

### 3. Génération d'états non classiques en variables continues

#### Sommaire

---

<b>A</b>	<b>Introduction</b>	<b>53</b>
<b>B</b>	<b>Optique non linéaire</b>	<b>53</b>
B.1	Processus non linéaires en optique	54
B.2	Conversion paramétrique	57
<b>C</b>	<b>Oscillateur paramétrique optique</b>	<b>59</b>
C.1	Aspect classique	59
C.2	Aspect quantique au-dessus du seuil d'oscillation	61
C.3	Aspect quantique sous le seuil d'oscillation	64
C.4	Conclusion	65
<b>D</b>	<b>OPO auto-verrouillé en phase</b>	<b>67</b>
D.1	Introduction	67
D.2	Propriétés classiques	67
D.3	Propriétés quantiques	69
<b>E</b>	<b>Conclusion</b>	<b>73</b>

---

#### A Introduction

Nous allons aborder dans ce chapitre les possibilités expérimentales pour produire les états non classiques du rayonnement, étudiés d'un point de vue théorique dans les chapitres précédents. Toutes reposent sur l'optique non linéaire, dont nous présenterons les bases. Ensuite nous nous focaliserons sur la non linéarité d'ordre 2, et sur la conversion paramétrique en cavité optique : c'est le principe d'un Oscillateur Paramétrique Optique. Enfin nous présenterons le dispositif étudié expérimentalement durant cette thèse : l'OPO auto-verrouillé en phase.

#### B Optique non linéaire

Les deux chapitres précédents ont abordé les états non classiques du rayonnement (comprimés, corrélés, intriqués), dont l'existence a été prévue très rapidement dans l'histoire de la mécanique quantique. Cependant, en l'absence de moyens expérimentaux permettant de générer de tels états, leur étude est restée théorique jusqu'à l'avènement de

l'optique non linéaire au début des années 60 [Armstrong *et al.*, 1962]. En effet, c'est essentiellement dans ce domaine que l'optique quantique puise ses outils expérimentaux.

## B.1 Processus non linéaires en optique

### a) Non-linéarité des milieux diélectriques

Lorsqu'un champ électromagnétique se propage dans un milieu diélectrique, il induit – *via* la force de Lorentz – un déplacement des charges liées par rapport à leur position d'équilibre. Ce déplacement modifie la distribution de charges<sup>1</sup>, et donc le champ électrique créé par cette distribution, induisant une polarisation macroscopique, qu'on peut écrire sous forme d'une série convergente de puissances du champ :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left[ \chi^{(1)} \vec{E} + \chi^{(2)} \vec{E}^2 + \chi^{(3)} \vec{E}^3 + \dots \right] \quad (3.1)$$

où  $\varepsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide. Il est à noter que les  $\chi^{(2n)}$  sont nuls pour tous les milieux centro-symétriques. La polarisation induite est un terme source pour le champ ; elle peut à son tour induire des modifications du champ incident.

Les  $\chi^{(m)}$  sont d'autant plus petits que  $m$  est grand. De ce fait, lorsque  $\|\vec{E}\|$  est faible, on peut négliger tous les termes d'ordre supérieur devant celui d'ordre 1 : la polarisation est linéaire. Ce terme d'ordre 1 est ainsi responsable des propriétés linéaires du milieu : indice de réfraction, absorption. En optique linéaire, les composantes de quadratures jouent des rôles symétriques, et les ondes se propagent sans influence mutuelle ... donc sans se corrélérer. Des champs “classiques” restent donc classiques.

Plus  $\|\vec{E}\|$  est important, plus grand sera le nombre de termes à prendre en compte. Ces termes sont à l'origine de nombreux phénomènes : indice non linéaire, génération d'harmoniques du champ d'ordres supérieurs, conversion paramétrique, ... Ces processus agissent de manière dissymétrique sur les composantes de quadratures, ou encore couplent plusieurs champs, pouvant ainsi mener – à partir d'un champ classique – à la génération d'un champ non classique (comprimé ou corrélé).

Un milieu optique est dit “non linéaire” si son  $\chi^{(2)}$  ou son  $\chi^{(3)}$  sont suffisamment grands pour qu'avec un faisceau d'intensité modérée on puisse détecter ses effets non linéaires. Nous présenterons rapidement les effets observés dans un milieu “ $\chi^{(3)}$ ” avant de détailler les effets liés à un  $\chi^{(2)} \neq 0$ .

### b) Non linéarité d'ordre 3

En général, l'effet non linéaire d'ordre 3 est totalement masqué par celui d'ordre 2. Cependant, puisque  $\chi^{(2)} = 0$  dans un milieu centro-symétrique, il est possible de détecter les effets du terme d'ordre 3.

---

1. Ces différentes interactions peuvent avoir lieu avec un certain retard, de sorte que l'écriture de la conservation de l'énergie doit tenir compte de cet éventuel déphasage.

Dans un tel milieu, il existe un processus asymétrique simple qui permet de générer un état comprimé. En effet, on peut réécrire ce terme :

$$\chi^{(3)} \vec{E}^3 = \left( \chi^{(3)} \|\vec{E}\|^2 \right) \vec{E} \quad (3.2)$$

De sorte que la polarisation macroscopique induite (avec un développement limité à l'ordre 4) s'écrit :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left( \chi^{(1)} + \chi^{(3)} \|\vec{E}\|^2 \right) \vec{E} \quad (3.3)$$

On peut ainsi interpréter la non linéarité  $\chi^{(3)}$  comme une correction non linéaire du  $\chi^{(1)}$ , responsable de l'indice du milieu. Cette dépendance de l'indice de réfraction en intensité du champ est appelée "effet Kerr optique".

Puisque l'indice dépend de l'intensité, le déphasage induit lors de la traversée du milieu (qui est proportionnel au chemin optique parcouru) dépend également de l'intensité. Un champ qui sera à l'instant  $t_1$  d'intensité  $I + \delta I_1$  sera moins déphasé que lorsqu'à l'instant  $t_2$  il aura l'intensité  $I + \delta I_2$  avec  $I_1 < I_2$ . La représentation de Fresnel fournit une bonne image de la conséquence sur les fluctuations du champ, qui se trouvent comprimées : le disque des fluctuations d'un champ cohérent est transformé en ellipse (*cf.* Fig. 3.1).

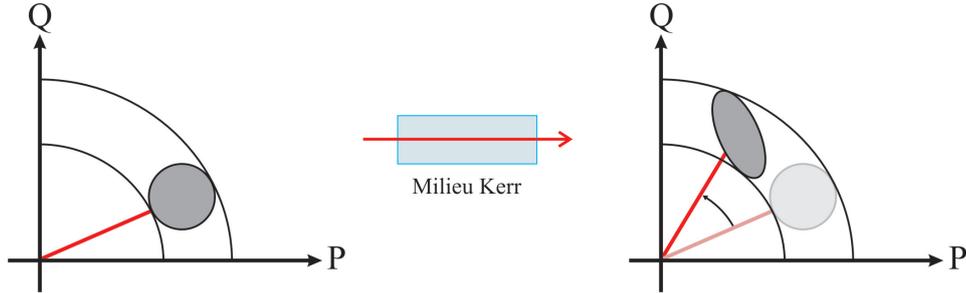


Fig. 3.1: Illustration en représentation de Fresnel de l'effet Kerr optique : les fluctuations du champ sont comprimées du fait du déphasage dépendant de l'intensité.

Une réduction de bruit par effet Kerr peut être obtenue par exemple à l'aide d'atomes froids en cavité [Lambrech *et al.*, 1996], ou dans une fibre optique [Silberhorn *et al.*, 2001].

### c) Non linéarité d'ordre 2

Les processus non linéaires d'ordre 2, centraux dans les expériences menées lors de cette thèse, sont également appelés "mélange à trois ondes". En effet, ils couplent trois champs de pulsations  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . La conservation de l'énergie est bien entendue assurée :

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (3.4)$$

Deux processus sont particulièrement intéressants pour l'optique quantique : la somme de fréquences et la conversion paramétrique (*cf.* Fig. 3.2).

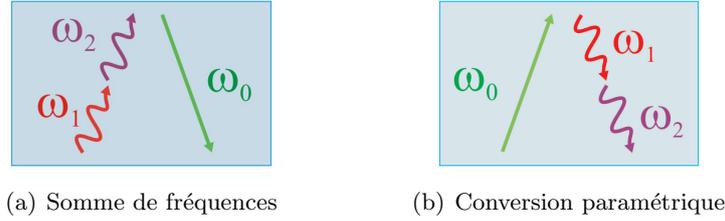


Fig. 3.2: Mélange à 3 ondes

La somme de fréquences (*cf.* Fig. 3.2(a)), ou “doublage de fréquence” correspond à la combinaison de deux photons pompe de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  pour donner un photon à la pulsation somme  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ . Premier effet non linéaire observé expérimentalement (sous la forme de génération de seconde harmonique, *i.e.* avec deux photons pompe de même fréquence), son plus grand intérêt à l’heure actuelle est de doubler la fréquence d’un laser. Cependant, il permet également de générer un état comprimé, car le doublage est d’autant plus efficace que l’intensité est grande : la distribution de bruit du champ à  $\omega_0$  est donc elliptique (comme pour l’effet Kerr, le doublage n’agit pas de façon symétrique sur toutes les quadratures).

La conversion paramétrique (*cf.* Fig. 3.2(b)) – sur laquelle nous reviendrons plus en détail dans la prochaine section – est en quelque sorte le processus inverse : à partir d’un photon pompe à  $\omega_0$  on génère deux photons “signal” (de pulsation  $\omega_1$ ) et complémentaire (de pulsation  $\omega_2$ ). Ces deux photons étant générés simultanément (la conservation de l’énergie l’impose) et à partir d’un même photon père, ils sont fortement corrélés.

L’énergie n’est pas la seule grandeur qui doit être conservée par les processus non linéaires : l’impulsion des photons – c’est-à-dire la vitesse de phase des ondes – doit elle aussi être conservée. On parle de “condition d’accord de phase” :

$$k_0 = k_1 + k_2 \Leftrightarrow n_0\omega_0 = n_1\omega_1 + n_2\omega_2 \quad (3.5)$$

Lorsque le cristal n’est pas de dimension infinie, la condition (3.5) n’est plus stricte<sup>2</sup> et peut être vérifiée approximativement, l’interaction étant bien sûr d’autant plus efficace qu’on est proche des conditions idéales.

Un matériau isotrope, avec une dispersion normale (c’est-à-dire dont l’indice augmente avec la fréquence), ne permet pas de réaliser cette condition. On utilise donc en général des matériaux biréfringents (milieux uniaxes négatifs), pour lesquels l’indice diffère pour la polarisation ordinaire et la polarisation extraordinaire. Deux configurations sont possibles pour le mélange à 3 ondes :

– **Accord de phase de type I**

L’onde de pulsation  $\omega_0$  est polarisée suivant l’axe ordinaire, et les deux autres suivant l’axe extraordinaire :  $e + e \leftrightarrow o$

2. Ceci provient des retards possibles dans la réponse du milieu.

– **Accord de phase de type II**

Les ondes de pulsation  $\omega_0$  et  $\omega_1$  sont polarisées suivant l'axe extraordinaire, la dernière suivant l'axe ordinaire :  $e + o \leftrightarrow e$

En conversion paramétrique, ces deux configurations ne donnent pas naissance à des faisceaux quantiques de même nature.

L'accord de phase de type I assure que les deux photons signal et complémentaire sont émis dans le même mode de polarisation. On parle de "conversion paramétrique dégénérée en polarisation". Si on réalise l'accord de phase de telle sorte que  $\omega_1 = \omega_2$ , on obtient ainsi des états comprimés [Wu *et al.*, 1986, Bowen *et al.*, 2003].

Lors d'un accord de phase de type II, les photons sont émis suivant des polarisations orthogonales, et sont donc distinguables. Cette configuration "non dégénérée en polarisation" produit ainsi deux faisceaux corrélés et pouvant être spatialement séparés. C'est cette configuration qui a été exploitée expérimentalement dans cette thèse.

## B.2 Conversion paramétrique

Nous allons décrire ici la conversion paramétrique en termes de champ électrique. Les trois champs couplés sont :

- le champ pompe  $E_0$  de pulsation  $\omega_0$  et de module d'onde  $k_0$
- le champ signal  $E_1$  de pulsation  $\omega_1$  et de module d'onde  $k_1$
- le champ complémentaire  $E_2$  de pulsation  $\omega_2$  et de module d'onde  $k_2$

On suppose que les trois champs se propagent suivant une direction commune ( $Oz$ ). En représentation complexe, on a :

$$E_j(z, t) = \mathcal{E}_j(z, t) e^{i(k_j z + \omega_j t)} \quad (3.6)$$

Comme on l'a déjà mentionné, la polarisation macroscopique induite est un terme source pour le champ électrique. D'après l'équation de Maxwell-Faraday, on peut écrire l'équation d'évolution de chaque champ lors de la propagation dans le milieu non linéaire :

$$\Delta E_j - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_j}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_j}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

L'effet non linéaire est *a priori* faible. Il est donc possible de le considérer comme une perturbation de la solution linéaire, et de faire l'approximation de l'enveloppe lentement variable<sup>3</sup>. L'équation de propagation de l'enveloppe du champ dans le milieu non-linéaire peut alors se mettre sous la forme [Shen, 1984] :

$$\frac{\partial \mathcal{E}_j}{\partial z} = \frac{i\omega_j}{2n_j \varepsilon_0 c} P_i^{NL}(z) e^{-i k_j z} \quad (3.8)$$

où  $P^{NL}$  est la partie non linéaire de la polarisation macroscopique :

$$P_j^{NL}(z) = \varepsilon_0 \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_\ell \mathcal{E}_m \quad \ell \neq j, m \quad m \neq j, \ell \quad (3.9)$$

---

3. L'approximation de l'enveloppe lentement variable consiste à supposer que l'enveloppe  $\mathcal{E}_j(z, t)$  des oscillations varie peu sur une longueur d'onde.

On a noté  $\chi_{eff}^{(2)}$  la susceptibilité effective du milieu pour la configuration utilisée.

On en déduit les équations de propagation non linéaires couplées :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial z} = \frac{\imath \omega_0}{2 n_0 c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 e^{-\imath \Delta k z} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial z} = \frac{\imath \omega_1}{2 n_1 c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_0 \mathcal{E}_2^* e^{\imath \Delta k z} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial z} = \frac{\imath \omega_2}{2 n_2 c} \chi_{eff}^{(2)} \mathcal{E}_0 \mathcal{E}_1^* e^{\imath \Delta k z} \end{cases} \quad (3.10)$$

où  $\Delta k = k_0 - k_1 - k_2$  est le désaccord de phase.

Il est intéressant de réécrire les équations (3.10) en fonction des variables  $A_j$  dont le module carré est égal au flux de photons  $N_j$ . Pour cela, nous allons d'abord exprimer le lien entre  $A_j$  et  $\mathcal{E}_j$ .

Grâce au vecteur de Poynting, on peut calculer l'intensité  $I_j$  de l'onde en  $W.m^{-2}$  en fonction de  $\mathcal{E}_j$  :

$$I_j = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n_j |\mathcal{E}_j|^2 \quad (3.11)$$

On en déduit le flux de photons  $N_j$  qui vérifie :

$$I_j = N_j \hbar \omega_j \quad (3.12)$$

Les variables  $A_j$  telles que  $N_j = |A_j|^2$  s'écrivent donc :

$$A_j = \sqrt{\frac{n_j c \varepsilon_0}{2 \hbar \omega_j}} \mathcal{E}_j \quad (3.13)$$

Finalement, on symétrise les équations en effectuant un changement d'origine des phases pour le champ pompe :  $A_0 \rightarrow -\imath A_0$ . On obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial A_0}{\partial z} = -\xi A_1 A_2 e^{-\imath \Delta k z} \\ \frac{\partial A_1}{\partial z} = \xi A_0 A_2^* e^{\imath \Delta k z} \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} = \xi A_0 A_1^* e^{\imath \Delta k z} \end{cases} \quad (3.14)$$

$\xi = \chi_{eff}^{(2)} \sqrt{\frac{\hbar \omega_0 \omega_1 \omega_2}{2 c^3 \varepsilon_0 n_0 n_1 n_2}}$  est un coefficient de couplage commun aux trois équations.

On peut montrer à partir des équations (3.14) que, au cours de la propagation, il y a conservation des quantités :

$$\hbar (\omega_0 N_0 + \omega_1 N_1 + \omega_2 N_2) \quad (3.15a)$$

$$\Delta N = N_1 - N_2 \quad (3.15b)$$

(3.15a) représente la somme des flux énergétiques des trois ondes qui interagissent. Puisqu'il n'y a pas de transfert d'énergie vers le milieu, ce flux se conserve.

La conservation (3.15b) est également connue sous le nom de "Relation de Manley-Rowe". Elle conforte l'interprétation de l'interaction paramétrique comme la création simultanée d'une paire de photons signal et complémentaire à partir d'un photon pompe.

Afin d'augmenter l'interaction entre les différents champs, le cristal non linéaire peut être inséré dans une cavité optique résonnante pour un ou plusieurs champs. Un tel dispositif, qui sera étudié tout au long de cette thèse, s'appelle un oscillateur paramétrique optique simplement, doublement ou triplement résonnant.

## C Oscillateur paramétrique optique

L'objectif de cette section est simplement de rappeler les principales équations qui régissent le système étudié, et les propriétés qui en découlent. Le lecteur pourra trouver les calculs détaillés dans [Debuisschert *et al.*, 1993] et [Laurat, 2004].

### C.1 Aspect classique

Nous allons nous intéresser à un oscillateur paramétrique optique (OPO) linéaire triplement résonnant, pour lequel  $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$  et  $\lambda_1 \simeq \lambda_2 \simeq 1064 \text{ nm}$ . Il est dit triplement résonnant car les miroirs de la cavité optique sont traités de façon à réfléchir la pompe, le signal et le complémentaire (*cf.* Fig. 3.3).

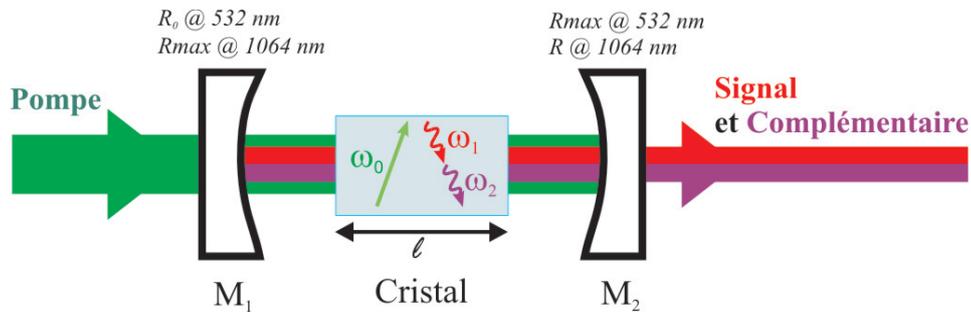


Fig. 3.3: Schéma d'un OPO linéaire triplement résonnant

Pour obtenir l'expression des champs dans la cavité, il faut tenir compte d'une part de la propagation dans le cristal de longueur  $\ell$  – avec la conversion paramétrique –, d'autre part du bouclage des champs dans la cavité.

Les équations de la conversion paramétrique (3.14) sont solubles dans le cas général avec des fonctions elliptiques [Armstrong *et al.*, 1962, Rosencher et Fabre, 2002]. Cepen-

dant, lorsque le gain paramétrique est faible, les équations se simplifient car elles peuvent être développées aux ordres faibles en  $g = \ell \xi$ , le gain paramétrique.

En régime stationnaire, le gain paramétrique est égal aux pertes. Or les pertes sont très faibles, de sorte que le gain paramétrique l'est également (pour les trois champs puisqu'il s'agit d'un OPO triplement résonnant) : on peut se restreindre au 1<sup>er</sup> ordre en  $g$ . On obtient finalement :

$$\begin{cases} A_0(\ell) = A_0(0) - \frac{g}{2} e^{-i \frac{\Delta k \ell}{2}} \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta k \ell}{2} \right) A_1(0) A_2(0) \\ A_1(\ell) = A_1(0) + g e^{i \frac{\Delta k \ell}{2}} \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta k \ell}{2} \right) A_0(0) A_2^*(0) \\ A_2(\ell) = A_2(0) + g e^{i \frac{\Delta k \ell}{2}} \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta k \ell}{2} \right) A_0(0) A_1^*(0) \end{cases} \quad (3.16)$$

En ce qui concerne le bouclage, il faut écrire les relations d'entrée/sortie au niveau des miroirs. Le miroir d'entrée est supposé totalement réfléchissant pour les champs infrarouges, le miroir de sortie totalement réfléchissant pour le vert. On note  $r_0$  le coefficient de réflexion en amplitude du miroir d'entrée pour la pompe, et  $r$  celui du miroir de sortie pour signal et complémentaire (*cf.* Fig. 3.3). On définit des coefficients de réflexion généralisés :

$$r' = 1 - \gamma - \mu = 1 - \gamma' \quad (3.17a)$$

$$r'_0 = 1 - \gamma_0 - \mu_0 = 1 - \gamma'_0 \quad (3.17b)$$

où :

- $r = 1 - \gamma$  avec  $\gamma \ll 1$  de sorte que  $T = 1 - R \simeq 2\gamma$
- $r_0 = 1 - \gamma_0$  avec  $\gamma_0 \ll 1$  de sorte que  $T_0 = 1 - R_0 \simeq 2\gamma_0$
- $\mu$  représente le coefficient de pertes intra-cavité en amplitude pour les champs IR (dues par exemple à l'absorption dans le cristal ou aux réflexions)
- $\mu_0$  représente le coefficient de pertes intra-cavité en amplitude pour le champ pompe

Pour chaque champ  $A_j$ , on note  $\delta_j = 2k_j(n_j \ell + L)$  le déphasage subi sur un aller-retour ( $L$  représente la longueur de propagation libre dans la cavité). On suppose que les désaccords par rapport à la résonance, notés  $\Delta_j$ , sont petits ; on peut donc écrire  $e^{i\delta_j} \simeq 1 + i\Delta_j$ . Les équations de bouclage pour les champs intra-cavité s'écrivent alors :

$$\begin{cases} (\gamma' - i\Delta_1) A_1 = g A_0 A_2^* \\ (\gamma' - i\Delta_2) A_2 = g A_0 A_1^* \\ (\gamma'_0 - i\Delta_0) A_1 = -g A_1 A_2 + \sqrt{2} \gamma_0 A_0^{in} \end{cases} \quad (3.18)$$

où  $A_0^{in}$  désigne le champ pompe à l'entrée de la cavité.

Les termes de gauche décrivent d'une part la décroissance des champs intra-cavité

en raison de la transmission des miroirs de couplage et des pertes internes, d'autre part l'effet de l'écart à résonance. Les termes de droite traduisent le couplage paramétrique entre les différents champs, ainsi que l'apport du champ pompe extérieur.

Pour que les champs signal  $A_1$  et complémentaire  $A_2$  ne soient pas nuls, les deux premières équations de (3.18) impliquent les conditions suivantes :

$$\Delta_1 = \Delta_2 \equiv \Delta \quad (3.19a)$$

$$N_0 = |A_0|^2 = \frac{\gamma'^2 + \Delta^2}{g^2} \quad (3.19b)$$

La condition (3.19b) indique que l'OPO est un système présentant un seuil : si le flux pompe intra-cavité est inférieur à cette valeur, les champs  $A_1$  et  $A_2$  sont nuls (on est alors au-dessous du seuil). Au-dessus du seuil, par contre, le flux pompe intra-cavité ne dépend plus du flux pompe incident. On peut déduire de cette valeur le flux pompe incident minimal pour atteindre le seuil :

$$N_0^{in}|_{seuil} = \frac{\gamma_0'^2 + \Delta_0^2}{2\gamma_0} N_0 = \frac{(\gamma_0'^2 + \Delta_0^2)(\gamma'^2 + \Delta^2)}{2\gamma_0 g^2} \quad (3.20)$$

Le seuil est donc minimal lorsque les trois champs sont à résonance :  $\Delta_0 = \Delta = 0$ . On se placera dorénavant dans cette situation, et on notera  $\sigma$  la "force" de pompage par rapport au seuil :

$$\sigma = \sqrt{\frac{N_0^{in}}{N_0}} = \sqrt{\frac{I_0^{in}}{I_0}} \quad (3.21)$$

La conversion paramétrique fixe également la somme des phases des champs signal et complémentaire :

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_0 + \arctan\left(\frac{\Delta}{\gamma'}\right) \quad (3.22)$$

En revanche, la différence des phases peut fluctuer, de sorte que les phases individuelles sont libres de diffuser.

## C.2 Aspect quantique au-dessus du seuil d'oscillation

Une analyse semi-classique<sup>4</sup> permet d'exprimer les fluctuations quantiques des champs émis ainsi que leurs corrélations [Fabre *et al.*, 1999]. On décrit la dynamique des petites fluctuations en linéarisant les fluctuations du champ (*cf.* §1.D.4).

Les équations de bouclage doivent cette fois tenir compte des champs vides entrant par les miroirs de couplage  $A_1^{in}$  et  $A_2^{in}$ , et également des fluctuations du vide  $B_j^{in}$  qui

4. Ce qui correspond ici à un traitement quantique pour le champ, mais classique pour la matière.



note :

$$x_j(\varphi, \Omega) = \widetilde{\delta A_j}(\Omega) e^{-\imath\varphi} + \widetilde{\delta A_j^*}(-\Omega) e^{\imath\varphi} \quad j = 0, 1, 2 \quad (3.26a)$$

$$p_j(\Omega) = x_j(\varphi_j, \Omega) = \widetilde{\delta A_j}(\Omega) e^{-\imath\varphi_j} + \widetilde{\delta A_j^*}(-\Omega) e^{\imath\varphi_j} \quad j = 0, 1, 2 \quad (3.26b)$$

$$q_j(\Omega) = x_j(\varphi_j + \frac{\pi}{2}, \Omega) = -\imath \left( \widetilde{\delta A_j}(\Omega) e^{-\imath\varphi_j} + \widetilde{\delta A_j^*}(-\Omega) e^{\imath\varphi_j} \right) \quad j = 0, 1, 2 \quad (3.26c)$$

Ainsi  $p_j$  représente les fluctuations d'intensité du champ  $A_j$  et  $q_j$  ses fluctuations d'amplitude;  $x_j$  ses fluctuations suivant une quadrature quelconque. Le spectre de bruit suivant la quadrature  $x_j$  est :

$$S_{x_j}(\Omega) = \langle x_j(\Omega) x_j(-\Omega) \rangle \quad (3.27)$$

On définit :

$$p_{\pm} = \frac{p_1 \pm p_2}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad q_{\pm} = \frac{q_1 \pm q_2}{\sqrt{2}} \quad (3.28)$$

et on obtient le système d'équations découplées :

$$2\gamma'(1 + \imath\Omega)p_- - \sqrt{2\gamma}p_-^{in} - \sqrt{2\mu}p_-^{in'} = 0 \quad (3.29a)$$

$$2\imath\Omega\gamma'q_- - \sqrt{2\gamma}q_-^{in} - \sqrt{2\mu}q_-^{in'} = 0 \quad (3.29b)$$

$$2\gamma'(\alpha^2 + \beta\imath\Omega - 2\Omega^2)p_+ - (\beta + 2\imath\Omega)(\sqrt{2\gamma}p_+^{in} + \sqrt{2\mu}p_+^{in'}) - 2\alpha(\sqrt{2\gamma_0}p_0^{in} + \sqrt{2\mu_0}p_0^{in'}) = 0 \quad (3.29c)$$

$$2\gamma'(\beta\sigma + (\beta + 2)\imath\Omega - 2\Omega^2)q_+ - (\beta + 2\imath\Omega)(\sqrt{2\gamma}q_+^{in} + \sqrt{2\mu}q_+^{in'}) - 2\alpha(\sqrt{2\gamma_0}q_0^{in} + \sqrt{2\mu_0}q_0^{in'}) = 0 \quad (3.29d)$$

Pour en déduire les fluctuations des champs sortants, il suffit d'écrire la relation correspondant au miroir de sortie de la cavité :

$$p_{\pm}^{out} = t p_{\pm} - r p_{\pm}^{in} \simeq \sqrt{2\gamma} p_{\pm} - p_{\pm}^{in} \quad (3.30a)$$

$$q_{\pm}^{out} \simeq \sqrt{2\gamma} q_{\pm} - q_{\pm}^{in} \quad (3.30b)$$

On tient également compte du fait que les fluctuations des champs – vides! – entrant ne sont pas corrélées et égales au bruit quantique standard. On les normalise à 1 :

$$S_{p_j^{in}}(\Omega) = S_{p_j^{in}}(\Omega) = S_{q_j^{in}}(\Omega) = S_{q_j^{in}}(\Omega) = 1 \quad j = 1, 2 \quad (3.31a)$$

$$\langle p_j^{in} q_j^{in} \rangle = \langle q_j^{in} p_j^{in} \rangle = \langle p_j^{in'} q_j^{in'} \rangle = \langle q_j^{in'} p_j^{in'} \rangle = 0 \quad j = 1, 2 \quad (3.31b)$$

### a) Bruit sur la différence des fluctuations

Le spectre de bruit sur la différence de phase des deux champs ne dépend pas du bruit du champ pompe :

$$S_{q_{\pm}^{out}}(\Omega) = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\Omega^2} \quad (3.32)$$

Cette expression est toujours supérieure à 1 : la quadrature  $q_{\pm}^{out}$  n'est jamais comprimée. En outre la variance de bruit diverge à fréquence nulle, ce qui traduit le phénomène de

diffusion de phase évoqué précédemment.

Quant au spectre de bruit sur la différence d'amplitude, le calcul donne :

$$S_{p_-^{out}}(\Omega) = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{1 + \Omega^2} \quad (3.33)$$

La quadrature  $p_-^{out}$  est ainsi toujours comprimée au-dessous du bruit quantique standard, ce qui traduit de fortes corrélations en intensité entre les champs signal et complémentaire. La compression est maximale à fréquence nulle, ce qui peut s'expliquer simplement par le fait qu'aux temps courts (aux fréquences élevées), un des photons de la paire peut être sorti de la cavité tandis que l'autre est encore à l'intérieur. Plus les pertes intra-cavité sont faibles, plus grande est la compression de bruit.

### b) Bruit sur la somme des fluctuations

En supposant que les fluctuations du champ pompe sont au bruit quantique standard, les spectres de bruit sur la somme des phases et la somme des intensités sont :

$$S_{q_+^{out}}(\Omega) = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1 + \zeta}{\Omega^2 + \sigma^2 + \zeta(1 + \Omega^2 - \alpha^2)} \quad (3.34a)$$

$$S_{p_+^{out}}(\Omega) = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1 + \zeta}{\Omega^2 + (\sigma - 1)^2 + \zeta(\Omega^2 - \alpha^2)} \quad (3.34b)$$

où on a posé  $\zeta = \frac{4\Omega^2}{\beta^2}$ .

On constate que la quadrature  $q_+^{out}$  est toujours comprimée (tandis que  $p_+^{out}$  est toujours bruitée) : les phases des champs signal et complémentaire sont anti-corrélées – et ce d'autant plus qu'on est proche du seuil et que les pertes intra-cavité sont faibles. On peut également montrer que le bruit de phase de la pompe peut dégrader très rapidement ces anti-corrélations.

## C.3 Aspect quantique sous le seuil d'oscillation

Sous le seuil, les valeurs moyennes des champs signal et complémentaire sont nulles. Cependant, les champs vides sortants ont des propriétés quantiques intéressantes.

### a) Équations linéarisées

Les équations (3.23) sont bien sûr toujours valables ; mais lorsqu'on linéarise, on tient compte du fait que  $\overline{A_1} = \overline{A_2} = 0$ . Or, dans les deux premières équations, lors de la linéarisation, le bruit sur la pompe n'apparaît plus que multiplié par les valeurs moyennes des champs signal et complémentaires : il n'apparaît donc plus du tout. Ce

résultat est important, car contrairement au cas au-dessus du seuil, les corrélations ne seront pas dégradées par le bruit sur la pompe. Les équations se réécrivent :

$$\begin{cases} \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_1}{dt} + \delta A_1 = \sigma \delta A_2^* + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} \delta A_1^{in} + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} \delta B_1^{in} \\ \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_2}{dt} + \delta A_2 = \sigma \delta A_1^* + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} \delta A_2^{in} + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} \delta B_2^{in} \end{cases} \quad (3.35)$$

Comme précédemment, on utilise la transformée de Fourier pour transformer les équations différentielles temporelles en équations algébriques fréquentielles. En passant aux quadratures (*cf.* équations (3.26)), on obtient des équations sur  $p_-$  et  $q_+$  (*cf.* équation (3.28)) :

$$\begin{cases} (1 + 2i\Omega + \sigma) p_- - \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} p_-^{in} - \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} p_-^{in'} = 0 \\ (1 + 2i\Omega + \sigma) q_+ - \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} q_+^{in} - \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} q_+^{in'} = 0 \end{cases} \quad (3.36)$$

Pour calculer les variances des bruits, il suffit d'exprimer les fluctuations sortantes à l'aide de la relation (3.30).

### b) Variances de bruit

Les spectres de bruit sur  $p_-$  et  $q_+$  sont identiques, ce qui transparait déjà dans la symétrie des équations (3.36) :

$$S_{p_-^{out}}(\Omega) = S_{q_+^{out}}(\Omega) = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma}{4\Omega^2 + (\sigma + 1)^2} \quad (3.37)$$

Ainsi les quadratures  $p_-$  et  $q_+$  sont toujours comprimées. La compression de bruit est d'autant plus forte qu'on est proche du seuil, et – comme c'était le cas au-dessus du seuil – que les pertes intra-cavité sont faibles. Les champs vides  $A_1$  et  $A_2$  sont donc des champs intriqués (corrélés en intensité et anti-corrélés en phase).

Puisqu'on a des champs intriqués symétriques, nous allons nous intéresser aux critères de Duan et Simon (1.30) et EPR (1.26), et en particulier à leur sensibilité aux pertes. On constate sur la figure 3.4 que les faisceaux sont toujours inséparables, mais que pour  $\mu \geq \gamma$ , il n'y a plus de corrélations EPR. Les corrélations EPR sont donc beaucoup plus sensibles aux pertes que l'intrication.

## C.4 Conclusion

L'OPO est un système stable, accordable en fréquence, qui donne naissance à deux faisceaux dont les intensités sont fortement corrélées et les phases fortement anti-corrélées ;

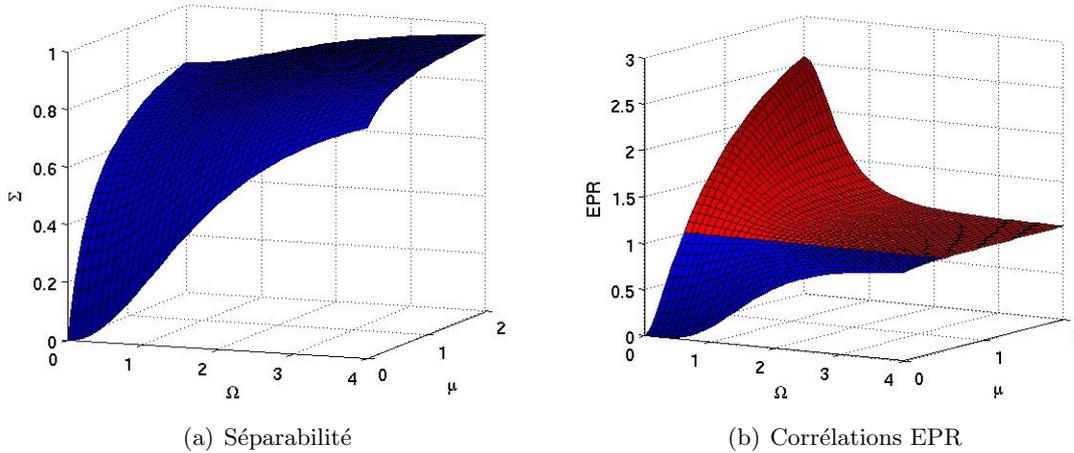


Fig. 3.4: Sensibilité aux pertes intra-cavité de la séparabilité et des corrélations EPR. Les pertes  $\mu$  sont en unités de  $\gamma$ .

c'est-à-dire des faisceaux intriqués. C'est donc une source idéale pour étudier les propriétés quantiques de la lumière.

Notre dispositif (décrit au chapitre 4) a permis, durant la thèse de Julien Laurat, de mettre en évidence les corrélations d'intensité : des faisceaux jumeaux ont été générés avec une réduction de bruit de  $9,5 \pm 0,5 \text{ dB}$  (soit 89%) [Laurat *et al.*, 2005c]. Ces corrélations permettent également de réaliser la préparation conditionnelle d'un état sub-Poissonien à  $4,4 \text{ dB}$  (64%) au-dessous du bruit quantique standard [Laurat *et al.*, 2003, Laurat *et al.*, 2004b].

Ces excellents résultats ne rendent cependant pas compte de l'autre aspect quantique des faisceaux signal et complémentaire : leur anti-corrélation en phase. En effet, ces faisceaux sont de fréquences *a priori* différentes, ce qui interdit par exemple de réaliser l'opération lame 50/50 décrite au §1.E.2d) pour exploiter cette anti-corrélation.

En outre, on pourrait imaginer ajuster les paramètres expérimentaux de façon à se placer à dégénérescence en fréquence. Mais les fréquences des champs signal et complémentaire fluctuent sous d'infimes variations des paramètres expérimentaux (température du cristal, fréquence de pompe, ...). De sorte que même si on parvient à se placer à dégénérescence, cet état n'est pas stable suffisamment longtemps pour pouvoir réaliser des mesures de type détection homodyne, dont le principe consiste à faire interférer le champ avec un champ de référence. Or cette détection est le moyen le plus simple pour mesurer les fluctuations de phase – ou de toute autre quadrature – d'un champ.

Le groupe de P. Nussenzveig à São Paulo a contourné le problème en utilisant des cavités désaccordées. Nous allons présenter dans la section suivante la solution "tout-optique" qui a été mise en œuvre sur notre expérience.

## D OPO auto-verrouillé en phase

### D.1 Introduction

Les champs signal et complémentaire sont des champs oscillants dans la cavité. Or il est bien connu depuis les travaux de Huygens en 1665 que deux oscillateurs couplés ajustent leur rythme, c'est-à-dire leur phase donc leur fréquence. En outre, il a montré que cet ajustement se produit à condition que les fréquences soient suffisamment proches, *i.e.* situées dans une plage de fréquences dite “plage d'accrochage”. De la même façon, le principe du dispositif permettant d'atteindre la dégénérescence en fréquence dans l'OPO consiste à coupler signal et complémentaire.

Le principe du couplage “tout-optique” s'appuie sur le fait que le cristal non linéaire utilisé est de type II (*cf.* §B.1c)), de sorte que les faisceaux signal et complémentaire sont polarisés orthogonalement. On utilise une lame biréfringente placée dans la cavité de l'OPO (*cf.* Fig. 3.5), et légèrement tournée par rapport aux polarisations propres du cristal. La lame est une lame  $\lambda/4$  pour les champs signal et complémentaire (donc  $\lambda/2$  après un aller-retour), et elle est  $\lambda$  (donc sans influence) pour la pompe.

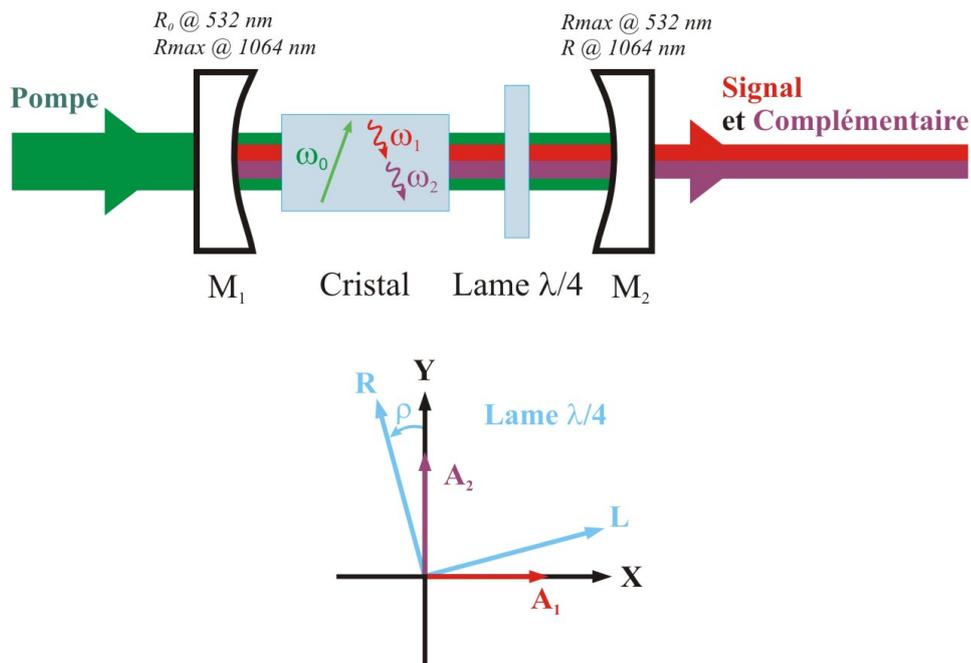


Fig. 3.5: Schéma d'un OPO triplement résonnant associé à une lame biréfringente dont les axes neutres sont tournés d'un angle  $\rho$  par rapport à ceux du cristal.

### D.2 Propriétés classiques

Nous effectuons ici un traitement simplifié du problème. Le traitement complet a été fait dans les références [Laurat, 2004, Longchambon, 2003, Longchambon *et al.*, 2004].

On suppose ainsi que le problème se ramène à des allers-retours dans la cavité, c'est-à-dire à une cavité en anneau. La lame  $\lambda/4$  se comporte alors bel et bien comme une lame  $\lambda/2$ . Dans le cas d'un angle  $\rho \ll 1$ , la matrice de la lame dans le repère  $\{\vec{X}, \vec{Y}\}$  des axes du cristal s'écrit :

$$\begin{pmatrix} A'_1 \\ A'_2 \end{pmatrix} = \iota e^{\iota k \bar{n} 2e} \begin{pmatrix} 1 & 2\rho \\ 2\rho & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

où  $\bar{n} = \frac{n_L + n_R}{2}$  est l'indice moyen de la lame biréfringente, avec  $n_L$  et  $n_R$  les indices propres des axes lent (L) et rapide (R).  $e$  désigne l'épaisseur de la lame.

Dans la suite on posera :

- $\delta = \frac{\omega_0}{2c} (2\bar{n}e + 2n\ell + 2L)$
- $n = \frac{n_1 + n_2}{2}$  l'indice moyen du cristal
- $\theta = \frac{\omega_0}{2c} (n_2 - n_1)\ell$

Les désaccords à résonance au bout d'un tour des modes signal et complémentaire seront supposés petits. Pour  $\rho \ll 1$ , il s'écrivent :

$$\Delta_1 = \delta - \theta + \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \Delta_2 = \delta + \theta - \frac{\pi}{2} \quad (3.39)$$

Ainsi, dans le cas particulier de notre étude, les équations de bouclage pour les champs dégénérés en fréquence s'écrivent :

$$\begin{cases} (\gamma' - \iota\Delta_1) A_1 = g A_0 A_2^* + \varepsilon_0 e^{\iota\theta} A_2 \\ (\gamma' - \iota\Delta_2) A_2 = g A_0 A_1^* - \varepsilon_0 e^{-\iota\theta} A_1 \end{cases} \quad (3.40)$$

où  $\varepsilon_0 = 2\rho$ .

On constate qu'on a levé l'invariance par changement de phase, de sorte que (comme on le souhaitait) la différence de phase des champs signal et complémentaire est désormais fixée.

Comme dans le cas sans lame, on écrit que la solution des équations (3.40) (accompagnées de leurs conjuguées) est non nulle si et seulement si le déterminant du système est nul. On aboutit à deux solutions possibles pour la valeur du flux pompe intra-cavité :

$$N_0^\pm = \frac{1}{g^2} \left[ \gamma'^2 + \Delta_1 \Delta_2 + \varepsilon_0^2 \pm \sqrt{4\varepsilon_0^2 \Delta_1 \Delta_2 - \gamma'^2 (\Delta_1 - \Delta_2)^2} \right] \quad (3.41)$$

Ainsi, lorsque la lame est tournée, l'OPO présente deux seuils d'oscillation, et donc deux régimes de fonctionnement possibles. Seule la solution à seuil bas sera considérée<sup>5</sup>. Le

5. L'autre solution est instable, ainsi que la solution non dégénérée en fréquence [Gross, 2003].

seuil  $N_0^-$  est minimal lorsque  $\Delta_1 = \Delta_2$ .

Alors que les équations de bouclage pour un OPO sans lame imposaient une relation unique  $\Delta_1 = \Delta_2$  entre les déphasages, ceux-ci sont désormais contraints par une inégalité :

$$4\varepsilon_0^2 \Delta_1 \Delta_2 - \gamma'^2 (\Delta_1 - \Delta_2)^2 \geq 0 \quad (3.42)$$

Cette inégalité définit une zone d'aire non nulle, appelée "zone d'accrochage", à l'intérieur de laquelle une oscillation dégénérée en fréquence peut se produire si l'OPO est pompé au-dessus du seuil  $N_0^-$  (3.41). Dans un OPO sans lame, la dégénérescence en fréquence ne pouvait être qu'accidentelle ; ici le couplage entre les champs permet d'obtenir une zone de dégénérescence d'extension non nulle. Cette zone est d'autant plus grande que l'angle de la lame et la puissance de pompe sont importants.

### D.3 Propriétés quantiques

Pour simplifier les calculs, on va considérer le cas d'un OPO doublement résonnant (*i.e.* résonnant pour le signal et le complémentaire, *cf.* Fig. 3.6), dont les propriétés sont très proches de celles d'un OPO triplement résonnant à proximité du seuil, ou à des fréquences d'analyse du bruit faibles devant la bande passante de la cavité.

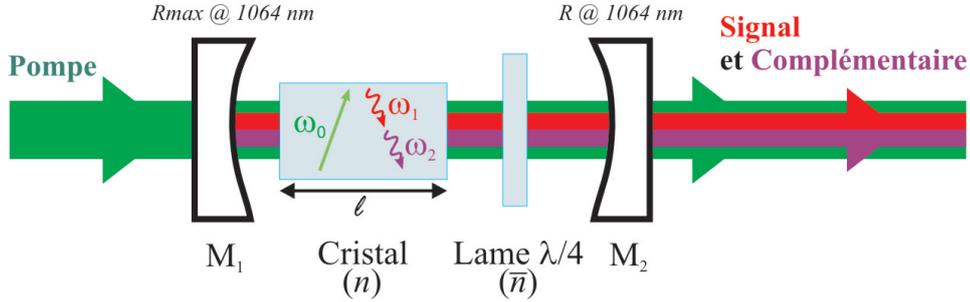


Fig. 3.6: Schéma d'un OPO doublement résonnant avec une lame  $\lambda/4$  dont les axes neutres sont tournés d'un angle  $\rho$  par rapport à ceux du cristal.

On se place au point de seuil minimum, défini par  $\Delta_1 = \Delta_2 = 2\rho$  ; ce qui impose également  $\theta = \psi$ . On introduit le paramètre  $c = \frac{2\rho}{\gamma'}$  qui mesure la force du couplage linéaire. Les équations linéarisées autour des valeurs moyennes s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_1}{dt} + (1 - \imath c) \delta A_1 = \frac{g \overline{A}_0}{\gamma'} \delta A_2^* + \frac{g \delta A_0}{\gamma'} \overline{A}_2^* + \imath c \delta A_2 + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} \delta A_1^{in} + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} \delta B_1^{in} \\ \frac{\tau}{\gamma'} \frac{d\delta A_2}{dt} + (1 - \imath c) \delta A_2 = \frac{g \overline{A}_0}{\gamma'} \delta A_1^* + \frac{g \delta A_0}{\gamma'} \overline{A}_1^* + \imath c \delta A_1 + \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} \delta A_2^{in} + \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} \delta B_2^{in} \\ \delta A_0 = -\frac{g}{2} (\overline{A}_2 \delta A_1 + \overline{A}_1 \delta A_2) + \delta A_0^{in} \end{array} \right. \quad (3.43)$$

Au-dessus ou au-dessous du seuil d'oscillation, ces équations vont s'écrire différemment, et les propriétés des champs signal et complémentaire seront différentes.

### a) Étude au-dessous du seuil

Les équations (3.43) se simplifient : les valeurs moyennes des champs signal et complémentaire sont nulles (de sorte que les fluctuations de la pompe disparaissent). En outre, le terme  $\frac{g \overline{A_0}}{\gamma'}$  est égal à la puissance pompe, normalisée au seuil de l'OPO, c'est-à-dire au taux de pompage  $\sigma$  (sous le seuil,  $\sigma < 1$ ).

On transforme les équations différentielles en équations algébriques à l'aide de la transformée de Fourier, et on passe aux fluctuations sur les quadratures  $p$  et  $q$  (3.26) :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 + 2i\Omega) p_1 - \sigma p_2 + c(q_1 - q_2) - \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} p_1^{in} - \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} p_1^{in'} = 0 \\ (1 + 2i\Omega) p_2 - \sigma p_1 + c(q_2 - q_1) - \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} p_2^{in} - \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} p_2^{in'} = 0 \\ (1 + 2i\Omega) q_1 + \sigma q_2 + c(p_2 - p_1) - \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} q_1^{in} - \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} q_1^{in'} = 0 \\ (1 + 2i\Omega) q_2 + \sigma q_1 + c(p_1 - p_2) - \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma'} q_2^{in} - \frac{\sqrt{2}\mu}{\gamma'} q_2^{in'} = 0 \end{array} \right. \quad (3.44)$$

On écrit les fluctuations des champs en sortie (3.30), et on en déduit les spectres de bruit sur la somme et la différence des fluctuations.

Les bruits sur la somme des fluctuations sont identiques à ceux de l'OPO sans lame, et ne dépendent pas du couplage :

$$S_{q_+^{out}} = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma}{4\Omega^2 + (\sigma + 1)^2} \quad (3.45a)$$

$$S_{p_+^{out}} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma}{4\Omega^2 + (\sigma - 1)^2} \quad (3.45b)$$

Ainsi, la quadrature  $q_+$  est toujours comprimée. Les anti-corrélations entre  $q_1$  et  $q_2$  sont d'autant plus grandes que la fréquence d'analyse est basse, qu'on est plus proche du seuil, et qu'il y a moins de pertes.

Les bruits sur la différence des fluctuations dépendent, eux, du couplage :

$$S_{p_-^{out}} = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma [4\Omega^2 - 4c^2 + (\sigma - 1)^2]}{16\Omega^2 + (4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 - 1)^2} \quad (3.46a)$$

$$S_{q_-^{out}} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{4\sigma [4\Omega^2 - 4c^2 + (\sigma + 1)^2]}{16\Omega^2 + (4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 - 1)^2} \quad (3.46b)$$

Quand le couplage n'est pas trop important (ce qui sera toujours le cas lors des expériences), c'est  $p_-^{out}$  qui est comprimée. La figure 3.7 illustre la dépendance avec le couplage, qui se traduit à la fois par une rotation de l'ellipse de bruit de  $A_-$  par rapport à celle de  $A_+$  et par une perte des corrélations entre  $A_1$  et  $A_2$ <sup>6</sup>. L'angle  $\xi$  d'inclinaison de l'ellipse de bruit de  $A_-$  par rapport à sa position à couplage nul peut être calculé [Laurat, 2004, Laurat *et al.*, 2005a] :

$$\tan(2\xi) = \frac{4c}{4\Omega^2 - 4c^2 + \sigma^2 + 1} \quad (3.47)$$

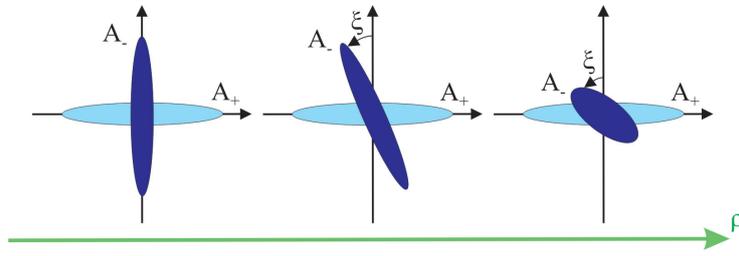


Fig. 3.7: Représentation de Fresnel des ellipses de bruit des modes  $A_+$  et  $A_-$ , sous le seuil, lorsque l'angle de la lame augmente. En l'absence de couplage, la compression de bruit est obtenue suivant des quadratures orthogonales. En présence d'un couplage, l'ellipse de bruit du mode  $A_-$  tourne et la compression est réduite ; tandis que le mode  $A_+$  n'est pas affecté. La figure de droite correspond à un couplage  $c$  relativement important, mais à un angle  $\rho$  qui reste faible.

## b) Étude au-dessus du seuil

Au-dessus du seuil, les fluctuations de la pompe ne disparaissent plus. En outre, la valeur de  $\overline{A_0}$  est fixée à la valeur seuil quel que soit le taux de pompage :  $\frac{g\overline{A_0}}{\gamma'} = 1$  et  $|\overline{A_j}|^2 = \frac{2\gamma'}{g^2}(\sigma - 1)$ . Les équations sur les quadratures après avoir effectué la transformée

6. Les spectres de bruit sur  $A_1$  et  $A_2$  n'ont pas été calculés explicitement ici. On peut cependant en donner les caractéristiques essentielles. En l'absence de lame, ce sont des faisceaux bruités et symétriques. En présence de couplage, les fluctuations sont dissymétriques ; et pour un grand couplage, les faisceaux peuvent être comprimés. [Laurat, 2004]

de Fourier deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\sigma + 2i\Omega) p_1 + (\sigma - 2) p_2 + c(q_1 - q_2) - \frac{\sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)}}{\gamma'} p_0^{in} - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} p_1^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} p_1^{in'} = 0 \\ (\sigma + 2i\Omega) p_2 + (\sigma - 2) p_1 + c(q_2 - q_1) - \frac{\sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)}}{\gamma'} p_0^{in} - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} p_2^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} p_2^{in'} = 0 \\ (\sigma + 2i\Omega) q_1 + \sigma q_2 + c(p_2 - p_1) - \frac{\sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)}}{\gamma'} q_0^{in} - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} q_1^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} q_1^{in'} = 0 \\ (\sigma + 2i\Omega) q_2 + \sigma q_1 + c(p_1 - p_2) - \frac{\sqrt{2\gamma'(\sigma - 1)}}{\gamma'} q_0^{in} - \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma'} q_2^{in} - \frac{\sqrt{2\mu}}{\gamma'} q_2^{in'} = 0 \end{array} \right. \quad (3.48)$$

Comme précédemment, les spectres de bruit sur la somme des fluctuations ne sont pas affectés par le couplage. En supposant que le bruit du faisceau pompe est égal au bruit quantique standard, on obtient :

$$S_{q_+^{out}} = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\Omega^2 + \sigma^2} \quad (3.49a)$$

$$S_{p_+^{out}} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{1}{\Omega^2 + (\sigma - 1)^2} \quad (3.49b)$$

Ainsi, le mode  $A_+$ , de valeur moyenne non nulle puisqu'on se trouve au-dessus du seuil, est comprimé en phase.

Le bruit sur la différence des fluctuations dépend du couplage :

$$S_{p_-^{out}} = 1 - \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{\Omega^2 - c^2}{\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2} \quad (3.50a)$$

$$S_{q_-^{out}} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{\Omega^2 + 1 - c^2}{\Omega^2 + (\Omega^2 - c^2)^2} \quad (3.50b)$$

On retrouve le même comportement qu'au-dessous du seuil : la quadrature corrélée tourne avec le couplage, et la corrélation diminue à mesure (*cf.* Fig 3.8). Notons également que le taux de pompage n'apparaît plus. Il n'apparaît de ce fait pas non plus dans la valeur de l'angle d'inclinaison de l'ellipse :

$$\tan(2\xi) = \frac{2c}{2\Omega^2 - 2c^2 + 1} \quad (3.51)$$

Les comportements au-dessus et au-dessous du seuil sont identiques quantitativement dans la limite  $\sigma \rightarrow 1$  sous le seuil : le passage au-dessus du seuil ne doit donc pas modifier de façon sensible le comportement du système.

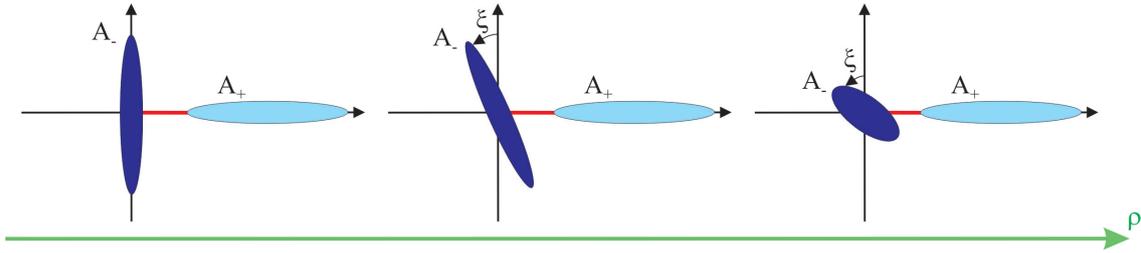


Fig. 3.8: Représentation de Fresnel des ellipses de bruit des modes  $A_+$  et  $A_-$ , au-dessus du seuil, lorsque l'angle de la lame augmente. Le comportement est le même que sous le seuil.

## E Conclusion

L'insertion d'une lame d'onde dans la cavité d'un OPO de type II permet de résoudre élégamment, et sans que le système perde en stabilité, le problème de la non dégénérescence fréquentielle des faisceaux signal et complémentaire. On introduit en outre un nouveau paramètre, qui est la force du couplage induit par la lame. Ce paramètre influence sur la corrélation entre les deux modes. Les quadratures des deux modes qui sont corrélées dépendent également de ce couplage.

En l'absence de bruit sur la pompe, le système doit générer des faisceaux corrélés en intensité et anti-corrélés en phase ; un bon choix des paramètres expérimentaux (limitation des pertes, travail à proximité du seuil, analyse du bruit à une fréquence faible devant la bande passante de la cavité) doivent permettre de vérifier le critère de corrélations EPR.