

Production d'une paire de squarks bottom en MSSM

Dans ce chapitre, on étudie la production d'une paire de squark de type bottom dans le grand collisionneur hadronique LHC. On calcule analytiquement la section efficace partonique en employant le package `hip`. On calcule numériquement la section efficace hadronique et les distributions différentielles à l'aide des programmes `MadGraph` et `MadAnalysis`.

4.1 Section efficace partonique

Dans cette section, on calcule analytiquement les amplitudes de diffusions et les sections efficaces partoniques associés aux sous processus suivants:

$$q + \bar{q} \longrightarrow \tilde{b}_1 + \bar{\tilde{b}}_1 \quad (4.1)$$

$$g + g \longrightarrow \tilde{b}_1 + \bar{\tilde{b}}_1 \quad (4.2)$$

Quelques diagrammes de Feynman décrivant ces processus sont représentés dans les figures (4.1) et (4.2).

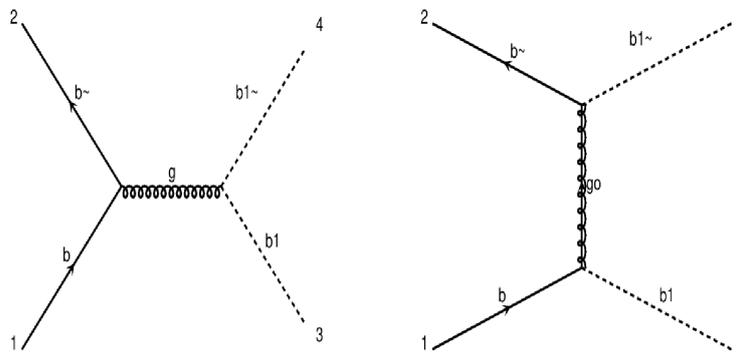
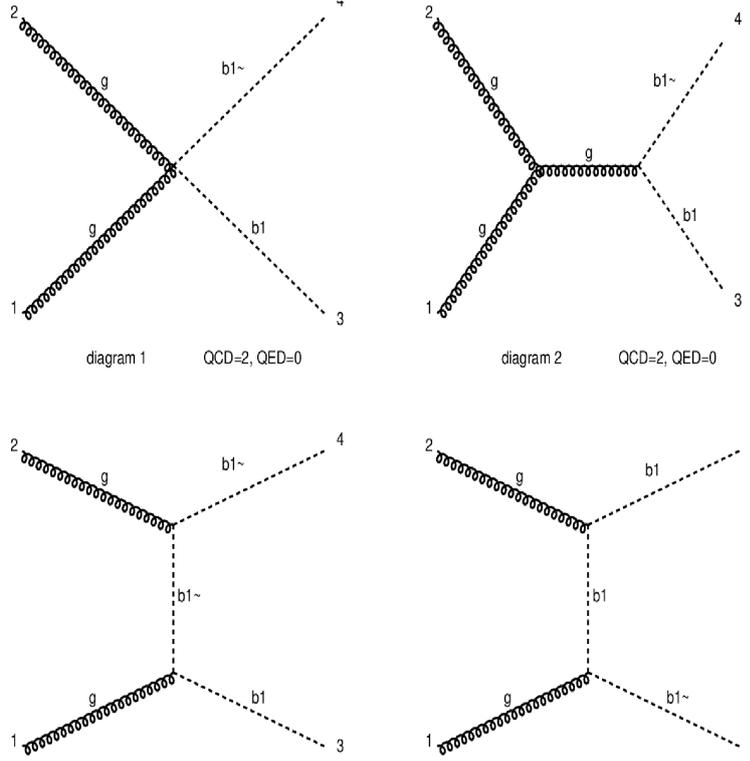


Figure 4.1: Sous-processus $q\bar{q} \rightarrow \tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$

La section efficace est une mesure de la probabilité d'un processus de diffusion. Par analogie avec les processus classiques, elle correspond à la surface perpendiculaire au flux des projectiles qui décrit la zone d'interaction autour de la cible. Si l'interaction entre les particules est plus importante, la zone d'interaction (la section efficace) augmente et vice versa. L'unité de section efficace utilisée au niveau subatomique est le barn, où $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$ (dans système d'unités naturelles), $1 \text{ barn} = 2568 \text{ GeV}^{-2}$. A haute énergie, on utilise souvent le picobarn ($\text{pb} = 10^{-40} \text{ m}^2$) et le fermtobarn ($\text{fb} = 10^{-43} \text{ m}^2$). La forme générale de la section efficace partonique est:

$$\sigma = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \int \frac{d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \cdots \frac{d^3 \vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \times (2\pi)^4 \delta^4(p_3 + p_4 + \dots + p_n - p_1 - p_2) \overline{\sum} |M|^2 \quad (4.3)$$

où p_3, \dots, p_n sont les quadri-impulsions des particules de l'état finale, $\overline{\sum} |M|^2$ est le carré de l'amplitude sommée et moyennée sur les spins et les couleurs et la fonction $\delta^4(p_3 + p_4 + \dots + p_n - p_1 - p_2)$ est introduite pour assurer la conservation de l'énergie impulsion.

Figure 4.2: Sous-processus $gg \rightarrow \tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$

4.1.1 Calcul des carrés des amplitudes

4.1.1.1 Sous processus $q\bar{q} \rightarrow \tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$

On note les amplitudes associés au diagrammes de la Fig. (4.1) M_1 et M_2 , respectivement. Alors,

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \bar{v}_j(p_2)(-ig_s \gamma^\mu T_{ji}^a)u_i(p_1) \left(\frac{ig_{\mu\nu} \delta^{ab}}{(p_1 + p_2)^2} (-ig_s T_{kl}^b (p_3^\nu - p_4^\nu)) \right) 1_k 1_l \\
 &= \frac{-ig_s^2}{(p_1 + p_2)^2} T_{ji}^a T_{kl}^a \bar{v}_j(p_2) \gamma^\mu u_i(p_1) (p_{3\mu} - p_{4\mu}) 1_k 1_l
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Son complexe conjugué est

$$\bar{M}_1 = \frac{ig_s^2}{(p_1 + p_2)^2} T_{i'j'}^{a'} T_{l'k'}^{a'} \bar{u}_{i'}(p_1) \gamma^{\mu'} v_{j'}(p_2) (p_{3\mu'} - p_{4\mu'}) 1_{k'} 1_{l'} \tag{4.5}$$

Le carré sommé et moyenné sur les spins et les couleurs est:

$$\sum |M_1|^2 = \frac{g_s^4}{4N^2(p_1 + p_2)^2} \text{tr}[T^a T^{a'}] \text{tr}[T^a T^{a'}] \text{tr}[p_2 \gamma^\mu p_1 \gamma^{\mu'}] (p_{3\mu} p_{3\mu'} - p_{3\mu} p_{4\mu'} - p_{4\mu} p_{3\mu'} + p_{4\mu} p_{4\mu'}) \tag{4.6}$$

$$\text{tr}[T^a T^{a'}] \text{tr}[T^a T^{a'}] = \frac{\delta^{aa'} \delta^{aa'}}{4} = \frac{N^2 - 1}{4} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}
 \text{tr}[p_2 \gamma^\mu p_1 \gamma^{\mu'}] &= p_{2\alpha} p_{1\beta} \text{tr}[\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^{\mu'}] \\
 &= 4[p_2^\mu p_1^\mu + p_2^\mu p_1^{\mu'} - g^{\mu\mu'} p_1 \cdot p_2]
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

On utilise les variables de Mandelstam,

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 2m_{\tilde{b}_1}^2 + 2p_3 \cdot p_4 \tag{4.9}$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = m_{\tilde{b}_1}^2 - 2p_1 \cdot p_3 = m_{\tilde{b}_1}^2 - 2p_2 \cdot p_4 \tag{4.10}$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = m_{\tilde{b}_1}^2 - 2p_1 \cdot p_4 = m_{\tilde{b}_1}^2 - 2p_2 \cdot p_3 \tag{4.11}$$

et la constante

$$C_F = \frac{N^2 - 1}{2N} \quad (4.12)$$

Finalement, le carré de l'amplitude s'écrit:

$$\sum |M_1^2| = \frac{g_s^4 c_f}{4Ns^2} (s^2 - (t - u)^2 - 4sm_{sq}^2) \quad (4.13)$$

4.1.1.2 Sous processus $gg \rightarrow \tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$

On note les amplitudes associées aux diagrammes de Feynman de la Fig. (4.1) M_3 , M_4 , M_5 et M_6 . L'amplitude M_3 s'écrit:

$$\begin{aligned} M_3 &= \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) 1_i 1_j (i g_s g^{\mu\nu} (T^a T^b + T^b T^a)_{ij}) \\ &= i g_s \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) 1_i 1_j (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} \end{aligned} \quad (4.14)$$

son complexe conjugué

$$\bar{M}_3 = -i g_s \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) 1_{i'} 1_{j'} (T^{a'} T^{b'} + T^{b'} T^{a'})_{j'i'} \quad (4.15)$$

Le carré de l'amplitude s'écrit:

$$\begin{aligned} \sum |M_3|^2 &= \left(\frac{g_s^2}{4(N^2 - 1)} \right) g_{\mu\mu'} g^{\mu\mu'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} \delta_{ii'} \delta_{jj'} (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} (T^{b'} T^{a'} + T^{a'} T^{b'})_{j'i'} \\ &= \left(\frac{g_s^2}{(N^2 - 1)^2} \right) (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} (T^b T^a + T^a T^b)_{ji} \\ &= \frac{-g_s^2}{N(N^2 - 1)^2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Où on a utilisé:

$$\text{tr}[T^a T^b T^a T^b] = \frac{\delta^{ab} \delta^{ab}}{4N} = \frac{-(N^2 - 1)^2}{4N} \quad (4.17)$$

$$1_i 1_{i'} = \delta_{ii'} \quad (4.18)$$

L'amplitude M_4 s'écrit:

$$\begin{aligned} M_4 &= -\varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) g_s f_{abc} (g^{\mu\nu} (p_1 - p_2)^\lambda + g^{\nu\lambda} (p_2 - p)^\mu + g^{\mu\lambda} (p - p_1)^\nu) \left(\frac{-i g_{\lambda\rho} \delta^{cd}}{(p_1 + p_2)^2} \right) (-i g_s (p_3 - p_4)_\rho T_{ij}^c) 1_i 1_j \\ &= \left(\frac{g_s^2}{(p_1 + p_2)^2} \right) \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) f_{abc} (g^{\mu\nu} (p_1 - p_2)^\lambda - g^{\nu\lambda} p_1^\mu + g^{\mu\lambda} p_2^\nu) (p_3 - p_4)^\lambda T_{ij}^c 1_i 1_j \end{aligned} \quad (4.19)$$

son complexe conjugué est:

$$\bar{M}_4 = \frac{g_s^2}{(p_1 + p_2)^2} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) f_{a'b'c'} (g^{\mu'\nu'} (p_1 - p_2)^{\lambda'} - g^{\nu'\lambda'} p_1^{\mu'} + g^{\mu'\lambda'} p_2^{\nu'}) (p_3 - p_4)^{\lambda'} T_{j'i'}^{c'} 1_{i'} 1_{j'} \quad (4.20)$$

Le carré d'amplitude M_4 sommé sur spin et couleur est:

$$\begin{aligned} \sum |M_4|^2 &= \left(\frac{g_s^4}{4(N^2 - 1)^2 (p_1 + p_2)^4} \right) g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} \delta_{cc'} \delta_{ii'} \delta_{jj'} f_{abc} f_{a'b'c'} (g^{\mu\nu} (p_1 - p_2)^\lambda - g^{\nu\lambda} p_1^\mu \\ &\quad + g^{\mu\lambda} p_2^\nu) (g^{\mu'\nu'} (p_1 - p_2)^{\lambda'} - g^{\nu'\lambda'} p_1^{\mu'} + g^{\mu'\lambda'} p_2^{\nu'}) (p_3 - p_4)^\lambda T_{ij}^c 1_i 1_j (p_3 - p_4)^{\lambda'} T_{i'j'}^{c'} 1_{i'} 1_{j'} \\ &= \frac{5g_s^4 N}{32s^2} (t - u)^2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

car:

$$f_{acd}d_{bcd} = 0 \quad (4.22)$$

$$f_{acd}f_{bcd} = N\delta_{ab} \quad (4.23)$$

Pour le diagramme 5, l'amplitude M_5 est donnée par:

$$\begin{aligned} M_5 &= \varepsilon_\mu^a(p_1)1_i \left(\frac{i}{(p_1 - p_3)^2} \right) (-ig_s(p - p_3)_\mu T_{ik}^a) (-ig_s(p - p_4)_\nu T_{kj}^b) \varepsilon_\nu^b(p_2)1_j \\ &= \frac{-ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{ik}^a T_{kj}^b 1_i 1_j \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{4\nu} - 2p_{3\mu} p_{2\nu} + 4p_{3\mu} p_{4\nu}) \end{aligned} \quad (4.24)$$

son complexe conjugué est:

$$\bar{M}_5 = \frac{ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'}) \quad (4.25)$$

Le carré d'amplitude M_5 sommé sur spin et couleur est:

$$\begin{aligned} \sum |M_5|^2 &= \frac{g_s^4}{4(N^2 - 1)^2 (p_1 - p_3)^4} T_{ik}^a T_{kj}^b T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} \delta_{ii'} \delta_{jj'} \delta_{kk'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{4\nu} \\ &\quad - 2p_{3\mu} p_{2\nu} + 4p_{3\mu} p_{4\nu}) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'}) \\ &= \left(\frac{g_s^4}{4N(N^2 - 1)^2 t^2} \right) (-m_{sq}^4 - t^2 - 2m_{sq}^2 t) \end{aligned} \quad (4.26)$$

L'amplitude M_6 s'écrit:

$$\begin{aligned} M_6 &= \varepsilon_\mu^a(p_1)1_i \left(\frac{i}{(p_1 - p_4)^2} \right) (-ig_s(p - p_4)_\mu T_{ik}^a) (-ig_s(p - p_3)_\nu T_{kj}^b) \varepsilon_\nu^b(p_2)1_j \\ &= \frac{-ig_s^2}{(p_1 - p_4)^2} T_{ik}^a T_{kj}^b 1_i 1_j \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{3\nu} - 2p_{4\mu} p_{2\nu} + 4p_{4\mu} p_{3\nu}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

son complexe conjugué

$$\bar{M}_6 = \frac{ig_s^2}{(p_1 - p_4)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{3\nu'} - 2p_{4\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{4\mu'} p_{3\nu'}) \quad (4.28)$$

Le carré d'amplitude M_6 sommé sur spin et couleur est:

$$\begin{aligned} \sum |M_6|^2 &= \frac{g_s^4}{4(N^2 - 1)^2 (p_1 - p_4)^4} T_{ik}^a T_{kj}^b T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} \delta_{ii'} \delta_{jj'} \delta_{kk'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{3\nu} \\ &\quad - 2p_{4\mu} p_{2\nu} + 4p_{4\mu} p_{3\nu}) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{3\nu'} - 2p_{4\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{4\mu'} p_{3\nu'}) \\ &= \left(\frac{g_s^4}{4N(N^2 - 1)^2 u^2} \right) (-m_{sq}^4 - u^2 - 2m_{sq}^2 u) \end{aligned} \quad (4.29)$$

On calcule, maintenant, les termes d'interférence. On rappelle que le carré de l'amplitude totale s'écrit

$$\begin{aligned} \overline{\sum} |M_3 + M_4 + M_5 + M_6|^2 &= \overline{\sum} |M_3|^2 + \overline{\sum} |M_4|^2 + \overline{\sum} |M_5|^2 + \overline{\sum} |M_6|^2 \\ &\quad + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_3 \bar{M}_4 \right) + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_3 \bar{M}_5 \right) + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_3 \bar{M}_6 \right) \\ &\quad + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_4 \bar{M}_5 \right) + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_4 \bar{M}_6 \right) \\ &\quad + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_5 \bar{M}_6 \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned}
2\text{Re}\left(\overline{\sum M_3 \bar{M}_4}\right) &= 2ig_s \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) 1_i 1_j (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} \left(\frac{g_s^2}{(p_1 + p_2)^2}\right) \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) f_{a'b'c'} \\
&\quad \times ((g^{\mu'\nu'}(p_1 - p_2)^{\lambda'} - g^{\nu'\lambda'} p_1^{\mu'} + g^{\mu'\lambda'} p_2^{\nu'}) (p_3 - p_4)^{\lambda'} T_{j'i'}^{c'} 1_{i'} 1_{j'}) \\
&= 3g_s^3 f_{abc} (d^{abc} + f^{abc}) \frac{u-t}{s} \\
&= 3g_s^3 N(N^2 - 1) \frac{u-t}{s} \tag{4.31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\text{Re}\left(\overline{\sum M_3 \bar{M}_5}\right) &= 2ig_s \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) 1_i 1_j (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} \left(\frac{ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2)\right) \\
&\quad \times (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'}) \\
&= \left(\frac{-2g_s^2}{(p_1 - p_3)^2}\right) (2tr[T^a T^b + T^b T^a]) g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} \\
&\quad - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'}) \\
&= \left(\frac{g_s^2(N^2 - 1)}{Nt}\right) \left(\frac{5}{2}s - 6m_{sq}^2 + 2u\right) \tag{4.32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\text{Re}\left(\overline{\sum M_4 \bar{M}_5}\right) &= 2\frac{g_s^2}{(p_1 + p_2)^2} \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) f_{abc} (g^{\mu\nu}(p_1 - p_2)^\lambda - g^{\nu\lambda} p_1^\mu + g^{\mu\lambda} p_2^\nu) (p_3 - p_4)^\lambda T_{ij}^c 1_i 1_j \\
&\quad \times \left(\frac{ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'})\right) \\
&= \frac{g_s^4}{2su} f_{abc} (d^{abc} + f^{abc}) \left(-8m_{sq}^4 - \frac{5st}{2} - 2t^2 + \frac{su}{2} + tu + u^2 m_{sq}^2 (2s + 7t + u)\right) \\
&= \frac{g_s^4}{2su} N(N^2 - 1) \left(-8m_{sq}^4 - \frac{5st}{2} - 2t^2 + \frac{su}{2} + tu + u^2 m_{sq}^2 (2s + 7t + u)\right) \tag{4.33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\text{Re}\left(\overline{\sum M_5 \bar{M}_6}\right) &= \left(\frac{-ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{ik}^a T_{kj}^b 1_i 1_j \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{4\nu} - 2p_{3\mu} p_{2\nu} + 4p_{3\mu} p_{4\nu})\right) \\
&\quad \times \left(\frac{ig_s^2}{(p_1 - p_4)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{3\nu'} - 2p_{4\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{4\mu'} p_{3\nu'})\right) \\
&= 2g_s^4 (m_{sq}^2 + u)^2 \tag{4.34}
\end{aligned}$$

4.1.2 Calculs de la section efficace partonique

L'expression de la section efficace est:

$$\sigma = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1 m_2}} \left(\int \prod_{i=1}^{N_f} d^3 P_i \frac{1}{\prod_{i=1}^{N_F} (2\pi)^3 2E_i} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_3 + p_4 - p_2 - p_1) \sum |M|^2 \right) \tag{4.35}$$

Dans notre cas, les processus sont de type $2 \rightarrow 2$, dans le référentiel centre de masse (CM), les 4-impulsions des particules initiales s'écrivent:

$$\vec{p}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p_{z1} \end{pmatrix} \quad \vec{p}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_{z1} \end{pmatrix} \tag{4.36}$$

où $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ et $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$.

On utilise la relation de la conservation de l'énergie-impulsion, on montre que

$$E_1 = E_2 = \sqrt{s}/2. \quad (4.37)$$

Les variables de MandelStam t et u s'écrivent en fonction de s et θ ,

$$t = (1 - \cos \theta) \frac{s}{4} \quad u = (1 + \cos \theta) \frac{s}{4} \quad (4.38)$$

Donc l'expression de la section efficace devient:

$$\sigma = \frac{1}{32\pi \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1 m_2}} \int d \cos \theta d|\vec{p}_3| \delta(E_3 + E_4 - E_1 - E_2) \delta^{(3)}(\vec{p}_3 + \vec{p}_3 - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \sum |M|^2 \quad (4.39)$$

pour $\vec{p}_4 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3$

$$\sigma = \frac{1}{32\pi \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1 m_2}} \int d \cos \theta d|\vec{p}_3| \delta(\sqrt{s} - 2|\vec{p}_3|) \sum |M|^2 \quad (4.40)$$

Pour linéariser l'argument de la fonction δ , on utilise la relation:

$$\begin{aligned} \delta(g(x)) &= \sum \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|} \\ g(\vec{p}_3) &= \sqrt{s} - 2|\vec{p}_3| \implies |\vec{p}_3| \\ &= \frac{\sqrt{s}}{2} \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$g' = 2 \quad (4.42)$$

$$\delta(\sqrt{s} - 2|\vec{p}_3|) = \frac{\delta(|\vec{p}_3| - \frac{\sqrt{s}}{2})}{2} \quad (4.43)$$

La section efficace différentielles (sur $\cos(\theta)$) s'écrit sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d \cos} &= \frac{\sum |M|^2}{64\pi \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2}} \\ &= \frac{\sum |M|^2}{64\pi s} \end{aligned} \quad (4.44)$$

4.2 Section efficace hadronique

Dans les collisions hadronique, la section efficace hadronique est très importante car elle donne la probabilité de produire des particules dans ces collision. Elle dépend de la section efficace partonique et les fonctions de distribution partonique, elle s'écrit sous la forme:

$$\sigma^{had} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) \hat{\sigma}_{ij} \quad (4.45)$$

où $\hat{\sigma}$ est la section efficace partonique, elle décrit l'interaction entre les partons à langue portée; $f_i(x_1)$ et $f_j(x_2)$ sont les fonctions de distribution partonique, elles contient les informations sur la distribution des partons à l'intérieur du proton et décrivent la physique à langue portée.

Dans cette section, on étudie la variation de la section efficace hadronique en fonction de la masse des squarks bottom et en fonction de l'échelle de factorisation. On produit aussi les distributions différentielles sur l'impulsion transverse des squarks $p_T(\tilde{b}_1)$ et $p_T(\tilde{\bar{b}}_1)$ et la masse invariante $M(\tilde{b}_1 \tilde{\bar{b}}_1)$.

On utilise **MadGraph** pour produire ces quantités (et **MadAnalysis** pour les tracer). Pour générer le code qui calcule la section efficace hadronique par **MadGraph**, on suit les étapes suivantes:

- Lancer MadGraph: `./bin/mg5-aMC`
- Importer le modèle MSSM: `Import model MSSMatNLO-UFO`
- Générer le processus $pp > b_1 b_1$: `generate pp > b_1 b_1`
- Créer les amplitudes et le code qui calcule la section efficace: `output pp-sqsqbar`
- Pour changer les paramètres externes comme la masse, l'énergie, l'échelle, on utilise la commande `Set` comme `set ebeam` pour l'énergie (ou on échange la directement dans le fichier `card/run-card.dat` et `card/parap-card.dat`)
- Les résultats sont stockés dans `Events`

On suppose que les échelles de renormalisation et de factorisation égales à la masse du squark ($\mu_F = \mu_R = m_{sq}$). Voici quelques valeurs de la section efficace hadronique pour une énergie du centre de masse ($\sqrt{s} = 14$) TeV et pour différentes valeurs de la masse du squark.

$\sigma(pb)$	$M_{b_1} GeV$
$54,77 \pm 0,13$	200
$0,4954 \pm 0,00092$	500
$0,006527 \pm 1,2 \cdot 10^{-5}$	1000
$0,0002802 \pm 6,6 \cdot 10^{-7}$	1500
$5,24 \cdot 10^{-5} \pm 1,2 \cdot 10^{-7}$	1800
$1,797 \cdot 10^{-5} \pm 3,9 \cdot 10^{-8}$	2000
$1,335 \cdot 10^{-6} \pm 3,4 \cdot 10^{-9}$	2500
$2,912 \cdot 10^{-7} \pm 7,4 \cdot 10^{-10}$	2800
$1,068 \cdot 10^{-7} \pm 2,9 \cdot 10^{-10}$	3000

La section efficace varie aussi en fonction de l'énergie. Par exemple, pour $m_{sq} = 500$ GeV, la section efficace hadronique de la production d'une paire de squark prend les valeurs suivantes pour $\sqrt{s} = 13, 8, 7$ TeV:

$\sigma(pb)$	$\sqrt{s} TeV$
54,77	14
46,11	13
13,45	8
9,279	7

La section efficace dépend aussi de l'échelle de factorisation. Pour $m_{sq} = 200$ GeV, $\sqrt{s} = 14$ TeV et pour $\mu_F \in [200, 3000]$ GeV, elle prend les valeurs suivantes:

$\sigma(pb)$	$\mu_f GeV$
$0,7668 \pm 0,0014$	200
$0,4959 \pm 0,0009$	500
$0,366 \pm 0,00076$	1000
$0,3109 \pm 0,00062$	1500
$0,2888 \pm 0,00047$	1800
$0,2769 \pm 0,00051$	2000
$0,254 \pm 0,00049$	2500
$0,2439 \pm 0,00066$	2800
$0,2377 \pm 0,00044$	3000

On utilise le programme Origine pour tracer les résultats:

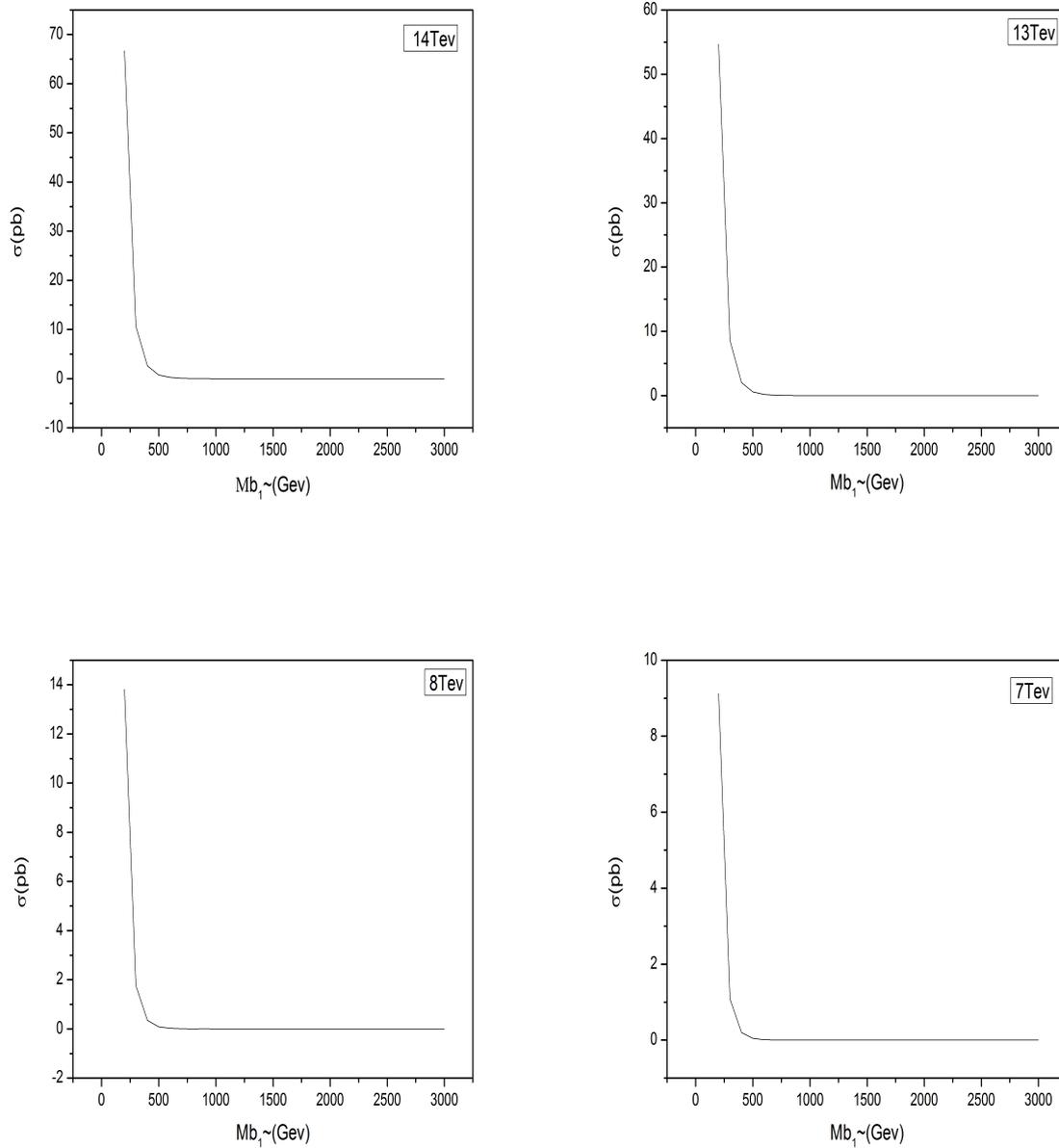


Figure 4.3: Variation de section efficace en fonction de la masse de sbottom pour $\sqrt{s} = 14, 13, 8, 7$ TeV

Les figures (5.3) représentent la Variation de section efficace en fonction de la masse. On voit que la section efficace diminue lorsque la masse augmente, elle s'annule pour des masses très grandes.

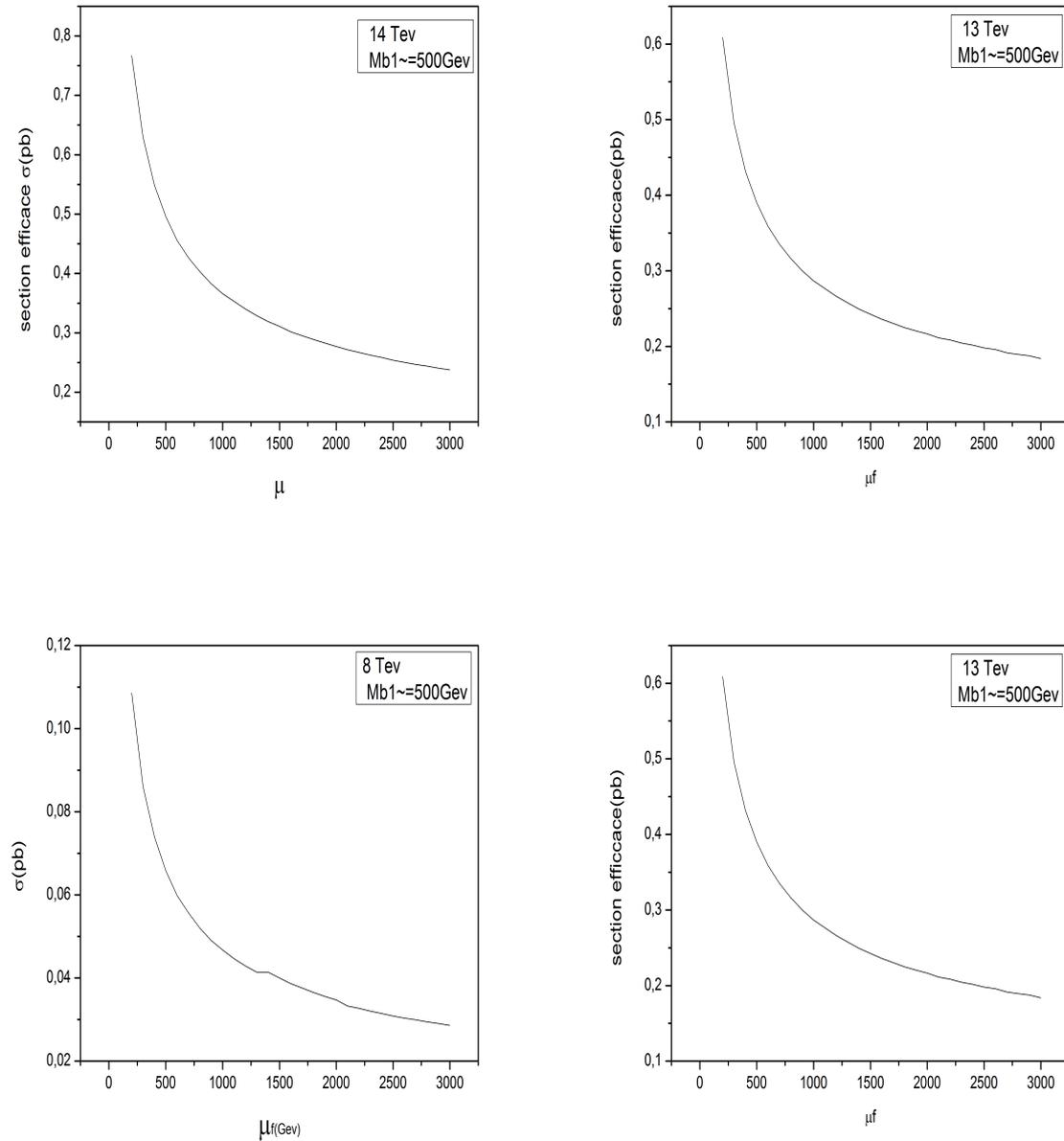


Figure 4.4: Variation de section efficace en fonction d'échelle μ_F pour une masse fixée $m_{sq} = 500$ GeV

Les figures (5.4) représentent la Variation de la section efficace en fonction de l'échelle. On voit que la section efficace diminue lorsque l'échelle augmente, elle devient presque stable pour des échelles très grandes.

4.3 La section efficace différentielles

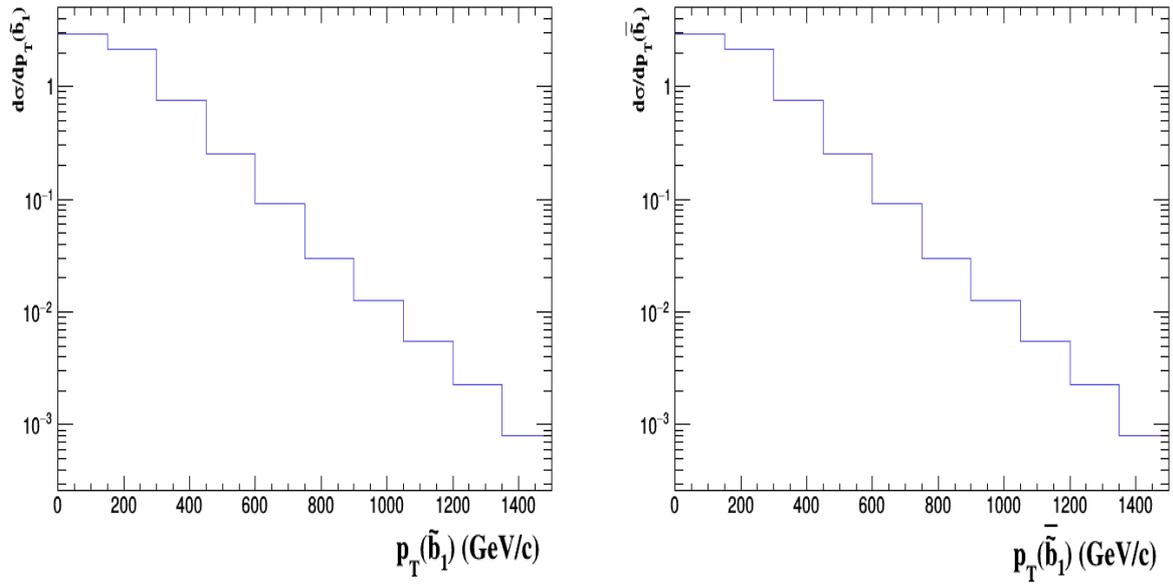


Figure 4.5: Sections efficaces différentielles en fonction de $P_T(\tilde{b}_1)$ et $P_T(\bar{\tilde{b}}_1)$ pour $m_{b_1} = 300$ GeV.

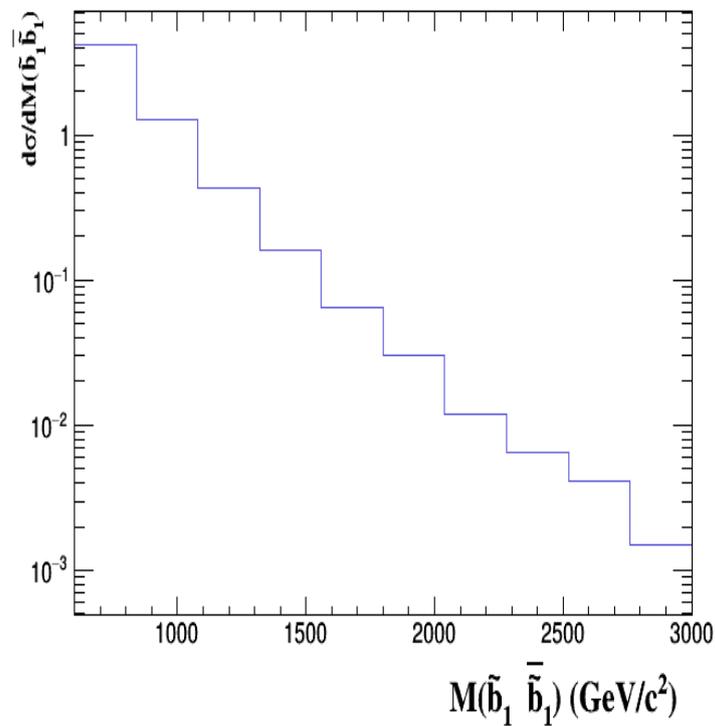


Figure 4.6: Section efficace différentielle en $M_T(b_1\bar{b}_1)$ pour $m_{b_1} = 300$ GeV.

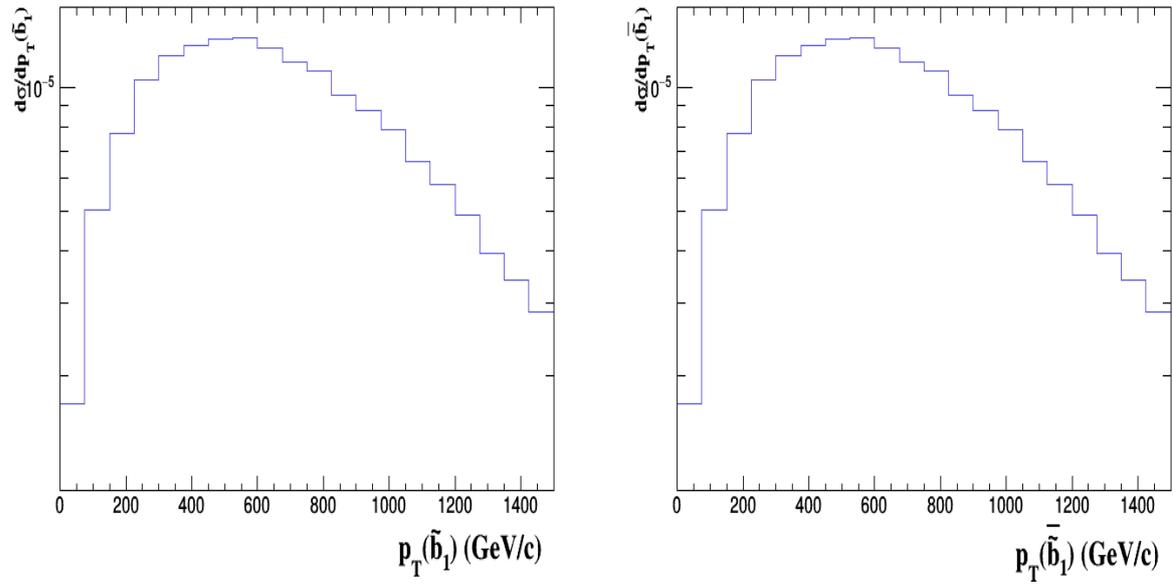


Figure 4.7: Sections efficaces différentielles en fonction de $P_T(\tilde{b}_1)$ et $P_T(\tilde{b}_1)$ pour $m_{b_1} = 1500$ GeV.

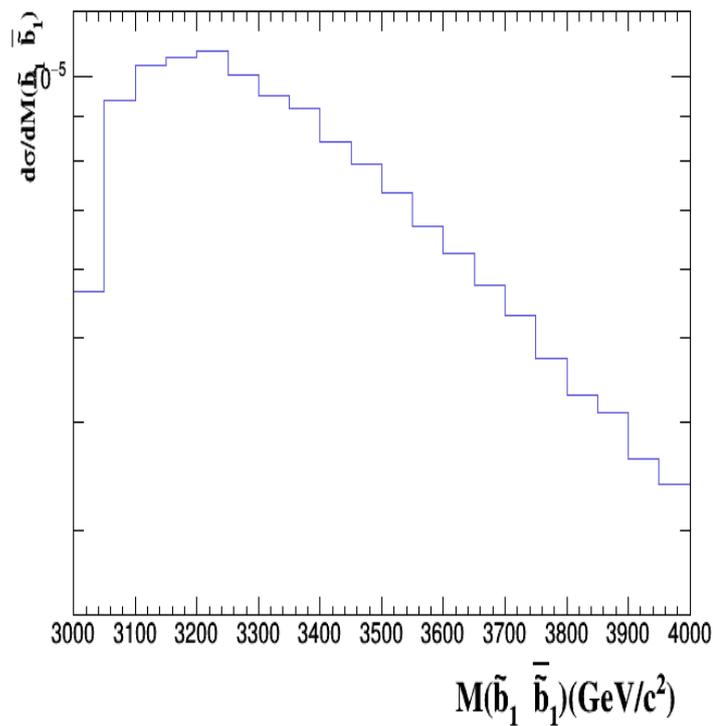


Figure 4.8: Section efficace différentielle en $M_T(b_1 \bar{b}_1)$ pour $m_{b_1} = 1500$ GeV.

Production d'une paire de squark avec un jet

Dans ce chapitre, on étudie la production d'une paire de squarks avec un jet au LHC,

$$pp \longrightarrow \tilde{b}_1 + \bar{\tilde{b}}_1 + j \quad (5.1)$$

5.1 Jets su LHC

Dans les expériences de collision hadroniques, lorsque deux hadrons entrent en collision, toutes les particules produites sont vu comme un jet d'énergie, elle se combinent en hadrons formant des jets, qui sont ensuite détectés expérimentalement[14]. Un jet donc peut être considéré comme un parton dur, mou ou colinéaire. On utilise les jets à la fois pour tester la validité de la chromodynamique quantique à haut énergie, et pour identifier la structure partonique dur de désintégrations des particules massives comme W^\pm, Z^0 .

Variables cinématiques

- L'impulsion transverse P_T est défini par:

$$P_T = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \quad (5.2)$$

P_x^2, P_y^2 sont des composants orthogonale de la quantité du mouvement.

- La masse transverse M_T est une quantité invariant sous transformation de Lorentz, elle est donnée par:

$$M_T = \sqrt{m^2 + P_T^2} \quad (5.3)$$

m est la masse invariante

- La rapidité $y = \frac{1}{2} \lg \frac{E+p_z}{E-p_z}$

- Psoudo-rapacité $\eta = -\lg \tan \frac{\theta}{2}$

- La masse de jet $M_j = \sqrt{(P_3 + \sum_{i \in \text{jet}} K_i)^2}$
où $0 < \phi < 2\pi$ et

$$K = K_T(\cosh \eta_i, \cos \phi, \sin \phi, \sinh \eta_i) \quad (5.4)$$

$$P_3 = P_T(\cosh \eta, 0, 0, \sinh \eta) \quad (5.5)$$

- L'impulsion de parton $P^\mu = (\sqrt{m^2 + P_T^2} \cosh \eta, P_T \cos \phi, P_T \sin \phi, \sqrt{m^2 + P_T^2} \sinh \eta)$

- La masse invariante jet-jet $M^{jj} = 2P_T \cosh(y^*)$
où $y^* = y_3 - y_{boot}$
- $\Delta R = \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta \phi)^2}$
- $x_T = \frac{2P_T}{\sqrt{s}}$
- L'énergie transverse E_T

5.2 L'algorithme de jet

Un algorithme de jet est un ensemble entièrement spécifié de règles pour projeter des informations à partir d'un grand nombre d'objets de hadrons comme sur un petit nombre d'objets parton, il est travailler à tous les niveaux d'énergie afin de permettre des comparaisons juste et directes entre les donnée et la théorie.

Il existe deux classe principales de'algorithme de jet qui sont algorithmes de cone et algorithmes de recombinaison séquentielle[18]

5.2.1 Algorithme de cone:

on prend une particule initiale de graine i, habituellement le plus dur, et on résume les moment de toutes les particules j, l'intérieur d'un cone de rayon R envirn i en angle azimutal ϕ et Pseudo-rapidité η , Donc toutes les particules j avec $\Delta R_{ij}^2 = (\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2 < R$, et utiliser leur pour déterminer les propriétés du cone:

$$P^c = (E^c, p^c) \quad (5.6)$$

$$\bar{y}^c = \frac{1}{2} \ln \frac{E^c + p_x^c}{E^c - p_x^c} \quad (5.7)$$

$$\bar{\phi}^c = \tan^{-1} \left(\frac{p_y^c}{p_x^c} \right) \quad (5.8)$$

Si $y^c = \bar{y}^c$ et $\phi^c = \bar{\phi}^c$, le cone identfie comme "stable" care la somme des impulsions de toutes les particules à l'intérieur de points de cone est dans la meme direction, si le cone n'est pas stable, l'étape de classification est répétée en utilisant le nouveau centroide, ce processus est répété jusqu'à ce que tous les cones intérativement identifiés sont stable

5.2.2 Les Algorithme de recombinaison séquentielle

On peut etre considéré le développement d'un jet commr une conséquence derépétition $1 \rightarrow 2$ de branchement de quarks et de gluons au sein de QCD, li est défini la paire de particules à combiner à chaque étapr et la façon de déterminer quand la fin du processus à été atteint, à chaque étape, les particules de combiner les meilleurs sont ceux qui sont en quelque sorte "le plus proche" à l'autre; une métrique pour déterminer la distence entre chaque paire de particule doit donc etre définie

$$d_{ij}^2 = \min(P_{T,i}^{2p}, P_{T,j}^{2p}) \frac{\Delta R_{ij}^2}{R^2} \quad (5.9)$$

$$d_{iB} = P_{T,i}^{2p} \quad (5.10)$$

d_{ij}^2 représente la distance entre les particules i et j , d_{iB} la distance entre la particule i et les reste du faisceau

Les différents types d'algorithmes de recombinaison peuvent être distingués par la valeur de p qu'ils utilisent

1. Si ceci est de l'ensemble d_{ij} objet alors i et j sont combinés.
2. Si elle est de l'ensemble d_{iB} , alors i est identifié comme un jet et retiré de la liste des objets;
3. Ce processus est réévalué de manière jusqu'à ce qu'il n'y ait pas d'objets laissés.

Cette type d'algorithme garantit que tous les jets seront séparés par une distance d'au moins R sur plan $y - \phi$

- L'algorithme combridge/Aachen est l'algorithme le plus simple de recombinaison, il regroupe la hiérarchie qui ne dépend que de l'angle
- L'algorithme de K_T forme des clusters de paires de particule à faible P_T , En combinant des particules de cette manière
- L'algorithme anti- k_t forme des clusters de paire de particule à haute- P_T

5.3 Production d'une paire de squarks b à l'ordre LO

Les deux sous-processus sont:

$$q\bar{q} \longrightarrow b_1 + \bar{b}_1 + j \quad (5.11)$$

$$gg \longrightarrow b_1 + \bar{b}_1 + j \quad (5.12)$$

Voici quelque exemple de diagrammes de Feynman décrivant ces processus:

Calcul de d'amplitude et la section efficace partonique

L'amplitude du diagramme 4 de $gg > b_1 b_1 j$

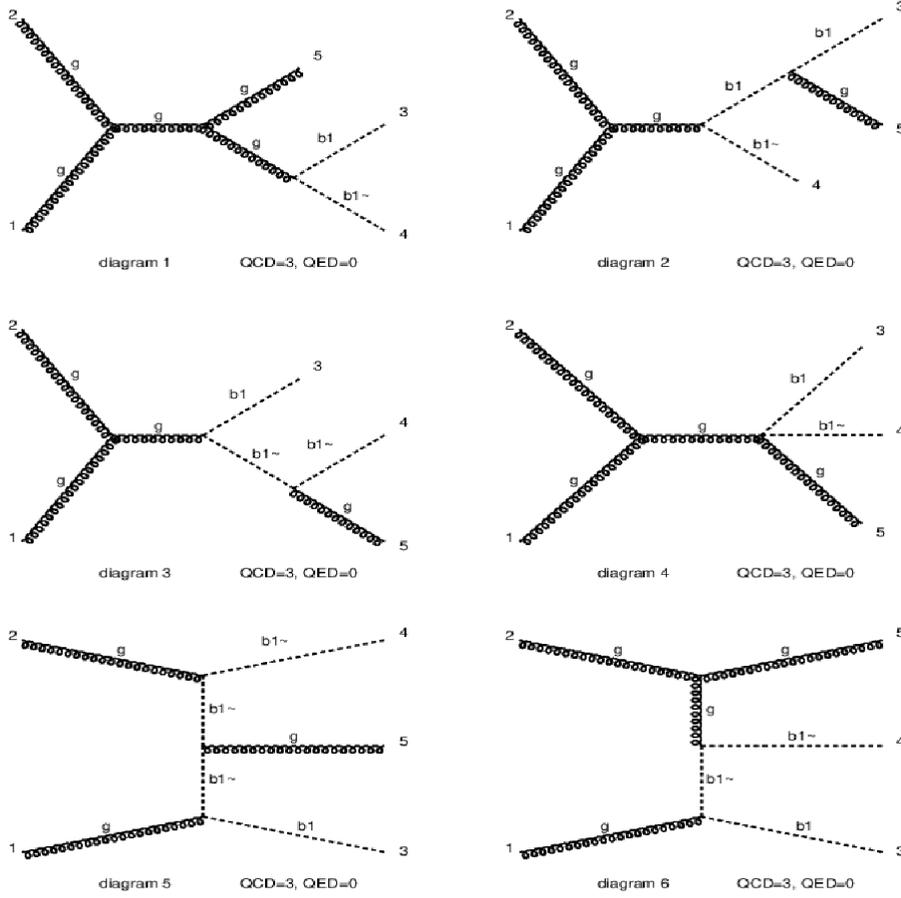
$$M = \varepsilon_\mu^a(P_1) (-g_s f_{abc} (g^{\mu\nu} (P_1 - P_2)^\sigma + g^{\nu\sigma} (P_2 - P)^\mu + g^{\mu\sigma} (P - P_1)^\nu)) \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_\nu^b(P_2) \frac{i g_{\sigma\lambda} \delta^{cd}}{(P_1 + P_2)^2} (i g_s^2 (T^d T^e + T^e T^d)_{ij} g^{\sigma\rho}) \varepsilon_\rho^e(P_3) 1_i 1_j \\ & = \frac{g_s^3}{(P_1 + P_2)^2} (T^d T^e + T^e T^d)_{ij} \varepsilon_\mu^a(P_1) \varepsilon_\nu^b(P_2) \varepsilon_\rho^e(P_3) 1_i 1_j \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\times f_{abc} (g^{\mu\nu} P_1^\sigma - g^{\mu\nu} P_2^\sigma - g^{\nu\sigma} P_2^\mu + g^{\mu\sigma} P_2^\nu) \quad (5.15)$$

$$\bar{M} = \frac{g_s^3}{(P_1 + P_2)^2} (T^{d'} T^{e'} + T^{e'} T^{d'})_{i'j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(P_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(P_2) \varepsilon_{\rho'}^{e'}(P_3) 1_{i'} 1_{j'} \quad (5.16)$$

$$\times f_{a'b'c'} (g^{\mu'\nu'} P_1^{\sigma'} - g^{\mu'\nu'} P_2^{\sigma'} - g^{\nu'\sigma'} P_2^{\mu'} + g^{\mu'\sigma'} P_2^{\nu'}) \quad (5.17)$$

Figure 5.1: Sous-processus $gg > b_1 b_1 j$

Le carré d'amplitude sommé sur spin et couleur est:

$$\sum |M|^2 = \frac{3g_s^6}{2s(N^2 - 1)} \quad (5.18)$$

L'amplitude du diagramme 2 de $qq > b_1 b_1 j$

$$M = \bar{v}_j(p_2)(-ig_s\gamma^5 T_{ji}^a)u_i(p_2)\left(\frac{ig_{\mu\nu}\delta^{ab}}{(p_1 + p_2)^2}\right)(-ig_s T_{kl}^b(p_3 - p_4)^\nu) \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} & 1_k 1_l (-ig_s T_{kn}^c(p_3 - p)^\sigma) \varepsilon_{\lambda}^d(p_5)_{1_n} \\ &= \frac{-g_s^3}{(p_1 + p_2)^2} T_{ji}^a T_{kl}^b T_{kn}^c \bar{v}_j(p_2) \gamma^5 u_i(p_2) \end{aligned} \quad (5.20)$$

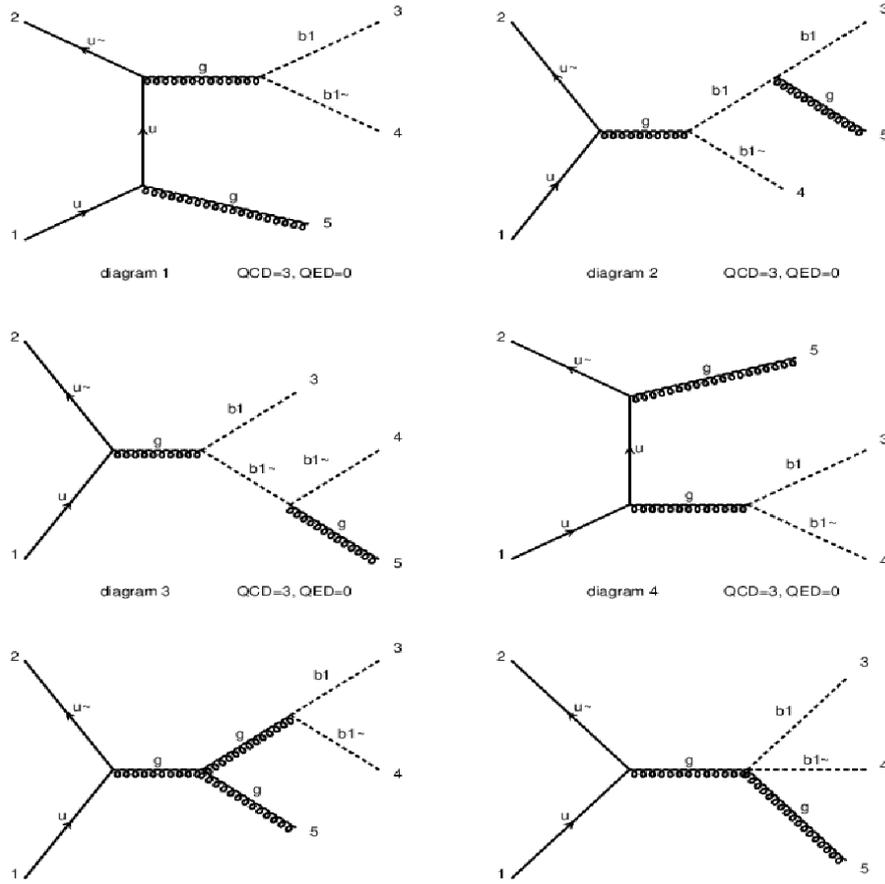
$$(p_3 - p_4)^\nu (p_3 - p)^\sigma \varepsilon_{\lambda}^d 1_n 1_k 1_l \quad (5.21)$$

$$\bar{M} = \frac{-g_s^3}{(p_1 + p_2)^2} T_{j'i'}^{a'} T_{k'l'}^{b'} T_{k'n'}^{c'} \bar{v}_{j'}(p_2) \gamma^5 u_i(p_2) \quad (5.22)$$

$$(p_3 - p_4)^{\nu'} (p_3 - p)^{\sigma'} \varepsilon_{\lambda'}^{d'} 1_{n'} 1_{k'} 1_{l'} \quad (5.23)$$

Le carré de cette impulsion est:

$$\sum |M|^2 = \frac{g_s^6}{8N^2 s^2} \left(tu - m_{sq}^2 s - s - \frac{t^2 + u^2}{2} \right) \quad (5.24)$$

Figure 5.2: Sous-processus $q\bar{q} \rightarrow \tilde{b}_1 \tilde{b}_1^* j$.

l'amplitude du diagramme 6 de $qq > b_1 b_1^* j$

$$M = \bar{v}_j(p_2) (-ig_s \gamma^5 T_{ji}^a) u_i(p_2) \left(\frac{ig_{\mu\nu} \delta^{ab}}{(p_1 + p_2)^2} \right) \quad (5.25)$$

$$\varepsilon_{\sigma}^c(p_5) (ig_s g_{\mu\nu} (T^b T^c + T^c T^b)_{kl}) \quad (5.26)$$

$$\bar{M} = \bar{u}_{i'}(p_2) (-ig_s \gamma^5 T_{j'i'}^{a'}) v_{j'}(p_2) \left(\frac{ig_{\mu'\nu'} \delta^{a'b'}}{(p_1 + p_2)^2} \right) \quad (5.27)$$

$$\varepsilon_{\sigma'}^{c'}(p_5) (ig_s g_{\mu'\nu'} (T^{b'} T^{c'} + T^{c'} T^{b'})_{k'l'}) \quad (5.28)$$

Le carré de cette impulsion

$$\sum |M|^2 = \frac{-g_s^4 (N^2 - 1)^2}{N^2 s} \quad (5.29)$$

5.4 Section efficace hadronique

Dans cette section, on calcule la section efficace hadronique pour une énergie fixé ($\sqrt{s} = 14$ TeV) en fonction de la masse du squark où on pose à chaque fois $\mu_f = m_{sq}$. On utilise MadGraph pour la calculer numériquement.

$\sigma(pb)$	$M_{b1} Gev$
$66,68 \pm 0,24$	200
$0,773 \pm 0,0024$	500
$0,01037 \pm 3,3 \cdot 10^{-5}$	1000
$0,0004395 \pm 1,5 \cdot 10^{-6}$	1500
$7,988 \cdot 10^{-5} \pm 2,3 \cdot 10^{-7}$	1800
$2,67 \cdot 10^{-5} \pm 9,5 \cdot 10^{-8}$	2000
$1,851 \cdot 10^{-6} \pm 5,5 \cdot 10^{-9}$	2500
$3,809 \cdot 10^{-7} \pm 1,1 \cdot 10^{-9}$	2800
$1,33 \cdot 10^{-7} \pm 4,2 \cdot 10^{-10}$	3000

Variation de la section efficace totale en fonction de M_{b1} pour $\sqrt{s} = 14$ TeV et $\mu_F = m_{b1}$
 Pour $\mu_F = m_{sq} = 200 GeV$ et pour $\sqrt{s} = 13,8,7$ TeV, on trouve:

$\sigma(pb)$	$\sqrt{s} Tev$
66,68	14
54,67	13
13,81	8
9,123	7

Variation de la section efficace en fonction de l'échelle

$\sigma(pb)$	$\mu_f Gev$
$1,532 \pm 0,0056$	200
$0,8616 \pm 0,0029$	500
$0,5796 \pm 0,0017$	1000
$0,4676 \pm 0,0016$	1500
$0,4262 \pm 0,0013$	1800
$0,404 \pm 0,0013$	2000
$0,3591 \pm 0,0011$	2500
$0,3409 \pm 0,0011$	2800
$0,3299 \pm 0,00096$	3000

Variation de la section efficace en fonction d'échelle pour $\sqrt{s} = 14 Tev$ et $m_{sq} = 200 Gev$

Les figures (5.3) représentent la Variation de section efficace en fonction de la masse, on voit que la section efficace diminue lorsque la masse augmente, elle s'annule pour des grandes valeurs de la masse.

Les figures (5.4) représentent la variation de section efficace en fonction d'échelle, on voit que la section efficace diminue lorsque l'échelle augmente, elle devient presque stable pour des grandes valeurs de l'échelle.

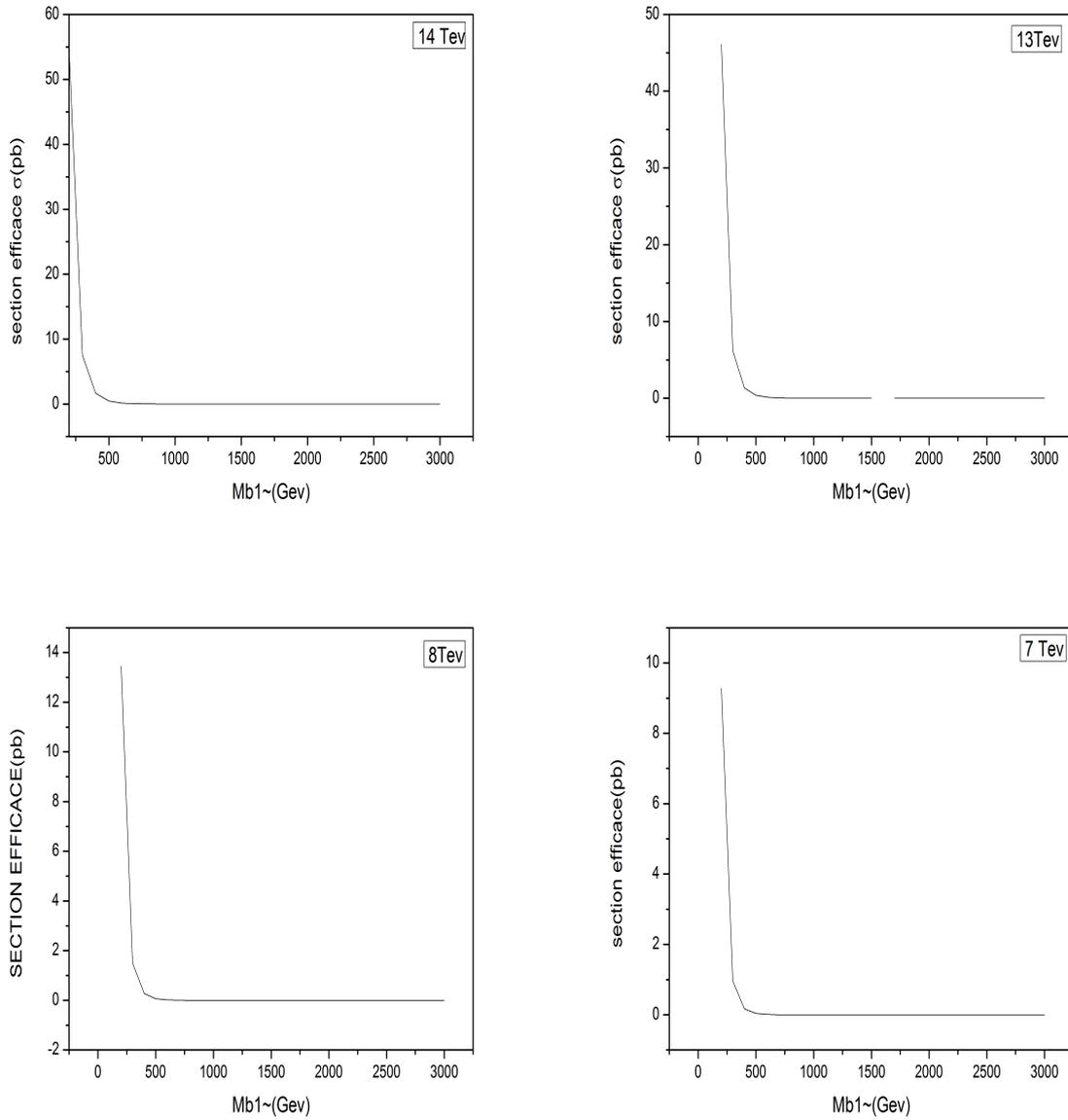
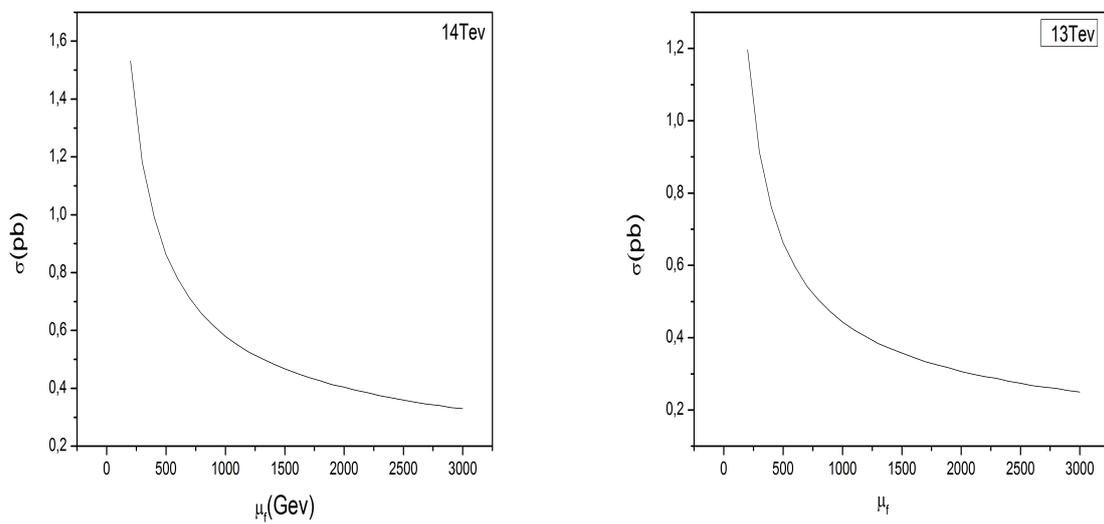


Figure 5.3: Variation de section efficace en fonction de la masse de sbottom pour $pp > b_1 b_1 j$



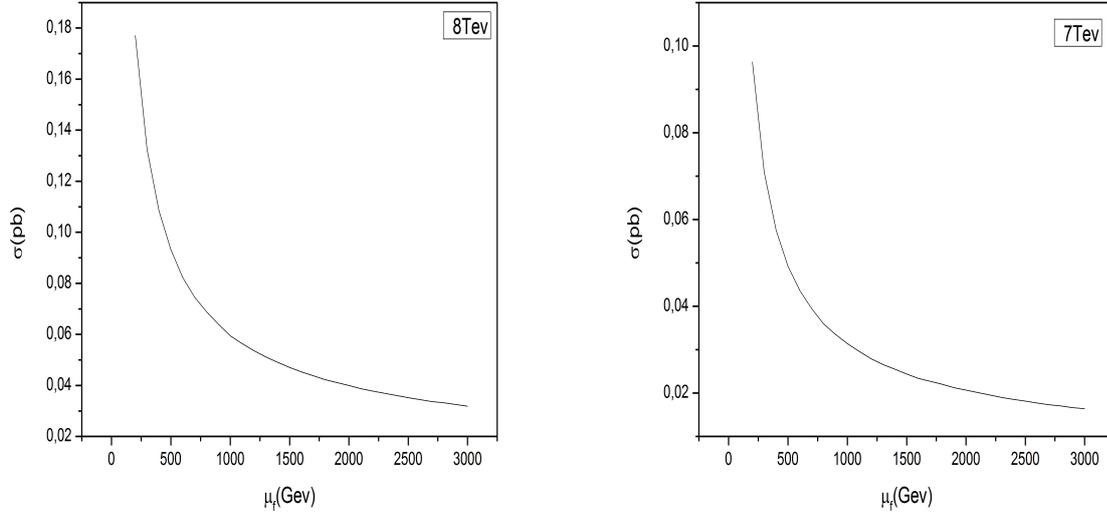


Figure 5.4: Variation de section efficace en fonction d'échelle μ_f pour une masse fixée $m_{sq} = 500\text{GeV}$ pour $pp > b_1 b_1 j$

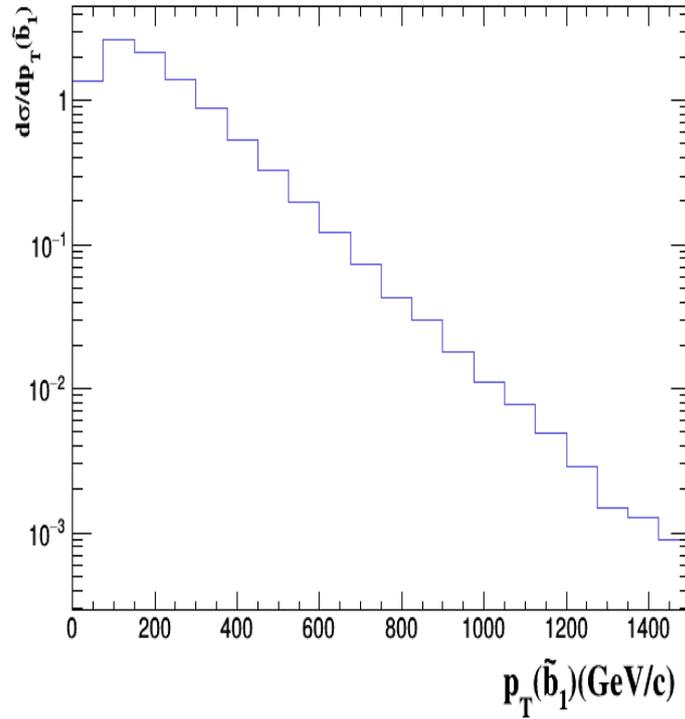


Figure 5.5: Variation de section efficace différentielle en $P_T(b_1)$ pour $m_{sq} = 300\text{GeV}$

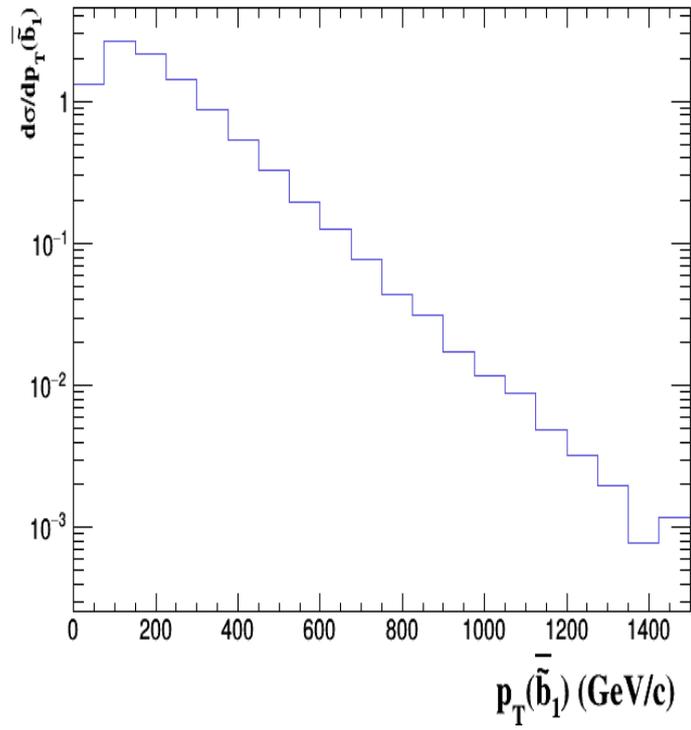


Figure 5.6: Variation de section efficace différentielle en $P_T(\tilde{b}_1)$ pour $m_{sq} = 300\text{GeV}$

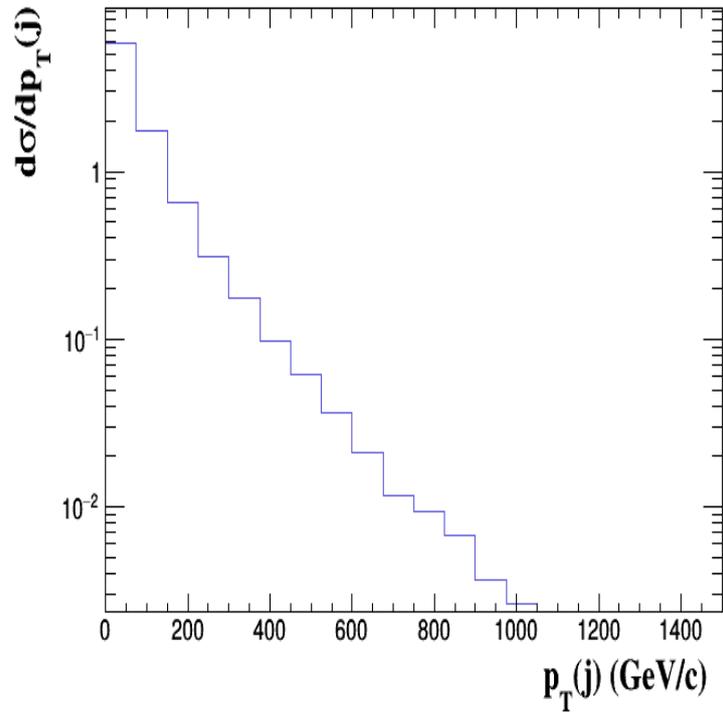


Figure 5.7: Variation de section efficace différentielle en $P_T(j)$ pour $m_{sq} = 300\text{GeV}$

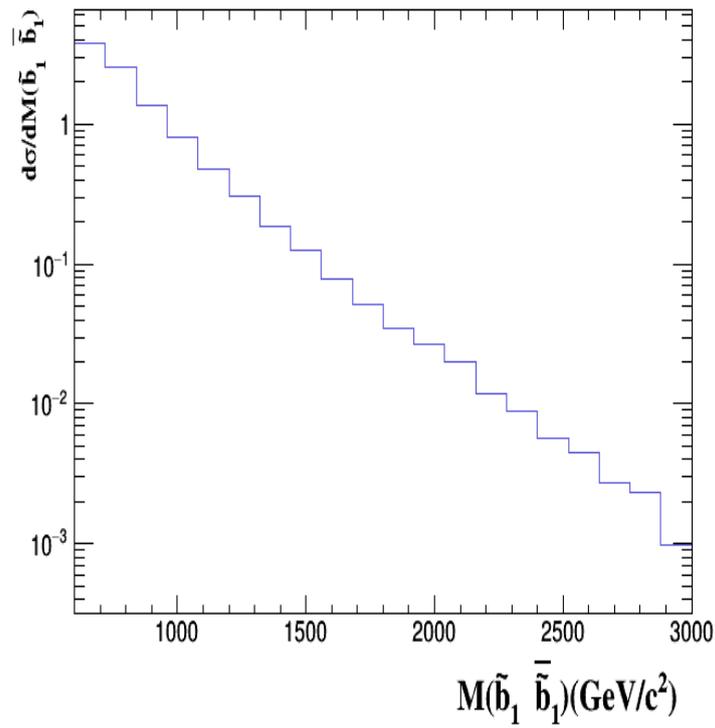


Figure 5.8: Variation de section efficace différentielle en $M_T(b_1\bar{b}_1)$ pour $m_{sq} = 300\text{GeV}$

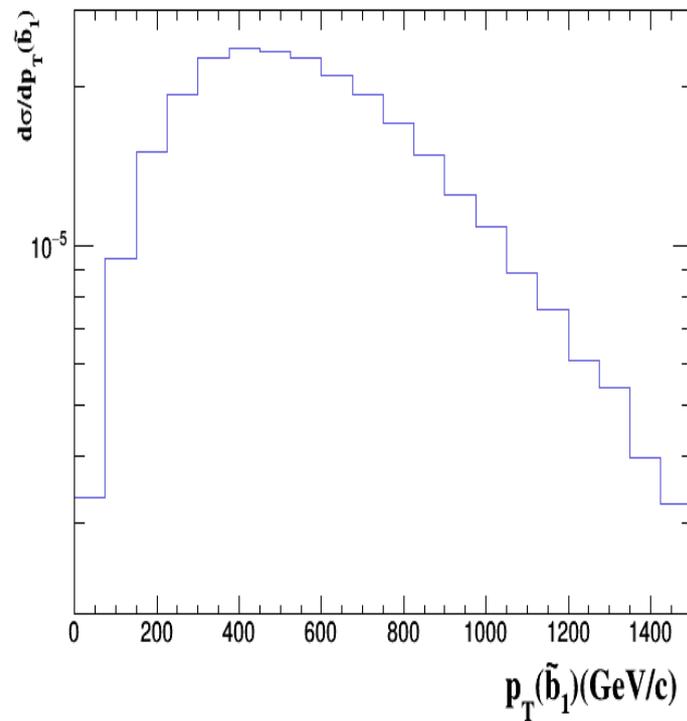


Figure 5.9: Variation de section efficace différentielle en $P_T(b_1)$ pour $m_{sq} = 1500\text{GeV}$

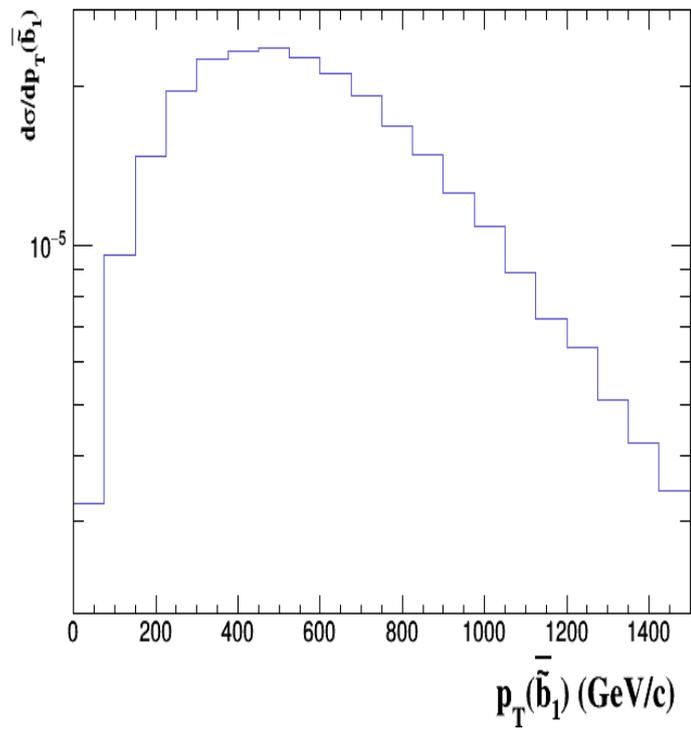


Figure 5.10: Variation de section efficace différentielle en $P_T(\tilde{b}_1)$ pour $m_{sq} = 1500\text{GeV}$

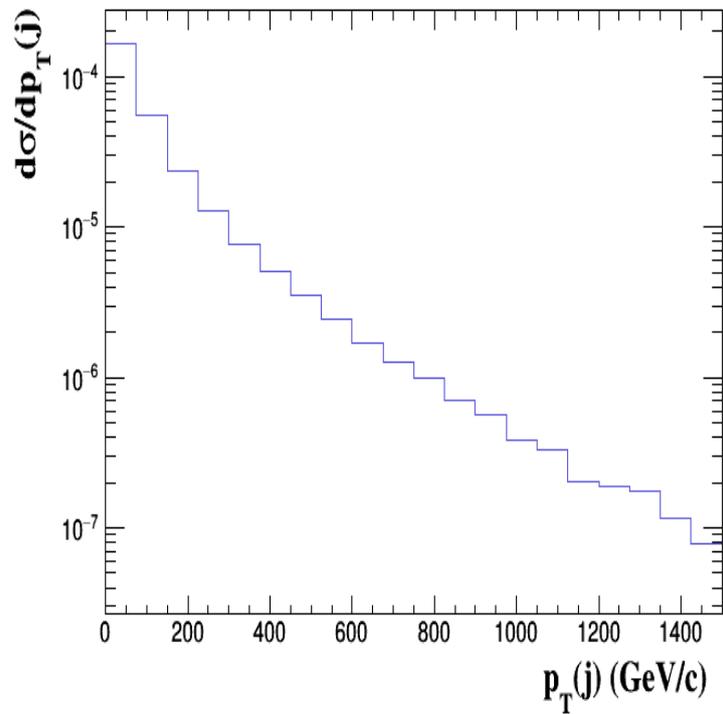


Figure 5.11: Variation de section efficace différentielle en $P_T(j)$ pour $m_{sq} = 1500\text{GeV}$

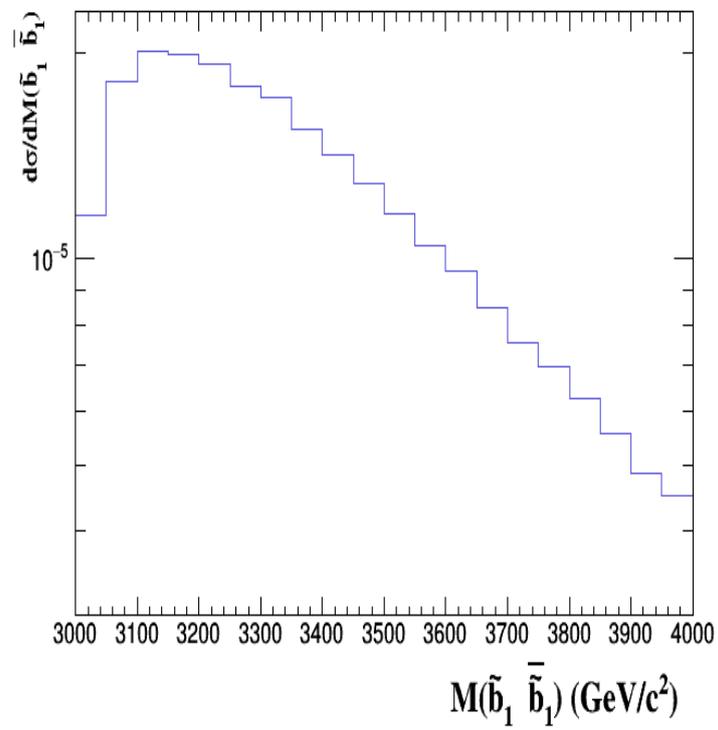


Figure 5.12: Variation de section efficace différentielle en $M_T(b_1 \bar{b}_1)$ pour $m_{sq} = 1500 \text{ Gev}$