

Étude au-dessus du seuil

Sommaire

A	Introduction	125
B	Mesures directes	126
B.1	Mesures à une fréquence d'analyse de 4 <i>MHz</i>	126
B.2	Mesures à une fréquence d'analyse de 16,5 <i>MHz</i>	127
C	Mesure du bruit du laser, en utilisant une cavité désaccordée	128
C.1	Position du problème	128
C.2	Champs moyens	130
C.3	Linéarisation des fluctuations	130
C.4	Spectre de bruit d'intensité du champ sortant	131
C.5	Tracé des coefficients intervenant dans le spectre de bruit d'intensité	132
C.6	Expérience	134
D	Observation de faisceaux EPR au-dessus du seuil	135
D.1	Filtrage du bruit de la pompe	135
D.2	Résultats expérimentaux	136
D.3	Résumé du comportement en fréquence	137
D.4	Comparaison avec les résultats obtenus par d'autres équipes	137
E	Conclusion	138

A Introduction

Comme on l'a vu au chapitre 3, l'OPO auto-verrouillé en phase présente un intérêt tout particulier au-dessus du seuil. La théorie prédit qu'il génère des faisceaux EPR brillants, de même fréquence. Cependant, il a également été démontré au chapitre 3 que, au-dessus du seuil, si le bruit de la pompe n'est pas limité par le bruit quantique standard, l'excès de bruit se transmet aux faisceaux signal et complémentaire, ce qui dégrade les corrélations.

Dans ce chapitre, nous allons aborder la mesure des faisceaux EPR au-dessus du seuil. Le bruit de la pompe va s'avérer trop important à basse fréquence d'analyse : il ne sera pas possible de détecter des corrélations entre faisceaux signal et complémentaire. Nous verrons qu'à plus haute fréquence d'analyse, le bruit de la pompe étant moins important, on peut détecter des corrélations, et que la mise en place d'une cavité de filtrage sur la

pompe sera nécessaire pour pouvoir mesurer des faisceaux EPR.

Afin d'éviter toute dégradation supplémentaire des corrélations par le couplage, les mesures de cette partie sont réalisées à couplage quasi nul (juste suffisant pour qu'il y ait accrochage).

B Mesures directes

B.1 Mesures à une fréquence d'analyse de 4 MHz

La figure 6.1 présente une mesure de bruit sur A_+ et A_- , effectuée à une fréquence d'analyse de 4 MHz, 1,5 fois au-dessus du seuil.

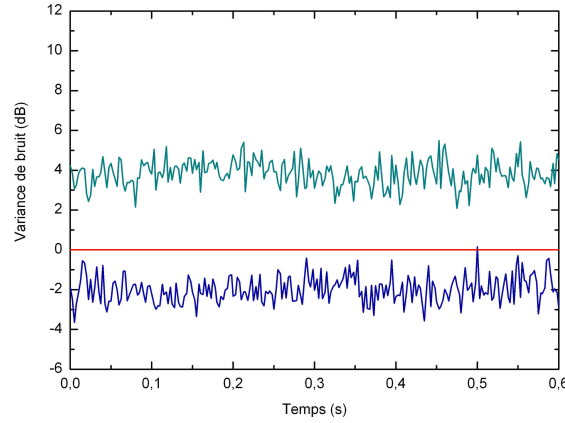


Fig. 6.1: Variance de bruit normalisée de la quadrature la moins bruitée des modes A_+ (bleu clair) et A_- (bleu foncé) pour une fréquence d'analyse de bruit de 4 MHz. Les mesures ont été corrigées du bruit électronique. ($\sigma = 1,5$, RBW = 100 kHz, VBW = 1 kHz)

On constate que si le champ A_- est toujours comprimé au-dessous du bruit quantique standard (compression de bruit de $-2,5 \pm 0,5$ dB), le champ A_+ présente un fort excès de bruit, de l'ordre de $3,5 \pm 0,5$ dB [Laurat *et al.*, 2005c].

Les autres équipes utilisant le même laser (équipe de P. Nussenzweig à São Paulo, équipe de O. Pfister à Charlottesville) ont montré qu'il présente un excès de bruit, en particulier de bruit de phase, jusqu'à une fréquence d'analyse d'environ 20 MHz, et ont mis en place une cavité de filtrage sur le faisceau pompe [Villar *et al.*, 2007, Jing *et al.*, 2006]. On a vu que, au-dessus du seuil, un tel excès de bruit se transmet aux champs signal et complémentaire. Ceci pourrait expliquer les mauvais résultats observés à une fréquence d'analyse de 4 MHz.

Afin de valider cette hypothèse, et de décider de l'éventuelle mise en place d'une cavité

de filtrage, deux expériences complémentaires ont été effectuées. Nous avons d'une part réalisé les mesures de corrélations à une fréquence plus élevée, où l'excès de bruit devrait être moindre, et le phénomène moins sensible (*cf.* §B.2). D'autre part, en utilisant une cavité désaccordée, nous avons mesuré le bruit de phase et d'intensité du laser à une fréquence d'analyse de 4 MHz (*cf.* §C).

B.2 Mesures à une fréquence d'analyse de $16,5\text{ MHz}$

Le bruit de la pompe s'atténue fortement à partir de 20 MHz . Il est limité par le bruit quantique standard pour une fréquence d'analyse d'environ 25 MHz . Malheureusement, nous ne pouvons effectuer de mesure à cette fréquence d'analyse, car la partie haute fréquence du circuit d'amplification des photodiodes sature au-delà de 20 MHz .

Nous avons donc choisi une fréquence d'analyse du bruit de $16,5\text{ MHz}$. La figure 6.2) présente les résultats obtenus¹.

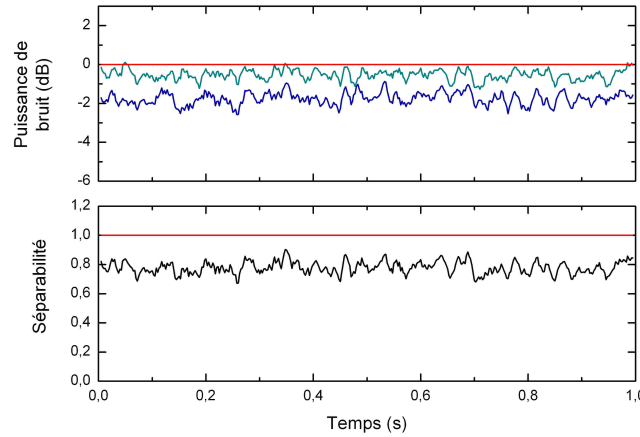


Fig. 6.2: Mesure de la quadrature la moins bruitée pour A_+ (bleu ciel) et A_- (bleu foncé), au-dessus du seuil, pour une fréquence d'analyse de $16,5\text{ MHz}$. Les données ont été corrigées du bruit électronique, et un lissage sur 5 points a été effectué. ($\sigma = 1,5$, $\text{RBW} = 100\text{ kHz}$, $\text{VBW} = 1\text{ kHz}$)

À cette fréquence d'analyse du bruit, et sans cavité de filtrage, le bruit sur la pompe est suffisamment bas pour permettre d'observer de l'intrication : les champs A_+ et A_- sont comprimés respectivement à $-0,5 \pm 0,5\text{ dB}$ et $-1,7 \pm 0,5\text{ dB}$ au-dessous du bruit quantique standard, ce qui mène à une séparabilité $\Sigma = 0,78 \pm 0,09 < 1$.

Par contre, nous n'avons pas pu mesurer de corrélations EPR : le bruit sur les champs A_1 et A_2 est de $1,1 \pm 0,5\text{ dB}$ au-dessus du bruit quantique standard, ce qui conduit à une valeur du critère EPR de $\mathcal{E} = 1,2 \pm 0,1 > 1$. Le bruit de la pompe est donc encore trop

1. Des résultats analogues ont été obtenus à des fréquences d'analyse de 18 MHz et 20 MHz .

important à cette fréquence d'analyse de bruit pour pouvoir observer des corrélations EPR.

Comme nous ne pouvons pas nous placer au-delà de 20 MHz, la mise en place d'une cavité de filtrage sur la pompe s'avère nécessaire. Cette cavité, ainsi que les résultats correspondants, seront décrits dans le §D. Nous allons tout d'abord nous intéresser à l'estimation de l'excès de bruit sur la pompe.

C Mesure du bruit du laser, en utilisant une cavité désaccordée

À l'instar de l'équipe de P. Nussenzveig à São Paulo, nous avons mesuré le bruit du laser YAG à l'aide d'une cavité désaccordée [Villar *et al.*, 2004]. Nous avons utilisé la cavité de filtrage déjà présente sur le faisceau laser primaire (à 1064 nm).

Cependant, cette cavité présente une différence majeure par rapport à celle employée par Villar *et al.* : sa transmission est non nulle. Les calculs sont donc différents ; ils sont développés dans ce paragraphe.

C.1 Position du problème

On considère une cavité en anneau ; les notations du calcul sont précisées sur la Fig. 6.3.

On peut écrire les relations entrée-sortie au niveau des miroirs :

$$\text{miroir } \alpha \quad \begin{cases} E_\alpha(0) &= t E_{in} + r E_\beta(L_\beta) \\ E_{out} &= t E_\beta(L_\beta) - r E_{in} \end{cases} \quad (6.1a)$$

$$\text{miroir } \beta \quad \begin{cases} E_\beta(0) &= t' E_{1,vac} + r' E_\gamma(L_\gamma) \\ E_{1,out} &= t' E_\gamma(L_\gamma) - r' E_{1,vac} \end{cases} \quad (6.1b)$$

$$\text{miroir } \gamma \quad \begin{cases} E_\gamma(0) &= t'' E_{2,vac} + r'' E_\alpha(L_\alpha) \\ E_{2,out} &= t'' E_\alpha(L_\alpha) - r'' E_{2,vac} \end{cases} \quad (6.1c)$$

où l'origine des abscisses pour le champ E_α est prise au niveau du miroir α , celle du champ E_β au niveau du miroir β et celle du champ E_γ au niveau du miroir γ .

En notant $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ le module du vecteur d'onde, les champs après propagation s'écrivent :

$$E_j(L_j) = E_j(0) e^{ikL_j} \quad (6.2)$$

où $j = \alpha, \beta, \gamma$.

On peut alors en déduire l'expression du champ réfléchi par la cavité en fonction des divers champs entrants :

$$\begin{aligned} E_{out} = & \left(-r + \frac{r' r'' t^2 e^{ikL}}{1 - r r' r'' e^{ikL}} \right) E_{in} + \left(\frac{t t' e^{ikL_\beta}}{1 - r r' r'' e^{ikL}} \right) E_{1,vac} \\ & + \left(\frac{r' t t'' e^{2ikL_\beta}}{1 - r r' r'' e^{ikL}} \right) E_{2,vac} \end{aligned} \quad (6.3)$$

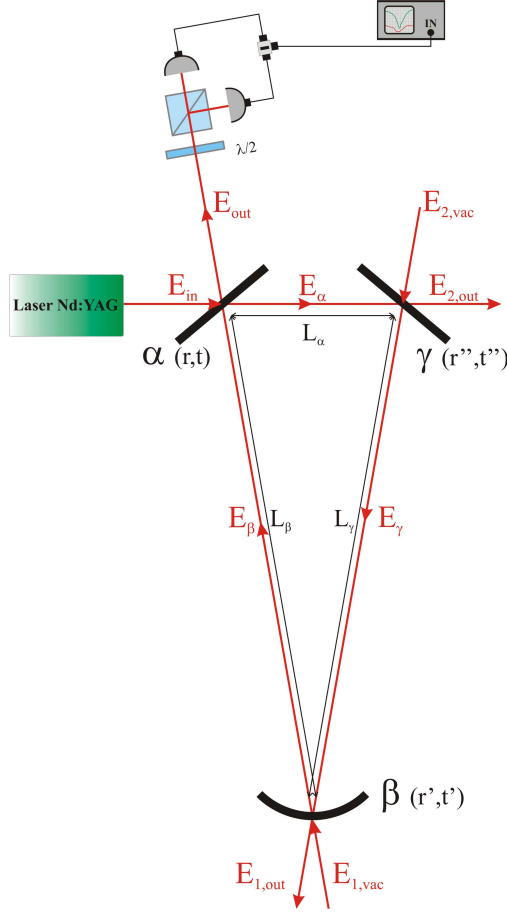


Fig. 6.3: Notations pour l'analyse du bruit d'intensité réfléchi par la cavité de filtrage à 1064 nm : les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des miroirs α , β et γ sont notés respectivement r , r' , r'' et t , t' , t'' ; et les distances géométriques entre les différents miroirs sont notées L_α , L_β et $L_\gamma = L_\beta$

Pour simplifier les calculs, le vide n'ayant pas de phase propre, on peut inclure e^{ikL_β} dans $E_{1,vac}$ et e^{2ikL_β} dans $E_{2,vac}$. On peut alors réécrire le champ réfléchi :

$$E_{out} = \rho(\omega) E_{in} + \rho_1(\omega) E_{1,vac} + \rho_2(\omega) E_{2,vac} \quad (6.4)$$

où :

$$\rho(\omega) = -r + \frac{r' r'' t^2 e^{ikL}}{1 - r r' r'' e^{ikL}} = \frac{r' r'' e^{ikL} - r}{1 - r r' r'' e^{ikL}} \quad (6.5a)$$

$$\rho_1(\omega) = \frac{t t'}{1 - r r' r'' e^{ikL}} \quad (6.5b)$$

$$\rho_2(\omega) = \frac{r' t t''}{1 - r r' r'' e^{ikL}} \quad (6.5c)$$

La dépendance en ω se fait par l'intermédiaire du module du vecteur d'onde $k = \frac{\omega}{c}$.

C.2 Champs moyens

On note ω_0 la pulsation optique du champ qu'on souhaite analyser E_{in} (cependant, il y a du bruit à toutes les fréquences, pas seulement pour $\omega = \omega_0$). Les valeurs moyennes des champs entrants sont :

$$\langle E_{1,vac} \rangle = \langle E_{2,vac} \rangle = 0 \quad (6.6a)$$

$$\langle E_{in} \rangle = \imath \mathcal{A} \alpha_{in} \quad (6.6b)$$

où on choisit α_{in} réel positif, ce qui fixe la référence de phase ; et où $\mathcal{A} = \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \varepsilon_0 c}}$ [Grynberg *et al.*, 1997]. On en déduit alors, d'après l'équation (6.4), la valeur moyenne du champ sortant :

$$\langle E_{out} \rangle = \imath \mathcal{A} \rho(\omega_0) \alpha_{in} \equiv \imath \mathcal{A} \rho_0 e^{\imath \varphi_0} \alpha_{in} \quad (6.7)$$

On constate que la cavité ne déphase pas que le bruit, mais aussi le champ moyen (qui est déphasé de $\varphi_0 = \arg(\rho(\omega_0))$).

C.3 Linéarisation des fluctuations

On introduit la pulsation d'analyse $\Omega = \omega - \omega_0$. Il est à noter que les fonctions $\rho(\Omega)$, $\rho_1(\Omega)$ et $\rho_2(\Omega)$ sont des fonctions de Ω et non des transformées de Fourier. Lorsqu'on prend l'hermitien conjugué² d'une expression qui les contient, on obtiendra simplement : $(\rho_j(\Omega))^\dagger = \rho_j^*(\Omega)$. À l'inverse, pour un opérateur $\hat{b}(t)$, on peut définir sa transformée de Fourier par :

$$\hat{b}(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{\imath \Omega t} \hat{b}(t) \quad (6.8)$$

Alors, l'hermitien conjugué de cet opérateur :

$$\left(\hat{b}(\Omega) \right)^\dagger = \hat{b}^\dagger(-\Omega) \quad (6.9)$$

$$\text{où } \hat{b}^\dagger(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{\imath \Omega t} \hat{b}^\dagger(t).$$

L'intensité du champ réfléchi est :

$$\hat{I}_{out}(t) = \hat{E}_{out}^\dagger(t) \cdot \hat{E}_{out}(t) \quad (6.10)$$

$$\text{où } \hat{E}_{out}(t) = \imath \mathcal{A} \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega e^{-\imath \Omega t} \hat{a}_{out}(\Omega).$$

On peut linéariser les fluctuations du champ :

$$\hat{E}_{out}(t) = \langle \hat{E}_{out}(t) \rangle + \delta \hat{E}_{out}(t) \quad (6.11)$$

2. Un scalaire peut être considéré comme une matrice 1×1 ; prendre son hermitien conjugué revient donc à prendre son complexe conjugué.

et en déduire la linéarisation des fluctuations d'intensité :

$$\begin{aligned}\hat{I}_{out}(t) &= \langle \hat{I}_{out}(t) \rangle + \delta \hat{I}_{out}(t) \\ &\simeq \langle \hat{E}_{out}^\dagger(t) \rangle \cdot \langle \hat{E}_{out}(t) \rangle + \langle \hat{E}_{out}^\dagger(t) \rangle \cdot \delta \hat{E}_{out}(t) + \langle \hat{E}_{out}(t) \rangle \cdot \delta \hat{E}_{out}^\dagger(t)\end{aligned}\quad (6.12)$$

La valeur moyenne de l'intensité réfléchie vaut donc :

$$\langle \hat{I}_{out}(t) \rangle = \langle \hat{E}_{out}^\dagger(t) \rangle \cdot \langle \hat{E}_{out}(t) \rangle = (\imath \mathcal{A} \rho_0 e^{\imath \varphi_0} \alpha_{in})^\dagger \cdot (\imath \mathcal{A} \rho_0 e^{\imath \varphi_0} \alpha_{in}) = \Gamma R_0 I_{in} \quad (6.13)$$

où on a posé $\Gamma = \mathcal{A}^2$, $R_0 = \rho_0^2 = |\rho(\Omega = 0)|^2$ et $I_{in} = \alpha_{in}^2$.

Quant au bruit sur l'intensité :

$$\delta \hat{I}_{out}(t) \simeq \langle \hat{E}_{out}^\dagger(t) \rangle \cdot \delta \hat{E}_{out}(t) + \langle \hat{E}_{out}(t) \rangle \cdot \delta \hat{E}_{out}^\dagger(t) \quad (6.14)$$

$$\simeq \alpha_{in} \rho_0 \Gamma \left[e^{-\imath \varphi_0} \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega e^{-\imath \Omega t} \delta \hat{a}_{out}(\Omega) + e^{\imath \varphi_0} \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega e^{\imath \Omega t} \delta \hat{a}_{out}^\dagger(-\Omega) \right] \quad (6.15)$$

Un changement de variable $\Omega \rightarrow -\Omega$ est nécessaire dans la seconde intégrale pour pouvoir réunir les deux intégrales en une seule :

$$\delta \hat{I}_{out}(t) \simeq \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega e^{-\imath \Omega t} \left\{ \alpha_{in} \rho_0 \Gamma \left[e^{-\imath \varphi_0} \delta \hat{a}_{out}(\Omega) + e^{\imath \varphi_0} \delta \hat{a}_{out}^\dagger(\Omega) \right] \right\} \quad (6.16)$$

$$\equiv \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega e^{-\imath \Omega t} \delta \hat{I}_{out}(\Omega) \quad (6.17)$$

C.4 Spectre de bruit d'intensité du champ sortant

Par définition :

$$S_{out}(\Omega) = \langle \delta \hat{I}_{out}(\Omega) \cdot \delta \hat{I}_{out}^\dagger(-\Omega) \rangle \quad (6.18)$$

En remplaçant, il vient :

$$\begin{aligned}S_{out}(\Omega) &= I_{in} R_0 \Gamma^2 \left[\langle \delta \hat{a}_{out}(\Omega) \cdot \delta \hat{a}_{out}^\dagger(-\Omega) \rangle + e^{-2\imath \varphi_0} \langle \delta \hat{a}_{out}(\Omega) \cdot \delta \hat{a}_{out}(-\Omega) \rangle \right. \\ &\quad \left. + e^{2\imath \varphi_0} \langle \delta \hat{a}_{out}^\dagger(\Omega) \cdot \delta \hat{a}_{out}^\dagger(-\Omega) \rangle + \langle \delta \hat{a}_{out}^\dagger(\Omega) \cdot \delta \hat{a}_{out}(-\Omega) \rangle \right]\end{aligned}\quad (6.19)$$

On peut calculer chacun des termes de cette équation. On définit les quadratures $\hat{P}(\Omega)$ et $\hat{Q}(\Omega)$ comme les transformées de Fourier de leurs analogues temporelles³ :

$$\hat{P}(\Omega) = \hat{a}(\Omega) + \hat{a}^\dagger(\Omega) \quad (6.20a)$$

$$\hat{Q}(\Omega) = -\imath (\hat{a}(\Omega) - \hat{a}^\dagger(\Omega)) \quad (6.20b)$$

3. Les quadratures $\hat{P}(t)$ et $\hat{Q}(t)$ étant réelles, leurs transformées de Fourier vérifient $\hat{P}^\dagger(\Omega) = \hat{P}(\Omega)$ et $\hat{Q}^\dagger(\Omega) = \hat{Q}(\Omega)$.

On suppose que les corrélations $\langle \delta \hat{P}_{in}(\Omega) \delta \hat{Q}_{in}(-\Omega) \rangle = 0$, et de même pour les termes analogues. On aboutit finalement à :

$$\begin{aligned} \frac{S_{out}(\Omega)}{R_0 I_{in} \Gamma^2} = & \frac{1}{4} \left\{ [|\rho(\Omega)|^2 + |\rho(-\Omega)|^2 + 2\Re(\rho(\Omega) \rho(-\Omega) e^{-2i\varphi_0})] S_P^{in}(\Omega) \right. \\ & + [|\rho(\Omega)|^2 + |\rho(-\Omega)|^2 - 2\Re(\rho(\Omega) \rho(-\Omega) e^{-2i\varphi_0})] S_Q^{in}(\Omega) \\ & + [|\rho_1(\Omega)|^2 + |\rho_1(-\Omega)|^2] S_P^{1,vac}(\Omega) \\ & + [|\rho_1(\Omega)|^2 + |\rho_1(-\Omega)|^2] S_Q^{1,vac}(\Omega) \\ & + [|\rho_2(\Omega)|^2 + |\rho_2(-\Omega)|^2] S_P^{2,vac}(\Omega) \\ & \left. + [|\rho_2(\Omega)|^2 + |\rho_2(-\Omega)|^2] S_Q^{2,vac}(\Omega) \right\} \end{aligned} \quad (6.21)$$

où apparaissent les différents spectres de bruit :

$$S_P(\Omega) = \langle \delta \hat{P}(\Omega) \delta \hat{P}(-\Omega) \rangle \quad (6.22a)$$

$$S_Q(\Omega) = \langle \delta \hat{Q}(\Omega) \delta \hat{Q}(-\Omega) \rangle \quad (6.22b)$$

On peut simplifier l'expression en tenant compte des propriétés du vide :

$$S_P^{1,vac}(\Omega) = S_Q^{1,vac}(\Omega) = S_P^{2,vac}(\Omega) = S_Q^{2,vac}(\Omega) = 1 \quad (6.23)$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{S_{out}(\Omega)}{R_0 I_{in} \Gamma^2} = & \frac{1}{4} \left\{ [|\rho(\Omega)|^2 + |\rho(-\Omega)|^2 + 2\Re(\rho(\Omega) \rho(-\Omega) e^{-2i\varphi_0})] S_P^{in}(\Omega) \right. \\ & + [|\rho(\Omega)|^2 + |\rho(-\Omega)|^2 - 2\Re(\rho(\Omega) \rho(-\Omega) e^{-2i\varphi_0})] S_Q^{in}(\Omega) \\ & \left. + 2[|\rho_1(\Omega)|^2 + |\rho_1(-\Omega)|^2] + 2[|\rho_2(\Omega)|^2 + |\rho_2(-\Omega)|^2] \right\} \end{aligned} \quad (6.24)$$

Ainsi, le spectre de bruit du champ sortant, normalisé au bruit quantique standard, s'écrit :

$$\frac{S_{out}(\Omega)}{R_0 I_{in} \Gamma^2} = \alpha_P S_P^{in}(\Omega) + \alpha_Q S_Q^{in}(\Omega) + \alpha_{vac} \quad (6.25)$$

Il permet bien d'obtenir des informations sur le spectre de bruit du champ entrant.

C.5 Tracé des coefficients intervenant dans le spectre de bruit d'intensité

a) Paramètres

Afin d'avoir une résonance suffisamment large pour faire des mesures précises, ces dernières sont effectuées sur la polarisation de basse finesse de la cavité de filtrage. Le miroir de fond (β , R') étant de très bonne qualité, on considérera dans la suite que $R' \simeq 1$. La finesse basse est expérimentalement de 200. On peut en déduire les coefficients de réflexion des deux autres miroirs (α , R) et (γ , R''), qui ont été traités simultanément : $R = R'' \simeq 1 - 1,6 \cdot 10^{-2}$.

La longueur d'onde est $\lambda = 1064 \text{ nm}$, et la fréquence d'analyse correspondant à Ω est 4 MHz .

b) Tracé des différents coefficients

La figure 6.4 présente les tracés des coefficients α_P , α_Q et α_{vac} lorsqu'on balaie la longueur de la cavité autour de la résonance.

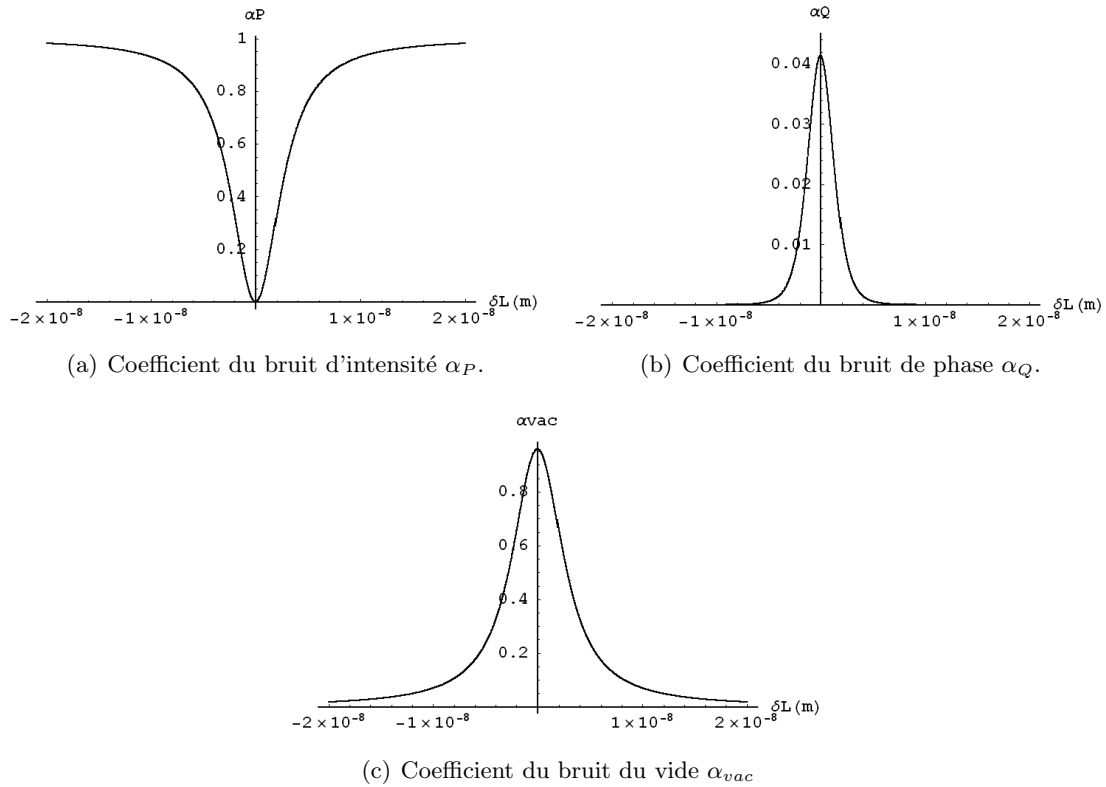


Fig. 6.4: Valeurs des coefficients des différents bruits intervenant dans le spectre de bruit du faisceau réfléchi par la cavité, lorsqu'on balaie cette dernière autour de la résonance, en fonction de l'écart à la résonance.

Loin de la résonance, le bruit d'intensité du faisceau réfléchi est égal au bruit d'intensité du faisceau incident. Ce résultat est tout-à-fait normal : loin de résonance, le faisceau incident est entièrement réfléchi par la cavité.

Le bruit de phase du faisceau incident contribue très peu au bruit d'intensité du faisceau réfléchi. La contribution est maximale à résonance (3,8%), là où le bruit d'intensité du faisceau incident ne contribue presque plus (0,3%). La contribution du bruit de phase est cependant très faible par rapport à la contribution du bruit du vide entrant (95,9%). Expérimentalement, cette mesure ne permettra donc qu'une estimation du bruit de phase, sauf lorsque celui-ci est très grand.

C.6 Expérience

Ainsi qu'on l'a déjà mentionné, la mesure a été réalisée en balayant le plus lentement possible la résonance, en se plaçant sur la polarisation de basse finesse de la cavité.

Les mesures de bruit d'intensité peuvent être faites à l'aide d'une simple photodiode. Cependant, il est nécessaire ici d'avoir une référence de bruit, le bruit quantique standard. Pour faciliter la normalisation, une détection balancée a été mise en place : le bruit sur la différence des photocourants donne le bruit quantique standard ; et le bruit sur la somme des photocourants donne le bruit d'intensité du faisceau mesuré.

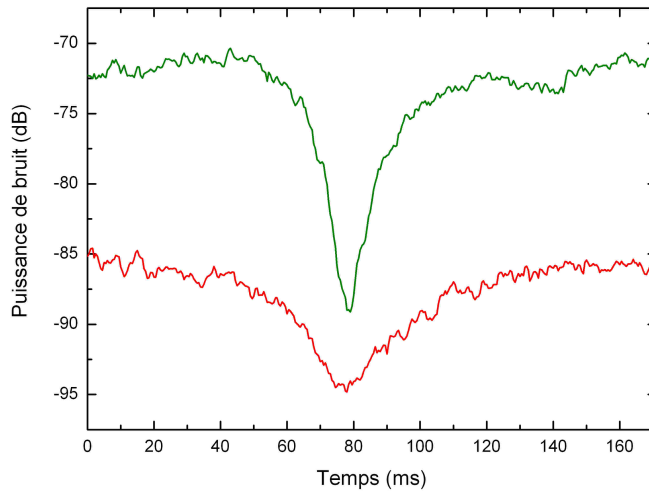


Fig. 6.5: Mesure du bruit d'intensité du faisceau réfléchi par la cavité autour de la résonance, lorsque la longueur de la cavité est balayée (en haut). La courbe du bas correspond au bruit sur la différence des photocourants. La puissance totale du faisceau pompe est de l'ordre de 15 mW , ce qui permet de ne pas saturer la détection.

La figure 6.5 présente les courbes obtenues expérimentalement. Elles permettent de donner une estimation des différents bruits :

- * Loin de résonance, le bruit est égal au bruit d'intensité du faisceau incident sur la cavité : il est de l'ordre de 12 dB au-dessus du bruit quantique standard.
- * À résonance, le bruit du faisceau réfléchi, qui se répartit entre les différents bruits comme détaillé ci-dessus, est environ 5 dB supérieur au bruit quantique standard.

À partir de ces mesures, et des calculs précédents, on peut estimer le bruit de phase du faisceau laser incident sur la cavité : il est de l'ordre de 17 dB au-dessus du bruit quantique standard.

Cette valeur très élevée, couplée aux 12 dB d'excès de bruit d'intensité, permet d'expliquer le fort excès de bruit observé sur le champ A_+ au-dessus du seuil. En outre,

elle est cohérente avec la mesure effectuée par l'équipe de P. Nussenzveig sur un laser analogue [Villar *et al.*, 2007]. Ceci n'était pas *a priori* certain, car notre laser est un prototype du modèle Diabolo actuellement commercialisé par la firme Innolight.

D Observation de faisceaux EPR au-dessus du seuil

D.1 Filtrage du bruit de la pompe

La cavité de filtrage que nous avons mise en place sur le faisceau pompe est, comme celle de l'oscillateur local, une cavité triangulaire en anneau (*cf.* Fig. 6.6). Il s'agit d'une cavité construite à l'origine comme cavité de filtrage pour l'infra-rouge, lors de la thèse de Kuan Shou Zhang [Zhang, 2002] ; les miroirs ont été remplacés. La longueur de la cavité est de 76 cm ; le miroir de fond est un miroir haute réflectivité (transmission $T = 0,1\%$), de rayon de courbure 750 mm . Les miroirs d'entrée et de sortie sont des miroirs plans, de transmission $T = 3\%$.

La finesse théorique d'une telle cavité est 103 ; et sa bande passante⁴ $3,5\text{ MHz}$. Expérimentalement, nous avons mesuré une finesse de 90.

La cavité est asservie par la technique de Pound-Drever-Hall, grâce à la modulation à 12 MHz présente dans le faisceau.

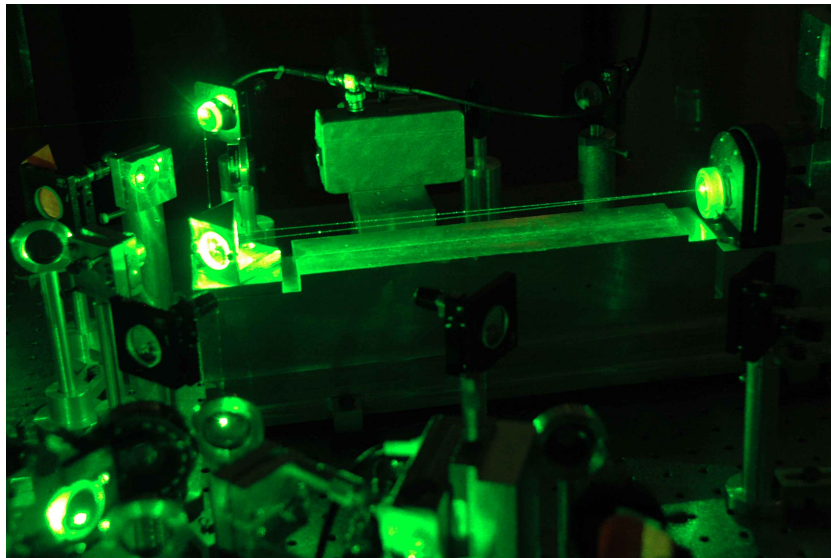


Fig. 6.6: Cavité de filtrage mise en place sur la pompe.

4. Bien que la finesse soit peu élevée pour une cavité de filtrage, la bande passante est suffisamment étroite pour nos besoins, car la cavité est longue.

D.2 Résultats expérimentaux

Nous avons effectué plusieurs mesures, à diverses fréquences d'analyse. Pour les fréquences au-dessous de 20 MHz , la valeur du critère EPR est améliorée grâce à la cavité de filtrage, mais il n'est pas dépassé pour autant. Les faisceaux sont inséparables à partir d'une fréquence d'analyse légèrement inférieure à 6 MHz . Les faisceaux produits sont EPR à une fréquence d'analyse de 20 MHz . La puissance des faisceaux EPR mesurés est de 5 mW . Il est sans doute possible d'en obtenir de plus brillants mais la détection homodyne saturant au-delà de cette puissance, nous n'avons pas pu les mesurer.

La figure 6.7 présente les résultats obtenus. On peut observer sur les courbes des pics de bruit parasites, qui correspondent à un bruit électronique à 100 Hz lié à l'asservissement de la cavité.

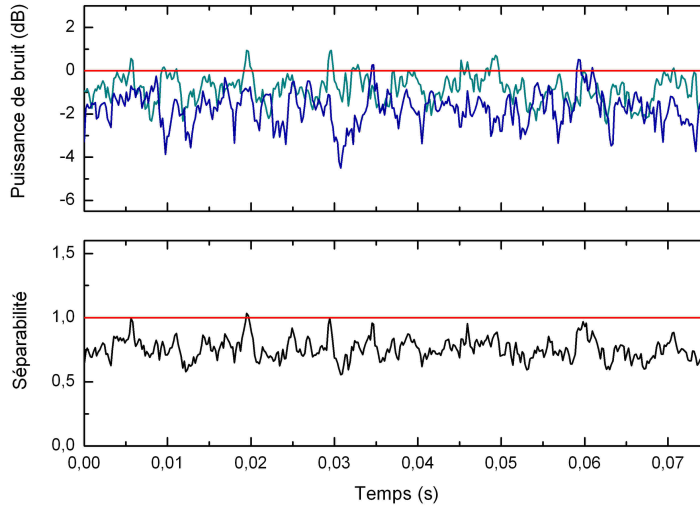


Fig. 6.7: Mesure, lorsque la cavité de filtrage est présente, de la quadrature la moins bruitée pour A_+ (bleu ciel) et A_- (bleu foncé), et séparabilité. Le système fonctionne au-dessus du seuil, la fréquence d'analyse est de 20 MHz . Les données ont été corrigées du bruit électroniques. ($\sigma = 1,1$, $\text{RBW} = 100\text{ kHz}$, $\text{VBW} = 1\text{ kHz}$)

La puissance de bruit mesurée pour A_+ est de $-1,8 \pm 0,5\text{ dB}$ au-dessous du bruit quantique standard, et pour A_- on obtient $-3,9 \pm 0,5\text{ dB}$. Ceci mène à une séparabilité $\Sigma = 0,76 \pm 0,08 < 1$.

Les faisceaux signal et complémentaire A_1 et A_2 sont, à cette fréquence d'analyse, limités par le bruit quantique standard : on mesure $0,0 \pm 0,5\text{ dB}$. Ceci mène à un critère EPR $\mathcal{E} = 0,87 \pm 0,08 < 1$.

Ainsi, les faisceaux continus, brillants et de même fréquence générés par l'OPO à auto-

verrouillage de phase utilisé au-dessus du seuil sont inséparables et EPR. Il s'agit donc de faisceaux contenant beaucoup de photons, et très quantiques. Pour limiter l'amplitude des pics de bruit observés, une solution consisterait à stabiliser l'alimentation du module d'asservissement.

D.3 Résumé du comportement en fréquence

La figure 6.8 présente une synthèse des différents résultats obtenus. Nous n'avons malheureusement pas pu réaliser une mesure de bruit sur l'intégralité de la bande⁵ des fréquences d'analyse.

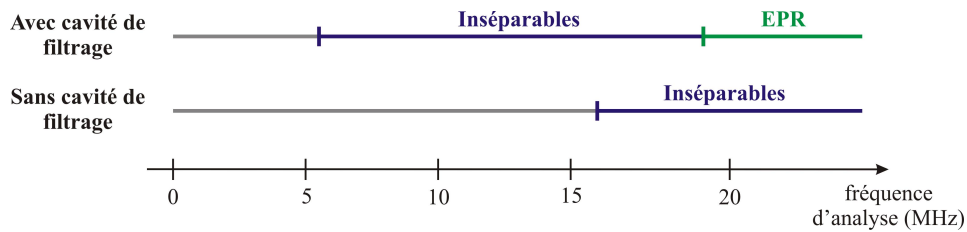


Fig. 6.8: Résumé du comportement en fréquence du système selon qu'une cavité de filtrage est mise en place ou non sur la pompe.

D.4 Comparaison avec les résultats obtenus par d'autres équipes

Plusieurs équipes dans le monde ont généré des faisceaux brillants intriqués : les équipes de P. Nussenzeig à São Paulo (Brésil) [Villar *et al.*, 2007], O. Pfister à Charlottesville (U.S.A.) [Jing *et al.*, 2006] et K. Peng à Shanxi (Chine) [Su *et al.*, 2006] utilisent un OPO de type II au-dessus du seuil, en régime continu. On peut également mentionner l'équipe de P.K. Lam à Canberra (Australie), qui a généré des faisceaux intriqués en mélangeant les faisceaux comprimés produits par deux OPA en régime continu⁶ [Bowen *et al.*, 2004], et enfin l'équipe de G. Leuchs à Erlangen (Allemagne), qui mélange des pulses brillants comprimés produits grâce à un interféromètre asymétrique de Sagnac fibré [Glöckl *et al.*, 2003].

Soulignons rapidement ce qui différencie notre système des trois autres dispositifs proches du nôtre : les faisceaux générés par Villar *et al.* d'une part, Su *et al.* d'autres part, sont de fréquences différentes et non verrouillées. Quant aux faisceaux produits par Jing *et al.*, leur différence de fréquence est verrouillée à 161 MHz, tandis que nos faisceaux sont verrouillés à la même fréquence.

5. Le niveau de bruit remonte *a priori* pour une fréquence d'analyse supérieure à la bande passante de la cavité de l'OPO, qui est de l'ordre de 35 MHz.

6. La puissance des faisceaux ainsi générés est évidemment beaucoup plus faible qu'avec un OPO au-dessus du seuil.

Les résultats présentés par ces différentes équipes sont rappelés dans le tableau 6.1.

Tab. 6.1: Intrication de deux faisceaux brillants obtenue par différentes équipes. Le “X” indique que la grandeur concernée n’a pas été mesurée.

Équipe	Séparabilité Σ	EPR ε
P. Nussenzveig (Brésil)	$0,62 \pm 0,01$	X
O. Pfister (U.S.A.)	0,62	X
K. Peng (Chine)	0,666	X
P.K. Lam (Australie)	$0,44 \pm 0,01$	$0,58 \pm 0,02$
G. Leuchs (Allemagne)	0,5	X
C. Fabre (France)	$0,76 \pm 0,25$	$0,87 \pm 0,80$

Les valeurs de séparabilité obtenues par les autres équipes sont inférieures aux nôtres. Cependant, nous sommes la seule équipe à avoir pu mesurer le critère EPR en variables continues sur des faisceaux générés directement par un OPO. En outre, nos faisceaux étant de même fréquence, ceci nous autorise (par exemple) à les mélanger afin de pouvoir exploiter l’intégralité de la ressource EPR, en particulier le fort lien intrication/compression de bruit.

E Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre l’efficacité de l’auto-verrouillage de phase pour l’OPO en fonctionnement au-dessus du seuil, qui permet d’obtenir des faisceaux EPR brillants, de même fréquence. Il a été nécessaire de mettre en place une cavité de filtrage sur la pompe : les mesures ont révélé un fort excès de bruit sur cette dernière, qui se transmet au-dessus du seuil aux faisceaux signal et complémentaire.

L’étude au-dessus du seuil pourrait être complétée en vérifiant l’influence du couplage sur l’intrication, afin de s’assurer que le comportement du système est le même qu’au-dessous du seuil. Une mesure de la matrice de covariance est également envisageable. À moyen terme, l’expérience peut s’orienter vers une utilisation des faisceaux produits, par exemple dans une expérience de téléportation ou de distillation d’intrication, ou encore dans le cadre d’une interface lumière-matière.

Cependant, la transmission de l’intrication dans le cadre d’une interaction lumière-matière est plus efficace si l’intrication est encodée sur les variables de Stokes de polarisation. La description d’un dispositif permettant de produire de tels faisceaux fait l’objet de la dernière partie de ce manuscrit.

Partie III

Au-delà de l'intrication de deux champs

7. Génération d'intrication en polarisation : OPO à deux cristaux

Sommaire

A	Introduction	141
B	OPO auto-verrouillé en phase à deux cristaux	142
B.1	Description du dispositif	142
B.2	Variables de Stokes	143
B.3	Propriétés quantiques attendues	145
C	Reproduction de l'article	146

A Introduction

Les perspectives prometteuses de l'information et du calcul quantiques se heurtent actuellement à un problème de taille, outre le stockage de l'information : la transmission de cette information aux mémoires quantiques. En effet, les avancées actuelles dans ces domaines tendent vers un transport de l'information par la lumière, qui se couple peu à l'environnement, de sorte que les états transportés sont peu soumis à la décohérence. Par contre, les propositions les plus abouties pour le stockage de l'information consistent à utiliser des ensembles d'atomes ou d'ions comme mémoires quantiques. Le problème de l'interface provient précisément de ce que la lumière est peu couplée à son environnement : elle se couple également peu avec la mémoire quantique !

Or les variables de Stokes – qui décrivent la polarisation de la lumière – obéissent aux mêmes relations de commutation que le spin atomique (spin individuel ou spin collectif). De ce fait, afin de favoriser la transmission de l'information à l'interface lumière-matière, il est naturel de chercher à encoder l'information contenue dans la lumière sur les variables de Stokes.

Ce chapitre présente un dispositif original, un OPO auto-verrouillé en phase à deux cristaux. Nous avons montré théoriquement qu'il génère deux faisceaux de polarisation définie, de fréquences fixées et ajustables, intriqués en polarisation. L'article décrivant l'ensemble du dispositif et les prédictions théoriques sur les faisceaux générés, publié dans *Physical Review A*, est reproduit en fin de chapitre. Nous nous contenterons donc, dans le début du chapitre, de décrire le principe du dispositif, et de rappeler les principaux

résultats attendus.

B OPO auto-verrouillé en phase à deux cristaux

B.1 Description du dispositif

Le concept de base de l'OPO à deux cristaux consiste à placer, dans la cavité de l'OPO, non plus un mais deux cristaux de type II, tournés de 90° l'un par rapport à l'autre, avec une pompe polarisée à 45° . De ce fait, sur chaque polarisation est généré un faisceau de fréquence ω_a et un faisceau de fréquence ω_b . Quatre champs se propagent donc dans la cavité, qui seront notés a_1 et b_2 (générés par le premier cristal) et a_2 et b_1 (générés par le second cristal). La lettre a ou b fait référence à la fréquence et l'indice chiffré à la polarisation. Il est possible d'exploiter séparément ces quatre champs, par exemple en les séparant d'abord en fréquence (à l'aide d'un réseau ou d'un prisme), puis en polarisation (à l'aide de cubes séparateurs de polarisation), comme le suggère la figure 7.1. On pourrait alors étudier les propriétés d'intrication de ce système multipartitionné. Cependant, nous allons plutôt considérer une bipartition, en ne conservant que la séparation en fréquence.

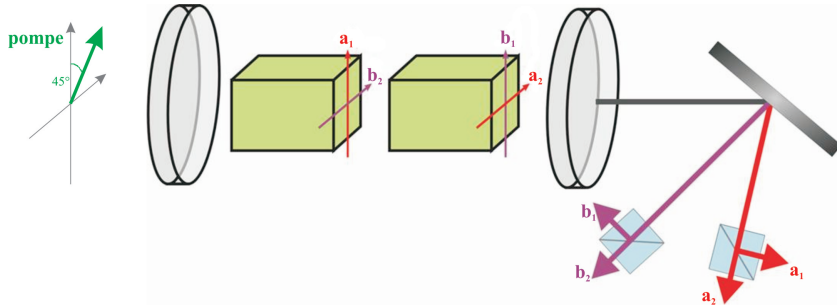


Fig. 7.1: Principe de la génération de 4 champs présentant des propriétés d'intrication.

Les faisceaux ainsi produits ne sont pas utilisables dans le cadre d'une mémoire atomique. En effet, les relations de phase fixées par le dispositif :

$$\varphi(a_1) + \varphi(b_2) = \varphi(a_2) + \varphi(b_1) = \varphi_0 \quad (7.1)$$

ne sont pas suffisantes pour que la polarisation des faisceaux soit définie (φ_0 est la phase de la pompe), puisque $\varphi(a_1) - \varphi(b_2)$ et $\varphi(a_2) - \varphi(b_1)$ ne sont pas fixées. La solution proposée est analogue à celle utilisée dans la partie expérimentale de cette thèse : insérer une lame d'onde pour exploiter l'auto-verrouillage de phase (cf. Fig. 7.2). Il s'agit d'une lame $\lambda/2$ pour ω_a et ω_b , légèrement tournée par rapport aux axes propres des cristaux. Cette lame couple, de façon indépendante, d'une part les champs a_1 et a_2 , d'autre part les champs b_1 et b_2 . Il est nécessaire d'insérer une seconde lame du même type, tournée

de 90° (mais alignée avec les axes des cristaux) pour compenser le déphasage sur un tour dû à la première lame.

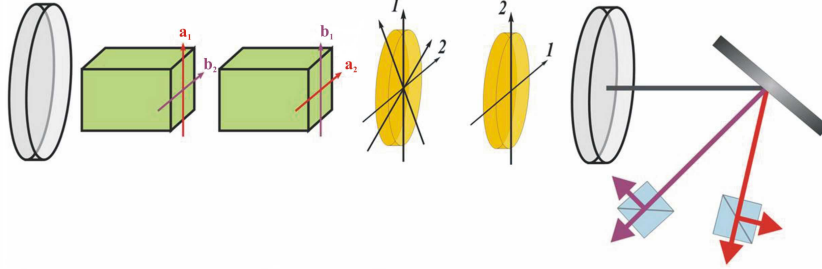


Fig. 7.2: Insertion d'une lame biréfringente légèrement tournée dans l'OPO à deux cristaux pour provoquer un auto-verrouillage de phase.

Grâce à ce dispositif, les faisceaux de fréquence ω_a d'une part, ω_b d'autre part ont tous deux une polarisation bien définie : ils sont polarisés circulairement. En effet, on a :

$$\varphi(a_1) - \varphi(a_2) = \varphi(b_1) - \varphi(b_2) = \frac{\pi}{2} \quad (7.2)$$

On peut ajuster les fréquences ω_a et ω_b avec la température des cristaux.

B.2 Variables de Stokes

Les variables de Stokes permettent de décrire classiquement la polarisation d'un faisceau quelconque ; leurs équivalents quantiques sont définis de la façon suivante :

$$\hat{S}_0 = \hat{a}_X^\dagger \hat{a}_X + \hat{a}_Y^\dagger \hat{a}_Y \quad (7.3a)$$

$$\hat{S}_1 = \hat{a}_X^\dagger \hat{a}_X - \hat{a}_Y^\dagger \hat{a}_Y \quad (7.3b)$$

$$\hat{S}_2 = \hat{a}_X^\dagger \hat{a}_Y - \hat{a}_Y^\dagger \hat{a}_X = \hat{a}_{+45^\circ}^\dagger \hat{a}_{+45^\circ} + \hat{a}_{-45^\circ}^\dagger \hat{a}_{-45^\circ} \quad (7.3c)$$

$$\hat{S}_3 = i \left(\hat{a}_Y^\dagger \hat{a}_X - \hat{a}_X^\dagger \hat{a}_Y \right) = \hat{a}_D^\dagger \hat{a}_D + \hat{a}_G^\dagger \hat{a}_G \quad (7.3d)$$

Les indices X et Y désignent les deux directions de polarisation linéaire du faisceau, les indices $\pm 45^\circ$ les polarisations linéaires tournées de $\pm 45^\circ$, et G et D les polarisations circulaires gauche et droite.

Les opérateurs ainsi définis obéissent, comme cela a déjà été mentionné, à des relations de commutation analogues à celles du spin atomique :

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = 2i\hat{S}_k \quad i \neq j \neq k \in \{1, 2, 3\} \quad (7.4)$$

Par ailleurs, les fluctuations des opérateurs de Stokes peuvent être mesurées sans oscillateur local (*cf.* Fig. 7.3) [Bowen *et al.*, 2002]. Ceci permet d'effectuer les mesures

quelles que soient les fréquences des deux faisceaux, et ainsi de tirer parti de l'accordabilité.

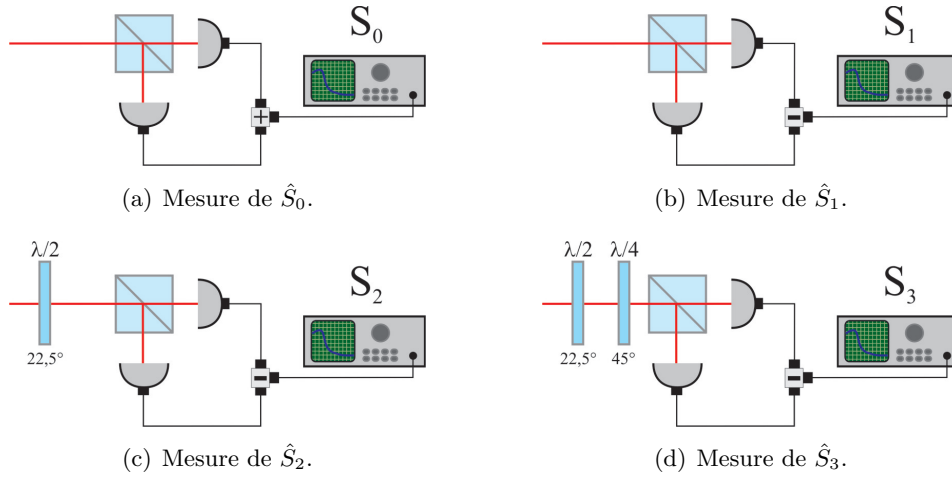


Fig. 7.3: Mesure des fluctuations des opérateurs de Stokes.

B.3 Propriétés quantiques attendues

Les calculs, développés dans l'article reproduit ci-après, montrent que le dispositif, en fonctionnement au-dessus du seuil dans le régime de plus bas seuil, produit des faisceaux brillants, polarisés selon S_3 . Les opérateurs de Stokes $\hat{S}_1$ et $\hat{S}_2$ sont intriqués, comme le montre la figure 7.4.

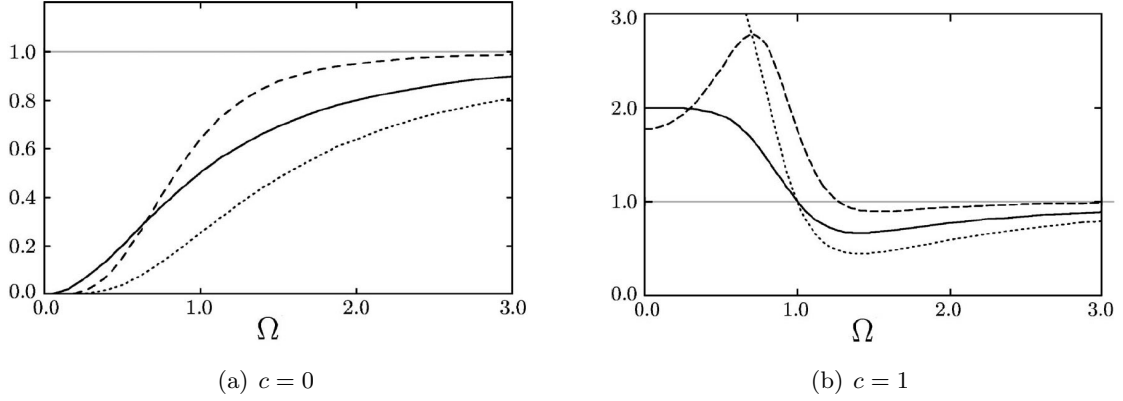


Fig. 7.4: Critères d'intrication pour les opérateurs de Stokes $\hat{S}_1$ et $\hat{S}_2$: séparabilité (trait continu), critère de Mancini (pointillé court) et critère EPR (pointillé long). Ω est la fréquence d'analyse normalisée à la bande passante de la cavité, et c est le même paramètre de couplage que pour l'OPO à un cristal (défini au chapitre 3 § D.3).

On constate que, pour un couplage nul ou très faible, les faisceaux sont intriqués et EPR en polarisation pour toutes les fréquences d'analyse, et sont d'autant plus intriqués que la fréquence d'analyse est basse (*cf.* figure 7.4(a)). Lorsque le couplage est important, les corrélations sont dégradées (comme dans le cas de l'OPO à un cristal), en particulier à basse fréquence. Ils sont cependant inséparables et EPR à partir d'une fréquence d'analyse légèrement supérieure à la bande passante de la cavité ; l'intrication diminuant ensuite avec l'augmentation de la fréquence d'analyse. Toutefois, comme l'ont montré les expériences menées au-dessus du seuil sur l'OPO auto-verrouillé en phase à un cristal, on peut *a priori* travailler à couplage faible, voire quasi nul. Ceci permettrait de générer des faisceaux très intriqués, puisqu'on peut théoriquement atteindre une corrélation parfaite.

De tels faisceaux seraient directement utilisables pour transférer l'intrication de la lumière aux atomes.

C Reproduction de l'article

PHYSICAL REVIEW A **73**, 012333 (2006)

Generation of two-color polarization-entangled optical beams with a self-phase-locked two-crystal optical parametric oscillator

Julien Laurat,¹ Gaëlle Keller,² Claude Fabre,² and Thomas Coudreau^{2,3,*}

¹*Norman Bridge Laboratory of Physics 12-33, California Institute of Technology, Pasadena, California 91125, USA*

²*Laboratoire Kastler Brossel, Université Pierre et Marie Curie, Case 74, 4 Place Jussieu, 75252 Paris cedex 05, France*

³*Laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques, Université Denis Diderot, Case 7021, 2 Place Jussieu, 75251 Paris cedex 05, France*

(Received 4 November 2005; published 24 January 2006)

A device to generate polarization-entangled light in the continuous-variable regime is introduced. It consists of an optical parametric oscillator with two type-II phase-matched nonlinear crystals orthogonally oriented, associated with birefringent elements for adjustable linear coupling. We give in this paper a theoretical study of its classical and quantum properties. It is shown that two optical beams with adjustable frequencies and well-defined polarization can be emitted. The Stokes parameters of the two beams are entangled. The principal advantage of this setup is the possibility to directly generate polarization-entangled light without the need of mixing four modes on beamsplitters as required in current experimental setups. This device opens up different directions for the study of light-matter interfaces and a generation of multimode nonclassical light and higher dimensional phase space.

DOI: [10.1103/PhysRevA.73.012333](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.73.012333)

PACS number(s): 03.67.Hk, 03.67.Mn, 42.65.Yj, 42.50.Dv

I. INTRODUCTION

Developing quantum memories constitutes an essential milestone on the route towards quantum communication networks. As it is difficult to directly store photons, the quantum information has to be stored in a material-based quantum system. A particularly promising application for polarization-entangled light is the ability to couple it with atomic ensembles: the algebra describing the quantum properties of polarized light *via* Stokes operators [1–3] is exactly the same as that describing the quantum properties of the atomic spin, be it single or collective spins. Quantum state exchange between light fields and matter systems has been recently experimentally demonstrated [4,5] and it has been shown that such systems can be used as quantum memories [6]. In addition, from a technical point of view, the use of polarization states offers simpler detection schemes, without the need for local oscillators. These features make the study and experimental generation of nonclassical polarization states of first importance for continuous-variable quantum communication.

Furthermore, the study of higher dimensional phase space is a fascinating and promising subject. Indeed, it has been shown that multimode nonclassical light could be a very powerful tool for an efficient processing and transport of quantum information [7]. Already experimental implementations and applications of such nonclassical multimode light have been demonstrated in the continuous-wave regime [8–11]. Such systems either involve a very large number of modes [10,11] or a much smaller number (three in the case of Ref. [9]). Increasing the number of correlated modes is of particular importance, for instance, in the case of optical read-out technologies [12] and super-resolution techniques

[13]. In this context, generating continuous-variable polarization-entangled light [1–3], which exhibits three or four mode correlations, is a first step towards increasing the phase space dimension.

Such polarization-entangled beams in the continuous-variable regime have been recently produced experimentally with injected type-I phase-matched optical parametric oscillators (OPOs) below threshold [14,15] or using $\chi^{(3)}$ effects in a cloud of cold atoms [16]. All of these methods require linear interferences of two quadrature-entangled modes with two bright coherent states, which limits the amount of entanglement reached and the simplicity and scalability of the setup.

We investigate here an approach to directly generate polarization-entangled light without the need of mode mixing. This approach stems from an original device that we previously studied, a self-phase-locked optical parametric oscillator. This system consists of a type-II phase-matched nonlinear $\chi^{(2)}$ crystal in an optical cavity and emits fields that are phase-locked through linear coupling [17–19]: a birefringent plate, which can be rotated relative to the principal axis of the crystal, adds this coupling between the orthogonally polarized signal and idler beams and results in a phase-locking phenomenon that is well known for coupled mechanical or electrical oscillators [20]. Such systems have recently attracted a lot of attention as efficient sources of nonclassical light [21–23]. A stable operation has been demonstrated experimentally even with very small coupling [17,24,25] and their nonclassical properties are very encouraging [24]. We propose here a new implementation where two crystals, and not only one, are placed with their neutral axis orthogonal in a cavity containing two birefringent waveplates for adjustable linear coupling. Each crystal generates a pair of signal and idler beams and the waveplates couple together the two signal beams and the two idler beams so that phase locking can be achieved in a nonfrequency degenerate operation. As

*Author to whom correspondence should be addressed. Email address: coudreau@spectro.jussieu.fr

LAURAT *et al.*PHYSICAL REVIEW A **73**, 012333 (2006)

we will show below, this device allows for a direct and efficient generation of polarization-entangled optical beams.

In this paper, we investigate in detail the classical and quantum properties of the system. The paper is organized as follows. In Sec. II we begin by presenting the linear and nonlinear elements of the two-crystal OPO. A propagating Jones matrix is associated with each element and permits us to access the round-trip matrix and the stationary solutions. Section III considers the quantum properties of the emitted beams in terms of quadrature operators in the Fourier domain. The usual input-output linearization technique is used and quantum correlation spectra are formulated. In Sec. IV, these quadrature correlations are then interpreted in terms of polarization entanglement through the Stokes operators. Considering various criteria, we demonstrate theoretically that this device is an efficient source of polarization entanglement.

II. SETUP AND CLASSICAL PROPERTIES

In this section, we present the basic scheme of the two-crystal OPO. Round-trip equations and stationary solutions are then derived by using Jones matrix formalism.

A. Linear and nonlinear elements in the OPO cavity

The setup is sketched in Fig. 1. Two identical type-II phase matched ($\chi^{(2)}$) crystals oriented at 90° and two birefringent waveplates are inserted inside a ring cavity. Signal and idler fields are resonant but the pump is not enhanced. The orientation of the various axes with respect to one another are critical. They are summarized on Fig. 1: the nonlinear crystals c_α and c_β have their fast axes orthogonal; waveplate l_1 has its fast axis parallel to the fast axis of the crystal c_α ; the fast axis of the waveplate l_2 makes an angle ρ with respect to the fast axis of crystal c_β . In this paper, we will restrict ourselves to small values of ρ .

Four fields may propagate inside the cavity: their classical field amplitudes are denoted $a_{1,2}$ and $b_{1,2}$ where the index corresponds to the polarization and the letter to the frequency ω_a or ω_b (Fig. 1). The pump field is polarized at 45° of the crystals' axes and its amplitude is denoted a_0 . We consider that the pump and subharmonic fields are coupled via the nonlinear crystals. In c_α , the phase matching is such that $a_0^{(x)}$ is coupled to a_1 and b_2 while in c_β , $a_0^{(y)}$ is coupled to a_2 and b_1 .

We suppose that the waveplates for the subharmonic waves have identical dephasing for the two fields. M_1 and M_3 are highly reflective mirrors while the amplitude reflection coefficient for M_2 is denoted r . For the sake of simplicity, this coefficient is assumed to be real and independent of the frequency and of the polarization.

B. Propagation matrices

Birefringent elements are usually described by Jones matrices [26]. The total field can be decomposed into four components corresponding to the two subharmonic frequencies and the two linear polarizations. The waveplates l_1 and l_2 couple the fields a_1 and a_2 , and b_1^* and b_2^* independently

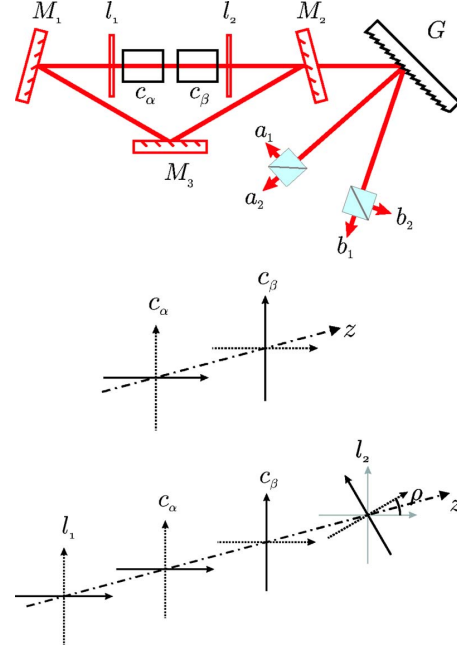


FIG. 1. (Color online) Top: Ring cavity two-crystal OPO: $c_{\alpha,\beta}$ are type-II nonlinear crystals, $l_{1,2}$ are $\lambda/2$ waveplates at $\omega_0/2$ and λ waveplates at ω_0 . $M_{1,3}$ are highly reflective mirrors at $\omega_{a,b}$ and M_2 is a partially reflective mirror at $\omega_{a,b}$. All mirrors are transparent at ω_0 . G is a diffraction grating which separates the two frequency components. Each of them have two orthogonally polarized bright components. Center: neutral axes seen by the fundamental wave at frequency ω_0 . Bottom: neutral axes seen by the subharmonic waves at frequencies ω_1 and ω_2 . Dotted lines denote fast axes and continuous lines slow axes.

while the crystals couple a_1 and b_2^* , and a_2 and b_1^* independently. Thus, the basis $\{a_1, b_2^*, a_2, b_1^*\}$ is sufficient.

The waveplate l_1 is a $\lambda/2$ with its axes parallel to the basis axes so that its associated matrix is diagonal:

$$M_{l_1} = \begin{pmatrix} ie^{ik_a ne} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -ie^{-ik_b ne} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ie^{ik_a ne} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -ie^{-ik_b ne} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

where $k_{a,b}$ denotes the wave vectors, n the mean index of refraction (dispersion is neglected), and e the thickness of the plate.

To determine the transfer matrix of the nonlinear crystals, the phase matching will be taken perfect. We recall that the field amplitudes at the output of the first crystal can be written

$$a_1^{(out)} = a_1^{(in)} + g a_0^{(x)} (b_2^{(in)})^*,$$

and

GENERATION OF TWO-COLOR POLARIZATION-...

$$(b_2^{(out)})^* = (b_2^{(in)})^* + g(a_0^{(x)})^* (a_1^{(in)}), \quad (2)$$

to the first order in g where $a_0^{(x)}$ denotes the pump amplitude at the output of the first crystal,

$$a_0^{(x)} = \frac{1}{\sqrt{2}} a_0, \quad (3)$$

and where g is the nonlinear coupling coefficient given by

$$g = l\chi^{(2)} \sqrt{\frac{\hbar \omega_0 \omega_a \omega_b}{2c^2 \epsilon_0 n_0 n_1 n_2}}. \quad (4)$$

Equations (2) are only valid close to the oscillation threshold where the pump depletion is small, which corresponds to the usual operation regime of such nonlinear devices in quantum optics [24]. The transfer matrix of the first crystal takes thus the following form:

$$M_{c_\alpha} = \begin{pmatrix} e^{ik_a n_1 l} & g \frac{a_0}{\sqrt{2}} e^{ik_a n_1 l} & 0 & 0 \\ g \frac{a_0^*}{\sqrt{2}} e^{-ik_b n_2 l} & e^{-ik_b n_2 l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{ik_a n_2 l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-ik_b n_1 l} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

As stated before, perfect phase matching has been assumed. $n_{1,2}$ stand for the refractive indices along the neutral axes and l is the crystal thickness. In the second crystal, only a_2 and b_1^* are coupled to the pump. Assuming that the two crystals are at the same temperature, the transfer matrix is given by

$$M_{c_\beta} = \begin{pmatrix} e^{ik_a n_2 l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-ik_b n_1 l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{ik_a n_1 l} & g a_0^{(y)} e^{ik_a n_1 l} \\ 0 & 0 & g a_0^{(y)} e^{-ik_b n_2 l} & e^{-ik_b n_2 l} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$a_0^{(y)}$ denotes the pump amplitude along y between the two crystals,

$$a_0^{(y)} = \frac{1}{\sqrt{2}} a_0. \quad (7)$$

Finally, the last waveplate is a $\lambda/2$ waveplate rotated by an angle $(\rho + \pi/2)$ with respect to l_1 . To the first order in ρ , the transfer matrix is found to be [19]

$$M_{l_2} = \begin{pmatrix} -ie^{ik_a n e} & 0 & i\epsilon_0 e^{ik_a n e} & 0 \\ 0 & ie^{-ik_b n e} & 0 & -i\epsilon_0 e^{-ik_b n e} \\ i\epsilon_0 e^{ik_a n e} & 0 & ie^{ik_a n e} & 0 \\ 0 & -i\epsilon_0 e^{-ik_b n e} & 0 & -ie^{ik_b n e} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

where $\epsilon_0 \equiv \sin 2\rho \approx 2\rho$.

As mentioned earlier, we assume that the mirror properties are independent both of the frequency and of the polarization. The free propagation matrix is thus

PHYSICAL REVIEW A **73**, 012333 (2006)

$$M_{prop} = r \begin{pmatrix} e^{ik_a L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-ik_b L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{ik_a L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-ik_b L} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

where L is the cavity length without taking into account the birefringent elements (waveplates and crystal).

One can now calculate the round-trip matrix:

$$M_{rt} \equiv M_{prop} \cdot M_{l_2} \cdot M_{c_\beta} \cdot M_{c_\alpha} \cdot M_{l_1}. \quad (10)$$

Rather than giving the round-trip matrix in the general case, let us now make the following assumptions which are usually verified experimentally: the finesse for the subharmonic fields is high. The coefficient r is close to 1 and we put $r = 1 - \kappa$ with $\kappa \ll 1$; we assume that the double resonance condition is verified, that is both

$$\Delta_{a,b} = k_{a,b}[L + 2ne + l(n_1 + n_2)] \quad (11)$$

are close to an integer multiple of 2π . We denote $\delta_{a,b}$ their small round-trip phase detunings; the waveplates l_1 and l_2 are $\lambda/2$ for the two frequencies ω_a and ω_b .

In this case, the round-trip matrix to the first order in $\delta_{a,b}, g, \kappa$, and ϵ_0 takes the following form:

$$M_{rt} \approx \begin{pmatrix} 1 + i\delta_a - \kappa & g \frac{a_0}{\sqrt{2}} & \epsilon_0 & 0 \\ g \frac{a_0^*}{\sqrt{2}} & 1 - i\delta_b - \kappa & 0 & -\epsilon_0 \\ -\epsilon_0 & 0 & 1 + i\delta_a - \kappa & g \frac{a_0}{\sqrt{2}} e^{-i\psi} \\ 0 & \epsilon_0 & g \frac{a_0^*}{\sqrt{2}} e^{i\psi} & 1 - i\delta_b - \kappa \end{pmatrix}, \quad (12)$$

where $\psi = (k_b n_1 + k_a n_2)l$. The phase of the pump amplitude between the two crystals has been shifted by $(k_a + k_b)ne$.

C. Stationary solutions

The stationarity of the solutions corresponds to the fact that the field amplitudes after one round trip must be equal to the initial ones. This condition can be expressed in terms of the round-trip matrix:

$$M_{rt} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_2^* \\ a_2 \\ b_1^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_2^* \\ a_2 \\ b_1^* \end{pmatrix}. \quad (13)$$

This system has a nontrivial solution only if

$$\det(M_{rt} - I_4) = 0 \quad (14)$$

which leads to a stringent condition on the dephasings

$$\delta_a = \delta_b = \delta \quad (15)$$

and provides also an expression for the pump power $I_0^{(threshold)} = |a_0|^2$.

LAURAT *et al.*PHYSICAL REVIEW A **73**, 012333 (2006)

We will restrict ourselves to the case where $\psi=0[2\pi]$, which corresponds to the lowest threshold area. Equation (14) yields to

$$I_0^{(threshold)} = |a_0|^2 = \frac{2}{g^2} [\kappa^2 + (\delta \pm \epsilon_0)^2]. \quad (16)$$

This equation has two solutions, corresponding to two possible regimes. In this paper, we will focus on the regime of lower threshold.

These equations are similar to that obtained in a one-crystal self-phase locked OPO, which has been studied in detail in [18,19,25]. For a given input pump intensity, the phase-locked operation can be obtained only for a given range of the relevant parameters (i.e., cavity length and crystal temperature) which defines a so-called “locking zone.” This locking zone is typically a cavity resonance width large in terms of length and a few kelvins in terms of temperature, well within experimental capacities. For a one-crystal self-phase-locked OPO, a phase-locked operation was indeed observed even for extremely small angles of the wave plate [24] where it does not perturb the quantum properties of the system [23].

Let us consider the lowest threshold given by Eq. (16) and reach for $\delta=\epsilon_0$. This working point, associated with $\psi=0[2\pi]$, can be obtained experimentally by simultaneously adjusting both the crystal temperatures and the frequency of the pump laser. Equation (16) becomes thus

$$I_0^{(threshold)} = 2\kappa^2/g^2. \quad (17)$$

At this working point, the round-trip matrix is simpler and can be rewritten:

$$M_{rt} = \begin{pmatrix} 1 + i\epsilon_0 - \kappa & \kappa & \epsilon_0 & 0 \\ \kappa & 1 - i\epsilon_0 - \kappa & 0 & -\epsilon_0 \\ -\epsilon_0 & 0 & 1 + i\epsilon_0 - \kappa & \kappa \\ 0 & \epsilon_0 & \kappa & 1 - i\epsilon_0 - \kappa \end{pmatrix}. \quad (18)$$

The eigenvector of the round-trip equation, $M_{rt}\vec{\mathcal{J}}=\vec{\mathcal{J}}$, is given by

$$\vec{\mathcal{J}} = \mathcal{J} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -i \\ -i \end{pmatrix}, \quad (19)$$

where $\mathcal{J}$ is a (*a priori* complex) constant. This expression shows that the field generated consists in two modes at frequencies ω_a and ω_b with right circularly polarization. $\mathcal{J}$ is determined by the pump depletion equation:

$$a_0 = (a_0^{in} - g a_1 b_2) e^{ikn_0 l}, \quad (20)$$

where a_0^{in} is the input pump amplitude. In order to solve this equation, one can set the pump phase between the two crystals to be zero: this amounts to changing the phase origin which will not change the properties of the system. The previous equation yields

$$\left(\frac{\kappa}{g} + g|\mathcal{J}|^2 \right)^2 = I_0^{(in)} \quad (21)$$

with $I_0^{(in)} = |a_0^{(in)}|^2$. One then gets the usual OPO solution

$$\mathcal{J} = \sqrt{\frac{\kappa}{g^2}(\sigma - 1)} e^{i\phi_1}, \quad (22)$$

where a reduced pumping parameter σ has been defined equal to the input pump amplitude normalized to the threshold

$$\sigma = \sqrt{\frac{I_0^{(in)}}{I_0^{(threshold)}}}. \quad (23)$$

When σ is larger than 1, i.e., when the OPO is pumped above a defined threshold, four bright beams with fixed relative phases given by Eq. (19) are generated. Since the two signal (resp. idler) beams have a fixed phase relation and identical frequencies, they form a single beam with a circular polarization state. The system thus generates two circularly polarized beams which are frequency tunable.

The next sections are devoted to the study of the quantum properties. Correlations and anticorrelations of the couple signal/idler emitted by each crystal, i.e., (a_1, b_2) or (a_2, b_1) , are formulated.

III. QUANTUM PROPERTIES AND QUADRATURE FLUCTUATIONS

In order to calculate the fluctuations for the involved fields when the system is pumped above threshold, we apply the usual input-output linearization technique (see, e.g., [27]). Individual noise spectra as well as the correlations between any linear combinations of the various fluctuations are derived in the Fourier domain.

A. Linearized equations

We first determine the classical stationary solutions of the evolution equations: these solutions are denoted $a_i^{(s)}$, $b_j^{(s)}$ where $i=0,1,2$; $j=1,2$. We then linearize the evolution equations around these stationary values by setting $a_i = a_i^{(s)} + \delta a_i$, $i=0,1,2$, and $b_j = b_j^{(s)} + \delta b_j$, $j=0,1$.

The evolution equations for the fluctuations are deduced from the round-trip matrix taking into account the stationary solutions (17), (19), and (22):

$$\begin{aligned} \tau \frac{d\delta a_1}{dt} = & (-\kappa\sigma + i\epsilon_0)\delta a_1 + \kappa\delta b_2^* + e^{i\phi_1}\sqrt{\kappa(\sigma-1)}(\delta a_0^{(x)})^{(in)} \\ & + \epsilon_0\delta a_2 - e^{2i\phi_1}\kappa(\sigma-1)\delta b_2 - \sqrt{2\kappa}\delta a_1^{in}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d\delta a_2}{dt} = & (-\kappa\sigma + i\epsilon_0)\delta a_2 + \kappa\delta b_1^* - ie^{i\phi_1}\sqrt{\kappa(\sigma-1)}(\delta a_0^{(y)})^{(in)} \\ & - \epsilon_0\delta a_1 + e^{2i\phi_1}\kappa(\sigma-1)\delta b_1 - \sqrt{2\kappa}\delta a_2^{in}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d\delta b_1}{dt} = & (-\kappa\sigma + i\epsilon_0)\delta b_1 + \kappa\delta a_2^* + ie^{-i\phi_1}\sqrt{\kappa(\sigma-1)}(\delta a_0^{(y)})^{(in)} \\ & + \epsilon_0\delta b_2 + e^{-2i\phi_1}\kappa(\sigma-1)\delta a_2 - \sqrt{2\kappa}\delta b_1^{in}, \end{aligned}$$

GENERATION OF TWO-COLOR POLARIZATION-...

PHYSICAL REVIEW A **73**, 012333 (2006)

$$\begin{aligned} \tau \frac{d\delta b_2}{dt} = & (-\kappa\sigma + i\epsilon_0)\delta b_2 + \kappa\delta a_1^* - e^{-i\phi_1}\sqrt{\kappa(\sigma-1)}(\delta a_0^{(x)})^{(in)} \\ & - \epsilon_0\delta b_1 - e^{-2i\phi_1}\kappa(\sigma-1)\delta a_1 - \sqrt{2\kappa}\delta b_2^{in}, \end{aligned} \quad (24)$$

where τ stands for the cavity round-trip time. δa_i^{in} correspond to the vacuum fluctuations entering the cavity through the coupling mirror.

B. Quadrature fluctuations

We define the amplitude and phase quadratures of a mode a with mean phase ϕ_a by, respectively,

$$p_a = \delta a e^{-i\phi_a} + \delta a^* e^{i\phi_a}, \quad q_a = -i(\delta a e^{-i\phi_a} - \delta a^* e^{i\phi_a}). \quad (25)$$

The evolution equations can be then expressed in matrix form:

$$\tau \frac{d}{dt} \delta \mathcal{J} = M \delta \mathcal{J} + \sqrt{\kappa(\sigma-1)} \delta \mathcal{J}_0^{in} + \sqrt{2\kappa} \delta \mathcal{J}^{in}, \quad (26)$$

where

$$M = \begin{pmatrix} \begin{array}{cccc|cccc} -\kappa\sigma & -\epsilon_0 & 0 & \epsilon_0 & 0 & 0 & -\kappa(\sigma-2) & 0 \\ \epsilon_0 & -\kappa\sigma & -\epsilon_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\kappa\sigma \\ 0 & \epsilon_0 & -\kappa\sigma & -\epsilon_0 & -\kappa(\sigma-2) & 0 & 0 & 0 \\ -\epsilon_0 & 0 & \epsilon_0 & -\kappa\sigma & 0 & -\kappa\sigma & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -\kappa(\sigma-2) & 0 & -\kappa\sigma & -\epsilon_0 & 0 & \epsilon_0 \\ 0 & 0 & 0 & -\kappa\sigma & \epsilon_0 & -\kappa\sigma & -\epsilon_0 & 0 \\ -\kappa(\sigma-2) & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_0 & -\kappa\sigma & -\epsilon_0 \\ 0 & -\kappa\sigma & 0 & 0 & -\epsilon_0 & 0 & \epsilon_0 & -\kappa\sigma \end{array} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

$\delta \mathcal{J}$ is the column vector of the quadrature components

$$\delta \mathcal{J} = (p_{a_1}, q_{a_1}, p_{a_2}, q_{a_2}, p_{b_1}, q_{b_1}, p_{b_2}, q_{b_2}), \quad (28)$$

$\delta \mathcal{J}_0^{in}$ for the input pump fluctuations,

$$\delta \mathcal{J}_0^{in} = (p_0^{(x)in}, q_0^{(x)in}, p_0^{(y)in}, q_0^{(y)in}, p_0^{(y)in}, q_0^{(y)in}, p_0^{(x)in}, q_0^{(x)in}), \quad (29)$$

and $\delta \mathcal{J}^{in}$ the for the vacuum fluctuations entering the cavity through the coupling mirror

$$\delta \mathcal{J}^{in} = (p_{a_1}^{in}, q_{a_1}^{in}, p_{a_2}^{in}, q_{a_2}^{in}, p_{b_1}^{in}, q_{b_1}^{in}, p_{b_2}^{in}, q_{b_2}^{in}). \quad (30)$$

These differential equations are readily transformed into algebraic equations by taking the Fourier transform. In the frequency domain, the equations become

$$2i\Omega \delta \tilde{\mathcal{J}}(\Omega) = M' \delta \tilde{\mathcal{J}}(\Omega) + \sqrt{\frac{\sigma-1}{\kappa}} \delta \tilde{\mathcal{J}}_0^{in}(\Omega) + \sqrt{\frac{2}{\kappa}} \delta \tilde{\mathcal{J}}^{in}(\Omega), \quad (31)$$

where $\Omega = \tau\omega/2\kappa = \omega/\Omega_c$ is the noise frequency normalized to the cavity bandwidth $\Omega_c = 2\kappa/\tau$ and $c = \epsilon_0/\kappa$ is the normalized coupling constant. $\delta \tilde{\mathcal{J}}(\Omega)$, $\delta \tilde{\mathcal{J}}_0^{in}(\Omega)$, and $\delta \tilde{\mathcal{J}}^{in}(\Omega)$ are the Fourier transforms of the column vectors (28)–(30). The matrix M' is defined by

$$M' = \begin{pmatrix} \begin{array}{cccc|cccc} -\sigma & -c & 0 & c & 0 & 0 & -\sigma-2 & 0 \\ c & -\sigma & -c & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sigma \\ 0 & c & -\sigma & -c & -\sigma-2 & 0 & 0 & 0 \\ -c & 0 & c & -\sigma & 0 & -\sigma & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -\sigma-2 & 0 & -\sigma & -c & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & -\sigma & c & -\sigma & -c & 0 \\ -\sigma-2 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & -\sigma & -c \\ 0 & -\sigma & 0 & 0 & -c & 0 & c & -\sigma \end{array} \end{pmatrix}. \quad (32)$$

LAURAT *et al.*PHYSICAL REVIEW A **73**, 012333 (2006)

C. Correlations and anticorrelations

In order to use the symmetry of the equations, one can introduce the symmetric and antisymmetric components

$$\begin{aligned}\tilde{p}_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{p}_{a_1}(\Omega) + \tilde{p}_{b_2}(\Omega)], & \tilde{q}_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{q}_{a_1}(\Omega) + \tilde{q}_{b_2}(\Omega)], \\ \tilde{r}_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{p}_{a_1}(\Omega) - \tilde{p}_{b_2}(\Omega)], & \tilde{s}_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{q}_{a_1}(\Omega) - \tilde{q}_{b_2}(\Omega)],\end{aligned}\quad (33)$$

and

$$\begin{aligned}\tilde{p}_\beta &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{p}_{a_2}(\Omega) + \tilde{p}_{b_1}(\Omega)], & \tilde{q}_\beta &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{q}_{a_2}(\Omega) + \tilde{q}_{b_1}(\Omega)], \\ \tilde{r}_\beta &= -\frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{p}_{a_2}(\Omega) - \tilde{p}_{b_1}(\Omega)], & \tilde{s}_\beta &= -\frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{q}_{a_2}(\Omega) - \tilde{q}_{b_1}(\Omega)].\end{aligned}\quad (34)$$

In a standard OPO, one expects intensity correlations and phase anticorrelations. Using our notations, this corresponds to having r_α and r_β as well as q_α and q_β squeezed [28]. This is also the case in a phase-locked OPO in the limit of small coupling [23].

As previously, the equations verified by these quantities can be expressed in matrix form. However, it is interesting to note that the sums are independent from the differences. Thus, one can write two sets of equations:

$$\begin{aligned}2i\Omega\delta\tilde{w}_\pm(\Omega) &= M_\pm\delta\tilde{w}_\pm(\Omega) + \sqrt{2\frac{\sigma-1}{\kappa}}\delta\tilde{w}_{0,\pm}^{in}(\Omega) \\ &+ \sqrt{\frac{2}{\kappa}}\delta\tilde{w}_\pm^{in}(\Omega),\end{aligned}\quad (35)$$

where $\delta\tilde{w}_\pm$ are the column vector

$$\begin{aligned}\delta\tilde{w}_+(\Omega) &= (\tilde{p}_\alpha(\Omega), \tilde{p}_\beta(\Omega), \tilde{q}_\alpha(\Omega), \tilde{q}_\beta(\Omega)), \\ \delta\tilde{w}_-(\Omega) &= (\tilde{r}_\alpha(\Omega), \tilde{r}_\beta(\Omega), \tilde{s}_\alpha(\Omega), \tilde{s}_\beta(\Omega)),\end{aligned}\quad (36)$$

$$\begin{aligned}M_+ &= \begin{pmatrix} -2(\sigma-1) & 0 & -c & c \\ 0 & -2(\sigma-1) & c & -c \\ c & -c & -2\sigma & 0 \\ -c & c & 0 & -2\sigma \end{pmatrix}, \\ M_- &= \begin{pmatrix} -2 & 0 & -c & -c \\ 0 & -2 & -c & -c \\ c & c & 0 & 0 \\ c & c & 0 & 0 \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (37)$$

$\delta\tilde{w}_{0,\pm}^{in}$ are the column vectors for the input pump fluctuations,

$$\delta\tilde{w}_{0,+}^{in} = (\tilde{p}_0^{(x)in}(\Omega), \tilde{p}_0^{(y)in}(\Omega), \tilde{q}_0^{(x)in}(\Omega), \tilde{p}_0^{(y)in}(\Omega)),$$

$$\delta\tilde{w}_{0,-}^{in} = (0, 0, 0, 0), \quad (38)$$

and $\delta\tilde{w}^{in}$ the column vector for the input fluctuations entering the cavity through the coupling mirror

$$\begin{aligned}\delta\tilde{w}_+^{in}(\Omega) &= (\tilde{p}_\alpha^{in}(\Omega), \tilde{p}_\beta^{in}(\Omega), \tilde{q}_\alpha^{in}(\Omega), \tilde{q}_\beta^{in}(\Omega)) \\ \delta\tilde{w}_-^{in}(\Omega) &= (\tilde{r}_\alpha^{in}(\Omega), \tilde{r}_\beta^{in}(\Omega), \tilde{s}_\alpha^{in}(\Omega), \tilde{s}_\beta^{in}(\Omega)).\end{aligned}\quad (39)$$

These equations can be easily solved and one obtains the equations for the intracavity fluctuations. However, the relevant fluctuations are those outside the cavity. They can be easily calculated using the boundary condition on the output mirror:

$$f_{out} = tf - rf_{in} \approx \sqrt{2\kappa}f - f_{in} \quad (40)$$

and the corresponding spectra are given by

$$\mathcal{S}_f(\Omega) = \langle \tilde{f}_{out}(\Omega) \tilde{f}_{out}^*(-\Omega) \rangle. \quad (41)$$

The expressions are identical for the two sets of spectra $\mathcal{S}_{p_{\alpha^q\alpha^r\alpha^s\alpha}}$ and $\mathcal{S}_{p_{\beta^q\beta^r\beta^s\beta}}$:

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_{p_u}(\Omega) &= 1 + \frac{1}{2[\Omega^2 + (\sigma-1)^2]} \\ &+ \frac{\sigma^2 + \Omega^2 - c^2}{2\{[c^2 + \sigma(\sigma-1)]^2 + \Omega^2 - 2[c^2 - \sigma(\sigma-1)]\Omega^2 + \Omega^4\}}, \\ \mathcal{S}_{q_u}(\Omega) &= 1 - \frac{1}{\Omega^2 + \sigma^2} \\ &- \frac{(\sigma-1)^2 + \Omega^2 - c^2}{2\{[c^2 + \sigma(\sigma-1)]^2 + \Omega^2 - 2[c^2 - \sigma(\sigma-1)]\Omega^2 + \Omega^4\}}, \\ \mathcal{S}_{r_u}(\Omega) &= 1 - \frac{1}{2(1+\Omega^2)} - \frac{\Omega^2 - c^2}{2[\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2]}, \\ \mathcal{S}_{s_u}(\Omega) &= 1 + \frac{1}{2\Omega^2} + \frac{1 + \Omega^2 - c^2}{2[\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2]},\end{aligned}\quad (42)$$

$u = \alpha, \beta$.

The behavior of the squeezed spectra, $\mathcal{S}_{p_u^{(out)}}$ and $\mathcal{S}_{q_u^{(out)}}$, is shown in Fig. 2. For small coupling and low analysis frequency, one observes that the spectra go to zero which indicates the existence of very large correlations. As usual, the spectra go to 1 as Ω goes to infinity: the correlations exist only within the cavity bandwidth or conversely, only when the integration time is larger than the field life time in the cavity. The increase of c also results in a degradation of the correlations and anticorrelations: the waveplate tends to mix the fields, and this phenomenon is increased as the coupling is increased. This phenomenon can be understood in terms of phase diffusion: as the coupling is increased, the phase diffusion is reduced which in turn reduces the intensity correlations. Finally, the phase anticorrelations (Fig. 2, bottom) are also degraded as the input pump power is increased: as σ

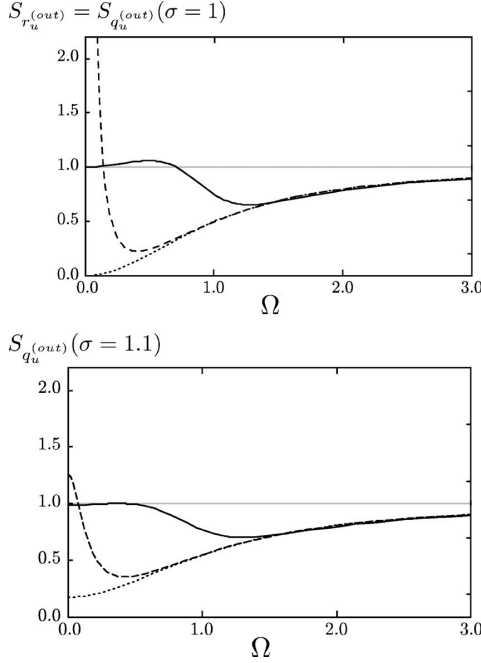


FIG. 2. Normalized noise spectrum of the amplitude quadrature difference and phase quadrature sum for $\sigma=1$ (top) and $\sigma=1.1$ (bottom). Continuous curves corresponds to $c=1$, long-dashed to $c=0.2$, and short-dashed to $c=0$.

is increased, the input pump noise becomes more and more important.

This analysis has been performed by studying the fields generated by each crystal. Since several frequencies are involved, such a measurement would require the use of multiple local oscillators or of dephasing cavities [29]. It is thus easier experimentally as well as more fruitful for quantum information purposes to study the beams at each frequency, namely the couples (a_1, a_2) and (b_1, b_2) , which are circularly polarized.

IV. POLARIZATION-ENTANGLEMENT GENERATION

The nonclassical properties of the two-crystal OPO are now analyzed in terms of polarization fluctuations. Polarization-entanglement generation is demonstrated using various criteria introduced in the literature.

A. Quantum Stokes parameters

Before describing the properties of the system, let us briefly recall the quantum picture for polarization properties. The polarization of light beams can be described in the general case by the Stokes parameters [30]:

$$\begin{aligned} S_0 &= I_x + I_y, & S_1 &= I_x - I_y, \\ S_2 &= I_{+45^\circ} - I_{-45^\circ}, & S_3 &= I_{\sigma^+} - I_{\sigma^-}. \end{aligned} \quad (43)$$

where $I_{x,y,+45^\circ,-45^\circ,\sigma^+,\sigma^-}$ describe the intensity along the x , y , $+45^\circ$, -45° , σ^+ , and σ^- polarization. These four parameters

are not independent but are instead linked by the relation

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (44)$$

for a totally polarized field.

The quantum polarization properties are defined via the quantum counterparts of the Stokes parameters [1,2]:

$$\begin{aligned} \hat{S}_0 &= \hat{a}_x^\dagger \hat{a}_x + \hat{a}_y^\dagger \hat{a}_y, & \hat{S}_1 &= \hat{a}_x^\dagger \hat{a}_x - \hat{a}_y^\dagger \hat{a}_y, \\ \hat{S}_2 &= \hat{a}_x^\dagger \hat{a}_y + \hat{a}_y^\dagger \hat{a}_x = \hat{a}_{+45^\circ}^\dagger \hat{a}_{+45^\circ} + \hat{a}_{-45^\circ}^\dagger \hat{a}_{-45^\circ}, \\ \hat{S}_3 &= i(\hat{a}_y^\dagger \hat{a}_x - \hat{a}_x^\dagger \hat{a}_y) = \hat{a}_{\sigma^+}^\dagger \hat{a}_{\sigma^+} + \hat{a}_{\sigma^-}^\dagger \hat{a}_{\sigma^-}. \end{aligned} \quad (45)$$

$(\hat{S}_1, \hat{S}_2, \hat{S}_3)$ verify commutation relations identical to those verified by orbital momentum operators:

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = 2i\hat{S}_k, \quad (46)$$

where $i, j, k=1, 2, 3$ are cyclically interchangeable. These relations result in three uncertainty relations,

$$\begin{aligned} \Delta^2 \hat{S}_1 \Delta^2 \hat{S}_2 &\geq |\langle \hat{S}_3 \rangle|^2, & \Delta^2 \hat{S}_2 \Delta^2 \hat{S}_3 &\geq |\langle \hat{S}_1 \rangle|^2, \\ \Delta^2 \hat{S}_3 \Delta^2 \hat{S}_1 &\geq |\langle \hat{S}_2 \rangle|^2, \end{aligned} \quad (47)$$

where the notation $\Delta^2(\hat{X})$ correspond to the variance of the operator $\hat{X}$.

B. Entanglement criteria

In our case, Eq. (19) shows that the output beams are circularly polarized, thus $\langle \hat{S}_1^{a,b} \rangle = 0 = \langle \hat{S}_2^{a,b} \rangle$; and as a result, the inequalities (47) which contain variances $\hat{S}_3^{a,b}$ are automatically verified. The only nontrivial Heisenberg inequality is then given by

$$\Delta^2 \hat{S}_1^{a,b} \Delta^2 \hat{S}_2^{a,b} \geq |\langle \hat{S}_3^{a,b} \rangle|^2 = \frac{\kappa}{g^2}(\sigma - 1), \quad (48)$$

where the notation $\Delta^2(\hat{X})$ corresponds to the variance of the operator $\hat{X}$: $\Delta^2(\hat{X}) = \langle (\hat{X} - \langle \hat{X} \rangle)^2 \rangle = \langle \delta X^2 \rangle$.

Various entanglement criteria have been defined. We will restrict ourselves to three of them [31–34].

The first two criteria are, in the general case, sufficient (and not always necessary) conditions for entanglement. A general criterion is given by the product of two linear combinations of conjugate variables variances [33] (denoted “product criterion” in the following). In the case of the Stokes operators, this inseparability criterion states that when

$$\Delta^2(\hat{S}_1^a \pm \hat{S}_1^b) \Delta^2(\hat{S}_2^a \mp \hat{S}_2^b) \leq 2(|\langle \hat{S}_3^a \rangle| + |\langle \hat{S}_3^b \rangle|) \quad (49)$$

the state is entangled. The relevant Stokes parameters fluctuations $\delta \hat{S}_1^{a,b}$ and $\delta \hat{S}_2^{a,b}$ can be expressed from the quadrature operators. In the case of circularly polarized beams, one has ($u=a, b$)

$$\frac{\delta \hat{S}_1^u(\Omega)}{|\mathcal{J}|} = \delta \hat{p}_{u_1}^{(out)}(\Omega) - \delta \hat{p}_{u_2}^{(out)}(\Omega),$$

LAURAT *et al.*PHYSICAL REVIEW A **73**, 012333 (2006)

$$\frac{\delta \hat{S}_2^u(\Omega)}{|\mathcal{J}|} = -[\delta \tilde{q}_{u_1}^{(out)}(\Omega) - \delta \tilde{q}_{u_2}^{(out)}(\Omega)]. \quad (50)$$

It follows from these expressions that

$$\begin{aligned} \delta \hat{S}_1^+ &= \delta \hat{S}_1^a(\Omega) + \delta \hat{S}_1^b(\Omega) \\ &= [\delta \tilde{p}_{a_1}^{(out)}(\Omega) - \delta \tilde{p}_{b_2}^{(out)}(\Omega)] - [\delta \tilde{p}_{a_2}^{(out)}(\Omega) - \delta \tilde{p}_{b_1}^{(out)}(\Omega)] \\ &= \sqrt{2}(r_\alpha^{(out)} - r_\beta^{(out)}), \\ \delta \hat{S}_2^- &= \delta \hat{S}_2^a(\Omega) - \delta \hat{S}_2^b(\Omega) \\ &= -[\delta \tilde{q}_{a_1}^{(out)}(\Omega) + \delta \tilde{q}_{b_2}^{(out)}(\Omega)] + [\delta \tilde{q}_{a_2}^{(out)}(\Omega) + \delta \tilde{q}_{b_1}^{(out)}(\Omega)] \\ &= \sqrt{2}(-q_\alpha^{(out)} + q_\beta^{(out)}). \end{aligned} \quad (51)$$

Thus the relevant spectra can be calculated from the previously calculated linear combinations of the amplitude and phase quadrature components. They are given by

$$\mathcal{S}_{S_1^+}(\Omega) = 1 - \frac{\Omega^2 - c^2}{\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2},$$

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{S_2^-}(\Omega) &= 1 - \frac{(\Omega^2 - c^2) + (\sigma - 1)^2}{[c^2 + \sigma(\sigma - 1)]^2 + \Omega^2 - 2[c^2 - \sigma(\sigma - 1)]\Omega^2 + \Omega^4}. \end{aligned} \quad (52)$$

Let us remark that the two expressions are equal for $\sigma = 1$ and $c = 0$, i.e., for the uncoupled system operated at threshold. One also remarks that $\mathcal{S}_{S_1^+}(\Omega)$ is independent of the pump amplitude σ . This is not surprising since this quantity is the difference of the intensity correlations between the signal and idler modes of each crystal. These correlations originate in the parametric down-conversion phenomenon, independently of the pump power: the photons in the modes a_1 and b_2 (a_2 and b_1 , respectively) are emitted by pairs thus leading to intensity correlations between the two modes. These two quantities can be measured using standard methods for the measurement of quantum Stokes operators, see, e.g., [2,14,15]

Using these expressions, one gets a simple expression for the product criterion (49)

$$\mathcal{S}_{S_1^+}(\Omega)\mathcal{S}_{S_2^-}(\Omega) \leq 2. \quad (53)$$

The second criterion ("sum criterion"), which is widely used in continuous-variable entanglement characterization, is given by the sum of the above quantities [31,32]. It is, in fact, a special case of the previous criterion [33]. The criterion states that if

$$\frac{1}{2}(\mathcal{S}_{S_1^+} + \mathcal{S}_{S_2^-}) \leq 1 \quad (54)$$

then the two states are entangled.

These two criteria are entanglement witnesses in the sense that they allow us to specify whether the state is indeed entangled.

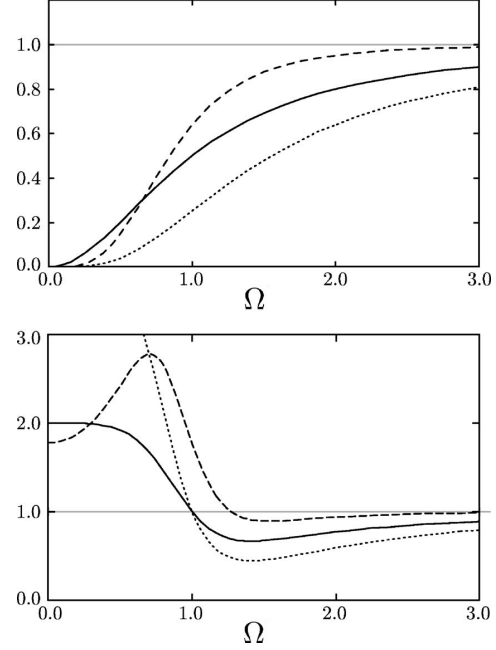


FIG. 3. Criterion spectra for $c=0$ (top) and $c=1$ (bottom). Continuous curves correspond to the sum criterion $[\frac{1}{2}\mathcal{S}_{S_1^+}(\Omega) + \mathcal{S}_{S_2^-}(\Omega)]$, long-dashed to the EPR criterion $(\mathcal{S}_{S_1^+|S_1^b} \cdot \mathcal{S}_{S_2^-|S_2^b})$, and short-dashed to the product criterion $[\frac{1}{2}(\mathcal{S}_{S_1^+} \cdot \mathcal{S}_{S_2^-})]$.

Finally, the last criterion is related to another particularity of the system which may allow us to make a joint QND measurement of the two noncommuting observables $\hat{S}_1$ and $\hat{S}_2$. It is shown in [34] that this is related to the EPR-like "paradox." This criterion relies on conditional probabilities and can be written

$$\mathcal{S}_{S_1^+|S_1^b} \cdot \mathcal{S}_{S_2^-|S_2^b} \leq 1, \quad (55)$$

where

$$\mathcal{S}_{S_i^a|S_i^b} = \langle (S_i^a)^2 \rangle \left(1 - \frac{\langle S_i^a S_i^b \rangle^2}{\langle (S_i^a)^2 \rangle \langle (S_i^b)^2 \rangle} \right), \quad i = 1, 2. \quad (56)$$

When this condition is verified, the correlations are sufficiently large that the information extracted from the measurement of the two Stokes operators of one field provides values for the Stokes operators of the other which violate the Heisenberg inequality [35].

Figure 3 shows the various criteria as a function of the analysis frequency, Ω for a fixed pump power ($\sigma=1$) and for different values of the coupling. Very strong entanglement can be found for small couplings, c and small analysis frequencies Ω . As the coupling is increased, the entanglement is shifted to higher values of the analysis frequency. Let us note, however, that $c=1$ corresponds usually to large angles (around 1° for typical output couplers): in the case of single-crystal phase locked OPOs, stable phase-locking has been

GENERATION OF TWO-COLOR POLARIZATION-...

PHYSICAL REVIEW A **73**, 012333 (2006)

achieved with very small angles corresponding to $c \approx 0$. The entanglement is present for a wide range of the parameters thus showing the efficiency of the system.

V. CONCLUSION

We have presented and studied theoretically an original device based on an optical cavity containing two type-II phase-matched $\chi^{(2)}$ crystals as well as birefringent plates which add a linear coupling between the signal and idler fields emitted in each crystal. The coupling induces a phase-locking, respectively, between the two signal fields and between the two idler fields. In this configuration, the system is found to directly generate two-color polarization-entangled beams without the need for mode mixing. The two-crystal OPO would be thus a useful resource for the field of continuous-variable quantum information. Nonclassical po-

larization states are well coupled to atomic ensembles which can be used as quantum memories and form the basic block required for quantum networks. Furthermore, we believe that the experimental implementation of this device is very interesting for potential parallel processing as it would be a new step towards extending the dimension of the phase space experimentally accessible.

ACKNOWLEDGMENTS

Laboratoire Kastler-Brossel of the Ecole Normale Supérieure and the Université Pierre et Marie Curie, is associated with the Centre National de la Recherche Scientifique (UMR 8552). Laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques of Université Denis Diderot, is associated with the Centre National de la Recherche Scientifique (UMR 7162). We thank A. Gatti for pointing us to Ref. [33] and acknowledge fruitful discussions with G. Adesso and A. Serafini.

-
- [1] A. S. Chirkin, A. A. Orlov, and D. Yu Parschuk, *Kvantovaya Elektron. (Moscow)* **20**, 999 (1993) [*Quantum Electron.* **23**, 870 (1993)].
 - [2] N. Korolkova, G. Leuchs, R. Loudon, T. C. Ralph, and C. Silberhorn, *Phys. Rev. A* **65**, 052306 (2002).
 - [3] N. Korolkova and R. Loudon, *Phys. Rev. A* **71**, 032343 (2005).
 - [4] B. Julsgaard, J. Sherson, J. I. Cirac, J. Fiurasek, and E. S. Polzik, *Nature (London)* **432**, 482 (2004).
 - [5] M. D. Lukin, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 457 (2003).
 - [6] A. Dantan, A. Bramati, and M. Pinard, *Europhys. Lett.* **67**, 881 (2004).
 - [7] A. Gatti, I. V. Sokolov, M. I. Kolobov, and L. A. Lugiato, *Eur. Phys. J. D* **30**, 123 (2004).
 - [8] M. Martinelli, N. Treps, S. Ducci, S. Gigan, A. Maître, and C. Fabre, *Phys. Rev. A* **67**, 023808 (2003).
 - [9] N. Treps, N. Grosse, W. P. Bowen, C. Fabre, H. A. Bachor, and P. K. Lam, *Science* **940**, 940 (2003).
 - [10] O. Jedrkiewicz, Y.-K. Jiang, E. Brambilla, A. Gatti, M. Bache, L. A. Lugiato, and P. Di Trapani, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 243601 (2004).
 - [11] A. Mosset, F. Devaux, and E. Lantz, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 223603 (2005).
 - [12] V. Delaubert, N. Treps, G. Bo, and C. Fabre, eprint quant-ph/0512152.
 - [13] V. N. Beskrovnyy and M. I. Kolobov, *Phys. Rev. A* **71**, 043802 (2005).
 - [14] W. P. Bowen, N. Treps, R. Schnabel, and P. K. Lam, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 253601 (2002).
 - [15] R. Schnabel, W. P. Bowen, N. Treps, T. Ralph, H. A. Bachor, and P. K. Lam, *Phys. Rev. A* **67**, 012316 (2003).
 - [16] V. Josse, A. Dantan, A. Bramati, and E. Giacobino, *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* **6**, S532 (2004).
 - [17] E. J. Mason and N. C. Wong, *Opt. Lett.* **23**, 1733 (1998).
 - [18] C. Fabre, E. J. Mason, and N. C. Wong, *Opt. Commun.* **170**, 299 (1999).
 - [19] L. Longchambon, J. Laurat, T. Coudreau, and C. Fabre, *Eur. Phys. J. D* **30**, 279 (2004).
 - [20] A. Pikovsky, M. Rosenblum, and J. Kurths, *Synchronization* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2001).
 - [21] L. Longchambon, J. Laurat, N. Treps, S. Ducci, A. Maître, T. Coudreau, and C. Fabre, *J. Phys. I* **12**, Pr5-147 (2002).
 - [22] H. H. Adamyany and G. Yu. Kryuchkyan, *Phys. Rev. A* **69**, 053814 (2004).
 - [23] L. Longchambon, J. Laurat, T. Coudreau, and C. Fabre, *Eur. Phys. J. D* **30**, 287 (2004).
 - [24] J. Laurat, T. Coudreau, L. Longchambon, and C. Fabre, *Opt. Lett.* **30**, 1177 (2005).
 - [25] P. Groß, K.-J. Boller, and M. E. Klein, *Phys. Rev. A* **71**, 043824 (2005).
 - [26] R. C. Jones, *J. Opt. Soc. Am.* **31**, 488 (1941).
 - [27] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, L. Lugiato, S. Reynaud, M. Vaciachino, and W. Kaige, *Quantum Opt.* **2**, 159 (1990).
 - [28] S. Reynaud, C. Fabre, and E. Giacobino, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1520 (1987).
 - [29] A. S. Villar, L. S. Cruz, K. N. Cassemiro, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 24 3603 (2005).
 - [30] G. G. Stokes, *Trans. Cambridge Philos. Soc.* **9**, 399 (1852).
 - [31] Lu-Ming Duan, G. Giedke, J. I. Cirac, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2722 (2000).
 - [32] R. Simon, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2726 (2000).
 - [33] V. Giovannetti, S. Mancini, D. Vitali, and P. Tombesi, *Phys. Rev. A* **67**, 022320 (2003).
 - [34] M. D. Reid and P. Drummond, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2731 (1988).
 - [35] N. Treps and C. Fabre, *Laser Phys.* **15**, 187 (2005).

Conclusion

Au cours des dernières années, l'optique quantique a connu des avancées majeures, tant théoriques qu'expérimentales, dans le domaine de la caractérisation et de la génération des états intriqués en variables continues, qui sont à la base de nombreux protocoles de communication quantique.

L'intrication en elle-même est une propriété de mieux en mieux comprise ; des outils permettant, à partir des mesures effectuées en laboratoire, de la détecter et de la quantifier ont été développés. Afin de proposer une base de travail pour aller plus loin, certains chercheurs se sont attelés à dresser un état des lieux des connaissances. Ceci a permis de montrer que le problème de l'intrication des états Gaussiens bi-partitionnés est bien cerné. Pour des états plus complexes (même Gaussiens), de nombreuses questions restent en suspens : le formalisme permettant de traiter les états Gaussiens existe, mais à l'heure actuelle aucun critère général d'intrication n'a été dégagé pour les états multi-partitionnés.

En ce qui concerne l'expérience, deux aspects complémentaires ont été développés : la génération d'états intriqués de très bonne qualité (en vue de leur utilisation dans divers protocoles, tels que la téléportation), et la génération d'états intriqués multi-partitionnés.

Ce travail de thèse s'inscrit pleinement dans cette évolution des connaissances. Il s'appuie sur un dispositif original, précédemment construit au laboratoire : un Oscillateur Paramétrique Optique à auto-verrouillage de phase. Ce dispositif utilise une solution tout-optique pour forcer les faisceaux signal et complémentaire à osciller à même fréquence : ces champs sont couplés grâce à une lame d'onde insérée dans la cavité de l'OPO. Nous avons généré et caractérisé des états intriqués, sous les deux régimes de fonctionnement du dispositif : au-dessous et au-dessus du seuil.

Au-dessous du seuil, l'OPO auto-verrouillé en phase avait permis de générer des faisceaux vides très intriqués (de séparabilité $\Sigma = 0,33$, et pour lesquels le critère EPR vaut $\mathcal{E} = 0,42$). Cette intrication s'étend sur une large bande de fréquences d'analyse (elle a été observée de 50 kHz à 10 MHz). Afin d'exploiter ces résultats sous l'angle du formalisme symplectique, nous avons mesuré la matrice de covariance de l'état généré. Ceci nous a permis de retrouver les résultats précédents. L'introduction de la lame d'onde dans la cavité offre un nouveau degré de liberté : l'intensité du couplage. Lorsque le couplage entre les états augmente, leur matrice de covariance n'est plus dans la forme standard. Le formalisme symplectique est cependant encore valable. Il nous a en outre permis de prévoir les transformations passives (non locales) à appliquer à ces états pour

atteindre la quantité maximale d'intrication.

Au-dessus du seuil, la théorie prédit que le dispositif génère des faisceaux EPR brillants et de même fréquence. Si le verrouillage en fréquence était effectif, les mesures précédemment menées n'avaient pas permis de mettre en évidence une violation du critère EPR. À assez haute fréquence d'analyse (16,5 MHz), nous avons cependant mesuré une séparabilité inférieure à 1 : $\Sigma = 0,78$. L'excès de bruit observé, qui empêche de violer le critère EPR, est dû au bruit présent sur le faisceau pompe, qui se transmet aux faisceaux signal et complémentaire. Nous avons pu estimer ce bruit autour de 12 dB au-dessus du bruit quantique standard pour le bruit d'intensité, et 17 dB au-dessus du bruit quantique standard pour le bruit de phase. Afin d'éliminer ce bruit, une cavité de filtrage a été mise en place sur le faisceau pompe. Le caractère EPR des faisceaux générés a ainsi été mis en évidence : $\Sigma = 0,76$ et $\mathcal{E} = 0,87$.

Durant la dernière partie de cette thèse, nous nous sommes intéressés à la génération d'un autre type de faisceaux corrélés, cette fois en polarisation. Pour ce faire, nous proposons un dispositif dérivé du précédent : un OPO auto-verrouillé en phase à deux cristaux. Il permettrait de produire deux faisceaux de couleurs différentes et ajustables, de polarisation circulaire, et intriqués en polarisation. Outre l'attrait de ces faisceaux pour le transfert de l'intrication de la lumière à la matière, ce système ouvre également des perspectives intéressantes vers l'intrication d'états multi-partitionnés.

Les travaux menés au cours de cette thèse ont permis de démontrer l'intérêt de l'OPO auto-verrouillé en phase comme un système modèle, permettant de générer des états très divers, vides ou brillants. Dans ce domaine, il serait intéressant de mesurer les termes de la matrice de covariance des faisceaux produits lorsque le système fonctionne au-dessus du seuil. Les faisceaux brillants pourraient également être utilisés dans un protocole de communication quantique.

Le dispositif de l'OPO auto-verrouillé en phase à deux cristaux est également destiné à être réalisé à moyen terme. Un certain nombre de problèmes d'ordre technique restent cependant à résoudre auparavant (contrôle de température des cristaux, réalisation de la lame d'onde de verrouillage, ...). D'un point de vue théorique, l'aspect multi-partitionné des faisceaux générés reste encore à explorer. La mise en place – en collaboration avec d'autres groupes du laboratoire – d'un dispositif d'atomes piégés sur l'expérience permettrait d'étudier la transmission de l'intrication entre la lumière et la matière.

À plus court terme, les faisceaux intriqués générés par le dispositif pourraient être exploités pour tester les critères de corrélation photons-champ. Ces critères permettent de détecter des champs comprimés [Carmichael *et al.*, 2004], y compris lorsqu'ils sont peu comprimés. Ils permettent également de s'affranchir de l'efficacité des photodiodes. Le principe est de prélever une faible partie du champ comprimé, et de conditionner la détection (continue) du champ à la détection individuelle des photons ainsi prélevés.

Ces critères n'ont – à notre connaissance – jusqu'à présent été testés que dans le

domaine de l'électrodynamique quantique en cavité [Foster *et al.*, 2000]. Dans notre cas, lorsqu'on travaille loin du seuil de l'OPO, les faisceaux sont trop peu intriqués pour pouvoir détecter leurs corrélations avec les critères habituels. La mise en place d'une détection mixte photons/champ nous permettrait d'explorer d'autres régimes de fonctionnement de l'OPO, peu ou pas étudiés expérimentalement jusqu'à présent.