

# l'optique astronomique à l'élasticité

CONTRÔLER les déformations des miroirs de télescopes permet d'éviter la dégradation des images astronomiques. Les origines de ces déformations sont diverses; les comportements des pièces optiques varient en fonction des charges subies et des caractéristiques mécaniques des matériaux employés. L'Optique Active permet de contrôler les déformations des pièces optiques afin d'obtenir des surfaces complexes de grande qualité, statiques ou variables avec le temps. Les principales applications de l'Optique Active sont :

- le polissage de pièces optiques asphériques sous contraintes,
- la stabilisation de la forme optimale d'une surface optique durant les observations,
- la déformation des pièces optiques *in situ* pour obtenir des surfaces optiques variables,
- les combinaisons de ces différents cas.

Les nouveaux objectifs scientifiques prioritaires de la communauté astrophysique tels que la cosmologie, la physique des galaxies, la formation des étoiles et l'étude des planètes, nécessitent le développement de télescopes et d'instruments toujours plus performants, tant au sol que dans l'espace (Sec.1). Dans ce contexte, les champs d'application de l'Optique Active sont étroitement liés aux programmes scientifiques en jeu et reliés aux dernières technologies d'imagerie.

Si la plupart des télescopes actuels ont intégré l'Optique Active afin de dépasser les limites technologiques, l'astronomie du futur demande de nouveaux développement en termes de technologie, de performances, de qualité des surfaces optiques. Les prochains instruments scientifiques bénéficieront des qualités d'optiques fournies par l'Optique Active, indispensables pour atteindre les spécifications de très haut niveau demandées (Sec.2).

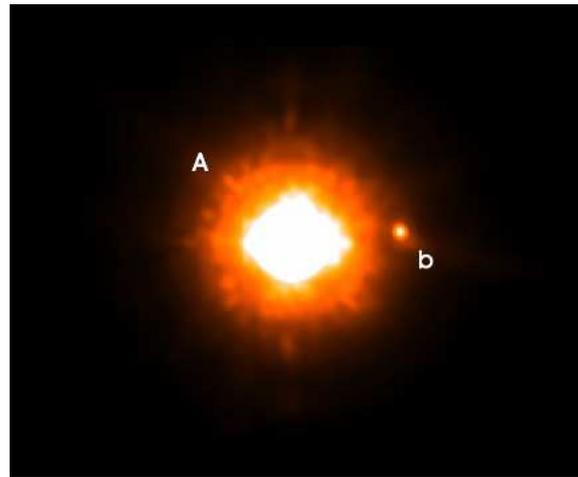
A partir d'analyses basées sur les équations analytiques de la théorie de l'élasticité, il est possible de paramétrer les déformations des miroirs de télescopes afin de les contrôler dans le temps, ou lors de leur fabrication. Par rapport à cette démarche, le développement des logiciels de calculs par éléments finis a permis d'atteindre un niveau supérieur dans la connaissance des déformations des pièces optiques. La précision des calculs est accrue et les qualités de surfaces gagnent elles aussi un ordre de grandeur. Enfin, cet outil numérique a permis d'établir un lien clair entre les modes de déformations mécaniques et les modes d'aberrations optiques du front d'onde (Sec.3).

## 1.1 Objectifs scientifiques en astrophysique moderne

Les premiers instants de l'univers, la formation des étoiles et des galaxies, la naissance des systèmes planétaires. Voilà trois thèmes identifiés par la communauté astrophysique européenne comme étant les priorités des recherches à venir. Loin de vouloir faire une liste exhaustive des sujets scientifiques, les exemples qui suivent permettent d'illustrer les enjeux scientifiques à travers des thèmes liés aux projets instrumentaux en cours ou à venir, depuis la recherche d'exoplanètes jusqu'à la cosmologie.

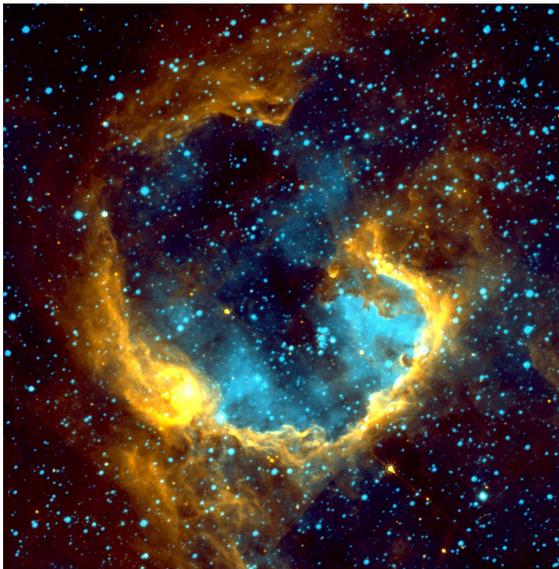
### 1.1.1 Sommes-nous seuls dans l'univers ?

La recherche de planètes extrasolaires a débuté en France, à l'Observatoire de Haute Provence, avec la première découverte d'une planète orbitant autour de l'étoile *51 Pegasus* [Mayor & Queloz 1995]. Le compagnon a été détecté indirectement par son influence sur son étoile hôte. Cette découverte a marqué le départ de projets phares de la communauté internationale. Les projets spatiaux tels que CoRoT, DARWIN, ou TPF, ainsi que les projets au sol avec HARPS et SOPHIE, ou SPHERE sur le VLT vont permettre d'approfondir nos connaissances en la matière, de caractériser les planètes détectées, de les imager, d'analyser la composition de leurs éventuelles atmosphères. Avec plus de 200 planètes extrasolaires, des systèmes planétaires, et la première planète tellurique potentiellement habitable identifiée récemment [Udry *et al* 2007], la science a fait de nouveaux pas vers la réponse à une grande question : *Sommes-nous seuls dans l'univers ?*



The Sub-Stellar Companion to GQ Lupi (NACO/VLT)  
ESO PR Photo 16a/05 (7 April 2005)  
 © European Southern Observatory

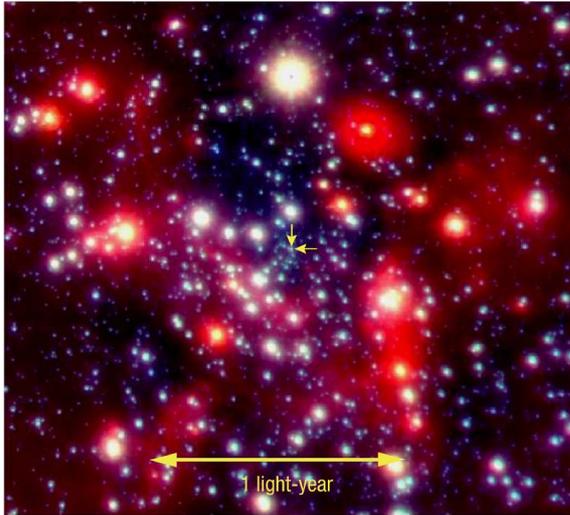
*La jeune étoile GQ-Lupi située à 103 années lumière et son faible compagnon planétaire*



*RCW79, une région H<sub>II</sub> dans la Voie Lactée, milieu privilégié de formation d'étoiles massives.*

### 1.1.2 La formation des étoiles

L'observation à l'échelle de notre galaxie nous amène à l'étude de sa structure et permet d'étudier les mécanismes de la formation stellaire. Les nuages de gaz et de poussières interstellaires sont la toile de fond de la naissance, vie et extinction des étoiles. Ils renferment en outre des éléments chimiques qui peuvent former des molécules très complexes. La formation des étoiles massives est encore un phénomène mal compris, et plusieurs théories nécessitent de nouvelles observations. Les régions d'hydrogène ionisé, ou régions H<sub>II</sub>, semblent être des lieux privilégiés pour leur formation [Zavagno *et al* 2005]. Leur étude demande des observations à haute résolution angulaire pour analyser les procédés d'assemblage et d'effondrement des nuages interstellaires et rechercher des disques circumstellaires autour des étoiles massives.



The Centre of the Milky Way  
(VLT YEPUN + NACO)

ESO PR Photo 23a/02 (9 October 2002)

© European Southern Observatory



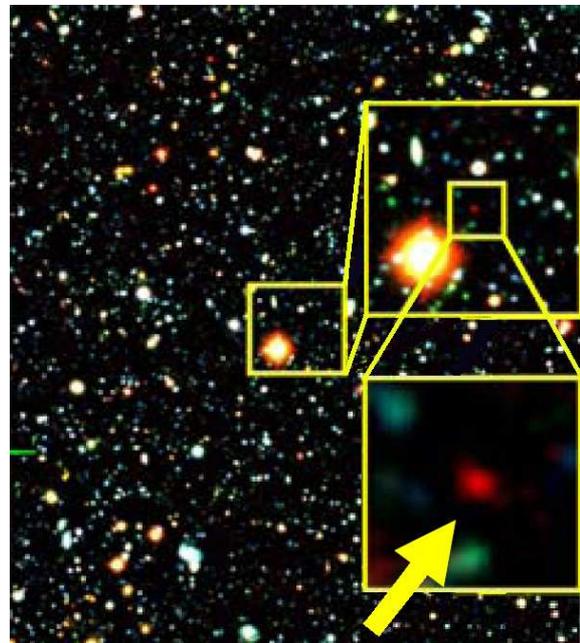
*Imagerie du centre galactique de la Voie Lactée grâce au système d'optique adaptative NACO.*

### 1.1.3 Physique des galaxies

L'existence des trous noirs prédits par la théorie d'Einstein a pu être mise en évidence par l'utilisation des dernières techniques d'imagerie disponibles sur le VLT. Un de ces objets a été détecté au centre de notre Voie Lactée, grâce à l'analyse du mouvement orbital des étoiles proches du centre galactique, dans la constellation du Sagittaire. Est-ce le cas pour toutes les galaxies, comment se forme un trou noir, comment évolue-t-il? Les capacités du satellite GALEX ont récemment permis de "surprendre" un trou noir en flagrant délit d'absorption d'une étoile au centre d'une galaxie proche [Gezari *et al* 2006]. Des observations à résolution et sensibilité extrêmes sont nécessaires pour analyser les évolutions des structures aux centres des galaxies. Les capacités en résolution d'un télescope géant, couplées à une optique adaptative puissante, permettront l'imagerie directe et l'analyse des objets détectés.

### 1.1.4 Les premiers âges de l'univers

La compréhension de l'assemblage et de l'évolution des galaxies constitue un enjeu majeur dans la recherche de nos origines. La naissance des galaxies primordiales a permis la ré-ionisation de l'univers pour le rendre transparent. L'évolution de l'univers après les Âges Sombres n'est connue quasiment que par des modèles numériques, puisque la plus lointaine galaxie aujourd'hui observée se situe à un *redshift* record de  $z=6.964$  [Iye *et al* 2006]. Les enjeux cosmologiques passent par des observations à très haut *redshift*, c'est à dire qu'il nous faut remonter le temps en observant à plus de 10 milliards d'années lumière de distance. Le nouveau télescope infrarouge VISTA et son projet d'observation ultra profonde, ou encore les futurs spectrographes du JWST et des ELTs permettront de confronter les modèles théoriques de ré-ionisation à des observations au delà de  $z = 7$ . Remonter le temps nécessitera de pouvoir imager des champs très étendus avec la meilleure résolution, afin de pouvoir analyser les objets les plus lointains.



10K-1, une galaxie à  $z=6.964$  du Subaru Deep Field [Iye *et al* 2006].

## Perspectives scientifiques

La détection directe et la caractérisation d'exoplanètes voire d'exotéres, une meilleure compréhension de notre univers avec la validation des théories sur les processus de formations d'étoiles massives, sur l'évolution des galaxies et des trous noirs, et à plus grande échelle une remontée vers les origines de l'univers jusqu'aux Âges Sombres, voici donc les ambitieux enjeux scientifiques des télescopes et instruments du futur.

Ces nouveaux objectifs astrophysiques requièrent des avancées technologiques en conséquence, avec des télescopes de plus en plus grands, des résolutions spatiales de plus en plus hautes, des surfaces optiques de plus en plus précises. De nombreux programmes regroupant plusieurs instituts et laboratoires de pays différents ont été lancés en Europe et aux États Unis afin d'atteindre ces objectifs.

En répondant à des besoins spécifiques auxquels les techniques classiques peuvent difficilement subvenir en raison de la complexité et du coût des pièces demandées, les nouvelles méthodes d'Optique Active seront incontournables pour atteindre les enjeux du futur. Si les instruments et télescopes actuels ont vu le jour grâce aux défis qui ont été surmontés, les instruments du futur demanderont eux aussi des ruptures technologiques afin de rendre possible leur réalisation.

## 1.2 L'Optique Active dans le contexte astronomique actuel

Depuis le NTT jusqu'aux ELTs, l'Optique Active a toujours su apparaître comme une solution élégante aux problèmes techniques rencontrés tels que le poids des grands miroirs, les déformations des pièces optiques, l'obtention de grandes qualités de surfaces, ou encore la rapidité de fabrication des éléments d'un télescope. A travers les réalisations récentes et futures, nous allons détailler la place et le rôle de l'Optique Active pour les télescopes et leur instrumentation.

### 1.2.1 L'Optique Active et la réalisation des *Very Large Telescopes*

Le *New Technology Telescope* (NTT) mis en service en 1989 par l'ESO, a marqué la première étape dans la rupture technologique qui a permis de voir naître la génération des Très Grands Télescopes (VLT) de la classe de 8m de diamètre. Son miroir primaire de 3.58m de diamètre est un miroir mince de seulement 24cm d'épaisseur, dont la forme est contrôlée en boucle fermée *in situ* par 75 actionneurs verticaux et 24 latéraux [Wilson *et al* 1987, Wilson 1991]. Cette technologie de miroir primaire actif est aujourd'hui utilisée sur de nombreux télescopes munis de miroirs beaucoup plus minces.

Le *Very Large Telescope* (VLT) du mont Paranal au Chili est constitué de quatre télescopes identiques de 8.2m de diamètre, dont la combinaison par interférométrie permet d'atteindre la résolution théorique d'un télescope de 200m de diamètre. Les miroirs primaires sont extrêmement minces en comparaison de celui du NTT, avec une épaisseur de 18 cm. La forme du miroir est maintenue activement dans une cellule de 150 actionneurs qui appliquent une correction par minute environ [Noethe *et al* 1988]. Les UTs <sup>1</sup> du VLT fonctionnent constamment en boucle fermée et ce depuis la première lumière en 1998. Depuis, l'Optique Active des miroirs primaires s'est avérée cruciale pour la bonne performance du VLT, permettant de gagner du temps de calibration et de refocalisation.



Les quatre coupoles du VLT sur le mont Paranal. (Crédit : ESO)

---

<sup>1</sup>UT : Unit Telescope

La correction du Tip/Tilt<sup>2</sup> est quant à elle réalisée au niveau du miroir secondaire, allégeant la tâche du système actif du primaire. La future implémentation du miroir secondaire déformable, qui sera détaillée dans le prochain chapitre, en fera un télescope entièrement adaptatif contrôlé en boucle fermée, et corrigeant aussi bien les distorsions mécaniques dues à l'environnement que les distorsions du front d'onde atmosphériques.

L'Optique Active est aussi présente sur le mode interférométrique du VLT. La combinaison par interférométrie des différents télescopes est effectuée par l'intermédiaire de *lignes à retard* (DLs) sur lesquelles sont embarqués des *Miroirs à Courbure Variable* (VCM<sup>3</sup>). Leur rôle est de réimager la pupille des télescopes à une position fixe dans le laboratoire de recombinaison, juste avant les instruments scientifiques. Ces miroirs minces en acier extrêmement déformables se déforment sous une pression allant de 0 à 8 bars. Leur rayon de courbure pouvant varier de l'infini à 84mm, ils ont fait l'objet d'un développement particulier à partir de la théorie des grandes déformations élastiques [Ferrari 1998]. A ce jour, 6 VCM fonctionnent sur les DLs, et 4 sont en cours d'intégration sur les *star separator* des télescopes auxiliaires (ATS)<sup>4</sup> pour l'instrument PRIMA [Derie *et al* 2002].

D'autres télescopes de la classe de 8m ont suivi la réalisation des VLT : les *Gemini North & South* qui sont deux télescopes jumeaux de 8.0m dans les deux hémisphères, le *Subaru Telescope* d'Hawaï, télescope japonais dont le miroir primaire mince de 8.2m est maintenu par 261 actionneurs, et enfin le *Large Binocular Telescope* en Arizona, qui utilise deux miroirs primaires de 8.4m allégés en nid d'abeille, et dont les miroirs secondaires sont des miroirs extrêmement minces adaptatifs, que nous détaillerons dans le prochain chapitre.



Le Subaru Telescope. (Crédit : NAOJ)

---

<sup>2</sup>Il s'agit des premiers modes d'aberration avec le piston. Le Tip et le Tilt représentent les inclinaisons du meilleur plan du front d'onde incident. Nous y reviendrons à la fin du chapitre.

<sup>3</sup>VCM : Variable Curvature Mirrors

<sup>4</sup>ATS : Auxiliary Telescopes

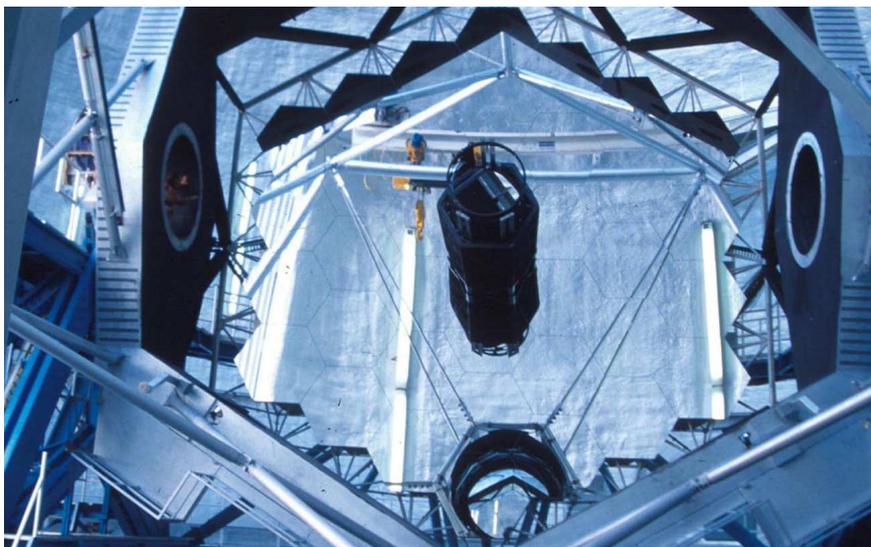
Les *Keck Telescopes*, télescopes jumeaux installés à Hawaï, combinent différents aspects de l'Optique Active. Leurs miroirs primaires paraboliques de 10.95 m de diamètre sont constitués de 36 segments hexagonaux de 1.8 m, dont les surfaces asphériques, correspondant à différentes portions de paraboles hors axe, ont été obtenues par *polissage sous contraintes* [Lubliner 1980][Nelson *et al* 1980] : un substrat circulaire mince est déformé pendant le polissage via 24 bras de déformation sur sa périphérie, permettant de transmettre forces et moments de flexion. Une fois la surface asphérique obtenue par Optique Active, la forme hexagonale des miroirs est taillée dans le substrat. Ces miroirs étant minces, leur forme est aussi contrôlée *in situ* lors des observations.

Suite au succès de leur réalisation, d'autres projets de télescopes segmentés de la classe de 10m de diamètre ont été lancés : le *Hobby-Eberly-Telescope* (HET) au Texas, le *Southern African Large Telescope* (SALT) en Afrique du Sud, et le *Gran Telescopio Canarias* (GTC) de 10.4m aux îles Canaries, dont les segments hexagonaux asphériques ne sont pas polis sous contraintes, mais asphérisés par petits outils et contrôle numérique, puis par bombardement ionique.

Côté spatial, on citera le *James Webb Space telescope* (JWST), successeur du célèbre *Hubble Space Telescope* (HST), dont le primaire segmenté de 6.5m compte 18 segments asphériques.



Les télescopes jumeaux *Kecks*. (Crédit : Keck Observatory)



L'un des miroirs primaires segmentés du *Keck*. (Crédit : Keck Observatory)

### 1.2.2 L'Optique Active dans la perspective des *Extremely Large Telescopes*

Les futurs Extremely Large Telescopes (ELTs) dont les diamètres iront de 20 à 40m, devront exploiter pleinement les différentes techniques actives pour atteindre les objectifs technologiques imposés par leurs dimensions. Le *Giant Magellan Telescope* (GMT) sera composé de sept miroirs circulaires allégés de 8.4m pour atteindre un diamètre total de 24.5m. Au delà de 25m, les miroirs primaires seront composés d'une mosaïque de centaines de segments hexagonaux disposés sur une surface sphérique ou paraboloidale. C'est le cas du futur E-ELT de l'ESO et du projet américain TMT.

L'*European-Extremely Large Telescope* (E-ELT), géant européen, part sur un design optique préliminaire de 42 m de diamètre à 5 miroirs (*cf* figure 1.1). Le caractère actif et adaptatif du télescope est un point déterminant dans la faisabilité d'un tel projet [Gilmozzi & Spyromilio 2007]. En effet, la performance du télescope se répercute directement sur les instruments. Si le télescope délivre une bonne qualité d'image, il devient plus facile de construire un instrument en évitant les étapes de correction lourdes et coûteuses. En conséquence, la sensibilité des systèmes sera améliorée et le coût diminué. Que ce soit au niveau de l'Optique Active permettant de corriger les variations lentes dues à la distorsion du télescope dans son environnement externe (gravité, vent, dilatations thermiques, etc...) ou au niveau de l'optique adaptative qui permet de corriger la distorsion atmosphérique, les systèmes optiques déformables sont les composants clés de la réussite du projet.

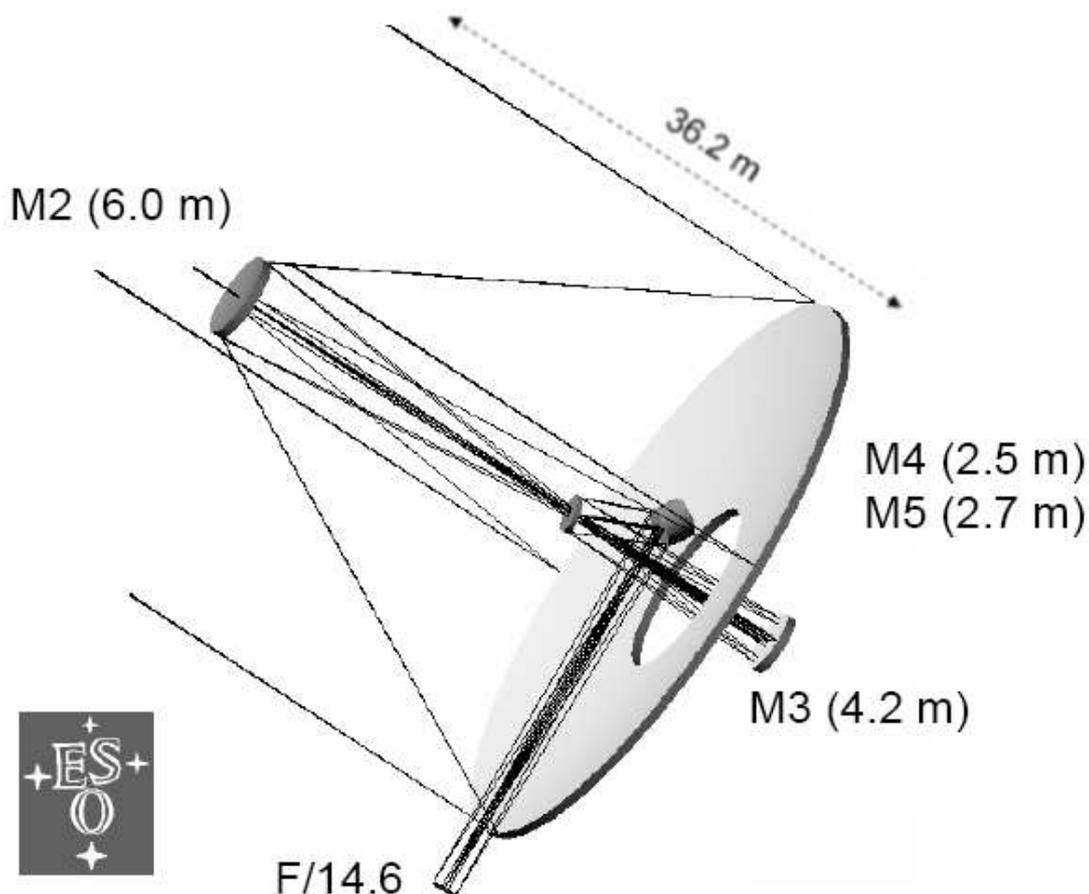


FIG. 1.1 – European ELT- Design "5 miroirs" - M1 42m - 10 arcmin FOV. (Crédit : ESO)

L'Optique Active est aussi présente dès la fabrication des optiques du télescope. Des études sont en cours afin de déterminer les moyens technologiques qui seront utilisés pour la fabrication du millier de segments asphériques hors axe qui composeront le miroir primaire de 42 m de diamètre. Les challenges sont clairs, il faut produire en masse et dans un délai court, des miroirs asphériques avec une très bonne qualité de surface. Le coût de la production est bien évidemment un point critique. La technique de polissage actif est bien sûr une des voies prometteuses, car elle permettrait de produire simultanément plusieurs segments aux asphéricités différentes à partir d'une même sphère de polissage, et ceci avec un très grande qualité de poli notamment en terme de hautes fréquences.

Le miroir M3 de 4.2m de diamètre est lui aussi un miroir actif dont le système de maintien est basé sur le modèle du NTT. Le miroir M4 quant à lui constitue le miroir déformable pour l'optique adaptative de l'*Adaptive Relay Unit* (ARU). Là encore, plusieurs technologies sont en cours d'études et de développement. L'une d'entre elle utiliserait une lame mince plane de moins de 2mm d'épaisseur pour un diamètre de 2.5m, contrôlée par plusieurs milliers d'actionneurs.

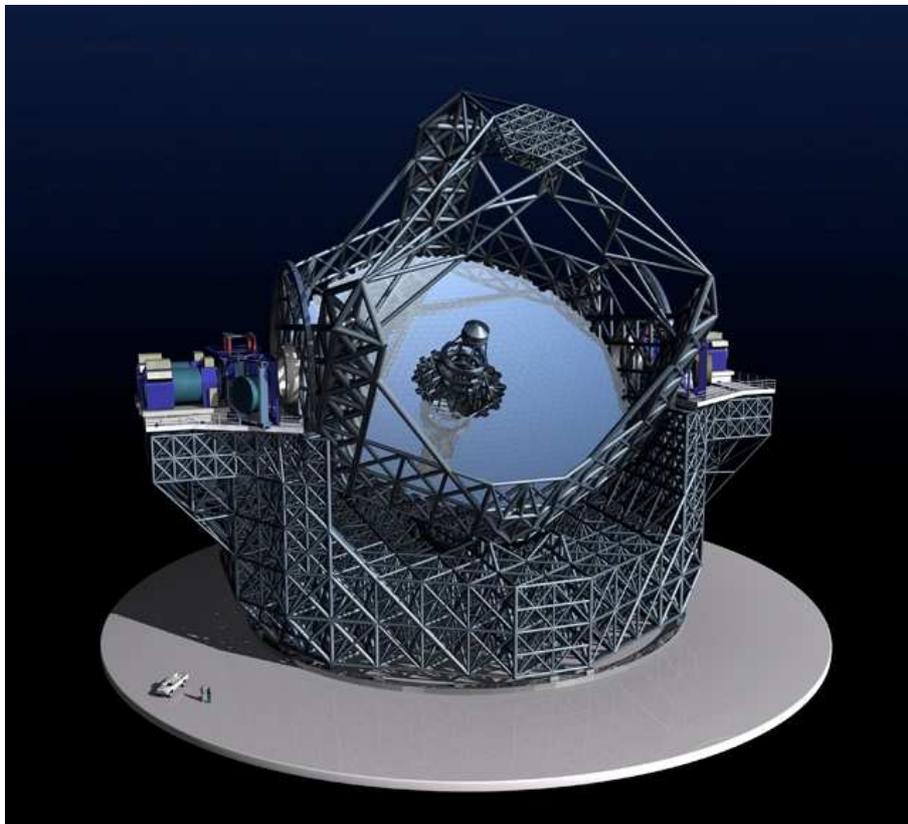


FIG. 1.2 – European ELT- Vue d'artiste. (Crédit : Eso)

Le *Thirty Meter Telescope* (TMT), géant américain de 30m de diamètre de type grégorien, prévoit également d'utiliser l'Optique active à différents niveaux, notamment pour de la fabrication des segments du primaire. Le polissage sous contraintes sera utilisé en *polissage planétaire*, permettant d'obtenir pour le miroir primaire plusieurs segments asphériques en une seule opération de polissage [Sporer 2006]. Ceci réduira le temps de fabrication des 738 miroirs de 4.0cm d'épaisseur et 1.2m de diamètre.

### 1.2.3 L'Optique Active dans le contexte de l'Optique Adaptative

L'Optique Adaptative (AO) est une technique utilisée en astronomie pour compenser les effets de la turbulence atmosphérique afin d'atteindre la résolution angulaire théorique des télescopes. Bien que les télescopes actuels atteignent la dizaine de mètres de diamètre, et que les futurs télescopes géants (ELTs) atteindront de 20 à 40 mètres de diamètre, la résolution spatiale de ces télescopes est limitée par les effets de la turbulence atmosphérique, et elle équivaut à la résolution d'un télescope d'un diamètre de quelques dizaines de centimètres.

Cependant, le potentiel des grands télescopes peut être retrouvé en corrigeant, en temps réel, les défauts de phase introduits par les fluctuations atmosphériques. C'est le principe de l'AO, déjà proposé dans les années 50 [Babcock 1953] (*cf* figure 1.3) : un miroir déformable corrige en temps réel le front d'onde provenant d'une étoile, grâce aux informations mesurées par un analyseur de front d'onde placé derrière le miroir, qui mesure en temps réel les effets de la turbulence sur les défauts de phase du front d'onde. Ce système travaille en boucle fermée à des fréquences de l'ordre du kHz.

Cette technique n'a pu être appliquée que bien plus tard en raison des limitations technologiques. C'est en 1991 que le système COME-ON<sup>5</sup> [Rousset *et al* 1990] a été installé sur un télescope de l'Eso à La Silla. Désormais les grands télescopes s'équipent petit à petit de différents systèmes d'optique adaptative.

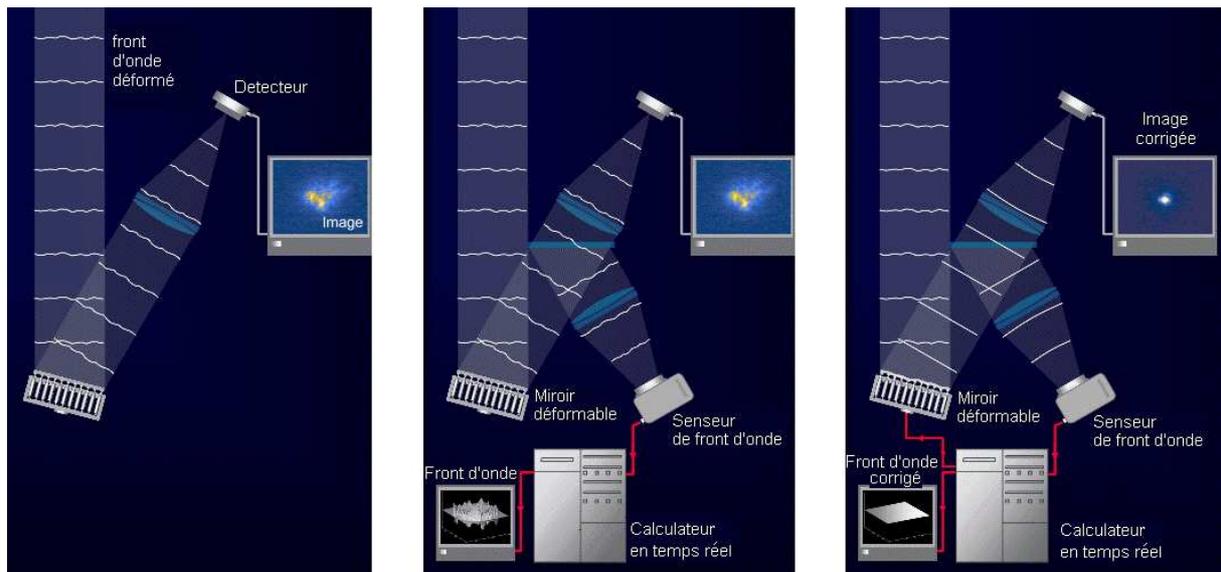


FIG. 1.3 – Principe de la correction par optique adaptative : *Gauche* : Un front d'onde plan provenant d'un objet scientifique est perturbé à la traversée de l'atmosphère terrestre. L'image reçue au foyer du télescope est brouillée. *Milieu* : On utilise un senseur de front d'onde pour mesurer en temps réel la perturbation subie. La forme du front d'onde est transmise à un calculateur. *Droite* : Le calculateur commande le miroir déformable en lui donnant la forme inverse. Il en résulte un front d'onde corrigé, qui donnera une image corrigée au foyer du télescope.

<sup>5</sup> COME-ON : Cilas, Observatoire de paris Meudon, Eso, ONera

### Définitions

Quelques définitions de paramètres utilisés couramment en AO nous seront utiles par la suite.

La *réponse impulsionnelle* d'un instrument optique (PSF<sup>6</sup>) correspond à l'image d'un point source à l'infini obtenue au foyer de l'instrument. On parle de tache de diffraction. Elle dépend de la longueur d'onde d'observation  $\lambda$ . Pour un instrument d'ouverture circulaire de diamètre  $D$ , la tache de diffraction est une *tache d'Airy* (cf figure 1.4), dont la largeur à mi-hauteur du pic principal vaut approximativement  $1.22\lambda/D$ . Nous y reviendrons au 1.3.3.2

La *résolution angulaire* théorique  $\theta$  d'un télescope est sa capacité à résoudre des détails fins. Elle s'exprime en radians, en fonction de son diamètre  $D$  et de la longueur d'onde d'observation  $\lambda$ . Elle correspond à la largeur à mi-hauteur de la PSF de l'instrument :

$$\theta \sim 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (1.1)$$

Le *seeing* caractérise la turbulence atmosphérique sur un site astronomique. Il correspond à la résolution angulaire d'observation à travers la turbulence. Il dépend du *paramètre de Fried*  $r_0$ , correspondant au diamètre d'un télescope qui aurait, en l'absence de turbulence, une résolution équivalente à celle introduite par la turbulence. Le seeing s'exprime par une expression semblable à la précédente en remplaçant  $D$  par  $r_0$  :

$$s \sim \frac{\lambda}{r_0} \quad (1.2)$$

Le *rapport de Strehl* permet d'évaluer la performance d'un système d'imagerie optique. Il correspond au rapport de l'intensité maximale au centre de la tache de diffraction obtenue, sur l'intensité maximale de la tache de diffraction idéale (tache d'Airy). La correction de la turbulence par AO permet d'augmenter le rapport de Strehl d'un instrument au sol. Il s'exprime en % :

$$SR = \frac{I[0,0]_{real}}{I[0,0]_{ideal}} \quad (1.3)$$

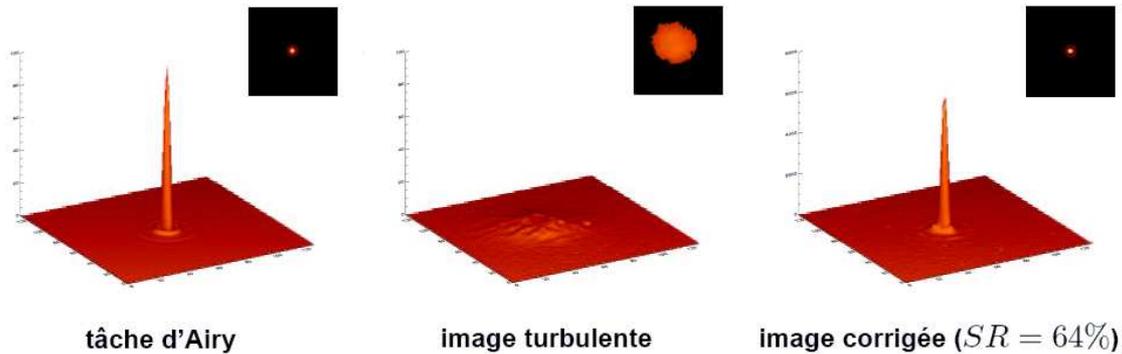


FIG. 1.4 – Réponse impulsionnelle du *Nasmyth Adaptive Optics System* (NAOS) sur le VLT pour  $r_0 = 1\text{m}$ ,  $D = 8\text{m}$ ,  $\lambda = 2.2\mu\text{m}$ . *Gauche* : Tache de diffraction ou tache d'Airy correspondant à la réponse impulsionnelle d'un télescope d'ouverture circulaire. *Milieu* : Tache turbulente due à la traversée de l'atmosphère. *Droite* : Correction de la tache turbulente par optique adaptative. Le rapport de Strehl après correction est de 64%.

<sup>6</sup>PSF : Point Spread Function

## Les différents types d'optiques adaptatives

Il existe plusieurs types d'AO, qui dépendent des buts scientifiques des instruments.

- l'*Optique Adaptative Classique* (SCAO<sup>7</sup>) corrige l'image d'un objet en temps réel. Elle permet d'obtenir un bon rapport de Strehl (typiquement 50%) optimisé sur un petit champ (quelques secondes d'arc) autour de l'objet scientifique. C'est le principe du système NAOS placé sur le VLT [Rousset *et al* 2000], qui a permis d'obtenir la première image d'une planète extra-solaire [Chauvin *et al* 2005]. Ce système permet d'atteindre de 40% à 60% de Strehl à une longueur d'onde de  $2.2\mu\text{m}$ , grâce à un miroir déformable contrôlé par 185 actionneurs utiles. La correction est limitée à un champ de vue de quelques secondes d'arc, car elle s'effectue en fonction des données récupérées sur axe ou sur un objet assez proche. Lorsque l'on s'écarte de l'objet, la correction n'est plus optimale, et le rapport de Strehl diminue. Cet effet, appelé *anisoplanétisme*, est dû à la nature volumique de la turbulence atmosphérique : la lumière provenant de deux objets distants ne traverse pas l'atmosphère dans la même direction, donc ne "voit" pas les mêmes fluctuations. Un miroir unique dans la pupille ne peut donc pas corriger simultanément les deux directions.
- l'*Optique adaptative extrême* (XAO<sup>8</sup> [Fusco *et al* 2006]) est une amélioration de la SCAO et permet d'atteindre de très bon rapports de Strehl, de l'ordre de 90%, en utilisant un miroir déformable comportant un très grand nombre d'actionneurs ( $41^2$  pour l'instrument SPHERE, soit 1320 dans la pupille). Elle est utilisée pour les applications de recherche d'exoplanètes, où il est nécessaire d'obtenir une très bonne résolution sur l'axe afin de pouvoir résoudre une étoile et son compagnon. Ce type d'applications nécessite une optimisation de tous les paramètres qui influent sur la performance du système, depuis le miroir déformable jusqu'au détecteurs, en passant par la qualité des surfaces optiques, point qui nous intéressera particulièrement.
- l'*Optique Adaptative Multi conjuguée* (MCAO<sup>9</sup> [Dicke 1975]) permet d'obtenir un bon rapport de Strehl sur quelques minutes d'arc en tenant compte de l'anisoplanétisme. Plusieurs miroirs déformables (2 à 3) sont conjugués avec les principales couches de turbulence atmosphérique, afin de corriger la perturbation introduite par chaque couche d'air. L'analyse de front d'onde se fait dans plusieurs directions, sur des étoiles guides prises dans le champ à corriger, afin de recueillir l'information volumique. Le champ de correction élargi permet des applications de type étude des étoiles et populations stellaires ou bien évolution galactique. Le démonstrateur MAD<sup>10</sup> a été testé avec succès au foyer visiteur de l'UT3 du VLT [Marchetti *et al* 2007]. Les résultats montrent une correction de la turbulence sur un champ de  $2 \times 2$  arcminutes.
- l'*Optique Adaptative "couche au sol"* (GLAO<sup>11</sup> [Hubin *et al* 2005]) permet de corriger la turbulence de la couche au sol, qui est une des couches principales de l'atmosphère, et qui a la particularité d'être commune à toutes les directions d'observation. Elle permet d'obtenir une correction partielle sur un large champ de vue, typiquement de quelques dizaines de minutes d'arc. Cette technique nécessite, comme pour la MCAO, plusieurs étoiles guides dans le champ, mais un seul miroir déformable est utilisé pour la correction, conjugué avec la couche au sol. Les champs d'utilisation de la GLAO sont les thèmes scientifiques tels que l'exploration extra-galactique.
- l'*Optique Adaptative Multi Objet* (MOAO<sup>12</sup> [Assémat *et al* 2006]) est aussi utilisée pour l'exploration extra-galactique profonde. Elle permet d'optimiser la correction sur un champ de quelques secondes d'arc autour d'objets scientifiques sélectionnés sur un large champ, de quelques minutes d'arc. Cette méthode utilise plusieurs sous-systèmes d'AO, combinés avec plusieurs analyseurs de front d'onde. La faible densité d'objets aux distances extra-galactiques concernées, ainsi que leur faible luminosité, oblige à mesurer le front d'onde sur plusieurs étoiles brillantes situées dans le champ,

<sup>7</sup>SCAO : Single Conjugate Adaptive Optics

<sup>8</sup>XAO : eXtreme Adaptive Optics

<sup>9</sup>MCAO : Multi Conjugate Adaptive Optics

<sup>10</sup>MAD : MCAO Demonstrator

<sup>11</sup>GLAO : Ground Layer Adaptive Optics

<sup>12</sup>MOAO : Multi Object Adaptive Optics

puis de reconstruire la commande de correction par des algorithmes d'optimisation hors axe. Le front d'onde corrigé des objets scientifiques sélectionnés est alors réimagé à l'entrée de spectrographes.

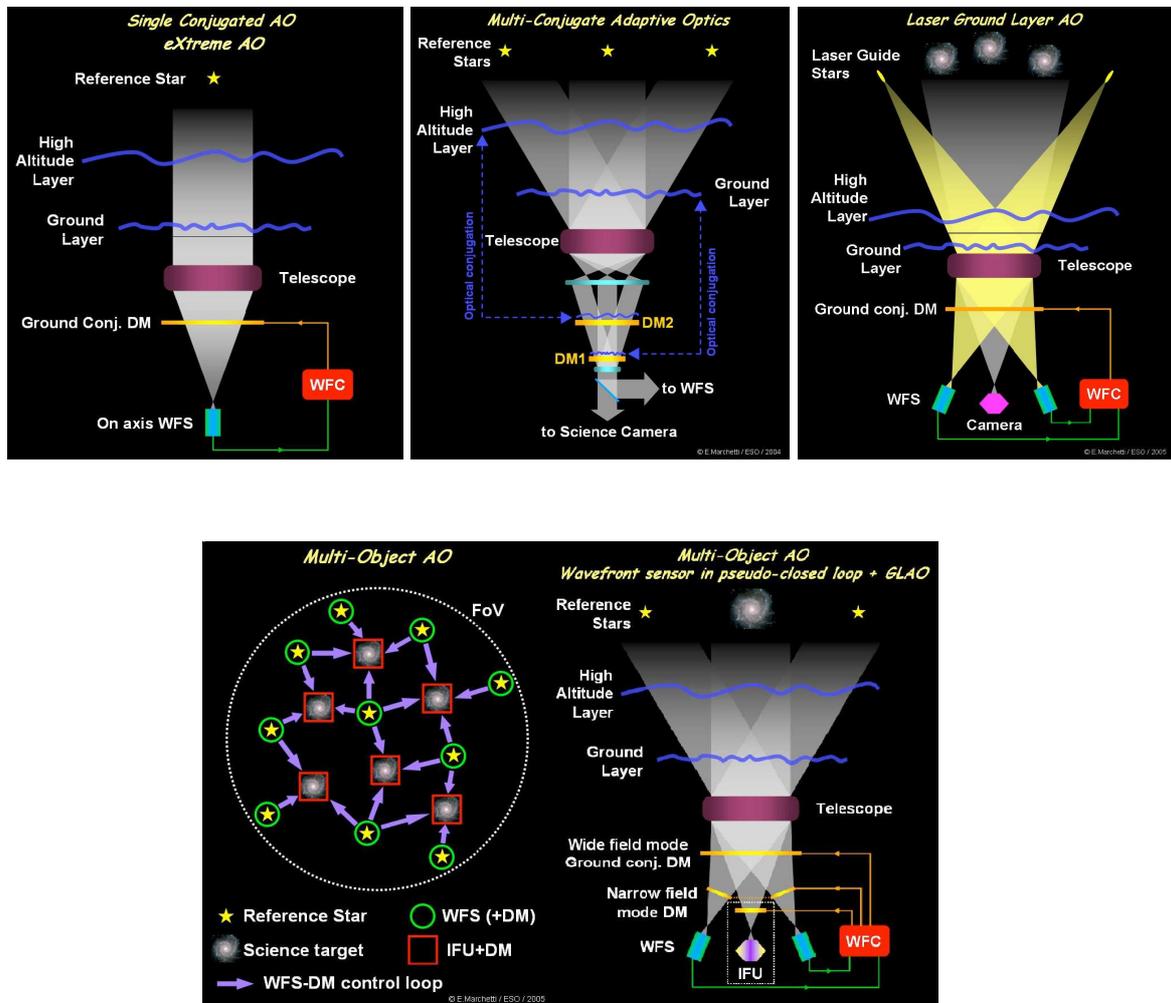


FIG. 1.5 – Une schématisation des différents principes d'optiques adaptatives. (Crédit Eso).

## Perspectives technologiques

La combinaison des différents types d'Optique Active a permis de voir naître une nouvelle génération de télescopes. Pour ceux de la classe de 8m comme le VLT, les miroirs primaires sont maintenus activement dans leurs barillets, les miroirs secondaires déformables sont polis sous contraintes et contrôlés par des centaines d'actionneurs, et la recombinaison des faisceaux par interférométrie utilise des miroirs à courbure variable. Pour la classe de 10m, le polissage sous contraintes a permis de dépasser la limite en diamètre en réalisant les segments asphériques des télescopes Keck. Dans la perspective des ELTs, ces technologies se sont imposées comme les solutions évidentes. Les futurs géants seront actifs et adaptatifs afin de bénéficier de la flexibilité offerte par le contrôle des optiques. Le consortium du TMT s'est déjà orienté vers la solution du polissage sous contraintes pour les segments du miroir primaire. Coté européen, le développement de ce savoir faire permettrait la fabrication du miroir primaire de 42m de l'E-ELT.

Dans le contexte de l'Optique Adaptative, la technologie de miroirs déformables à lames minces de 1m à 2.5m demande, là aussi, une expertise unique. Déjà, le miroir secondaire adaptatif du VLT requiert une lame extrêmement mince convexe hyperbolique dont la qualité de surface repousse les limites de fabrication du miroir à des résidus de quelques nanomètres. L'AO extrême de SPHERE corrige les fluctuations atmosphériques à des fréquences spatiales très élevées et le haut contraste visé demande une minimisation des défauts de phase résiduels. Afin de ne pas limiter les performances des systèmes d'AO et des instruments placés en aval, c'est le polissage sous contraintes par outil pleine taille qui permettra de réaliser les miroirs asphériques utilisés, dont les spécifications de surfaces sont extrêmement sévères.

Côté instrumentation, l'Optique Active aura un rôle important à jouer, par exemple pour la sélection d'objets scientifiques dans un champ étendu, principe de l'analyse *Multi Objet*. La position aléatoire des objets suivant les observations amène à des design optiques hors axe variables, qui introduisent des aberrations dont les effets limitent les performances des systèmes correcteurs déformables. L'optique active permet non seulement de corriger ces aberrations mais aussi de s'adapter à la position des objets en produisant des surfaces optiques asphériques variables et orientables grâce à des systèmes simples.

Pour chacune de ces applications, les analyses d'élasticité sont au cœur des développements technologiques. La section suivante propose une introduction à l'élasticité des matériaux en optique, ceci à travers la théorie analytique, les simulations numériques et leurs liens avec la théorie des aberrations.

## 1.3 De l'élasticité à l'optique astronomique

L'Optique Active étant l'étude et le contrôle des déformations des pièces optiques, les bases de la théorie de l'élasticité ainsi que les propriétés des matériaux sont naturellement les connaissances indispensables. Cette section a pour but d'aborder les notions de mécanique couramment utilisées, et qui seront développées tout au long du mémoire. Nous aborderons principalement la théorie des plaques minces en flexion. Au travers d'un exemple type, nous définissons la structure de miroir en *fond de vase*, et nous mettons en évidence l'apport des analyses par éléments finis. Nous établissons une passerelle entre ces analyses numériques et la théorie des aberrations optiques, afin de pouvoir analyser et caractériser les qualités optiques des surfaces des systèmes étudiés.

### 1.3.1 Théorie des plaques minces

Les calculs d'élasticité abordés sont menés à partir de la théorie des plaques minces en flexion, basée sur les hypothèses suivantes :

- la flexion  $w$  de la plaque est faible en comparaison de son épaisseur  $t$ ,
- les dimensions transversales de la plaque sont considérées supérieures à son épaisseur (dans le sens de la flexion) d'un facteur 20 au moins,
- les calculs de flexion s'effectuent à partir de la surface moyenne de la plaque,
- toute section de plaque orthogonale à la surface moyenne garde la même orientation durant la flexion,
- les contraintes transverses sont négligeables.

Les substrats constituant les miroirs déformés étant principalement d'ouverture circulaire, c'est ce cas qui est développé dans la suite de cette section.

#### 1.3.1.1 Flexion d'une plaque circulaire axisymétrique

Si la plaque est circulaire et que la charge a la symétrie de révolution, les conditions de symétrie permettent généralement de se ramener à l'étude de la flexion  $w$  en fonction du rayon  $r$  de la plaque. C'est le cas *axisymétrique*. Dans ce cas, la rigidité  $\mathcal{D}$  d'une plaque mince d'épaisseur constante s'exprime en fonction de son épaisseur  $t$  et des paramètres du matériau, à savoir son module d'élasticité ou module d'Young  $E$ , et son coefficient de Poisson  $\nu$ . L'équation de la rigidité est donnée par l'expression (1.4) :

$$\mathcal{D} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (1.4)$$

Le tenseur des moments de flexion s'exprime en fonction de la flexion  $w$  dans un repère de coordonnées polaires  $(r, \theta)$  :

$$\underline{M} = \mathcal{D} \begin{pmatrix} \frac{d^2}{dr^2}w + \frac{\nu}{r} \frac{d}{dr}w & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{d}{dr}w + \nu \frac{d^2}{dr^2}w \end{pmatrix}_{(r, \theta)} \quad (1.5)$$

Dans le cas d'une charge uniforme  $q$  répartie sur toute sa surface, on exprimera l'équation d'équilibre d'un secteur élémentaire de la manière suivante :

$$M_{rr} + r \frac{d}{dr} M_{rr} - M_{\theta\theta} + Q(r)r = 0 \quad (1.6)$$

avec  $Q$  la force de cisaillement par unité de longueur, liée à la charge uniforme appliquée  $q$  par la relation :

$$2\pi r Q(r) = \int_0^r q 2\pi r dr \quad (1.7)$$

L'équation d'équilibre (1.6) devient l'équation différentielle relative aux faibles déformations ou équation de Lagrange :

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{q}{D} \quad (1.8)$$

$\nabla^2$  représentant l'opérateur Laplacien qui s'écrit en coordonnées cylindriques :

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} \right)$$

Après intégrations successives, on obtient :

$$w(r) = \frac{q}{64D} r^4 + C_0 r^2 \ln \frac{r}{a} + \frac{C_1}{4} r^2 + C_2 \ln \frac{r}{a} + C_3, \quad (1.9)$$

où  $C_0, C_1, C_2, C_3$  sont des constantes à déterminer en fonction des conditions aux limites et conditions de continuité.

### 1.3.1.2 Principe de St Venant - Miroir en *fond de vase*

**Principe de St Venant** Les déformations mécaniques d'un matériau sont dues à plusieurs facteurs : les contraintes intrinsèques, par exemple les contraintes résiduelles, et les contraintes extrinsèques, c'est à dire l'application de charges extérieures, qui peuvent être de différentes natures : charges ponctuelles, pression uniforme, pression variable, moments de flexion et de torsion, ou encore dans une plus large mesure charges thermiques, électrostatiques, etc...

Si la déformation du substrat dépend du type de charge appliquée, elle dépend aussi de la manière dont elles sont transmises. Le *Principe de Saint-Venant* exprime que les solutions des équations de déformation sont valables loin des zones d'application des charges. Dans le cas de déformations de pièces optiques, on prendra en compte ce principe en appliquant les charges à une distance assez grande de la surface optique, afin d'éviter toutes surcontraintes locales. Celles-ci auraient pour conséquence une déformation localisée se traduisant par une haute fréquence spatiale, dégradant fortement la qualité optique du miroir. Dans ce but, une géométrie particulièrement adaptée a été mise au point, que nous détaillons ci dessous.

**Miroirs en *fond de vase*** Les miroirs dits en *fond de vase* sont des miroirs circulaires constitués de deux zones d'épaisseurs différentes, comme illustré sur la figure 1.6 :

1. une zone interne : c'est une plaque circulaire d'épaisseur constante  $t_1$ , de rigidité  $\mathcal{D}_1$ , et de rayon  $r = a$ ,
2. une zone externe, liée à la zone interne, avec une épaisseur différente  $t_2$  et une rigidité  $\mathcal{D}_2$ . Cet anneau a un rayon interne  $r = a$  et un rayon externe  $r = b > a$ .

La flexion de ces miroirs est modélisée à partir d'une plaque mince circulaire à deux zones d'épaisseurs différentes. Sur ce type de pièces, la flexion à contrôler est celle de la zone de rayon  $r < a$ , qui est définie comme la surface optique du miroir final.

L'intérêt majeur de cette configuration est la présence d'un anneau rigide permettant d'appliquer les charges loin de la surface optique, notamment les forces ponctuelles, en satisfaisant le *Principe de St Venant*. Les surcontraintes locales sont absorbées dans cette surépaisseur et ne sont pas transmises à la zone interne. Nous verrons dans les chapitres 3 et 4 l'importance de ce modèle. Cependant, il conviendra de prendre en compte la discontinuité de la surface moyenne entre les deux zones.

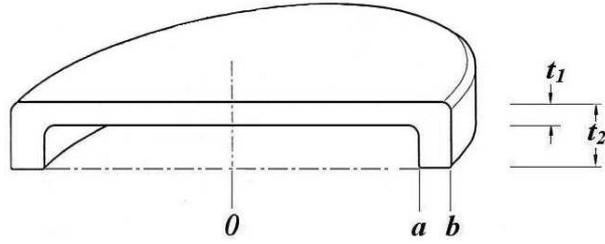


FIG. 1.6 – Exemple de miroir plan en forme *fond de vase* utilisé en Optique Active. Vue en coupe le long d'un diamètre. Origine au centre du miroir. Rayon de la surface optique  $a$ , rayon externe  $b$ . On remarque que dans ce cas, c'est la surface optique qui est plane, et non pas la surface moyenne. Ceci introduira des écarts entre la déformation théorique et la déformation réelle.

**Planéité de la surface moyenne** Les calculs analytiques permettant de définir la flexion de ce type de miroirs sous différentes charges et conditions aux limites sont effectués à partir de la surface moyenne du miroir, considérée plane ou faiblement courbée. Or, dans la pratique, le miroir doit être poli, ce qui nous amène à utiliser une géométrie du substrat avec une surface optique continue. Dans le cas des miroirs en vase, cette contrainte crée une discontinuité de la surface moyenne qui engendrera des termes parasites sur la fonction de déformation en comparaison des calculs analytiques (*cf* figure 1.7). L'exemple suivant présente le cas d'une flexion pure du quatrième degré définie analytiquement. Les analyses par éléments finis vont mettre en évidence cet effet.

### 1.3.1.3 Déformation pure du quatrième degré

On souhaite obtenir, à partir d'un substrat de miroir en vase, une déformation de la zone utile ( $0 \leq r \leq a$ ) qui soit caractérisée uniquement par un terme en  $r^4$ . Pour cela, on applique deux charges uniformes  $q_1$  et  $q_2$  sur les zones interne et externe de la plaque. On souhaite définir un lien entre le rapport des rayons  $b/a$ , le rapport de ces charges  $q_2/q_1$ , et le rapport d'épaisseur  $t_2/t_1$  entre les zones interne et externe.

La théorie des plaques minces permet d'exprimer la flexion  $w_i$  sur chaque zone de la manière suivante :

$$w_i(r) = \frac{q_i}{64D_i}r^4 + C_0r^2 \ln \frac{r}{a} + \frac{C_1}{4}r^2 + C_2 \ln \frac{r}{a} + C_3 \quad (1.10)$$

Ce qui donne 4 constantes inconnues pour la première zone et quatre autres pour la deuxième. Afin de déterminer ces constantes, nous disposons de plusieurs conditions de continuité. En choisissant l'origine au centre commun des plaques, nous avons :

à l'origine, 2 conditions de continuité :	égalité des pentes (pentes nulles)	[1]
	égalité des déplacements (flexion nulle)	[2]
à la liaison, 4 conditions de continuité :	continuité des flèches	[3]
	continuité des pentes	[4]
	continuité des moments de flexion	[5]
	continuité des efforts tranchants	[6]
au bord, 2 conditions de continuité :	Effort tranchant nul	[7]
	Moment de flexion nul	[8]

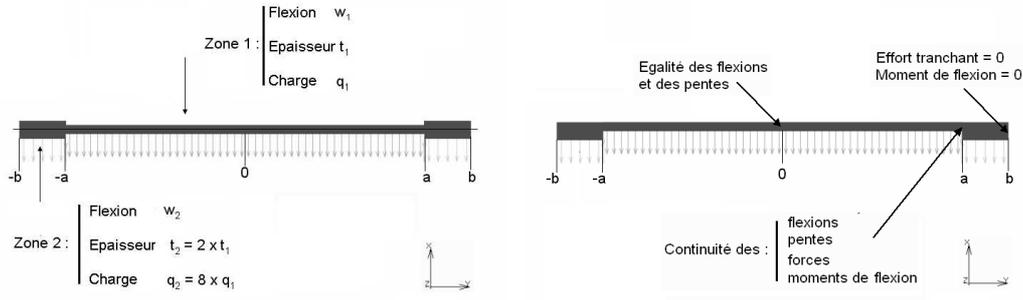


FIG. 1.7 – Géométrie, charges appliquées, conditions aux limites du modèle utilisé. La figure de gauche représente le modèle symétrique par rapport à la surface moyenne plane. Le modèle de droite est le modèle en "fond de vase" utilisé pour l'optique active.

Ce qui donne 8 équations pour 8 inconnues. On notera :

- $w_1(r)$ ,  $w_2(r)$  les flexions de chaque zone en fonction du rayon  $r$ ,
- $q_1$ ,  $q_2$  les charges appliquées,
- $M_{r1}(r)$ ,  $M_{r2}(r)$  les moments de flexion,
- $Q_{r1}(r)$ ,  $Q_{r2}(r)$  les efforts tranchants.

On remarque immédiatement que la condition [1] donne  $C_3 = 0$ . Sur  $0 \leq r \leq a$  on exprime la flexion de la plaque grâce aux conditions [1] et [2] :

$$w_1(r) = \frac{q_1}{64\mathcal{D}_1}(r^4 - a^4) \quad \text{et} \quad w_1(a) = 0 \quad (1.11)$$

Les expressions de la force de cisaillement  $Q_1$  et du moment de flexion  $M_{r1}$  par unité de longueur sont :

$$\begin{cases} Q_1 = -\mathcal{D}_1 \left\{ \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} w_1 \right) \right] \right\} = -\frac{1}{2} q_1 r \\ \text{avec} \quad \frac{d}{dr} w_1 = \frac{q_1}{16\mathcal{D}_1} r^3 \\ M_{r1} = -\mathcal{D}_1 \left[ \frac{d^2}{dr^2} w_1 + \frac{\nu}{r} \frac{d}{dr} w_1 \right] = -\frac{q_1}{16} (3 + \nu) r^2 \end{cases}$$

Sur  $a \leq r \leq b$ , on exprime la flexion  $w_2$ , ainsi que  $Q_{r2}$  et  $M_{r2}$  :

$$\begin{cases} w_2(r) = \frac{q_2}{64\mathcal{D}_2} (r^4 + 4C_0 a^2 r^2 \ln \frac{r}{a} + 2C_1 a^2 r^2 + 4C_2 a^4 \ln \frac{r}{a} + 16C_3 a^4) \\ \frac{d}{dr} w_2 = \frac{q_2}{16\mathcal{D}_2} (r^3 + 2C_0 a^2 r \ln \frac{r}{a} + (C_0 + C_1) a^2 r + C_2 a^4 \frac{1}{r}) \\ Q_2 = -\frac{q_2}{2} (r + C_0 a^2 \frac{1}{2r}) \\ M_{r2} = -\frac{q_2}{16} \left[ (3 + \nu) r^2 + 2(1 + \nu) C_0 a^2 \ln \frac{r}{a} + (3 + \nu) C_0 a^2 + (1 + \nu) C_1 a^2 - (1 - \nu) C_2 \frac{a^4}{r^2} \right] \end{cases}$$

Une relation entre les constantes ( $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ) peut être établie à l'aide des conditions aux limites. En effet, la condition [4] donne en  $r = a$  :

$$\frac{d}{dr} w_1 = \frac{d}{dr} w_2 \quad (1.12)$$

Ce qui conduit directement à la relation :

$$C_0 + C_1 + C_2 = \frac{q_1 \mathcal{D}_2}{q_2 \mathcal{D}_1} - 1 \quad (1.13)$$

A ceci s'ajoute la condition [5]  $M_{r_1}(a) = M_{r_2}(a)$  qui s'écrit :

$$C_0 + \frac{1+\nu}{3+\nu}C_1 - \frac{1-\nu}{3+\nu}C_2 = \frac{q_1}{q_2} - 1 \quad (1.14)$$

On obtient :

$$\begin{cases} C_1 = \frac{q_1}{q_2} \left[ \frac{1-\nu}{2} \frac{\mathcal{D}_2}{\mathcal{D}_1} + \frac{3+\nu}{2} \right] - 2(1+C_0) \\ C_2 = \frac{q_1}{q_2} \left[ \frac{1+\nu}{2} \frac{\mathcal{D}_2}{\mathcal{D}_1} - \frac{3+\nu}{2} \right] + 1 + C_0 \end{cases} \quad (1.15)$$

De plus, la condition [7]  $Q_2(b) = 0$  permet d'écrire :

$$C_0 = -2t^2 \quad \text{avec} \quad t = \frac{b}{a} \quad (1.16)$$

Enfin, la dernière condition  $M_{r_2}(b) = 0$  donne, tous calculs faits :

$$\frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{b^2}{a^2} \ln \frac{b^2}{a^2} - \frac{1+3\nu}{2(1-\nu)} \frac{b^2}{a^2} - 1 = \frac{1+\nu}{4} \left( 1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \left( \frac{q_1 \mathcal{D}_2}{q_2 \mathcal{D}_1} - 1 \right) + \frac{3+\nu}{4} \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} + \frac{a^2}{b^2} \right) \left( \frac{q_1}{q_2} - 1 \right) \quad (1.17)$$

Ce qui donne une relation entre  $a$  et  $b$ , connaissant le coefficient de Poisson  $\nu$  et les rapports  $\frac{q_1}{q_2}$  et  $\frac{\mathcal{D}_2}{\mathcal{D}_1}$ .

Un cas particulier simple est celui d'une plaque d'épaisseur constante, soumise à une charge uniformément répartie. L'expression (1.17) se simplifie par rapport au cas précédent, avec  $q_1 = q_2$ ,  $\mathcal{D}_1 = \mathcal{D}_2$ . La relation entre  $a^2$  et  $b^2$  devient :

$$\frac{1+\nu}{1-\nu} \ln \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^2}{b^2} + \frac{1+3\nu}{2(1-\nu)} \quad (1.18)$$

Ces calculs analytiques permettent de définir des modèles d'étude simples au travers desquels nous allons introduire les *analyses par éléments finis*, et mettre en évidence les déviations obtenues par rapport au résultat calculé ci-dessus.

### 1.3.2 Analyses par Éléments Finis

Les analyses par éléments finis (FEA pour *Finite Elements Analysis*) sont une étape importante dans la conception de n'importe quel système mécanique pour une raison simple : c'est une première mise en pratique des modèles conçus. Bien qu'il s'agisse d'une application virtuelle, l'analyse FEA est une première confrontation à la théorie analytique. Que ce soit en statique ou en dynamique, elle donne des analyses qualitatives, en informant sur les comportements des systèmes étudiés, mais aussi des résultats très proches de la réalité, permettant d'effectuer des analyses quantitatives poussées. De plus, cette analyse numérique permet de prendre en compte les détails locaux des pièces mécaniques, faisant ressortir leur influence sur les déformations des systèmes. C'est un point crucial dans le cas de déformations de pièces optiques. La manière d'appliquer les charges, notamment ponctuelles, et de traduire les conditions de continuité doit respecter le *Principe de St Venant* afin d'éviter les défauts locaux.

La méthode des éléments finis est méthode numérique donnant une solution numérique approchée d'un système d'équations différentielles avec conditions aux limites. De nombreux ouvrages sont consacrés à la théorie des éléments finis [Smith & Griffiths 1982, Imbert 1995, Chevalier 2004], où ces équations sont détaillées. Le principe de la modélisation par éléments finis est simple : il s'agit de subdiviser une structure mécanique en sous domaines simples ou éléments, dont les comportements mécaniques sont maîtrisés. A l'intersection des éléments sont positionnés des *nœuds*, au niveau desquels sont collectées les données en déplacement, contraintes, température, ... Le calcul s'effectue de proche en proche à l'aide des conditions de continuité et d'équilibre inter-éléments au niveau de ces nœuds. Il existe différents types d'éléments disponibles : les triangles et quadrangles pour l'analyse 2D, les tétraèdres et hexaèdres pour l'analyse 3D. Ces éléments seront dit *linéaires* ou *quadratiques* suivant le nombre de nœuds et degrés de libertés associés. Dans le cas de l'élasticité linéaire, on dispose d'un théorème de convergence qui garantit qu'on s'approche de la solution exacte quand on raffine le maillage.

Plutôt qu'une présentation détaillée de cette technique numérique, nous allons l'introduire à travers l'analyse par FEA de l'exemple précédent. Cet exemple simple permet de mettre en évidence l'effet d'une discontinuité de surface moyenne, qui n'est pas pris en compte dans la définition analytique.

Les caractéristiques choisies pour le modèle étudié sont :

Module d'Young :  $E = 90600\text{MPa}$  ,

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.2$  ,

Rayon interne :  $a = 100\text{mm}$ ,

Épaisseur interne  $t_1 = 5\text{mm}$

Rapport  $2a/t_1 = 40$

On effectue une analyse linéaire axisymétrique. Le modèle utilisé comporte 140 éléments *quadrangles* linéaires, ce qui correspond à 175 nœuds au total. Deux cas sont simulés : le premier modèle est symétrique par rapport à la fibre moyenne, il correspond à la configuration du calcul analytique ; le deuxième correspond à un miroir en fond de vase. Les résultats de la déformation du modèle sous charge sont récupérés sur les nœuds de la surface moyenne.

La figure 1.8 de droite représente les courbes des déplacements en fonction du rayon pour différents cas faisant intervenir une variation de la géométrie des miroirs en vase. Le premier modèle donne une courbe de flexion en  $r^4$  qui valide bien le modèle analytique. Par contre, le second cas dévie du modèle théorique. L'écart est caractérisé par un terme en  $r^2$ , qui correspond en optique à un terme de courbure, ou *défocalisation*. Plusieurs possibilités permettent de retrouver la flexion désirée, en annulant cette courbure, comme illustré sur la figure 1.8 : soit par une modification du rapport des rayons  $b/a$ , soit par une modification du rapport des charges  $t_2/t_1$ , soit par une modification du rapport des charges  $q_2/q_1$ .

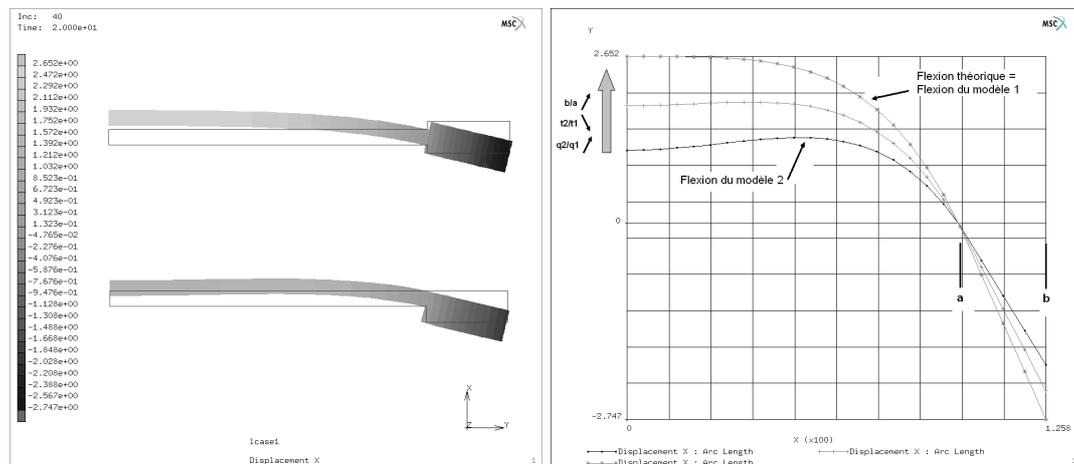


FIG. 1.8 – *Gauche* : Flexion des deux modèles simulés par FEA. *Droite* : Flexion de la surface moyenne. L'évolution entre les trois courbes montre qu'il est possible dans le deuxième cas de retrouver la flexion théorique en modifiant les paramètres du modèle.

Cet effet a été mis en évidence sur l'expérience *MINISTRUST*<sup>13</sup> réalisée au Laboratoire d'Optique de l'Observatoire de Marseille [Lemaitre *et al* 2005] [Hugot 2004], qui consiste à asphériser par dépression d'un substrat en *double vase*, permettant de générer deux surfaces asphériques en une seule opération. Ces deux surfaces constituent les miroirs primaires et tertiaires d'un combinaison à trois miroirs de type *Rumsey*. Ce télescope actif à grand champ (2 degrés) plan anastigmat a été testé sur le ciel en Italie [La Padula *et al* 2003] et est proposé pour une installation au *Dôme C* en Antarctique [Ferrari *et al* 2005].

Les analyses FEA ont permis de mettre en évidence un effet qui n'était pas prédit par la théorie analytique, mais surtout de proposer des solutions pour le corriger. Grâce à l'étude du comportement de la pièce en fonction des variations de ses paramètres géométriques, on pourra optimiser ces paramètres pour atteindre le résultat recherché. La section suivante développe les liens établis entre mécanique et théorie des aberrations, où les FEA jouent un rôle important au niveau du traitement numérique des déformations.

<sup>13</sup>TRUST : Three Reflection Ultraviolet Space Telescope

### 1.3.3 Décomposition modale des déformations mécaniques

Cette section présente les liens qu'il a été nécessaire d'établir entre les déformations mécaniques des substrats constituant les miroirs, et les aberrations optiques de leurs surfaces. Ces passerelles sont primordiales pour la définition, l'analyse et la caractérisation des systèmes opto-mécaniques simulés. Nous présentons ici la base modale des polynômes de Zernike, couramment utilisée en théorie des aberrations. La récupération de cartes de phase relatives aux déformations mécaniques permet la caractérisation des modes générés sur le miroir. Ces données permettent ensuite d'effectuer une analyse spectrale des déformations mécaniques à partir de la *densité spectrale de puissance* permettant de caractériser les défauts d'une surface en termes de fréquences spatiales.

#### 1.3.3.1 Polynômes de Zernike

La base modale de Zernike est une base de polynômes orthonormés définis sur une pupille circulaire de rayon unité. Les pupilles des instruments optiques étant circulaires dans la plupart des cas, ces polynômes sont couramment utilisés pour décrire la phase d'un front d'onde issu d'un instrument, ou encore pour décrire la surface d'une pièce optique. Leur forme est très proche des aberrations des systèmes optiques décrites par Seidel [Born & Wolf 1980]. Leur propriété d'orthogonalité permet de décomposer cette phase en aberrations découplées décrites analytiquement, dans le but d'un traitement *a posteriori*. Ces polynômes sont aussi très utilisés pour décrire la phase turbulente en optique adaptative [Noll 1976].

Dans un repère de coordonnées radiales  $(r, \theta)$ , les polynômes de Zernike s'écrivent :

$$Z_i(r, \theta) = \sqrt{n+1} \begin{cases} R_n^m(r) \sqrt{2} \cos m\theta & \text{pour } m \neq 0 \text{ et } i \text{ pair,} \\ R_n^m(r) \sqrt{2} \sin m\theta & \text{pour } m \neq 0 \text{ et } i \text{ impair,} \\ R_n^m(r) & \text{pour } m = 0. \end{cases} \quad (1.19)$$

$n$  représente l'ordre radial du polynôme et  $m$  l'ordre azimutal,  $i$  étant le numéro du mode. Les fonctions  $R_n^m(r)$  sont données par :

$$R_n^m(r) = \begin{cases} \sum_{s=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^s (n-s)!}{(s)!(\frac{n+m}{2}-s)!(\frac{n-m}{2}-s)!} r^{n-2s} & \text{si } (n-m) \text{ est pair,} \\ 0 & \text{si } (n-m) \text{ est impair.} \end{cases} \quad (1.20)$$

Considérons un front d'onde quelconque  $W$  d'ouverture circulaire. Dans un repère de coordonnées radiale  $(r, \theta)$ , la décomposition du front d'onde sur la base de Zernike s'écrit :

$$W(r, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} z_i Z_i(r, \theta), \quad (1.21)$$

Il est utile d'introduire la notation suivante :

$$W(r, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} z_i^P Z_i^P(r, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} z_i^{rms} Z_i^{RMS}(r, \theta), \quad (1.22)$$

$$\text{avec } Z_i^{RMS} = a_i^{rms} Z_i^P \quad (1.23)$$

Où :

les  $z_i^P$  représentent les coefficients de Zernike classiques reliés aux polynômes  $Z_i^P(r, \theta)$ . Ces polynômes sont normalisés pour avoir une déviation positive unitaire, et sont utilisés dans les logiciels optiques de traçage de rayons et de mesures de fronts d'onde par interférométrie.

les  $z_i^{rms}$  représentent les coefficients de Zernike RMS reliés aux polynômes  $Z_i^{RMS}(r, \theta)$ .

les  $a_i^{rms}$  sont des constantes dépendantes du numéro du polynôme  $i$ , et elles sont reliées aux polynômes  $z_i^{rms}$ .

Les polynômes RMS sont normalisés pour avoir une déviation RMS unitaire, et leurs coefficients  $z_i^{rms}$  sont plus utiles dans la réduction des données. Ils possèdent la propriété suivante : la racine de la somme de leurs carrés est égale à la déviation RMS du front d'onde  $w$ , comme décrit dans la formule 1.24 :

$$w = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (z_i^{rms})^2} \quad (1.24)$$

La contribution de chaque aberration à la déviation RMS du front d'onde est égale à :

$$\frac{(z_i^{rms})^2}{w^2}, \quad (1.25)$$

avec la propriété :

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(z_i^{rms})^2}{w^2} = 1. \quad (1.26)$$

La table 1.1 récapitule l'expression analytique des 16 premiers polynômes de Zernike et les coefficients  $a_i^{rms}$  correspondants, tandis que la figure 1.9 illustre les premiers modes d'aberrations et la forme générale du front d'onde. Cette base représentant les aberrations va être utilisée pour caractériser les déformations des pièces opto-mécaniques obtenues à partir des analyses FEA, suivant deux cas que nous détaillons ci-après.

TAB. 1.1 – Expression analytique des 16 premiers polynômes de Zernike. Les coefficients de proportionnalité  $a_i^{rms}$  sont pris en compte dans la normalisation RMS.

i	Description	$a_i^{rms}$	$Z_i^P(r, \theta)$
1	<i>Piston</i> 1	1	1
2	<i>Tilt</i> 1 X	2	$r \cos \theta$
3	<i>Tilt</i> 1 Y	2	$r \sin \theta$
4	<i>Defocus</i> 1	$\sqrt{3}$	$(2r^2 - 1)$
5	<i>Astm</i> 3 X	$\sqrt{6}$	$r^2 \cos(2\theta)$
6	<i>Astm</i> 3 Y	$\sqrt{6}$	$r^2 \sin(2\theta)$
7	<i>Coma</i> 3 X	$\sqrt{8}$	$(3r^2 - 2)r \cos \theta$
8	<i>Coma</i> 3 Y	$\sqrt{8}$	$(3r^2 - 2)r \sin \theta$
9	<i>Spherical</i> 3	$\sqrt{5}$	$(6r^4 - 6r^2 + 1)$
10	<i>Trefoil</i> 5 X	$\sqrt{8}$	$r^3 \cos(3\theta)$
11	<i>Trefoil</i> 5 Y	$\sqrt{8}$	$r^3 \sin(3\theta)$
12	<i>Astm</i> 5 X	$\sqrt{10}$	$(4r^2 - 3)r^2 \cos(2\theta)$
13	<i>Astm</i> 5 Y	$\sqrt{10}$	$(4r^2 - 3)r^2 \sin(2\theta)$
14	<i>Coma</i> 5 X	$\sqrt{12}$	$(10r^4 - 12r^2 + 3)r \cos \theta$
15	<i>Coma</i> 5 Y	$\sqrt{12}$	$(10r^4 - 12r^2 + 3)r \sin \theta$
16	<i>Spherical</i> 5	$\sqrt{7}$	$(20r^6 - 30r^4 + 12r^2 - 1)$

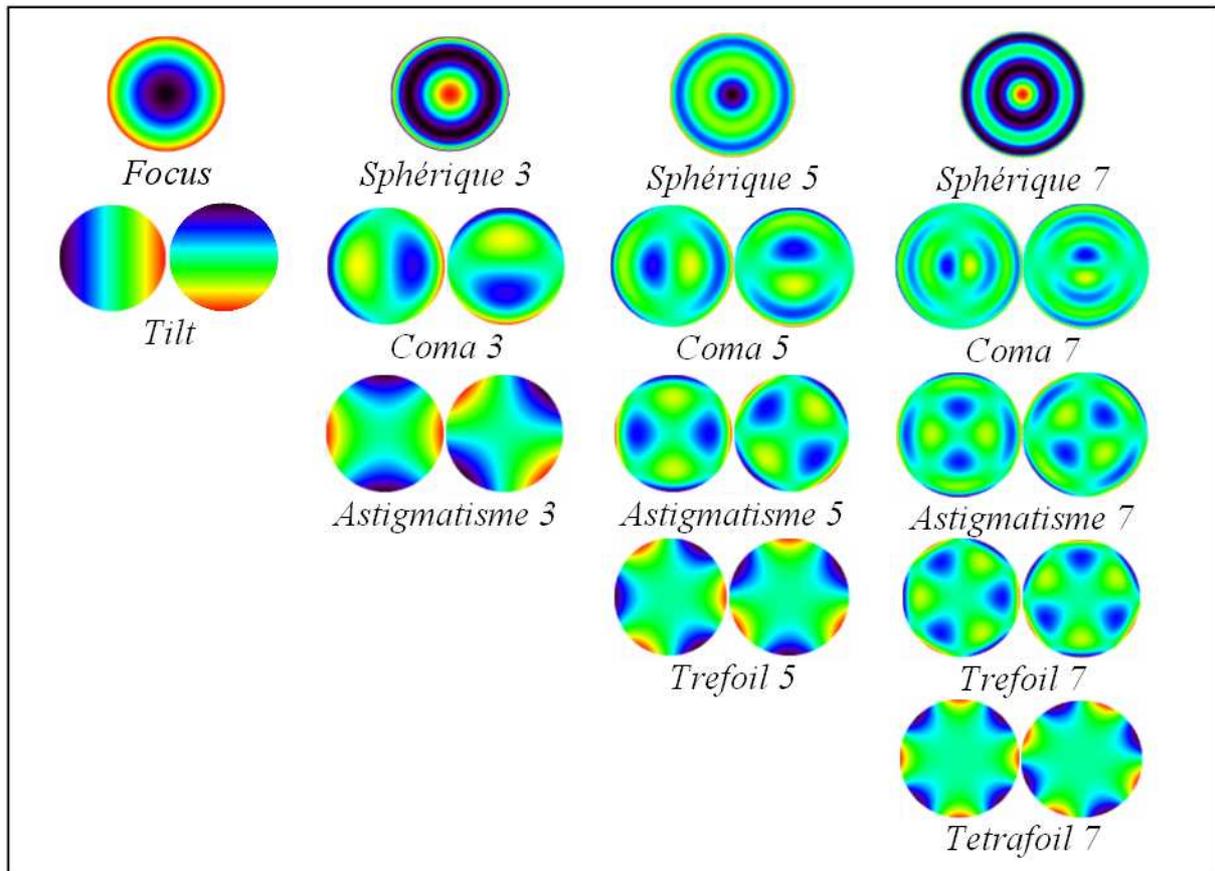


FIG. 1.9 – Matrice triangulaire des 24 premiers polynômes de Zernike.

**Problèmes axisymétriques** Dans le cas des problèmes axisymétriques, les calculs numériques s'effectuent sur une demi section du substrat, comme il a été fait pour le problème de la figure 1.8. Les déformations des surfaces optiques sont connues sur un rayon du miroir. La démarche la plus simple est de projeter la courbe des déformations de la surface optique sur la base des polynômes de Zernike, en utilisant les polynômes de Zernike radiaux, c'est à dire dont l'ordre azimutal  $m$  vaut 0. Cette projection permet de déduire les valeurs des coefficients de Zernike, ainsi que leur contribution RMS à la déviation du front d'onde. Cette méthode sera utilisée dans le chapitre suivant.

**Problèmes non-axisymétriques** Dans le cas des problèmes non-axisymétriques, les déformations sont récupérées à partir des nœuds de la surface optique dont la répartition aléatoire lors du maillage par éléments finis empêche un post-traitement numérique direct. Une méthode simple pour récupérer une information facilement exploitable consiste à définir, lors de la conception du modèle par éléments finis, une surface de rigidité quasi-nulle collée sur la surface optique. Les nœuds de cette surface sont espacés régulièrement et forment une matrice carrée. Il reste alors à récupérer les données en déplacement de cette surface pour obtenir une matrice de données exploitable par les logiciels d'interférométrie dédiés. Cette méthode, illustrée sur la figure 1.10, est celle utilisée dans les chapitres 2 et 3.



### 1.3.3.2 Réponse impulsionnelle et Densité spectrale de puissance

L'analyse fréquentielle d'une surface optique peut être effectuée à partir de la *densité spectrale de puissance* (PSD <sup>14</sup>) permettant d'exprimer la répartition des erreurs de front d'onde en fonction des fréquences spatiales sur la surface. Nous présentons ici la réponse impulsionnelle d'un instrument optique puis le lien avec la densité spectrale de puissance et la qualité d'une image.

**Réponse impulsionnelle** La PSF d'un instrument, ou fonction d'étalement de point, est la réponse impulsionnelle de l'instrument. Elle est égale au module carré de la transformée de Fourier FT de l'amplitude complexe du champ électrique  $E$  dans le plan  $(r, \theta)$  de la pupille :

$$\text{PSF} = |\text{FT}(E(r, \theta))|.$$

Le champ  $E$  peut s'écrire comme le produit de la fonction pupille  $P(r, \theta)$  et d'une fonction dépendant de la phase  $\Phi(r, \theta)$  de l'écart aberrant  $W$ ,  $\lambda$  représentant la longueur d'onde :

$$E(r, \theta) = P(r, \theta)e^{i\Phi(r, \theta)} \quad , \quad \Phi(r, \theta) = \frac{2\pi}{\lambda}W(r, \theta).$$

Dans le cas d'erreurs de phase de faible amplitude, on peut écrire l'approximation suivante :

$$E(r, \theta) = P(r, \theta) [1 + i\Phi(r, \theta)].$$

Notant  $e = \text{FT}(E)$ ,  $p = \text{FT}(P)$  et  $\phi = \text{FT}(\Phi)$ , on obtient la relation suivante :

$$e = p \otimes (\delta + i\phi) \implies e = p + ip \otimes \phi,$$

$\otimes$  représentant le produit de convolution,  $\delta$  l'impulsion de Dirac. On peut alors décomposer le produit de convolution en partie réelle  $q^r$  et imaginaire  $q^i$ . Ceci nous permet de réécrire l'expression de la PSF de la manière suivante :

$$\text{PSF} = (p - q^i)^2 + (q^r)^2,$$

soit encore :

$$\text{PSF} = p^2 - 2pq^i + (q^r)^2 + (q^i)^2 = I_{Diff} + I_{pinned} + I_0.$$

Le terme  $I_{Diff} = p^2$  représente la tâche de diffraction donnée par un instrument parfait sans aberrations. Le terme croisé  $I_{pinned} = 2pq^i$  représente ce qui est appelé des *pinned speckles*, localisés sur les franges de la tâche de diffraction [Bloemhof *et al* 2001]. Enfin, le dernier terme  $I_0 = (q^r)^2 + (q^i)^2 = |p \otimes \phi|^2$  est directement proportionnel à la Densité Spectrale de Puissance du front d'onde aberrant.

**Densité spectrale de puissance** L'analyse fréquentielle d'une surface optique peut être effectuée à partir de la PSD, permettant d'accéder à la répartition des erreurs de front d'onde en fonction des fréquences spatiales sur la surface. Considérant un front d'onde aberrant  $W(r, \theta)$ , défini sur une pupille  $P(r, \theta)$  de diamètre  $D$ , sa PSD est égale au module carré de la transformée de Fourier FT( $PW$ ) :

$$\text{PSD} = |\text{FT}(PW)|^2 \tag{1.27}$$

Le choix de l'unité de fréquences spatiales est essentiel lorsque l'on parle de PSD. L'unité de la PSD est le carré de l'unité de déviation du front d'onde par le carré de la fréquence spatiale. Par exemple dans le cas d'une fréquence spatiale en  $[\text{m}^{-1}]$ , l'unité sera le  $[\text{m}^2][\text{m}^2], [\text{nm}^2][\text{m}^2]$  ou encore  $[\text{nm}^4]$ .

---

<sup>14</sup>PSD : Power spectral Density

Nous introduisons ici la *densité spectrale de puissance pupillaire* (PPSD<sup>15</sup>) [Dohlen 2004], en fonction d'une fréquence spatiale  $f$  normalisée sur la taille de la pupille. L'unité de cette fréquence est le *cycle par pupille* [ $c$ ]. La PPSD se définit alors par :

$$\text{PPSD} = \frac{\text{PSD}}{D^2}, \quad (1.28)$$

L'unité est le  $[nm^2]/[c^2]$ . On parle aussi de  $[nm^2]$ . Cette fonction est indépendante du diamètre physique de la surface considérée. Ceci permet par exemple la sommation des effets dus à des surfaces successives n'ayant pas le même diamètre. Dans ce cas, il faut tenir compte du caractère réflecteur ou transmetteur de la surface.

**Zero padding** Afin de tenir compte des détails de la carte du front d'onde, il est nécessaire de suréchantillonner cette carte. Pour une carte de  $N$  pixels de diamètre, il faut au moins  $2N \times 2N$  valeurs. Ceci est possible en élargissant la carte de phase par l'ajout de "zéros" à l'extérieur de la pupille. Cette opération est appelée *Zero padding*. De plus, les bords de la pupille sont vus comme des hautes fréquences, ce qui fausse les résultats obtenus. Cet effet est minimisé en retirant les basses fréquences du front d'onde considéré, par exemple en soustrayant à la carte de phase les 36 premiers polynômes de Zernike. Soustraire ces basses fréquences permet d'"aplanir" les bords, ce qui revient à n'effectuer une analyse fréquentielle uniquement sur les moyennes et hautes fréquences spatiales.

**Erreur RMS** L'erreur RMS d'un front d'onde, notée  $\sigma$ , est obtenue par intégration de la PPSD entre des bornes de fréquences choisies :

$$\sigma^2 = 2\pi \int_{f_1}^{f_2} \text{PPSD} f df \quad (1.29)$$

## Conclusions

La théorie des plaques minces permet de définir et paramétrer les problèmes mécaniques relatifs aux déformations des pièces optiques. Si les comportements des miroirs sont assez bien représentés, il est cependant indispensable d'utiliser l'outil numérique afin de gagner en précision. Les analyses par éléments finis permettent de prendre en compte les détails mécaniques des structures que les équations ne peuvent paramétrer simplement. De plus, les analyses FEA sont un outil particulièrement puissant permettant d'établir des passerelles entre les déformations des pièces mécaniques et les logiciels de mesures interférométriques. Désormais, les modes de déformation sont décomposés automatiquement en aberrations optiques. De plus, la génération automatique de cartes de phases associées aux surfaces déformées permet une analyse fréquentielle dans l'espace de Fourier. On parlera d'analyse spectrale des déformations mécaniques. Ces outils seront utilisés dans les prochains chapitres.

---

<sup>15</sup>PPSD : Pupil Power Spectral Density

## Conclusions du premier chapitre

Nous avons pu présenter à travers les buts scientifiques de la communauté astrophysique, la place et le rôle important de l'Optique Active qui est présente dans la plupart des systèmes optiques astronomiques actuels, que ce soit les télescopes géants ou bien leurs instruments. De la recherche d'exoplanètes au sondage extragalactique profond, du contrôle actif de miroirs lors des observations au polissage sous contraintes de segments asphériques pour les ELTs, les déformations mécaniques des pièces optiques sont au cœur des avancées technologiques pour l'astrophysique.

Si les déformations de pièces optiques peuvent être paramétrées en fonction de la géométrie des pièces et des caractéristiques des matériaux, l'outil numérique est devenu incontournable pour compléter les théories analytiques. Grâce à ces analyses, les défauts locaux et détails mécaniques peuvent être pris en compte lors de la conception même du modèle, et la précision des surfaces optiques gagne un ordre de grandeur voire plus, pour atteindre les spécifications extrêmes des instruments du futurs.

De plus, les passerelles que nous avons établies entre les modèles numériques et la théorie des aberrations optiques permettent d'analyser nos résultats en traduisant simplement les paramètres mécaniques en paramètres optiques. Les déformations mécaniques des surfaces de miroirs sont étudiées à partir de la théorie des aberrations optiques et des analyses spectrales en termes de fréquences spatiales. Ceci facilite les phases de conception opto-mécaniques en établissant dès le départ des liens clairs avec les spécifications finales.

L'application de ces techniques sera développée tout au long du mémoire au travers de la réalisation de pièces optiques destinées à des projets phares de la communauté internationale : Le développement et la fabrication par polissage sous contraintes d'une lame mince asphérique pour le miroir secondaire déformable du VLT, la fabrication de miroirs toriques pour l'instrument VLT-SPHERE dédié à la recherche et à la caractérisation d'exoplanètes, et le développement d'un miroir actif pour la sélection de cible en astronomie extragalactique, dans le cadre de l'étude de l'instrument multi-objet EAGLE pour l' E-ELT.