

Étude au-dessous du seuil

Sommaire

A	Introduction	107
B	Faisceaux EPR de valeur moyenne nulle	107
B.1	Mesures à 3,5 <i>MHz</i>	108
B.2	Mesures à basse fréquence	110
C	Influence du couplage sur l'intrication	113
C.1	Mesures en fonction du couplage	114
C.2	Mesure de la matrice de covariance	114
D	Conclusion	123

A Introduction

Nous allons développer dans ce chapitre les résultats sous le seuil avec l'oscillateur paramétrique auto-verrouillé en phase. Ces résultats ont été obtenus avec Julien Laurat, à la fin de sa thèse.

Ce chapitre va permettre de montrer que ce système fonctionne très bien au-dessous du seuil, et qu'il s'agit réellement d'un système modèle pour la génération et l'étude d'états quantiques à 2 modes très généraux.

B Faisceaux EPR de valeur moyenne nulle

Cette première expérience est la plus simple à effectuer avec notre système : la lame à l'intérieur de la cavité n'est pas tournée¹ ; l'OPO fonctionne juste au-dessous du seuil. La théorie prédit que dans ce cas, on doit observer des faisceaux EPR symétriques de valeur moyenne nulle.

Les mesures ont été effectuées dans deux types de fréquences d'analyse de bruit :

- à 3,5 *MHz*, fréquence suffisamment éloignée de l'oscillation de relaxation du laser (1 *MHz*), et qui reste faible devant la bande passante de la cavité de l'OPO (environ 35 *MHz*).
- sur une large bande s'étendant de 40 *kHz* à 10 *MHz*, afin de tester les limites de notre système du côté des basses fréquences.

1. Expérimentalement, nous n'avons jamais observé une absence d'accrochage : l'erreur sur le positionnement du zéro de la lame suffit à provoquer l'accrochage ; bien que la zone d'accrochage soit effectivement très réduite lorsque la lame n'est pas tournée.

B.1 Mesures à 3,5 MHz

Les résultats présentés dans cette partie sont repris dans [Laurat *et al.*, 2005a].

La figure 5.1 présente les résultats obtenus en balayant la phase de l'oscillateur local, pour la compression de bruit sur A_+ et A_- . On retrouve une compression de bruit suivant des quadratures orthogonales. La configuration en quadrature des deux détections homodynes (c'est-à-dire en utilisant la lame $\lambda/4$ n°2 sur le trajet des faisceaux issus de l'OPO) permet de vérifier cela précisément.

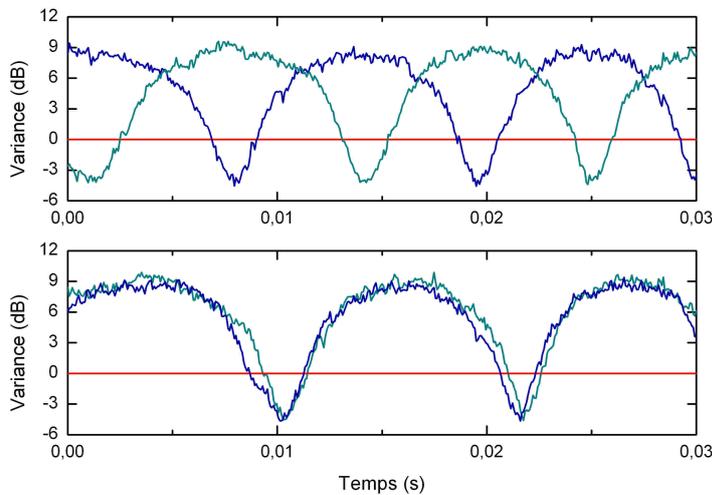


Fig. 5.1: Variance de bruit normalisée des modes A_+ et A_- , pour une fréquence d'analyse de 3,5 MHz, lorsque la phase de l'oscillateur local est balayée. La première courbe correspond à des détections homodynes en phase, la seconde à des détections en quadrature. Les compressions de bruit sur A_+ et A_- sont donc suivant des quadratures orthogonales. ($\sigma = 0,9$, $\text{RBW} = 100 \text{ kHz}$, $\text{VBW} = 1 \text{ kHz}$)

Le balayage de la phase de l'oscillateur local rend difficile l'estimation de la compression de bruit maximale; en fixant la phase de l'oscillateur local², il est possible de réaliser une mesure beaucoup plus précise (*cf.* Fig. 5.2).

Les détections homodynes sont en quadrature, on a donc accès à une mesure simultanée des compressions de bruit sur les deux champs, et à une mesure directe de la séparabilité. Les compressions de bruit mesurées sont de $-4,3 \pm 0,3 \text{ dB}$ (63%) et $-4,5 \pm 0,3 \text{ dB}$ (64,5%). Après correction du bruit électronique, ces valeurs deviennent $-4,7 \pm 0,3 \text{ dB}$ (66%) et $-4,9 \pm 0,3 \text{ dB}$ (67,5%).

En tenant compte des paramètres expérimentaux :

2. Il a été montré dans [Laurat, 2004] qu'il était possible d'asservir la phase de l'oscillateur local au maximum de compression de bruit.

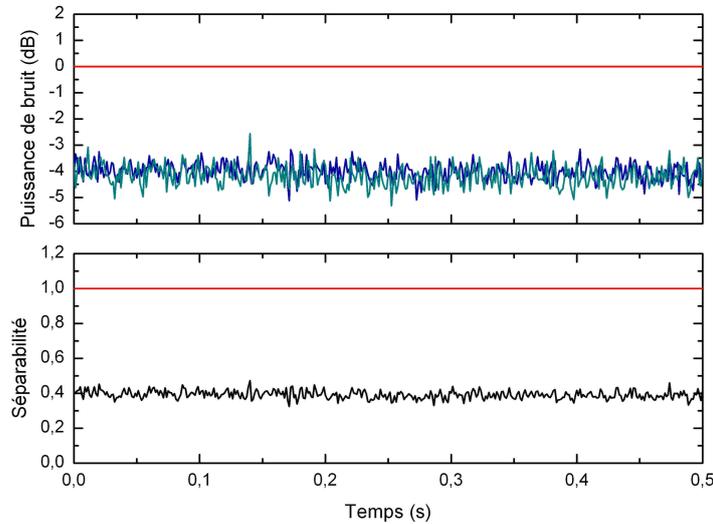


Fig. 5.2: Variance de bruit normalisée des modes A_+ et A_- , pour une fréquence d'analyse de $3,5\text{ MHz}$, et séparabilité Σ pour les modes A_1 et A_2 . Les détections homodynes sont en quadrature. Après correction du bruit électronique, la séparabilité atteint $0,33 \pm 0,02$. ($\sigma = 0,9$, $\text{RBW} = 100\text{ kHz}$, $\text{VBW} = 300\text{ Hz}$)

- distance au seuil $\sigma = 0,9$
- fréquence d'analyse normalisée à la bande passante de la cavité $\Omega = 0,1$
- transmittivité du miroir de sortie $\gamma = 0,025$
- transmittivité généralisée du miroir de sortie $\gamma' = 0,03$
- efficacité quantique des détecteurs : $0,95$
- visibilité de la détection homodyne : $0,97$
- efficacité lors de la propagation : $0,96$

on peut calculer la compression de bruit attendue : $-5,3\text{ dB}$ (72%). Le faible écart des valeurs expérimentales à cette valeur peut s'expliquer partiellement par le walk-off, qui limite légèrement le recouvrement des modes, et partiellement par les quelques pertes optiques avant la détection.

Ces mesures permettent également de vérifier que les faisceaux A_+ et A_- sont bien symétriques ; et donc les faisceaux A_1 et A_2 également.

On peut directement extraire de cette mesure la valeur de la séparabilité : $\Sigma = 0,33 \pm 0,02 < 1$. Les faisceaux sont bien inséparables ; à notre connaissance, cette valeur de la séparabilité est la plus faible obtenue à ce jour.

Le critère de Mancini peut également être testé directement à partir de cette mesure : le produit des gémellités vaut $0,11 \pm 0,02 < 1$. Il n'est pas surprenant que le critère de Mancini donne également comme résultat que les états sont inséparables, puisqu'on a vu

au §1.E.2c) que tous les états détectés par le critère de Duan le sont aussi par le critère de Mancini (dans le cas symétrique).

Pour exprimer le critère EPR, il est nécessaire de connaître le bruit individuel des faisceaux A_1 et A_2 (cf. équation (1.26)). Ce bruit a également été mesuré (cf. Fig. 5.7(a)) : on obtient $(\Delta\hat{P})^2 = (\Delta\hat{Q})^2 = 8,2 \pm 0,5 \text{ dB}$. Le produit des variances conditionnelles est donc de $0,42 \pm 0,05 < 1$: les faisceaux produits sont bien des faisceaux EPR.

Le formalisme symplectique est parfaitement adapté à cette situation expérimentale. Nous l'aborderons dans le §C.2, afin d'étudier l'influence du couplage sur la quantité d'intrication.

B.2 Mesures à basse fréquence

a) Motivation

En optique quantique, les mesures sont généralement effectuées pour une fréquence de bruit supérieure au MHz . En effet, à plus basse fréquence, le bruit technique devient très rapidement gênant. Pour cette raison, on module souvent les signaux étudiés afin de les extraire du bruit.

Cependant, certains systèmes de grande précision ne permettent pas cette modulation haute fréquence ; et pour ces systèmes une source comprimée à basse fréquence apporterait une réelle amélioration (interférométrie gravitationnelle, mesure des déplacements d'un bras de microscope à force atomique [Treppe *et al.*, 2003]).

De façon plus générale, toutes les mesures sont réalisées dans des fenêtres temporelles. Plus cette fenêtre temporelle est étendue, plus les basses fréquences vont contribuer au résultat de la mesure. Une compression sur une large bande de fréquence permettra alors d'améliorer la qualité de la mesure, en autorisant des détections sur des durées plus longues. [Laurat *et al.*, 2004a]

Notre système étant très stable, nous nous sommes intéressés à l'étendue de la gamme de fréquence sur laquelle on pouvait observer de l'intrication.

b) Intrication sur une large bande de fréquences

Nous avons tout d'abord contrôlé que les faisceaux étaient inséparables entre 300 kHz et 10 MHz . Le résultat de cette mesure est présenté sur la figure 5.3.

On constate que à l'exception du pic de bruit correspondant à l'oscillation de relaxation du laser, autour de 1 MHz , la séparabilité est partout largement inférieure à 1 : les faisceaux sont intriqués. L'oscillation de relaxation du laser conduit à un fort excès de bruit d'intensité ; cet excès de bruit est moins sensible sur A_- car il s'annule lors de la différence. Un dispositif "mangeur de bruit" permettrait de réduire ce bruit quasiment au bruit quantique standard ; cependant un mangeur de bruit tend à élargir le pic de bruit, donc on perdrait sans doute en compression aux fréquences voisines.

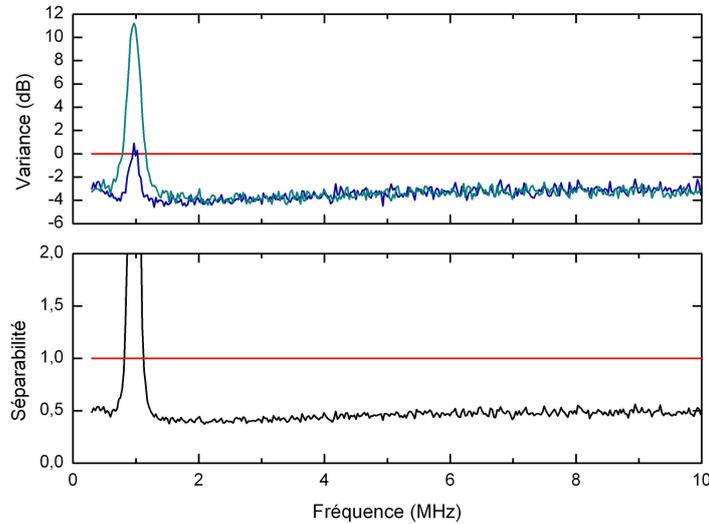


Fig. 5.3: Variance de bruit normalisée des modes A_+ (bleu ciel) et A_- (bleu foncé), sur une plage de fréquences d'analyse de 300 kHz à 10 MHz , et séparabilité Σ pour les modes A_1 et A_2 . Les détections homodynes sont en quadrature. ($\sigma = 0,9$, $\text{RBW} = 100\text{ kHz}$, $\text{VBW} = 300\text{ Hz}$)

c) Intrication et compression de bruit à basse fréquence

Nous avons ensuite cherché à faire des mesures à plus basse fréquence. Ceci a nécessité de modifier le circuit d'amplification des photodiodes. En effet, ce circuit possède deux voies de sortie : une voie pour les basses fréquences (permettant de contrôler l'intensité lumineuse incidente sur la photodiode, par exemple) et une pour les hautes fréquences (permettant l'analyse du bruit à ces fréquences). La fréquence de coupure entre les deux voies est déterminée par une capacité à l'entrée de la voie HF ; nous avons donc changé cette capacité de façon à diminuer la fréquence de coupure à une dizaine de Hz . Nous avons également utilisé un analyseur de spectre plus performant (Agilent E4443A), qui permet des mesures de bruit pour des fréquences comprises entre 3 Hz et $6,7\text{ GHz}$.

Les mesures obtenues entre 40 kHz et 150 kHz sont présentées à la figure 5.4. Le bruit électronique, au moins inférieur de 4 dB , a été soustrait.

On constate que la compression est encore de 3 dB pour chaque mode à 100 kHz ; le bruit quantique standard étant atteint seulement pour des fréquences inférieures à 50 kHz . Le fait qu'il n'y ait pas de différence significative entre les deux modes montre que la conservation de la compression à basse fréquence n'est pas due à une réjection de mode commun du bruit classique (qui n'aurait pas lieu pour A_+), mais bien à l'absence intrinsèque de bruit basse fréquence.

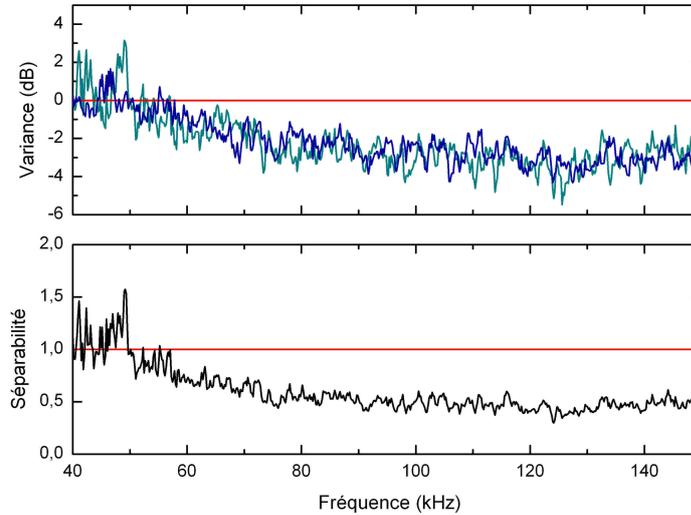


Fig. 5.4: Variance de bruit normalisée des modes A_+ (bleu ciel) et A_- (bleu foncé), sur une plage de fréquences d'analyse de 40 kHz à 150 kHz, et séparabilité Σ pour les modes A_1 et A_2 . Les mesures ont été corrigées du bruit électronique. Les détections homodynes sont en quadrature. ($\sigma = 0,9$, RBW= 3 kHz, VBW= 10 Hz)

d) Analyse des résultats

La compression de bruit obtenue avec ce dispositif n'atteint pas encore les fréquences acoustiques, qui seraient indispensables pour les applications liées à l'interférométrie gravitationnelle. En outre, il est *a priori* préférable, pour ces mesures, d'avoir un champ brillant comprimé, ce dont nous ne disposons pas pour l'instant.

Par contre, en ce qui concerne la mesure de petits déplacements, la technique proposée dans [Treppe *et al.*, 2003] consiste à mélanger un champ intense classique avec deux champs vides comprimés ; pour des fréquences de l'ordre de quelques centaines de kHz : notre système est particulièrement bien adapté à cette application.

Enfin, considérons une mesure dans une fenêtre temporelle de durée $T = 1 \mu s$. On peut modéliser notre source comme étant limitée au bruit quantique standard au-dessous de 50 kHz, et comprimée à 3 dB au-dessus. On peut alors calculer, par rapport au cas d'un faisceau limité partout au bruit quantique standard, l'amélioration de la variance de la mesure :

$$\sigma^2 = \int_0^{+\infty} S(\nu) \operatorname{sinc}^2(\pi\nu T) d\nu \quad (5.1)$$

où $S(\nu)$ est la densité spectrale de bruit du faisceau mesuré. La variance est divisée par 1,7 ; elle serait divisée par 2 si on était comprimé à 3 dB partout. Cette valeur de 1,7 n'est pas significativement modifiée en tenant compte du pic de bruit à 1 MHz et en limitant la compression à 10 MHz. On constate donc que le bruit à basse fréquence apporte une

contribution prépondérante à de telles mesures, ce qui souligne l'intérêt de sources de lumière comprimées à aussi basse fréquence que possible.

e) Conclusion

Nous avons montré ici la validité du modèle théorique développé pour notre système en fonctionnement sous le seuil : nous obtenons des faisceaux EPR (le critère de corrélations EPR étant très largement violé). L'intrication des champs produits est conservée jusqu'à une fréquence d'environ 50 kHz , ce qui permet d'envisager des applications d'une telle source pour des mesures nécessitant des faisceaux comprimés à basse fréquence.

La limitation à 50 kHz est sans doute due au bruit technique du laser et au bruit des asservissements des différentes cavités (OPO, cavité de filtrage sur l'oscillateur local). Il est cependant possible que le circuit d'amplification des photodiodes nous limite également pour cette mesure, et qu'un circuit réellement conçu pour étudier des fréquences de bruit plus basses permettrait d'observer de la compression de bruit à ces fréquences.

Suite à cette démonstration expérimentale de compression de bruit basse fréquence, une expérience similaire a été réalisée à l'Université de Canberra [McKenzie *et al.*, 2004]. La compression de bruit atteint une fréquence de l'ordre de 200 Hz . L'expérience repose cependant sur un OPO de type I au-dessous du seuil : l'état généré est un état comprimé, et non intriqué comme dans notre expérience.

On peut trouver plusieurs raisons dans la différence entre les deux systèmes, expliquant que nous n'ayons pas obtenu un tel résultat. Dans l'expérience de McKenzie *et al.*, l'OPO est doublement résonnant, et la longueur de la cavité n'est pas asservie, ce qui explique peut-être une remontée plus rapide du bruit dans notre expérience. Par ailleurs, bien que les retours directs vers l'OPO soient évités en inclinant légèrement les surfaces des photodiodes de détection, il est possible que la diffusion soit suffisante pour dégrader les performances à très basse fréquence. Ceci peut être évité en plaçant un isolateur optique en sortie de l'OPO ; c'est l'option qu'a choisie l'équipe australienne, malgré les pertes introduites par un tel dispositif, qui dégradent la compression de bruit. Il est également possible que notre dispositif soit moins bien isolé des fluctuations acoustiques et mécaniques, qui deviennent prédominantes à basse fréquence.

Plus récemment, des résultats très large bande ($10\text{ Hz} - 35\text{ MHz}$) ont été obtenus en type I par l'équipe de R. Schnabel à Hannover [Chelkowski *et al.*, 2007].

C Influence du couplage sur l'intrication

Dans cette partie, nous allons détailler l'effet de l'augmentation du couplage, *via* l'augmentation de l'angle de la lame, sur l'intrication des faisceaux vides. Nous nous placerons à une fréquence d'analyse de $3,5\text{ MHz}$. Ces résultats ont également été présentés dans [Laurat *et al.*, 2005a].

C.1 Mesures en fonction du couplage

Rappelons que le couplage est défini par un paramètre $c = \frac{2\rho}{\gamma'}$ où ρ est l'angle de la lame par rapport aux axes propres du cristal, et γ' la transmittivité généralisée du miroir de sortie. Le paramètre c doit être comparé à 1, *cf.* par exemple les équations (3.43). Comme $\gamma' = 0,03 \ll 1$, un angle ρ faible correspond déjà à un couplage important : par exemple, $c = 1$ pour $\rho = 0,8^\circ$.

La figure 5.5 présente la compression de bruit obtenue simultanément (les détections homodynes sont en quadrature) pour les modes A_+ et A_- , pour 4 valeurs du paramètre de couplage.

Ainsi, plus le couplage augmente, plus l'angle entre les ellipses de bruit des modes A_+ et A_- s'éloigne de 90° . Parallèlement à cette rotation des ellipses de bruit, la compression de bruit sur A_- diminue (ceci est surtout sensible sur la figure 5.5(d)).

Ce comportement était prédit qualitativement par la théorie (*cf.* §3.D.3a) ; la figure 5.6 présente la comparaison quantitative avec la théorie, en ce qui concerne l'angle de rotation de l'ellipse (*cf.* Fig. 5.6(a)), et la variance du mode A_- (*cf.* Fig. 5.6(b)).

Si la théorie décrit bien le comportement de l'angle entre les ellipses de bruit de A_+ et A_- , il est manifeste que la compression de bruit est dégradée beaucoup moins vite que prévu. Cet écart à la théorie n'a pas été expliqué à ce jour. Une hypothèse avancée était que les termes non résonnants, négligés dans les équations, pouvaient contribuer à la compression de bruit, mais elle a été infirmée par le calcul.

Le bruit des modes signal et complémentaire A_1 et A_2 dépend également du couplage : lorsque ce dernier augmente, le bruit devient dépendant de la quadrature, et peut (pour un couplage important) être comprimé sous le bruit quantique standard. La figure 5.7 présente ces résultats.

Plus le couplage augmente, plus le bruit minimal des modes signal et complémentaire est obtenu pour des quadratures proches de celles qui sont corrélées. Il est également intéressant de constater que pour un couplage élevé ($c = 1,8$), les faisceaux A_+ et A_- d'une part, A_1 et A_2 d'autre part, sont tous comprimés. On ne peut cependant pas en conclure directement que A_+ et A_- violent le critère de Duan (1.29), car on n'est pas dans le cas symétrique³, c'est-à-dire $c = 0$. Or le calcul de la séparabilité fait intervenir les variances de bruit des combinaisons linéaires de deux quadratures orthogonales ; les quadratures de A_1 et A_2 qui sont ici comprimées ne sont pas orthogonales !

C.2 Mesure de la matrice de covariance

Dans cette partie, nous allons détailler les résultats obtenus lorsqu'on applique la procédure de mesure de la matrice de covariance présentée au §4.E.4, ainsi qu'une exploitation possible de ces mesures en termes de quantité d'intrication "disponible". Ceci

3. Dans le cas non symétrique, il reste un critère suffisant, mais qui est beaucoup plus difficile à violer.

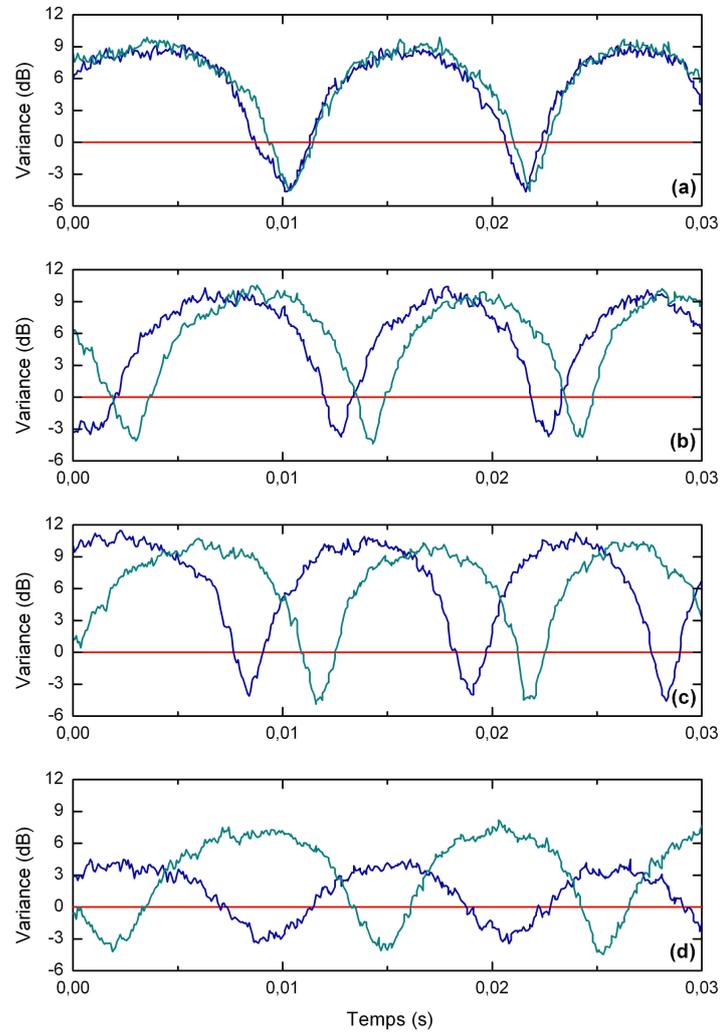
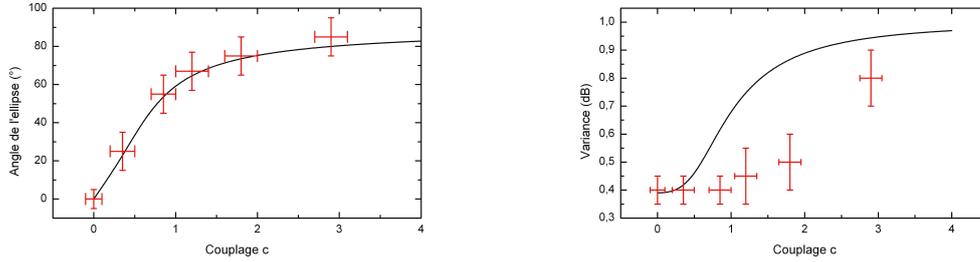


Fig. 5.5: Variance de bruit normalisée des modes A_+ (bleu ciel) et A_- (bleu foncé) pour une fréquence d'analyse de bruit de $3,5\text{ MHz}$, pour 4 valeurs du paramètre de couplage : **(a)** $c = 0$ **(b)** $c = 0,35$ **(c)** $c = 0,85$ **(d)** $c = 1,8$. La phase de l'oscillateur local est balayée, les détections homodynes sont en quadrature. ($\sigma = 0,9$, $\text{RBW} = 100\text{ kHz}$, $\text{VBW} = 1\text{ kHz}$)

est le résultat d'une collaboration avec l'équipe de Fabrizio Illuminati à Salerno (Italie) [Laurat *et al.*, 2005b].



(a) Influence du couplage sur l'écart à 90° de l'angle entre les ellipses de bruit de A_+ et A_- . (b) Influence du couplage sur la variance de A_- .

Fig. 5.6: Comparaison théorie (en noir) et expérience (en rouge) pour l'influence du couplage sur les propriétés des faisceaux issus de l'OPO.

a) Aspect expérimental

Puisqu'on s'intéresse plus particulièrement à l'intrication, on souhaite mesurer la matrice de covariance σ_{12} des modes signal et complémentaire A_1 et A_2 . Nous avons en fait choisi de mesurer la matrice de covariance σ_{+-} des champs A_+ et A_- . Connaissant la relation (1.33) qui lie ces champs, on peut aisément remonter à σ_{12} .

La transformation permettant de passer de A_1/A_2 à A_+/A_- est une transformation passive unitaire ; elle possède donc son équivalent symplectique (*cf.* §2.B.3a)). Mais c'est une transformation non locale, elle modifie donc la quantité d'intrication du système. De fait, elle la modifie même de façon extrême : on va voir que les champs A_1/A_2 sont intriqués, tandis que A_+/A_- sont totalement décorrélés.

Par ailleurs, nous nous sommes heurtés à un problème (déjà mentionné au §4.E.4) concernant la précision des mesures. En effet, les modes A_+/A_- étant les modes les plus décorrélés, on doit avoir des blocs non-diagonaux identiquement nuls. Mais le bruit sur la mesure étant assez important, le rapport signal à bruit⁴ est faible. On a donc une mauvaise précision sur la mesure de ces 0 : on mesure typiquement $0,07 \pm 0,05$ ou $1,0 \pm 1,0$. Malheureusement, de telles valeurs mènent très rapidement à s'écarter d'une matrice représentant un état physique.

Dans la suite, nous avons pris ces termes identiquement nuls ; ceci est figuré dans les matrices ci-dessous par la notation (0). Ce faisant nous modifions éventuellement la valeur de la quantité d'intrication du système, mais nous la diminuons nécessairement. En effet, si ces termes, qui représentent les corrélations entre les modes A_+ et A_- , ne sont pas nuls, c'est qu'il existe une autre base de modes dans laquelle ils sont nuls, et donc les modes les plus corrélés de notre système ne sont pas A_1 et A_2 . En conclusion, si on fait par ce biais une erreur sur la quantité d'intrication contenue dans les faisceaux, il s'agit nécessairement d'une sous-estimation.

4. Tout le problème vient du fait que notre signal est ici du bruit, or le bruit du bruit est très élevé.

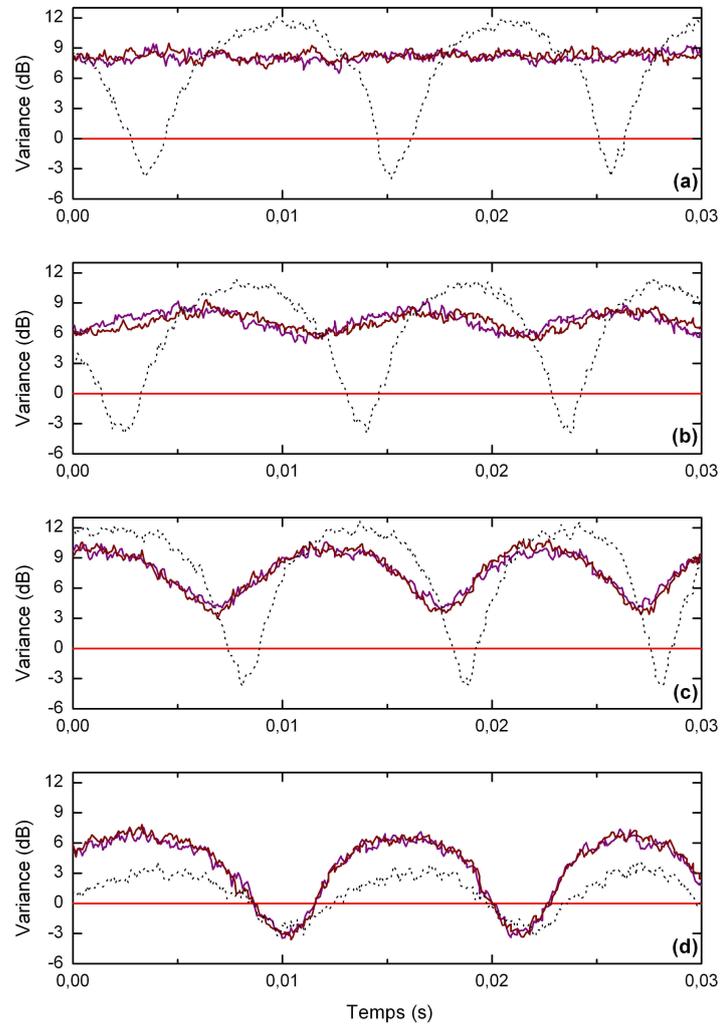


Fig. 5.7: Variance de bruit normalisée des modes A_1 (bordeaux) et A_2 (violet) pour une fréquence d'analyse de bruit de $3,5\text{ MHz}$, pour 4 valeurs du paramètre de couplage : **(a)** $c = 0$ **(b)** $c = 0,35$ **(c)** $c = 0,85$ **(d)** $c = 1,8$. La courbe en pointillés noirs représente la variance de bruit sur A_- . La phase de l'oscillateur local est balayée, les détections homodynes sont en quadrature. ($\sigma = 0,9$, $\text{RBW} = 100\text{ kHz}$, $\text{VBW} = 1\text{ kHz}$)

Le choix de la référence de phase pour l'oscillateur local va conditionner la valeur des termes de la matrice. On choisit l'origine des phases de telle sorte que l'ellipse de bruit

de A_+ soit alignée avec les axes. Ainsi les deux termes non diagonaux du premier bloc seront toujours nuls.

b) lame non tournée

MATRICES MESURÉES

La matrice de covariance mesurée pour A_+/A_- est :

$$\sigma_{+-}(c=0) = \left(\begin{array}{cc|cc} 7.94 & 0 & (0) & (0) \\ 0 & 0.33 & (0) & (0) \\ \hline (0) & (0) & 0.33 & 0 \\ (0) & (0) & 0 & 7.94 \end{array} \right) \quad (5.2)$$

Ce qui donne pour A_1/A_2 :

$$\sigma_{12}(c=0) = \left(\begin{array}{cc|cc} 4.14 & 0 & 3.81 & 0 \\ 0 & 4.14 & 0 & -3.81 \\ \hline 3.81 & 0 & 4.14 & 0 \\ 0 & -3.81 & 0 & 4.14 \end{array} \right) \quad (5.3)$$

On constate que les termes non diagonaux du dernier bloc sont nuls : l'ellipse de bruit de A_- est elle aussi alignée sur les axes ; les champs A_+ et A_- sont comprimés suivant des quadratures orthogonales. La matrice de covariance de l'état est directement dans la forme standard, il est inutile d'appliquer des transformations à cet état pour s'y ramener. On remarquera également que les termes diagonaux de la matrice sont tous égaux, ce qui signifie que l'état est symétrique (*cf.* §2.E.2c)).

On peut tout d'abord vérifier que ces matrices sont physiques, et que la transformation permettant de passer de l'une à l'autre est bien symplectique. Pour ce faire, on calcule les valeurs propres symplectiques (*cf.* §2.B.4a)).

On trouve bien qu'elles sont égales pour les deux matrices, ce qui confirme que la transformation est symplectique. Pour chaque matrice, les deux valeurs propres symplectiques sont égales à $1,62 > 1$: ces matrices sont bien celles d'un état physique. Ceci valide notre mesure.

INTRICATION ET NÉGATIVITÉ LOGARITHMIQUE

On effectue sur les matrices de covariance l'opération (2.45) correspondant à la transposition partielle de la matrice densité, et on calcule les valeurs propres symplectiques de ces nouvelles matrices.

Pour $\tilde{\sigma}_{12}(c=0)$, on trouve deux valeurs propres symplectiques distinctes : 0,33 et 7,94. La plus petite est inférieure à 1, ce qui prouve que les champs A_1 et A_2 sont intriqués, d'après le critère PPT. Le calcul de la négativité logarithmique donne $E_{\mathcal{N}}(c=0) = 1,60 > 0$: comme on l'a vu précédemment avec la mesure de la séparabilité, l'état A_1/A_2 est très intriqué.

À l'inverse, on trouve pour $\tilde{\sigma}_{+-}(c=0)$ deux valeurs propres égales valant 1,62. Aucune n'est inférieure à 1 : l'état A_+/A_- n'est absolument pas intriqué.

QUANTITÉ D'INTRICATION MAXIMALE

L'état qui sort de l'OPO est un état symétrique, directement dans la forme standard ; la théorie prévoit donc qu'aucune opération passive ne permettra d'augmenter la quantité d'intrication entre les modes (*cf.* §2.E.2b)). Nous allons le vérifier rapidement.

La négativité logarithmique maximale qu'on peut atteindre (2.74) dépend des deux plus petites valeurs propres orthogonales de la matrice de covariance, qui valent ici $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,33$. On trouve ainsi que la négativité logarithmique maximale qu'on peut atteindre est $E_{\mathcal{N}}^{max}(c=0) = 1,60$: c'est la valeur mesurée.

INTRICATION ET PURETÉ

Nous allons nous intéresser à la pureté de l'état produit, et appliquer les critères d'intrication mentionnés au §2.E.3.

On peut calculer la valeur des invariant symplectiques globaux et locaux :

- la pureté de l'état global $\mu = 0,38 < 1$: l'état n'est pas un état pur, il s'agit d'un mélange statistique d'états
- le séralien : $\Delta = 5,25$
- la pureté de l'état du premier mode : $\mu_1 = 0,24$
- la pureté de l'état du deuxième mode : $\mu_2 = 0,24$

L'inégalité (2.77) s'écrit donc :

$$5,25 \leq \Delta \leq 7,88 \quad (5.4)$$

On constate que non seulement l'inégalité est bien vérifiée, mais encore la partie de gauche de l'inégalité est saturée : l'état est donc un état maximalelement intriqué (GMEMS). Ceci signifie que, étant données la pureté globale de l'état et les puretés individuelles des deux modes, il n'est pas possible d'avoir un état plus intriqué.

Quant au critère d'intrication reposant sur la pureté (*cf.* tableau 2.3), on peut aisément vérifier qu'on est bien dans le cas décidable pour les états intriqués ; ce qui conforte les conclusions précédemment tirées. En effet : $\frac{\mu_1 \mu_2}{\sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2 - \mu_1^2 \mu_2^2}} = 0,17$ et

$$\frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 \mu_2 + |\mu_1 - \mu_2|} = 1.$$

c) **Lame tournée** : $c = 0,35$

MATRICES MESURÉES

Les mesures de la matrice de covariance sur A_+/A_- donnent :

$$\sigma_{+-}(c = 0,35) = \left(\begin{array}{cc|cc} 12.59 & 0 & (0) & (0) \\ 0 & 0.4 & (0) & (0) \\ \hline (0) & (0) & 3.45 & -5.28 \\ (0) & (0) & -5.28 & 9.54 \end{array} \right) \quad (5.5)$$

De sorte que pour A_1/A_2 , on obtient :

$$\sigma_{12}(c = 0,35) = \left(\begin{array}{cc|cc} 8.02 & -2.64 & 4.57 & 2.64 \\ -2.64 & 4.97 & 2.64 & -4.57 \\ \hline 4.57 & 2.64 & 8.02 & -2.64 \\ 2.64 & -4.57 & -2.64 & 4.97 \end{array} \right) \quad (5.6)$$

La première remarque à faire sur cette mesure est que, comme cette fois les compressions maximales ne sont plus suivant des quadratures orthogonales pour A_+ et A_- , la matrice de covariance pour A_1/A_2 n'est pas dans la forme standard (2.60). C'est pour cette raison que nous n'avons pas cherché à mesurer directement la séparabilité.

INTRICATION ET NÉGATIVITÉ LOGARITHMIQUE

Les calculs de valeurs propres symplectiques, eux, sont toujours valables; ce qui montre l'intérêt de ce formalisme très général. On trouve à nouveau que les valeurs propres symplectiques des matrices de covariance sont égales, et valent toutes $2,24 > 1$: ce sont les matrices d'états physiques.

Quant aux valeurs propres symplectiques de la transposée partielle, on trouve 0,46 et 11,01 pour signal et complémentaire : ces champs sont intriqués puisque $0,46 < 1$. La négativité logarithmique vaut $E_{\mathcal{N}}(c = 0,35) = 1,13 > 0$: on est toujours très intriqué; cependant, comme attendu, on l'est moins que dans le cas $c = 0$.

QUANTITÉ D'INTRICATION MAXIMALE

La valeur plus faible de la négativité logarithmique mesurée n'a pas pour unique origine la dégradation des corrélations par la lame. En effet, l'état issu de l'OPO est symétrique (voir plus loin), mais il n'est pas dans la forme standard.

La théorie prévoit donc qu'on peut augmenter l'intrication entre les champs grâce à des opérations passives. Les deux plus petites valeurs propres orthogonales valent $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,40$; ce qui mène à $E_{\mathcal{N}}^{max}(c = 0,35) = 1,32$. C'est certes plus faible que la valeur de 1,60 obtenue dans le cas où le couplage était nul (signe que ce dernier dégrade bel et bien l'intrication), mais supérieur à la valeur mesurée de 1,13.

Nous verrons au § d) qu'il est effectivement possible expérimentalement d'augmenter la quantité d'intrication grâce à des opérations passives non locales.

RETOUR À LA FORME STANDARD GRÂCE À UNE TRANSFORMATION SYMPLECTIQUE LOCALE

Vérifions sur les valeurs expérimentales qu'il est possible de trouver une transformation symplectique locale qui donne une matrice de covariance sous la forme standard pour A_1 et A_2 .

La transformation locale à 2 modes la plus générale est donnée par une matrice-bloc donc chacun des blocs diagonaux est une transformation locale à 1 mode la plus générale possible (2.15). Les blocs anti-diagonaux sont identiquement nuls :

$$S_{loc,2}(\theta_1, \theta'_1, r_1, \theta_2, \theta'_2, r_2) = \left(\begin{array}{c|c} S_{loc,1}(\theta_1, \theta'_1, r_1) & (0) \\ \hline (0) & S_{loc,1}(\theta_2, \theta'_2, r_2) \end{array} \right) \quad (5.7)$$

Le calcul permet de déterminer les paramètres à utiliser :

- * $\theta_1 = \theta_2 = -50,0^\circ$
- * $\theta'_1 = \theta'_2 = -27,1^\circ$
- * $r_1 = r_2 = -0,23$

Il faudrait donc déphaser chacun des champs de $-27,1^\circ$, puis comprimer chacun des champs, puis à nouveau déphaser de $-50,0^\circ$. La matrice de covariance qu'on obtiendrait après ces opérations serait alors dans la forme standard :

$$\sigma_{12}^{stand}(c = 0,35) = \left(\begin{array}{cc|cc} 5.73 & 0 & -5.28 & 0 \\ 0 & 5.73 & 0 & 5.28 \\ \hline -5.28 & 0 & 5.73 & 0 \\ 0 & 5.28 & 0 & 5.73 \end{array} \right) \quad (5.8)$$

Le calcul montre alors immédiatement que ni les valeurs propres symplectiques de cette matrice, ni celles de la transposée partielle, n'ont changé. La valeur de la négativité logarithmique n'a donc pas non plus été modifiée. On constate également, d'après la forme standard correspondant à cet état, qu'il est symétrique.

Nous n'avons pas eu la possibilité de réaliser cette expérience ; car nous ne disposons pas de deux dispositifs de compression de bruit supplémentaires.

d) Obtention des états les plus intriqués

Comme on l'a vu, l'état est symétrique, mais à sa sortie de l'OPO il n'est pas dans la forme standard. Son intrication n'est pas maximale ; il est possible d'appliquer aux champs A_1 et A_2 une transformation passive globale permettant d'obtenir un état dont la négativité logarithmique est maximale. Comme on l'a vu au §2.E.2b), cette transformation peut être effectuée à l'aide de 3 lames d'onde qu'on insère en sortie de l'OPO. Ces lames agissent simultanément sur les deux champs : il s'agit bien d'une transformation

globale.

Appliquer cette transformation globale sur les champs A_1/A_2 revient à appliquer une transformation locale sur le champ A_- , de façon à annuler les deux termes non diagonaux non nuls de la matrice (5.5). Pour cela, le champ A_- doit simplement être déphasé de façon que son ellipse de bruit ait ses axes parallèles aux axes du repère de Fresnel (*cf.* Fig. 5.8).

Expérimentalement, c'est cette dernière propriété qu'on exploite : on règle les lames

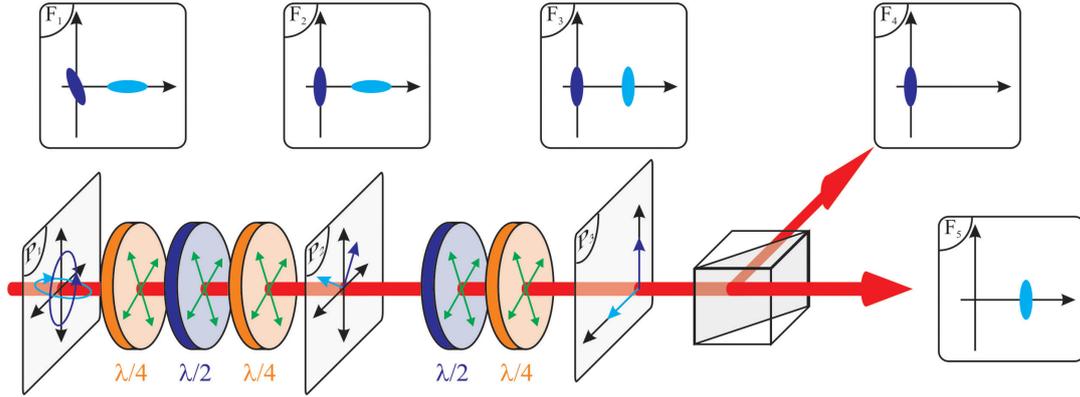


Fig. 5.8: Transformation passive globale permettant de maximiser l'intrication des champs en sortie de l'OPO auto-verrouillé en phase. Les plans (F_i) sont les plans de Fresnel et les plans (P_i) ceux de polarisation.

d'ondes pour que, lorsque les détections homodynes sont en quadrature, les champs A_+ et A_- soient comprimés simultanément (*cf.* Fig. 5.9).

La figure 5.9 présente les mesures obtenues pour les champs A_+ et A_- avant et après la transformation. Après avoir inséré les lames, on constate que les champs sont à nouveau comprimés suivant des quadratures orthogonales. La nouvelle mesure de la matrice de covariance mesurée pour A_+/A_- est :

$$\sigma_{+-} = \left(\begin{array}{cc|cc} 12.59 & 0 & (0) & (0) \\ 0 & 0.4 & (0) & (0) \\ \hline (0) & (0) & 0.4 & 0 \\ (0) & (0) & 0 & 12.59 \end{array} \right) \quad (5.9)$$

On en déduit la matrice de covariance pour A_1/A_2 :

$$\sigma_{12} = \left(\begin{array}{cc|cc} 6.50 & 0 & 6.10 & 0 \\ 0 & 6.50 & 0 & -6.10 \\ \hline 6.10 & 0 & 6.50 & 0 \\ 0 & -6.10 & 0 & 6.50 \end{array} \right) \quad (5.10)$$

On constate que la matrice est bien dans la forme standard ; la négativité logarithmique est à présent de 1,32 : la quantité d'intrication a augmenté grâce à une opération

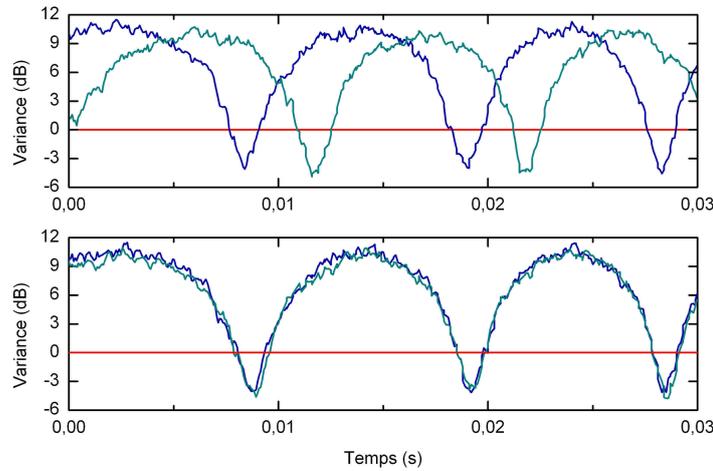


Fig. 5.9: Variance de bruit normalisée des modes A_+ (bleu ciel) et A_- (bleu foncé) pour une fréquence d'analyse de bruit de $3,5 \text{ MHz}$, pour un paramètre de couplage $c = 0,35$. La première courbe est celle obtenue avant d'appliquer la transformation passive non locale, celle du bas est obtenue après la transformation. La phase de l'oscillateur local est balayée, les détections homodynes sont en quadrature. ($\sigma = 0,9$, $\text{RBW} = 100 \text{ kHz}$, $\text{VBW} = 1 \text{ kHz}$)

passive non locale. En outre, on a pu atteindre ainsi la quantité d'intrication maximale qu'on pouvait obtenir grâce à des opérations passives à partir des faisceaux issus de l'OPO.

D Conclusion

Nous avons montré dans cette partie que l'OPO à auto-verrouillage de phase, en fonctionnement sous le seuil et avec très peu de couplage entre les champs signal et complémentaire, produit des faisceaux symétriques, très intriqués, et ce sur une large bande de fréquence.

Nous avons également montré que la matrice de covariance de l'état généré dans ces conditions est directement dans la forme standard, de sorte que l'intrication ainsi produite ne peut être augmentée par des opérations passives.

Lorsque le couplage augmente, les corrélations sont peu à peu détruites. En outre, les champs ne sont plus intriqués suivant des quadratures orthogonales, ce qui se traduit par une matrice de covariance qui n'est plus dans la forme standard. Il est possible de revenir à la forme standard par des opérations locales, qui préservent la matrice de covariance.

Il est également possible d'agir concomitamment sur les deux modes à l'aide d'opérations passives, pour générer de nouveaux champs intriqués suivant des quadratures orthogonales. La matrice de covariance de ces champs est dans la forme standard, et

la quantité d'intrication des modes ainsi obtenus ne peut plus être augmentée par des opérations passives.

6. Étude au-dessus du seuil

Sommaire

A	Introduction	125
B	Mesures directes	126
B.1	Mesures à une fréquence d'analyse de 4 <i>MHz</i>	126
B.2	Mesures à une fréquence d'analyse de 16,5 <i>MHz</i>	127
C	Mesure du bruit du laser, en utilisant une cavité désaccordée	128
C.1	Position du problème	128
C.2	Champs moyens	130
C.3	Linéarisation des fluctuations	130
C.4	Spectre de bruit d'intensité du champ sortant	131
C.5	Tracé des coefficients intervenant dans le spectre de bruit d'intensité	132
C.6	Expérience	134
D	Observation de faisceaux EPR au-dessus du seuil	135
D.1	Filtrage du bruit de la pompe	135
D.2	Résultats expérimentaux	136
D.3	Résumé du comportement en fréquence	137
D.4	Comparaison avec les résultats obtenus par d'autres équipes	137
E	Conclusion	138

A Introduction

Comme on l'a vu au chapitre 3, l'OPO auto-verrouillé en phase présente un intérêt tout particulier au-dessus du seuil. La théorie prédit qu'il génère des faisceaux EPR brillants, de même fréquence. Cependant, il a également été démontré au chapitre 3 que, au-dessus du seuil, si le bruit de la pompe n'est pas limité par le bruit quantique standard, l'excès de bruit se transmet aux faisceaux signal et complémentaire, ce qui dégrade les corrélations.

Dans ce chapitre, nous allons aborder la mesure des faisceaux EPR au-dessus du seuil. Le bruit de la pompe va s'avérer trop important à basse fréquence d'analyse : il ne sera pas possible de détecter des corrélations entre faisceaux signal et complémentaire. Nous verrons qu'à plus haute fréquence d'analyse, le bruit de la pompe étant moins important, on peut détecter des corrélations, et que la mise en place d'une cavité de filtrage sur la

pompe sera nécessaire pour pouvoir mesurer des faisceaux EPR.

Afin d'éviter toute dégradation supplémentaire des corrélations par le couplage, les mesures de cette partie sont réalisées à couplage quasi nul (juste suffisant pour qu'il y ait accrochage).

B Mesures directes

B.1 Mesures à une fréquence d'analyse de 4 MHz

La figure 6.1 présente une mesure de bruit sur A_+ et A_- , effectuée à une fréquence d'analyse de 4 MHz, 1,5 fois au-dessus du seuil.

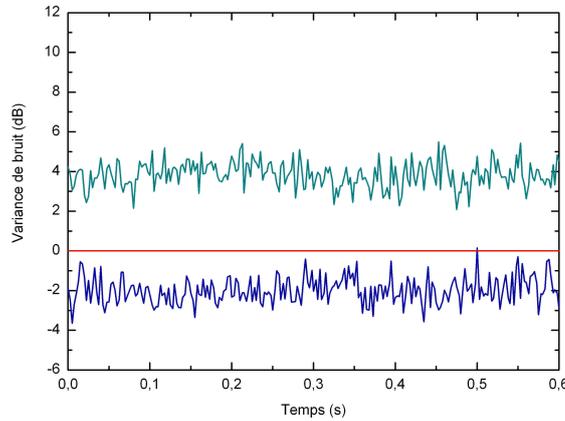


Fig. 6.1: Variance de bruit normalisée de la quadrature la moins bruitée des modes A_+ (bleu ciel) et A_- (bleu foncé) pour une fréquence d'analyse de bruit de 4 MHz. Les mesures ont été corrigées du bruit électronique. ($\sigma = 1,5$, RBW= 100 kHz, VBW= 1 kHz)

On constate que si le champ A_- est toujours comprimé au-dessous du bruit quantique standard (compression de bruit de $-2,5 \pm 0,5$ dB), le champ A_+ présente un fort excès de bruit, de l'ordre de $3,5 \pm 0,5$ dB [Laurat *et al.*, 2005c].

Les autres équipes utilisant le même laser (équipe de P. Nussenzeig à São Paulo, équipe de O. Pfister à Charlottesville) ont montré qu'il présente un excès de bruit, en particulier de bruit de phase, jusqu'à une fréquence d'analyse d'environ 20 MHz, et ont mis en place une cavité de filtrage sur le faisceau pompe [Villar *et al.*, 2007, Jing *et al.*, 2006]. On a vu que, au-dessus du seuil, un tel excès de bruit se transmet aux champs signal et complémentaire. Ceci pourrait expliquer les mauvais résultats observés à une fréquence d'analyse de 4 MHz.

Afin de valider cette hypothèse, et de décider de l'éventuelle mise en place d'une cavité

de filtrage, deux expériences complémentaires ont été effectuées. Nous avons d'une part réalisé les mesures de corrélations à une fréquence plus élevée, où l'excès de bruit devrait être moindre, et le phénomène moins sensible (*cf.* §B.2). D'autre part, en utilisant une cavité désaccordée, nous avons mesuré le bruit de phase et d'intensité du laser à une fréquence d'analyse de 4 MHz (*cf.* §C).

B.2 Mesures à une fréquence d'analyse de $16,5\text{ MHz}$

Le bruit de la pompe s'atténue fortement à partir de 20 MHz . Il est limité par le bruit quantique standard pour une fréquence d'analyse d'environ 25 MHz . Malheureusement, nous ne pouvons effectuer de mesure à cette fréquence d'analyse, car la partie haute fréquence du circuit d'amplification des photodiodes sature au-delà de 20 MHz .

Nous avons donc choisi une fréquence d'analyse du bruit de $16,5\text{ MHz}$. La figure 6.2) présente les résultats obtenus¹.

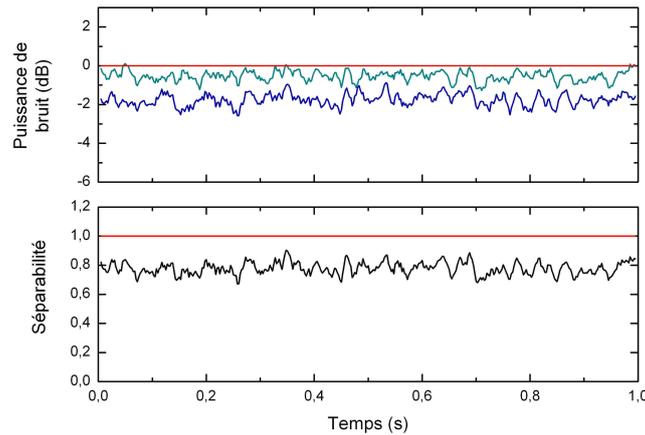


Fig. 6.2: Mesure de la quadrature la moins bruitée pour A_+ (bleu ciel) et A_- (bleu foncé), au-dessus du seuil, pour une fréquence d'analyse de $16,5\text{ MHz}$. Les données ont été corrigées du bruit électronique, et un lissage sur 5 points a été effectué. ($\sigma = 1,5$, $\text{RBW} = 100\text{ kHz}$, $\text{VBW} = 1\text{ kHz}$)

À cette fréquence d'analyse du bruit, et sans cavité de filtrage, le bruit sur la pompe est suffisamment bas pour permettre d'observer de l'intrication : les champs A_+ et A_- sont comprimés respectivement à $-0,5 \pm 0,5\text{ dB}$ et $-1,7 \pm 0,5\text{ dB}$ au-dessous du bruit quantique standard, ce qui mène à une séparabilité $\Sigma = 0,78 \pm 0,09 < 1$.

Par contre, nous n'avons pas pu mesurer de corrélations EPR : le bruit sur les champs A_1 et A_2 est de $1,1 \pm 0,5\text{ dB}$ au-dessus du bruit quantique standard, ce qui conduit à une valeur du critère EPR de $\mathcal{E} = 1,2 \pm 0,1 > 1$. Le bruit de la pompe est donc encore trop

1. Des résultats analogues ont été obtenus à des fréquences d'analyse de 18 MHz et 20 MHz .