

# Stratégie de conception d'un générateur piézoélectrique

Dans les chapitres 2 et 3 nous avons présenté les méthodes de caractérisation et de modélisation des dispositifs de récupération d'énergie vibratoire. Les valeurs issues des modèles 3D EF développés pour prédire les comportements électriques ainsi que vibratoires des générateurs ont montré un bon accord avec les résultats expérimentaux. Ce constat nous permet ainsi dans ce chapitre d'envisager l'optimisation de notre dispositif pour qu'à partir d'une source vibratoire, il puisse être capable de récupérer le maximum d'énergie électrique tout en respectant des contraintes d'encombrement.

Il existe plusieurs approches de conception pour optimiser l'énergie récupérée et plusieurs types de figures de mérite pour évaluer les performances des dispositifs de récupération d'énergie. Dans ce chapitre, nous présentons d'abord différents types de figures de mérite. Ensuite, un guide de conception est proposé pour donner une stratégie de conception d'un générateur d'énergie au regard des figures de mérite élaborées sur la base de résultats issus d'études paramétriques numériques.

## 1. Figures de mérite des dispositifs de récupération d'énergie

Depuis ces dix dernières années, les chercheurs et les ingénieurs ont développé des générateurs d'énergie pour des applications basse consommation et ils ont toujours cherché à améliorer la performance de ces générateurs. Pour déterminer les performances du dispositif d'un point de vue énergétique, la puissance récupérée est souvent l'indicateur prépondérant. En plus de la puissance récupérée, le volume du générateur d'énergie est un indicateur d'intérêt notamment pour les applications biomédicales de type pacemaker ou biocapteur nécessitant par essence un faible encombrement. Ces deux indicateurs nous conduisent donc naturellement à considérer la densité de puissance (définie comme la quantité de puissance utilisable par un système physique donné divisé par le volume de ce système) pour évaluer la performance des générateurs.

Dans la littérature, des figures de mérite sont définies dans le but d'évaluer la performance d'un générateur, de comparer les générateurs dans l'état de l'art et surtout de faire l'optimisation des générateurs. Il existe plusieurs types de figures de mérite [7], [13], [30], [103], [133]–[138]. Après une étude bibliographique, nous présentons les figures de mérite que nous avons pu étudier.

Une figure de mérite (FOM) est avant tout un outil d'aide à la conception d'un générateur performant, notamment pour le choix des matériaux et des dimensions géométriques. De plus, une figure de mérite permet aussi de comparer les différents générateurs et se trouve être un des critères qui permet d'améliorer les générateurs. Dans cet esprit, nous nous permettons de classer les figures de mérite (FOM) sous deux catégories :

- La FOM intrinsèque, basée sur les paramètres propres du dispositif, à la fois géométriques et matériaux. Elle va renseigner sur les paramètres du dispositif à privilégier ainsi que la structure la plus favorable en fonction de l'application finale.
- La FOM performance, qui permet de comparer différents dispositifs en termes de performance.

### 3.1. FOM intrinsèque

Les grandes questions posées par les concepteurs pour que le récupérateur d'énergie produise le plus d'énergie possible sont souvent : quel type de matériau faut-il prendre ? quel type de structure ? quelles dimensions ? Ces questions ont été adressées par la communauté scientifique. Les paragraphes suivants donnent un florilège de différentes réponses proposées.

#### 1.1.1. FOM et sélection des matériaux piézoélectriques

Dans son article, Priya [134] a proposé un critère simple pour la sélection des matériaux d'un générateur piézoélectrique, une figure de mérite adimensionnelle  $DFOM = FOM_{\text{hres}} \times FOM_{\text{res}}$  dans laquelle  $FOM_{\text{hres}}$  est la figure de mérite du générateur qui fonctionne hors-résonance,  $FOM_{\text{res}}$ , la figure de mérite du générateur qui fonctionne à la résonance.

Pour la  $FOM_{\text{hres}}$ , un modèle simple de plaque piézoélectrique est employé. La plaque est soumise à une force alternative ( $F$ ) basse fréquence qui est très éloignée de la résonance de la

plaque. Dans ce cas, la transduction électromécanique dépend du coefficient piézoélectrique de déformation  $d$  et du coefficient piézoélectrique de tension  $g$ . La tension à circuit ouvert ( $V$ ) de la plaque s'exprime alors de la manière suivante :

$$V = E \times t = -g \times X \times t = -\frac{g \times F \times t}{A} \quad (24)$$

avec  $t$  l'épaisseur de la céramique ;  $E$  le champ électrique ;  $X$  la contrainte mécanique définie par  $X = F/A$  et  $A$  la surface de la céramique.

L'énergie électrique disponible  $U_e$  de la plaque est écrite comme :

$$U_e = \frac{1}{2} CV^2 \quad (25)$$

où  $C$  est la capacité de la plaque. A l'aide de (24) et (25), on peut déduire  $u_e$ , l'énergie volumique, définie par

$$u_e = \frac{1}{2} (d \times g) \left(\frac{F}{A}\right)^2 \quad (26)$$

Ainsi, avec cette équation de l'énergie volumique dans une condition expérimentale donnée, plus le facteur  $d \times g$  de la céramique sera grand, plus l'énergie électrique disponible sera importante. La performance du transducteur est aussi affectée par les pertes diélectriques ( $\tan\delta_e$ ) du matériau. La figure de mérite, dans les conditions hors-résonance précédemment décrites, d'un générateur en mode 3-1 est donnée sous la forme [134] :

$$FOM_{\text{hres}} = d_{31} \times g_{31} / \tan\delta_e \quad (27)$$

Pour la  $FOM_{\text{res}}$ , Priya [134] a analysé les deux modèles d'un générateur à la résonance, l'un est le modèle quantitatif de Richards [103] dans lequel l'efficacité du générateur est liée au produit de  $k^2 \times Q_m$  et l'autre est le modèle des paramètres distribués d'Erturk [139] dans lequel un coefficient de compliance élastique ( $s$ ) doit être minimisé pour augmenter la puissance en sortie du générateur. De ces analyses, Priya en a déduit la  $FOM$  à la résonance du générateur en mode 3-1 de la forme suivante [134] :

$$FOM_{res} = k_{31}^2 \times Q_m / s_{11}^E \quad (28)$$

Finally, a dimensionless merit figure (DFOM) is proposed to select the piezoelectric material of a generator working in mode 3-1. This DFOM takes into account the two operating regimes (at resonance and off-resonance) :

$$DFOM = FOM_{hres} \times FOM_{res} \quad (29)$$

$$DFOM = \left( \frac{k_{31}^2 \times Q_m}{s_{11}^E} \right)_{res} \times \left( \frac{d_{31} \times g_{31}}{\tan \delta} \right)_{hres}$$

The DFOM is adapted to cases where one wants to recover the energy of a vibration source not mastered because it aims at an optimal behavior of the device both off-resonance and at resonance. If the mechanical energy source is well known, the use of the  $FOM_{hres}$  or of the  $FOM_{res}$  depends on the source : if the excitation frequency is off-resonance, one uses the  $FOM_{hres}$  to compare the materials ; and if the excitation is at resonance, the  $FOM_{res}$  is better adapted. In our case, it is rather the  $FOM_{res}$  that we will use because our device is excited at its resonance frequency in order to recover a maximum of energy.

In parallel with the DFOM, other merit figures have been proposed with similar conclusions regarding the choice of piezoelectric materials, such as the technique TOPSIS (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution) proposed by Chauhan [136]. In 2011, Takeda [135] proposed another technique to evaluate the influence of piezoelectric material parameters for energy recovery applications. In his article, a generation factor  $G$  was defined as a function of the electromechanical coupling coefficient of the system  $k_{sys}^2$  and the quality factor of the system  $Q_m^*$  of this system. He demonstrated that the generated power is proportional to the factor  $G$ . Takeda also observed the existence of relations between the coupling coefficient of the system  $k_{sys}^2$  and the coupling coefficient of the material  $k_{31}^2$  ; and between the quality factor of the system  $Q_{sys}$  and the quality factor  $Q_m$  of the piezoelectric material. Thus, the figure 4.1 proposed by Takeda, illustrates the link between power density and the electromechanical coupling coefficient through the relation between the recovered power and the factor  $G$ . On this figure, one can notice that the hard piezoelectric ceramic, due to its high values of

son produit  $k_{31}^2 \times Q_m$ , est la plus favorable pour faire les dispositifs de récupération d'énergie vibratoire.

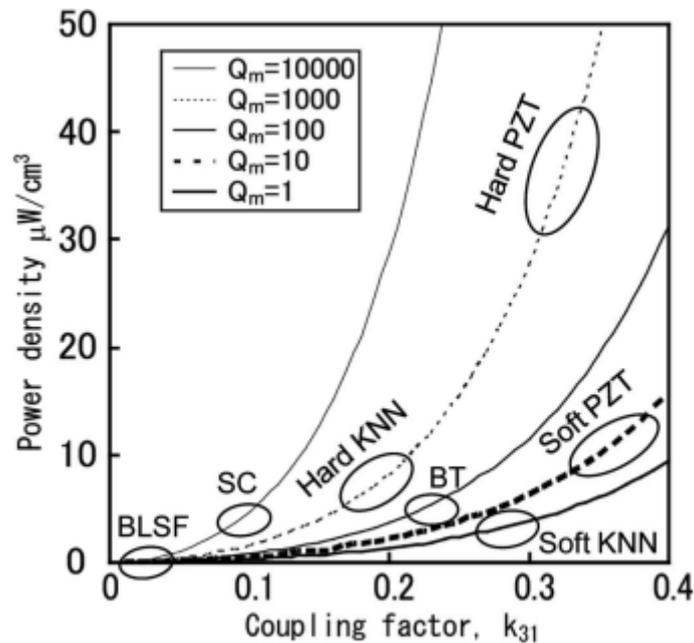


Figure 4.1 : Densité de puissance en fonction du coefficient de couplage électromécanique du matériau piézoélectrique, et tracée pour différentes valeurs de facteur de qualité mécanique [135].

Ce constat est aussi trouvé dans l'article de Shahab [140] dans lequel est présentée une comparaison entre des céramiques piézoélectriques dures et tendres et des monocristaux, pour les générateurs d'énergie par vibration aléatoire. Il est précisé notamment le fait que les céramiques piézoélectriques plus dures sont mieux adaptées dans le cas où la fréquence de résonance du générateur est comprise dans le spectre de la source d'excitation aléatoire. De même, les monocristaux durs produisent une plus grande puissance par rapport à leurs homologues tendres. Par contre, dans le cas d'une excitation hors-résonance à basse fréquence, les céramiques tendres ont de meilleures performances que les céramiques dures. Il en va de même pour les monocristaux.

### 1.1.2. FOM et conception de générateurs piézoélectriques

Après avoir choisi le matériau adéquat pour le générateur piézoélectrique, il ne reste plus qu'à décider de la structure de ce dernier pour qu'il soit performant. Dans cette optique, certains se sont intéressés, en plus de la puissance, à l'efficacité du générateur d'énergie [9],

[18], [21]. L'efficacité  $\eta$  d'un générateur est généralement définie comme le rapport entre l'énergie électrique à la sortie ( $E_{out}$ ) et l'énergie mécanique à l'entrée ( $E_{in}$ ) du système

$$\eta = \frac{E_{out}}{E_{in}}. \quad (30)$$

La formule exacte de l'efficacité d'un générateur a été proposée la première fois par Richards [103]. Celle-ci est basée sur un modèle simplifié, à un seul degré de liberté (1DDL) (cf. §1.4). L'efficacité d'un générateur à la fréquence de résonance avec une résistance optimale s'écrit alors sous forme :

$$\eta = \frac{1}{2} \times \frac{k_{sys}^2}{1 - k_{sys}^2} / \left( \frac{1}{Q_{sys}} + \frac{1}{2} \times \frac{k_{sys}^2}{1 - k_{sys}^2} \right) \quad (31)$$

et dépend seulement du coefficient de couplage électromécanique  $k_{sys}^2$  et du facteur de qualité  $Q_{sys}$  du système. Ces paramètres sont liés aux paramètres structurels et matériaux du générateur. Cette formule ne prend pas en compte la fréquence d'excitation et la résistance de charge car Richards part du postulat que l'efficacité maximale du générateur se trouve à la résonance et à la charge optimale.

L'influence de ces deux derniers paramètres est prise en compte par Yang [7] au même titre que le coefficient de couplage électromécanique et le facteur de qualité du système. Ce dernier emploie un modèle à 1DDL d'un unimorphe pour calculer l'énergie électrique à la sortie et l'énergie mécanique à l'entrée du système. L'efficacité est ensuite déduite avec la formule ci-dessous [7] :

$$\eta = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{V_{RMS}^2 / R}{\frac{1}{2} m \times \ddot{X} \times \dot{Z} \times \sin(\varphi_x)} \quad (32)$$

avec  $V_{RMS}$ , la tension efficace aux bornes de la résistance de charge  $R$  ;  $m$ , la masse du dispositif ;  $X$ , le déplacement relatif entre la masse  $m$  et la base d'excitation ( $Z$ ) ; et  $\varphi_x$ , le déphasage entre la réponse de déplacement  $X$  et l'accélération de la base  $\ddot{Z}$  (à la résonance  $\sin(\varphi_x) = 1$ ). Dans le cas d'un système linéaire, l'efficacité peut être définie comme une fonction du coefficient de couplage électromécanique  $k_{sys}^2$  :

$$\eta = \frac{k_{sys}^2}{2\frac{\xi}{\alpha}\tilde{\omega}^2 + 2\xi\alpha + k_{sys}^2} \quad (33)$$

$$\tilde{\omega} = \omega/\omega_n \quad (34)$$

$$\alpha = r\tilde{\omega} \quad (35)$$

$$r = 1/RC_p\omega \quad (36)$$

avec  $\xi$  le coefficient d'amortissement ;  $\omega$  la pulsation d'excitation ;  $\omega_n$  la pulsation de résonance du dispositif ;  $r$  le rapport de l'impédance interne capacitive sur la résistance de charge ; et  $C_p$  la capacité interne de l'unimorphe.

L'étude de Yang conclut qu'un faible amortissement et un grand coefficient de couplage électromécanique seraient bénéfiques pour l'efficacité. Par contre, aussi bien une faible qu'une forte valeur de résistance la diminuerait. Il en va de même lorsque la fréquence d'excitation augmente. Le pic de l'efficacité se trouverait sur la courbe d'impédance à la résonance.

Les FOMs intrinsèques permettent ainsi au concepteur de dresser le profil du générateur en termes de paramètres physiques et matériaux (masse, coefficient d'amortissement, coefficient de couplage électromécanique, ...) afin d'en maximiser les performances.

### 3.2. FOM performance

Afin de pouvoir comparer des générateurs d'énergie de conceptions différentes entre eux, il faudrait disposer de FOMs qui ne soient définies qu'à l'aide des grandeurs de sortie. On parle alors de « FOM performance ». Ainsi, pour définir une FOM plus universelle, Beeby [30] propose une figure de mérite appelée la densité de puissance normalisée (NPD), dans laquelle la densité de puissance  $\eta_p$  est divisé par l'amplitude d'accélération de la source ( $A$ ) au carré, pour enlever la dépendance de la source d'excitation

$$NPD = \frac{\eta_p}{A^2} = \frac{P}{A^2V} \quad (37)$$

avec  $P$ , la puissance récupérée et  $V$ , le volume du générateur.

Cette FOM est souvent utilisée dans la communauté pour comparer simplement les performances des dispositifs de récupération d'énergie [45], [78], [98], [142].

En plus de l'efficacité, d'autres auteurs suggèrent l'utilisation de l'efficacité [133], [143]. Ainsi, Roundy [133] propose une FOM adimensionnelle basée sur ce critère pour comparer la puissance à la sortie de divers mécanismes de transduction :

$$e = k^2 Q_{sys}^2 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\lambda}{\lambda_{max}} \quad (38)$$

où  $e$  est l'efficacité ;  $k^2$  le coefficient de couplage ;  $Q_{sys}$  le facteur de qualité du système ;  $\rho_0$  la densité d'un matériau de base ;  $\rho$  la densité réelle du dispositif complet ;  $\lambda$  le coefficient de transmission d'un transducteur linéaire ; et  $\lambda_{max}$  le coefficient de transmission maximal qui dépend seulement au coefficient de couplage [133]. Cette figure de mérite n'a pas de valeur maximale définie car  $Q_{sys}$  n'a pas de limite fondamentale, elle n'indique donc pas directement à quel point un dispositif est proche d'une performance optimale. Une définition alternative de l'efficacité est proposée en référence [143], appelée efficacité du générateur  $E_H$  :

$$E_H = \frac{\text{Puissance de sortie utile}}{\text{Puissance de sortie maximale possible}} \quad (39)$$

L'efficacité du générateur telle que définie ci-dessus a un maximum théorique de 100 % et est principalement un indicateur de la façon dont une conception spécifique s'approche du maximum de puissance théorique.

## 2. Guide de conception d'un générateur piézoélectrique

Généralement, un générateur d'énergie vibratoire se présente sous la forme d'une poutre (en l'occurrence un bimorphe) encastrée à une de ses extrémités et chargée par une masselotte collée à son autre extrémité, afin d'adapter la fréquence de résonance et d'augmenter la performance du dispositif. Il est à noter que seul le cas de l'adaptation à la fréquence de résonance sera envisagé car à cette fréquence l'impédance équivalente du dispositif est plus petite que celle à l'antirésonance, ce qui est plus favorable quand le générateur est connecté avec un CGP. Dans notre étude, le générateur piézoélectrique est connecté à une charge résistive ; l'effet des CGPs sur le comportement du générateur n'est pas étudié.

La conception d'un générateur d'énergie vibratoire commence donc par la détermination de sa fréquence de résonance en lien avec le spectre de vibration de la source d'excitation [105]. Pour ce faire, les paramètres géométriques du générateur tels que la longueur ( $L$ ), la largeur ( $b$ ), l'épaisseur de la couche de shim ( $epS$ ), l'épaisseur des couches de matériau piézoélectrique ( $epP$ ) ainsi que la masse et la forme de la masselotte sont à ajuster. A cette fin, différentes études paramétriques sont réalisées à l'aide du modèle EF développé dans les chapitres précédents. De ces études, et en lien avec les travaux de Beeby et Yang (cf. §1.2. FOM performance), une figure de mérite du dispositif étudié sera élaborée. Celle-ci, en plus du simple critère de la puissance électrique récupérée, permettra d'évaluer les performances de notre générateur d'énergie et de le comparer à d'autres générateurs. L'objectif ultime de ces études est de donner un guide de conception d'un générateur qui peut répondre au mieux à un cahier des charges spécifique. Le cahier des charges est un ensemble de spécifications sur la source vibratoire, sa fréquence fondamentale, son amplitude d'accélération et les contraintes d'encombrement du dispositif.

Enfin, même si les paramètres des matériaux choisis pour les différentes couches (shim et céramique piézoélectrique) influencent également la fréquence de résonance du générateur, cet aspect ne sera pas abordé. En effet, en ce qui concerne le matériau piézoélectrique, une céramique PZT dure est choisie du fait de ses meilleures performances par rapport à d'autres types de céramiques (cf. figure 4.1 et figure de mérite  $FOM_{res}$  de Priya). Pour le matériau du shim, plusieurs types de matériaux élastiques ont été testés (l'inox, le cuivre, l'aluminium, ...). Le laiton a été retenu du fait de sa facilité de mise en œuvre pour la fabrication d'un générateur, notamment au niveau du collage du bimorphe.

## 2.1. Etude d'un générateur de type bimorphe sans la masselotte

Nous commençons d'abord par l'étude du générateur sans la masselotte. Cela nous permet d'observer l'influence des paramètres géométriques (longueur, largeur, épaisseur) de la poutre piézoélectrique sur la puissance électrique récupérée ainsi que les FOMs intéressantes.

### 2.1.1. Effet de la longueur et de la largeur

Dans cette étude, le cahier de charge est fixé, avec une vibration d'accélération 5 mg, à la fréquence 134 Hz. Afin de respecter les possibilités de fabrication, la longueur ( $L$ ) du

bimorphe variera de 17 mm à 36 mm ; et la largeur ( $b$ ), de 4 mm à 36 mm. L'épaisseur du shim ( $epS$ ) est égale à 12  $\mu\text{m}$ .

Afin de garder la fréquence de résonance du bimorphe égale à la fréquence de consigne, l'épaisseur des couches piézoélectriques ( $epP$ ) doit être ajustée. Pour cela, nous avons mis en place une routine d'optimisation en utilisant le module Matlab LiveLink de COMSOL qui permet de piloter COMSOL avec des programmes créés sous Matlab (cf. figure 4.2). La fonction « fminsearch » de Matlab basée sur la méthode Nelder-Mead est utilisée pour ajuster le paramètre  $epP$  et calculer la puissance optimale (i.e. la puissance calculée à la fréquence de résonance pour une impédance optimale  $Z_r$ ).

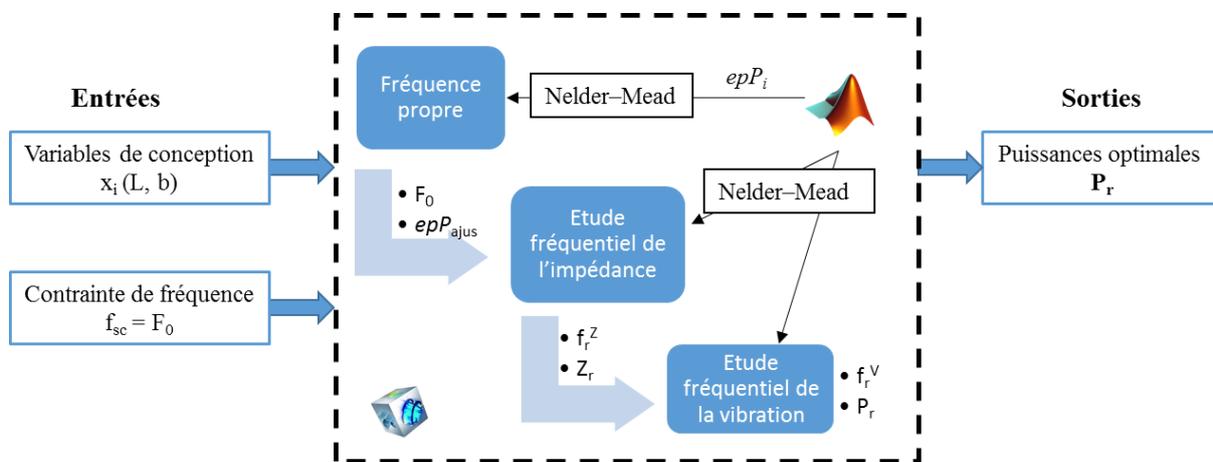


Figure 4.2 : Routine d'optimisation développée sous Matlab et COMSOL.

Pour chaque configuration ( $L_i, b_i$ ) du bimorphe envisagée, la figure 4.3 montre l'épaisseur  $epP$  ajustée pour que la fréquence de résonance du dispositif soit constante. Pour une valeur  $L_i$  donnée, la valeur de l'épaisseur  $epP$  ne change pas beaucoup en fonction de la largeur  $b$  : par exemple, pour  $L = 36$  mm,  $epP$  diminue de 3,6 % lorsque  $b$  augmente de 4 mm à 36 mm. En revanche, l'épaisseur change significativement en fonction de la longueur : par exemple, pour  $b = 4$  mm,  $epP$  diminue de 81 % lorsque  $L$  diminue de 36 mm à 17 mm. En effet, lorsque la longueur  $L$  diminue, l'épaisseur  $epP$  doit également diminuer pour garder une fréquence de résonance constante.

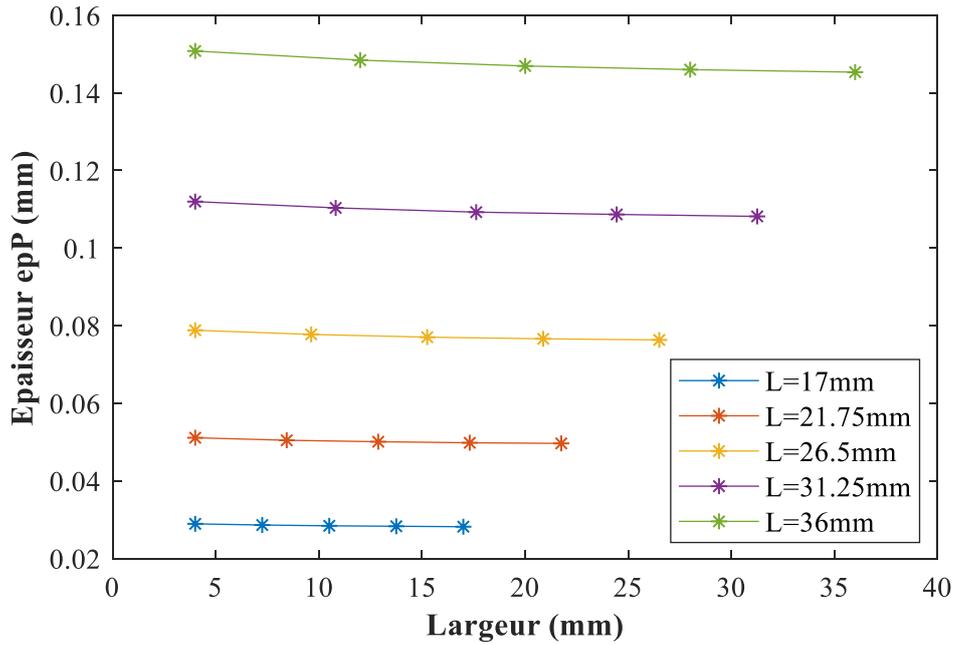


Figure 4.3 : Epaisseur  $epP$  ajustée en fonction de la longueur et de la largeur du bimorphe.

#### 2.1.1.1. Effet sur la puissance électrique

L'influence de la longueur et de la largeur sur la puissance optimale ( $P_r$ ) est montrée sur la figure 4.4 : on peut constater que la puissance augmente proportionnellement avec la largeur. Cette tendance est accentuée avec la longueur. Ainsi, pour maximiser la puissance électrique récupérée, il convient de maximiser la surface du générateur dans l'espace autorisé défini dans le cahier des charges. Par ailleurs, à surface équivalente, il convient de privilégier la longueur à la largeur.

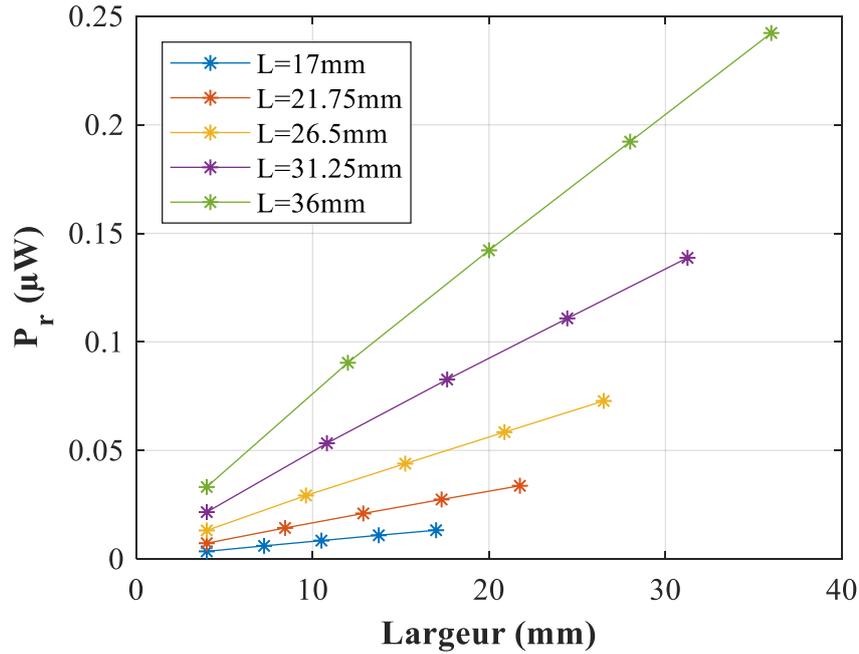


Figure 4.4 : Puissance moyenne optimale en fonction de la longueur et de la largeur.

#### 2.1.1.2. Effet sur l'impédance électrique et le déplacement

En plus de la puissance électrique, d'autres grandeurs de sortie du générateur sont étudiées : l'impédance optimale  $Z_r$ , en lien avec le circuit de management de puissance (CGP), et le déplacement maximal au bout de la poutre, paramètre d'intérêt pour l'intégration du dispositif.

La figure 4.5 présente l'évolution de l'impédance  $Z_r$  en fonction des paramètres  $L$  et  $b$ . Pour une valeur de  $L_i$  donnée, la valeur de  $Z_r$  diminue avec l'augmentation de la largeur. Plus particulièrement, l'impédance  $Z_r$  diminue d'un facteur 11 quand la largeur est multipliée par 9 dans le cas  $L = 36$  mm : ceci traduit l'augmentation de la capacité propre du bimorphe, puisque l'épaisseur varie faiblement (cf. figure 4.3). A une largeur plus faible, l'impédance  $Z_r$  est plus sensible à la longueur.

Au niveau de l'amplitude DBP maximale, la figure 4.6 montre que l'amplitude DBP maximale est plus sensible à la largeur qu'à la longueur. Le déplacement diminue en fonction de la largeur : par exemple, pour une longueur  $L = 36$  mm, l'amplitude du déplacement diminue de 19% quand la largeur est multipliée par 9.

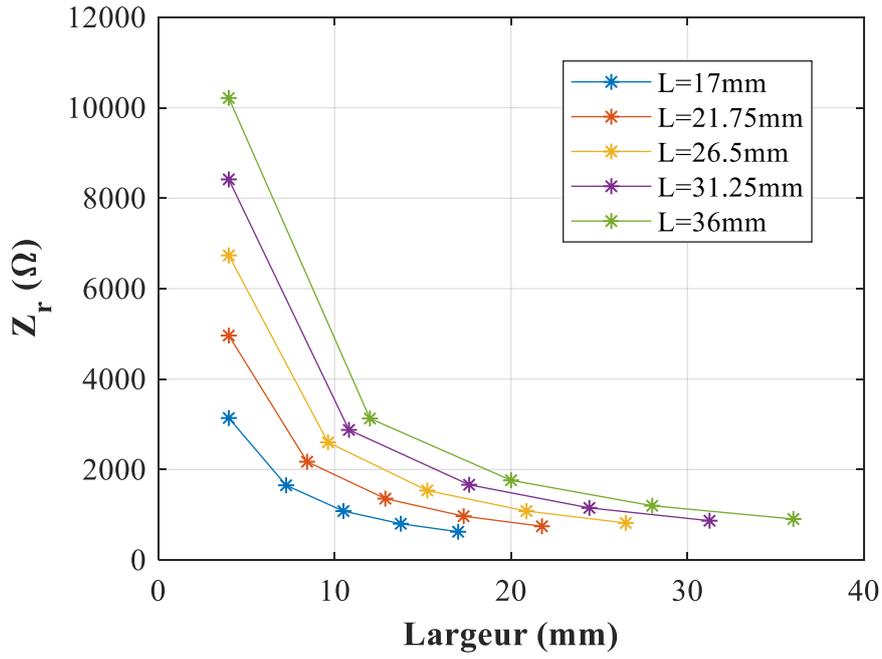


Figure 4.5 : Résistance  $Z_r$  en fonction de la longueur et de la largeur.

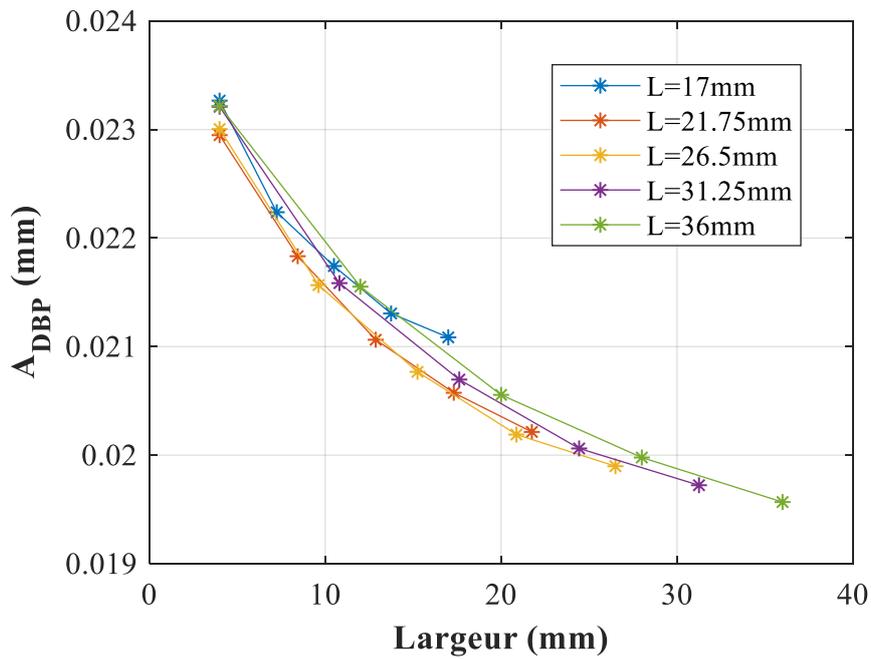


Figure 4.6 : Amplitude de déplacement en fonction de la longueur et de la largeur.

### 2.1.1.3. Effet sur la NPD et l'efficacité

Les autres grandeurs importantes à étudier, pour discriminer les figures de mérite à utiliser afin de comparer les générateurs, sont la densité de puissance normalisée NPD et l'efficacité du générateur.

Ainsi, la hauteur ( $H$ ) du dispositif est définie comme la somme de l'épaisseur totale du bimorphe ajoutée à l'amplitude DBP maximale ( $H = 2epP + epS + 2A_{DBP}$ ). La hauteur du dispositif et la densité de puissance normalisée ont été tracées en fonction de la largeur et de la longueur et sont présentées sur la figure 4.7. La largeur n'a pas beaucoup d'influence sur la hauteur tandis que l'influence de la longueur est plus importante : avec une longueur plus grande, la hauteur du dispositif est plus grande (cf. figure 4.7.a), tendance qui vient principalement de l'évolution de l'épaisseur  $epP$  (cf. figure 4.3). La figure 4.7.b montre que la densité de puissance normalisée change significativement avec la longueur : par exemple à  $b = 4$  mm, la NPD augmente de 44 % lorsque  $L$  augmente de 17 mm à 36 mm. En revanche, la NPD diminue avec la largeur, par exemple à  $L = 36$  mm, la NPD diminue de 14 % quand la largeur augmente de 4 mm à 36 mm. Comme la puissance électrique, la NPD augmente lorsque la longueur augmente. Par contre, au contraire de la puissance, la NPD diminue lorsque la largeur augmente.

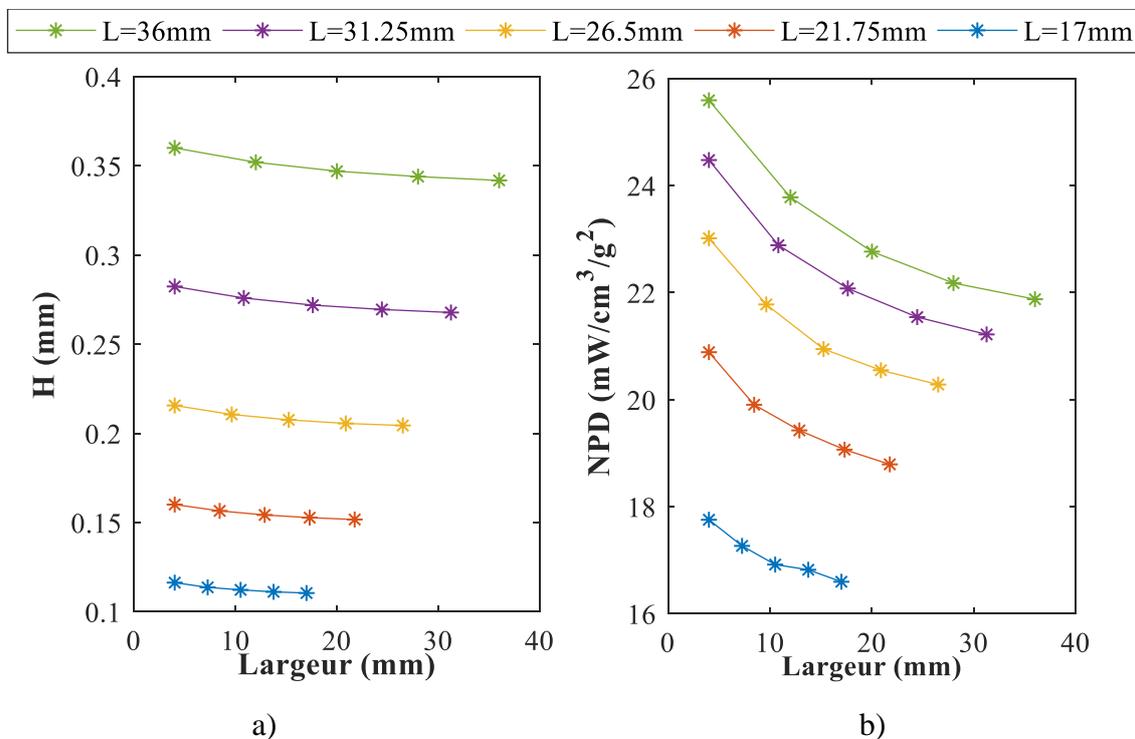


Figure 4.7 : Hauteur du dispositif a) et densité de puissance normalisée b) en fonction de la largeur et paramétrées par la longueur  $L$ .

L'efficacité du générateur ( $\eta$ ) est définie comme le rapport entre l'énergie électrique récupérée et le travail mécanique à l'entrée du générateur. L'efficacité du générateur à la résonance est déduite de l'équation (32) et s'exprime de la manière suivante [7] :

$$\eta = \frac{V_{RMS}^2/R}{\frac{1}{2}m \times \ddot{X} \times \dot{Z}} \quad (40)$$

Dans l'équation (40) le numérateur correspond à la puissance électrique (délivrée à la charge R par le générateur) et le dénominateur correspond à la puissance mécanique transférée par la source de vibration au générateur ( $P_m$ ).

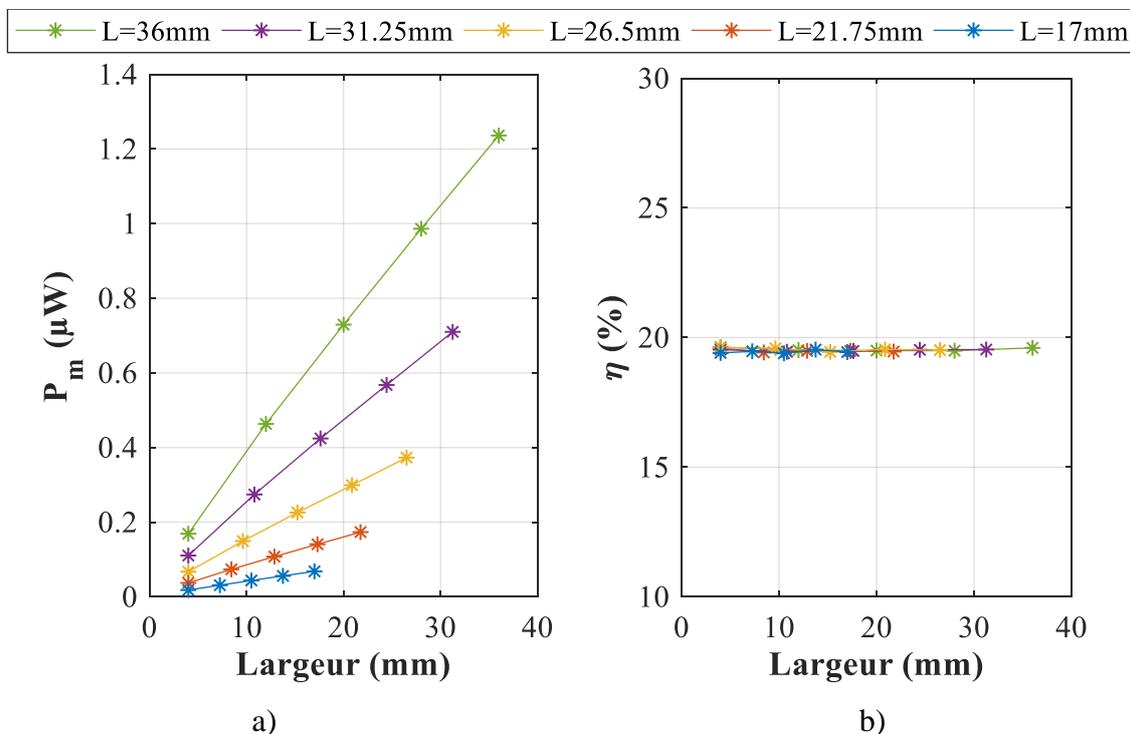


Figure 4.8 : Puissance mécanique transférée et efficacité du bimorphe en fonction de la largeur et de la longueur.

La puissance mécanique  $P_m$  augmente proportionnellement avec la largeur (cf. figure 4.8 a), et cette tendance est accentuée avec la longueur. En effet, l'évolution de la puissance mécanique en fonction de la largeur et de la longueur peut s'expliquer par l'évolution de la masse du générateur (cf. figure 4.9). L'influence des paramètres géométriques latéraux sur la puissance mécanique a la même tendance que la puissance électrique récupérée (cf. figure 4.4). L'efficacité du générateur reste donc constante autour de 19,5% pour toutes les valeurs de largeur et de longueur. Cela montre que l'efficacité du générateur ne dépend que des

paramètres intrinsèques du générateur notamment le coefficient de couplage électromécanique, le coefficient d'amortissement et elle ne dépend pas de paramètres géométriques du générateur. Ce constat est valable seulement dans le cas où l'excitation mécanique reste constante (l'amplitude d'accélération et la fréquence d'excitation sont inchangées).

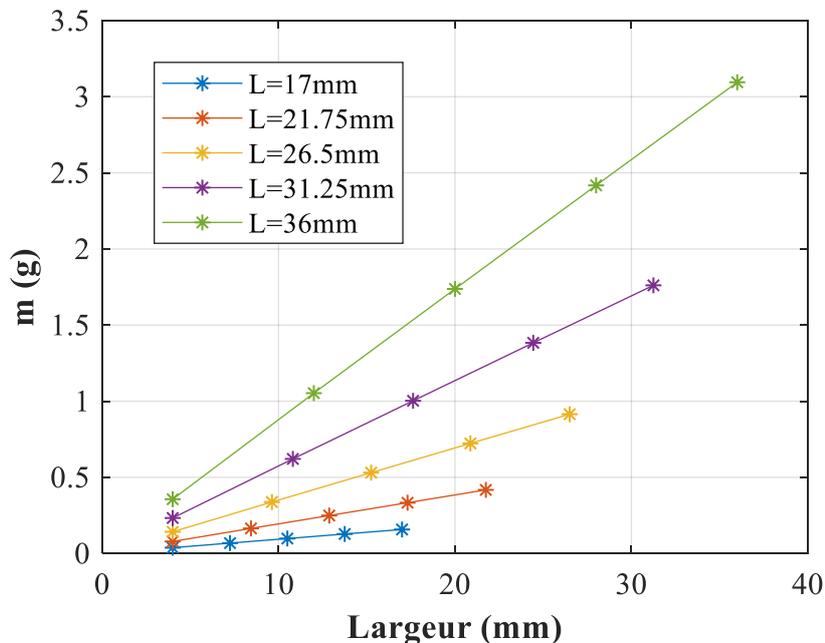


Figure 4.9 : Masse du générateur en fonction de la largeur et de la longueur L.

### 2.1.2. Effet de l'épaisseur de la couche piézoélectrique et de l'épaisseur de la couche de shim

Afin d'évaluer l'influence de l'épaisseur de la couche piézoélectrique et de l'épaisseur du shim sur la réponse vibratoire du bimorphe soumis à une accélération de 5 mg, une étude paramétrique est réalisée. La fréquence d'excitation est fixée à 132,3 Hz. La largeur est fixée à 4 mm, et la longueur à 36 mm. L'étude paramétrique est réalisée en faisant varier la valeur de l'épaisseur  $epP$  de 25  $\mu\text{m}$  à 152  $\mu\text{m}$ , tandis que l'épaisseur du shim  $epS$  est ajustée, pour chaque valeur de  $epP$ , afin garder la fréquence de résonance constante.

Pour chaque configuration ( $epP_i$ ) du bimorphe envisagée, la figure 4.10 montre l'épaisseur  $epS$  ajustée pour que la fréquence de résonance du dispositif reste constante. L'épaisseur  $epS$  diminue linéairement avec l'épaisseur  $epP$  (avec un taux de détermination  $R^2$  de 99.77 %).

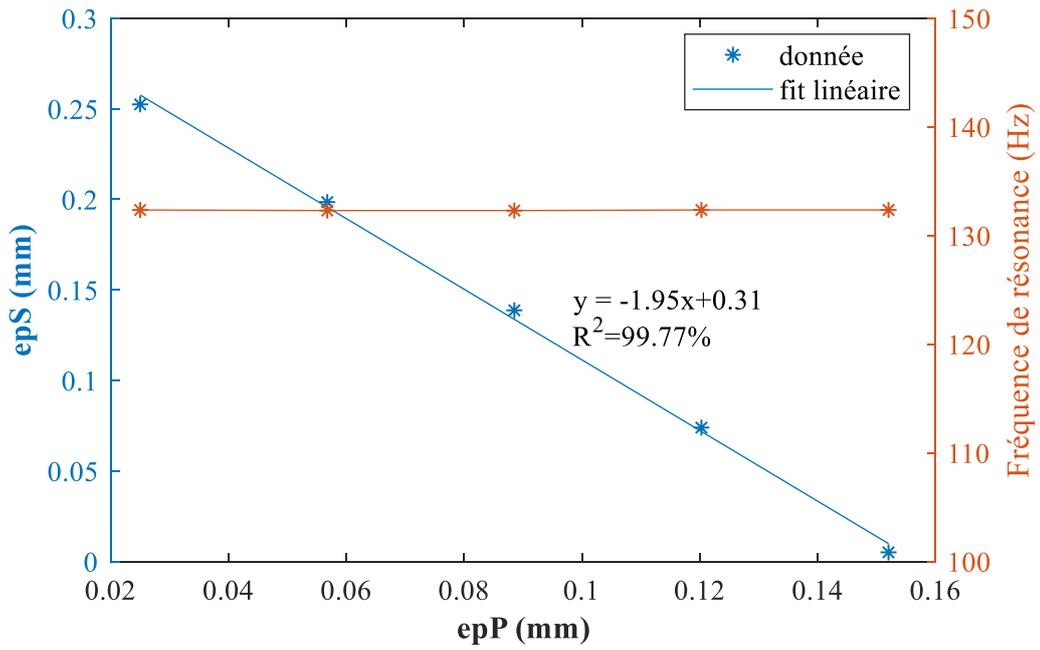


Figure 4.10 : Epaisseur du shim en fonction de l'épaisseur  $epP$ .

#### 2.1.2.1. Effet sur la puissance électrique

La figure 4.11 présente la puissance moyenne optimale en fonction de l'épaisseur  $epP$ . La puissance  $P_r$  augmente quand l'épaisseur  $epP$  diminue, et donc quand l'épaisseur  $epS$  augmente.

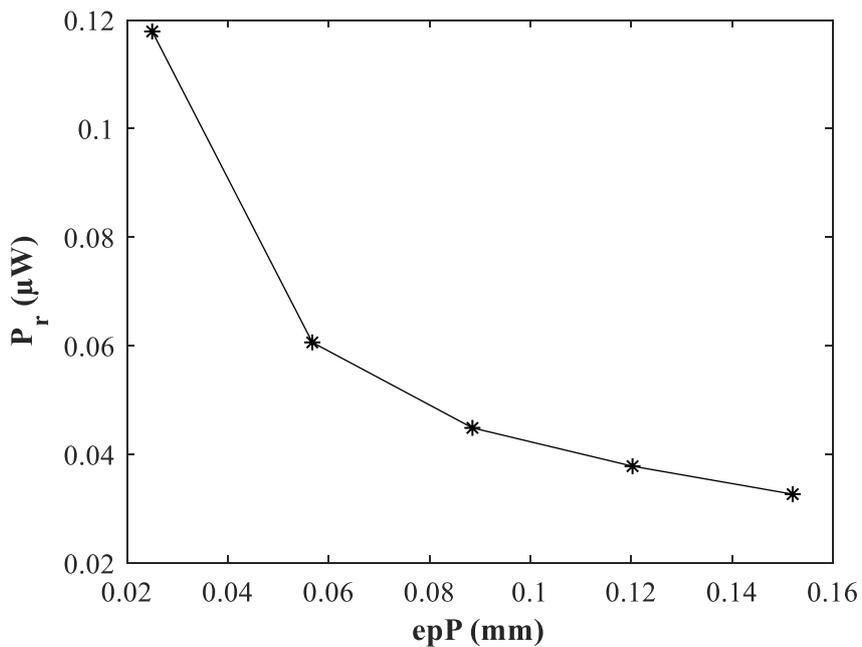


Figure 4.11 : Puissance moyenne en fonction de l'épaisseur des couches piézoélectriques.

Pour un matériau parfaitement élastique, la relation entre la contrainte ( $\sigma$ ) et la déformation résultante ( $\varepsilon$ ) est décrite par la loi de Hooke :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (41)$$

où  $E$  est le module de Young ou le module d'élasticité. Or en réalité, une dissipation de l'énergie mécanique dans le matériau a lieu par la friction interne, et des états d'équilibre thermodynamique de la structure interne. Afin de modéliser ce phénomène, le module de Young est défini comme un coefficient complexe pour prédire simplement le comportement viscoélastique [144] :

$$E^* = E(1 + i \times \tan\delta_m) \quad (42)$$

où  $\tan\delta_m$  est la tangente de l'angle de pertes entre la contrainte et la déformation, également appelée le facteur d'amortissement. Le facteur d'amortissement représente le rapport de l'énergie dissipée par la chaleur à l'énergie élastique conservée. Il dépend de la fréquence et la température, selon des lois qui peuvent être déterminées expérimentalement et qui n'ont pas de formulations analytiques [144].

Toutefois, le facteur d'amortissement du shim n'est pas souvent pris en compte dans les modèles analytiques pour modéliser le générateur. Pourtant, quand l'épaisseur du shim augmente, de fait, les pertes élastiques du shim interviennent de manière plus importante dans l'amortissement global du système ( $\xi$ ).

Pour prendre en compte ce phénomène, le taux d'amortissement (appelé ensuite par le coefficient d'amortissement,  $ca$ ) du shim en laiton est donc caractérisé par la mesure vibratoire d'une couche en laiton de 50  $\mu\text{m}$  d'épaisseur car il n'est pas évident de caractériser une couche de laiton très souple de 12  $\mu\text{m}$  comme celle utilisée pour fabriquer des bimorphes. Le coefficient d'amortissement, déterminé en utilisant la méthode à mi-puissance dite « half of power » [145], est égal à 0,007. Cette valeur est cohérente avec la littérature, le coefficient d'amortissement d'un métal ou d'un alliage de métal étant compris entre 0,001 et 0,1 [146].

L'étude paramétrique de l'épaisseur  $epP$  est ensuite faite avec quatre valeurs de coefficient d'amortissement :  $ca=0$  (cas idéal),  $ca = 0,001$ ,  $ca = 0,01$  et  $ca = 0,007$  (valeur mesurée). Pour chaque valeur de  $ca$  et de  $epP$ , l'épaisseur  $epS$  est ajustée pour respecter une valeur de fréquence de résonance constante égale à 132,3 Hz. La figure 4.12 montre que

l'évolution de l'épaisseur  $epS$  en fonction de l'épaisseur  $epP$  ne dépend pas de la valeur du coefficient d'amortissement du shim.

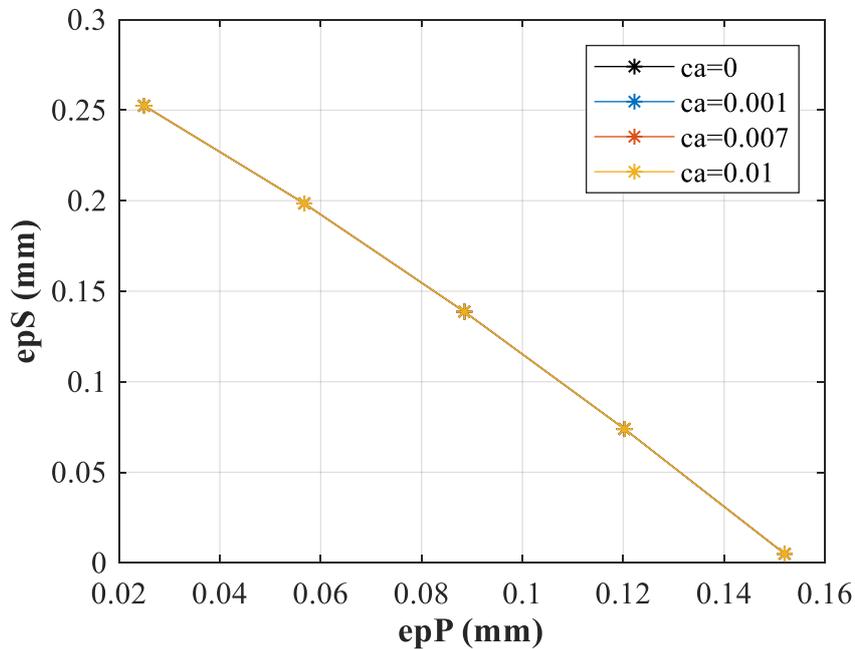


Figure 4.12 : Epaisseur du shim en fonction de l'épaisseur  $epP$  pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement du shim.

En revanche, la figure 4.13 montre que dans le cas où  $ca = 0$  et  $ca = 0,001$ , la puissance  $Pr$  augmente quand l'épaisseur  $epP$  diminue (ie quand l'épaisseur  $epS$  augmente). En effet, pour une valeur faible ou nulle du coefficient  $ca$  du shim, le coefficient d'amortissement du générateur diminue avec l'augmentation de l'épaisseur du shim, la puissance est donc augmentée. Dans les cas où les pertes sont considérables ( $ca = 0,007$  et  $0,01$  dans cette étude) la puissance  $Pr$  passe à un maximum en fonction de l'épaisseur  $epP$ .

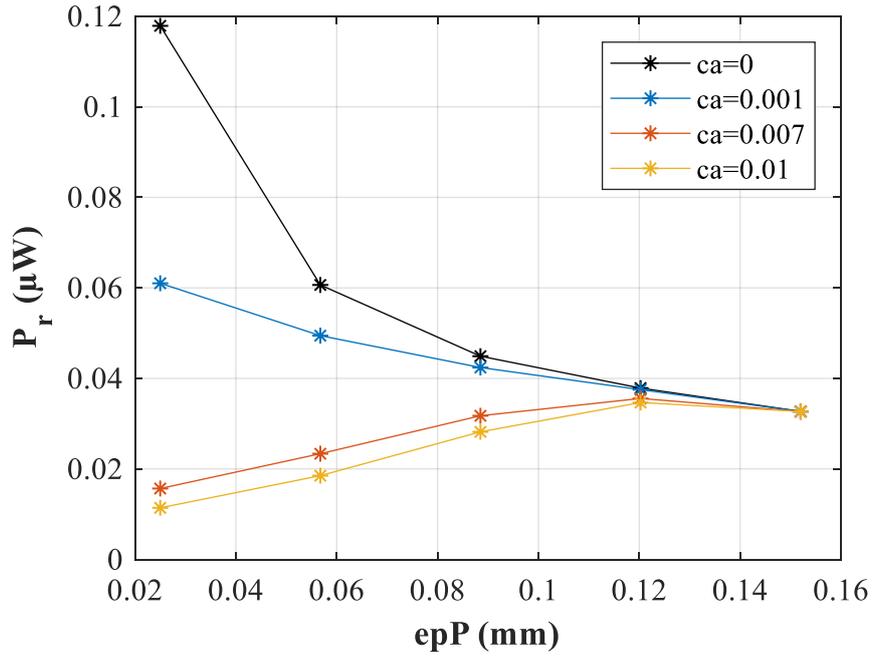


Figure 4.13 : Puissance moyenne optimale en fonction de l'épaisseur  $epP$  pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement du shim.

Effectivement, la puissance  $Pr$  maximale est déterminée grâce à la routine d'optimisation (cf. figure 4.2) et est montrée sur la figure 4.14. A ce point optimal, l'épaisseur  $epP$  est de 120,6  $\mu\text{m}$  et l'épaisseur  $epS$  est de 73  $\mu\text{m}$ . Par rapport à notre configuration expérimentale ( $epP = 152 \mu\text{m}$  et  $epS = 12 \mu\text{m}$ ), on peut constater une différence de puissance de 9 %.

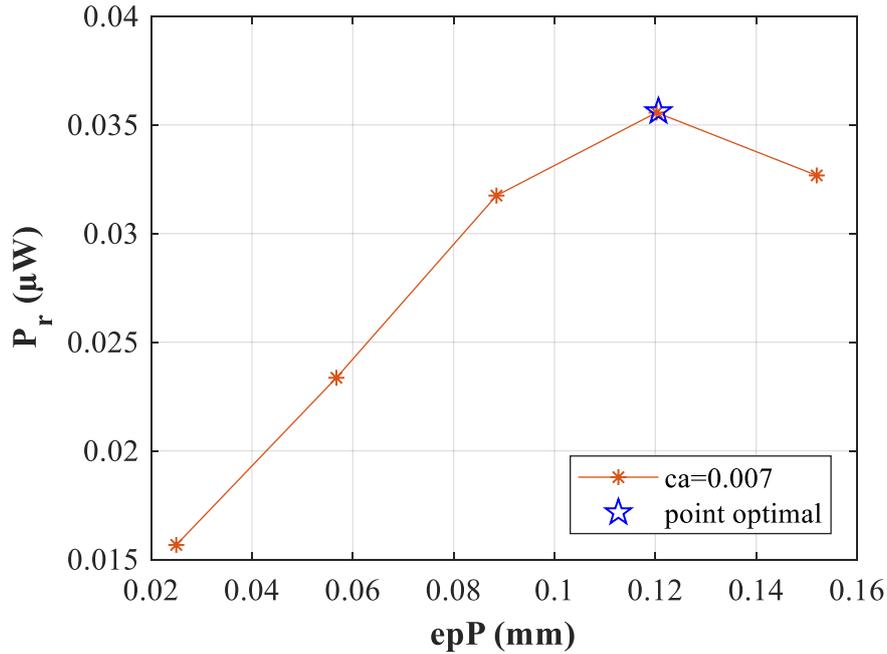


Figure 4.14 : Résultat de l'étude d'optimisation de la puissance moyenne pour la valeur  $ca = 0,007$ .

#### 2.1.2.2. Effet sur l'impédance électrique et le déplacement

L'influence des épaisseurs  $epP$  et  $epS$  sur l'impédance optimale  $Z_r$  et sur l'amplitude du DBP est montrée sur la figure 4.15. Dans le cas où la valeur du coefficient  $ca$  du shim est faible, l'impédance  $Z_r$  augmente quand l'épaisseur  $epP$  augmente (et donc l'épaisseur  $epS$  diminue). Pour des valeurs plus importantes du coefficient  $ca$  du shim ( $ca = 0,007$  et  $ca = 0,01$ ), l'impédance  $Z_r$  décroît puis croît lorsque l'épaisseur  $epP$  augmente (et l'épaisseur  $epS$  diminue). L'impédance  $Z_r$  dépend donc à la fois des épaisseurs  $epP$  et  $epS$  mais aussi du coefficient d'amortissement du shim, et plus généralement du coefficient d'amortissement du système. Ce constat est également observé dans [11].

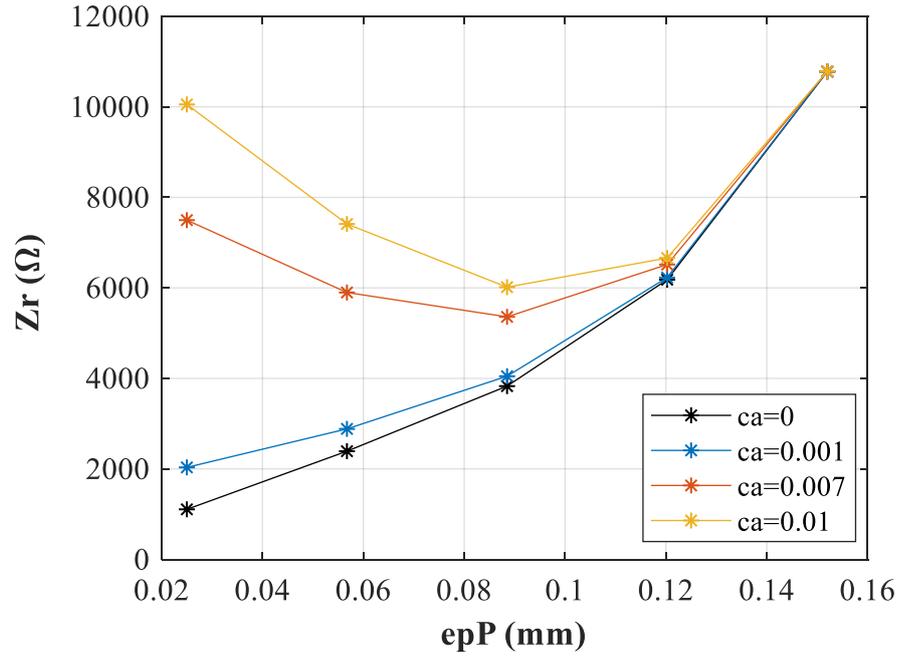


Figure 4.15 : Evolution de l'impédance  $Z_r$  en fonction de l'épaisseur  $epP$  pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement du shim.

Par ailleurs, la figure 4.16 montre que l'évolution de l'amplitude du DBP, en fonction de l'épaisseur  $epP$  et de la valeur du coefficient  $ca$  du shim, est similaire à celle de la puissance  $Pr$  (cf figure 4.13). Dans le cas où  $ca = 0$  et  $ca = 0,001$ , l'amplitude du DBP diminue quand l'épaisseur  $epP$  augmente. Dans les cas où les pertes sont considérables ( $ca = 0,007$  et  $0,01$  dans cette étude), l'amplitude du DBP passe par un maximum en fonction de l'épaisseur  $epP$ .

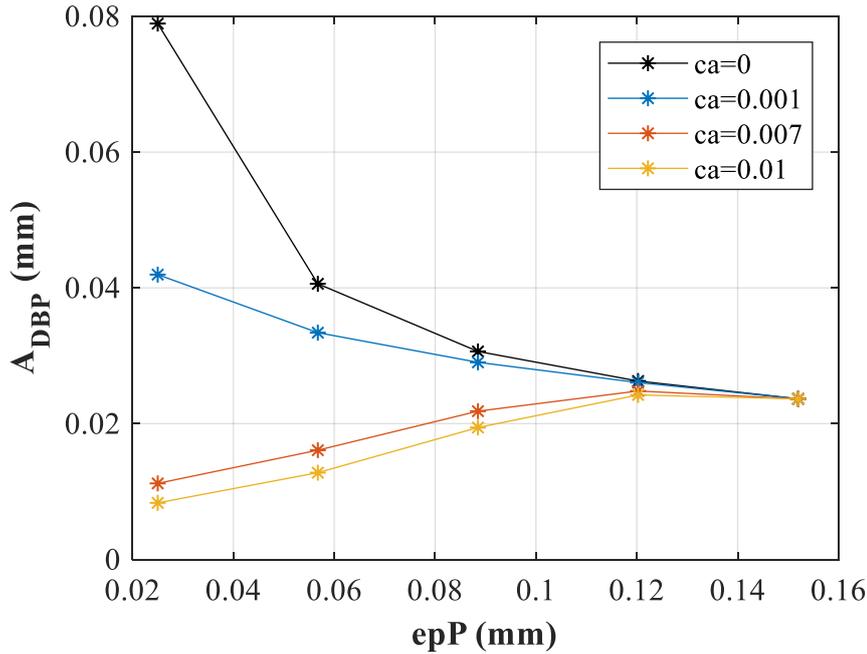


Figure 4.16 : Evolution du déplacement maximal en fonction de l'épaisseur  $epP$  pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement du shim.

### 2.1.2.3. Effet sur la NPD et sur l'efficience

La hauteur  $H$  du dispositif et sa NPD en fonction de l'épaisseur  $epP$  pour  $ca = 0,007$  sont présentées sur la figure 4.17. La hauteur du dispositif ne change pas significativement avec l'épaisseur  $epP$  (variation de 12 % de hauteur lorsque  $epP$  varie de 300 %).

Même si leurs évolutions sont similaires, la NPD est plus sensible au paramètre  $epP$  que la hauteur  $H$ . En effet, la NPD varie de 107 % lorsque  $epP$  varie de 300% et passe par un maximum en fonction de l'épaisseur  $epP$ . On peut noter que la NPD peut augmenter de 6,5 % comparée à la configuration avec l'épaisseur  $epP = 152 \mu\text{m}$  (le point le plus à droite) et de 102 % comparée à la configuration avec l'épaisseur  $epP = 25 \mu\text{m}$  (le point le plus à gauche). Comparée à notre configuration expérimentale ( $epP = 152 \mu\text{m}$ ), on peut constater une différence de 6,5 % par rapport au maximum.

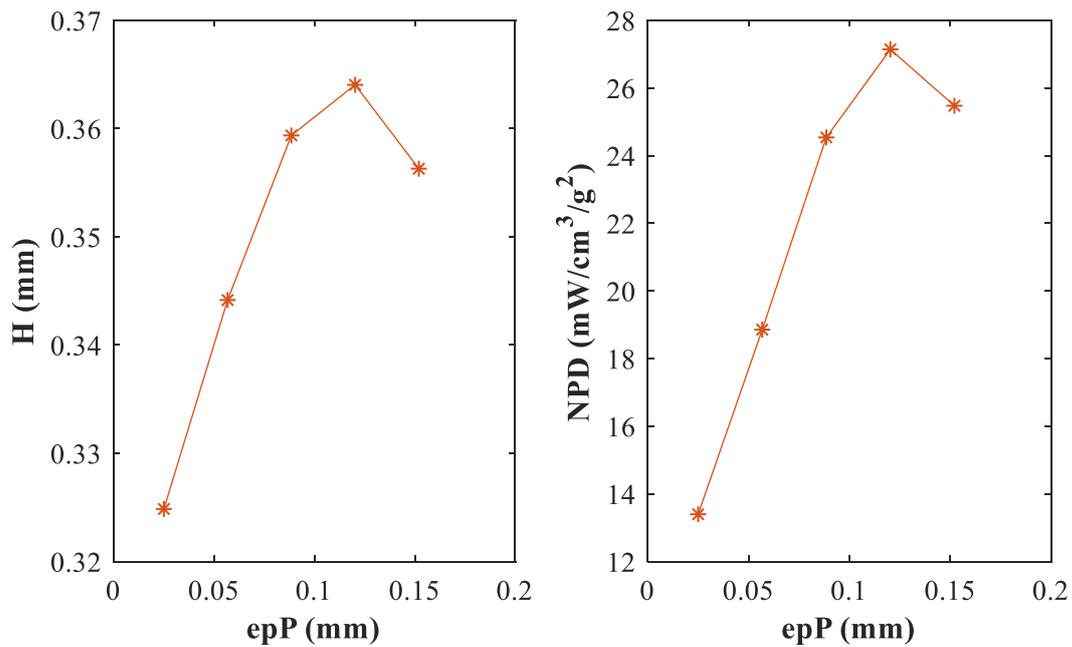


Figure 4.17 : Hauteur du dispositif et la NPD en fonction de l'épaisseur epP.

La figure 4.18 présente la puissance mécanique  $P_m$  transmise de la source d'excitation au générateur, ainsi que l'efficacité  $\eta$  du générateur. La puissance  $P_m$  et l'efficacité  $\eta$  en fonction de l'épaisseur epP (et de l'épaisseur epS) suivent la même tendance que la puissance  $P_r$ . Le point optimal est de 19,6 % pour l'efficacité, et l'efficacité ne varie pas beaucoup : l'écart entre le point optimal et la valeur la plus faible est de 0,52 % seulement.

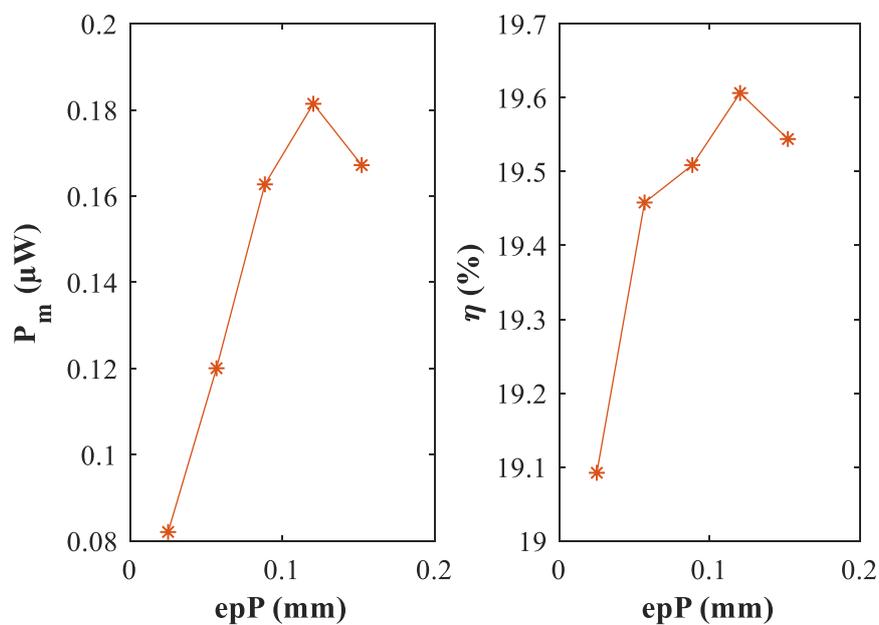


Figure 4.18 : Puissance mécanique transférée au générateur et son efficacité en fonction de l'épaisseur epP.

## 2.2. Etude d'un générateur de type bimorphe avec la masselotte

Dans le domaine de la récupération d'énergie vibratoire, on a vu que la fréquence fondamentale des sources de vibrations est généralement très basse ( $< 200$  Hz). A des fins d'ajustement à cette source, il est possible d'ajouter une masselotte au bout de la poutre pour modifier la fréquence de résonance du générateur. De plus, la masselotte permet d'augmenter l'énergie mécanique à l'entrée du système et donc d'augmenter la puissance électrique générée. L'effet de la masselotte est étudié dans de nombreux travaux [147][148][149]. Généralement, la masselotte est réduite à une masse ponctuelle au bout de la poutre dans la plupart des modèles analytiques [108]. Néanmoins, dans la pratique, la masselotte est déposée sur le bimorphe avec autant de façons différentes qu'il existe de processus de fabrication [149][150][81][151]. Dans notre cas, la masselotte est composée de deux masses collées de part et d'autre du bimorphe, comme montré sur la figure 4.19.

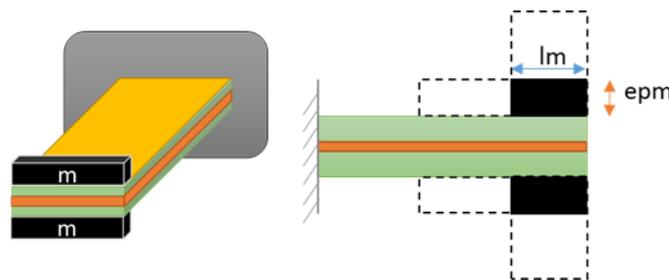


Figure 4.19 : Schéma du bimorphe avec la masselotte.

Afin d'étudier l'influence de la masselotte sur la réponse vibratoire du bimorphe, celui-ci est soumis à une accélération de  $5 \text{ mg}$  à une fréquence d'excitation de  $50 \text{ Hz}$ . Les paramètres géométriques latéraux du bimorphe sont fixés à  $4 \text{ mm}$  de large et  $36 \text{ mm}$  de long. L'épaisseur du shim est fixée à  $12 \text{ }\mu\text{m}$  et la largeur de la masselotte est égale à la largeur du bimorphe, soit  $4 \text{ mm}$ .

La masse de la masselotte est égale à la somme des masses des deux blocs la constituant. La masse de la masselotte est directement liée aux paramètres  $lm$  (la longueur de la masselotte) et  $epm$  (l'épaisseur de la masselotte). Des études paramétriques sur ces deux paramètres sont donc réalisées pour voir leur influence sur la réponse vibratoire du générateur.

Ainsi, autour d'une configuration de référence ( $lm_0 = 4 \text{ mm}$ ,  $epm_0 = 0,5 \text{ mm}$ ), l'épaisseur  $lm$  varie de  $1 \text{ mm}$  à  $18 \text{ mm}$  en 5 points ; et  $epm$ , de  $0,125 \text{ mm}$  à  $2,5 \text{ mm}$  en 6 points.

On voit bien évidemment que la masse de la masselotte est proportionnelle à son épaisseur et à sa longueur (cf. figure 4.20).

Pour chaque configuration  $(l_{mi}, ep_{mi})$  envisagée, la figure 4.21 montre l'épaisseur  $epP$  ajustée pour conserver la fréquence de résonance du dispositif à une valeur constante. On peut constater que l'épaisseur  $epP$  augmente avec la masse de la masselotte. En effet, quand la masse de la masselotte augmente, la constante de raideur de la poutre augmente pour garder une fréquence de résonance constante.

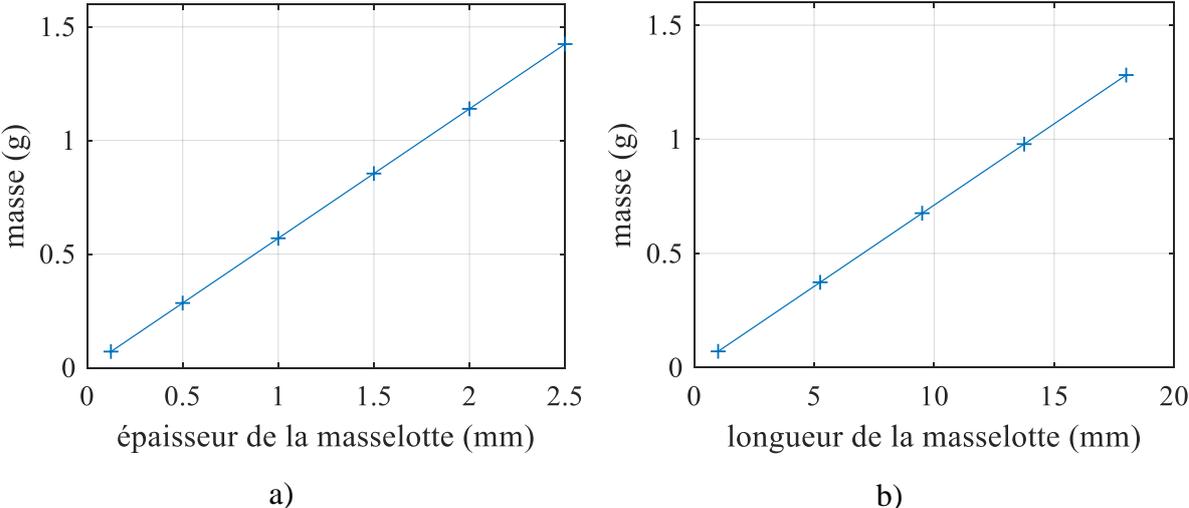


Figure 4.20 : Masse de la masselotte en fonction a) de son épaisseur et b) de sa longueur.

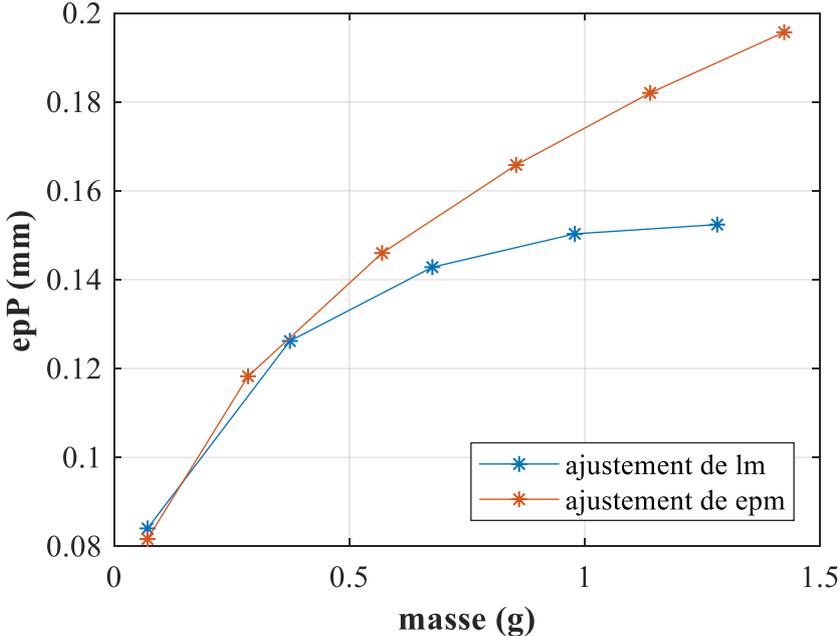


Figure 4.21 : Évolution de l'épaisseur  $epP$  en fonction de la masse de la masselotte.

### 2.2.1. Effet sur la puissance électrique

Pour des valeurs d'accélération et de fréquence de résonance du dispositif constantes, la puissance électrique  $P_r$  est proportionnelle à la masse de la masselotte et aux paramètres  $lm$  et  $epm$  (le coefficient de détermination  $R^2$  est supérieur à 99 % dans les deux cas) (cf. figure 4.22). Quand les paramètres  $lm$  et  $epm$  dépassent le point de référence ( $lm_0$  et  $epm_0$ ), avec une masse équivalente, l'augmentation du paramètre  $epm$  donne une meilleure valeur de  $P_r$ . Par exemple, avec une masselotte de 1,3 g, la puissance  $P_r$  dans le cas où  $epm$  est ajustée est 6 % plus grande que dans le cas où  $lm$  est ajustée.

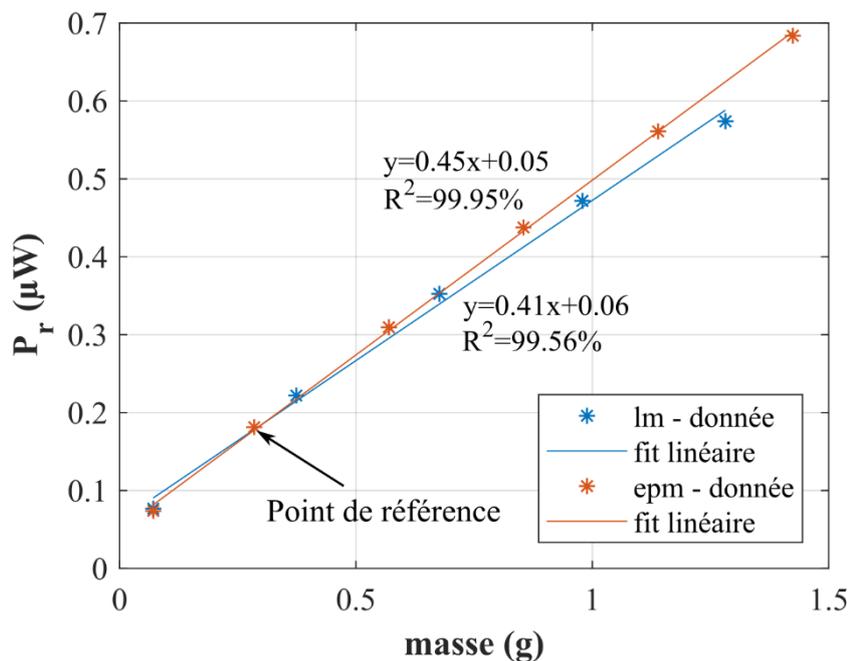


Figure 4.22 : Puissance moyenne optimale en fonction de la masse de la masselotte pour différentes valeurs de sa longueur ( $lm$ ) et de son épaisseur ( $epm$ ).

### 2.2.2. Effet sur l'impédance électrique et sur le déplacement

La figure 4.23 montre que l'impédance  $Z_r$  augmente avec la masse de la masselotte :

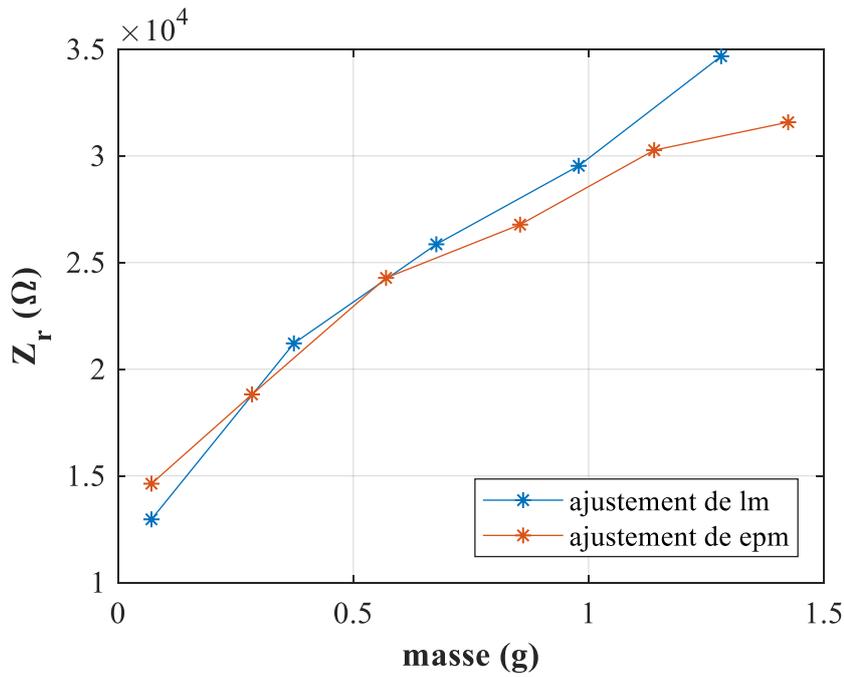


Figure 4.23 : Résistance  $Z_r$  en fonction de la masse de la masselotte pour différentes valeurs de sa longueur ( $lm$ ) et de son épaisseur ( $epm$ ).

Comme le montre la figure 4.24, l'amplitude du DBP ne change pas significativement selon que l'on ajuste  $lm$  ou  $epm$  : on note un écart de 20  $\mu\text{m}$  environ entre les valeurs minimum et maximum du DBP avec une valeur moyenne sensiblement du même ordre de grandeur (0,135 mm pour  $lm$  et 0,12 mm pour  $epm$ ).

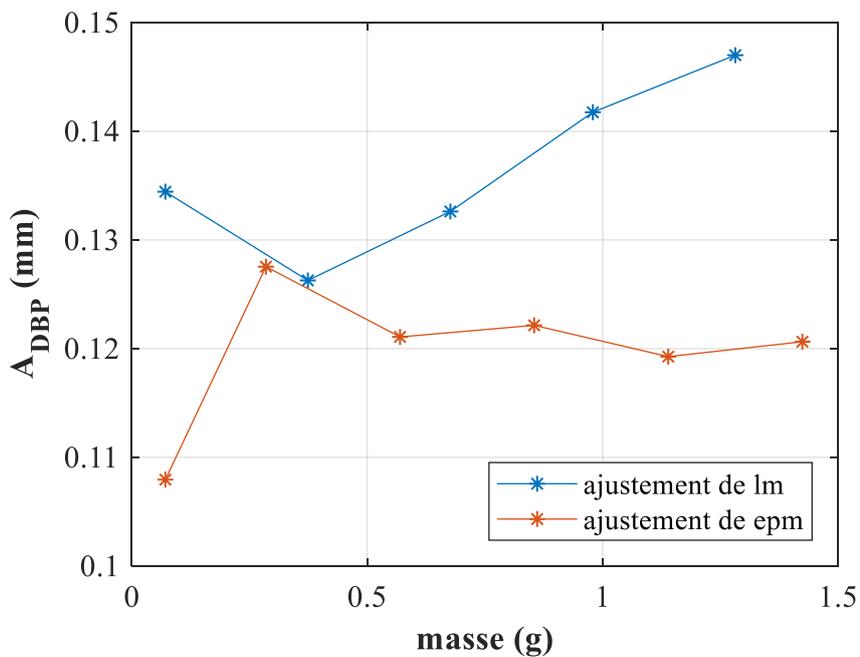


Figure 4.24 : Déplacement en fonction de la masse de la masselotte pour différentes valeurs de sa longueur ( $lm$ ) et de son épaisseur ( $epm$ ).

### 2.2.3. Effet sur la NPD et sur l'efficience

La figure 4.25 montre la relation entre la hauteur du dispositif et les paramètres  $lm$  et  $epm$ , et donc la masse de la masselotte. La hauteur  $H$  augmente avec l'épaisseur de la masselotte, ainsi qu'avec sa longueur même si dans ce cas l'évolution est plus lente. Un constat similaire peut être fait sur la densité de puissance normalisée (NPD) : celle-ci augmente avec la longueur de la masselotte, ainsi qu'avec son épaisseur, même si dans ce cas l'évolution est plus lente.

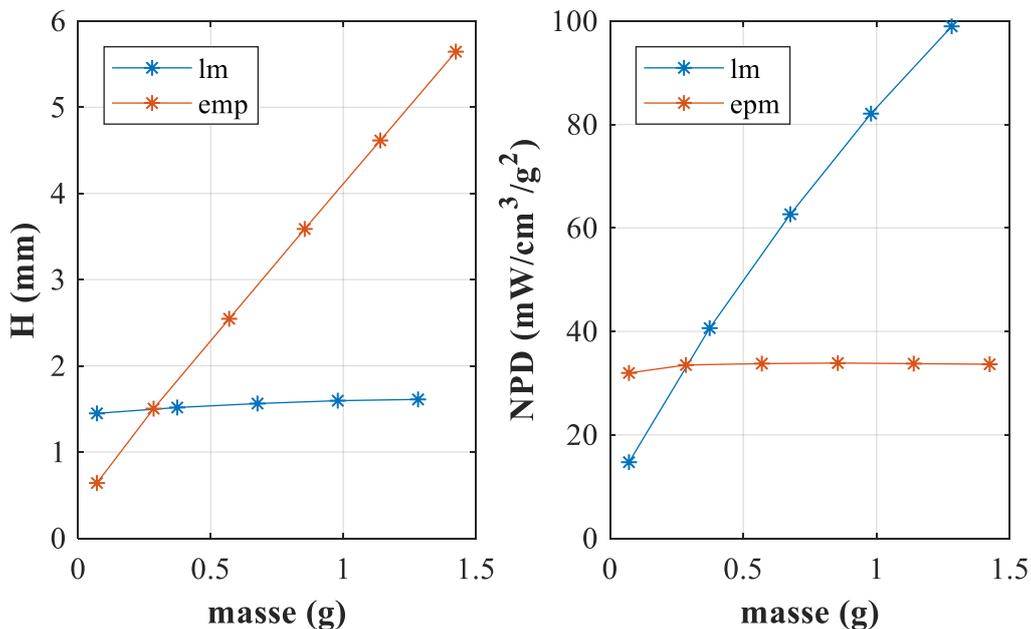


Figure 4.25 : Hauteur du dispositif et densité de puissance normalisée en fonction de la masse de la masselotte pour différentes valeurs de sa longueur ( $lm$ ) et de son épaisseur ( $epm$ ).

La figure 4.26 montre l'évolution de la puissance mécanique et de l'efficience en fonction de la masse de la masselotte. Dans les deux cas, on note une augmentation significative de ces indicateurs en fonction de  $epm$ . Ainsi  $Pm$  varie de +672 % et  $\eta$  de 20 % lorsque  $epm$  varie de +1900%. En ce qui concerne le paramètre  $lm$ , on note une augmentation de  $Pm$  similaire au cas  $epm$  et le passage par une valeur maximale pour l'efficience.

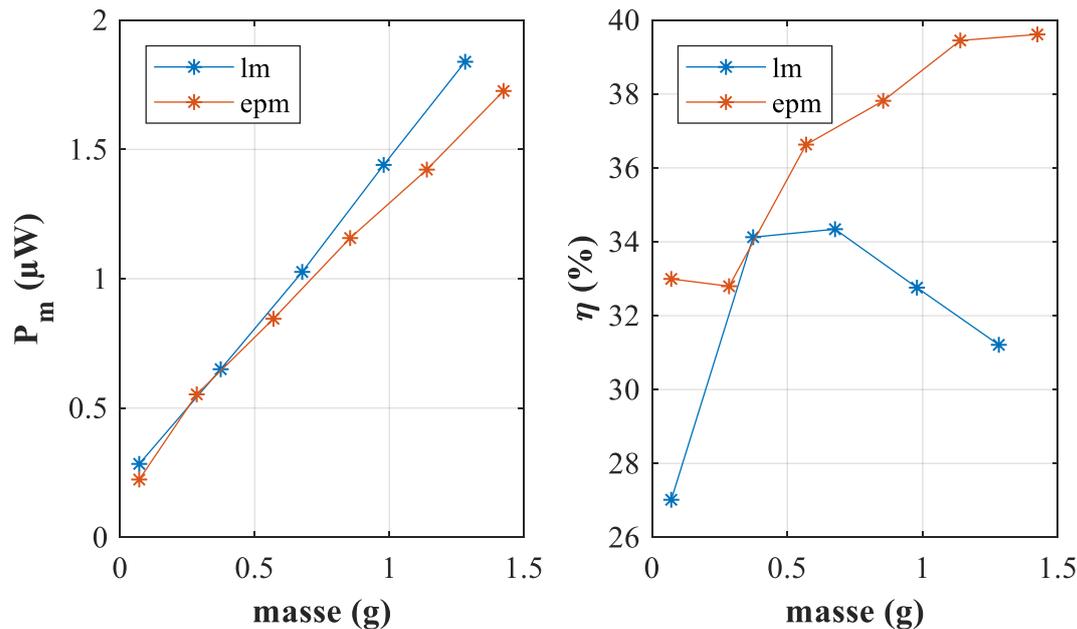


Figure 4.26 : Puissance mécanique et efficacité en fonction de la masse de la masselotte pour différentes valeurs de sa longueur ( $lm$ ) et de son épaisseur ( $epm$ ).

### 2.3. Règles de conception

Suite aux différentes études menées dans ce chapitre, nous pouvons dresser une liste de recommandations pour la conception d'un générateur en réponse à un cahier de charge spécifique :

- Les dimensions latérales du générateur doivent être maximisées dans l'espace latéral autorisé. La longueur est à privilégier, plutôt que la largeur.
- Les épaisseurs des différentes couches constitutives du dispositif (shim et piézoélectriques) doivent être optimisées pour ajuster la fréquence de résonance du générateur à la valeur de consigne.
- La masse de la masselotte doit être maximisée, dans la gamme de valeurs autorisée. Toutefois, une étude sur la contrainte maximale doit être réalisée pour s'assurer que la contrainte maximale en cours de fonctionnement du dispositif ne dépasse pas la limite élastique du matériau. En fonction de l'indicateur de performance choisi entre la puissance électrique récupérée et la NPD, à masse équivalente, on privilégiera l'épaisseur ou la longueur de la masselotte. En plus, la CAO du circuit électronique et le packaging doivent aussi être pris en compte pour concevoir la masselotte.

### 3. Conclusion

En résumé, dans cette partie, un point bibliographique sur les figures de mérite du générateur a été réalisé. Celles-ci ont été classées en deux catégories : les FOM intrinsèques et les FOM performance. Les FOMs intrinsèques montrent que pour un générateur travaillant en mode 3-1, le matériau avec un grand coefficient de couplage électromécanique  $k_{31}$ , un grand facteur de qualité  $Q_m$  et un faible coefficient de compliance élastique  $s_{11}^E$ , est plus performant pour les applications de récupération d'énergie. Concernant les FOMs performance, la densité de puissance normalisée est un critère pratique pour comparer la puissance électrique récupérée des générateurs au regard de ses tailles et ses excitations vibratoires. D'ailleurs, l'efficacité est intéressante pour la comparaison de différents générateurs au niveau de la conception (matériau, géométrie) pour avoir un générateur efficace. Enfin, la stratégie d'optimisation du générateur a été présentée et discutée en regard d'un cahier des charges spécifique. Suite à ces études, nous avons proposé quelques recommandations pour la conception du générateur, afin d'optimiser la performance du dispositif à élaborer.