivi d'expansion au cours du temps. Ainsi on obtient les potentiels associés à chaque histoire thermique. Dans la littérature, les essais de ce type ne sont pas nombreux ce qui n'a pas permis de faire des investigations détaillées sur cette loi. Néanmoins, on a essayé de calibrer cette loi par les résultats expérimentaux de (Brunetaud 2005). Pour cela on présente deux exemples préliminaires. Dans le premier, on a un béton avec une teneur en alcalins équivalents de

0.75% soumis à différentes histoires thermiques. Dans le tableau 4-2, on présente la variation du potentiel de gonflement en fonction de l'histoire thermique.

E/C	Teneur en alcalin	Nature des granulats	Temps étuvage 85°C	ϵ_{ss}
0,35	0.75	Siliceux	2H	0,0564 %
0,35	0.75	Siliceux	6H	0,2416 %
0,35	0.75	Siliceux	2J	1,0509 %

Tableau 4-2 Résultats expérimentaux de (Brunetaud 2005)

Pour ces valeurs expérimentales les résultats de calage de la loi, sont donnés au tableau 4-3.

E (Jmol ⁻¹)	α	T_0 (°C)
422	0.0011	54

Tableau 4-3 Résultats de calibrage

En utilisant ces résultats de calibrage on représente dans la figure 4-9 une illustration des valeurs expérimentales est ceux prédite par le modèle.

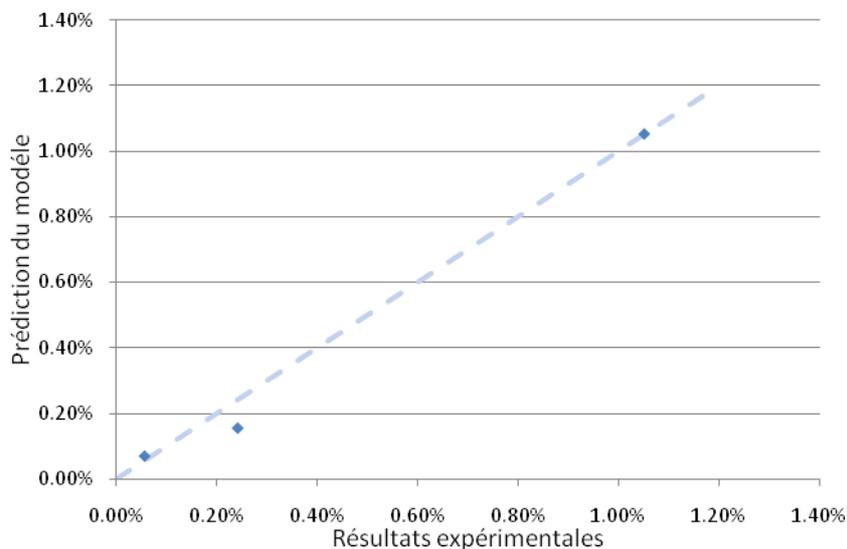


Figure 4-9 Comparaison entre les valeurs expérimentales et celles prédites par le modèle

On remarque que le modèle donne une bonne estimation des valeurs expérimentales. La précision de la calibration présentée dans le tableau 4-3 est de l'ordre de 10%, cette incertitude est assez acceptable.

Dans le deuxième exemple, on a un béton avec une teneur en alcalins équivalentes de 1%. On présente dans le tableau 4-4 la variation du potentiel en fonction de traitement thermique appliqué.

E/C	Teneur en alcalin	Nature des granulats	Temps étuvage 85°C	ϵ_{ss}
0,35	1	Siliceux	2H	0.283 %
0,35	1	Siliceux	6H	0.328 %
0,35	1	Siliceux	2J	1.16 %

Tableau 4-4 Potentiel de gonflement pour différentes histoires thermiques

Pour ces valeurs expérimentales, le résultat de calage de la loi du potentiel conduit aux valeurs suivantes :

$E(\text{Jmol}^{-1})$	α	T_0
422.3	0.00118	52.8

Tableau 4-5 Résultats de calibrage

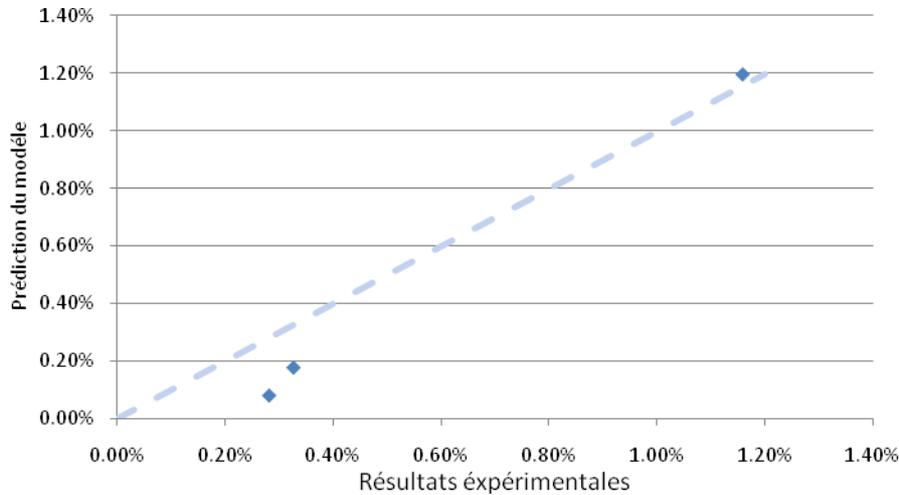


Figure 4-10 Comparaison entre les valeurs expérimentales et celles prédites par le modèle

On remarque que les valeurs trouvées dans l'exemple 1 sont assez proches de celles obtenues dans l'exemple 2. En effet l'énergie d'activation est presque constante dans les deux cas mais la température seuil diminue, ceci est due à l'augmentation de la teneur en alcalin. Cette baisse de température seuil avec la hausse de taux d'alcalin est confirmée par les expérimentations de (Hime 1999) (Brunetaud 2005). Ce résultat est encourageant et nous permet d'avoir une idée sur la plage de variation de ces paramètres. Dans le prochain chapitre on présentera une étude expérimentale effectuée pour donner plus de précision sur le couplage proposé et son calibrage.

La loi proposée ne rend pas compte de la baisse apparente du potentiel d'expansion pour des durées de maintien à haute température très longues où d'après les explications les plus probables, l'augmentation de l'adsorption des ions d'aluminium par les C-S-H empêche la recristallisation de l'ettringite ce qui induit une diminution du gonflement. Pour les applications structurelles connues jusqu'ici, on note cependant que les échauffements les plus longs semblent toujours avoir conduit à des gonflements potentiellement importants.

Ainsi à chaque point de la structure on associera un potentiel d'expansion calculé à partir de l'histoire thermique dans la phase initiale d'échauffement. Ce potentiel constituera la valeur maximale d'expansion que le béton peut atteindre.

La valeur de α est une constante à caler par des essais d'expansion libre sur des éprouvettes dont on connaît l'histoire thermique initiale ayant déclenché la RSI. La méthode de calibrage des différents paramètres est exposée dans le prochain chapitre.

IX. Couplage avec l'état hydrique

Il ressort de l'étude bibliographique et du retour d'expérience sur ouvrages que l'apport en eau est un élément essentiel pour la RSI, car l'eau est à la fois le siège des réactions chimiques, le milieu de transport des espèces ioniques et elle fait partie des réactifs (Divet 2001).

Les travaux quantifiant l'effet de l'humidité sur la RSI sont peu nombreux. On peut citer ceux de (Heinz et al. 1987) qui ont montré qu'aucune expansion n'est observée en dessous de 90 % d'humidité relative même après 780 jours. Les expansions finales sont plus élevées et les

temps d'inductions plus courts lorsque les échantillons sont conservés dans l'eau plutôt qu'à 100 % d'humidité relative.

Les travaux faits par (Graf-Noriega 2007) montrent l'existence d'un seuil de saturation au delà duquel il y a déclenchement de la RSI. Des éprouvettes conservées à 75 % d'humidité ne gonflent pas. Après 1500 jours à 75% elles sont placées à 90% et 92%. Les éprouvettes mises à 90% ne gonflent pas, par contre on observe du gonflement pour celles à 92 %.

Ces expérimentations sur éprouvettes sont faites en contrôlant le paramètre d'humidité relative. Dans le cas d'un calcul d'ouvrage, l'humidité à l'intérieur du béton est difficile à estimer pour cela il est plus avantageux pour nous de travailler avec le degré de saturation du milieu poreux. En laboratoire également le suivi massique donne une information plus précise, notamment dans le domaine des fortes humidités. Pour la RSI (et contrairement à la RAG) l'eau pourrait également avoir un rôle favorable pour lessiver les alcalins (ce qui favorise la néoformation de l'ettringite). Ceci semble cohérent avec les seuils d'humidité très élevés (ce qui pourrait s'interpréter par un contrôle de la réaction pour le déclenchement des gonflements par la circulation d'eau liquide au dessus du seuil de percolation).

En l'absence de résultats expérimentaux suffisamment nombreux pour élaborer une fonction de couplage propre à la RSI, nous avons choisi d'adopter des fonctions de couplages inspirées de celles présentées par (Poyet 2003) pour décrire l'influence de la teneur en eau locale sur la cinétique et l'amplitude du gonflement induit par la réaction alcali-silice, d'autant que les deux pathologies présentent de nombreuses similarités. Ainsi on pondère les paramètres α , β et γ de la loi d'avancement de (Brunetaud 2005) par des fonctions f_∞ , f_c et f_i qui dépendent du degré de saturation. Ces fonctions s'écrivent (Baghdadi et al. 2008-b):

$$f_\infty(S_r) = \left(\frac{(S_r - S_r^\infty)^+}{1 - S_{r0}^\infty} \right)^{m_\infty} \quad f_c(S_r) = \left(\frac{(S_r - S_r^c)^+}{1 - S_{r0}^c} \right)^{m_c} \quad f_i(S_r) = \left(\frac{(S_r - S_r^i)^+}{1 - S_{r0}^i} \right)^{m_i} \quad (4.55)$$

- f_∞ représente e la partie positive de X,
- S_r^∞, S_r^c, S_r^i sont les degrés de saturation seuils en deçà desquels les fonctions f_∞ , f_c et f_i sont nulles.
- m_∞, m_c, m_i sont des paramètres réels définissant la non linéarité des fonctions f_∞ , f_c et f_i .

Au stade actuel des connaissances φ et δ n'ont pas été paramétrés. On peut envisager à terme notamment dans le cas de réactions RSI et RAS concomitantes, de prévoir un paramétrage décrivant la modulation spécifique d'une phase asymptotique lentement croissante par rapport à la phase sigmoïde des expansions.

La figure 4-11 présente l'allure de la fonction $f_\infty(S_r)$ dans le cas $m_\infty=2$.

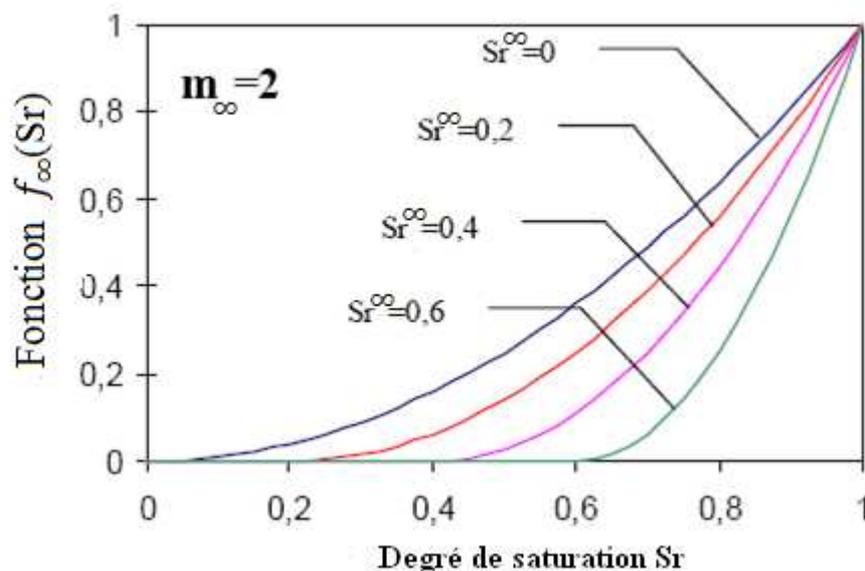


Figure 4-11 Allure de la fonction

X. Influence de la température de conservation

On s'intéresse ici à la température de conservation c'est-à-dire la température au cours de la phase d'expansion et par néoformation d'ettringite. Par manque de résultats expérimentaux, il est difficile d'évaluer l'influence de la température sur la RSI. On peut supposer qu'elle comporte deux effets antagonistes (Pavoine 2003): d'une part une température élevée favorise la pathologie par thermo-activation, d'autre part, elle la contrarie puisque la solubilité de l'ettringite augmente avec la température. Lorsque davantage d'informations seront disponibles sur ce sujet, on pourra pondérer les paramètres de la loi d'avancement proposée à l'aide de fonctions dépendant de la température.

XI. Couplage avec l'état de contrainte

Si le rôle de l'état de contrainte sur l'expansion générée par la RSI n'est pas connu avec précision, en l'absence de travaux expérimentaux finalisés sur ce sujet, on peut néanmoins, compte tenu du retour d'expérience associé notamment à la fissuration sur les ouvrages atteints, notamment en béton précontraint, supposer un couplage contrainte/gonflement similaire à celui observé dans le cas de la RAS, décrit notamment par (Multon et Toutlemonde 2006) et modélisé par (Grimal 2007). L'objectif du modèle est donc de rendre compte du gonflement sous contrainte dans chaque direction de l'espace à partir du gonflement volumique libre qui constitue souvent la seule et principale donnée raisonnablement accessible. La détermination expérimentale de la valeur du gonflement volumique libre consiste à suivre les expansions libres dans les trois directions de l'espace d'une éprouvette de béton réactif. On peut notamment utiliser un robot de mesure (Larive 1998), permettant la mesure des déformations transversales moyennes. En absence de cet appareil, on peut utiliser la mesure longitudinale du gonflement sur des éprouvettes carotées dans des directions perpendiculaires, ou coulées selon des axes orthogonaux. A défaut, on pourra supposer une expansion libre isotrope au moins tant que la fissuration reste sans localisation préférentielle aux interfaces pâte granulats.

L'influence de la contrainte sur l'expansion est susceptible de produire deux types d'effets: tout d'abord la compression moyenne est susceptible de diminuer l'ampleur des gonflements ; ensuite, les gonflements dans les directions les plus comprimées ont tendance à se reporter

dans les directions transversales ; le déviateur des contraintes engendre donc une anisotropie de l'expansion chimique.

Le calcul du couplage prévoit donc deux étapes successives (Baghdadi et al. 2007-a) :

– Première étape, bien qu'il n'y ait pas consensus entre les auteurs, et notamment en absence d'information dans le cas de la RSI, compte tenu des incertitudes actuelles concernant l'effet de la contrainte moyenne sur le gonflement chimique induit, on prévoit une modulation possible du gonflement volumique par une fonction qui tient compte de la contrainte moyenne.

– Deuxième étape, on applique à la déformation chimique un tenseur qui tient compte du déviateur des contraintes ce qui crée une anisotropie du gonflement.

On présente dans la suite une description détaillée de ces deux étapes, qui s'appuie notamment sur l'analyse et les essais de (Multon et Toutlemonde 2006). Cette démarche est déjà présentée dans (Baghdadi et al. 2007-a).

1) Effet de la contrainte moyenne

Le gonflement volumique s'écrit comme la somme des expansions dans les trois directions principales:

$$\varepsilon_{Xvol} = \varepsilon_{XI} + \varepsilon_{XII} + \varepsilon_{XIII} \quad (4.56)$$

On doit expliciter une relation entre les déformations volumiques sous contraintes et la déformation volumique libre. Cette relation s'exprime comme une loi de couplage $\delta(\sigma_M)$ fonction de la contrainte moyenne :

$$\varepsilon_{Xvol}^{S.C.} = \delta(\sigma_M) \varepsilon_{Xvol}^{libre} \quad (4.57)$$

- $\varepsilon_{Xvol}^{libre}$ Expansion chimique volumique libre.
- $\varepsilon_{Xvol}^{S.C.}$ Expansion chimique volumique sous contrainte.
- σ_M Contrainte moyenne $\sigma_M = \frac{1}{3}(\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})$.

Dans le cas des expérimentations faites sur la réaction alcali-silice, la représentation du ratio de déformation volumique d'origine chimique en fonction de la contrainte moyenne ne semble pas suivre une tendance claire. D'après (Multon et Toutlemonde 2006), il évolue de façon erratique entre 0.6 et 1.2. Pour ce programme expérimental et compte tenu de la dispersion sur les déterminations expérimentales de $\varepsilon_{Xvol}^{S.C.}$, on réduit la fonction $\delta(\sigma_M)$ à un coefficient $\delta = 1$, calculé comme la moyenne des mesures.

De façon plus générale, la détermination de la fonction $\delta(\sigma_M)$ nécessite d'autres investigations afin de quantifier le cas échéant une loi appropriée, en particulier pour d'autres réactions de gonflement comme la réaction sulfatique interne.

2) Effet de la contrainte déviatorique

La deuxième étape de ce couplage consiste à déterminer la déformation chimique sous contrainte dans les différentes directions de l'espace. On multiplie la déformation volumique chimique (scalaire) par un tenseur dont les composantes sont fonction de l'état de contrainte auquel la structure est soumise.

On considère dans la suite la notation suivante σ_I, σ_{II} et σ_{III} les contraintes principales avec $\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III}$. La présentation de la démarche sera toujours effectuée dans le repère principal, de ce fait on se limite à écrire les tenseurs sous forme vectorielles.

Dans le repère des directions de contraintes principales, la déformation chimique sous contrainte peut s'écrire :

$$\underline{\varepsilon}_X^{S.C.} = \varepsilon_{Xvol}^{libre} \delta(\sigma_M) \underline{b} \quad ($$

Avec \underline{b} : Expansion chimique libre.

\underline{b} : Expansion chimique sous contrainte (Vecteur formé des trois composantes selon les directions des contraintes principales).

admet la forme suivante :

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \\ \cos^2 \alpha \sin^2 \beta \\ \sin^2 \alpha \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

Ce qui assure que la somme de ses composantes vaut 1 et que ces dernières restent positives. On a :

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\sigma_{II}}{\sigma_{I}} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{\sigma_{III}}{\sigma_{I}} \quad (4.60)$$

Cette écriture permet notamment d'identifier η qui représente le « coefficient d'anisotropie » mis en évidence par (Multon et Toutlemonde 2006) dans des gonflements sous contrainte. Compte tenu des valeurs obtenues, on peut proposer d'exprimer cette relation à partir des caractéristiques mécaniques du béton :

$$2\operatorname{tg}^2 \alpha = \left[\frac{f_{ct}^2(1-\nu)}{(S_{III} - f_{ct})^2} + \nu \right] \quad (4.61)$$

Avec :

- $S_{III} = \sigma_{III}$
la composante du déviateur de contrainte dans la direction III,
- f_{ct}
la résistance à la traction du béton,
- ν
le coefficient de Poisson du béton.

Une représentation de la variation du coefficient d'anisotropie en fonction du déviateur de contrainte est donnée dans la figure 4-12.

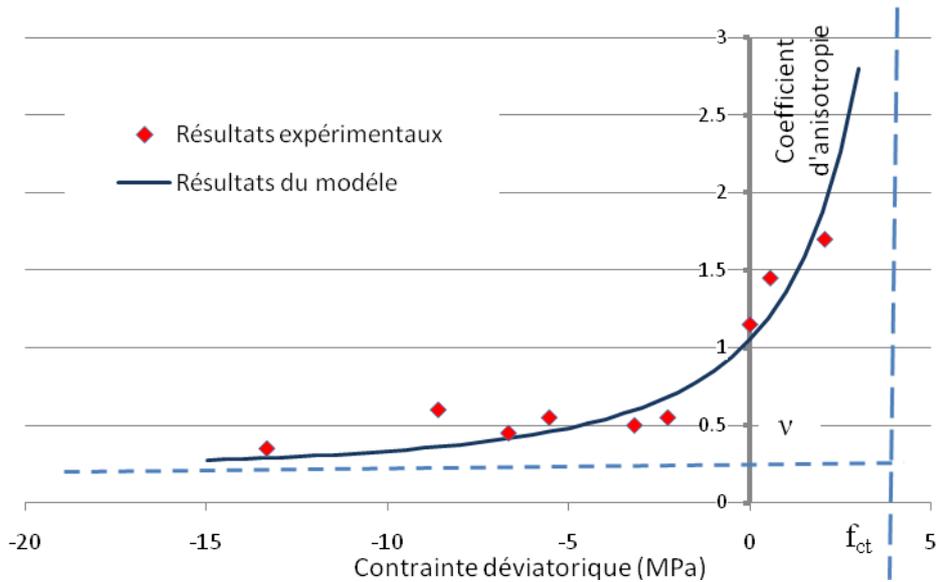


Figure 4-12 Evolution du coefficient d’anisotropie en fonction de la contrainte déviatorique

La présentation de l’équation sous cette forme générale donne lieu à trois constatations conformes aux résultats expérimentaux trouvés par (Multon 2004) et généralement admises:

- Pour de fortes contraintes déviatoriques, le coefficient d’anisotropie tend vers la valeur du coefficient de Poisson. Ainsi pour des compressions élevées dans 1 ou 2 directions, le déviateur des contraintes n’a plus d’effet sur l’anisotropie du gonflement chimique imposé, l’élément se comporte comme si la déformation était bloquée dans la direction la plus comprimée et toute la déformation volumique potentielle se reporte alors dans la direction la moins contrainte.
- Pour de faibles contraintes déviatoriques le coefficient d’anisotropie tend vers une valeur égale à 1. Ainsi on retrouve le cas d’un gonflement isotrope d’une éprouvette sous expansion libre ou soumise à une contrainte uniforme dans toutes les directions.
- Pour une contrainte déviatorique de traction qui tend vers la résistance à la traction du béton, on a un coefficient d’anisotropie qui tend vers l’infini, ce qui est tout a fait conforme aux constatations expérimentales. Dans ces conditions, en effet, l’expansion se produit principalement perpendiculairement aux fissures.

De façon à ne pas privilégier une direction particulière vis-à-vis de l’écriture dans le repère des contraintes principales, l’expression de β s’impose :

$$\operatorname{tg}^2 \beta = \left[\frac{f_{ct}^2(1-\nu)}{\left(\frac{2}{3}(\sigma_{II}-\sigma_I) - f_{ct}\right)^2} + \nu \right] \quad (4.62)$$

Ainsi on peut déterminer la déformation chimique imposée dans les trois directions de l’espace, sous différentes conditions de contraintes.

3) Validation du modèle

Pour vérifier la cohérence du modèle avec les données de calibration, on utilise les essais de (Multon 2004). La réaction de gonflement étudiée au cours de ces expérimentations est l’alcali-réaction. Les caractéristiques mécaniques du béton étudié sont $f_{ct} = 3.55 \text{ MPa}$ et $\nu = 0.22$. Les éprouvettes sont soumises à des contraintes de compression de 0 MPa, -10 MPa ou -20 MPa. La première phase de calcul dans le modèle consiste à calculer la déformation volumique libre à partir des données disponibles enregistrées sur des éprouvettes

en gonflement volumique libre. La variation du gonflement volumique libre est donnée par la figure 4-13.

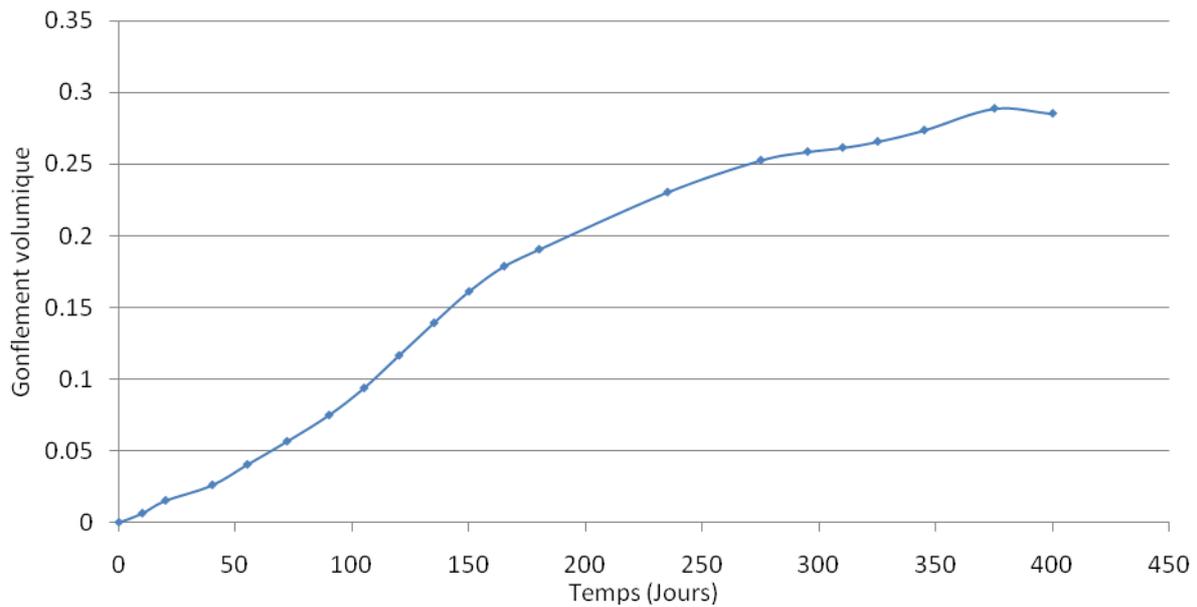


Figure 4-13 Variation du gonflement volumique libre

Ce calcul est effectué d'une façon incrémentale, c'est-à-dire à chaque échéance de mesure on calcule une déformation volumique libre. La deuxième phase consiste à calculer le coefficient d'anisotropie prédit par le modèle en fonction de la contrainte appliquée. On présente dans le tableau 4.6 les déformations longitudinales et transversales trouvées expérimentalement et numériquement à 400 jours, ainsi que les coefficients d'anisotropie.

Sollicitations	Etat de contrainte	Coefficient d'anisotropie	
		Expérience	Modèle
Gonflement libre	$\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III} = 0$	1	1
Compression axiale (-10MPa)	$\sigma_I = \sigma_{II} = 0$ $\sigma_{III} = -10 \text{ MPa}$	0.45	0.442
Compression axiale (-20MPa)	$\sigma_I = \sigma_{II} = 0$ $\sigma_{III} = -20 \text{ MPa}$	0.35	0.3316

Tableau 4-6 Estimation du coefficient d'anisotropie dans le cas d'une éprouvette soumise à une contrainte uni-axiale

On remarque que le modèle numérique donne une bonne estimation du coefficient d'anisotropie pour une éprouvette soumise à une contrainte uni axiale.

La troisième phase consiste à utiliser les résultats de la première et deuxième phase à savoir le gonflement volumique libre et le coefficient d'anisotropie pour calculer à chaque échéance de mesure une déformation selon une direction.

La figure 4-14 présente l'évolution des déformations longitudinale et transversale expérimentales et numériques dans le cas d'une éprouvette soumise à une contrainte de compression égale à -20 MPa :

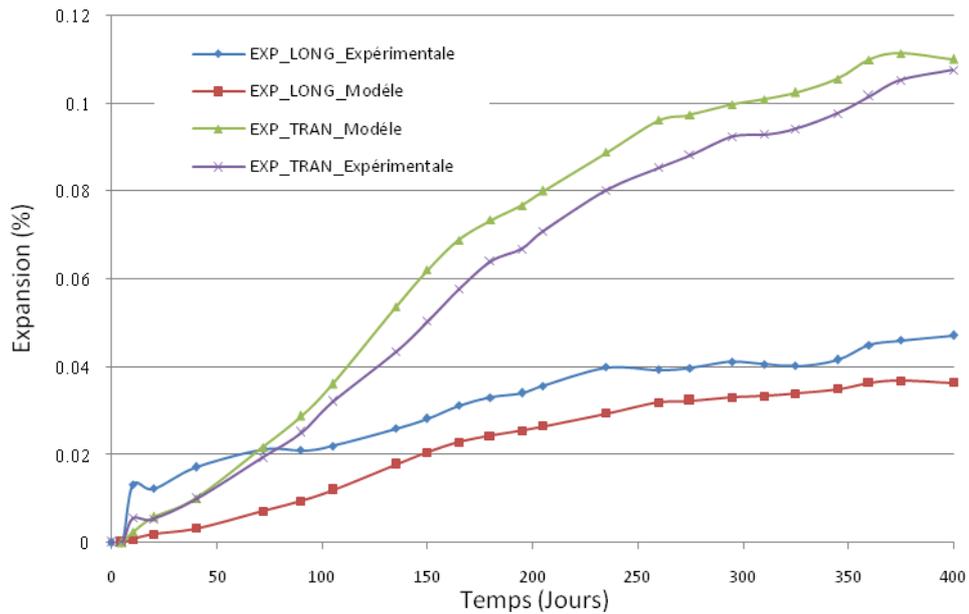


Figure 4-14 Comparaison entre les résultats du modèle et expérimentaux dans le cas d'une éprouvette soumise à une contrainte axiale

On remarque que les résultats trouvés par le modèle sont comparables aux résultats expérimentaux. On remarque que le modèle prédit la cinétique et l'amplitude du gonflement dans chaque direction.

Dans le cas d'une éprouvette confinée par un anneau, la contrainte de confinement est variable dans le temps. Les valeurs de cette contrainte $\sigma(t)$ sont connues à partir d'un calcul mécanique classique avec soustraction de l'effet du retrait et fluage (Multon et Toutlemonde 2006). Dans ce cas le coefficient d'anisotropie est variable dans le temps vue que la contrainte de confinement est variable. Dans la figure 4.15 on présente la variation du coefficient d'anisotropie prédite par le modèle et celle trouvée expérimentalement.

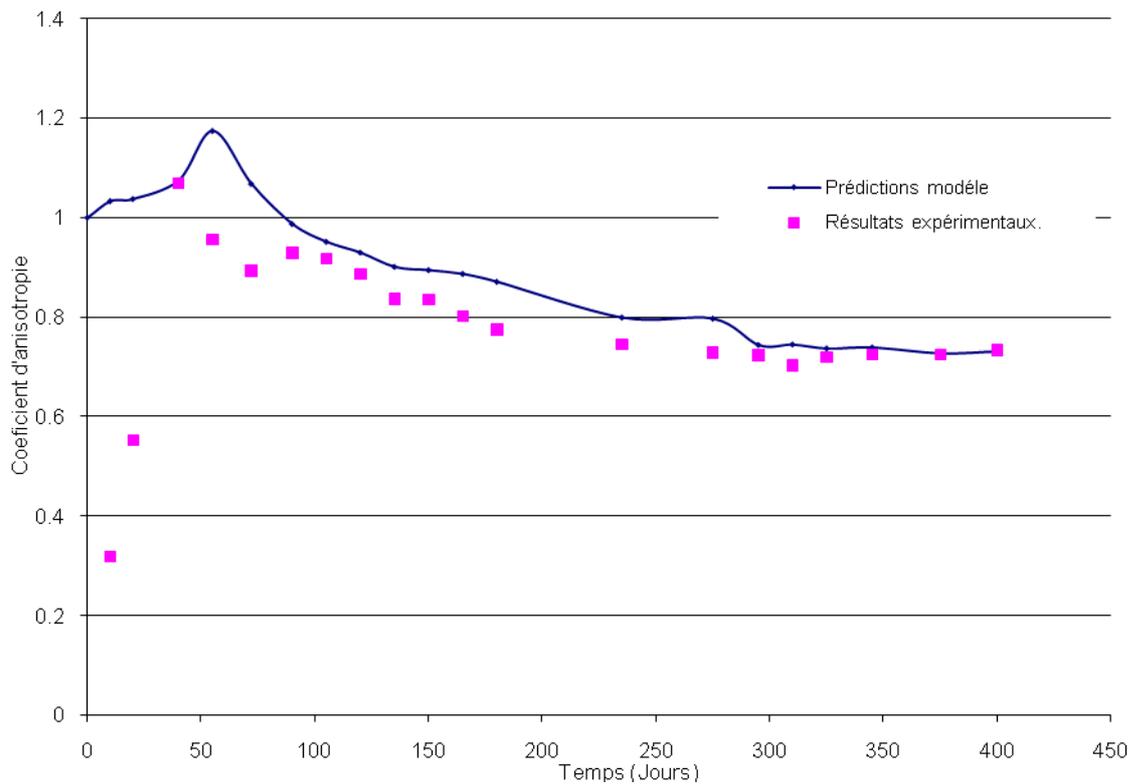


Figure 4-15 Variation des coefficients d'anisotropie en fonction du temps

On peut associer le décalage observé dans les valeurs à une erreur dans les mesures de gonflement, vu que dans les cent premiers jours la réaction de gonflement n'a pas tellement évolué de façon qu'on peut mesurer d'une manière précise la déformation qu'elle engendre. Excepté les premières valeurs, on peut conclure que le modèle donne une bonne prédiction du coefficient d'anisotropie. En effet le coefficient d'anisotropie prédit par le modèle est égale à un au début vu que les contraintes de confinement sont nul, en suite il évolue au dessus de un vu que la contrainte qui agit dans l'éprouvettes est essentiellement de la traction vu que le béton subit un retrait endogène ensuite la réaction commence à évoluer créant des contraintes de compression dans l'éprouvette ainsi le coefficient d'anisotropie devient inférieur à un. En utilisant le coefficient d'anisotropie prédit par le modèle et le gonflement volumique libre on peut déterminer l'évolution de la déformation longitudinale et transversale. Dans la figure 4-16 on représente cette évolution fonction du temps.

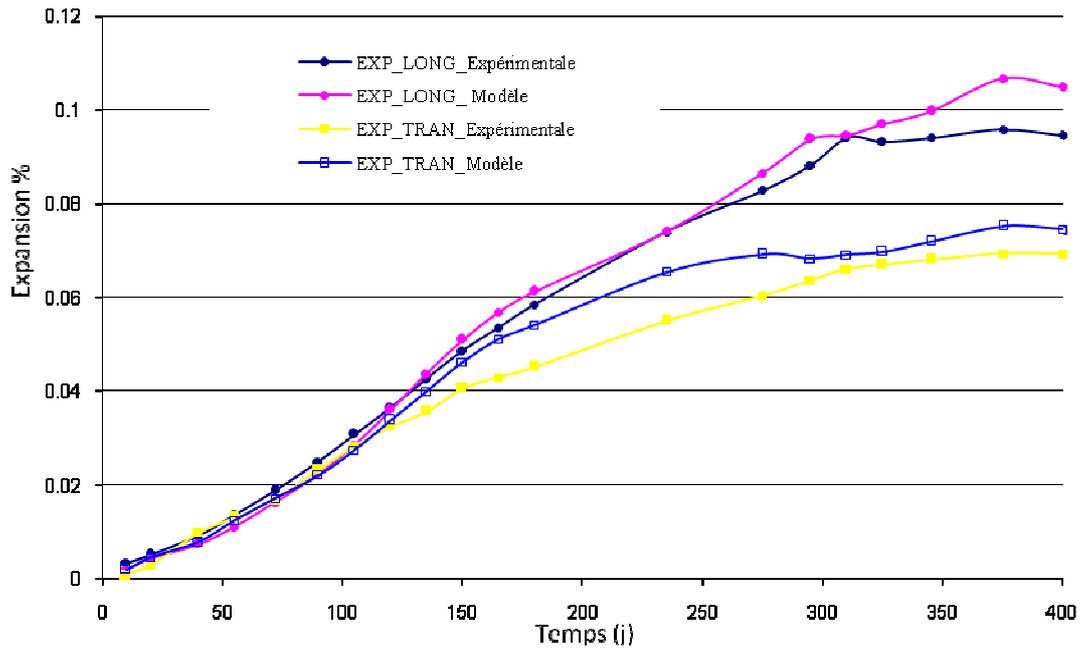


Figure 4-16 Comparaison entre les résultats du modèle et expérimentaux

On remarque que le modèle développé prédit bien l'évolution de la déformation chimique sous contrainte de confinement.

On utilise maintenant le même modèle dans le cas des éprouvettes soumises à un chargement compression de -10 MPa et de -20 MPa et frettées avec des anneaux métalliques périmétriques d'épaisseur 3mm ou 5mm. Comme dans le cas précédent, la contrainte de confinement est variable au cours du temps, ce qui implique un coefficient d'anisotropie aussi variable au cours du temps. Dans la figure 4-17 on représente la variation de coefficient d'anisotropie prédit par le modèle et celui mesurée expérimentalement dans le cas d'une éprouvette confinée (3 mm) et soumise à une contrainte de compression de -20 MPa.

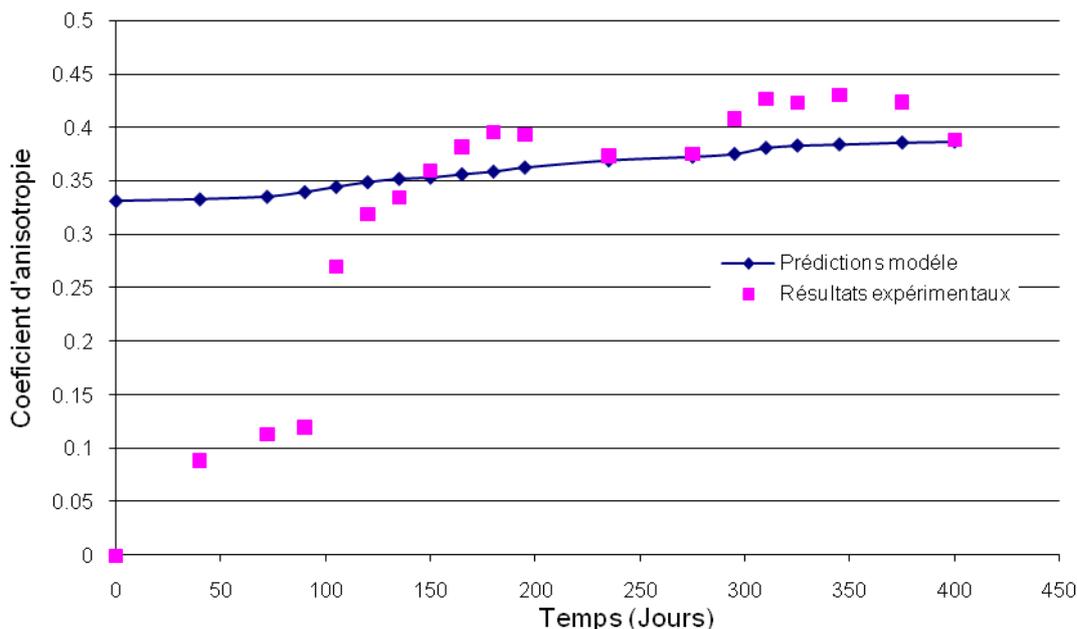


Figure 4-17 Variation du coefficient d'anisotropie au cours du temps cas d'une éprouvette confinée avec des anneaux de 3mm en soumise à une compression de -20MPa

La valeur du coefficient d'anisotropie initial est égale à 0.33, cette valeur correspond à une éprouvette soumise à une contrainte uni-axial de -20 MPa, par la suite ce coefficient évolue vu que la contrainte de confinement induite par les annaux augmente jusqu'à atteindre 0.39. Ce qui veut dire qu'on observe un report de la formation du gel dans la direction du chargement longitudinal. En comparant ces résultats à ceux mesurés on remarque que le coefficient d'anisotropie ne coïncide pas avec les prédictions du modèle au début ; cela s'explique par l'erreur qui peut être faite lors de la prise de la mesure. A partir de 120 jours la valeur du coefficient d'anisotropie se stabilise dans la même plage que celle prédite par le modèle. Ainsi le modèle donne une estimation assez précise de l'anisotropie. En utilisant ce coefficient d'anisotropie variable en fonction du temps et le gonflement volumique libre, on calcule le gonflement dans la direction transversale et longitudinale. La figure 4-18 présente une comparaison entre l'évolution du gonflement estimé par le modèle et celui trouvé par les essais, dans le cas d'une éprouvette confinée (3 mm) et soumise à une contrainte de compression de -20 MPa.

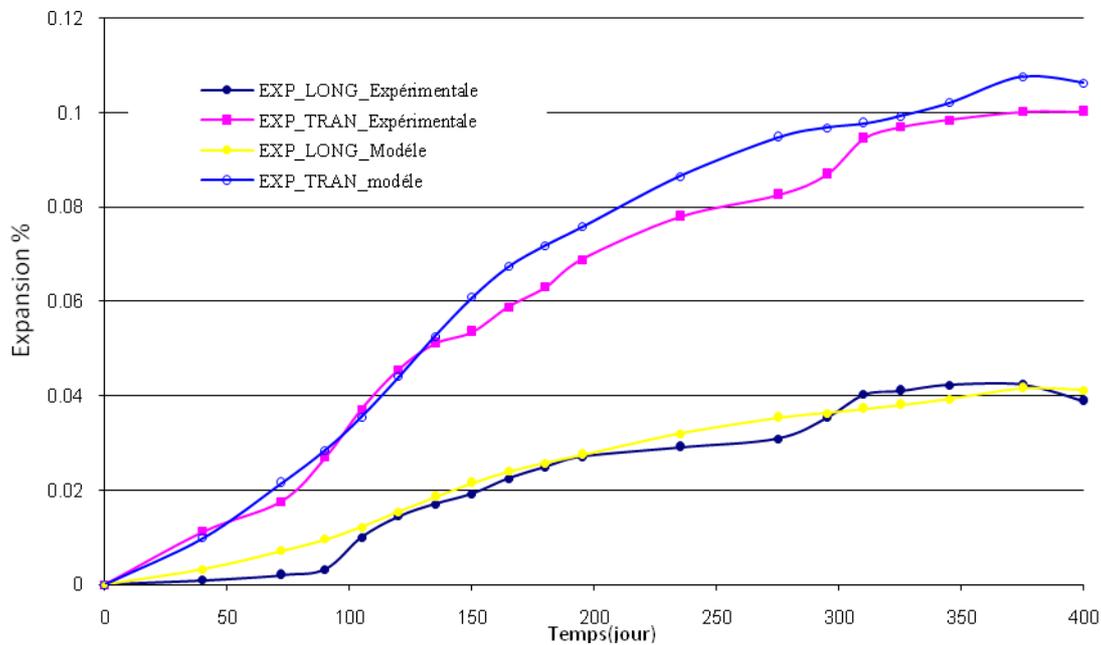


Figure 4-18 Comparaison entre les résultats du modèle et expérimentaux

On remarque que même si le coefficient d'anisotropie expérimental est différent de celui prédit dans les 100 premiers jours de gonflement le modèle prédit assez bien dans cette zone le gonflement dans cette direction. Pour le reste le modèle prédit bien le gonflement induit par la réaction dans les différentes directions.

v. Récapitulation des résultats trouvés :

Dans le tableau 4.7, on présente l'ensemble des résultats trouvés, avec le coefficient d'anisotropie après 400 jours d'expansion de l'éprouvette sous différent état de contrainte.

Sollicitation		Déformation longitudinale (400 j)		Déformation transversale (400 j)		Coefficient d'anisotropie	
Compression	Confinement	Modèle	Exp.	Modèle	Exp.	Modèle	Exp.
0 MPa	0 mm	0.095	0.103	0.095	0.09	1	1.14
0 MPa	3 mm	0.104	0.094	0.074	0.069	1.4	1.36
0 MPa	5 mm	0.103	0.128	0.076	0.107	1.34	1.26
-10 MPa	0 mm	0.045	0.034	0.103	0.073	0.44	0.45
-10 MPa	3 mm	0.047	0.043	0.107	0.08	0.44	0.53
-10 MPa	5 mm	0.064	0.04	0.098	0.071	0.63	0.59
-20MPa	0 mm	0.036	0.037	0.108	0.107	0.33	0.35
-20 MPa	3 mm	0.041	0.039	0.106	0.1	0.387	0.388
-20 MPa	5mm	0.0394	0.042	0.093	0.105	0.423	0.49

Tableau 4-7 Récapitulation des résultats trouvés après 400 jours d'expansion

En analysant le tableau 4.7, on remarque que le modèle donne dans la majorité des cas une bonne estimation de l'expansion longitudinale, transversale et du coefficient d'anisotropie à 400 jours. Les écarts observés dans le cas des éprouvettes confinées avec des anneaux d'épaisseur 5 mm sont dus à une incertitude importante sur les mesures. En effet, un décalage des anneaux constituant le frettage a rendu la surface de mesure imparfaite ce qui a provoqué des imprécisions dans le relevé des mesures transversales (Multon 2004).

Ce modèle proposé se place dans la continuité des modèles développés pour décrire l'effet de la contrainte sur l'anisotropie de gonflement (Gomes 2004) (Saouma 2006) (Grimal et al. 2008). Ce modèle donne une bonne cohérence avec les données expérimentales faite sur la RAS, et son application sera étendue pour la RSI après la validation par des données expérimentales. Parmi les points forts de modèle est qu'il dépend de deux paramètres mécaniques qui sont la résistance de traction et le coefficient de Poisson, ainsi son utilisation ne nécessite pas un calage préalable.

XII. Anisotropie intrinsèque de gonflement

Un deuxième type d'anisotropie peut être détecté dans les bétons atteints de réaction de gonflement interne : il s'agit de l'anisotropie intrinsèque. Cette anisotropie a notamment été mise en évidence par les expérimentations faites par (Hughes et Ash 1969) dans le cas de la RAS. Cette anisotropie est due à une accumulation d'eau sous les granulats lors de la mise en place (Larive 1998). Cette accumulation est plus ou moins marquée suivant les formulations du béton et provient de la tendance naturelle du béton à la ségrégation et ressuage interne sous le simple effet de la pesanteur. Ces deux phénomènes sont gênés par la présence des granulats qui empêchent les remontées d'eau. Ainsi la porosité de la pâte de ciment en contact avec les faces inférieures des granulats est le paramètre le plus important qui influe sur ce phénomène.

En ce qui concerne la RSI il y n'a pas de travaux qui mettent en évidence ce phénomène, cette anisotropie peut néanmoins exister à partir du moment où la néoformation de l'ettringite se localise principalement aux interfaces pates granulats, car le mécanisme qui l'induit peut être transposé au cas de la RSI. En effet la présence d'une cavité au dessous d'un granulat constitue une zone idéale pour la formation de l'ettringite et son développement.

La modélisation de cette anisotropie peut être faite en utilisant la notion de coefficient d'anisotropie intrinsèque, rapport entre la déformation selon l'axe vertical et le la déformation selon l'axe horizontal au moment du coulage. L'axe vertical est celui de la pesanteur. Ainsi le coefficient d'anisotropie s'écrit :

$$I_{CA} = \frac{\epsilon_{Verticales}}{\epsilon_{Horizontale}} \quad (4.63)$$

Dans le cas de la RAS le coefficient d'anisotropie a pu atteindre (Larive 1998) $I_{CA}=1.63$ lors d'un coulage vertical.

Pour tenir compte de l'inclinaison possible des directions de la pièce par rapport au sens du coulage, on a exprimé ce coefficient d'anisotropie en fonction de l'angle θ que fait la verticale actuelle par rapport à la verticale lors du coulage. Cette relation est présentée comme suit :

$$I_{CA}^{\theta}(\theta) = \frac{I_{CA}^H - I_{CA}^V}{90^{\circ}} \theta + I_{CA}^V \quad (4.64)$$

Avec :

- $I_{CA}^{\theta}(\theta) = \frac{\varepsilon_{axial}}{\varepsilon_{transversale}}$ pour une éprouvette cylindrique ou prismatique de direction θ
- θ est l'angle entre le sens du coulage et la verticale, exprimé en degrés. Cet angle est généralement égal à 0° .
- I_{CA}^H est le coefficient d'anisotropie trouvé par un essai d'expansion effectué sur une carotte extraite horizontalement relativement au sens de coulage du béton,
- I_{CA}^V est le coefficient d'anisotropie trouvé par un essai d'expansion effectué sur une carotte extraite dans la direction correspondant à la verticale lors du coulage.

On peut identifier I_{CA}^H et I_{CA}^V en résolvant le système constitué de la relation (4.64) appliqué à deux directions de carottage θ_1 et θ_2 .

Pour la RSI les coefficients I_{CA}^H et I_{CA}^V sont définis de la même façon que pour la RAS.

XIII. Influence de la RSI sur la rigidité du béton

Le module d'Young d'éprouvettes de béton atteint de RGI présente une baisse notable par rapport à sa valeur initiale, dès un stade de réaction relativement précoce. Cette chute fait consensus dans le cas de la RAS avec une baisse susceptible d'atteindre environ 30%. Modéliser la baisse du module d'Young revient à lier une variable d'endommagement d à l'expansion. Le module du béton à un instant donné aura alors pour expression :

$$E = E_0(1 - d) \quad (4.65)$$

Où E_0 représente le module d'Young initial et d la variable d'endommagement. Tout le problème réside dans la détermination de l'évolution de cette variable.

Il s'agit donc d'une description simplifiée d'un couplage complémentaire entre avancement de la réaction chimique et comportement entre avancement de la réaction chimique et comportement mécanique, indépendant de la plasticité induite. L'endommagement « chimique » est supposé isotrope, il peut s'interpréter comme l'effet d'une microfissuration diffuse de la pâte où se développe la RSI.

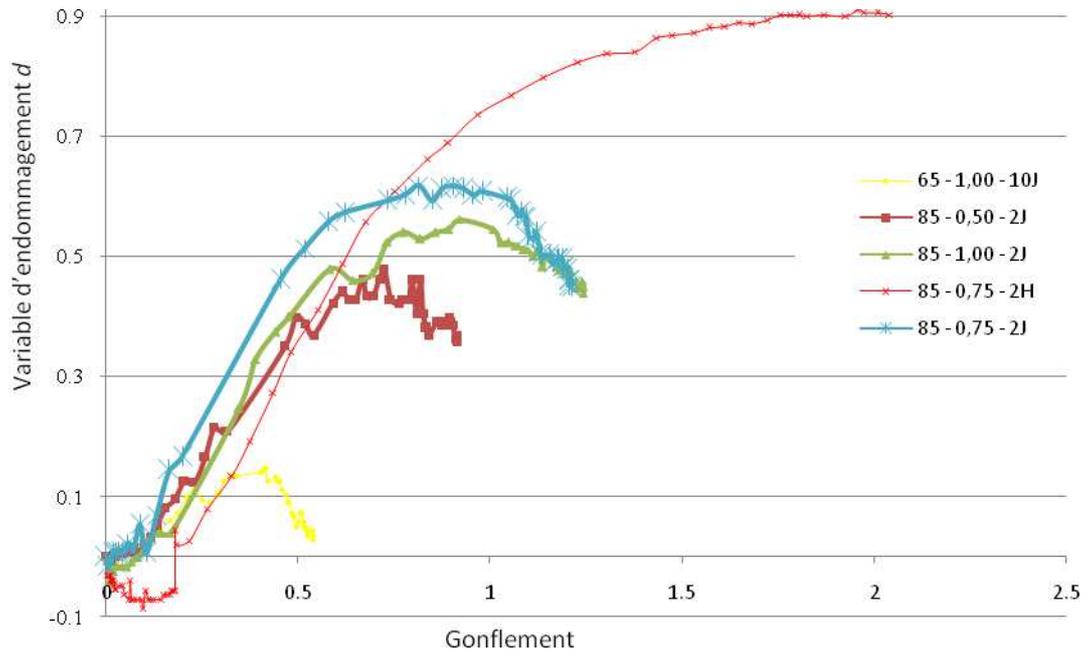


Figure 4-19 Variation de la variable d'endommagement en fonction du gonflement

Pour le béton atteint de RSI, dans le cas d'une expansion sigmoïde, on n'observe pas d'endommagement jusqu'à un certain seuil, généralement aux environs de 0,1 % d'expansion. A partir de cette valeur, le module commence à chuter tandis que la vitesse d'expansion augmente. A partir du moment où le point d'inflexion est dépassé, le matériau ne s'endommage quasiment plus. La plupart du temps, le matériau reprend ensuite une certaine raideur identifiable par une légère hausse du module dynamique (Brunetaud 2005).

Dans notre modélisation on a choisi de lier la variable d'endommagement à la déformation chimique $\epsilon_x = \epsilon_\infty \xi$ et non pas à l'avancement de la réaction. Ce choix est pris pour deux raisons, premièrement l'avancement de la réaction est une variable comprise entre 0 et 1 et ne reflète pas exactement l'état mécanique (déformation, contrainte) dans la structure, ainsi on peut avoir une partie de la structure atteinte par la RSI avec un avancement proche de $\xi \cong 1$ mais avec un potentiel bas $\epsilon_0 \cong 0\%$ dans ce cas si on couple l'endommagement d à l'avancement on aura un endommagement assez important contrairement au cas où on couple le gonflement à la variable d'endommagement.

Deuxièmement, les investigations qu'on a menées en utilisant les données expérimentales de (Brunetaud 2005) sur la variable à utiliser ont montré que l'utilisation de gonflement observé conduit à une loi bien identifiable (figure 4-19) contrairement à un ensemble de courbes espacées sans une allure bien précise (Figure 4-20). Ceci nous permet de considérer comme constante la variable qui représente la pente de l'évolution de l'endommagement en fonction du gonflement.

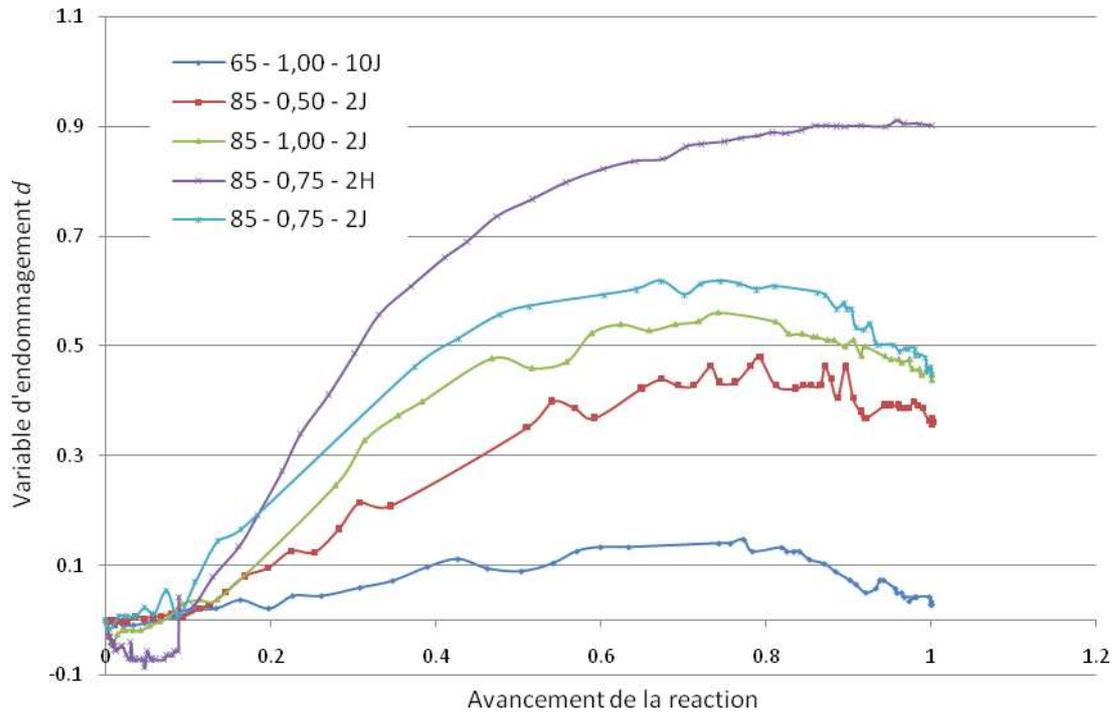


Figure 4-20 Variation de l'endommagement en fonction de l'avancement de la réaction

En tenant compte des constatations expérimentales, nous proposons une loi de couplage entre endommagement et gonflement observé. Ce modèle s'écrit de la façon suivante :

$$d = d_{max} (1 - \exp(-\omega(\langle \varepsilon_{xx} \xi - \varepsilon_0 \rangle^+))) \quad (4.66)$$

Les paramètres qui gouvernent l'évolution de cette loi sont au nombre de trois :

- d_{max} représente l'endommagement maximal enregistré sur une éprouvette en fin d'expansion,
- ω : est un paramètre qui représente la pente de l'évolution de l'endommagement en fonction du gonflement, ce paramètre est considéré comme constant,
- ε_0 : est un seuil d'expansion à partir duquel on a de l'endommagement.
- $\langle \rangle^+$: désigne la partie positive d'une grandeur.

En utilisant les résultats expérimentaux de (Brunetaud 2005) dans le cas des expansions sigmoïdales, on présente dans la figure 4-21 les prédictions du modèle comparées aux résultats trouvés expérimentalement.

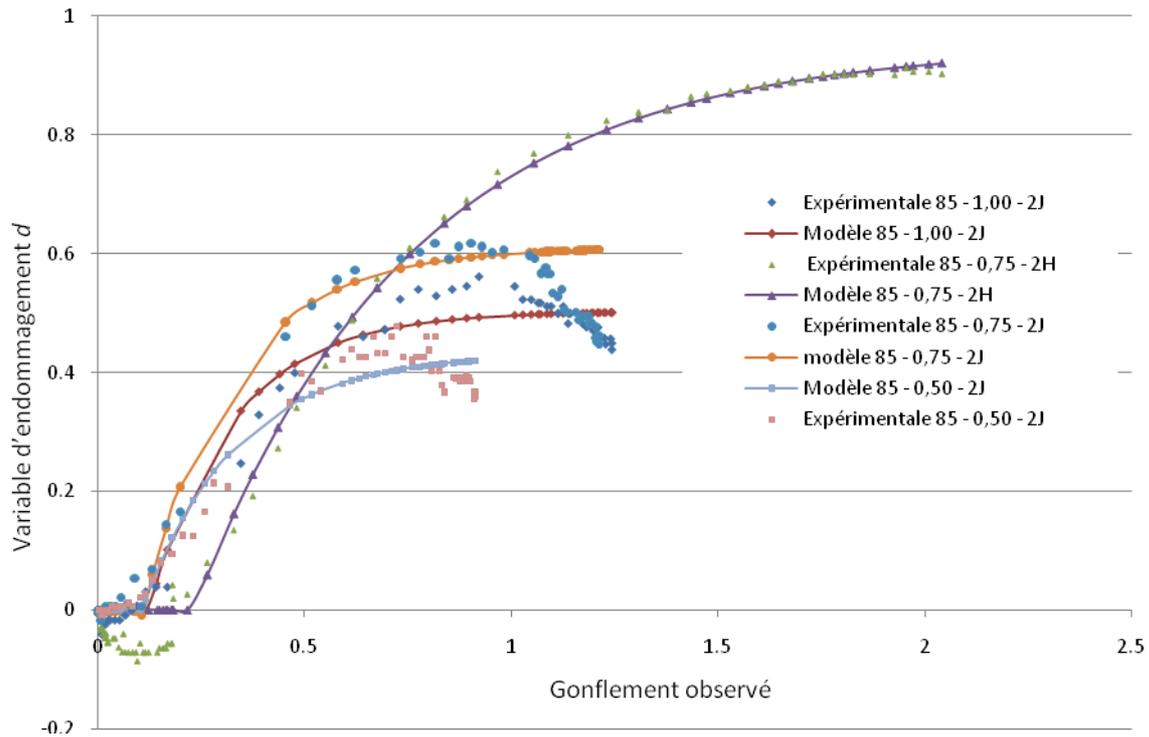


Figure 4-21 Calage de la loi proposée sur les résultats expérimentaux de (Brunetaud 2005)

Le calibrage de la loi proposée donne dans ce cas les valeurs des paramètres suivantes :

	85-0.75-2H	85-0.5-2J	85-1-2J	85-0.75-2J
d_{max}	0.95	0.43	0.50	0.60
ω	2.9	4.4	4.9	4.6
ε_0	0.23	0.104	0.121	0.108

Tableau 4-8 Résultats de calibrage de la loi d'endommagement proposée

On remarque que le seuil d'endommagement est presque constant et ne dépasse pas 0.23%, cette valeur de seuil est la limite à partir de laquelle on a un début de fissuration du matériau par la formation de l'ettringite ce qui induit d'amorçage de une baisse du module de Young. Aussi on remarque que l'allure de la pente d'endommagement est presque constante cette pente est commandée par le paramètre ω de l'équation (4.66) ceci veut dire que l'ettringite provoque une pression constante sur le milieu poreux indépendamment de la composition du béton. Certes ces valeurs sont calées sur un faible nombre de résultats expérimentaux mais ceci nous a permis de concevoir une loi très cohérente avec la réalité et les observations sur éprouvettes.

XIV. Couplage de la déformation hydrique avec le degré de saturation

Le modèle de comportement du béton affecté par la RSI que nous développons est appelé à être utilisé sur des structures soumises à des mouvements d'eau. Si les déformations dues aux réactions pathologiques sont clairement prédominantes dès que l'avancement est suffisamment amorcé, dans les zones proches de la saturation, les déformations non pathologiques d'origine hydrique sont quant à elles importantes dans les zones soumises au séchage. Et il est sécuritaire d'en tenir compte, car les déformations différentielles imposées au sein du même ouvrage en sont amplifiées.

La modélisation des résultats de (Multon 2004) par exemple par (Poyet 2003) ou (Grimal 2007) a ainsi mis en évidence l'importance de tenir compte du retrait de dessiccation en face supérieure des poutres.

Pour décrire assez simplement ces phénomènes dans une première approche, on s'est appuyé sur les résultats expérimentaux, qui mettent en évidence que la déformation hydrique est proportionnelle à la variation de l'humidité relative interne, pour des valeurs d'humidité relative comprises entre 40 et 100 % (Verbeck et Helmholtz 1968, Hansen 1987, Baroghel-Bouny et al. 1999). Ainsi, l'approche que nous allons adopter consiste à exprimer le retrait de dessiccation suivant une fonction linéaire de la variation S_r de teneur en eau dans le temps, cette approche est déjà celle proposée par (Carlson 1937, Granger 1995, Torrenti et al. 1997):

$$\dot{\varepsilon}_{rd} = k_{rd} \dot{S}_r I \quad (4.67)$$

où $\dot{\varepsilon}_{rd}$ est le tenseur taux de déformation hydrique, $k_{rd} [m^3.l^{-1}]$ est le coefficient de compressibilité hydrique et I est le tenseur unité. Cette relation considère que le retrait de dessiccation est isotrope.

L'équation (4.67) traduit le fait que la variation locale de la teneur en eau induit une déformation de retrait de dessiccation instantanée. Cette hypothèse est réaliste. En effet, l'équilibre liquide-vapeur peut être considéré comme quasi-instantané au vu du temps caractéristique de la diffusion de l'humidité.

Cette déformation de retrait est ajoutée à l'ensemble des déformations d'origine chimique et thermique. Elle est réversible en cas de réhumidification.

XV. Récapitulatif des différentes lois du modèle proposé

On présente dans ce qui suit un récapitulatif des différentes lois de couplage qui composent le modèle ainsi que les différents paramètres qui caractérisent ces lois :

1) Loi d'avancement

La déformation chimique ε_x s'écrit :

$$\varepsilon_x(t) = \varepsilon_{\infty} \xi(t) \quad (4.68)$$

- ε_{∞} amplitude maximale de gonflement du béton
- $\xi(t)$ avancement de la réaction
- ε_x déformation chimique imposée superposée à la déformation « mécanique »

2) Loi d'avancement

La loi d'avancement de la réaction $\xi(t)$, inspirée des travaux de (Brunetaud 2005), s'écrit :

$$\xi(t) = \frac{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right)}{1 + \exp\left(-\left(\frac{t - \tau_l}{\tau_c}\right)\right)} \left(1 - \frac{\varphi}{\delta + t}\right) \quad (4.69)$$

- τ_l le temps de latence, caractérise, l'instant où la réaction s'accélère par augmentation de la diffusion au sein du matériau du fait de la microfissuration ;
- τ_c le temps caractéristique, relatif à la phase d'atténuation des phénomènes expansifs, caractérise la durée pour parvenir au palier de déformation (Larive, 1998) ;
- φ permet de jouer sur la proportion relative de la fraction sigmoïde et de la fraction asymptotiquement linéaire de la courbe d'expansion ;
- δ permet de moduler l'amortissement de la fraction linéaire de la courbe.

3) Couplage histoire thermique au jeune âge et potentiel gonflement

Le potentiel de gonflement ε_{∞} s'écrit

$$\varepsilon_{\infty} = \begin{cases} 0 & \text{si } T(t) \leq T_0 \\ \alpha \int_{T(t) \geq T_0} e^{-\left(\frac{E}{R(T(t)-T_0)}\right)} dt & \text{si } T(t) > T_0 \end{cases} \quad (4.70)$$

Avec :

- ε_{∞} amplitude maximale de gonflement du béton,
- α amplitude de gonflement qui dépend de la composition du béton,
- E « Energie d'activation » spécifique de la RSI,
- T_0 une température seuil à partir de laquelle on prend en compte la RSI, peuvent dépendre du taux d'alcalin,
- R constante des gaz parfaits.

4) Couplage entre cinétique de gonflement et degré de saturation

Ces lois de couplage entre l'avancement du gonflement et le degré de saturation sont inspirées de (Poyet 2003), ils ont la forme suivante :

$$f_{\infty}(S_r) = \left(\frac{(S_r - S_{r0}^{\infty})^+}{1 - S_{r0}^{\infty}}\right)^{m_{\infty}} \quad f_c(S_r) = \left(\frac{(S_r - S_{r0}^c)^+}{1 - S_{r0}^c}\right)^{m_c} \quad f_l(S_r) = \left(\frac{(S_r - S_{r0}^l)^+}{1 - S_{r0}^l}\right)^{m_l} \quad (4.71)$$

- $(X)^+$ représente la partie positive de X,
- S_{r0}^c et S_{r0}^l sont les degrés de saturation seuils en deçà desquels les fonctions f_c et f_l deviennent nulles.
- m_c et m_l sont des paramètres réels définissant la non linéarité des fonctions f_c , f_l et f_i .

5) Couplage contrainte – anisotropie de gonflement chimique

La déformation chimique sous contrainte:

$$\underline{\varepsilon}_X^{SC} = \varepsilon_{X^{vol}}^{libre} \delta(\sigma_M) \underline{b} \quad (4.72)$$

Avec

- $\varepsilon_{X^{vol}}^{libre}$: Expansion chimique libre.
- $\delta(\sigma_M)$: Expansion chimique sous contrainte (Vecteur formé des trois composantes selon les directions des contraintes principales),
- δ fonction de couplage entre le gonflement volumique libre et gonflement volumique sous contrainte, $\delta = 1$ en absence d'informations complémentaires,

- admet la forme suivante :

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \\ \cos^2 \alpha \sin^2 \beta \\ \sin^2 \alpha \end{pmatrix} \quad (4.73)$$

et peuvent être trouvés par les relations suivantes :

$$2 \operatorname{tg}^2 \alpha = \left[\frac{f_{ct}^2 (1 - \nu)}{(s_{III} - f_{ct})^2} + \nu \right] \quad (4.74)$$

$$\operatorname{tg}^2 \beta = \left[\frac{f_{ct}^2 (1 - \nu)}{\left(\frac{2}{3}(\sigma_{II} - \sigma_I) - f_{ct}\right)^2} + \nu \right] \quad ($$

Avec :

- $s_{III} = \sigma_{III}$ la composante du déviateur des contraintes dans la direction III,
- la résistance à la traction du béton,
- le coefficient de Poisson du béton.

6) Anisotropie intrinsèque

Le coefficient d'anisotropie intrinsèque s'écrit :

$$I_{CA} = \frac{\varepsilon_{Verticals}}{\varepsilon_{Horizontals}} \quad (4.76)$$

Le couplage avec le sens du coulage du béton est donné par l'équation suivante :

$$I_{CA}^{\theta}(\theta) = \frac{I_{CA}^H - I_{CA}^V}{90^\circ} \theta + I_{CA}^V \quad (4.77)$$

Avec :

- θ est l'angle entre le sens du coulage et la verticale exprimé en degré. Cet angle est généralement égale à 0° .
- I_{CA}^V et I_{CA}^H sont respectivement le coefficient d'anisotropie trouvé par un essai d'expansion effectué sur une carotte extraite verticalement et horizontalement.

7) Influence de la RSI sur la rigidité du béton

Le module d'Young E à chaque instant s'écrit :

$$E = E_0 (1 - d) \text{ avec } d = d_{max} (1 - \exp(-\omega(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_0))) \quad (4.78)$$

- E_0 est le module d'Young initial
- d_{max} représente l'endommagement maximal enregistré sur une éprouvette en fin d'expansion ;
- ω : est un paramètre qui représente la pente de l'évolution de l'endommagement avec le gonflement, ce paramètre est considéré constant
- ε_0 : est un seuil d'expansion à partir duquel on a de l'endommagement

8) Couplage retrait avec le degré de saturation

La variation de la déformation hydrique s'écrit $\dot{\epsilon}_{rd}$ (Granger 1995)

$$\dot{\epsilon}_{rd} = k_{rd} \dot{S}_r I \quad (4.79)$$

$\dot{\epsilon}_{rd}$ est le tenseur taux de déformation de retrait de dessiccation intrinsèque,
 k_{rd} le coefficient de compressibilité hydrique et I est le tenseur unité.

XVI. Bilan du travail de modélisation

Dans ce chapitre on a présenté un modèle de prédiction du gonflement induite par la RSI. Certes malgré le nombre important de nouveautés qu'on a voulu introduire ce modèle est susceptible de beaucoup d'améliorations. Parmi les limites du modèle, on note plusieurs hypothèses frustrées par manque d'informations expérimentales, en s'appuyant parfois sur des résultats d'expérimentations faites sur la RAS en faisant l'hypothèse que la RSI évolue de la même façon. Cette hypothèse est en cours de vérification par les expérimentations de (Martin 2009) qui constitue un travail essentiel pour la validation de ce modèle. Lors de la modélisation on s'est toujours placé dans le cadre de la mécanique des milieux continus, donc on n'a pas de fissuration explicite ce qui n'est pas le cas sur ouvrage, au contraire cette pathologie provoque des fissures bien claires. Le modèle ne tient pas compte non plus des fissurations qui peuvent se produire au jeune âge et qui ont un effet considérable sur le changement des propriétés de diffusion du milieu. Le modèle ne tient pas compte non plus de l'effet du fluage. Tous ces points constituent des perspectives pour ce travail.

Malgré toutes les limites du modèle et la complexité du phénomène, cette modélisation est originale vu qu'il n'y a pas eu modélisation antérieure à cette échelle pour ce type de pathologie. Ainsi elle constitue un premier pas dans le domaine, et aura besoin d'un suivi. Ce modèle tient compte de plusieurs paramètres qui influent sur la RSI tels que l'histoire thermique au jeune âge, l'état hydrique de la structure, l'endommagement du module d'Young. L'implémentation de ces lois dans le code de calcul par élément finis a permis de réaliser un outil pour recalcul d'ouvrage de RSI. Dans les prochains chapitres on présentera la procédure d'implémentation de ces différentes lois dans le code de calcul ainsi que la démarche qu'il faut adopter pour le calcul d'ouvrage.