

# Une méthode de reconstruction adaptée pour l'imagerie oculaire transcornéenne - Corrections des aberrations de phase générées par le cristallin

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Principe de Fermat et lancer de rayon pour la détermination du temps de vol entre deux points arbitraires (<math>A; B</math>) interceptant potentiellement le cristallin . . . . .</b>	<b>116</b>
4.1.1	Introduction au lancer de rayon et principe général de la méthode	116
4.1.1.1	Représentation géométrique du cristallin . . . . .	117
4.1.2	Fondements géométriques et mathématiques du lancer de rayon de type bending . . . . .	119
4.1.2.1	Détermination du point $M'(x)$ lorsque $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ . . . . .	122
4.1.3	Méthode de Newton-Raphson pour l'application du principe de Fermat . . . . .	124
4.1.3.1	Expression analytique de la dérivée première de $TOF_{AB}$	126
4.1.3.2	Expression analytique de la dérivée seconde de $TOF_{AB}$	128
4.1.3.3	Conditionnement pour garantir la convergence . . . . .	130
4.1.3.4	Réinitialisation et calcul des bornes de l'intervalle de recherche $[x_{inf}; x_{sup}]$ . . . . .	132
<b>4.2</b>	<b>Implémentation de la technique de lancer de rayon pour la correction des aberrations cristalliniennes dans la reconstruction d'image à l'aide d'une sonde linéaire multi-éléments . . . . .</b>	<b>134</b>
4.2.1	Détection du contour du cristallin . . . . .	134
4.2.2	Émission focalisée adaptée . . . . .	136
4.2.3	Focalisation adaptée en réception . . . . .	137
4.2.3.1	Optimisation de l'initialisation $x_0$ . . . . .	140
<b>4.3</b>	<b>Extension de la technique développée à la prise en compte de l'inhomogénéité de la célérité US dans le cristallin . . . . .</b>	<b>142</b>
4.3.1	Principe : Un cristallin équivalent pour chaque chemin envisagé . . . . .	142
4.3.2	Définition de la carte de célérité 2D du cristallin hétérogène . . . . .	143
4.3.2.1	Définition d'un profil asymétrique de célérité US dans l'axe antéro-postérieur $c_L(x_L; z)$ . . . . .	143
4.3.2.2	Détermination du profil transverse de célérité $c_L(x; z_L)$	145
4.3.2.3	Obtention de la carte de célérité 2D à partir des profils axial et transversal . . . . .	146

---

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

La technique de correction des aberrations de phases induites par le cristallin pour l'imagerie US de l'œil entier que nous décrivons dans ce chapitre est "non-aveugle". En effet, la connaissance du contour du cristallin et de sa position relative à la sonde US est requise pour ensuite employer la technique de lancer de rayon qui va nous permettre de déterminer les délais appropriés pour la focalisation en émission et en réception. Le choix d'une technique de lancer de rayon a été dicté par le besoin de prendre en compte l'importante réfraction des faisceaux US lors de la traversée du cristallin, en particulier en périphérie.

Le principe et le fonctionnement de la technique de lancer de rayon développée sont détaillés dans la première partie de ce chapitre, conformément à l'hypothèse d'un cristallin homogène de forme ellipsoïdale et non dispersif pour les ondes longitudinales. L'implémentation de cette technique pour la reconstruction d'images en mode-B exemptes d'aberrations cristalliniennes est ensuite décrite dans le cadre d'une utilisation avec une sonde linéaire US multi-éléments. Enfin, nous verrons comment cette technique peut s'étendre à la prise en compte d'un cristallin où la célérité US n'est plus uniforme mais répartie suivant un gradient décroissant depuis le centre vers la périphérie.

### 4.1 Principe de Fermat et lancer de rayon pour la détermination du temps de vol entre deux points arbitraires ( $A; B$ ) interceptant potentiellement le cristallin

#### 4.1.1 Introduction au lancer de rayon et principe général de la méthode

En physique, le lancer de rayon, ray tracing en anglais, est une méthode permettant de déterminer le chemin emprunté par des ondes ou des particules dans un milieu où leur vitesse de propagation n'est pas uniforme [Glasser, 1989]. Cette technique reproduit les phénomènes physiques que sont la réflexion et la réfraction. Le lancer de rayon est ainsi très utilisé en sismologie et en optique, permettant la construction rapide et précise des ondes réfractées au sein d'un milieu inhomogène. Dans le domaine des ultrasons, la technique de lancer de rayon est principalement employée dans le contrôle non destructif et se limite en imagerie médicale essentiellement à la tomographie *e.g.* ultrasound computed tomography (UCT) de la poitrine pour diagnostiquer la cancer du sein [Li *et al.*, 2009] (l'UCT du sein n'est pas encore utilisé en routine clinique).

Il existe cependant des exemples d'utilisation de techniques de lancer de rayon en échographie oculaire, élaborées essentiellement à des fins prédictives, pour étudier par exemple la répartition de l'intensité de faisceaux US traversant les tissus oculaires [Chivers *et al.*, 1984], ou encore pour évaluer la distorsion des images US pour différents scans de l'œil [Sokollu, 1968], [Buschmann *et al.*, 1971], comme nous avons pu le voir dans le chapitre 2. Récemment, Falhar et Rehak ont également utilisé le lancer de rayon pour comparer l'approche par voie contact et par immersion dans la mesure de la longueur axiale de l'œil en mode-A [Falhar et Rehak, 2010]. Dans chacune de ces méthodes, le milieu oculaire est modélisé comme un ensemble de régions où la célérité US est constante. Au minimum deux régions différentes sont considérées, *i.e.* le cristallin et les autres tissus oculaires confondus [Sokollu, 1968], avec pour les modèles les plus développés, l'ajout de la cornée [Joel K. Shugar, Eugene de Juan J et parfois la sclère [Chivers *et al.*, 1984], [Buschmann *et al.*, 1971]. Dans ces travaux, un

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

ensemble de rayons définis par une position et une direction (angle) initiale est ensuite propagé en respectant les lois de Snell-Descartes aux interfaces délimitant les différentes régions considérées.

Les applications du lancer de rayon en échographie oculaire ont donc jusqu'à présent eu comme particularité d'utiliser des techniques où seul le point de départ des rayons était fixé. Cependant, les besoins de la reconstruction d'image US requièrent la connaissance du chemin emprunté par des rayons liant le point focal  $\Omega_f$  aux éléments actifs de la barrette US, afin de pouvoir ensuite appliquer les délais de focalisation compensant les aberrations de phases. Ainsi, pour chaque lancer de rayon, deux points doivent être fixés l'un à l'origine et l'autre à l'arrivée : (1) le point focal  $\Omega_f$  et (2) le centre géométrique d'un élément actif de l'émission ou de la réception. Ce problème, dénommé two-point ray tracing ou two-end point ray tracing dans la littérature, peut être résolu soit par une méthode dite de "shooting" [Engdahl, 1973], soit par "bending" [Wesson, 1971]. Ces deux méthodes sont itératives et assurent la convergence vers le chemin réfracté entre deux points donnés. Dans la méthode de "shooting", un rayon se propage depuis un point de départ choisi avec une direction initiale donnée qui va ensuite être itérativement modifiée jusqu'à ce que le rayon émerge au point d'arrivée souhaité. Dans la méthode "bending", un chemin initial connecté aux points de départ et d'arrivée est modifié jusqu'à ce qu'il satisfasse le principe de stationnarité, *i.e.* la durée du parcours final est stationnaire. Nous avons choisi d'appliquer la méthode "bending" en 2D pour la correction des aberrations de phase induite par le cristallin car elle est reconnue pour être sensiblement plus rapide, nécessitant un nombre d'itération jusqu'à 10 fois plus faible pour une précision égale, et adaptée aux milieux présentant des discontinuités dans le champ de célérité [Julian et Gubbins, 1977].

Précisons qu'en dépit du terme "bending" qui signifie pliage, la méthode de lancer de rayon que nous avons développée pour reconstruire des B-scans oculaires exempts d'aberrations de phase cristalliniennes n'emploie qu'une succession de rayons rectilignes pour chaque chemin considéré, car la célérité US dans le cristallin et le milieu intra-oculaire environnant est considérée comme uniforme. Ainsi, le chemin emprunté sera rectiligne au sein de chacun de ces deux milieux ; les "plages" auront lieu exclusivement aux interfaces, dans le respect de la loi de Snell-Descartes pour la réfraction.

##### 4.1.1.1 Représentation géométrique du cristallin

Le "two-end point bending ray tracing" que nous avons développé pour la détermination du temps de vol acoustique existant entre deux points arbitraires  $A$  et  $B$  interceptant potentiellement le cristallin repose sur une expression analytique des chemins réfractés et par conséquent du contour du cristallin.

Le cristallin humain est généralement décrit comme composé de deux surfaces sphériques, bien que les premiers modèles le représentent par deux surfaces sphériques dans un repère cartésien. Des fonctions complexes définies en coordonnées polaires ont récemment été proposées pour représenter le profil du cristallin à l'aide d'une seule courbe. Ainsi Kasprzak utilise la fonction cosinus hyperbolique ([Kasprzak, 2000]), et Urs une série de Fourier à l'ordre 10 ne conservant que les termes pairs (cosinus) ([Urs *et al.*, 2010]). Ces fonctions nécessitent un nombre important de paramètres (inclinaison, position de différentes portions du contour) mais sont suffisamment généralisées pour approximer précisément la plupart des formes que peut emprunter le cristallin au cours de l'accommodation ou de son vieillissement.

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES (A; B) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

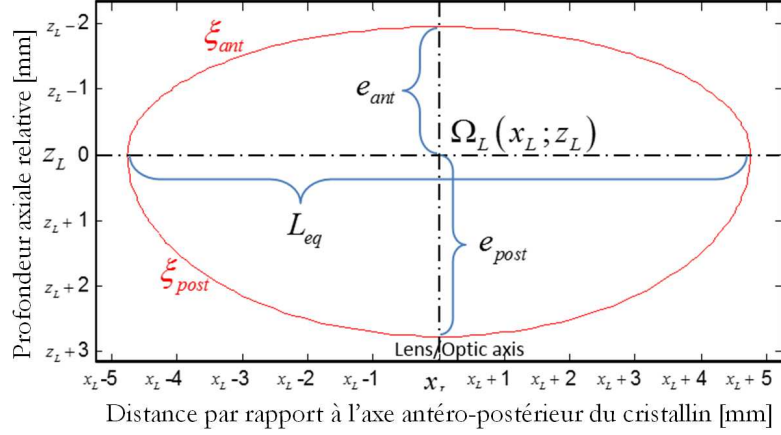


FIGURE 4.1 – Contour du cristallin, ici dans une forme non accommodée, représenté par deux arcs d'ellipse ( $\xi_{ant}$  pour le segment antérieur et  $\xi_{post}$  pour le segment postérieur), partageant un demi-grand axe commun  $\frac{L_{eq}}{2}$  et dotées de deux demi-petit axe ( $e_{ant}$  et  $e_{post}$ ) centrés en  $\Omega_L$ .

Ces représentations plus complexes sont apparues essentiellement pour répondre aux besoins d'une représentation plus précise de la portion équatoriale du contour cristallin dans les études par éléments finis du mécanisme d'accommodation ou encore pour d'autres applications spécifiques comme la modélisation analytique du cristallin en optique [Hermans *et al.*, 2009]. Étant donné que l'emploi de pareilles représentations augmenterait drastiquement la complexité et le temps de calcul de notre méthode de lancer de rayon semi-analytique, et que la précision qu'elles apportent n'est pas nécessaire dans le cas présent, nous avons choisi d'approximer le contour du cristallin par deux fonctions coniques simples (voir Fig. 4.1), l'une pour le segment antérieur et l'autre pour le segment postérieur. Ces deux fonctions coniques sont définies en coordonnées cartésiennes et représentent chacune un arc d'ellipse (Eq. 4.1) car la représentation ellipsoïdale est reconnue pour approcher avec fidélité la forme *in vivo* du cristallin pour de nombreux états accommodatifs [Reilly et Ravi, 2010]. De plus, cette représentation présente l'avantage notable d'assurer la continuité du contour à l'équateur ce qui est une caractéristique importante dans le bon fonctionnement du lancer de rayon développé. Le contour du cristallin  $\zeta_L$  ainsi défini est doté d'un centre  $\Omega_L(x_L; z_L)$ , d'un grand axe commun aux deux arcs  $L_{eq}$  dans l'axe équatorial et de deux demi-petit axes  $e_{ant}$  et  $e_{post}$ , respectivement propres aux segments antérieur et postérieur. Toutes les coordonnées sont exprimées dans le repère Cartésien orthonormé ayant pour origine le centre de la sonde US et comme vecteur directeur en  $z$  l'axe antéro-postérieur du cristallin et en  $x$  son perpendiculaire orienté dans le sens positif.

$$\xi_{arc}(x) = z_L + \text{sign}(arc) \cdot e_{arc} \sqrt{1 - \left(\frac{x - x_L}{e_{eq}}\right)^2} \quad \text{avec } \text{sign}(arc) = \begin{cases} -1 & \text{si } arc = ant \\ 1 & \text{si } arc = post \end{cases} \quad (4.1)$$

où  $e_{eq} = \frac{L_{eq}}{2}$  est le demi-grand axe de l'ellipsoïde,  $x_L$  et  $z_L$  sont respectivement l'abscisse et l'ordonnée de son centre géométrique.

4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES (A; B) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

4.1.2 Fondements géométriques et mathématiques du lancer de rayon de type bending

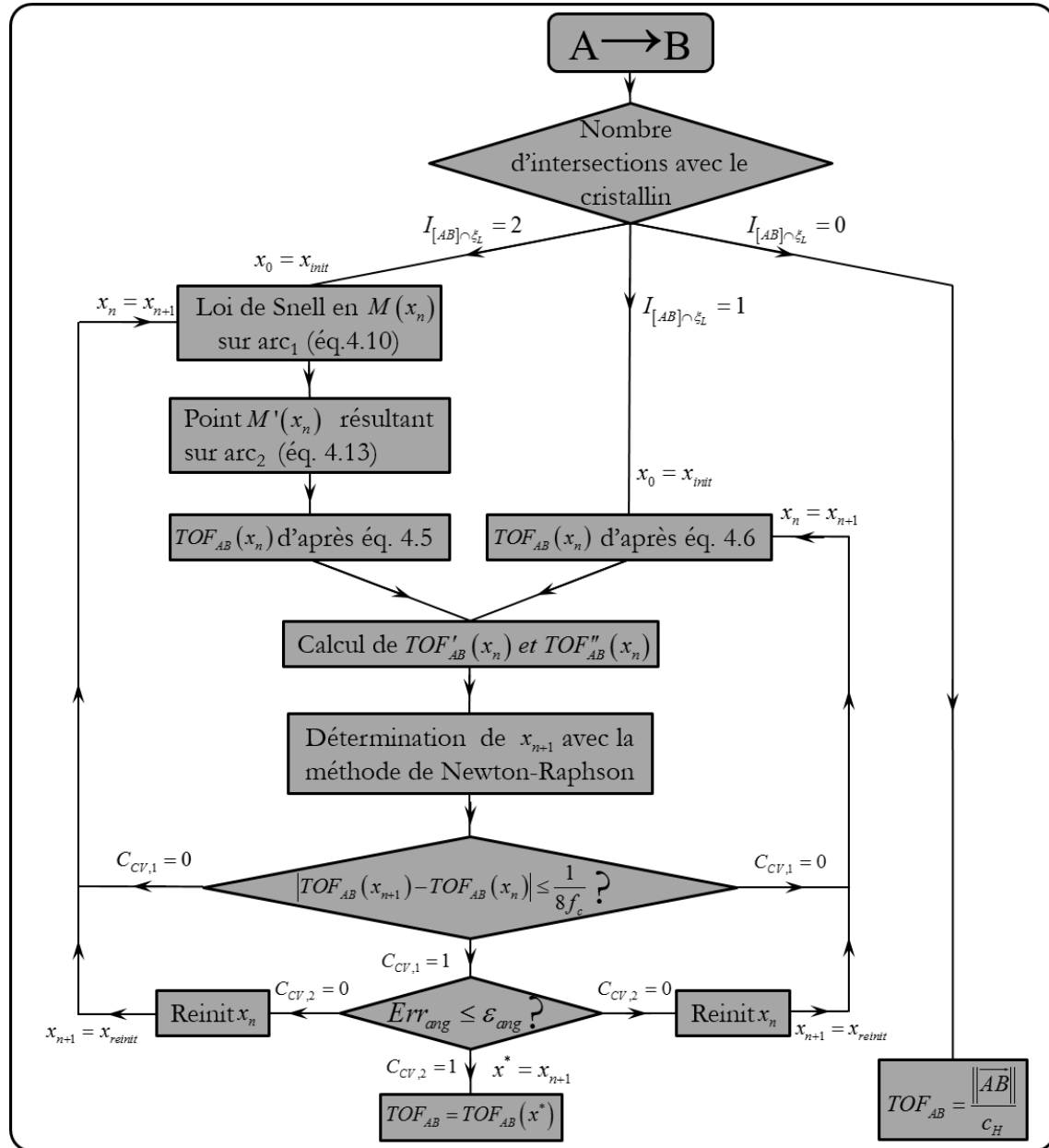


FIGURE 4.2 – Synoptique de la technique de lancer de rayon de type bending pour la détermination du temps de vol  $TOF_{AB}$  entre 2 points  $A(x_A; z_A)$  et  $B(x_B; z_B)$ , prenant en compte la réfraction lorsque le cristallin est intercepté une fois ( $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1$ ) ou deux ( $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ ). Dans ces deux cas, la durée  $TOF_{AB}$  du chemin réfracté  $\overline{AB}$  à l'interface cristallin/humeurs ( $\zeta_L$ ) est obtenue par la minimisation de l'expression Eq. 4.5 ou Eq. 4.6 *i.e.* la recherche de  $x^*$  par la méthode de Newton-Raphson, conformément au principe de Fermat.

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES (A; B) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

La technique de lancer de rayon de type bending que nous avons développée pour l'estimation de la durée  $TOF_{AB}$  du parcours entre 2 points A et B, en prenant en compte la réfraction éventuelle au niveau de l'interface cristallin/humeurs, est décrite par le synoptique de la figure 4.2. Bien qu'en pratique les points A et B correspondent soit au point focal  $\Omega_f$  soit au centre géométrique d'un élément actif de la barrette US, le formalisme géométrique du lancer de rayon doit être néanmoins suffisamment général pour fonctionner quelque soit le couple (A; B) considéré. Tout d'abord il faut déterminer si le segment  $[AB]$  intercepte le contour du cristallin  $\zeta_L$ . Cette information s'obtient par le calcul du cardinal de l'intersection de  $[AB]$  avec  $\zeta_L$ , soit  $I_{[AB]\cap\zeta_L} = \text{card}([AB] \cap \zeta_L) = \text{card}([AB] \cap \xi_{ant}) + \text{card}([AB] \cap \xi_{post})$ , dont la valeur détermine l'un des trois cas géométrique possible :

- $I_{[AB]\cap\zeta_L} = 0$  : Le cristallin n'est pas traversé.
- $I_{[AB]\cap\zeta_L} = 1$  : A ou B est à l'intérieur du cristallin et B ou A à l'extérieur.
- $I_{[AB]\cap\zeta_L} = 2$  : Le cristallin se situe entre A et B.

La durée  $TOF_{AB}$  du parcours  $\widehat{AB}$  est alors exprimée en fonction de la configuration géométrique rencontrée. Le calcul de  $\text{card}([AB] \cap \xi_{arc})$  informant sur l'éventuelle intersection du segment  $[AB]$  avec l'arc antérieur ou postérieur s'effectue en résolvant le système ( $S_{arc}$ ) suivant :

$$(S_{arc}) \begin{cases} \xi_{arc}(x) - (s_{AB} \cdot x + z_{AB}) = 0 \\ (s_{AB}^2 + E_{arc})x^2 + 2(s_{AB}(z_{AB} - z_L) - x_L E_{arc})x + \dots \\ (z_{AB} - z_L)^2 - e_{arc}^2 + x_L^2 E_{arc} = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

avec  $E_{arc} = \left(\frac{e_{arc}}{e_{eq}}\right)^2$ ,  $s_{AB}$  et  $z_{AB}$  respectivement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite définie par le segment  $[AB]$ . Les racines du polynôme de second degré de ce système correspondent aux éventuelles abscisses du ou des deux points d'intersection entre la droite affine définie par le segment  $[AB]$  et l'ellipse de grand-axe  $e_{eq}$  et de petit-axe  $e_{arc}$ . S'il existe une solution à ce système alors  $\text{card}([AB] \cap \xi_{arc})$  vaut 1, sinon 0.

Lorsque le cristallin n'est pas traversé, le trajet entre A et B est alors rectiligne et sa durée  $TOF_{AB}$  s'exprime alors de façon triviale selon l'équation 4.3.

$$TOF_{AB} = \frac{\|\vec{AB}\|}{c_H} \quad (4.3)$$

où  $c_H$  est la célérité US au sein de l'humeur aqueuse et du vitré entourant le cristallin et  $\|\vec{AB}\|$  la norme Euclidienne du vecteur défini par A et B.

Dans les deux autres cas  $TOF_{AB}$  est paramétré dans le repère Cartésien de façon à ne dépendre que d'une unique variable  $x$ , correspondant à l'abscisse du premier arc intercepté par le rayon rectiligne issu de A. Cette contrainte sert de trame pour la définition du formalisme géométrique du lancer de rayon, en particulier dans le cas le plus complexe impliquant la traversée complète du cristallin. Elle permet ensuite d'employer une méthode de convergence supralinéaire *i.e.* Newton-Raphson, vers le chemin réfracté entre A et B.

Le chemin réfracté est alors obtenu en appliquant cette méthode pour trouver l'abscisse  $x^*$ , solution du problème de minimisation formulé par Eq. 4.4 et pour laquelle la durée du parcours entre A et B est stationnaire, et donc en accord avec le principe de Fermat. Rappelons que ce principe stipule que le chemin emprunté par une onde non dispersive

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

lors de sa propagation entre deux points donnés correspond à celui pour lequel la durée de parcours est minimale.

$$TOF_{AB} = TOF_{AB}(x^*) = \min_{x_{inf} \leq x \leq x_{sup}} \left( TOF_{AB}(x) \right) \quad (4.4)$$

où  $x_{inf}$  et  $x_{sup}$  sont les bornes de l'intervalle de recherche telles que définies dans la section suivante.

Lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1$ ,  $TOF_{AB}(x)$  est exprimé selon l'équation 4.5,

$$TOF_{AB}(x) = \frac{\|\overrightarrow{AM(x)}\|}{c_A} + \frac{\|\overrightarrow{M(x)B}\|}{c_B} \quad (4.5)$$

$$\text{avec } M(x) = \begin{pmatrix} x \\ \xi_{arc}(x) \end{pmatrix} \text{ et } \begin{cases} c_A = c_H \text{ et } c_B = c_L \text{ si } B \subset \xi_L \\ c_A = c_L \text{ et } c_B = c_H \text{ sinon} \end{cases}$$

où  $M(x)$  est l'unique point d'intersection du segment  $[AB]$  avec le contour du cristallin  $\zeta_L$ ,  $c_A$  et  $c_B$  sont respectivement les célérités US au sein du milieu de départ (soit les humeurs, soit le cristallin) et du milieu d'arrivée (soit le cristallin soit les humeurs). L'unique arc rencontré,  $arc$ , lors du trajet de  $A$  à  $B$  est déterminé par la valeur de  $\text{card}([AM] \cap \xi_{ant})$  ou de  $\text{card}([AM] \cap \xi_{post})$  *e.g.* si  $\text{card}([AM] \cap \xi_{ant}) = 1$  alors  $arc = ant$  et si ce cardinal vaut 0 alors  $arc = post$ .

Lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ ,  $TOF_{AB}(x)$  est exprimé selon l'équation 4.6,

$$TOF_{AB}(x) = \frac{\|\overrightarrow{AM(x)}\|}{c_H} + \frac{\|\overrightarrow{M(x)M'(x)}\|}{c_L} + \frac{\|\overrightarrow{M'(x)B}\|}{c_H} \quad (4.6)$$

$$\text{avec } M(x) = \begin{pmatrix} x \\ \xi_{arc_1}(x) \end{pmatrix} \text{ et } M'(x) = \begin{pmatrix} f(x) \\ \xi_{arc_2}(f(x)) \end{pmatrix}$$

où  $M'(x)$  est le point d'intersection entre le second arc traversé  $arc_2$  et le rayon réfracté en  $M(x)$ , point situé sur le premier arc intersecté  $arc_1$ . Le second arc rencontré,  $arc_2$ , est déterminé par la valeur de  $\text{card}([MM'] \cap \xi_{ant})$  ou  $\text{card}([M'M] \cap \xi_{post})$ . Nous allons voir dans la sous-section suivante comment l'imposition de la loi de Snell-Descartes en  $M(x)$  permet de ne faire dépendre l'expression de  $TOF_{AB}$  que de l'unique variable  $x$  lorsque le segment  $[AB]$  intersecte deux fois le contour du cristallin  $\zeta_L$ .

Notons que les techniques de lancer de rayon de type bending requièrent typiquement la connaissance de la première interface rencontrée par le rayon issu du point de départ  $A$ , celle-ci devant rester la même tout au long du processus de convergence vers la solution  $x^*$ . Étant donné que notre méthode de lancer de rayon fonctionne quelque soit le point de départ, *i.e.* le couple  $(A; B)$  est permutable (voir Fig. 4.4), on choisit le point de départ  $A$  tel que le premier arc  $arc_1$  du contour  $\zeta_L$  rencontré en  $M(x)$  par le rayon issu de  $A$  respecte cette contrainte. En revanche, lorsque nous sommes dans le cas où  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ , le second arc intercepté  $arc_2$  en  $M'(x)$  par le rayon issu de  $M(x)$ , peut varier tout au long du processus de convergence.

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

##### 4.1.2.1 Détermination du point $M'(x)$ lorsque $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$

Le cadre géométrique dans lequel s'inscrit ce problème est représenté avec le formalisme utilisé dans la suite de ce chapitre sur la figure 4.3. En imposant la loi de Snell-Descartes au rayon issu du point  $M(x)$ , le point  $M'(x)$  est entièrement déterminé par la seule variable  $x$ , laquelle définit l'angle initial  $\theta_A$  exprimé par Eq. 4.7,

$$\theta_A(x) = \arctan\left(\frac{x - x_A}{\xi_{arc_1}(x) - z_A}\right) \quad (4.7)$$

où  $\theta_A$  est l'angle défini par le rayon issu de A avec l'axe  $z$ .

L'angle incident  $\theta_i$  en  $M(x)$  est alors déterminé par Eq. 4.8,

$$\theta_i(x) = \theta_A(x) - \theta_{arc_1}(x) \quad (4.8)$$

où  $\theta_{arc_1}$  correspond à l'angle formé par la tangente à  $arc_1$  en  $M(x)$  avec l'axe  $x$  comme l'exprime Eq. 4.9.

$$\theta_{arc_1}(x) = -\arctan\left(\xi'_{arc_1}(x)\right) \quad (4.9)$$

où  $\xi'_{arc_1}(x)$  est la valeur de la dérivée première de  $\xi_{arc_1}$  en  $x$ .

Une fois l'angle incident  $\theta_i$  déterminé en  $M(x)$ , l'angle réfracté s'obtient en appliquant la loi de Snell-Descartes pour la réfraction (Eq. 4.10).

$$\theta_r(x) = \arcsin(\mu \sin \theta_i(x)) \quad (4.10)$$

où  $\mu = \frac{c_L}{c_H}$  est le rapport de célérité entre le cristallin et les humeurs.

Le rayon réfracté résultant, issu de  $M(x)$ , est alors incliné par rapport à l'axe  $z$  de l'angle  $\theta_M$  suivant :

$$\theta_M(x) = \theta_r(x) + \theta_{arc_1}(x) \quad (4.11)$$

Ce rayon définit alors une droite de coefficient directeur  $s_{MM'} = \frac{1}{\tan(\theta_M)}$  et d'ordonnée à l'origine  $z_{MM'} = \xi_{arc_1}(x) - s_{MM'}x$  pour  $\theta_M \neq 0$  et une droite verticale ayant pour abscisse la variable  $x$  sinon.

La connaissance de la fonction affine associée au rayon réfracté en  $M(x)$  permet de déterminer analytiquement l'abscisse  $f(x)$  du second point d'intersection  $M'(x)$  du chemin  $\widehat{AB}$  avec le contour  $\zeta_L$  sur l' $arc_2$ , en résolvant le polynôme du second degré suivant :

$$Ax^2 + 2B_r x + C = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A = s_{MM'}^2 + E_{arc_2} \\ B_r = s_{MM'}(z_{MM'} - z_L) - x_L E_{arc_2} \\ C = (z_{MM'} - z_L)^2 - e_{arc_2}^2 + x_L^2 E_{arc_2} \end{cases} \quad (4.12)$$

où la détermination de quel est le second arc intercepté,  $arc_2$ , s'effectue lorsque  $\theta_M \neq 0$  d'après la valeur de  $I_{MM' \cap \xi_{arc_1}} = \text{card}([MM'] \cap \xi_{arc_1})$ . Si  $I_{MM' \cap \xi_{arc_1}}$  vaut 1, alors  $arc_2 = \overline{arc_1}$ , *i.e.*,  $arc_2$  est l'arc opposé de  $arc_1$ , *e.g.*  $arc_2$  est l'arc antérieur si  $arc_1$  est l'arc postérieur et réciproquement. Sinon, lorsque  $I_{MM' \cap \xi_{arc_1}}$  vaut 0,  $arc_2 = arc_1$ , *i.e.*, le même arc est intercepté deux fois par le chemin  $\widehat{AB}$ . Lorsque  $\theta_M = 0$ , *i.e.* le rayon réfracté en  $M'(x)$  est vertical,  $arc_2 = \overline{arc_1}$ .



4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES (A; B) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

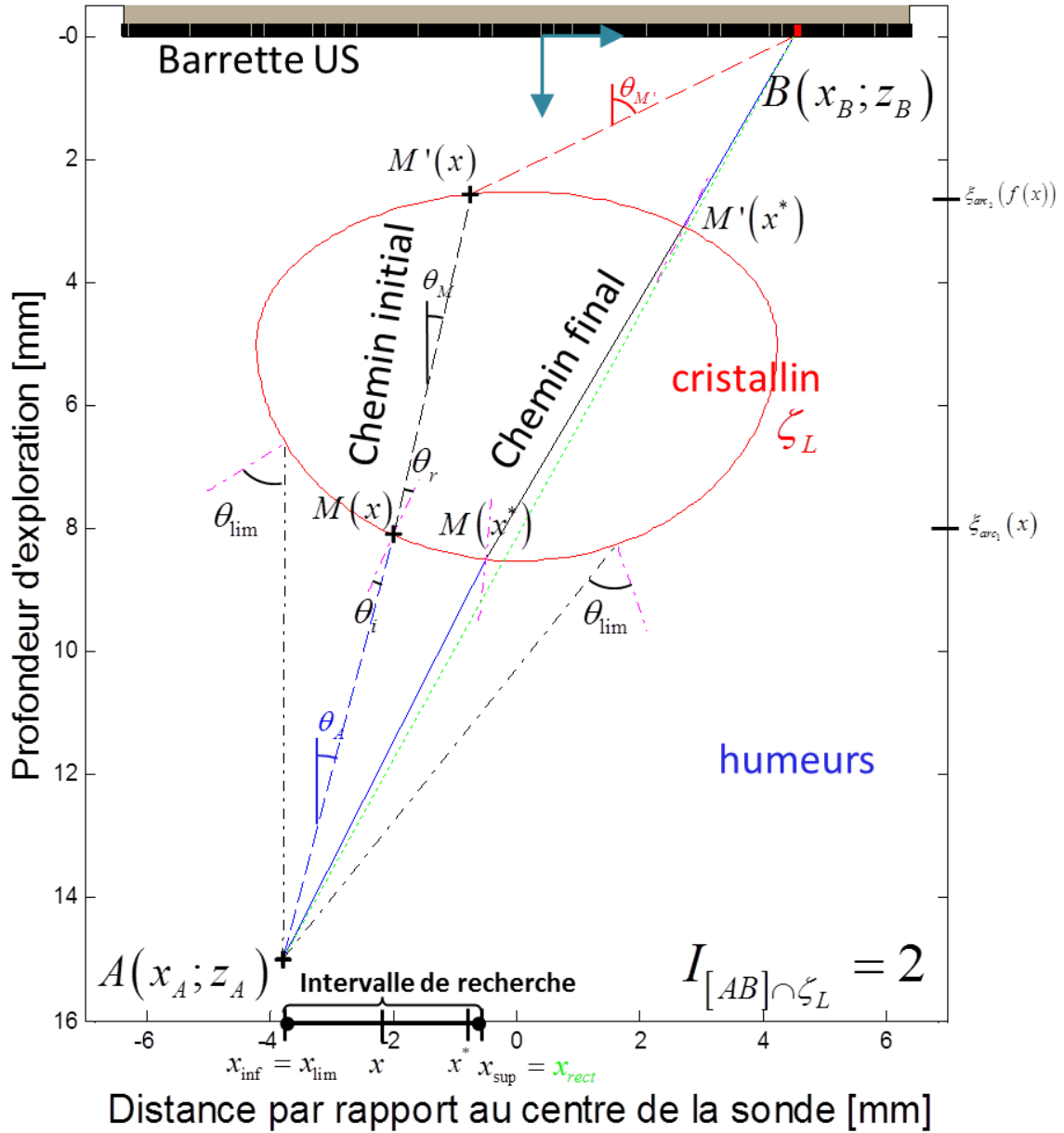


FIGURE 4.3 – Formalisme géométrique pour la construction du chemin depuis un point de départ  $A$  vers un point d'arrivée  $B$ , en fonction d'une unique variable  $x$ , lorsque le cristallin est entièrement traversé ( $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ ). Un chemin initial (parcours en pointillé) est défini pour une abscisse  $x$  donnée comprise dans l'intervalle de recherche  $[x_{inf}; x_{sup}]$ . Le cristallin est intercepté une première fois sur  $arc_1$  en  $M(x)$ , point où la loi de Snell-Descartes pour la réfraction est imposée et détermine la position du point  $M'(x)$  sur  $arc_2$ , seconde interception du chemin  $\widehat{AB}$  avec le cristallin. Le chemin final vérifiant la loi de Snell-Descartes en  $M'(x^*)$  grâce à l'application du principe de Fermat est représenté par la ligne continue. Les normales aux points d'intérêt sur  $\zeta_L$  sont représentées en magenta. Afin de ne pas alourdir la figure, les angles  $\theta_{arc_1}$  et  $\theta_{arc_2}$  des tangentes en  $M(x)$  et en  $M'(x)$  n'ont pas été représentés.

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

Le polynôme 4.12 conduit alors à l'expression 4.13 suivante de l'abscisse  $f(x)$  :

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } \theta_M(x) = 0 \\ \frac{-B_r - \varepsilon \sqrt{B_r^2 - AC}}{A} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.13)$$

où  $\varepsilon = \text{sign}(s_{MM'} \cdot \text{sign}(\text{arc}_2))$  permet de sélectionner parmi les deux solutions du polynôme Eq. 4.12 celle qui correspond à l'intersection du rayon issu de  $M'(x)$  avec  $\text{arc}_2$ .

Le rayon rectiligne issu de  $M'(x)$  et achevant le parcours vers le point  $B$  n'est pas contraint par la loi de Snell-Descartes et forme alors l'angle  $\theta'_M$  suivant avec l'axe  $z$  :

$$\theta_{M'}(x) = \arctan \left( \frac{f(x) - x_B}{\xi_{\text{arc}_2}(f(x)) - z_B} \right) \quad (4.14)$$

Nous verrons dans la partie suivante comment cet angle  $\theta'_M$  est utilisé comme moyen de contrôle pour s'assurer que le chemin réfracté trouvé à l'issue de la convergence satisfait bien le principe de Fermat et par conséquent la loi de Snell-Descartes en ce point.

Précisons que dans le cas où  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1$ , cette vérification s'effectue sur le point  $M$ , l'expression de l'angle  $\theta_M$  avec l'axe  $z$  étant alors la suivante :

$$\theta_M(x) = \arctan \left( \frac{x - x_B}{\xi_{\text{arc}}(x) - z_B} \right) \quad (4.15)$$

##### 4.1.3 Méthode de Newton-Raphson pour l'application du principe de Fermat

Lorsque le trajet  $\widehat{AB}$  intercepte le cristallin, le chemin réfracté sur son contour  $\zeta_L$  vérifie le principe de Fermat et est donc celui qui minimise le temps de parcours. Par conséquent, la durée  $TOF_{AB}$  du chemin réfracté satisfait l'équation suivante :

$$\frac{dTOF_{AB}}{dx} = TOF'_{AB}(x) = 0 \quad (4.16)$$

Le problème de minimisation formulé par Eq. 4.4 peut donc être résolu en déterminant la racine de Eq. 4.16. La méthode de Newton-Raphson est employée à cette fin à la dérivée de la durée du parcours par rapport à  $x$ ,  $TOF'_{AB}$ , ce qui conduit à définir chaque itération de la façon suivante :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{TOF'_{AB}(x_n)}{TOF''_{AB}(x_n)} \quad (4.17)$$

où  $n$  représente le nombre d'itération.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la méthode de Newton-Raphson présente l'avantage majeur d'assurer une convergence supralinéaire vers la racine d'une fonction réelle dépendant d'une unique variable, celle-ci devenant quadratique au voisinage de la solution  $x^*$  (cf Eq. 4.18 et Fig. 4.5) [Kelley, 2003].

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|x_{n+1} - x^*|}{|x_n - x^*|^2} = \lambda, \text{ avec } 0 < \lambda < \infty \quad (4.18)$$

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

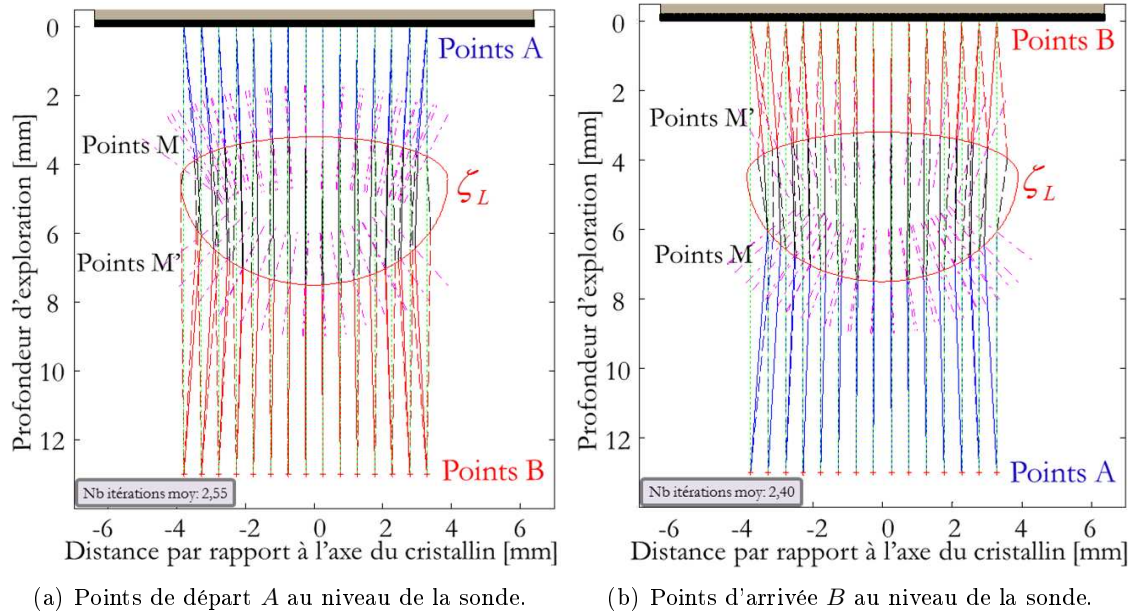


FIGURE 4.4 – Représentation du processus de convergence (traits pointillés bleu, noir puis rouge) vers le chemin réfracté  $\widehat{AB}$  (traits pleins de mêmes couleurs) pour différents couples  $(A; B)$ . Les points de départ  $A$  et d'arrivée  $B$  ont été permutés entre les deux figures. L'initialisation  $x_0$  choisie dans cet exemple est l'abscisse,  $x_{rect}$ , du point d'intersection du segment  $[AB]$  (trait pointillé vert) avec  $arc_1$ . Les normales (trait pointillé magenta) ne sont représentées aux points  $M'$  que lorsque la loi de Snell-Descartes y est vérifiée.

La méthode de Newton-Raphson nécessite cependant la connaissance de l'expression de la dérivée première de la fonction pour laquelle on recherche son zéro. Elle exige donc, dans le cas qui nous occupe, le calcul des dérivées première et seconde de  $TOF_{AB}$ . Le cadre analytique, que nous avons défini, nous permet de les obtenir depuis l'expression 4.5 lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1$  et l'expression 4.6 lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ , comme détaillé dans la suite de cette partie.

A l'instar de nombreuses méthodes de convergence, la méthode de Newton-Raphson est susceptible de diverger ou de converger vers un extremum local lorsque la valeur d'initialisation  $x_0$  est trop éloignée de la solution  $x^*$  (voir Fig. 4.8). Par conséquent, nous avons optimisé l'initialisation et imposé le respect de certaines conditions physiques - exprimées par les équations 4.36 et 4.37 - pour chaque itération  $x_n$ . De plus, étant donné que la convergence vers  $x^*$  est espérée supralinéaire, nous avons limité le nombre maximum d'itérations possibles. Lorsque, malgré les contraintes appliquées, celui-ci est atteint sans vérifier les conditions de fin de convergence, la durée  $TOF_{AB}$  calculée est alors celle correspondant au parcours non réfracté depuis  $A$  vers  $B$ , en considérant cependant les célérités  $c_H$  et  $c_L$ .

Les détails quant à l'optimisation de la valeur  $x_0$  sont fournis dans la partie suivante, pour le cas pratique de la reconstruction d'image US avec le lancer de rayon de type bending.

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

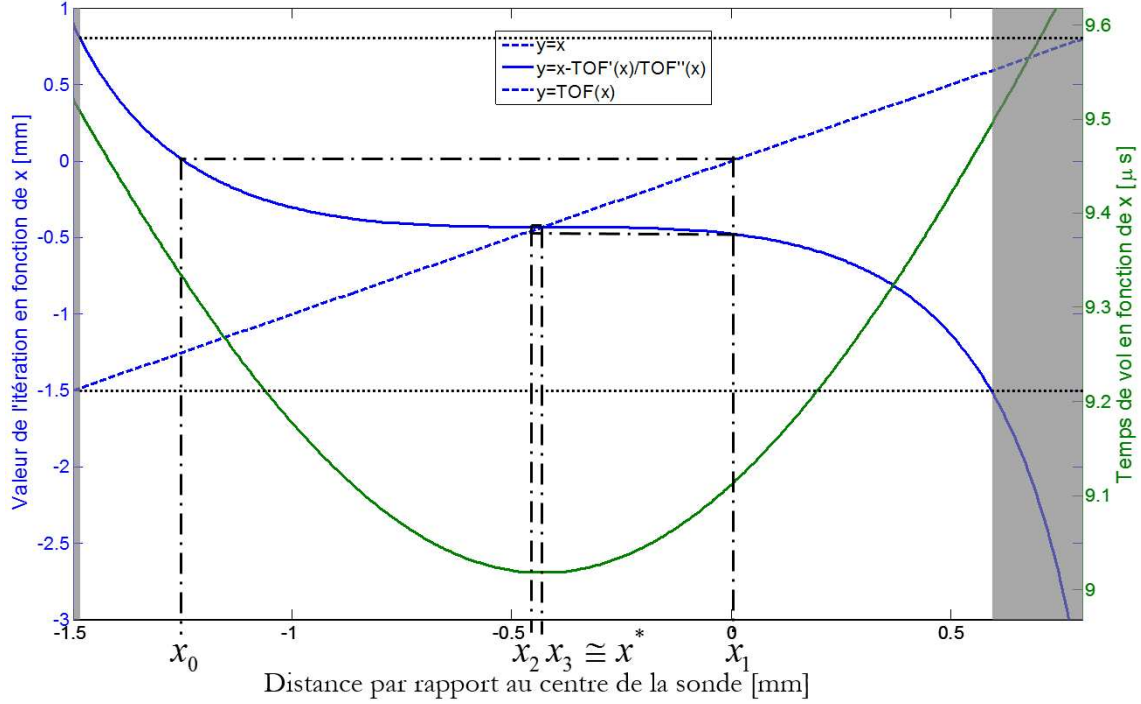


FIGURE 4.5 – Illustration de la vitesse de convergence de la méthode de Newton-Raphson (plateau de la courbe en trait continu bleue sur un large intervalle) vers la solution  $x^*$  pour laquelle le temps de vol  $TOF_{AB}$  est minimal. Les points  $A$  et  $B$  choisis dans cet exemple typique ont pour coordonnées respectives en millimètre  $(-1; 0)$  et  $(1; 14)$ . La célérité dans le cristallin est de  $1645$  m/s et de  $1532$  m/s autour. La géométrie du cristallin correspond à celle de la figure 4.2. La fonction  $y = x$  permet de faciliter la construction des itérations succédant à l'initialisation  $x_0$  et convergeant vers  $x^*$ . Les deux zones grisées représentent les valeurs de  $x$  provoquant la divergence de la méthode.

##### 4.1.3.1 Expression analytique de la dérivée première de $TOF_{AB}$

L'expression analytique des dérivées première  $TOF'_{AB}$  et seconde  $TOF''_{AB}$  de  $TOF_{AB}$ , nécessaire à l'emploi de la méthode de Newton-Raphson, dépend du cas géométrique rencontré *i.e.* le cristallin est intercepté une ou deux fois par le chemin  $\widehat{AB}$  (voir Fig. 4.6).

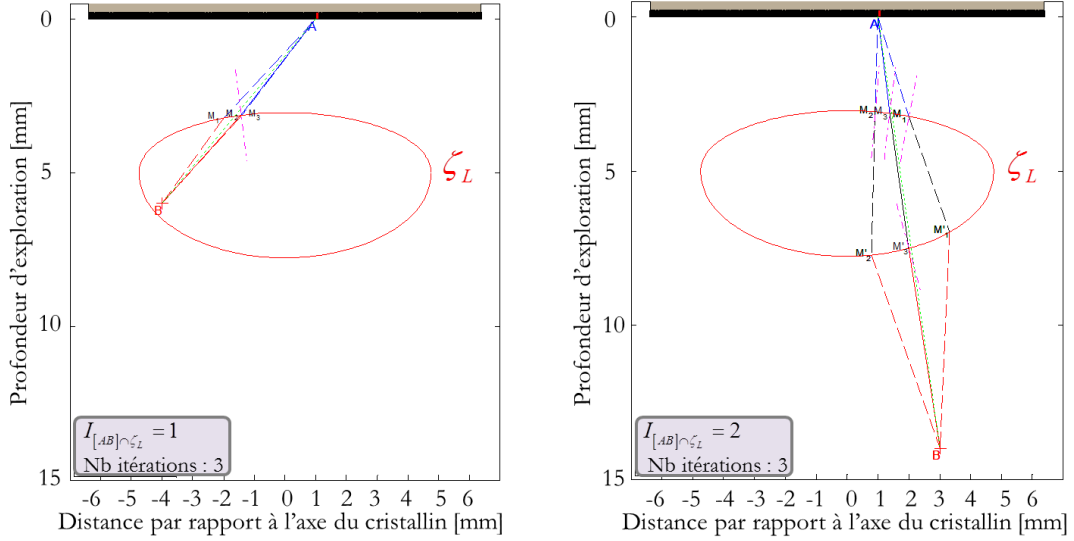
##### Dérivée première de $TOF_{AB}$ lorsque $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1$

Lorsqu'un seul arc du cristallin est intercepté,  $TOF'_{AB}$  correspond à la dérivée première de l'équation 4.5 par rapport à la variable  $x$  :

$$TOF'_{AB}(x) = \frac{1}{c_A} \cdot \frac{d \|\overrightarrow{AM}(x)\|}{dx} + \frac{1}{c_B} \cdot \frac{d \|\overrightarrow{MB}(x)\|}{dx} \text{ avec } \begin{cases} c_A = c_H \text{ et } c_B = c_L \text{ si } B \subset \xi_L \\ c_A = c_L \text{ et } c_B = c_H \text{ sinon} \end{cases} \quad (4.19)$$

Les dérivées premières des deux segments  $[AM]$  et  $[MB]$  sont alors définies respectivement par les équations 4.21 et 4.22 suivantes.

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES (A; B) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN



(a) Chemin  $\widehat{AB}$  interceptant une fois le cristallin. (b) Chemin  $\widehat{AB}$  interceptant deux fois le cristallin.

FIGURE 4.6 – Représentation du processus de convergence à l'aide de la méthode de Newton-Raphson dans les deux cas où elle est mobilisée, pour une initialisation en  $M_1$  quelconque. Les valeurs des célérités US, choisies dans cet exemple, au sein du cristallin et des humeurs sont respectivement  $c_L = 1645$  m/s et  $c_H = 1532$  m/s. Les normales (trait pointillé magenta) ne sont représentées aux points d'intersection des chemins avec  $\zeta_L$  que lorsque la loi de Snell-Descartes y est vérifiée.

$$\frac{d \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx} = \frac{x - x_A - \xi'_{arc}(x)(z_A - \xi_{arc}(x))}{\|\overrightarrow{AM(x)}\|} \quad (4.20)$$

$$(4.21)$$

$$\frac{d \|\overrightarrow{M(x)\hat{B}}\|}{dx} = \frac{x - x_B - \xi'_{arc}(x)(z_B - \xi_{arc}(x))}{\|\overrightarrow{M(x)\hat{B}}\|} \quad (4.22)$$

#### Dérivée première de $TOF_{AB}$ lorsque $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$

Lorsque les deux arcs du cristallin sont interceptés,  $TOF'_{AB}$  correspond à la dérivée première de l'équation 4.6 par rapport à la variable  $x$  :

$$TOF'_{AB}(x) = \frac{1}{c_H} \cdot \frac{d \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx} + \frac{1}{c_L} \cdot \frac{d \|\overrightarrow{M(x)M'(x)}\|}{dx} + \frac{1}{c_H} \cdot \frac{d \|\overrightarrow{M'(x)\hat{B}}\|}{dx} \quad (4.23)$$

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

Les dérivées premières des trois segments  $[AM]$ ,  $[MM']$  et  $[M'B]$  par rapport à la variable  $x$  sont alors définies respectivement par les équations 4.25, 4.26 et 4.26.

$$\frac{d \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx} = \frac{1}{\|\overrightarrow{AM(x)}\|} \cdot \left[ x - x_A - \xi'_{arc1}(x)(z_A - \xi_{arc1}(x)) \right] \quad (4.24)$$

$$\frac{d \|\overrightarrow{M(x)M'(x)}\|}{dx} = \frac{1}{\|\overrightarrow{M(x)M'(x)}\|} \cdot \left[ (x - f(x))(1 - f'(x)) + \dots \right. \\ \left. \left( \xi_{arc1}(x) - \xi_{arc2}(f(x)) \right) \left( \xi'_{arc1}(x) - f'(x) \cdot \xi'_{arc2}(f(x)) \right) \right] \quad (4.25)$$

$$\frac{d \|\overrightarrow{M'(x)B}\|}{dx} = \frac{1}{\|\overrightarrow{M'(x)B}\|} \cdot \left[ (f(x) - x_B)f'(x) + \dots \right. \\ \left. \xi'_{arc2}(f(x)) \cdot f'(x) \left( \xi_{arc2}(f(x)) - z_B \right) \right] \quad (4.26)$$

La dérivée première de l'abscisse du point  $M'$ ,  $f(x)$ , s'exprime analytiquement Eq. 4.27 :

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_M(x) = 0 \\ \frac{-B'_r - \varepsilon \frac{\Delta'_r}{2\sqrt{\Delta_r}}}{A} + A' \cdot \frac{B_r + \varepsilon \sqrt{\Delta_r}}{A^2} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.27)$$

où  $A'$ ,  $B'_r$ ,  $C'$  et  $\Delta'_r$  sont les dérivées respectives de  $A$ ,  $B_r$ ,  $C$  et  $\Delta_r = B_r^2 - AC$  par rapport à  $x$  (cf Annexes).

##### 4.1.3.2 Expression analytique de la dérivée seconde de $TOF_{AB}$

**Dérivée seconde de  $TOF_{AB}$  lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1$**

Lorsqu'un seul arc du cristallin est intercepté,  $TOF''_{AB}$  correspond à la dérivée seconde de l'équation 4.5 par rapport à la variable  $x$  :

$$TOF''_{AB}(x) = \frac{1}{c_A} \cdot \frac{d^2 \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx^2} + \frac{1}{c_B} \cdot \frac{d^2 \|\overrightarrow{M(x)B}\|}{dx^2} \quad (4.28)$$

Les dérivées secondes des deux segments  $[AM]$  et  $[MB]$  par rapport à la variable  $x$  sont alors définies respectivement par les équations 4.30 et 4.30.

4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

$$\frac{d^2 \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx^2} = \frac{1}{\|\overrightarrow{AM(x)}\|} \cdot \left[ 1 + \xi_{arc}^{\prime 2}(x) + (\xi_{arc}(x) - z_A) \xi_{arc}''(x) - \dots \left( \frac{d \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx} \right)^2 \right] \quad (4.29)$$

$$\frac{d^2 \|\overrightarrow{M(x)\hat{B}}\|}{dx^2} = \frac{1}{\|\overrightarrow{M(x)\hat{B}}\|} \cdot \left[ 1 + \xi_{arc}^{\prime 2}(x) + (\xi_{arc}(x) - z_B) \xi_{arc}''(x) - \dots \left( \frac{d \|\overrightarrow{M(x)\hat{B}}\|}{dx} \right)^2 \right] \quad (4.30)$$

**Dérivée seconde de  $TOF_{AB}$  lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$**

Lorsque les deux arcs du cristallin sont interceptés,  $TOF_{AB}''$  correspond à la dérivée seconde de l'équation 4.6 par rapport à la variable  $x$  :

$$TOF_{AB}''(x) = \frac{1}{c_H} \cdot \frac{d^2 \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx^2} + \frac{1}{c_L} \cdot \frac{d^2 \|\overrightarrow{M(x)M'(x)}\|}{dx^2} + \frac{1}{c_H} \cdot \frac{d^2 \|\overrightarrow{M'(x)\hat{B}}\|}{dx^2} \quad (4.31)$$

Les dérivées secondes des trois segments  $[AM]$ ,  $[MM']$  et  $[M'B]$  par rapport à la variable  $x$  sont alors définies respectivement par les équations 4.33, 4.34 et 4.34.

$$\frac{d^2 \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx^2} = \frac{1}{\|\overrightarrow{AM(x)}\|} \cdot \left[ 1 + \xi_{arc_1}^{\prime 2}(x) + (\xi_{arc_1}(x) - z_A) \xi_{arc_1}''(x) - \left( \frac{d \|\overrightarrow{AM(x)}\|}{dx} \right)^2 \right] \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \|\overrightarrow{M(x)M'(x)}\|}{dx^2} &= \frac{1}{\|\overrightarrow{M(x)M'(x)}\|} \cdot \left[ f''(x) (f(x) - x) + \left( f'(x) \xi_{arc_2}'(f(x)) \right)^2 + \dots \right. \\ &\quad \left( \xi_{arc_1}(x) - \xi_{arc_2}(f(x)) \right) \left( \xi_{arc_1}'(x) - f'^2(x) \xi_{arc_2}''(f(x)) - f''(x) \xi_{arc_2}'(f(x)) \right) + \dots \\ &\quad \left. \left( \xi_{arc_1}'(x) - f'(x) \xi_{arc_2}'(f(x)) \right)^2 - \left( \frac{d \|\overrightarrow{MM'(x)}\|}{dx} \right)^2 \right] \quad (4.33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \|\overrightarrow{M(x)\hat{B}}\|}{dx^2} &= \frac{1}{\|\overrightarrow{M'(x)\hat{B}}\|} \cdot \left[ f'^2(x) + f''(x) (f(x) - x_B) + \left( f'(x) \xi_{arc_2}'(f(x)) \right)^2 + \dots \right. \\ &\quad \left( \xi_{arc_2}(f(x)) - z_B \right) \left( f''(x) \xi_{arc_2}'(f(x)) + f'^2(x) \xi_{arc_2}''(f(x)) \right) - \dots \\ &\quad \left. \left( \frac{d \|\overrightarrow{M'(x)\hat{B}}\|}{dx} \right)^2 \right] \quad (4.34) \end{aligned}$$

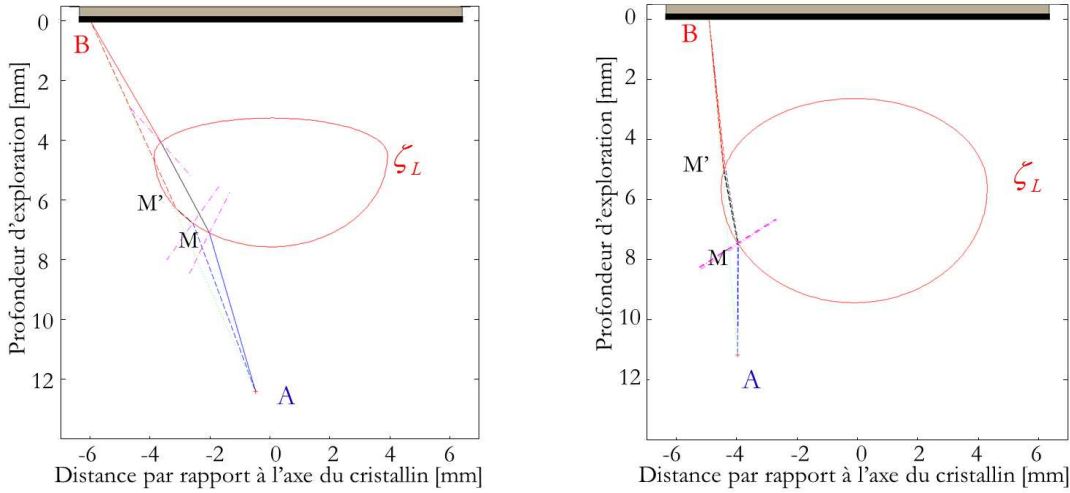
#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES (A; B) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

La dérivée seconde de l'abscisse du point  $M'$ ,  $f(x)$ , s'exprime analytiquement par l'équation 4.35 :

$$f''(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta_M = 0 \\ \frac{A''(B_r - \varepsilon\sqrt{\Delta_r})}{A^2} - \frac{B_r'' - \varepsilon\left(2\Delta_r''\sqrt{\Delta_r} - \frac{\Delta_r'^2}{2\sqrt{\Delta_r}}\right)}{4\Delta_r} + 2A'f'(x)}{A} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.35)$$

##### 4.1.3.3 Conditionnement pour garantir la convergence

Devant la diversité des chemins  $\widehat{AB}$  à déterminer lors d'une reconstruction d'image US - basée sur notre technique de lancer de rayon pour la correction des aberrations cristalliniennes - il apparaît essentiel de définir des critères objectifs afin de se prémunir d'éventuels phénomènes de divergence ou de convergence vers des extremums locaux. Chaque itération doit ainsi respecter certaines conditions physiques, sous peine d'entraîner une réinitialisation de l'itération  $x_n$  au sein de l'intervalle  $[x_{inf}; x_{sup}]$ .



(a) Non respect de  $C_{\varphi,2}$  par le chemin en pointillé ( $\overline{C_{\varphi,2}}$ ) : Le segment issu de  $M'$  intercepte une seconde fois  $\zeta_L$ .

(b) Convergence vers un extremum local de  $TOF_{AB}$  ( $C_{CV,1} \wedge \overline{C_{CV,2}}$ ) :  $C_{CV,1}$  est vérifiée mais pas  $C_{CV,2}$  à l'issue du processus itératif *i.e.* la loi de Snell n'est pas satisfaite au point  $M'$ .

FIGURE 4.7 – Illustration de configurations géométriques pouvant conduire à la divergence de la méthode de Newton-Raphson (4.7(a)) ou à sa convergence vers un extremum local (4.7(b)) en l'absence respectivement de la condition physique  $C_{\varphi,2}$ , et de l'emploi de la condition  $C_{CV,2}$  en supplément de la condition  $C_{CV,1}$  pour considérer que la solution  $x^*$  est atteinte.

##### Conditions physiques sur chaque itération

Le rayon incident le contour  $\zeta_L$  en  $M(x_n)$  ne peut dépasser l'angle critique  $\theta_M$ , aussi chaque itération doit être comprise dans l'intervalle que cet angle définit (Eq. 4.36) :



4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

$$\mathbf{C}_{\varphi,1} : |\theta_i(x_n)| \leq \theta_{lim} \text{ avec } \theta_{lim} = \arcsin\left(\frac{1}{\mu}\right) \quad (4.36)$$

De plus, lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ , une condition supplémentaire (Eq. 4.37) est appliquée à  $x_n$  pour s'assurer que le segment  $[M'(x_n)B]$  n'a pas d'autre point commun avec le contour  $\zeta_L$  que le point  $M'(x_n)$ . Il existe en effet certaines valeurs de  $x$  (points  $M(x)$ ) pour lesquelles le segment  $[M'(x_n)B]$  intersecte deux fois  $\zeta_L$  comme l'illustre la figure 4.7(a).

$$\mathbf{C}_{\varphi,2} : \text{card}([M'(x_n)B] \cap \zeta_L) = 1 \text{ lorsque } I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2 \quad (4.37)$$

### Conditions d'arrêt

En général, le critère d'arrêt de la méthode de Newton-Raphson s'applique soit à la variable  $x$  (e.g.  $|x_{n+1} - x_n| \leq \epsilon_x$ ) soit à la fonction dont on cherche le zéro (e.g.  $|TOF'(x_n)| \leq \epsilon_t$ ). Dans le cas qui nous occupe, nous avons choisi d'appliquer le critère d'arrêt à la fonction  $TOF_{AB}$ , de façon à s'assurer que sa valeur à l'itération  $n$  dispose d'une précision temporelle suffisante pour éviter tout phénomène d'interférence destructive lors du processus de formation de voies. Ainsi, la première condition  $\mathbf{C}_{CV,1}$  à vérifier pour arrêter le processus d'itération impose une précision temporelle telle que l'aberration provoquée par la traversée du cristallin ne puisse conduire deux voies adjacentes (éléments voisins) à un déphasage supérieur au quart de la durée pour parcourir une longueur d'onde *i.e.* elle doit être inférieure au huitième de cette durée (Eq. 4.38).

$$\mathbf{C}_{CV,1} : \left| TOF_{AB}(x_n) - TOF_{AB}(x_{n-1}) \right| \leq \frac{1}{8f_c} \quad (4.38)$$

où  $f_c$  est la fréquence centrale de la sonde US utilisée. A 20 MHz,  $\mathbf{C}_{CV,1}$  impose donc une précision temporelle inférieure ou égale à 5 ns sur  $TOF_{AB}$ .

A ce premier critère d'arrêt classique,  $\mathbf{C}_{CV,1}$ , s'ajoute une deuxième condition  $\mathbf{C}_{CV,2}$  vérifiant que la loi de Snell-Descartes - et donc le principe de Fermat - est bien respectée par le parcours  $\widehat{AB}$  à l'interface avec le contour  $\zeta_L$ , à l'issue du processus itératif (Eq. 4.39). Cette condition s'applique donc au point  $M(x_n)$  lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1$  et au point  $M'(x_n)$  lorsque  $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ .  $\mathbf{C}_{CV,2}$  permet de se prémunir d'une convergence vers un extremum local (voir Fig. 4.7(b)).

$$\mathbf{C}_{CV,2} : Err_{ang}(x_n) \leq \epsilon_{ang} \quad (4.39)$$

où  $Err_{ang}$  est l'erreur angulaire formulée par Eq. 4.40 *i.e.* la valeur absolue de la différence entre  $\theta_{CV}$  (l'angle défini par le rayon final joignant le point libre  $M(x_n)$  ( $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1$ ) ou  $M'(x_n)$  ( $I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2$ ) au point B (Eq. 4.41)), avec  $\theta_{Snell}$  (l'angle théorique du rayon émergent depuis ce point libre, lorsqu'on applique la loi de Snell-Descartes au rayon incident (Eq. 4.42)).  $\epsilon_{ang}$  est la tolérance sur cette erreur angulaire.

$$Err_{ang}(x_n) = \left| \theta_{Snell}(x_n) - \theta_{CV}(x_n) \right| \quad (4.40)$$

$$\theta_{Snell}(x_n) = \begin{cases} \arcsin(\mu \sin(\theta_A(x_n) - \theta_{arc}(x_n))) & \text{si } I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1 \\ \arcsin(\mu \sin(\theta_M(x_n) - \theta_{arc2}(x_n))) & \text{si } I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2 \end{cases} \quad (4.41)$$

4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES  $(A; B)$  INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

---

$$\theta_{CV}(x_n) = \begin{cases} \theta_M(x_n) - \theta_{arc}(x_n) & \text{si } I_{[AB] \cap \zeta_L} = 1 \\ \theta_{M'}(x_n) - \theta_{arc_2}(x_n) & \text{si } I_{[AB] \cap \zeta_L} = 2 \end{cases} \quad (4.42)$$

où  $\theta_{arc_2}$  correspond, de façon analogue à  $\theta_{arc_1}$ , à l'angle formé par la tangente à  $arc_2$  en  $M'(x)$  avec l'axe  $x$  :

$$\theta_{arc_2}(x) = -\arctan\left(\xi'_{arc_2}(f(x))\right) \quad (4.43)$$

où  $\xi'_{arc_2}(f(x))$  est la valeur de la dérivée première de  $\xi_{arc_2}$  en  $f(x)$ .

Ainsi, on considère que la solution  $x^*$  a bien été atteinte lorsque  $\mathbf{C}_{CV,1}$  et  $\mathbf{C}_{CV,2}$  sont vérifiées.

#### 4.1.3.4 Réinitialisation et calcul des bornes de l'intervalle de recherche $[x_{inf}; x_{sup}]$

Lorsque la méthode de Newton-Raphson converge vers un extremum local ( $\mathbf{C}_{CV,1} \wedge \overline{\mathbf{C}_{CV,2}}$ ) ou ne respecte pas une des conditions physiques définie par 4.36 et 4.37,  $x_n$  est réinitialisé au sein de l'intervalle  $[x_{inf}; x_{sup}]$  qui encadre la solution  $x^*$ . Cet intervalle permet de guider la réinitialisation, ce qui s'avère particulièrement utile dans certaines configurations géométriques pour lesquelles la méthode s'avère instable et ne converge vers  $x^*$  que sur un intervalle restreint *i.e.* l'un des point de couple  $(A; B)$  est voisin du contour du cristallin  $\zeta_L$  (voir Fig. 4.8).

La détermination des bornes inférieure,  $x_{inf}$ , et supérieure,  $x_{sup}$ , de cet intervalle commence dans un premier temps par la recherche des abscisses  $x_{lim_{inf}}$  et  $x_{lim_{sup}}$  des éventuels points  $M$  (deux points au maximum) pour lesquels l'angle incident du rayon initial  $[AM]$  avec l'arc  $arc_1$  est égal à l'angle limite (ou angle critique). Il ne peut y avoir en effet de solution physique en dehors de l'intervalle que définissent ces deux points. Avant de procéder au calcul des abscisses limites, il faut s'assurer qu'elles existent, c'est à dire que  $|\theta_i(x_{min})| > \theta_{lim}$  et  $|\theta_i(x_{max})| > \theta_{lim}$ , où  $x_{min}$  et  $x_{max}$  sont respectivement les bornes inférieure et supérieure de l'espace de définition du contour du cristallin  $\mathcal{D}_{f,\xi_L} = [x_{min}; x_{max}]$ . Rappelons que les angles sont définis avec des valeurs algébriques.

Lorsqu'elles existent la détermination des abscisses limites  $x_{lim_{inf}}$  et  $x_{lim_{sup}}$  s'effectue en recherchant les deux solutions  $x$  tel que  $|\theta_i(x)| = \theta_{lim}$  soit  $|\theta_A(x) - \theta_{arc_1}(x)| = \theta_{lim}$ , c'est à dire résoudre, pour  $x$  différent de  $x_A$  et  $x_L$ , l'équation suivante :

$$\left| \arctan\left(\frac{x - x_A}{\xi_{arc_1}(x) - z_A}\right) + \arctan\left(\xi'_{arc_1}(x)\right) \right| = \theta_{lim} \quad (4.44)$$

La résolution de cette équation n'étant pas triviale, la détermination de  $x_{lim_{inf}}$  et  $x_{lim_{sup}}$  s'effectue en appliquant deux méthodes de convergence : d'abord la méthode du simplexe telle que définie par Lagarias *et al.* [Lagarias *et al.*, 1998] pour déterminer  $x_{\theta_0}$ , le minimum de  $|\theta_i(x)|$  pour  $x \in \mathcal{D}_{f,\xi_L}$  (*i.e.* l'angle incident est nul), puis la méthode de Dekker pour trouver le zéro de  $|\theta_i(x) - \theta_{lim}|$  sur  $x \in [x_{min}; x_{\theta_0}]$  puis sur  $x \in [x_{\theta_0}; x_{max}]$  donnant respectivement - lorsqu'elles existent - les deux abscisses  $x_{lim_{inf}}$  et  $x_{lim_{sup}}$  pour lesquelles l'angle incident en  $M$  est égal à l'angle critique  $\theta_{lim}$ . La détermination de  $x_{\theta_0}$  permet de définir les deux intervalles sur lesquels la fonction  $\theta_i$  est monotone ce qui assure

#### 4.1. PRINCIPE DE FERMAT ET LANCER DE RAYON POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPS DE VOL ENTRE DEUX POINTS ARBITRAIRES ( $A; B$ ) INTERCEPTANT POTENTIELLEMENT LE CRISTALLIN

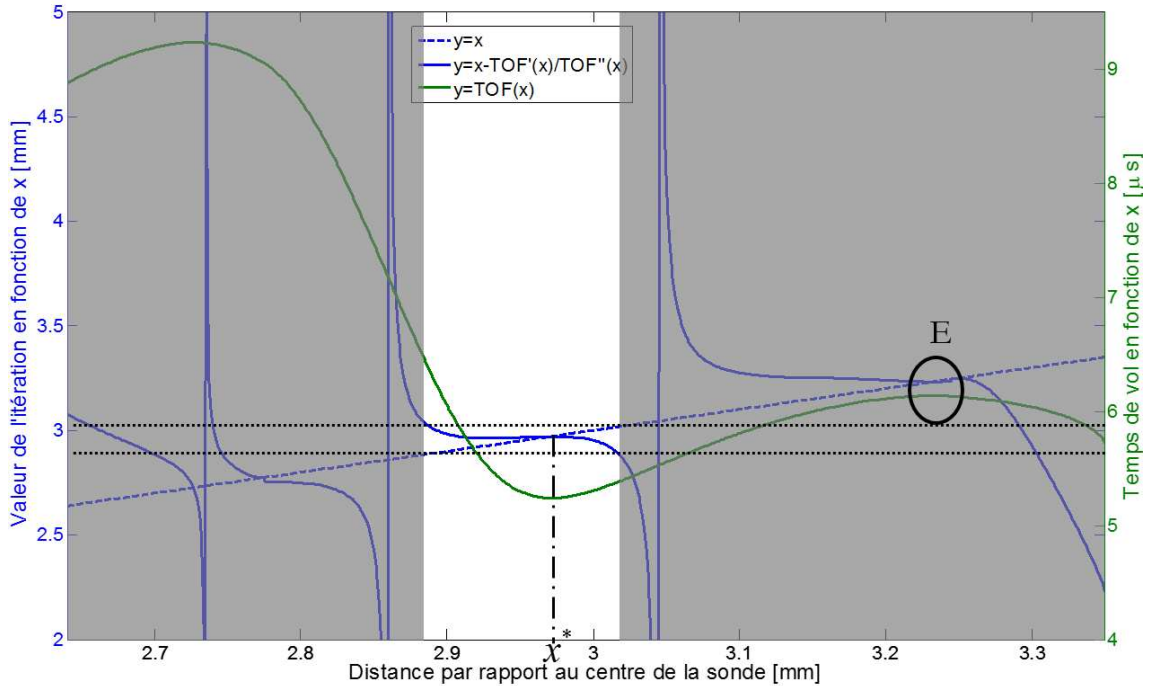


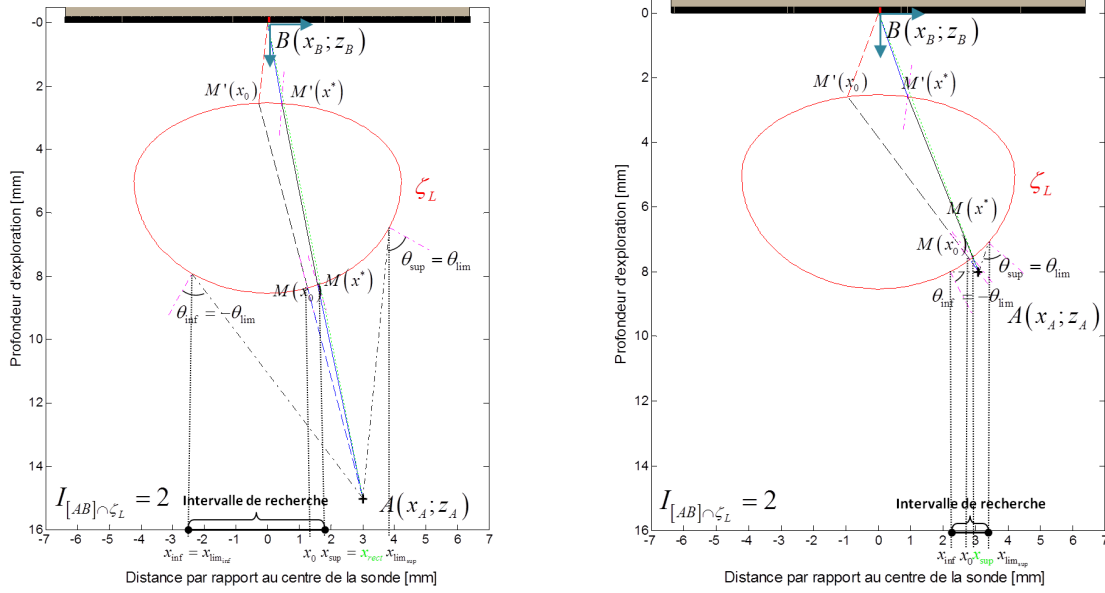
FIGURE 4.8 – Configuration géométrique pour laquelle l'intervalle de convergence de la méthode de newton-Raphson est restreint. On peut observer dans la zone de divergence en gris, le point E, un extremum (maximum) local de  $TOF_{AB}$  vers lequel la méthode est susceptible de converger. Cet exemple est propre aux cas géométriques "instables", caractérisés par la présence d'un point du chemin  $\widehat{AB}$  voisin du contour  $\zeta_L$ . L'exemple choisi est celui de la figure 4.9(b) ; il témoigne de l'importance de définir un intervalle de recherche  $[x_{inf}; x_{sup}]$  pertinent autour de  $x^*$  pour offrir une réinitialisation comprise dans l'intervalle de convergence. La solution  $x^*$  est ici voisine de  $x_{rect} = 2.98$  mm

la convergence de la méthode de Dekker vers  $x_{lim_{inf}}$  sur le premier intervalle et vers  $x_{lim_{sup}}$  sur le second.

A l'issue de ces calculs, nous disposons d'un intervalle  $[x_{lim_{inf}}; x_{lim_{sup}}]$  comprenant la solution  $x^*$  et l'encadrant parfois de façon très rapprochée (voir Fig. 4.9(b)). On peut cependant définir un intervalle de recherche de  $x^*$  encore restreint, en se basant sur le fait que le chemin réfracté final traversera une portion plus importante du cristallin que le faisceau non réfracté. Aussi, si l'abscisse du rayon non réfracté au point  $M$ ,  $x_{rect}$ , appartient à l'intervalle  $[x_{lim_{inf}}; x_{lim_{sup}}]$ , on définira les bornes  $x_{inf}$  et  $x_{sup}$  comme suit : si  $\text{sign}(\theta_i(x_{rect})) > 0$  alors  $x_{inf} = x_{rect}$  et  $x_{sup} = x_{lim_{sup}}$ , sinon  $x_{inf} = x_{lim_{inf}}$  et  $x_{sup} = x_{rect}$ .

Notons que le calcul de ces bornes est effectué uniquement lorsqu'une réinitialisation s'avère nécessaire, afin de ne pas alourdir le temps de calcul lors du processus de reconstruction décrit ci-après. En plus de restreindre l'intervalle de recherche autour de  $x^*$ , en particulier quand le point de départ se situe dans le voisinage de  $\zeta_L$  (voir Fig. 4.9(b)), ces bornes servent de base pour définir la valeur de la réinitialisation. En effet, lorsque la méthode de Newton-Raphson a divergé, on attribue à la première réinitialisation la valeur de la borne qui est *a priori* la plus proche de la solution  $x^*$ , c'est à dire, celle qui est la plus proche de la solution en l'absence de réfraction  $x_{rect}$ . Les réinitialisations suivantes, si

## 4.2. IMPLÉMENTATION DE LA TECHNIQUE DE LANCER DE RAYON POUR LA CORRECTION DES ABERRATIONS CRISTALLINIENNES DANS LA RECONSTRUCTION D'IMAGE À L'AIDE D'UNE SONDE LINÉAIRE MULTI-ÉLÉMENTS



(a) Cas d'un point de départ  $A(3;15)$  éloigné du cristallin

(b) Cas d'un point de départ  $A(3.1;7.8)$  proche du cristallin.

FIGURE 4.9 – Illustration géométrique des bornes inférieure et supérieure définissant l'intervalle dans lequel on recherche la solution  $x^*$ . La détermination de ces bornes ne s'effectue qu'en cas de divergence ou de convergence vers un extremum local pour restreindre l'intervalle de recherche et guider la réinitialisation.

elles ont lieu, seront également définies depuis cette borne. En cas de convergence vers un extremum local  $x^*_{local}$ , l'intervalle de recherche est réduit de façon à exclure  $x^*_{local}$ .

## 4.2 Implémentation de la technique de lancer de rayon pour la correction des aberrations cristalliniennes dans la reconstruction d'image à l'aide d'une sonde linéaire multi-éléments

### 4.2.1 Détection du contour du cristallin

Comme évoqué en introduction, la technique de correction des aberrations de phase développée à partir du lancer de rayon de type bending ne fonctionne pas en aveugle. Par conséquent, la détection du contour du cristallin,  $\zeta_L$ , doit être opérée en premier lieu. Elle s'effectue à partir de quatre points particuliers, sélectionnés manuellement par l'utilisateur depuis une image en mode-B conventionnelle du cristallin, affichée au moyen d'une interface graphique développée à cet effet (voir Fig. 4.10). Cette interface fonctionne indifféremment avec les B-scans natifs de l'ECODERM (mode clinique de FPS=1Hz) ou avec les B-scans issus de reconstructions provenant des acquisitions du mode recherche. Il est avantageux de pouvoir effectuer la détection du contour  $\zeta_L$  directement depuis un B-scan natif car

## 4.2. IMPLÉMENTATION DE LA TECHNIQUE DE LANCER DE RAYON POUR LA CORRECTION DES ABERRATIONS CRISTALLINIENNES DANS LA RECONSTRUCTION D'IMAGE À L'AIDE D'UNE SONDE LINÉAIRE MULTI-ÉLÉMENTS

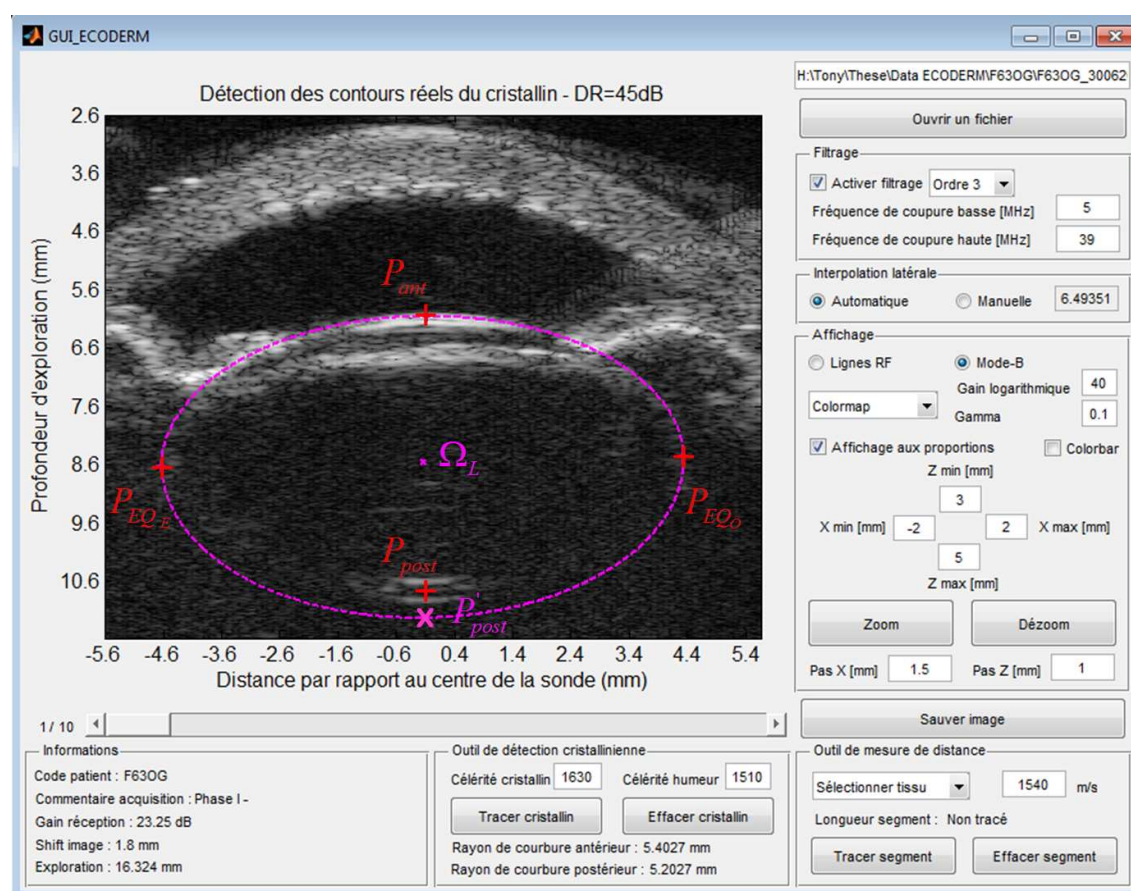


FIGURE 4.10 – Détection du contour du cristallin  $\zeta_L$  à partir des quatre points  $P_{ant}$ ,  $P_{post}$ ,  $P_{EQE}$  et  $P_{EQO}$  depuis une image en mode-B native de l'ECODERM (FPS= 1Hz) affichée au moyen d'une interface développée à cet effet. Une fois les quatre points placés manuellement par l'utilisateur, la profondeur réelle du pôle postérieur (point  $P'_{post}$ ) est obtenue pour les célérités  $c_H$  et  $c_L$  en appliquant Eq. 4.45. L'ellipsoïde définissant le contour  $zeta_L$  est ensuite obtenue en joignant les points  $P_{ant}$ ,  $P_{EQE}$  et  $P_{EQO}$  et  $P'_{post}$ .  $\Omega_L$  est le centre du contour  $\zeta_L$ .

## 4.2. IMPLÉMENTATION DE LA TECHNIQUE DE LANCER DE RAYON POUR LA CORRECTION DES ABERRATIONS CRISTALLINIENNES DANS LA RECONSTRUCTION D'IMAGE À L'AIDE D'UNE SONDE LINÉAIRE MULTI-ÉLÉMENTS

---

l'on peut alors réaliser une émission adaptée (voir sous-section 4.2.2 suivante) sans avoir à attendre l'acquisition des lignes RF via le mode recherche, celle-ci pouvant s'avérer longue (cf. chapitre 3).

Parmi les quatre points requis pour la détection de  $\zeta_L$ , deux sont situés dans l'axe du cristallin, l'un appartenant au pôle antérieur  $P_{ant}(x_{ant}; z_{ant})$  et l'autre au pôle postérieur  $P_{post}(x_{post}; z_{post})$ . Enfin, les deux autres points se situent au niveau de l'équateur, à l'intersection entre les deux segments, l'un à l'est  $P_{EQ_E}$  et l'autre à l'ouest  $P_{EQ_O}$ . Étant donné que les ondes US longitudinales se propagent plus rapidement dans le cristallin que dans le milieu environnant qui détermine la célérité du système d'imagerie, son segment postérieur apparaît déformé sur le B-scan conventionnel *i.e.* moins courbé et à une profondeur moindre par rapport à sa géométrie réelle. Ainsi, le point situé sur le pôle postérieur nous apparaît plus rapproché de la sonde qu'il ne l'est en réalité. Dans l'hypothèse où la normale de la sonde et l'axe du cristallin sont colinéaires ( $x_{ant} = x_{post} = x_L$ ), la réfraction est par conséquent négligeable et la profondeur exacte  $z'_{post}$  du pôle postérieur s'obtient de l'équation 4.45.

$$z'_{post} = z_{ant} + \frac{c_L}{c_H}(z_{post} - z_{ant}) \quad (4.45)$$

où  $c_L$  est la célérité US dans le cristallin, et peut être connue à priori ou issue d'une mesure (cf. [van der Heijde et Weber, 1989a]), et  $c_H$  est la célérité US au sein de l'humeur aqueuse et du vitré.

Enfin, les deux arcs d'ellipses  $\xi_{ant}$  et  $\xi_{post}$  formant le contour du cristallin  $\zeta_L$  sont obtenus en joignant les deux points équatoriaux  $P_{EQ_E}$  et  $P_{EQ_O}$  avec le pôle antérieur  $P_{ant}$  d'une part, et avec le pôle postérieur rectifié  $P'_{post}(x_{post}; z'_{post})$ , d'autre part.

Le centre  $\Omega_L$  de l'ellipsoïde, ainsi définie, est déterminé comme centre des deux points équatoriaux  $P_{EQ_E}$  et  $P_{EQ_O}$ .

### 4.2.2 Émission focalisée adaptée

Une fois la géométrie et la position relative du cristallin identifiés, il est alors possible d'employer, pour un couple de célérité  $c_H$  et  $c_L$ , notre technique de lancer de rayon de type bending pour calculer les délais à appliquer à chaque élément actif pour un point focal  $\Omega_f(x_f; z_f)$  donné.

Ainsi, pour chaque tir du balayage linéaire effectué avec la barrette, une émission adaptée pour focaliser en  $\Omega_f$  en compensant les aberrations cristalliniennes est réalisée en appliquant à chaque élément émetteur le délai défini par Eq. 4.46.

$$\tau_{elem}(k) = \left| TOF_{E(k)\Omega_f} - \max_{k \in A_E} (TOF_{E(k)\Omega_f}) \right| \quad (4.46)$$

où le point  $E(k)$  correspond au centre géométrique du  $k^{\text{ème}}$  élément émetteur de l'ouverture émettrice  $A_E$ . Lorsque l'axe de la sonde et du cristallin sont colinéaires et que le balayage est linéaire, l'abscisse du point  $E(k)$  est identique à celle de  $\Omega_f$ .

Un exemple de délais adaptés en émission pour une ouverture  $A_E$  de 24 éléments et 105 tirs est donné figure 4.11, lorsque l'on considère un cristallin homogène ( $c_L=1645$  m/s) positionné dans l'axe de la sonde et adoptant la géométrie de la forme non accommodée décrite dans le chapitre suivant.

## 4.2. IMPLÉMENTATION DE LA TECHNIQUE DE LANCER DE RAYON POUR LA CORRECTION DES ABERRATIONS CRISTALLINIENNES DANS LA RECONSTRUCTION D'IMAGE À L'AIDE D'UNE SONDE LINÉAIRE MULTI-ÉLÉMENTS

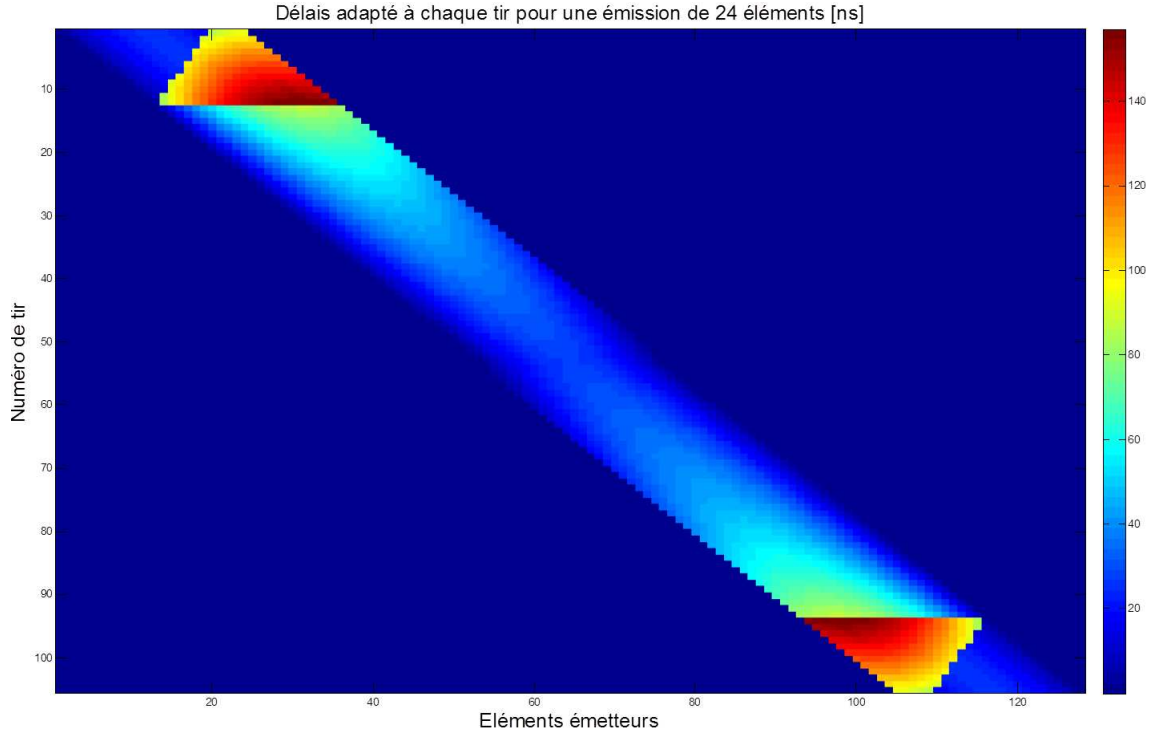


FIGURE 4.11 – Matrice d’émission montrant les délais adaptés, compensant à chaque tir les aberrations de phase cristalliniennes, pour focaliser en  $\Omega_f$  de profondeur  $z_f = 17$  mm avec une ouverture  $A_E$  de 24 éléments. La géométrie du contour  $\zeta_L$  choisie correspond à celle du cristallin non accommodé décrit dans le chapitre suivant. Les célérités US pour  $c_H$  et  $c_L$  sont respectivement de 1532 m/s et 1645 m/s. Les délais les plus importants sont atteints pour les tirs initiaux et finaux, lorsque le faisceau émis est amené à traverser simultanément le cristallin et les humeurs qui l’environnent avant d’atteindre  $\Omega_f$ .

La figure 4.12 suivante montre pour cinq tirs notables (premier, central, dernier et deux intermédiaires) les profils des retards appliqués aux éléments émetteurs, en comparaison une loi de retard parabolique conventionnelle (focalisation pour  $c_H = 1532$  m/s).

### 4.2.3 Focalisation adaptée en réception

La formation de voie pour reconstruire un point  $\Omega_f(x_f; z_f)$  de l’image en mode-B avec une focalisation adaptée en réception, s’effectue depuis les données RF acquises par la barrette US, en appliquant la sommation suivante (Eq. 4.47) :

$$S_{BF}(\Omega_f) = \sum_{k \in A_R} a_k \times S_{RF_{x_f, k}} \left( TOF_{E\Omega_f} + TOF_{R(k)\Omega_f} \right) \quad (4.47)$$

avec  $a_k$  le coefficient d’apodisation,  $S_{RF_{x_f, k}}$  la ligne RF brute reçue par l’élément  $k$  de l’ouverture réceptrice  $A_R$ , lors de l’émission de centre  $x_f$ ,  $TOF_{E\Omega_f}$  le temps que met l’onde US émise pour atteindre le point à reconstruire  $\Omega_f$  et  $TOF_{R(k)\Omega_f}$  le temps de retour de l’onde vers l’élément récepteur  $k$ , de centre géométrique  $R(k)$ .

## 4.2. IMPLÉMENTATION DE LA TECHNIQUE DE LANCER DE RAYON POUR LA CORRECTION DES ABERRATIONS CRISTALLINIENNES DANS LA RECONSTRUCTION D'IMAGE À L'AIDE D'UNE SONDE LINÉAIRE MULTI-ÉLÉMENTS

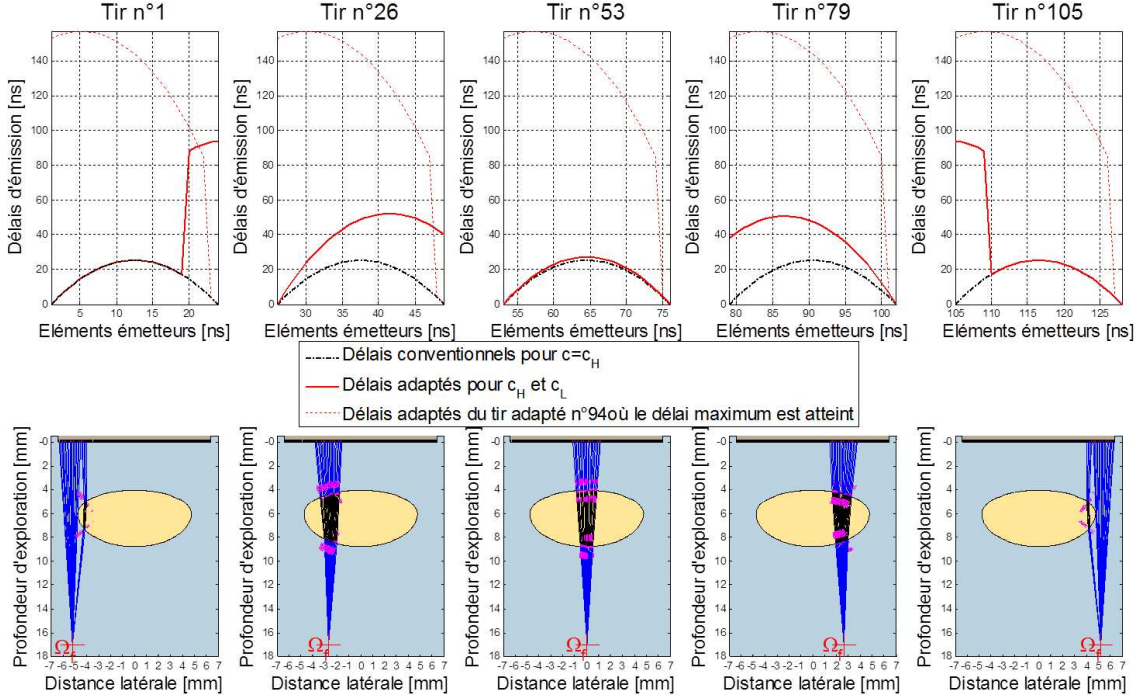


FIGURE 4.12 – Profils des délais adaptés (trait continu rouge) pour différents tirs, présentés sur la figure précédente (Fig. 4.11) accompagnés de l'illustration du lancer de rayon auquel ils correspondent. Les délais issus d'une loi de retard conventionnelle en milieu homogène ( $c_H$ ) sont représentés pour permettre la comparaison (trait pointillé noir). Le point focal  $\Omega_f$  est situé à 17 mm.

Le point E correspond ici au centre géométrique de l'ouverture émettrice  $A_E$  lorsque celle-ci génère un faisceau US qui n'est pas amenée à traverser simultanément le cristallin et les humeurs pour atteindre le point à reconstruire  $\Omega_f$ . Dans le cas contraire, *i.e.* pour les points  $\Omega_f$  situés au delà de la périphérie du cristallin, le point E correspond au centre géométrique de la sous-ouverture émettrice apportant le plus d'énergie acoustique en ces points. En effet, le chapitre 2 nous a montré que les faisceaux US sont susceptibles de se diviser à la périphérie du cristallin sous l'effet de la réfraction [Buschmann *et al.*, 1971]. Dans pareils cas, l'énergie émise se répartie suivant deux faisceaux, l'un traversant le cristallin et l'autre non, chacun atteignant donc le point à reconstruire  $\Omega_f$  à un instant différent. On ne considère alors comme temps de propagation aller  $TOF_{E\Omega_f}$ , uniquement celui correspondant à la portion d'émission qui apporte le plus d'énergie en  $\Omega_f$ .

Ainsi, il s'avère nécessaire de déterminer les énergies acoustiques  $\mathcal{E}_L$  et  $\mathcal{E}_H$ , apportées respectivement en  $\Omega_f$ , par la portion de faisceau traversant le cristallin, et par celle qui ne se propage que dans les humeurs. Elles sont respectivement approximées, en négligeant les effets de diffraction, par les équations 4.48 et 4.49.

$$\mathcal{E}_H \propto \sum_{k \in A_{E,H}} \frac{(H_{element}(\theta_{E(k)}))^2}{\|\vec{E}(k)\Omega_f\|^2} \times e^{-2\|\vec{E}(k)\Omega_f\|(\alpha_H + j\frac{\pi}{\lambda_H})} \quad (4.48)$$

où  $\alpha_H$  est le coefficient d'atténuation dans les humeurs exprimé à la fréquence de travail



#### 4.2. IMPLÉMENTATION DE LA TECHNIQUE DE LANCER DE RAYON POUR LA CORRECTION DES ABERRATIONS CRISTALLINIENNES DANS LA RECONSTRUCTION D'IMAGE À L'AIDE D'UNE SONDE LINÉAIRE MULTI-ÉLÉMENTS

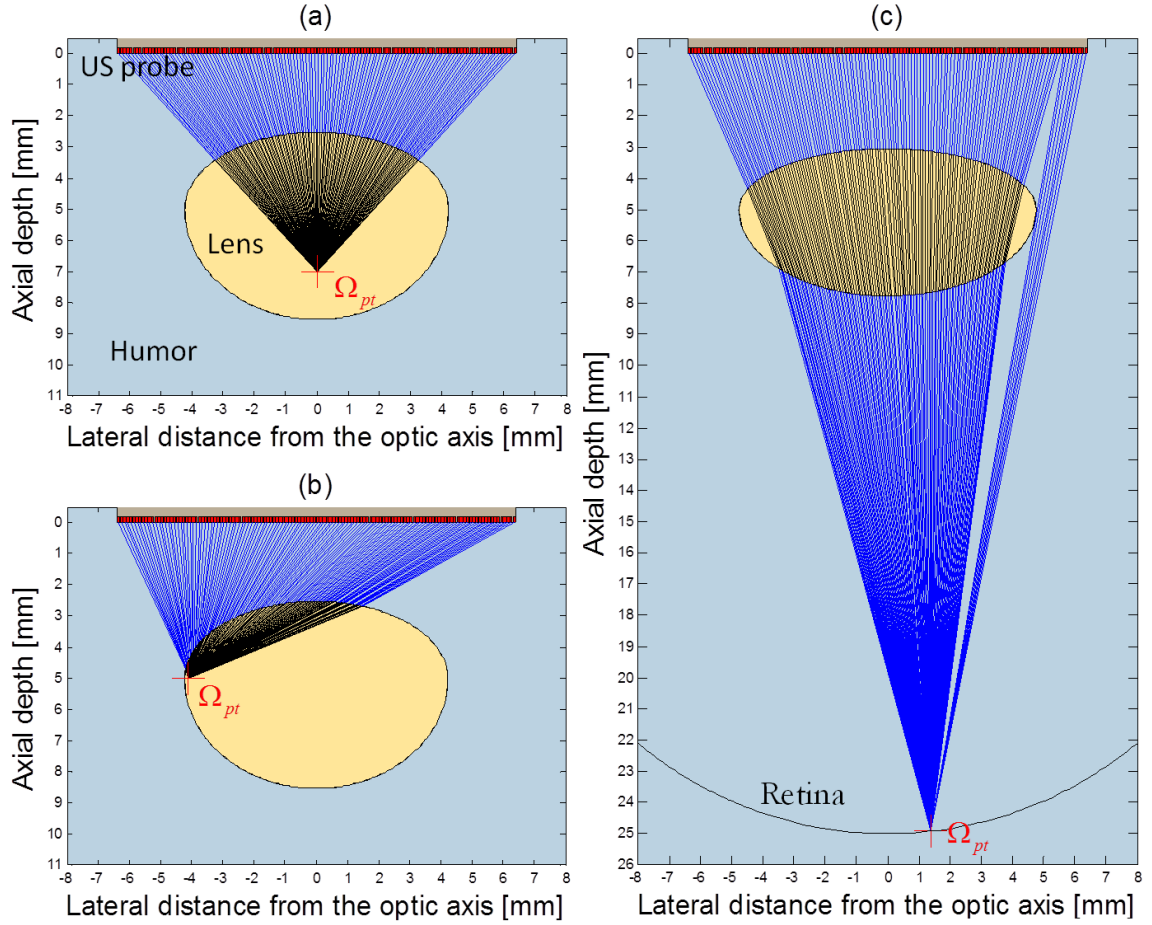


FIGURE 4.13 – Illustrations dépeignant l'influence de la position du point focal  $\Omega_f$  *i.e.* dans le cristallin, sur son axe (a) ou au voisinage de l'équateur (b), ou sur la rétine, au niveau de la fovéa (c), sur les chemins le reliant aux éléments de la barrette US. Les célérités choisies pour  $c_H$  et  $c_L$  sont respectivement de 1532 m/s et 1645 m/s.

(20 MHz) en Neper/m,  $H_{element}$  la fonction de directivité d'un élément de la barrette US (Eq. 3.16 du chapitre 3), et,  $\theta_E(k)$  l'angle de départ du  $k^{\text{ème}}$  élément émetteur de centre géométrique  $E(k)$ , appartenant à la sous-ouverture  $A_{E,H}$ , responsable de l'émission d'un front d'onde se propageant dans les humeurs uniquement.

où  $\theta$  est l'angle par rapport à la normale de la surface d'un élément de la barrette US et  $\lambda_H$  la longueur d'onde dans l'humeur aqueuse et le vitré.

$$\mathcal{E}_L \propto T_{H \rightarrow L} \times T_{L \rightarrow H} \sum_{k \in A_{E,L}} \frac{(H_{element}(\theta_{E(k)}))^2}{(L_H(k) + L_L(k))^2} \times e^{-2 \left( (\alpha_H + j \frac{\pi}{\lambda_H}) L_H(k) + (\alpha_L + j \frac{\pi}{\lambda_L}) L_L(k) \right)} \quad (4.49)$$

où  $L_L(k) = \left\| \overrightarrow{M(k)M'(k)} \right\|$  et  $L_H(k) = \left\| \overrightarrow{E(k)M(k)} \right\| + \left\| \overrightarrow{M'(k)\Omega_f} \right\|$  sont respectivement les distances parcourues dans le cristallin et dans les humeurs pour le chemin réfracté  $\overrightarrow{E(k)\Omega_f}$ .  $A_{E,L}$  est la sous-ouverture responsable d'un front d'onde traversant le cristallin,  $T_{H \rightarrow L}$  le

## 4.2. IMPLÉMENTATION DE LA TECHNIQUE DE LANCER DE RAYON POUR LA CORRECTION DES ABERRATIONS CRISTALLINIENNES DANS LA RECONSTRUCTION D'IMAGE À L'AIDE D'UNE SONDE LINÉAIRE MULTI-ÉLÉMENTS

---

coefficient de transmission acoustique énergétique à l'interface cristallin/humeur au point  $M$  (Eq. 4.50),  $T_{L \rightarrow H}$  est le coefficient de transmission acoustique énergétique à l'interface humeur/cristallin au point  $M'$  (Eq. 4.50) et  $\alpha_L$  le coefficient d'atténuation dans le cristallin exprimé à la fréquence de travail (20 MHz) en Neper/m. Précisons que les angles incidents aux points  $M$  et  $M'$  sont négligés dans le calcul des coefficients de transmission acoustique.

$$T_{H \rightarrow L} = \frac{4Z_H Z_L}{(Z_H + Z_L)^2} \quad (4.50)$$

Le calcul des énergies acoustiques  $\mathcal{E}_L$  et  $\mathcal{E}_H$  n'a lieu que lorsque le front d'onde émis par l'ouverture  $A_E$  a été amené à traverser simultanément le cristallin et les humeurs, avant d'atteindre le point  $\Omega_f$ , phénomène ne se produisant qu'au delà de la périphérie cristalliniennne. Dans une telle situation, le point E considéré sera alors le centre géométrique de la sous-ouverture  $A_{E,H}$  si  $\mathcal{E}_H > \mathcal{E}_L$  ou bien de la sous-ouverture  $A_{E,L}$  dans le cas contraire.

La formation de faisceau et de voies, basée sur la technique de lancer de rayon de type bending pour corriger les aberrations de phases issues du cristallin, a été baptisée **CLAIFbC** (crystalline lens aberration integral Fermat-based correction).

### 4.2.3.1 Optimisation de l'initialisation $x_0$

Dans les reconstructions utilisant CLAIFbC présentées dans la troisième partie de cette thèse, la focalisation en réception s'effectue de façon dynamique pour toutes les profondeurs échantillonnées (focalisation continue), c'est à dire tous les  $dz = c_H \times T_e/2$ , soit tous les moins de  $10 \mu m$ . Avec un tel échantillonnage axial, la solution  $x^*$  pour un chemin réfracté entre un élément particulier de la sonde et un point focal  $\Omega_f$  de profondeur  $Z_f$  sera très proche de celle existant pour ce même élément et un point focal de profondeur  $Z_f + dz$ . Ainsi, l'initialisation se fait avec, lorsqu'elle existe, la solution de la profondeur précédente pour un même élément considéré. Si elle n'existe pas, l'initialisation se fait avec  $x_{rect}$ , abscisse de la première intersection du segment  $[AB]$  avec le contour du cristallin  $\zeta_L$  (solution en l'absence de réfraction). D'une manière plus générale, l'initialisation doit se faire avec la solution de la configuration géométrique déjà calculée la plus proche du cas qui nous occupe. Notons que si l'axe du cristallin et de la sonde sont colinéaires, il existe alors une symétrie des solutions par rapport à l'axe du cristallin ; elles seront de signe opposé.

Les résultats typiques pour l'erreur angulaire  $Err_{ang}$ , la solution  $x^*$  et le nombre d'itérations lors de la reconstruction d'une portion de ligne échographique avec la technique CLAIFbC, sont reportés sur la figure 4.14. Dans l'exemple fournit, l'ouverture réceptrice est constituée de 88 éléments et reste constante avec la profondeur (choix arbitraire ne correspondant pas à l'utilisation en pratique). Les effets bénéfiques d'une initialisation optimisée y sont notables. La tolérance  $\epsilon_{ang}$ , sur l'erreur angulaire  $Err_{ang}$  a été fixée à  $0.5^\circ$ , de même que dans les reconstructions du chapitre 5 et 6.

## 4.2. IMPLÉMENTATION DE LA TECHNIQUE DE LANCER DE RAYON POUR LA CORRECTION DES ABERRATIONS CRISTALLINIENNES DANS LA RECONSTRUCTION D'IMAGE À L'AIDE D'UNE SONDE LINÉAIRE MULTI-ÉLÉMENTS

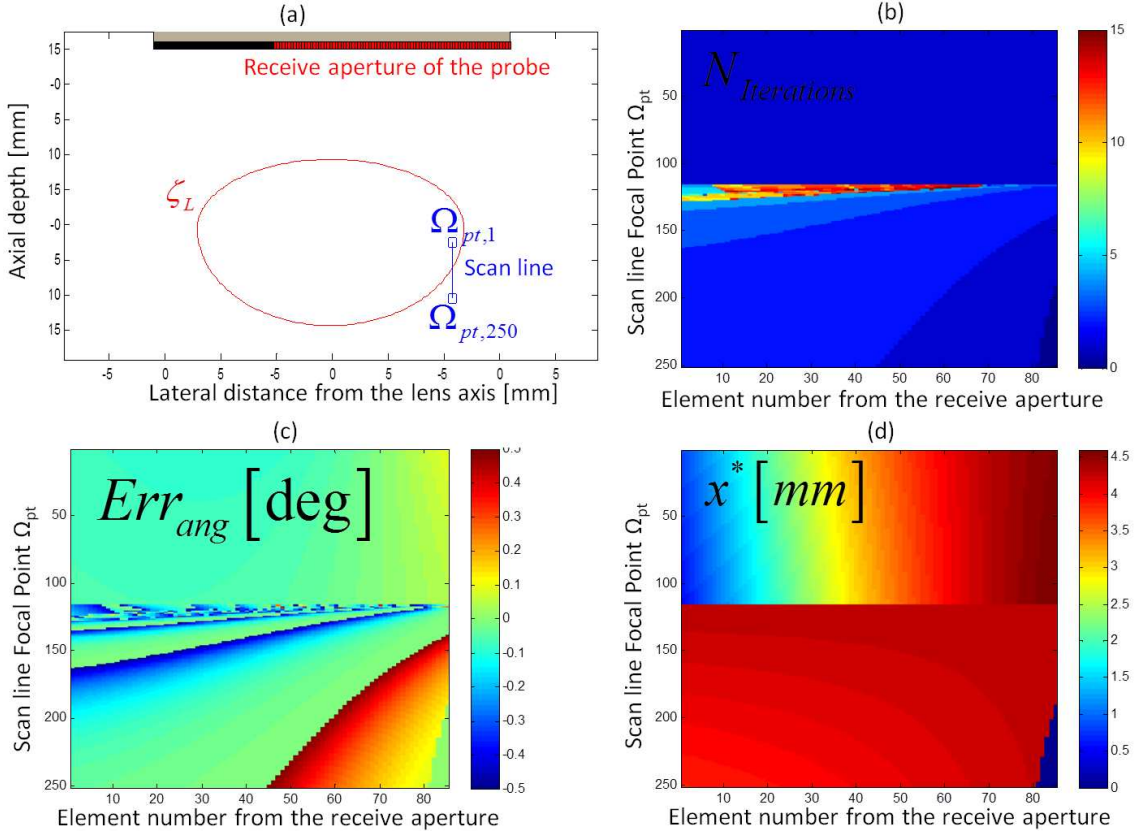


FIGURE 4.14 – Illustration des résultats typiques obtenus pour le nombre d'itération (b), la solution  $x^*$  sur l'arc  $arc_1$  (d) et l'erreur angulaire  $Err_{ang}$  associée (c), lors de la reconstruction d'une portion de ligne échographique avec la technique CLAIFbC. Ces paramètres ont été obtenus à l'issue de la convergence de la méthode CLAIFbC lors de la détermination des temps de vol  $TOF_{R(k)\Omega_{pt}}$  entre chaque élément  $k$  de l'ouverture réceptrice  $A_R$  et l'ensemble des points à reconstruire  $\Omega_{pt}$  (ou point focal  $\Omega_f$  en réception). Dans cet exemple, l'ouverture  $A_R$  comporte 88 éléments, pour chacun des 250 points  $\Omega_{pt}$  de la ligne de scan représentée en bleu sur la figure (a). Cette dernière a été choisie de façon à permettre l'observation des trois situations géométriques possibles (*i.e.*  $I_{[R(k)\Omega_{pt}]\cap\zeta_L}$  égal à 2, 1 ou 0). On peut ainsi apprécier le changement de point de départ du lancer de rayon au travers de la figure (d), passant de  $R(k)$  à  $\Omega_{pt}$  lorsque se produit le changement soudain de valeurs de  $x^*$  autour du 120<sup>ème</sup> point à reconstruire. Le point de départ est en effet obligatoirement situé sur la sonde ( $R(k)$ ) pour les premiers points à reconstruire, puisque qu'ils sont situés à l'intérieur du cristallin ( $I_{[R(k)\Omega_{pt}]\cap\zeta_L} = 1$ ) et l'unique arc intersecté est ici l'arc antérieur). Pour les points suivants, la valeur de  $x^*$ , précédemment dispersée sur un intervalle de 0 à environ 4.5 mm, est alors comprise dans un intervalle beaucoup plus restreint autour de 4 mm (approximativement l'abscisse des points  $\Omega_{pt}$ ), car  $I_{[R(k)\Omega_{pt}]\cap\zeta_L} = 2$  et le lancer de rayon débute alors du point  $\Omega_{pt}$ . Pour les rayons n'intersectant pas le cristallin ( $I_{[R(k)\Omega_{pt}]\cap\zeta_L} = 0$ ), l'abscisse de  $x^*$  a été arbitrairement fixée à 0 ; on peut le constater sur les derniers éléments de  $A_R$ , pour les derniers points reconstruits.

## 4.3 Extension de la technique développée à la prise en compte de l'inhomogénéité de la célérité US dans le cristallin

### 4.3.1 Principe : Un cristallin équivalent pour chaque chemin envisagé

Nous avons considéré jusqu'ici que la célérité US au sein du cristallin était uniforme et égale à 1645 m/s. Dans le chapitre 2, nous avons pu voir avec les travaux de De Korte *et al.* [De Korte *et al.*, 1994b] que cette hypothèse était quelque peu simplificatrice : la célérité US est en réalité plus importante et relativement uniforme au sein du noyau, puis décroît graduellement en périphérie, jusqu'à atteindre une célérité proche de celle de l'humeur aqueuse et du vitré qui l'entourent. Rappelons qu'au sein du noyau, la célérité US peut atteindre une valeur dépassant la célérité moyenne dans l'axe du cristallin (1645 m/s) d'environ 50 m/s.

Bien que l'hypothèse d'homogénéité reste plausible - elle est faite en optique, où les gradient d'indices correspondent à des variations de célérité plus importantes - il nous a paru opportun de considérer son hétérogénéité en s'appuyant sur les données recueillies par De Korte *et al.* sur cristallins humains et porcins.

Avant de nous pencher sur la détermination d'une cartographie de la célérité US cristallinienne à partir de ces données, précisons d'abord comment il est possible de prendre en compte l'hétérogénéité du cristallin, sans changer le fonctionnement de notre technique de lancer de rayon. Au premier abord, notre technique de lancer de rayon ne paraît pas compatible avec l'emploi d'un modèle de cristallin hétérogène. En effet, la réfraction ne peut-être déterminée qu'à l'interface entre le contour du cristallin  $\zeta_L$  et les tissus oculaires environnants, pour un rapport de célérité  $\mu$  donné. Or, considérer l'inhomogénéité du cristallin implique, en théorie, de déterminer la réfraction ayant lieu à chaque changement local de la célérité US. Afin de considérer l'hétérogénéité du cristallin, tout en conservant la technique de lancer de rayon développée, nous avons émis l'hypothèse suivante : la durée du chemin réfracté théorique, au sein d'un cristallin hétérogène, est peu différente de celle du chemin réfracté par un cristallin homogène équivalent de célérité  $\widehat{c}_L(P_{elem}; \Omega_f)$ . Cette célérité  $\widehat{c}_L(P_{elem}; \Omega_f)$  correspond à la célérité moyenne au sein de la portion de cristallin traversée  $L_{L,rect}$  par le rayon rectiligne - la réfraction est négligée - liant le point  $P_{elem}$  (centre géométrique d'un élément de la barrette US) au point  $\Omega_f$  (point focal d'émission ou point à reconstruire en réception) et s'exprime de façon formelle par l'expression 4.51 suivante :

$$\widehat{c}_L(P_{elem}; \Omega_f) = \frac{1}{L_{L,rect}} \int_{L_{L,rect}} c_L(s) ds$$

$$\text{avec } L_{L,rect} = \begin{cases} \left\| \overrightarrow{M_{rect}\Omega_f} \right\| & \text{si } \text{card}([P_{elem}\Omega_f] \cap \zeta_L) = 1 \\ \left\| \overrightarrow{M_{rect}M'_{rect}} \right\| & \text{si } \text{card}([P_{elem}\Omega_f] \cap \zeta_L) = 2 \end{cases} \quad (4.51)$$

où  $P_{elem}$  correspond au centre géométrique d'un élément de la barrette US,  $\Omega_f$  le point focal,  $\widehat{c}_L(P_{elem}; \Omega_f)$  la célérité US moyenne le long de  $L_{L,rect}$ , la portion du segment  $[P_{elem}\Omega_f]$  traversant le cristallin,  $s$  l'abscisse curviligne le long de cette portion,  $M_{rect}$  le premier point d'intersection de  $[P_{elem}\Omega_f]$  avec  $\zeta_L$ , et  $M'_{rect}$  son éventuel second point d'intersection.

En pratique, cette célérité moyenne se calcule de façon discrète (Eq. 4.52) pour une

### 4.3. EXTENSION DE LA TECHNIQUE DÉVELOPPÉE À LA PRISE EN COMPTE DE L'INHOMOGENÉITÉ DE LA CÉLÉRITÉ US DANS LE CRISTALLIN

---

configuration de points  $(P_{elem}; \Omega_f)$  et une cartographie 2D de la célérité cristallinienne donnés.

$$\widehat{c}_L(P_{elem}; \Omega_f) \doteq \frac{1}{N_{pts}} \sum_{k: P_k(x_k; z_k) \in L_{H, rect}} c_L(x_k; z_k) \quad (4.52)$$

où  $N_{pts}$  est le nombre de points  $P_k(x_k; z_k)$  de la cartographie 2D discrète de la célérité cristallinienne appartenant au segment  $L_{H, rect}$ .

Ainsi, pour chaque chemin  $\widehat{P_{elem}\Omega_f}$  envisagé, un cristallin homogène équivalent est considéré. Sa géométrie est identique à  $\zeta_L$  mais sa célérité correspond à la célérité moyenne de la portion du rayon non réfracté  $[P_{elem}\Omega_f]$  qui traverse le cristallin.

#### 4.3.2 Définition de la carte de célérité 2D du cristallin hétérogène

La carte de célérité 2D du cristallin hétérogène s'appuie sur les mesures de caractérisations acoustiques réalisées par De Korte *et al.* sur une batterie de tranches de cristallin humains ( $n = 13$ ) et porcins ( $n = 10$ ) [De Korte *et al.*, 1994b]. Ces tranches de 1 mm d'épaisseur ont été effectuées le long de l'axe antéro-postérieur, dans le plan traditionnel d'imagerie transcornéenne axiale en mode-B (cf. Fig. 2.3 du chapitre 2).

Des mesures pratiquées sur ces tranches, De Korte *et al.* ont pu extraire les profils de célérité US axial et transverse dans le cristallin. Ce sont les valeurs moyennes de ces profils qui ont servi de base pour les définitions suivantes.

##### 4.3.2.1 Définition d'un profil asymétrique de célérité US dans l'axe antéro-postérieur $c_L(x_L; z)$

De Korte *et al.* ont remarqué que la célérité US atteint son maximum, le long de l'axe antéro-postérieur du cristallin, à la jonction des segments antérieur et postérieur *i.e.* au point  $\Omega_L(x_L; z_L)$ , et suit de part et d'autre une décroissance parabolique, jusqu'à atteindre la célérité  $c_H$  au niveau des pôles antérieur  $P_{ant}(x_L; z_A)$  et postérieur  $P_{post}(x_L; z_P)$ . Cette observation est valable pour les deux espèces qu'ils ont étudiées *i.e.* l'homme et le porc.

Afin de respecter un tel modèle, nous avons décidé de définir la célérité le long de l'axe antéro-postérieur par deux paraboles, l'une pour le côté antérieur  $c_A(z) = a_{ant}z^2 + b_{ant}z + c_{ant}$  et l'autre pour le côté postérieur  $c_P(z) = a_{post}z^2 + b_{post}z + c_{post}$ , de sommet commun  $c_{max}$  en  $z_L$  et de célérité égale à  $c_H$  au niveau des pôles. Le profil de célérité US asymétrique ainsi formé par  $c_A(z)$  de  $z_A$  à  $z_L$  puis  $c_P(z)$  de  $z_L$  à  $z_P$  doit équivaloir à la célérité moyenne le long de l'axe antéro-postérieur,  $\widehat{c}_L$ .

La détermination des coefficients des polynômes du second degré  $c_A$  et  $c_P$  nous amène à résoudre les systèmes  $(S_{ant})$  et  $(S_{post})$  suivants :

$$(S_{ant}) \begin{cases} c_A(z_A) = c_H \\ c_A(z_L) = c_{max} \\ c_A(2z_L - z_A) = c_H \end{cases} \quad \text{et} \quad (S_{post}) \begin{cases} c_P(2z_P - z_L) = c_H \\ c_P(z_L) = c_{max} \\ c_P(z_P) = c_H \end{cases} \quad (4.53)$$

où  $z_A = z_L - e_{ant}$  et  $z_P = z_L + e_{post}$

### 4.3. EXTENSION DE LA TECHNIQUE DÉVELOPPÉE À LA PRISE EN COMPTE DE L'INHOMOGÉNÉITÉ DE LA CÉLÉRITÉ US DANS LE CRISTALLIN

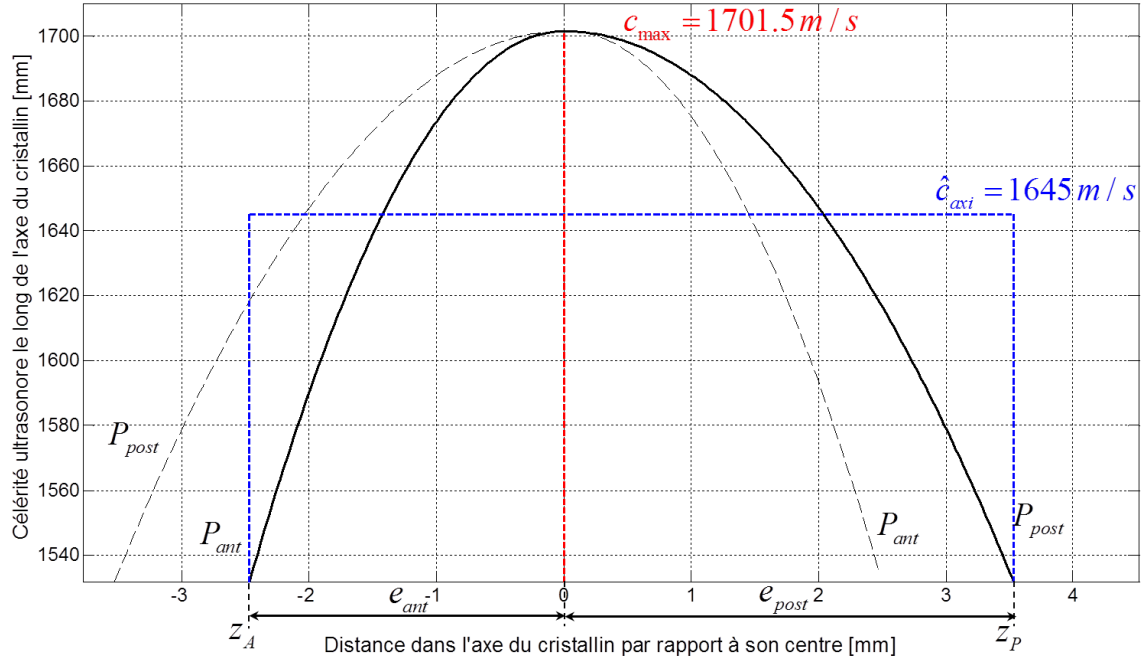


FIGURE 4.15 – Profil axial asymétrique de la célérité US au sein du cristallin hétérogène  $c_L(x_L; z)$  (trait plein noir) défini par les deux polynômes  $c_A$  et  $c_P$  de sommet commun  $c_{max}$  tel que la célérité moyenne de  $z_A$  à  $z_P$  soit égale à  $\hat{c}_L = 1645 \text{ m/s}$  pour une vitesse environnante égale à  $c_H = 1532 \text{ m/s}$ .

Les coefficients  $a_{ant}$ ,  $b_{ant}$  et  $c_{ant}$  du polynôme  $c_A$  sont déterminés en appliquant la méthode du pivot de Gauss au système  $(S_{ant})$  :

$$(S_{ant}) \Leftrightarrow \begin{cases} a_{ant} = \frac{-1}{(z_L - z_A)^2} (c_{max} - c_H) = K_{a_{ant}} (c_{max} - c_H) \\ b_{ant} = \frac{2z_L}{(z_L - z_A)^2} (c_{max} - c_H) = K_{b_{ant}} (c_{max} - c_H) \\ c_{ant} = c_H - \frac{z_A(2z_L - z_A)}{(z_L - z_A)^2} (c_{max} - c_H) = K_{c_{ant}} (c_{max} - c_H) \end{cases} \quad (4.54)$$

En remplaçant  $z_A$  par  $z_P$ , on obtient par analogie les coefficients de  $c_P(z)$  suivants :

$$(S_{post}) \Leftrightarrow \begin{cases} a_{post} = \frac{-1}{(z_L - z_A)^2} (c_{max} - c_H) = K_{a_{post}} (c_{max} - c_H) \\ b_{post} = \frac{2z_L}{(z_L - z_A)^2} (c_{max} - c_H) = K_{b_{post}} (c_{max} - c_H) \\ c_{post} = c_H - \frac{z_A(2z_L - z_A)}{(z_L - z_A)^2} (c_{max} - c_H) = K_{c_{post}} (c_{max} - c_H) \end{cases} \quad (4.55)$$

La célérité  $c_{max}$  s'obtient de l'expression de ces deux polynômes,  $c_A$  et  $c_P$ , en résolvant l'équation suivante :

$$\frac{1}{z_P - z_A} \left[ \int_{z_A}^{z_L} c_A(z) dz + \int_{z_L}^{z_P} c_P(z) dz \right] = \hat{c}_L \quad (4.56)$$

Cette équation conditionne  $c_{max}$  de façon à ce que la valeur moyenne du profil de célérité axial asymétrique défini par  $c_A$  et  $c_P$  soit égale à  $\hat{c}_L$ .

### 4.3. EXTENSION DE LA TECHNIQUE DÉVELOPPÉE À LA PRISE EN COMPTE DE L'INHOMOGENÉITÉ DE LA CÉLÉRITÉ US DANS LE CRISTALLIN

La valeur de  $c_{max}$  est ainsi déduite de l'équation 4.56 en fonction de  $c_H$  et  $\widehat{c}_L$  :

$$c_{max} = c_H + \frac{z_P - z_A}{\gamma(c_A; c_P)} (\widehat{c}_L - c_H) \quad (4.57)$$

où  $\gamma(c_A; c_P) = \frac{K_{a_{ant}}}{3} (z_L^3 - z_A^3) - \frac{K_{a_{post}}}{3} (z_L^3 - z_P^3) + \frac{K_{a_{ant}}}{2} (z_L^2 - z_A^2) - \frac{K_{a_{post}}}{2} (z_L^2 - z_P^2) + K_{a_{ant}} (z_L - z_A) - K_{a_{post}} (z_L - z_P)$ .

Une fois la célérité  $c_{max}$  déterminée en fonction de  $\widehat{c}_L$  et  $c_H$ , la célérité  $c_L(x_L, z)$  le long de l'axe du cristallin s'exprime alors en fonction de  $z$  par :

$$c_L(x_L, z) = \begin{cases} c_A(z) & \text{pour } z_A \leq z < z_L \\ c_P(z) & \text{pour } z_L \leq z < z_P \end{cases} \quad (4.58)$$

#### 4.3.2.2 Détermination du profil transverse de célérité $c_L(x; z_L)$

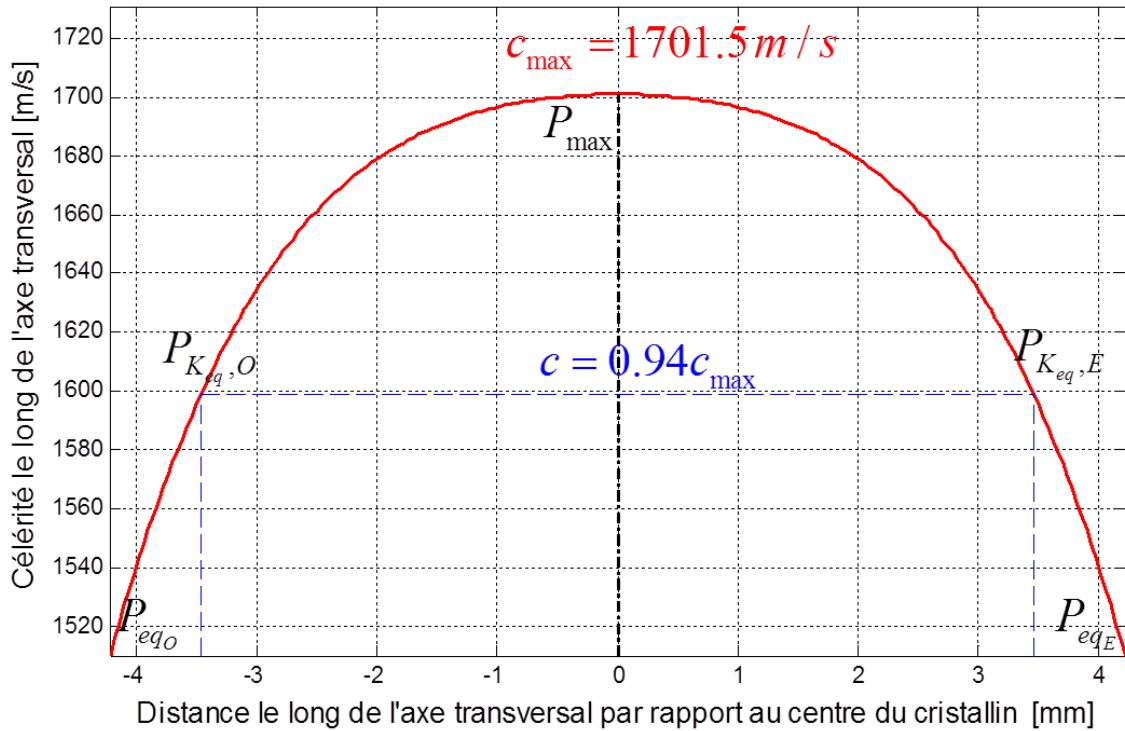


FIGURE 4.16 – Profil transverse de la célérité US au sein du cristallin hétérogène  $c_L(x; z_L)$  défini par interpolation de Lagrange des points  $P_{eqO}(x_L - e_{eq}; c_H)$ ,  $P_{K_{eq}, O}(x_L - K_{eq}e_{eq}; 0.94c_{max})$ ,  $P_{max}(x_L; c_{max})$ ,  $P_{K_{eq}, E}(x_L + K_{eq}e_{eq}; 0.94c_{max})$  et  $P_{eqE}(x_L + e_{eq}; c_H)$ . Le sommet commun  $c_{max}$  est défini relativement à une célérité moyenne dans l'axe antéro-postérieur à  $\widehat{c}_L = 1645$  m/s pour une célérité environnante égale à  $c_H = 1532$  m/s. Le paramètre  $K_{eq}$  est égal à 0.8 dans cet exemple.

Le profil latéral de célérité au sein du cristallin à la profondeur  $z_L$  est symétrique par rapport à l'axe antéro-postérieur et déterminé par interpolation de Lagrange de cinq

### 4.3. EXTENSION DE LA TECHNIQUE DÉVELOPPÉE À LA PRISE EN COMPTE DE L'INHOMOGÉNÉITÉ DE LA CÉLÉRITÉ US DANS LE CRISTALLIN

---

points particuliers. Les points  $P_{eq,O}$  et  $P_{eq,E}$  sont les points équatoriaux de  $\zeta_L$  auxquels on attribue la célérité du milieu environnant  $c_H$ . Le point  $P_{max}$  correspond au sommet du profil en  $x_L$  et vaut donc  $c_{max}$ . Enfin, les deux points  $P_{K_{eq},O}$  et  $P_{K_{eq},E}$  ont été introduits dans l'interpolation pour satisfaire aux observations de De Korte *et al.* et permettre une modulabilité du profil transverse au regard de l'espèce animale considérée. En effet, l'étude [De Korte *et al.*, 1994b] a montré en comparant les mesures effectuées sur des cochons et des humains que le profil transverse, contrairement au profil axial, varie significativement d'une espèce à l'autre. De leurs mesures on remarque que le profil transverse de célérité atteint une valeur correspondant à 94% de  $c_{max}$ , à environ  $\frac{4}{5}$ <sup>ème</sup> de  $e_{eq}$  chez l'homme et  $\frac{3}{5}$ <sup>ème</sup> de  $e_{eq}$  chez le cochon. Nous avons donc introduit un paramètre  $K_{eq}$  dans la définition du profil transverse correspondant à la fraction de demi-grand axe  $e_{eq}$  pour laquelle les 94% de  $c_{max}$  sont atteints. L'interpolation de Lagrange est donc appliquée aux cinq points suivants :  $P_{eq,O}(x_L - e_{eq}; c_H)$ ,  $P_{K_{eq},O}(x_L - K_{eq}e_{eq}; 0.94c_{max})$ ,  $P_{max}(x_L; c_{max})$ ,  $P_{K_{eq},E}(x_L + K_{eq}e_{eq}; 0.94c_{max})$  et  $P_{eq,E}(x_L + e_{eq}; c_H)$ .

L'expression de profil transverse de célérité US au sein du cristallin hétérogène s'exprime donc le long des  $x$  par :

$$c_L(x; z_L) = \sum_{j=0}^4 c_{P_j} l_j(x) \quad (4.59)$$

avec  $c_{P_j}$ , la célérité US du point considéré  $P_j$  et  $l_j(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^4 \frac{x - x_{P_j}}{x_{P_i} - x_{P_j}}$ , les multiplicateurs de Lagrange.

#### 4.3.2.3 Obtention de la carte de célérité 2D à partir des profils axial et transverse

La carte de la célérité discrétisée en 2D au sein du cristallin pour un maillage de taille  $(N_z \times N_x)$  s'obtient à partir du profil transverse. En effet, celui-ci sert de base pour la définition du profil axial pour toutes les abscisses  $x_{map}$  du cristallin discrétisé. Le profil transverse fournit en effet le sommet  $c_{max} = c_L(x_{map}; z_L)$  qui va nous permettre de définir pour chaque  $x_{map}$  un profil axial satisfaisant les systèmes  $(S_{ant})$  et  $(S_{post})$ .

La résolution du maillage doit être uniforme ( $N_z$  et  $N_x$  tels que  $dx = dz$ ).

**Influence de la résolution du maillage** La figure 4.18 montre en quoi la résolution du maillage influe sur la précision de l'estimation de la célérité US le long d'un segment donné. On observe qu'un échantillonnage tel que  $dz = dx = 162.8 \mu m$  est suffisant pour obtenir une bonne précision (célérité moyenne dans l'axe  $\widehat{c}_L(x_L, z)$  mesurée à 1644 m/s pour 1645 m/s demandé). En pratique (cf. chapitre 5 et 6) la taille du maillage est définie de façon à être égale à la résolution axiale des acquisitions RF.

**Différences réfractives sur les rayons axiaux entre cristallin hétérogène et cristallin homogène équivalent** La différence obtenue pour les chemins réfractés selon que l'on considère ou non l'hétérogénéité de la célérité US au sein du cristallin est illustrée figure 4.19. Les points  $A$  et  $B$  choisis dans cet exemple sont tous de même abscisse. On remarque la diminution des effets réfractifs au niveau de l'équateur du cristallin, lorsque l'on considère son hétérogénéité.



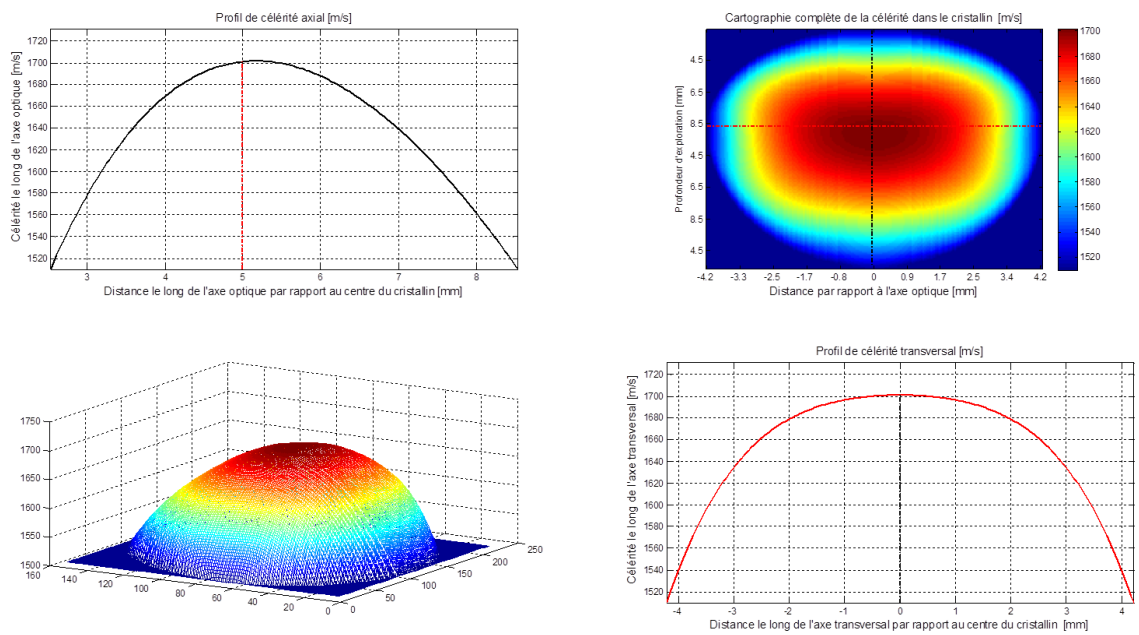


FIGURE 4.17 – Cartographie 2D de la célérité US au sein du cristallin pour un maillage  $616 \times 1241$  (Fig. en haut à droite). Le contour  $\zeta_L$  est représenté conformément à la géométrie d'un cristallin adulte non accommodé (voir chapitre 5). La carte de célérité est définie par  $c_H = 1532$  m/s dans les humeurs et  $\widehat{c}_L(x_L, z) = 1645$  m/s soit  $c_{max} = 1701.5$  m/s d'après Eq. 4.57. Les profils de célérité axial et transverse associés sont représentés respectivement par les courbes noire et rouge. Une représentation 3D de la célérité est donnée par la figure en bas à gauche.

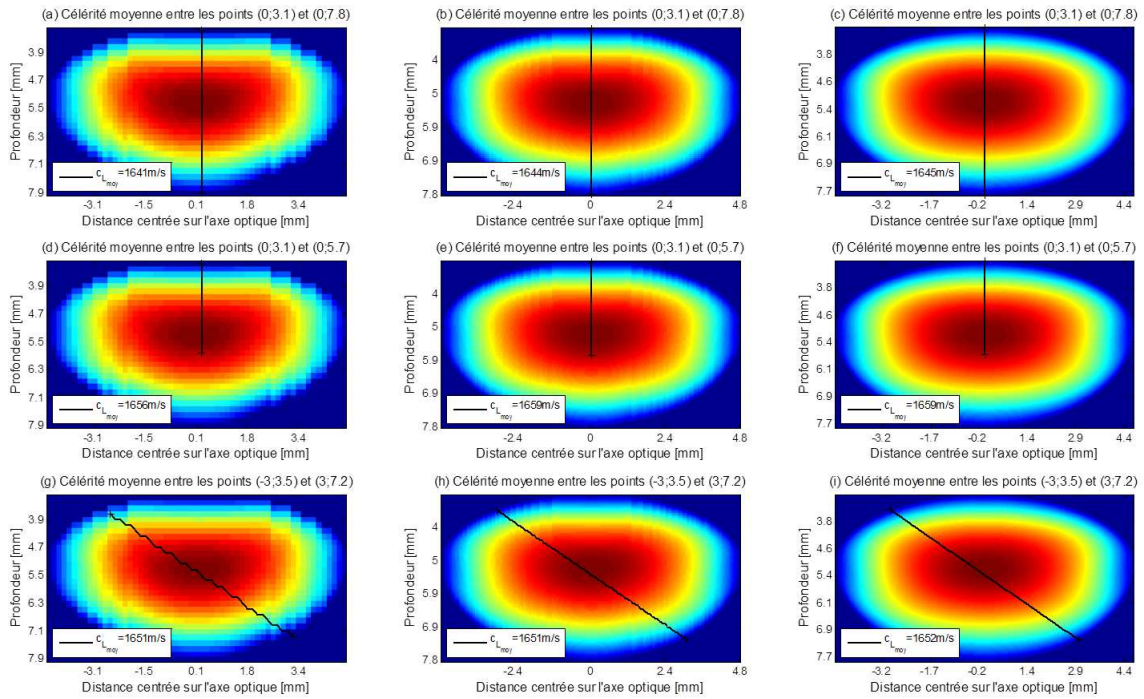
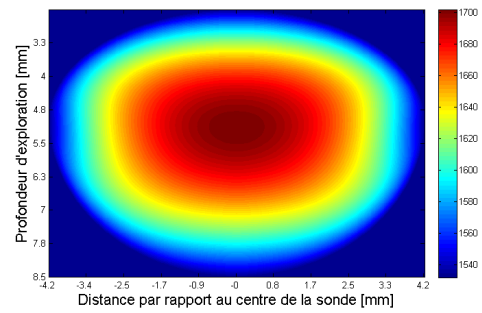


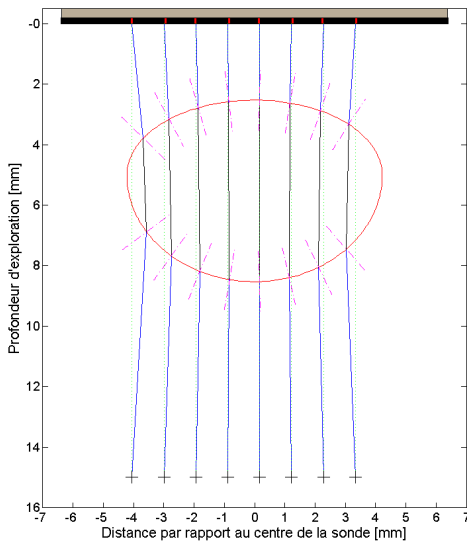
FIGURE 4.18 – Influence du maillage sur la précision de la mesure de la célérité moyenne le long d'un segment donné. Le contour  $\zeta_L$  définit la géométrie d'un cristallin adulte non accommodé (voir chapitre 5). La carte de célérité est définie par  $c_H = 1532$  m/s dans les humeurs et  $\widehat{c}_L(x_L, z) = 1645$  m/s soit  $c_{max} = 1701.5$  m/s d'après Eq. 4.57. Trois maillages sont comparés :  $30 \times 59$  soit  $dz = dx = 162.8 \mu m$  (a, d et g),  $100 \times 200$  soit  $dz = dx = 47.7 \mu m$  (b, e et h), et enfin  $616 \times 1241$  soit  $dz = dx = 7.7 \mu m$  (c, f et i). Les figures (a), (b) et (c) permettent d'apprécier la fidélité à la valeur de  $\widehat{c}_L$  choisie.



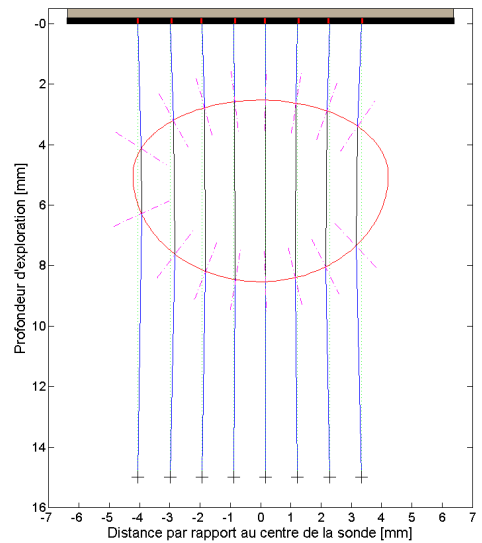
(a) Cartographie de la célérité US pour un cristallin homogène avec  $c_L = 1645$  m/s.



(b) Cartographie de la célérité US pour un cristallin hétérogène de célérité axiale moyenne  $c_L = 1645$  m/s.



(c) Exemple de chemins réfractés pour le cristallin homogène ci-dessus



(d) Exemple de chemins réfractés pour le cristallin hétérogène ci-dessus.

FIGURE 4.19 – Illustration comparative des différences d'effets réfractifs selon que l'on considère ou non l'hétérogénéité de la célérité US au sein du cristallin. La normale aux points d'intersections des rayons avec le contour  $\zeta_L$  est représentée par le trait discontinu magenta. L'échelle de couleur choisie pour la célérité US du cristallin est commune aux deux cartographies.