Chapitre 4

Validation du FEM en Turbulence Homogène Isotrope décroissante chargée

Les équations du FEM et du FEMM comportent plusieurs termes faisant appel à des fermetures théoriques qui nécessitent d'être validées. On se propose ici d'étudier le cas de la turbulence homogène isotrope décroissante chargée en particules. Ce genre de configuration a déjà été étudiée par Moreau [2006] avec des simulations DPS (Discrete Particle Simulation) qui nous serviront de référence pour valider le FEM.

4.1 Turbulence Homogène Isotrope (THI)

La turbulence homogène isotrope est la configuration la plus simple pour étudier certains phénomènes de turbulence. En effet, l'isotropie autorise une analyse théorique des grandeurs caractéristiques de la turbulence, statistiquement identiques en tout point de l'écoulement. Les détails sur les caractéristiques d'un tel écoulement sont disponibles dans Chassaing [2000], et plus particulièrement dans Riber [2007] pour le cas test étudié ici. Le maillage de cas test est un cube de 2π mm de côté composé de 64^3 cellules, périodique dans toutes les directions. Pour initier la THI, on utilise ici un spectre de Passot-Pouquet (Passot and Pouquet [1987]) :

$$E(k,t) = \frac{16u_{f,t}^{\prime 2}}{k_e} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{k}{k_e}\right)^4 \exp\left(-2\left(\frac{k}{k_e}\right)^2\right)$$
(4.1)

où E est l'énergie fonction de la fréquence k, et k_e la fréquence la plus énergétique. Ce spectre analytique a la particularité de concentrer toute l'énergie autour de k_e . Il ne permet pas de reproduire la zone inertielle du spectre et est donc limité aux faibles nombres de Reynolds. Il génère cependant un champ suffisamment turbulent pour agir sur la dynamique des particules. Les paramètres du champ turbulent généré ici sont résumés dans le tableau 4.2. Les variables d'adimensionnalisation sont données dans le tableau 4.1, où les variables adimensionnées sont signalées par l'exposant '+'.

$U_{ref}(m.s^{-1})$	$L_{ref}(m)$	$t_{ref}(s)$	$\mu_{ref}(kg.m^{-1}.s^{-1})$
34.7	10^{-3}	$2.8818 \ 10^{-6}$	$2.02 \ 10^{-3}$

TABLE 4.1 – Constantes d'adimensionnalisation.

TABLE 4.2 – Paramètres d'initialisation du spectre de Passot-Pouquet : vitesse turbulente u', longueur d'onde la plus énergétique $l_e = 2\pi/k_e$, viscosité dynamique μ_f , et masse molaire \mathcal{M}_f .

<i>u</i> ′+	l_e^+	$\mu_f(kg.m^{-1}.s^{-1})$	$\mathcal{M}_{f}(kg.mol^{-1})$
0.1	2.2	$2.02 \ 10^{-3}$	$29.0 \ 10^{-3}$

Le spectre théorique et le spectre généré ne sont pas identiques du fait de la discrétisation. De plus, le champ de vitesse généré est à divergence nulle et donc ne vérifie pas l'équation de quantité de mouvement. Pour obtenir un spectre physique, on réalise une simulation préalable pendant un temps caractéristique des grandes structures $t_0 = 4.233t_{ref}$ (Riber [2007]). Les différences entre spectres théorique, généré, et après un temps t_0 sont visibles sur la figure 4.1.



FIGURE 4.1 – Spectre de Passot-Pouquet : comparaison entre spectre théorique (ligne continue), spectre généré à t = 0 (ligne pointillée), et spectre à $t = t_0$.

Le résultat de AVBP est comparé au résultat de NTMIX (Vermorel et al. [2003]) qui est obtenu avec un schéma de 6ème ordre. La validation se fait par rapport aux lois de décroissance de l'énergie cinétique du gaz en fonction du temps. Les propriétés de la turbulence à t = 0 et $t = t_0$ sont listées dans le tableau 4.3. La figure 4.2 montre que AVBP produit des résultats proches de NTMIX, et que les solutions obtenues avec les deux codes sont proches de la solution analytique.

TABLE 4.3 – Paramètres de la phase gazeuse à t = 0 et $t = t_0$ où ε est la dissipation, Re_t le nombre de Reynolds turbulent, l_t l'échelle intégrale, η l'échelle de Kolmogorov, τ_L le temps de l'échelle intégrale et τ_K le temps de Kolmogorov.

	$u_f'^+$	ε+	Re_t	l_t^+	η^+	τ_L^+	$ au_K^+$
t = 0	0.0991	0.0014	15.39	0.768	0.0961	5.205	1.871
$t = t_0$	0.0781	0.00106	12.95	0.819	0.103	4.302	2.160



FIGURE 4.2 – Décroissance de l'énergie turbulente de la THI : solution analytique obtenue d'après le modèle k- ε (ligne pointillée), calcul NTMIX (cercles pleins), calcul AVBP (carrés vides).

4.2 THI diphasique

A $t = t_0$, on injecte les particules de manière homogène ($n_l = cte$, avec $U_g(x) = U_l(x)$). Les caractéristiques de la phase liquide sont définies dans le tableau 4.4.

$ au_p^+$	<i>St</i> _L	St_K	$\rho_l(kg.m^{-3})$	$d_l(\mu m)$	U_l
5.47	1.2	2.5	1916	17.3	U_g

TABLE 4.4 – Paramètres de la phase liquide injectée en THI à $t = t_0$.

Pour qualifier l'écoulement fluide-particule, on détermine deux nombres de Stokes :

$$St_L = \frac{\tau_p}{\tau_L} \tag{4.2}$$

$$St_K = \frac{\tau_p}{\tau_K} \tag{4.3}$$

où τ_l et τ_K sont les temps caractéristiques de l'échelle intégrale de la turbulence et de l'échelle de

Kolmogorov (Chassaing [2000]). Le nombre de Stokes St_K est très important pour qualifier les effets de concentration préférentielle. En effet, le maximum de ségrégation est obtenu autour de $St_K = 1$ (Simonin et al. [2006]). Dans ce régime, les particules sont éjectées des zones de forte vorticité, pour s'accumuler dans les zones de faible vorticité, comme on peut le voir sur la figure 4.3.



FIGURE 4.3 – Turbulence Homogène Isotrope (plan de coupe médian selon z) : fraction volumique de liquide (gauche) et vorticité du gaz (droite).

Pour évaluer les effets de concentration préférentielle, on fait appel à une fonction de dispersion (Simonin et al. [2006]), ici associée à la taille des cellules Δx :

$$g_{pp}^{\Delta x} = \frac{\left\langle n_p^2(\vec{x}) \right\rangle}{\left\langle n_p(\vec{x}) \right\rangle^2} \tag{4.4}$$

Notre but ici est de valider le formalisme eulerien mésoscopique. On se propose donc d'étudier les effets de concentration préférentielle et de décroissance énergétique induits par une turbulence homogène et isotrope. Les particules sont distribuées de manière homogène.

Les résultats obtenus par le formalisme eulérien mésoscopique sont comparés aux résultats de DPS (Discrete Particle Simulation) obtenus avec NTMIX. D'après Elgobashi and Truesdell [1992], la DPS est capable de capturer les composantes essentielles du mouvement des particules, et est donc un outil fiable pour valider le FEM. Les calculs sont effectués sans considérer l'effet du liquide sur le gaz ("one-way coupling").

La décroissance énergétique de la phase liquide peut être vue sous plusieurs angles : l'énergie du mouvement mésoscopique est notée $\langle U_l^{2+} \rangle$, l'énergie du mouvement décorrélé $\langle \delta \Theta_l^+ \rangle$, et l'énergie totale $\langle U_l^{2+} \rangle + \langle \delta \Theta_l^+ \rangle$. La figure 4.4 trace les différentes contributions énergétiques pour le FEM et la DPS. Le calcul FEM est en excellent accord avec le calcul DPS en terme d'énergie totale et d'énergie du mouvement moyen. On remarque aussi que l'énergie du mouvement décorrélé est faible par rapport

à celle du mouvement moyen. Elle est retracée sur la figure 4.5, montrant une comparaison satisfaisante. Si on s'intéresse aux effets de concentration préférentielle, on remarque d'après la figure 4.6 que les résultats du FEM en terme de dispersion sont en très bon accord avec la simulation DPS.



FIGURE 4.4 – Evolution de l'énergie moyenne de la phase dispersée : énergie totale obtenue par DPS (cercles) et par FEM (ligne continue); énergie corrélée obtenue par DPS (carrés) et FEM (ligne discontinue); énergie décorrélée obtenue par DPS (triangles) et FEM (ligne pointillée).



FIGURE 4.5 – Evolution de l'énergie décorrélée : DPS (triangles) et FEM (ligne pointillée).



FIGURE 4.6 - Evolution de la fonction de dispersion : DPS (cercles) et FEM (carrés).

4.3 Influence des paramètres numériques

Les résultats précédents ont été obtenus avec la stratégie numérique exposée au chapitre précédent, ce qui a permis d'améliorer les résultats de Riber [2007] et Roux [2009]. On se propose ici d'analyser l'influence des senseurs de viscosité artificielle utilisés dans AVBP sur ce cas complexe. La figure 4.7 compare les champs de densité de nombre de gouttes et de senseur de viscosité artificielle obtenus avec le senseur JR et le senseur CM5. On remarque que les gradients sont plus marqués dans la simulation CM5 que dans la simulation JR. Ceci est confirmé par les champs de senseur de viscosité artificielle. Le senseur JR s'applique plus fortement que le senseur CM5, surtout là où le nombre de gouttes est le plus important, alors que le senseur CM5 s'applique principalement dans les zones de vide (limitation dûe à l'impossibilité de simuler un nombre de gouttes nul en schéma centré).



FIGURE 4.7 – Champs de densité de nombre de gouttes (haut) et senseur de viscosité artificielle (bas) pour le senseur JR (gauche) et le senseur CM5 (droite).

La figure 4.8 montre la fonction de dispersion en fonction du temps, obtenue avec les senseurs JR, CM5 et CM10. On remarque clairement que JR sous-estime grandement la ségrégation en raison de sa forte dissipation, alors que le senseur CM10 permet de retrouver la solution lagrangienne. Le senseur CM5 étant un intermédiaire entre JR et CM10, sa ségrégation se situe entre les deux courbes. On notera que les trois méthodes représentent cependant la même évolution de la ségrégation à un point d'inflexion, là où la solution lagrangienne en compte deux. La reproduction de ces points d'inflexion n'a été obtenue à ce jour en eulérien qu'avec le schéma FCT par Roux [2009]. Ce schéma montrait cependant trop de dissipation pour reproduire le niveau de ségrégation, mais reste une voie intéressante d'amélioration.



FIGURE 4.8 – Evolution de la fonction de dispersion en fonction du temps pour le calcul lagrangien (cercles), et les calculs eulériens avec les senseurs JR (ligne pointillée), CM5 (ligne discontinue) et CM10 (ligne continue).

Enfin, pour analyser complètement l'impact de la viscosité artificielle, on compare sur la figure 4.9 l'évolution temporelle de la moyenne du produit $\zeta \cdot \varepsilon^{(2)}$ où ζ est le senseur, et $\varepsilon^{(2)}$ le niveau de viscosité artificielle. Cette quantité représente la viscosité artificielle effective appliquée au calcul. La viscosité artificielle effective est beaucoup plus importante avec JR sur l'ensemble, alors que les senseurs CM5 et CM10 permettent de réduire ce niveau à 75% et 50% respectivement.

Sur la figure 4.10, on compare la moyenne de la viscosité artificielle effective en fonction de la fraction volumique de liquide à un instant donné. On remarque que JR s'applique majoritairement et fortement sur les grandes valeurs de fraction volumique, empêchant d'atteindre des hauts niveaux de ségrégation, alors que CM10 s'applique plus faiblement sur l'ensemble des valeurs de fraction volumique, avec une brusque montée vers les valeurs très faibles pour forcer la fraction volumique à rester positive.



FIGURE 4.9 – Évolution de $\zeta.\epsilon^{(2)}$ en fonction du temps pour les senseurs JR(carrés), CM5 (triangles) et CM10 (cercles).



FIGURE 4.10 – Evolution de ζ . $\epsilon^{(2)}$ en fonction de la fraction volumique pour les senseurs JR (carrés) et CM10 (cercles).

4.4 Conclusions sur la THI

Deux points ont été abordés sur ce cas test de la turbulence homogène isotrope : l'aspect modélisation et l'aspect numérique.

Concernant l'aspect modélisation, le FEM (et donc le FEMM) a montré sa capacité à capturer la dynamique d'une phase dispersée dans un écoulement turbulent pour un nombre de Stokes modéré (proche de 1). Les résultats en terme de fonction de dispersion montrent un très bon accord avec la DPS. Les énergies totales et moyennes sont bien reproduites, et l'énergie décorrélée, caractéristique d'un écoulement turbulent, est relativement bien capturée. Concernant l'aspect numérique, l'influence du choix du senseur de viscosité artificielle a été évaluée, et montre une nécessité de réduire au maximum l'applica-

4.4 Conclusions sur la THI

tion de viscosité artificielle. Le senseur CM10 montre ici de bien meilleurs résultats que les senseurs JR et CM5. Tous ces résultats confirment cependant la nécessité de nouveaux schémas numériques.

CHAPITRE 4 : Validation du FEM en Turbulence Homogène Isotrope décroissante chargée

Chapitre 5

Validation des effets de polydispersion en taille

5.1 Effet de traînée

Un des impacts importants du caractère polydisperse d'une phase dispersée est associé à la traînée. En effet, la force de traînée dépendant du diamètre des particules, transporter un écoulement polydisperse uniquement avec son diamètre moyen peut engendrer des erreurs importantes sur les trajectoires des particules. Pour évaluer cet impact, le cas test du jet en écoulement transverse est utilisé ici.

5.1.1 Paramètres du cas test

La configuration est représentée sur la figure 5.1. Le maillage est cartésien, de 75 cellules selon y et 125 cellules selon x. Le liquide est injecté dans un écoulement de gaz uniforme, perpendiculairement à la vitesse du gaz. L'injection de liquide est polydisperse de telle sorte que les gouttes suivront des trajectoires différentes (figure 5.2). Les paramètres du cas test sont résumés dans les tableaux 5.1 et 5.2. Ce type de cas test a déjà été étudié dans la thèse de Mossa [2005], avec un modèle eulérien polydisperse à pdf présumé. Le modèle obtenait de bons résultats, mais trop de paramètres étaient à ajuster pour pouvoir être appliqué de manière générique sur des applications variées.

5.1.2 Résultats

Sur la figure 5.3 sont comparés les résultats du calcul monodisperse et du calcul multi-fluide. On voit clairement l'influence de la polydispersion sur ce type d'écoulement cisaillé. La dispersion spatiale est complètement différente, ce qui est dû à l'effet de la traînée différenciée en fonction de la taille de goutte. Cependant, on voit apparaître des zones de vide entre les trajectoires de chaque section (figure 5.3, gauche). Cela est dû à l'absence de la non-prise en compte du flux décorrélé de nombre de gouttes, qui



FIGURE 5.1 – Schéma du cas test du jet en écoulement transverse.



FIGURE 5.2 – Fdp du jet en écoulement transverse : approche monodisperse (ligne continue, cette courbe n'est pas normalisée) et approche multi-fluide (ligne tiretée).

permettrait de différencier les trajectoires entre gouttes de tailles différentes dans une même section. L'importance de cet effet est cependant dépendante du cas et du nombre de sections.

La figure 5.4 compare la répartition en diamètre sur la face de sortie (5 sur la figure 5.1) obtenue par un calcul à 5 sections, un calcul à 10 sections et un calcul lagrangien de référence (calcul effectué sous Matlab). On remarque que les deux calculs eulériens sont en bon accord avec la solution lagrangienne, ce qui confirme un bon comportement vis-à-vis de la traînée. Cependant des oscillations importantes apparaissent pour les deux cas eulériens, dues à la fois au schéma numérique et l'absence de flux décorrélé de nombre de gouttes. L'absence du flux décorrélé impose des zones de vide entre les sections pour lesquelles la notion de diamètre moyen n'a plus de sens physique. Le fait que le schéma numérique

	Gaz	Liquide	
1	Injection de type Dirichlet	Injection de type Dirichlet	
	$U_g = 5m.s^{-1}$	$U_l = 5m.s^{-1}, n_l^{tot} = 10^6 m^{-3}$	
2	Mur glissant	Injection de type Dirichlet	
		$U_l = 5m.s^{-1}, n_l^{tot} = 10^9 m^{-3}$	
3	Mur glissant	Mur glissant	
4	Mur glissant	Mur glissant	
5	Sortie en pression de type NSCBC (Poinsot and Lele [1992])	Sortie de type Dirichlet	
6	Sortie en pression de type NSCBC	Sortie de type Dirichlet	

TABLE 5.1 – Conditions aux limites du jet en écoulement transverse.

TABLE 5.2 – Paramètres numériques du jet en écoulement transverse.

	Gaz	Liquide
Schéma numérique	TTGC	TTGC
Viscosité	Jameson	CM5
artificielle		
$\epsilon^{(2)}$	0.05	0.02
$\mathbf{\epsilon}^{(4)}$	0.005	0.002



FIGURE 5.3 – Jet en écoulement transverse 2D : champs de densité de nombre de gouttes obtenus avec l'approche multi-fluide (10 sections, gauche) et l'approche monodisperse (droite).



impose un nombre de gouttes minimum impose ici un diamètre moyen pour le vide de 200µm).

FIGURE 5.4 – Comparaison du diamètre moyen d10 en fonction de la coordonnée verticale sur la condition limite de sortie , pour un calcul lagrangien (ligne continue), un calcul eulérien à 5 sections (cercles), et un calcul eulérien à 10 sections (carrés).

5.2 Évaporation

De même que la traînée, l'évaporation est un phénomène fortement conditionné par la taille. On se propose d'étudier ici les modèles d'évaporation sur trois cas test 0D (Laurent [2006], Dufour and Villedieu [2005]). Dans l'EWB, l'hypothèse 0D annule les termes dépendant de la position et de la vitesse. De plus, on considère un cas à température constante. L'EWB se résume donc à :

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} + R_S \frac{\partial f_p}{\partial S} = 0 \tag{5.1}$$

Cette équation correspond à une advection dans l'espace des tailles à la vitesse R_S . Par souci de simplification, la vitesse d'évaporation R_S est supposée constante et égale à 1.

5.2.1 Description du cas test

Pour évaluer la qualité des modèles, trois conditions initiales dans l'espace des tailles sont proposées : gaussienne, créneau, et double pic. La condition gaussienne est la plus proche des applications Moteur où les distributions en taille sont plutôt continues et régulières. La condition créneau évalue les propriétés de positivité et de dispersivité de l'approche. Enfin la condition double pic est plus proche d'applications aérospatiales, où les propergols solides respectent des fdp de ce type. Nous verrons par la suite que cette condition est la plus extrême. Les conditions initiales définies dans l'intervalle en surface [0 1] sont les suivantes :

Gaussienne:
$$f(S) = \exp\left(\frac{-(S-0.5)^2}{0.2^2}\right)$$
 (5.2)

Créneau : f(S) = 0 si S < 0.6 (5.3)

$$=1$$
 sinon (5.4)

Double pic :
$$f(S) = \frac{1}{1 + 10000(S - 0.3)^2} + \frac{0.1}{1 + 10000(S - 0.7)^2}$$
 (5.5)

On étudie ici un modèle multi-fluide d'ordre 1, et le nouveau modèle multi-fluide d'ordre 2 développé dans cette thèse. Ces deux modèles ont été implantés dans un code Matlab. Les analyses proposées ici sont très largement inspirées des travaux de Dufour [2005] et Laurent [2006]. La méthode multi-fluide faisant appel à une reconstruction de la fdp dans l'espace des tailles, l'erreur initiale liée à cette reconstruction peut être évaluée comme le maximum de la différence entre fdp exacte et fdp reconstruite :

$$E_{recons} = \max_{S} \left\| \frac{f_{reconstruit}(S) - f_{exacte}(S)}{f_{exacte}(S)} \right\|$$
(5.6)

L'erreur initiale sur les moments à partir desquels on reconstruit la fdp est nulle à t = 0. L'erreur faite sur la masse totale est évaluée de cette façon :

$$E_{globale} = \max_{t} \|\frac{M_{S}^{3/2}(t) - M_{S,exact}^{3/2}(t)}{M_{S,exact}^{3/2}(t)}\|$$
(5.7)



FIGURE 5.5 – Condition initiale de densité de nombre (gauche) et de masse (droite) : gaussienne (triangles), double pic (triangles vers la droite) et créneau (carrés).

D'un point de vue coût calcul, il n'est pas raisonnable de dépasser 10 sections (ce qui est déjà beaucoup), et on sera donc très attentif au comportement des modèles pour ce nombre de sections.

5.2.2 Condition initiale gaussienne

La figure 5.6 compare la solution initiale gaussienne à sa représentation initiale en multi-fluide d'ordre 1 et en multi-fluide d'ordre 2, pour 5, 10, 20 et 100 sections. Il est important de noter que le modèle multi-fluide d'ordre 1 ne transporte qu'un moment (la masse), et ne peut donc vérifier exactement le nombre de gouttes total à l'instant initial. Pour ce modèle, on voit que la reconstruction constante par morceaux ne permet pas de reproduire la fdp à faible nombre de sections, et ne devient précise qu'à partir de 100 sections. Le modèle d'ordre 2 est plus précis et donne une reconstruction à 10 sections déjà satisfaisante. La reconstruction à 5 sections est également intéressante, avec cependant des portions de la reconstruction à l'ordre 1.

La figure 5.7 donne l'erreur de reconstruction définie par l'Eq.5.6 des modèles d'ordre 1 et d'ordre 2. La méthode d'ordre 1 atteint une précision de 1% pour 100 sections, là où la méthode d'ordre 2 n'a besoin que de 10 sections. Le comportement à grand nombre de sections vérifie bien les ordres de deux méthodes.

La figure 5.8 montre l'évolution de la masse totale pour la solution exacte, le modèle d'ordre 1 et le modèle d'ordre 2. Comme pour la reconstruction de la fdp, il faut un très grand nombre de sections à l'ordre 1 pour être précis sur la masse, alors que 10 sections sont suffisantes à l'ordre 2. De plus les résultats de l'ordre 2 avec 5 sections sont déjà très satisfaisants.



FIGURE 5.6 – Reconstruction initiale de la condition gaussienne pour 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution initiale (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

FIGURE 5.7 – Erreur de reconstruction en fonction du nombre de sections pour la condition initiale gaussienne avec le modèle d'ordre 1 (carrés) et le modèle d'ordre 2 (cercles).

FIGURE 5.8 – Evolution de la masse totale rapportée à la masse initiale pour la solution initiale gaussienne avec 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution exacte (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

La figure 5.9 montre l'évolution du rayon moyen de sauter (SMR) pour la solution exacte, le modèle d'ordre 1 et le modèle d'ordre 2. La méthode d'ordre 1 a beaucoup de mal à reproduire cette statistique, principalement à cause du fait que cette méthode ne vérifie qu'un seul moment (la masse), alors le SMR est le rapport de deux moments $(M_S^{3/2}/M_S^1)$. Même avec 100 sections, le résultat n'est pas satisfaisant. La méthode d'ordre 2 est quant à elle capable de reproduire le SMR dès 10 sections.

La figure 5.10 donne l'erreur globale faite sur la masse totale en fonction du nombre de sections. On remarque que les deux méthodes convergent. La méthode d'ordre 1 vérifie une convergence à l'ordre 1, alors que la méthode d'ordre 2 a une convergence supérieure à 2.

FIGURE 5.9 – Evolution du SMR rapporté au SMR initial pour la solution initiale gaussienne avec 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution exacte (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

FIGURE 5.10 – Erreur sur la masse totale en fonction du nombre de sections pour la condition initiale gaussienne avec le modèle d'ordre 1 (carrés) et le modèle d'ordre 2 (cercles).

5.2.3 Condition initiale en créneau

Les mêmes diagnostics sont répétés pour l'initialisation en créneau. La figure 5.11 compare la solution initiale à sa représentation initiale avec le modèle d'ordre 1 et le modèle d'ordre 2. Etant constante par morceaux, la méthode d'ordre 1 vérifie de manière exacte la solution initiale. La méthode d'ordre 2 est aussi capable de vérifier cette solution initiale avec une précision très élevée pour tous les nombres de sections.

FIGURE 5.11 – Reconstruction initiale de la condition en créneau pour 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution initiale (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

La figure 5.12 montre l'évolution de la masse totale. Comme pour la solution initiale gaussienne, l'ordre 1 a besoin de beaucoup de sections pour capturer efficacement l'évolution de la masse totale alors que l'ordre 2 est déjà très précis à 5 sections, et sans erreur visible à 10 sections. Cette fois-ci la qualité de la reproduction de la masse totale n'a aucun lien avec la reconstruction initiale, celle-ci étant parfaite pour les deux méthodes.

La figure 5.13 montre l'évolution du SMR. Comme pour la solution gaussienne, la méthode d'ordre 1 ne reproduit pas le SMR, même à 100 sections. Ici, la méthode d'ordre 2 a besoin de beaucoup plus de sections pour être précise, même si les résultats à 10 sections sont déjà satisfaisants. L'erreur n'est plus

FIGURE 5.12 – Evolution de la masse totale rapportée à la masse initiale pour la solution en créneau avec 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution exacte (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

discernable qu'à 100 sections.

La figure 5.14 donne l'erreur globale faite sur la masse totale en fonction du nombre de sections. Les deux modèles vérifient bien leurs ordres respectifs. Contrairement au cas avec la condition initiale gaussienne, le modèle d'ordre 2 n'a pas ici un ordre supérieur à 2.

FIGURE 5.13 – Evolution du SMR rapporté au SMR initial pour la solution en créneau avec 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution exacte (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

FIGURE 5.14 – Erreur sur la masse totale en fonction du nombre de sections pour la condition initiale en créneau avec le modèle d'ordre 1 (carrés) et le modèle d'ordre 2 (cercles).

5.2.4 Condition initiale bimodale

La condition bimodale est certainement la plus difficile à reproduire en multi-fluide, parce que tout se passe sur une très petite gamme de tailles. La figure 5.15 compare la solution initiale en créneau à sa représentation initiale en modèle d'ordre 1 et en modèle d'ordre 2. Que ce soit pour l'ordre 1 ou l'ordre 2, il faut un nombre vraiment important de sections pour bien reproduire la fdp. Même la méthode d'ordre 2 a beaucoup de mal, et reste à l'ordre 1 pour les faibles nombres de sections.

FIGURE 5.15 – Reconstruction initiale de la condition bimodale pour 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution initiale (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

La figure 5.16 montre l'erreur de reconstruction. Comme observé sur la figure 5.15, la précision ne devient satisfaisante qu'à très grand nombre de sections. Il faut 500 sections à l'ordre 1 pour atteindre une précision de 1% alors qu'il faut 50 sections à la méthode d'ordre 2. On remarque encore que les deux méthodes convergent avec la pente attendue mais seulement pour les très grands nombres de sections.

La figure 5.17 montre l'évolution de la masse totale. Sur ce cas test, les deux méthodes souffrent beaucoup de la difficulté à reproduire en multi-fluide une solution où toute la masse est très localisée. Il faut au moins 20 sections à l'ordre 2 pour être efficace, là où même à 100 sections l'ordre 1 n'est pas parfait.

FIGURE 5.16 – Erreur de reconstruction en fonction du nombre de sections pour la condition initiale bi-modale avec le modèle d'ordre 1 (carrés) et le modèle d'ordre 2 (cercles).

FIGURE 5.17 – Evolution de la masse totale rapportée à la masse initiale pour la solution bimodale avec 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution exacte (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

Concernant le SMR (figure 5.17), le comportement est assez exotique, en raison du caractère bimodal de la fdp. En effet, quand un pic disparaît, le SMR augmente en raison de la disparition massive et brutale de petites gouttes. On observe ainsi deux remontées du SMR. La méthode d'ordre 1 n'en capture au mieux qu'une, même avec 100 sections. La méthode d'ordre deux a besoin de 20 sections pour commencer à capturer les deux, et reproduit bien le SMR à 100 sections.

FIGURE 5.18 – Evolution du SMR rapporté au SMR initial pour la solution bimodale avec 5 (en haut à gauche), 10 (en haut à droite), 20 (en bas à gauche) et 100 (en bas à droite) sections : solution exacte (ligne continue), modèle d'ordre 1 (ligne point-tiretée) et modèle d'ordre 2 (ligne tiretée).

Enfin, la figure 5.19 montre l'erreur globale faite sur la masse totale. On remarque que la méthode d'ordre 2 récupère une convergence à l'ordre 2 pour un grand nombre de sections, alors que la méthode d'ordre 1 a finalement un ordre toujours inférieur à 1.

FIGURE 5.19 – Erreur sur la masse totale en fonction du nombre de sections pour la condition initiale bimodale avec le modèle d'ordre 1 (carrés) et le modèle d'ordre 2 (cercles).

Conclusions de la partie II

Une première partie a permis d'évaluer a priori les stratégies numériques existantes pour le diphasique, à savoir d'un côté le schéma PSI, positif et TVD mais très diffusif, et le schéma TTGC couplé à la viscosité artificielle, approche non-TVD mais moins diffusive. L'approche TTGC+viscosité artificielle s'avère être la plus efficace parce qu'elle limite fortement la diffusion numérique. Elle demande cependant d'ajuster des paramètres du senseur de viscosité artificielle pour réduire au maximum la diffusion numérique et traiter efficacement les zones de vide (comme cela est montré pour le cas de la THI dans le chapitre 4). Le schéma PSI a l'avantage non-négligeable de ne pas avoir besoin de viscosité artificielle et peut s'avérer utile dans certains cas.

La deuxième partie a permis de montrer la capacité du FEMM à capturer la dynamique d'un écoulement turbulent à phase liquide dispersée, notamment en terme de concentration préférentielle et d'énergie décorrélée.

Enfin, la dernière partie prend la mesure de la prise en compte des effets polydisperses de traînée et d'évaporation par l'approche multi-fluide. L'approche multi-fluide d'ordre 1 permet de capturer les vitesses pour chaque taille de goutte, ainsi que le comportement général de l'évaporation. Cependant un manque de précision se ressent pour l'évaporation, particulièrement sur le SMR, que le multi-fluide d'ordre 1 surestime grandement à faible nombre de sections. Le multi-fluide d'ordre 2 permet d'obtenir un très bon niveau de précision à faible nombre de sections, et reproduit très bien le SMR.