
Analyse des post -tests

Sommaire

Analyse des post - tests (proposés aux élèves)

Introduction	238
I. Analyse a priori	238
II. Analyse des post – tests	244
1) Pour les élèves en classe ordinaire	244
2) Pour les élèves qui ont profité d'un apprentissage dans l'environnement TIC (à l'issue de notre ingénierie)	250
3) Analyse comparée des résultats des deux groupes « ordinaire vs technologique »	262
III. Conclusion de ce chapitre	263

Analyse des post - tests

Introduction

Dans ce qui suit, et dans l'objectif d'évaluer¹ notre ingénierie didactique qui représente l'objet principal de notre recherche, nous menons une étude à travers un test proposé à des élèves de troisième année (sections sciences expérimentales et mathématique).

Le premier échantillon considéré est un groupe d'élèves d'une classe ordinaire. Le deuxième est celui de la classe de troisième Math de l'enseignante « M » qui a profité des deux séances d'apprentissage de deux heures sur l'introduction de la notion de continuité avec les TIC que nous avons déjà filmées.

I. Analyse a priori du test

1) Conception et conformité avec le domaine de travail associé au niveau de conception visé

Le test² est composé de six questions dont l'objectif est d'évaluer chez les élèves :

- Les différents registres de représentations (langagières, graphiques, formelles ...) du concept de continuité,
- La présence des aspects « local » et « global » de ce concept,
- L'usage (implicite et/ou explicite) du caractère « outil » de la notion de continuité,
- La mobilisation des connaissances des élèves sur la notion de continuité.

Dans la conception des différentes tâches proposées dans ce test, nous avons tenu compte du niveau de conceptualisation visé et du domaine de travail associé dont nous avons parlé au chapitre IV (relief sur la notion de continuité) : la disponibilité de la définition formelle de la continuité (question 1), la flexibilité entre les différents registres de travail de cette notion, l'aspect local de la continuité, la disponibilité de la définition formelle comme outil (questions 5 et 6), le type de raisonnement (entrée dans le raisonnement par condition suffisante caractéristique de l'analyse infinitésimale).

¹ Dans le cadre d'une évaluation externe de notre ingénierie. Rappelons que l'évaluation interne est faite au chapitre VII à travers l'analyse des données récupérées à l'issue des séances d'expérimentations assurées par les quatre enseignants (traces des élèves sur le logiciel, enregistrements vidéo ...).

² Une copie est mise en annexe.

2) Objectifs et réponses attendues :

(1) Pour la question 1 : « Ce qu'est une fonction continue.

Donner si c'est possible plusieurs définitions »

C'est une question de restitution simple de connaissances. La notion de continuité a été introduite en classe de troisième à la manière proposée par le manuel scolaire à travers un scénario basé sur les quelques activités en essayant d'approcher la définition formelle en partant d'un exemple simple d'une fonction affine par intervalles et en articulant les cadres graphique, algébrique ..., et faisant appel à différents registres de représentation sémiotique (symbolique, langue naturelle, ...)

Donc, les réponses attendues sont des différentes formulations de la définition de la continuité :

- La définition formalisée quantifiée en β et α ,
- La définition formelle quantifiée avec les voisinages (ou les intervalles ouverts centrés) du type « ... pour tout J , il existe I tel que $f(I) \subset J$... »
- Une caractérisation graphique (tracé continu, pas de rupture, ...)
- Appel aux théorèmes reliant les concepts de « limite » et « continuité » (la limite égale à l'image, continue à gauche et à droite ...)

(2) la question 2 : « Vrai » ou « Faux » avec justification demandée, elle porte sur la continuité en 0 de la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} \text{ si } x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[\text{ et } f(0) = 2$$

L'appartenance d'un réel x_0 au domaine de définition d'une fonction f est une condition insuffisante pour évoquer la question de continuité de f , l'élève doit comprendre que f doit être définie dans un intervalle ouvert contenant x_0 pour aborder la continuité qui présente un aspect local (requiert que x_0 appartienne à l'adhérence de D_f).

Ce qui attendu des élèves est de remarquer que la fonction f proposée n'est pas définie dans un voisinage de 0 en se basant sur son domaine de définition. Une représentation à l'aide d'un dessin de D_f facilite la réalisation de cette tâche.

(3) Pour la question 3 : « Vrai ou Faux », qui porte sur la considération d'une suite donnée par son terme général comme une fonction numérique dont le domaine de définition est l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels.

Presque dans le même objectif de la question précédente, nous voyons que les élèves doivent être (*a priori*) attentifs aux définitions de la continuité et de la limite qui commencent par la condition de définition dans un intervalle ouvert contenant x_0 (sauf peut-être en x_0 pour le cas de la limite).

Les réponses attendues sont évidentes pour les deux premières propositions du type « Vrai ou Faux » que nous considérons comme une introduction aux deux dernières propositions de cette question estimées capables de nous donner une idée sur la conceptualisation de la continuité.

Normalement, les élèves doivent savoir que les propositions « $\lim_{n \rightarrow 2} u_n = 5$ » et « u_n est continue en 1 » sont évidemment fausses puisqu'une suite agit sur des entiers et elle n'est pas définie dans des intervalles ouverts contenant 1 ou 5 ou n'importe quel entier.

(4) la question 4 : « une fonction f est donnée par l'allure de sa courbe, on demande de reconnaître si la fonction f est continue sur l'intervalle donné $([-2,3])$ et la détermination graphique de l'image de $[-2,3]$ intervalle par f ».

La reconnaissance graphique de la continuité et l'image d'un intervalle par une fonction continue sont les objectifs de cette question.

A priori, les questionnés sont capables de voir graphiquement que la fonction proposée à l'aide d'une représentation graphique n'est pas continue sur l'intervalle donnée vue qu'elle ne l'est pas en l'un de ses points $x_0 = 2$. Le recours au théorème de cours sur l'image d'un intervalle par une fonction et les techniques de détermination de $f([2,3])$ est leur moyen de réalisation de cette tâche.

Qu'en est-il des deux dernières questions du test ?

Arrivons, maintenant à l'étape qui devrait être la plus fondamentale dans la mise en place de ce concept de continuité à savoir la dialectique « outil/objet ». Là où nous n'hésitons pas de rappeler ce qu'a souligné Douady (1986) dans ce cadre : « *On peut construire effectivement des connaissances mathématiques en faisant jouer la dialectique outil-objet*

au sein de jeu de cadres appropriés, grâce à des problèmes répondant à certaines conditions ». (1986, p.9).

Soulignons, également, que l'une des phases du processus de cette dialectique « outil – objet » est la proposition aux élèves de résoudre des problèmes plus complexes et l'objet « continue ou continuité » étudié est susceptible de prendre place comme 'ancien' pour un nouveau cycle de la dialectique outil-objet.

Ainsi, la mobilisation des connaissances sur la notion de continuité demeure un bon support d'évaluation de la dimension productive des activités des élèves en situation de résolution de tâches complexes.

Dans ce contexte, nous considérons que les questions 5 et 6 du test sont des outils permettant d'évaluer les connaissances des questionnés sur la notion de continuité d'une fonction en un point.

(5) la question 5 « Montrer qu'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant :

[pour tout réel x , $|f(x)| \leq 3x$] est continue en $x_0 = 0$ ».

Nous avons choisi de proposer une fonction qui n'est pas donnée ni par son expression algébrique ni par sa représentation graphique pour éviter le recours aux techniques devenues routinières utilisées dans les activités et les exercices proposés dans le manuel scolaire.

Nous estimons que les élèves ont les moyens de réaliser les tâches proposées dans cette question de preuve en partant de l'hypothèse de la continuité de la fonction en $x_0 = 0$ et l'inégalité que vérifie la fonction f .

Les réponses attendues :

- Une première basée sur :
 - a) La détermination de $f(0)$,
 - b) La définition formelle de la continuité de f ,
 - c) Exploitation de l'inégalité que vérifie f .

La détermination de $f(0)$:

// Comme $|f(x)| \leq 3x, \forall x \in \mathbb{R}$ donc $|f(0)| \leq 0$ qui donne $f(0) = 0$

Pour montrer que f est continue en 0, on montre que : $\forall \beta > 0, \exists \alpha > 0 ; |x| < \alpha \Rightarrow |f(x)| < \beta$

Or $|f(x)| \leq 3|x|$ donc si $3|x| < \beta \Leftrightarrow |x| < \frac{\beta}{3}$

D'où $|x| < \frac{\beta}{3} \Rightarrow |f(x)| < \beta$

Ainsi, $\forall \beta > 0, \exists \alpha = \frac{\beta}{3} > 0 ; |x| < \alpha \Rightarrow |f(x)| < \beta$ ce qui prouve que f est continue en 0.

//

- Une deuxième basée sur :
 - a) La détermination de $f(0)$,
 - b) La détermination de la limite de f en 0 en partant de l'inégalité $|f(x)| \leq 3|x|$ sur $\mathbb{R}$ et l'appel à un théorème de cours concernant « limites et ordre ».

// La détermination de $f(0)$: comme plus haut.

Pour la détermination de la limite de f en 0 :

On a $|f(x)| \leq 3|x| \Leftrightarrow -3|x| \leq f(x) < 3|x|$ et comme $\lim_{x \rightarrow 0} -3|x| = \lim_{x \rightarrow 0} 3|x| = 0$

Donc $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ et comme $f(0) = 0$ on conclut que f est continue en 0.

//

(6) Pour ce qui est de la question 6 :

« f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ vérifiant $f(1) > 0$. On demande de montrer qu'il existe un intervalle ouvert I centré en 1 tel que : pour tout réel $x \in I, f(x) > 0$ »

C'est dans le même contexte de la situation précédente.

Les réponses attendues sont basées éventuellement sur :

- la continuité de f en 1,
- la définition formelle de la continuité d'une fonction en un point,
- exploitation de la donnée « $f(1) > 0$ ».

// Comme f est continue sur $\mathbb{R}$ donc elle est continue en 0 donc

$\forall \beta > 0, \exists \alpha > 0 ; |x - 1| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(1)| < \beta$

Mais $|f(x) - f(1)| < \beta \Leftrightarrow f(1) - \beta < f(x) < f(1) + \beta$

$f(1)$ étant strictement positif, donc pour $\beta = \frac{f(1)}{2}$ par exemple, il existe $\alpha > 0$ tel que

Pour tout x vérifiant $|x - 1| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(1)| < \beta \Rightarrow f(1) - \beta < f(x) < f(1) + \beta$

$$\Rightarrow f(x) > 0 \text{ car } f(1) - \beta = \frac{f(1)}{2} > 0$$

L'intervalle I n'est autre que $]1 - \alpha, 1 + \alpha[$

//

II. Analyse des post- tests

Cette étude consiste à la passation d'un test (que nous avons choisi de le nommer « questionnaire » pour la même raison dite plus haut) d'élèves de la troisième année. Cette passation a été faite au cours de la première semaine du mois de décembre après avoir achevé les chapitres « continuité » et « limites et continuité ». La durée du test était d'une heure.

1) Analyse du test proposé à un groupe d'élèves de troisième année (classes ordinaires, sections math et sciences expérimentales)

Nous avons pu récupérer 25 tests dont douze (12) pour des élèves de la troisième année Math et les treize (13) autres pour des élèves de troisième année sciences expérimentales de l'un des lycées de la ville de SBIKHA (circonscription de Kairouan).

Résultats du test :

(1) Pour la question 1 : « Ce qu'est une fonction continue.

Donner si c'est possible plusieurs définitions »

Nous avons relevé les différentes variétés de réponses suivantes :

- Rep1 : « f est continue en x_0 signifie $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ »
- Rep2 : « f est continue en x_0 signifie $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ »
- Rep3 : « f est continue en x_0 signifie elle est continue à gauche et à droite »
- Rep4 : « $x \mapsto ax^2 + bx + c$ est continue sur $\mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ est continue sur $\mathbb{R}^+$, $x \mapsto \frac{1}{x}$ est continue en tout réel non nul et la fonction rationnelle est continue en tout a appartient à son domaine»,
- Rep5 : « f est continue en x_0 signifie la courbe ne représente pas de rupture en son point d'abscisse x_0 »
- Rep6 : « f est continue en x_0 signifie $\forall \beta > 0, \exists \alpha > 0$ tel que $(|x - x_0| < \alpha$ alors $|f(x) - f(x_0)| < \beta$ »

Réponses	Rep1	Rep2	Rep3	Rep4	Rep5	Rep6
Nbre d'élèves	4	8	12	1	15	7

- Beaucoup d'élèves ($8+4=12$ soit 48% des questionnés) se réfèrent à la propriété en lien avec la notion de limite.
- « une fonction est continue si elle est continue à gauche et à droite » est parmi les réponses de 12 élèves soit 48% du groupe questionné.
- Sept (7) ou moins de 30% des élèves se souviennent quand même de la définition formelle.
- 60% des élèves parmi les questionnés se sont référés à la caractérisation graphique de la continuité.

(2) la question 2 : « Vrai » ou « Faux » avec justification demandée, elle porte sur la continuité en 0 de la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} \text{ si } x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[\text{ et } f(0) = 2$$

Variété des réponses et des justifications :

Nous avons relevé deux réponses fausses (c.-à-d. affirmant que f est continue en 0), et pour les réponses correctes, elles sont accompagnées des variétés de justifications suivantes :

- J1 : « on ne peut pas faire approcher x de 0 »,
- J2 : « le réel $x_0 = 0$ n'appartient pas à l'intervalle $] -\infty - 1[\cup]1, +\infty[$ »,
- J3 : « le réel $x_0 = 0$ n'appartient pas à D_f »,
- J4 : « calcul de $\sqrt{x^2 - 1}$ pour $x = 0$ et comparaison avec $f(0) = 2$ »,
- J5 : « le domaine présente une rupture ».
- J6 : « pas de justification »

Nous résumons la totalité des justifications données dans les 23 réponses correctes (i.e. ayant coché « Faux » à cette deuxième question dans le tableau suivant :

Justification	J1	J2	J3	J4	J5	J6
Nbre d'élèves	2	11	3	4	1	2

Il nous semble difficile d'analyser les résultats relatifs à cette question, mais il nous apparaît clair que, lors de l'introduction de la notion de continuité, les élèves n'ont pas assimilé que - le fait que la fonction f soit définie dans un voisinage de x_0 ou, plus

simplement, dans un intervalle contenant x_0 – est une condition nécessaire de la continuité. D’ailleurs, dans la définition intuitive même, la variable x ne peut prendre des valeurs de plus en plus proche de x_0 que si f est définie au voisinage de x_0 . Cela dit, il se peut très bien que ces onze élèves qui justifient la non continuité de f en 0 de cette manière J2 : « $0 \notin]-\infty - 1[\cup]1, +\infty[$ », comprennent ce qui apparaît dans la définition de la continuité : « f est définie dans un intervalle I contenant x_0 » que cet intervalle I est le domaine de définition de la fonction. Nous ne cherchons pas par cela la justification des erreurs mais plutôt nous cherchons l’origine de telles erreurs. Enfin, nous n’hésitons pas de dire qu’il fallait mettre l’élève dans des situations analogues pour remédier à ces types d’erreurs en vue de mettre en place la définition correctement.

(3) la question 3 : « Vrai ou Faux », qui porte sur la considération d’une suite donnée par son terme général comme une fonction numérique dont le domaine de définition est l’ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels.

Comme indiqué, plus haut, notre objectif est de vérifier chez les élèves si la « continuité » d’une fonction f en un point x_0 de son domaine de définition ne se pose que lorsque la fonction f est définie dans un voisinage de x_0 .

Le tableau suivant résume les réponses obtenues :

	« Vrai »	« Faux »
a) la suite (u_n) est une fonction à variable réelle dont le domaine de définition est $\mathbb{N}$?	13	10
b) « $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ »	25	
c) « $\lim_{n \rightarrow 2} u_n = 5$ »	25	
d) « u_n est continue en 1 »	22	3

Les élèves questionnés semblent très attachés à :

- la reconnaissance de la continuité d’une fonction à travers l’expression donnée puisque pour la majorité d’entre eux « la suite u est continue en 1 »,
- la technique de calcul des limites en utilisant les expressions des fonctions de références évidemment continues sur leurs domaines de définitions : [remplacer la variable « x » par « x_0 » dans l’expression de $f(x)$ et faire le calcul, ... s’il n’y a pas une forme indéterminée, procéder avec les techniques usuelles qui relèvent de

l'algèbre (factorisation, multiplier par l'expression conjuguée pour les cas de racines carrées ...]. Ici, tous les élèves ont remplacé n par 2 dans le terme général u_n sans réfléchir sur le sens (topologique) de l'écriture.

(4) la question 4 : « une fonction f est donnée par l'allure de sa courbe, on demande de reconnaître si la fonction f est continue sur l'intervalle donné $([-2,3])$ et la détermination graphique de l'image de $[-2,3]$ intervalle par f ».

Les différentes réponses retenues sont :

- Rep1 : « $[-2,1] \cup]2,3]$ »,
- Rep2 : « $[0,3]$ »,
- Rep3 : « $[-2,1] \cup [2,3]$ » et
- Rep4 : « $[-2,3]$ ».

Réponses	Rep1	Rep2	Rep3	Rep4
Nbre d'élèves	8	4	5	8

Les résultats sont résumés dans le tableau ci-contre :

- 21 élèves questionnés (84%) ont répondu correctement à la première question ce qui prouve que les élèves sont familiarisés avec la reconnaissance graphique de la continuité sur un intervalle,
- Quatre élèves ont donné la réponse $[0,3]$: ils ont appliqué un « théorème-élève » ($f([a,b]) = [f(a),f(b)]$) qui n'est valable que si f est continue et monotone sur l'intervalle $[a,b]$.
- Huit (08) élèves seulement, ont donné correctement l'image de l'intervalle demandé. Faisant preuve aussi que ces élèves ne maîtrisent pas encore les techniques de détermination de l'image d'un intervalle basées sur les variations de la fonction et l'image d'un intervalle par fonction continue.

(5) la question 5 « Montrer qu'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant : [pour tout réel x , $|f(x)| \leq 3x$] est continue en $x_0 = 0$ ».

- Une seule tentative (sérieuse) d'un élève qui a écrit :

$$\begin{aligned} \text{« On a } |f(x)| \leq 3|x|, \text{ si } x = 0 &\Rightarrow |f(0)| = 0 \\ &\Rightarrow f(0) = 0 \\ \lim_{0^-} f &= \lim_{0^+} f = f(0) \text{ donc } f \text{ est continue en } 0 \text{ »} \end{aligned}$$

- Sept (07) élèves n'arrivent qu'à prouver que $f(0) = 0$.

- Sept (07) élèves n'ont rien écrit pour cette question,
- Le reste des réponses sont fausses et nous voyons que c'est inutile même de les citer.

(6) la question 6 : « f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ vérifiant $f(1) > 0$.

On demande de montrer qu'il existe un intervalle ouvert I centré en 1 tel que : pour tout réel $x \in I$, $f(x) > 0$ »

- 17 élèves n'ont rien écrit à propos de cette question (pas de réponse)
- Deux élèves ont répondu à peu près de la façon suivante :

« f est une fonction continue en 1 donc la courbe ne représente pas de rupture en 1 donc elle est continue à droite et à gauche en 1 c'est-à-dire il y a une partie de la courbe en dessus de l'axe des abscisses, ce qui représente l'image d'un intervalle I qui contient le réel 1 $\Rightarrow x \in I$ tel que $f(x) > 0$ »

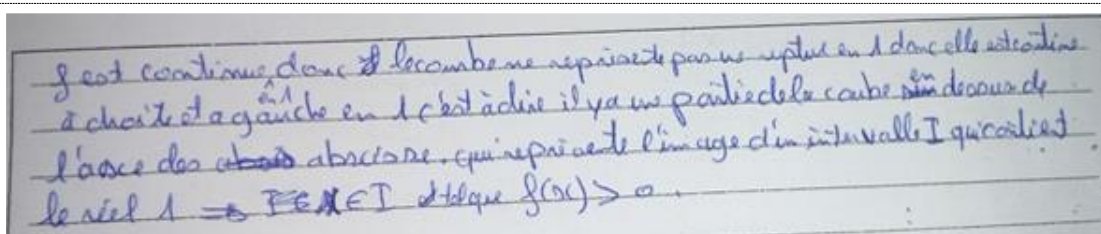


Fig1 : « une tentative de réponse d'un élève à la question 5 du test »

- Les autres sont des « non réponses » et des réponses erronées et naïves et inutile de les citer.

Conclusion

Ce test est proposé pour l'étude des connaissances sur la notion de continuité, il a pour but de tester l'effectivité des apprentissages. Les résultats de ce test dont la passation est faite après plus de deux mois d'apprentissage sur les notions de limites et continuité dans la classe ordinaire montrent que les élèves ont des difficultés d'aborder des situations de résolution de tâches complexes faisant appel à la mobilisation de leurs connaissances sur la notion de continuité.

Il nous apparait clair que la définition de la continuité n'est pas mise en place comme il se doit car les élèves de ce groupe ont montré qu'ils n'accordent pas d'importance au fait qu'une fonction non définie dans un intervalle ouvert contenant x_0 n'est pas continue en ce point (résultats des questions 2 et 3). En revanche, beaucoup d'entre eux sont capables de reconnaître graphiquement la continuité et la détermination de l'image d'un intervalle par une fonction continue. On retrouve des résultats que l'on avait observés à l'issue des questionnaires préliminaires chez les étudiants.

2) Analyse des tests proposés à un groupe d'élèves qui ont profités d'un apprentissage dans l'environnement TIC : vers une évaluation cognitive de notre ingénierie

Comme nous l'avons dit au début, une des étapes de notre ingénierie didactique proposée dans cette recherche est la réalisation et l'enregistrement de séances d'enseignement et apprentissage sur l'introduction du concept de continuité pour des groupes d'élèves de troisièmes années sections sciences expérimentales et mathématiques, et dans l'intention de faire le suivi et l'évaluation de notre ingénierie, nous estimons qu'un test proposé à ces élèves qui ont profité de telles séances basées sur le logiciel « TIC_Analyse », nous permettra de voir (chez eux) les définitions retenues, la représentation et coordination dans différents registres (en particulier algébrique, graphique, numérique, formel) et dans différents paradigmes de l'analyse standard (calculatoire – « théorème généraux », Analyse réelle « définition formalisée »).

Ce test nommé « questionnaire aux élèves de 3^{ème} année secondaire (sections scientifiques) » est le même qui a été proposé à un groupe d'élèves de classes ordinaires en vue d'une étude comparée faisant partie de l'évaluation externe de notre ingénierie. La passation de ce test a été faite la première semaine du mois de décembre 2016 où les élèves ont déjà terminé les deux chapitres intitulés « continuité » et « limites et continuité » (ils se préparent déjà aux devoirs de synthèse).

Dans ce qui suit, nous allons essayer de présenter les résultats de ce test accompagnés d'une analyse peu détaillée des éléments de réponses ainsi relevées.

Le groupe d'élèves considéré comme échantillon sur lequel porte cette étude est la classe de l'enseignante « M » et, ainsi le nombre de tests récupérés est 14. La durée du test était d'une heure.

(1) Pour la question 1 : « Ce qu'est une fonction continue. Donner si c'est possible plusieurs définitions »

Nous avons relevé les différentes variétés³ de réponses suivantes :

- Définition formelle (**donnée par dix (10) questionnés**)

³ Il ne s'agit pas exactement de la formulation de l'élève mais nous ne changeons pas l'idée et la rigueur dans sa réponse. Par exemple une réponse « ... il n'y a pas de saut dans la courbe de f ... » ou « ... la courbe ne saute pas au niveau du point $M(x_0, f(x_0))$ » sont classées dans Rep4.

- Définition cinématique (**donnée par sept (07) questionnés**): (*« ... lorsque x prend des valeurs de plus en plus proches de x_0 , alors $f(x)$ prend des valeurs de plus en plus proches de $f(x_0)$ »*)
- Caractérisation graphique (**donnée par deux (02) questionnés**):
« La courbe ne présente pas de rupture au point d'abscisse x_0 » ou *« ...pas de saut ... »*
- Liens avec la limite (**donnée par six (06) questionnés**) :

$$\text{« } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0) \text{ » ou « } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \text{ »}$$
- Usage des voisinages (**donnée par trois (03) questionnés**) :

$$\text{« pour tout } x \in V_{x_0}, \text{ on a } f(x) \in V_{f(x_0)} \text{ »}$$
- Résultats sur la continuité des fonctions de références (**donnée par deux (02) questionnés**):
« Toute fonction polynôme ou rationnelle est continue sur son domaine de définition »

Commentaire

- Plus de 50% des élèves de l'enseignante « M » n'ont pas cité une définition « cinématique ». A notre avis, ces élèves se rappellent bien de ce que leur professeur avait dit dans son cours à propos de la définition de la continuité : *« ... c'est la définition mathématique de la continuité. Ce qu'on disait tout à l'heure. Ce qu'on disait tout à l'heure dans l'approche cinématique. L'approche cinématique lorsque x se rapproche de plus en plus proche de x_0 ... c'est plutôt physique ... donc ici l'approche mathématique... »*
- Plus de 70% des élèves de Mme « M » se rappellent de la définition formelle : c'est une question de restitution de connaissances et ne permet pas bien sûr de comprendre l'appropriation de leurs connaissances sur la notion de continuité,
- 40% des élèves ont cité les résultats vus récemment dans le chapitre « limites et continuité ». Nous parlons des théorèmes du cours cités plus haut.
- Deux élèves considèrent que ces théorèmes énonçant la continuité des fonctions de références font partie du caractère « objet » du concept de « continuité »,
- Nous estimons que les trois élèves qui ont défini la continuité par une formulation similaire à : *« f est continue si pour tout $x \in V_{x_0}$, on a $f(x) \in V_{f(x_0)}$ »* ont quand

même dans la tête une vision formelle pour le concept de continuité et ne se réfèrent pas seulement à une vision graphique ou cinématique.

(2) Pour ce qui est de la question 2 : « Vrai » ou « Faux » avec justification demandée, elle porte sur la continuité en 0 de la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} \text{ si } x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[\text{ et } f(0) = 2$$

Variété des réponses et des justifications :

Toutes les réponses sont correctes, elles sont accompagnées des variétés de justifications suivantes :

- J1 : (donnée par deux (02) questionnés) :

« ... $f(x)$ n'est pas définie autour de 0, x ne peut pas prendre des valeurs de plus en plus proches de 0 »,

Ou

« ... on ne peut pas tendre vers 0 (gauche et droite) car on n'a pas expression proche de 0. à gauche ou à droite »

- J2 : (donnée par deux (03) questionnés) :

« ... car le voisinage de x_0 n'est pas inclus dans D_f »,

- J3 : (donnée par huit (07) questionnés) :

« ... car le voisinage de x_0 n'est pas défini sur l'intervalle $] -\infty, 1] \cup [1, +\infty[$ »,

- J4 : (donnée par deux (02) questionnés) :

$$\ll \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{-1} \text{ n'existe pas}$$

$$\neq f(0) = 2 \Rightarrow f \text{ n'est pas continue en } 0 \gg,$$

Les deux justifications parues dans « J1 » sont acceptées et nous estimons que les deux élèves qui ont donné des justifications à la manière de « J2 » n'ont pas su s'exprimer correctement pour dire plutôt « ... f n'est pas définie au voisinage de 0 », mais les élèves qui se sont lancés dans le calcul de limite (à gauche ou à droite de 0) semblent rattachés aux théorèmes de cours « f est continue en $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0) = f(x_0)$ » ou « $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ ».

D'autant plus, plus de 50% du groupe justifie la discontinuité de f d'une façon similaire à « J3 », ce qui soulève beaucoup d'interprétations concernant l'origine des

erreurs commises (apparemment en rapport avec la notion de voisinage et le domaine de définition si ce n'est pas la définition même de la continuité).

(3) Pour ce qui est de la question 3 : « Vrai ou Faux », qui porte sur la considération d'une suite donnée par son terme général comme une fonction numérique dont le domaine de définition est l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels.

Comme indiqué, plus haut, notre objectif est de vérifier chez les élèves si la « continuité » d'une fonction f en un point x_0 de son domaine de définition ne se pose que lorsque la fonction f est définie dans un voisinage de x_0 (autrement dit : une notion locale).

Le tableau suivant résume les réponses obtenues :

	« Vrai »	« Faux »
a) la suite (u_n) est une fonction à variable réelle dont le domaine de définition est $\mathbb{N}$?	14	
b) « $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ »	14	
c) « $\lim_{n \rightarrow 2} u_n = 5$ »	13	1
d) « u_n est continue en 1 »	2	12

- Tous les élèves considèrent qu'une suite réelle est une fonction particulière. Ils sont familiarisés avec le calcul de limite d'une suite arithmétique donné par son terme général (ce sont des connaissances de la deuxième année),
- Deux élèves seulement ont confirmé que « la suite u est continue en 1 », les autres ont répondu correctement, mais l'absence d'une justification nous empêche d'analyser finement le résultat obtenu à l'issue de cette question.
- Là, aussi, la technique de calcul des limites en utilisant les expressions des fonctions de références évidemment continues sur leurs domaines de définitions : [remplacer la variable « x » par « x_0 » dans l'expression de $f(x)$ et faire le calcul, ... s'il n'y a pas une forme indéterminée, procéder avec les techniques usuelles qui relèvent de l'algèbre (factorisation, multiplier par l'expression conjuguée pour les cas de racines carrées ...] semble présente chez tous ces élèves car, à l'exception d'un seul, tous les élèves ont remplacé n par 2 dans le terme général u_n sans réfléchir sur le sens (topologique) de l'écriture.

(4) Pour ce qui est de la question 4 : « une fonction f est donnée par l'allure de sa courbe, on demande de reconnaître si la fonction f est continue sur l'intervalle donné $([-2,3])$ et la détermination graphique de l'image de $[-2,3]$ intervalle par f ».

Les différentes réponses retenues sont :

- Rep 1 : « $[-2,1] \cup [2,3]$ »,
- Rep 2 : « $[0,3]$ »,
- Rep 3 : « $[-2,1] \cup [2,3]$ » et
- Rep 4: « $[-2,3]$ ».

Les résultats sont résumés dans

le tableau ci-contre :

Réponses	Rep1	Rep2	Rep3	Rep4
Nbre d'élèves	3	4	1	6

- Tous les élèves questionnés ont répondu correctement à la première question ce qui prouve que les élèves sont familiarisés avec la reconnaissance graphique de la continuité sur un intervalle,
- Trois (03) élèves seulement, ont donné correctement l'image de l'intervalle demandé. Faisant preuve aussi que ce groupe d'élèves ne maîtrisent pas encore les techniques de détermination de l'image d'un intervalle basées sur les variations de la fonction et l'image d'un intervalle par fonction continue.
- 40% des élèves (06) ont donné la réponse « $[-2,3]$ » : ils ont appliqué un « théorème-élève » ($f([a,b]) = [f(a), f(b)]$) qui n'est valable que lorsque f est continue et monotone sur l'intervalle $[a,b]$.
- Nous avons relevé des traces de stylos sur le graphique qui accompagne la question indiquant des graduations et des projections faisant preuve que les élèves adoptent un raisonnement dans les cadres graphiques.

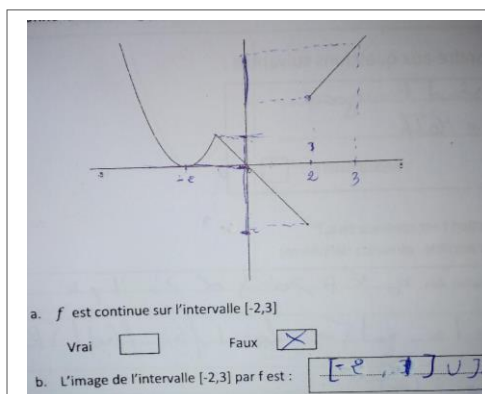


Fig2 « extrait d'un test »

Dans ce qui suit, nous allons détailler davantage notre analyse des deux dernières questions 4 et 5 étant donné que nous considérons qu'elles touchent les caractères « outils » de la notion de continuité.

(5) Pour la question 5 : « Montrer qu'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant :

[pour tout réel x , $|f(x)| \leq 3x$] est continue en $x_0 = 0$ ».

Voici, une transcription des différentes réponses des élèves :

E1 :

« $D_f = \mathbb{R}$ tq $|f(x)| < 3x$
 $|f(x)| < 3|x|$
 $|x| < \frac{\beta}{3}$ pour $\alpha = \frac{\beta}{3} > 0$
 tq si $|x| < \alpha$ alors $|f(x)| < \beta$ alors f est continue en 0 »

E2 :

« $D_f = \mathbb{R}$
 $|f(x)| < 3x$
 $|3x| < \beta$
 $|x| < \frac{\beta}{3}$
 pour $\alpha = \frac{\beta}{3}$
 $\forall \beta > 0 ; \exists \alpha = \frac{\beta}{3} > 0$
 tq si $|x| < \alpha$ sig $|f(x)| < \beta$ donc f est continue en 0 »

E3 :

« $D_f = \mathbb{R}$
 $|f(x)| < 3x$
 $|3x| < \beta$
 $|x| < \frac{\beta}{3}$
 $\forall \beta > 0 ; \exists \alpha > 0 = \frac{\beta}{3} > 0$
 tq si $|x| < \alpha$ sig $|f(x)| < \beta$ donc f est continue en 0 »

E4 :

« $|f(x)| \leq 3x$ (on n'a pas de courbe, on a pas $f(x)=...$)
 donc je montre que pour tout $\beta > 0$ il existe $\alpha > 0$ tel que
 si $|x - 0| < \alpha$ alors $|f(x) - f(0)| < \beta$
 On a $|f(x) - f(0)| < \beta \Leftrightarrow |f(x) - f(0)| < |f(x)| + |f(0)| < \beta$
 $|f(x)| < \beta - |f(0)|$ d'autre part $|f(x)| < 3|x|$
 $|\beta - f(x)| < 3|x| \Rightarrow \alpha = \frac{\beta - f(0)}{3}$ »

E5 :

« On a $|f(x)| < |3x|$. sig $3|x| < \beta$ sig $|x| < \frac{\beta}{3}$
 alors $\forall \beta > 0 \exists \alpha > 0$ tel que si $|f(x) - 0| < \beta$
 d'où f est continue en $x_0 = 0$ »

E6 :

$$\ll f(x) / \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

D'où f est continue en x_0 »

E7 :

« Pour tout $\beta > 0$; il existe $\alpha > 0$ / $|x - 0| < \alpha$ alors $|f(x) - f(0)| < \beta$
 $|f(x) - f(0)| < \beta$
 1^{er} cas : $f(0)=0 \Rightarrow |f(x)| < \beta$ or $|f(x)| < 3x$ donc
 Si $|x| < \frac{\beta}{3}$ alors $|f(x)| < \beta$ donc $\alpha = \frac{\beta}{3}$ donc f est continue en 0.
 2^{ème} cas : si $f(0) \neq 0$
 $|f(x) - f(0)| < \beta$ sig $|f(x)| < \beta + f(0)$
 $\alpha = \frac{\beta + f(0)}{3}$ »

E8 :

« $\forall \beta > 0 \exists \alpha > 0$ tq si $|x - 0| < \alpha$ on a $|f(x) - f(0)| < \beta$
 $|f(x) - f(0)| < \beta$
 $|f(x)| < 3|x|$
 $3|x| < \beta$
 $|x| < \frac{\beta}{3}$
 D'où f est continue en x_0 »

E9 :

« On a $|f(x)| < 3x$ et comme $|f(x)|$ est toujours positif
 Donc $0 \leq \lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| \leq \lim_{x \rightarrow 0} 3|x| = 3 \times 0 = 0$
 Donc $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
 Donc si $f(0)=0$ alors f est continue en 0 »

E10 :

« $\forall \beta > 0 \exists \alpha > 0$ tq si $|x - 0| < \alpha$ on a $|f(x) - f(0)| < \beta$
 Alors $3|x| < \beta$
 $|x| < \frac{\beta}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\beta}{3}$
 D'où f est continue en $x_0 = 0$ »

E11 :

« $D_f = \mathbb{R}$ on a $|x - 0| < \alpha \Rightarrow$ donc $|f(x) - 0| < \beta$
 $|f(x)| < 3x$
 $|3x| < \beta$
 $|x| < \frac{\beta}{3}$
 pour $\alpha = \frac{\beta}{3}$
 $\forall \beta > 0 ; \exists \alpha = \frac{\beta}{3} > 0$
 tq si $|x| < \alpha$ $|f(x)| < \beta$ alors f est continue en 0 »

E12 : « $\forall \beta > 0 \exists \alpha > 0$ tq si $|x - 0| < \alpha$ on a $|f(x) - f(0)| < \beta$
 On a $|f(x)| < 3|x|$
 $\lim_{x \rightarrow 0} 3|x| = 0$ sig $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
 Si $|f(x) - 0| < \beta$ on a $|x - 0| < \alpha$
 $3|x| < \beta$
 $|x| < \frac{\beta}{3} = \alpha$
 Donc f est continue en $x_0 = 0$ »

E13 : « $\forall \beta > 0 \exists \alpha > 0$ tq si $|f(x) - 0| < \beta$ on a $|x - 0| < \alpha$
 Et par suite
 $3|x| < \beta$
 sig $|x| < \left(\frac{\beta}{3}\right) \Rightarrow \alpha$ Donc f est continue en 0 »

E14 : « f est définie sur $\mathbb{R}$ $D_f = \mathbb{R}$ tq $|f(x)| < 3|x|$
 ($\forall \beta > 0 ; \exists \alpha > 0$ tq si $|x - 0| < \alpha$ on a $|f(x) - f(0)| < \beta$
 Pour tout réel x , $|f(x)| < 3|x|$ tq $\beta > 0$
 Si $|f(x) - 0| < \beta$ alors $|x - 0| < \beta$
 $3|x| < \beta$
 $|x| < \frac{\beta}{3} \Rightarrow$ Donc f est continue en $x_0 = 0$ »

- Pour les élèves E12 et E14, leurs idées sont mal organisées, les sens des implications utilisés (implicitement) sont inversés, ils n'ont pas déterminé la valeur de $f(0)$. Ils sont quand même partis de la définition formelle de la continuité. Finalement : ce sont des tentatives erronées.
- Les élèves E5 et E13 sont partis d'une formulation fausse de la définition de la continuité, ils ont utilisé sans démonstration « $f(0)=0$ ».
- Les mêmes tentatives de résolution des élèves E1, E2, E3, E8, E10 et E11 seront appréciées s'ils ont prouvé que $f(0)=0$. Nous ne savons pas pourquoi ils ont ignoré cela.
- L'élève E7, lui aussi a travaillé comme ses camarades E8, E10 et E11, sauf que, pour lui, il n'a pas ignoré que $f(0) = 0$ mais il a soulevé de façon naïve deux cas : $f(0) = 0$ et $f(0) \neq 0$ et ainsi sa tentative est également erronée.
- Les élèves E6 et E9 ont utilisé un résultat sur les limites et ordre :

« si $v(x) \leq u(x) \leq w(x)$ et si $\lim_{x \rightarrow x_0} v(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} w(x) = l \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = l$ » pour trouver $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ en partant de la donnée $|f(x)| \leq 3|x|$ mais ils n'ont pas essayé de chercher la

valeur de $f(0)$. Finalement, ils n'ont pas arrivé à faire rigoureusement la démonstration demandée.

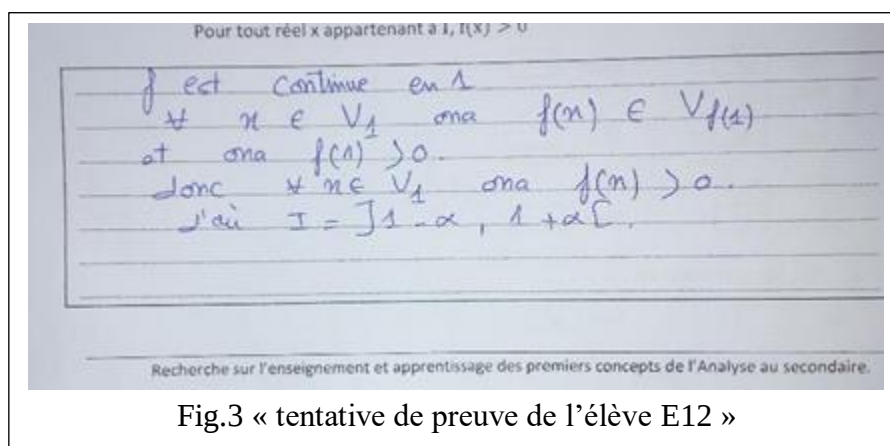
- L'élève E4, quant à lui, il a bien démarré mais il a commis des erreurs dans la manipulation des inégalités. S'il a déterminé la valeur de $f(0)$, il s'en sort.

(6) Pour la question 6 : « f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ vérifiant $f(1) > 0$.

On demande de montrer qu'il existe un intervalle ouvert I centré en 1 tel que : pour tout réel $x \in I$, $f(x) > 0$ »

- L'élève E7 n'a pas répondu et les preuves proposées par E1 et E14 sont naïves.
- Les neuf élèves suivants : E2, E3, E5, E6, E8, E10, E11, E12 et E13 ont donné une preuve similaire à la suivante :

$D_f = \mathbb{R}$, $f(1) > 0$ et f est continue en 1
 Donc pour tout $\beta > 0$, il existe $\alpha > 0$ tq $|x - 1| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(1)| < \beta$
 Comme $f(1) > 0$
 Alors $I =]1 - \alpha, 1 + \alpha[$



Ces élèves se sont référés quand même à la continuité de f en 1, c'est-à-dire qu'ils ont utilisé le concept de continuité comme un outil de preuve en traduisant de façon non rigoureuse la continuité à l'aide de « $\forall x \in V_1$ on a $f(x) \in V_{f(1)}$ ». Néanmoins, leurs raisonnements implicites : « $f(1) > 0$ alors $V_{f(1)}$ ne contient que les réels positifs » est trop naïf.

Voici, par ailleurs, une transcription de la preuve de l'élève E9.

E9 :

f est continue en 1 avec $f(1) > 0$

Pour tout $\beta > 0$, il existe $\alpha > 0$ tel que $|x - 1| < \alpha$ alors $|f(x) - f(1)| < \beta$

$|f(x) - f(1)| < \beta$ sg $-\beta < f(x) - f(1) < f(1) + \beta$

sg $f(1) - \beta < f(x) < f(1) + \beta$

Donc on cherche β qui vérifie $f(1) - \beta > 0$

Pour que $f(x) \in I =]f(1) - \beta, f(1) + \beta[$ par exemple :

Si $f(1)=2 \rightarrow \beta=1$; si $f(1)=0,5 \rightarrow \beta=0,4$

Si $f(1)=0,01 \rightarrow \beta=0,001$

Cet élève a fait un bon départ : il est parti de l'hypothèse de la continuité de f en 1, il l'a traduit en utilisant la définition formelle (formulée correctement) qu'il exploite pour encadrer $f(x)$ entre $f(1) - \beta$ et $f(1) + \beta$, puis, il revient à la consigne qui consiste à trouver un intervalle ouvert I contenant le réel 1 sur la quelle f est positive. Et là, il a procédé par des exemples // si $f(1) = 2$, il prend le rayon β égal à 1 ...etc. //

Il a compris que le réel β dépend de la valeur de $f(1)$, et non ça seulement ! Les valeurs qu'il a prises pour β sont toujours inférieures à $f(1)$. Ainsi, ce que cet élève l'a échappé, c'est la technique de prendre une valeur de β fractionnée (du type $\frac{\beta}{n}$ avec $n > 1$) pour avoir une valeur strictement positive (en fonction de β) du rayon cherché.

Cela ne nous empêche d'avouer que cette tentative de preuve est encourageante et facile à remédier par l'enseignant lors de la correction.

Finalement, voici en image, l'essai de l'élève E4 :

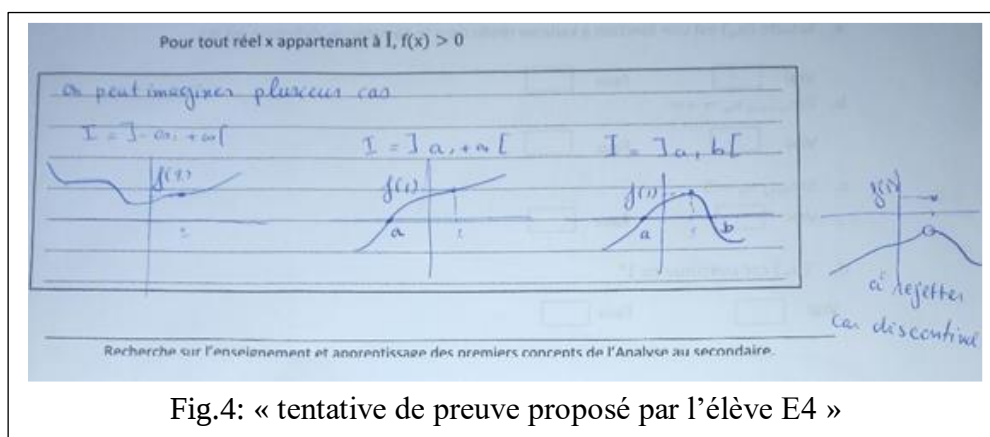


Fig.4: « tentative de preuve proposé par l'élève E4 »

Elle, aussi, a le mérite de nous arrêter là-dessus.

Cet élève est parti de cas génériques, selon la position de la courbe de f par rapport à l'axe des abscisses :

Si nous avons compris, il a fixé $f(1)$ à une valeur positive (approximativement la même pour ses quatre figures), il a considéré un premier cas (immédiatement à gauche de la figure) où C_f est totalement au-dessus de l'axe des abscisses et il en a déduit graphiquement que l'intervalle $=]-\infty, +\infty[$. La deuxième est celle du cas où C_f coupe l'axe des abscisses en un point qu'il a choisi de noter par a son abscisse et il déduit (toujours graphiquement) un intervalle $I =]a, +\infty[$. La troisième est dans le même principe, il a considéré le cas où la courbe C_f coupe l'axe des abscisses en deux points qu'ils a notés par a et b leurs abscisses pour déduire un intervalle $I =]a, b[$. Enfin, il a considéré le cas où C_f est totalement en dessous de l'axe des abscisses et il nous semble qu'il est confronté par la nécessité d'une rupture ce pour cela qu'il a écrit l'annotation « à rejeter car discontinue », il veut dire peut être qu'une discontinuité s'impose et donc ce cas de figure ne se présente pas.

Alors, en premier lieu, il s'agit bien d'un des élèves qui ne parlent pas trop. Ce qu'il a écrit nous a laissé parler à sa place et certes, beaucoup d'enseignants de mathématiques acceptent et apprécient telles méthodes contrairement à d'autres qui voient que l'élève doit rédiger rigoureusement son raisonnement.

En deuxième lieu, nous estimons que cet élève E4 s'est basé implicitement sur la continuité de la fonction f à travers les courbes considérées dans les différents cas de figure qu'il a imaginés (comme il l'a dit) - tracés continus et – rejet de son dernier cas (immédiatement à droite de la figure précédente). Nous estimons, également que – le fait de donner pour chaque cas un intervalle I ouvert et contenant le réel 1- prouve que cet élève a su mobiliser ses connaissances à propos de la notion de continuité.

Conclusion

A l'issue de l'analyse des résultats de ce test, nous disons que la majorité des élèves de ce groupe (86%) se sont référés à la définition de la continuité et sa caractérisation graphique dans leurs tentatives de résolution des deux petits problèmes (questions 6 et 7) considérés dans le domaine de travail associé au niveau de conceptualisation visé de ce

concept. Ceci est un signe de réussite pour l'enseignante « M » d'avoir introduit convenablement cette notion de continuité et il nous semble que ces élèves ont quand même profité de ce logiciel « TIC_Analyse » lors des premières séances d'apprentissage au début du chapitre en question. Certes, elle aura suffisamment de temps pour remédier aux défaillances remarquées à propos de l'image d'un intervalle par une fonction continue et la spécificité du domaine de définition d'une fonction continue en un point : « pour que f soit continue en x_0 , il faut que f soit définie dans un intervalle ouvert contenant x_0 » (une condition nécessaire).

3) Analyse comparée des résultats des deux groupes : « ordinaire vs technologique »

Nomenclature des tableaux :

GO : le groupe des classes ordinaires

GT : le groupe des élèves qui ont profité de séances avec la technologie « TIC_Analyse »

Question1 (définitions de la continuité)

Groupe	Réponses
GO	- (48%) → lien avec la notion de limite. - (48%) → $\lim_g f = \lim_d f = f(x_0)$ - (28%) → définition formelle. - (60%) → caractérisation graphique de la continuité. - (4%) → théorèmes énonçant la continuité des fonctions de références
GT	- (50%) → définition intuitive « cinématique ». - (71%) → définition formelle - (40%) → lien avec la notion de limite - (14%) → théorèmes énonçant la continuité des fonctions de références - (21%) → définition (mal rédigée) avec les voisinages. - (14%) → caractérisation graphique

- Le GT se réfère à la définition formelle beaucoup plus que le GO,
- 50% du GT se réfèrent à une définition intuitive (cinématique) alors qu'aucun du GO n'a cité telle définition,
- Le GO se réfère à la caractérisation graphique beaucoup plus que le GT,
- Les deux groupes ont presque la même tendance au recours aux théorèmes généraux liant les notions de limite et continuité

Question2 (discontinuité d'une fonction non définie dans un voisinage de x_0)

En regardant les variétés des justifications identifiées, nous estimons que les deux groupes ont les mêmes tendances

Question3 (en rapport avec la suite réelle)

Le même commentaire relatif à la question précédente.

Question 4 (reconnaissance graphique de la continuité et l'image d'un intervalle par une fonction)

Le GO a réussi beaucoup mieux que le GT dans la détermination graphique de l'image de l'intervalle $[-2,3]$ par la fonction f).

Pour les questions 5 et 6 (mobilisation des connaissances à travers la réalisation de tâches complexes)

Une large réussite du GT dans la gestion de ces deux exercices. Nous avons relevé plusieurs tentatives diverses faisant appel à la définition formelle. Les quelques tentatives relevées du GO sont restreintes à la détermination de $f(0)$.

III. Conclusion de ce chapitre

Il apparaît clair que le groupe d'élèves qui a profité des séances sur l'introduction de la continuité avec la technologie (basée sur TIC_Analyse, le support de notre ingénierie didactique) a montré une réussite relativement considérable quant à la mobilisation des connaissances sur la notion de continuité dans des tâches complexes. Nous estimons que cela est signe d'une entrée dans le niveau de conceptualisation relativement réussie.

Certes, il y en a d'autres facteurs possibles à prendre en considération, tels que le niveau des élèves en mathématiques, la qualité professionnelle de l'enseignante (expertise, maîtrise de la matière, ancienneté dans l'enseignement des grandes classes, ...). N'oublions pas de noter que l'application logicielle TIC_Analyse est restée à la disposition des élèves des groupes qui étaient à la base de l'expérimentation de notre ingénierie, ce qui leur donne la possibilité de s'entraîner davantage chez eux sur les activités, les exercices et les exemples proposés par le logiciel.

Nous revenons à l'autre groupe (ordinaire), il se peut très bien que leurs enseignants font partie de ceux qui ne suivent pas le scénario proposé par le manuel en négligeant les activités conçues pour introduire le concept de continuité au profit d'une caractérisation graphique et se limitent aux connaissances basées sur le modèle opératoire issu de l'algèbre (Cf. cadre théorique). Nous parlons de la reconnaissance de la continuité à travers l'expression algébrique de la fonction en appliquant les théorèmes (admis) sur la continuité des fonctions de références déjà fixées par le programme.