

Simulations de structures en Alliage à Mémoire de Forme sous chargement cyclique

La science ne sert guère qu'à nous donner une idée de l'étendue de notre ignorance.

Félicité de Lamennais (1782–1854)

Sommaire

4.1	Intégration numérique du modèle proposé	150
4.1.1	Comportement global du modèle	150
4.1.2	Transformation directe	152
4.1.3	Transformation inverse	154
4.1.4	Mécanisme de réorientation	154
4.1.5	Méthode du <i>return-mapping</i>	156
4.2	Validation de l'intégration numérique	159
4.2.1	Sur un point d'intégration	159
4.2.2	Sur un élément de volume	165
4.3	Simulation de chargements sur structures	168
4.3.1	Chargements super-élastiques	169
4.3.1.1	Ressort hélicoïdal	169
4.3.1.2	Instrument endodontique	173
4.3.2	Chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal	176
4.3.3	Actionneurs à ressorts antagonistes	180
4.4	Conclusion	187

Dans ce chapitre, nous allons présenter la mise en place d'un outil permettant de réaliser des calculs et du dimensionnement de structures en Alliage à Mémoire de Forme soumises à des chargements cycliques.

Dans la première partie, nous commencerons donc par décrire la méthode d'intégration numérique utilisée pour résoudre les équations du modèle présenté dans le chapitre précédent (partie 3.2). Dans la seconde partie, nous présenterons les résultats de l'implantation sous Matlab, dans le but de valider et de montrer les performances de l'intégration numérique. Ensuite, nous présenterons les résultats de l'implantation dans le logiciel de calcul par éléments finis Cast3M (Kichenin et Charras (2003)) afin de valider l'implantation qui sera utilisée lors des calculs. Enfin dans la dernière partie, nous montrerons les résultats des calculs sur des structures en Alliages à Mémoire de Forme.

4.1 Intégration numérique du modèle proposé

La présentation de l'intégration numérique se présente en cinq sections. Les quatre premières expliquent les méthodes utilisées pour décrire respectivement le comportement global, la transformation directe, la transformation inverse et la réorientation. Dans la cinquième partie, nous expliquons les détails du schéma d'intégration numérique utilisé : le *return-mapping*.

4.1.1 Comportement global du modèle

Pour chaque pas de calcul, le code de calcul par éléments finis Cast3M traduit les conditions aux limites et les conditions de chargement appliquées à la structure en incréments de déformation totale, $\Delta\varepsilon$, au niveau de chaque point de Gauss des éléments. Le modèle utilisé en déduit la contrainte qui en découle, Cast3M corrige les incréments de déformation afin de vérifier l'équilibre de la structure et une autre itération du pas de calcul est alors réalisée.

En entrée du modèle, les données connues au début du pas sont donc le tenseur des contraintes, σ_0 , la température imposée, T , et les valeurs des variables internes : le tenseur des déformations de transformation, ε^{tr} , le tenseur des déformations bloquées, ε^b , les fractions volumiques de martensite totale, z , et bloquée, z^b , les fractions volumiques de martensite de chaque point mémoire, z_i^{max} ou z_i^{min} , le nombre de boucles ouvertes, n , et la transformation cumulée, tr .

La résolution des équations du modèle est décrite sur l'organigramme de la figure 4.1 :

1. Une prédiction élastique à partir de la contrainte en début de pas, σ_0 et de l'incrément de déformation totale, $\Delta\varepsilon$, imposé donne la contrainte supposée en fin de pas.
2. Les valeurs des critères de transformation directe et inverse sont calculées à partir de cette contrainte prédite.
3. Quatre cas peuvent alors se produire :

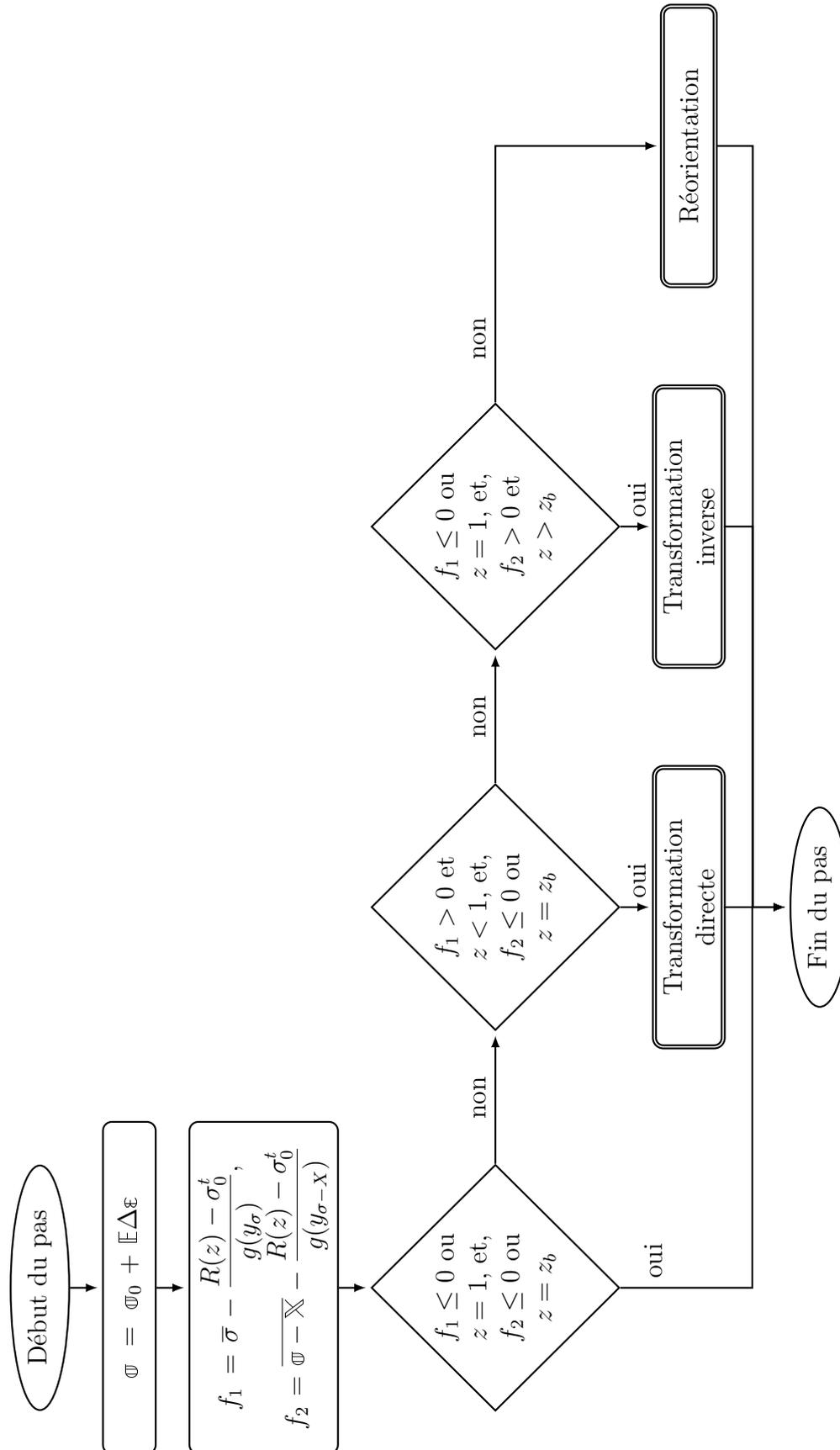


Figure 4.1 – Organigramme global de la méthode d'intégration numérique du modèle.

- (a) Si la contrainte est telle qu'aucun critère de transformation n'est positif, alors le comportement est bien élastique et le pas de calcul se termine.
- (b) Si seul le critère de transformation directe est dépassé et la fraction volumique de martensite inférieure à 1, la transformation directe se produit.
- (c) Si seul le critère de transformation inverse est dépassé et la fraction volumique de martensite supérieure à la fraction volumique de martensite bloquée, la transformation inverse se produit.
- (d) Si les deux critères de transformation directe et inverse sont dépassés et que la fraction volumique de martensite est comprise entre la fraction volumique de martensite bloquée et 1, le mécanisme de réorientation apparaît.

4.1.2 Transformation directe

Lors de la transformation directe, de la martensite va apparaître et va entraîner de la déformation de transformation qui va s'ajouter à l'incrément de déformation élastique calculé précédemment. Il faut donc corriger cet incrément de déformation élastique pour que l'incrément de déformation totale corresponde à l'incrément de déformation, $\Delta\varepsilon$, demandé. La figure 4.2 montre l'organigramme de l'intégration numérique de la transformation directe. Elle consiste à suivre les étapes suivantes :

1. Si la dernière transformation ayant eu lieu est la transformation inverse, il faut alors rajouter un point mémoire haut, z_{n+1}^{max} , et incrémenter le nombre de boucles ouvertes, n .
2. Il faut ensuite estimer l'incrément de fraction volumique de martensite, dz , nécessaire à compenser le dépassement du critère seuil et l'incrément de fraction volumique de martensite bloquée, dz_b , qui correspond. La méthode utilisée pour calculer cet incrément est le *return-mapping* introduit par Ortiz et Simo (1986) et dont les détails sont donnés dans la partie 4.1.5. Elle permet d'obtenir la variation de fraction volumique de martensite, dz , nécessaire pour annuler la valeur du critère de transformation directe, f_1 . On peut en déduire la nouvelle valeur de transformation cumulée, tr , et l'évolution de la fraction volumique de martensite bloquée, dz_b .
3. Il faut alors incrémenter la déformation de transformation, ε^{tr} , et la déformation de transformation bloquée, ε^b , en fonction des incréments de fraction volumique de martensite correspondant. Il faut aussi soustraire de la contrainte, σ , la partie de la déformation élastique qui est remplacée par de la déformation de transformation, puis re-calculer les valeurs de la taille caractéristique du domaine élastique, $\delta(z)$, et de la pseudo-variable d'érouissage, $R(z)$.
4. Une fois l'incrément terminé, il reste à calculer la nouvelle valeur du critère de transformation directe, f_1 .
5. Mais le calcul de la variation de fraction volumique de martensite, dz , lors du *return-mapping* est une estimation faite à partir d'un développement limité. La valeur du critère de transformation directe après correction n'est donc pas nulle. Il faut donc recommencer l'opération à partir de l'étape 2 jusqu'à ce que la valeur absolue du critère de transformation directe, f_1 , soit inférieure à une précision donnée, ou bien que toute l'austénite soit transformée en martensite ($z = 1$).

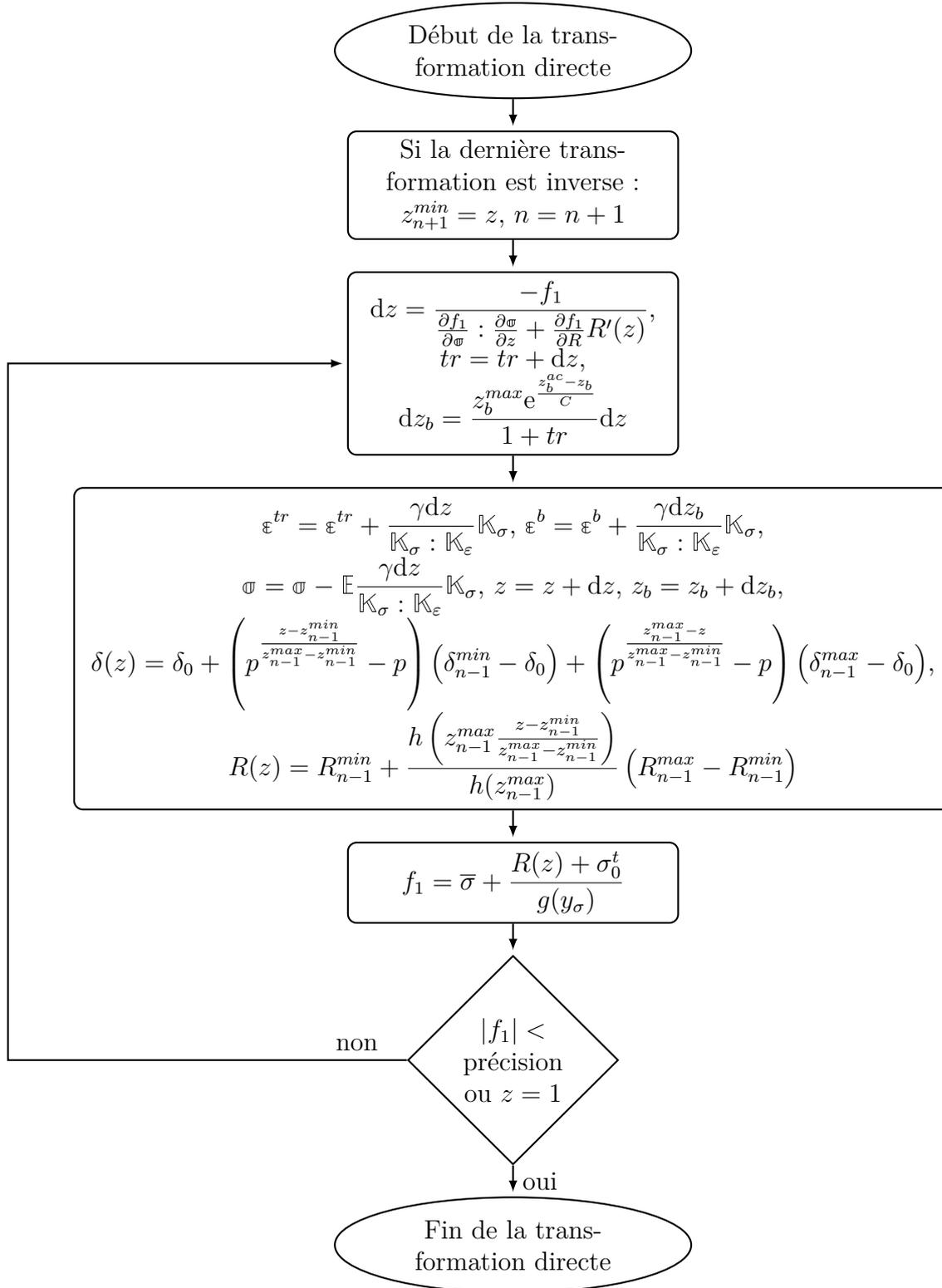


Figure 4.2 – Organigramme de l'intégration numérique de la transformation directe.

4.1.3 Transformation inverse

L'organigramme de l'intégration pour la transformation inverse est globalement identique à celui de la transformation directe (figure 4.3), mais quelques petites différences interviennent :

1. De la même manière qu'en transformation directe, si la dernière transformation ayant eu lieu est la transformation directe, il faut alors rajouter un point mémoire bas, z_{n+1}^{min} , mais il est inutile d'incrémenter le nombre de boucles ouvertes, n .
2. On utilise aussi le *return-mapping* pour estimer l'incrément de fraction volumique de martensite, dz (voir partie 4.1.5). Il permet d'obtenir la variation de fraction volumique de martensite, dz , nécessaire pour annuler la valeur du critère de transformation inverse, f_2 . On peut en déduire la nouvelle valeur de transformation cumulée, tr . Lors de la transformation inverse, il n'y a pas de création de martensite bloquée, la fraction volumique de martensite bloquée, dz_b , n'évolue donc pas.
3. On diminue alors la déformation de transformation, ε^{tr} en fonction de l'incrément de fraction volumique de martensite, dz , calculé. Il faut aussi rajouter à la contrainte, ϖ , la partie de la déformation élastique qui remplace la déformation de transformation, puis re-calculer les valeurs de la pseudo-variable d'écrouissage, $R(z)$, et de la taille caractéristique du domaine élastique, $\delta(z)$.
4. Une fois l'incrément terminé, il reste à calculer la nouvelle valeur du critère de transformation inverse, f_2 .
5. Enfin il faut recommencer l'opération à partir de l'étape 2 jusqu'à ce que la valeur absolue du critère de transformation, f_2 , soit inférieure à une précision donnée, ou bien que toute la martensite non bloquée soit re-transformée en austénite ($z = z_b$).

4.1.4 Mécanisme de réorientation

La réorientation se produit lorsque les deux critères de transformation sont atteints en même temps. Ce cas se produit lors des chargements multiaxiaux non-proportionnels. Pendant la réorientation, la direction de la déformation de transformation évolue mais la fraction volumique de martensite reste à peu près constante. Une méthode simple pour simuler ce comportement consiste à alterner transformation directe et transformation inverse : les variations de fraction volumique de martensite se compensent mais la direction de la déformation de transformation change. La figure 4.4 montre l'organigramme décrivant la procédure utilisée pour réaliser la réorientation :

1. On commence par vérifier quel est le critère de transformation le plus grand.
2. Puis on effectue alors la transformation qui correspond, afin d'annuler ce critère.
3. Enfin il faut recommencer l'opération à partir de l'étape 1 jusqu'à ce que les valeurs absolues des critères de transformation soient inférieures à une précision donnée.

Ce schéma d'intégration permet de réaliser la réorientation simplement. Mais le fait d'alterner successivement la transformation directe et la transformation inverse afin de converger vers la bonne solution engendre de nombreux points mémoire. Ceux-ci sont temporaires car ils disparaissent généralement le pas suivant, mais ils génèrent tout de même

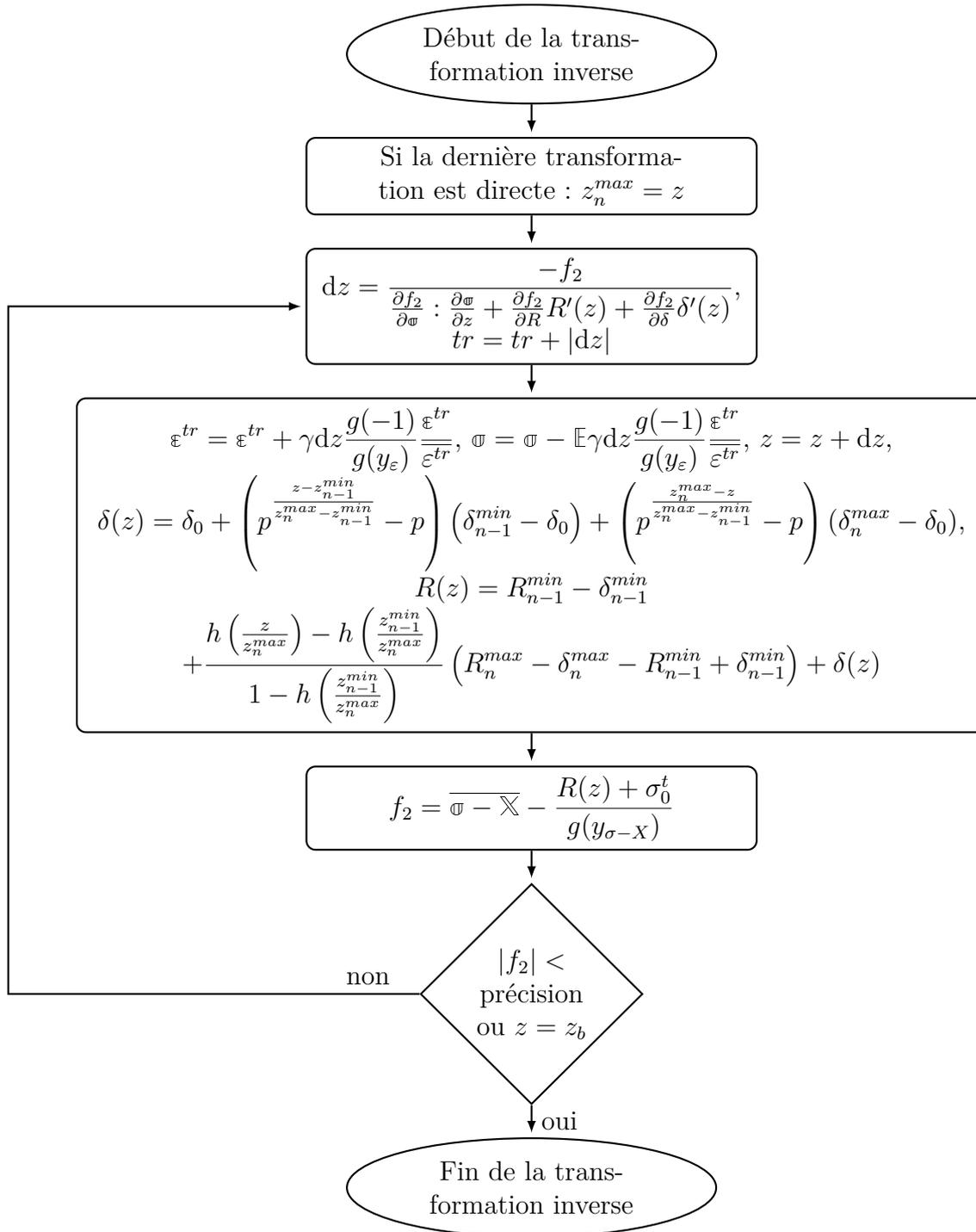


Figure 4.3 – Organigramme de l'intégration numérique de la transformation inverse.

une consommation de mémoire importante. On peut donc limiter le nombre d'itérations de réorientation, même si cela entraîne que les critères seuils ne seront pas forcément tous les deux inférieurs à la précision à la fin du pas.

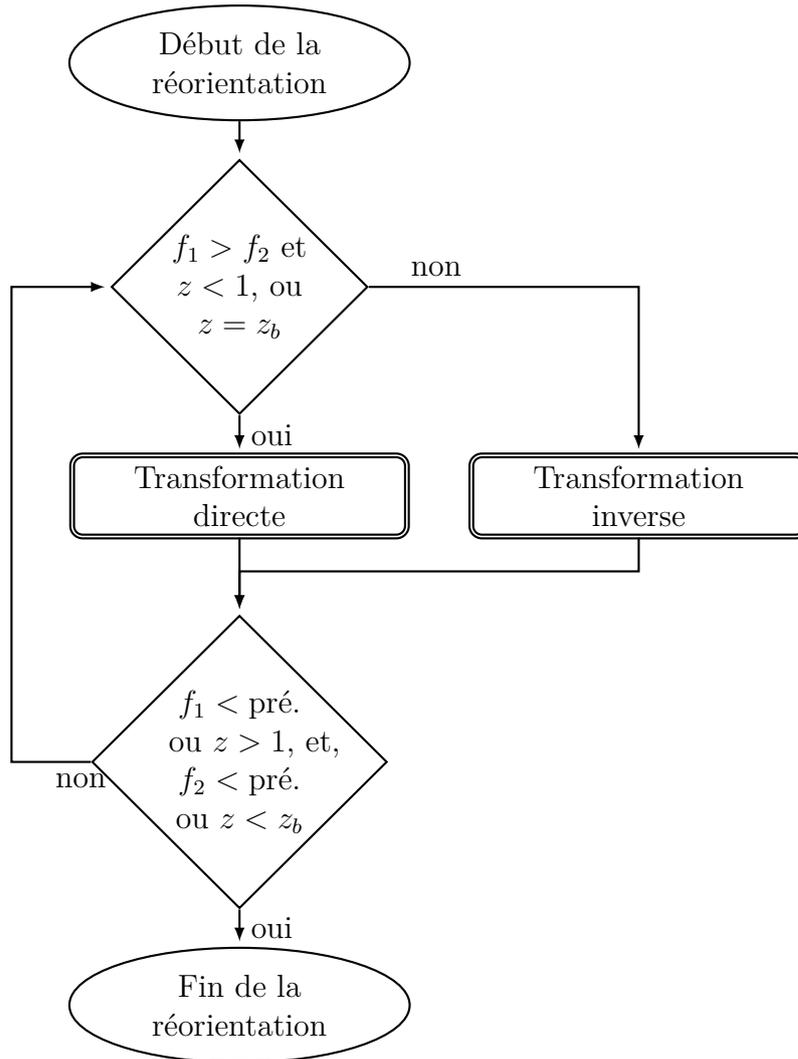


Figure 4.4 – Organigramme de l'intégration numérique du mécanisme de réorientation.

4.1.5 Méthode du *return-mapping*

Le *return-mapping* est une méthode d'intégration numérique introduite par Ortiz et Simo (1986). Elle consiste à déterminer l'incrément de fraction volumique de martensite, dz , qu'il faut introduire grâce à un développement limité du critère de transformation au voisinage de la contrainte, ϖ , à l'itération $j + 1$:

$$\begin{aligned}
 f_1^{j+1} &= f_1^j + \frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} : (\varpi^{j+1} - \varpi^j) + \frac{\partial f_1^j}{\partial R} (R^{j+1} - R^j) & (\dot{z} > 0) \\
 f_2^{j+1} &= f_2^j + \frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} : (\varpi^{j+1} - \varpi^j) + \frac{\partial f_2^j}{\partial R} (R^{j+1} - R^j) + \frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} (\delta^{j+1} - \delta^j) & (\dot{z} < 0)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Que l'on peut aussi écrire sous la forme :

$$\begin{aligned}
 df_1 &= \frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} : d\varpi + \frac{\partial f_1^j}{\partial R} dR & (\dot{z} > 0) \\
 df_2 &= \frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} : d\varpi + \frac{\partial f_2^j}{\partial R} dR + \frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} d\delta & (\dot{z} < 0)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Le but étant d'avoir la contrainte qui soit sur la surface seuil de transformation directe, on va chercher à annuler la valeur du critère de transformation à l'itération suivante, f_i^{j+1} . On a donc :

$$\begin{aligned} df_1 &= -f_1^j & (\dot{z} > 0) \\ df_2 &= -f_2^j & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.3)$$

L'équation 4.2 s'exprime alors en fonction de la variation de fraction volumique de martensite, dz :

$$\begin{aligned} f_1^j + \frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} : \frac{\partial \varpi}{\partial z} dz + \frac{\partial f_1^j}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial z} dz &= 0 & (\dot{z} > 0) \\ f_2^j + \frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} : \frac{\partial \varpi}{\partial z} dz + \frac{\partial f_2^j}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial z} dz + \frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial z} dz &= 0 & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.4)$$

On peut donc en déduire la variation de fraction volumique de martensite nécessaire pour annuler la valeur du critère de transformation directe :

$$\begin{aligned} dz &= \frac{-f_1^j}{\frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} : \frac{\partial \varpi}{\partial z} + \frac{\partial f_1^j}{\partial R} R'(z)} & (\dot{z} > 0) \\ dz &= \frac{-f_2^j}{\frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} : \frac{\partial \varpi}{\partial z} + \frac{\partial f_2^j}{\partial R} R'(z) + \frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} \delta'(z)} & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Avec le premier terme des dénominateurs qui correspond à la dérivée des critères de transformation par rapport au tenseur des contraintes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1^j}{\partial \varpi} &= \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varpi} + (R(z) + \sigma_0^t) \frac{g'(y_\sigma)}{g^2(y_\sigma)} \frac{\partial y_\sigma}{\partial \varpi} & (\dot{z} > 0) \\ \frac{\partial f_2^j}{\partial \varpi} &= \frac{3\mathbb{S} - \mathbb{X}}{2\mathbb{S} - \mathbb{X}} + (R(z) + \sigma_0^t) \frac{g'(y_{\sigma-X})}{g^2(y_{\sigma-X})} \frac{\partial y_{\sigma-X}}{\partial \varpi} & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Où $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varpi} = \frac{3\mathbb{S}}{2\bar{\sigma}}$ et $\frac{\partial y_\sigma}{\partial \varpi} = \frac{9}{2\bar{\sigma}} \left(3 \left(\frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} \right)^2 - y_\sigma \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}} - \frac{2}{3} \mathbb{I}_d \right)$ (voir annexe A).

Le second terme du dénominateur est identique en transformations directe et inverse et correspond à la dérivée du tenseur des contraintes par rapport à la fraction volumique de martensite :

$$\frac{\partial \varpi}{\partial z} = \frac{\partial \varpi}{\partial \varepsilon^e} \frac{\partial \varepsilon^e}{\partial \varepsilon^{tr}} \frac{\partial \varepsilon^{tr}}{\partial z} \quad (4.7)$$

Où $\frac{\partial \varpi}{\partial \varepsilon^e} = \mathbb{E}$ défini le tenseur d'élasticité, $\frac{\partial \varepsilon^e}{\partial \varepsilon^{tr}} = -\mathbb{I}_d$ car l'incrément de déformation totale est fixé donc $\varepsilon^e + \varepsilon^{tr} = Cste$, $\frac{\partial \varepsilon^{tr}}{\partial z} = \frac{\gamma \mathbb{K}_\sigma}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma}$ en transformation directe pour respecter la loi de normalité et $\frac{\partial \varepsilon^{tr}}{\partial z} = \frac{\gamma g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}}$ en transformation inverse. On a donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varpi}{\partial z} &= -\frac{\gamma}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma} \mathbb{E} \mathbb{K}_\sigma & (\dot{z} > 0) \\ \frac{\partial \varpi}{\partial z} &= -\frac{\gamma g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} \mathbb{E} \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}} & (\dot{z} < 0) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Le troisième terme du dénominateur est la dérivée des critères de transformation par rapport à leur taille, $R(z)$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_1^j}{\partial R} &= -\frac{1}{g(y_\sigma)} & (\dot{z} > 0) \\ \frac{\partial f_2^j}{\partial R} &= \frac{3\mathbb{S} - \mathbb{X}}{2\mathbb{W} - \mathbb{X}} : \frac{\partial(\mathbb{W} - \mathbb{X})}{R(z)} - \frac{1}{g(y_{\sigma-X})} \dots & (\dot{z} < 0) \\ &+ (R(z) + \sigma_0) \frac{g'(y_{\sigma-X})}{g^2(y_{\sigma-X})} \frac{\partial y_{\sigma-X}}{\partial(\mathbb{W} - \mathbb{X})} : \frac{\partial(\mathbb{W} - \mathbb{X})}{R(z)}\end{aligned}\quad (4.9)$$

Le quatrième terme du dénominateur correspond à la dérivée de la taille des critères de transformation, $R(z)$, par rapport à la fraction volumique de martensite :

$$\begin{aligned}R'(z) &= \frac{z_{n-1}^{max} - z_{dir}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} \frac{h' \left(\frac{z(z_{n-1}^{max} - z_{dir}) + z_{n-1}^{max}(z_{dir} - z_{n-1}^{min})}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} \right)}{h(z_{n-1}^{max}) - h(z_{dir})} (R_{n-1}^{max} - R_{n-1}^{min}) & (\dot{z} > 0) \\ R'(z) &= \frac{1 - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} \frac{h' \left(\frac{z(1 - z_{n-1}^{min}) + z_{n-1}^{min}(z_n^{max} - 1)}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} \right)}{1 - h(z_{n-1}^{min})} \dots & (\dot{z} < 0) \\ &\dots (R_n^{max} - \delta_n^{max} - R_{n-1}^{min} + \delta_{n-1}^{min}) + \delta'(z)\end{aligned}\quad (4.10)$$

Et enfin les termes restants du dénominateur lors de la transformation inverse correspondent à la dérivée du critère de transformation inverse par rapport à la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$, et à sa dérivée, $\delta'(z)$, par rapport à la fraction volumique de martensite :

$$\frac{\partial f_2^j}{\partial \delta} = \frac{3\mathbb{S} - \mathbb{X}}{2\mathbb{W} - \mathbb{X}} : \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^{tr} : \boldsymbol{\varepsilon}^{tr}}} + (R(z) + \sigma_0) \frac{g'(y_{\sigma-X})}{g^2(y_{\sigma-X})} \frac{\partial y_{\sigma-X}}{\partial(\mathbb{W} - \mathbb{X})} : \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^{tr} : \boldsymbol{\varepsilon}^{tr}}}}\quad (4.11)$$

$$\delta'(z) = \frac{\ln(p)}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} \left(p^{\frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}}} (\delta_{n-1}^{min} - \delta_0) - p^{\frac{z_n^{max} - z}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}}} (\delta_n^{max} - \delta_0) \right)\quad (4.12)$$

Le *return-mapping* permet donc de calculer la variation de fraction volumique nécessaire pour annuler la valeur du critère de transformation.

La figure 4.5 montre le schéma de l'évolution de la contrainte au cours d'un pas de l'intégration numérique :

- Une première estimation élastique à partir de la contrainte obtenue au pas précédent, σ_n , donne la contrainte σ^0 .
- Si un critère de transformation est violé, on calcule alors l'incrément de fraction volumique nécessaire pour annuler le critère seuil comme expliqué précédemment. On peut en déduire l'évolution de la contrainte correspondante grâce à la loi d'écoulement de la transformation.
- Tant que la valeur du critère de transformation n'est pas inférieure à une certaine précision, il faut recommencer le calcul de l'incrément de fraction volumique et faire ainsi évoluer la contrainte à chaque itération, σ^i .
- Lorsque la valeur du critère de transformation est inférieure à la précision, la contrainte calculée est la contrainte finale du pas, σ_{n+1} .

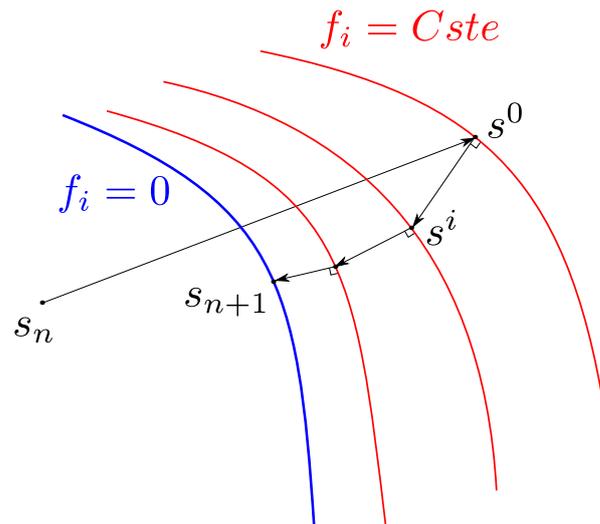


Figure 4.5 – Schéma de l'évolution de la contrainte au cours d'un pas de l'intégration numérique par la méthode du *return-mapping* dans l'espace déviatorique.

4.2 Validation de l'intégration numérique

L'algorithme de l'intégration numérique décrit dans la partie précédente a donc été intégré sous Matlab et le code de calcul par éléments finis Cast3M. En effet, avant de passer aux calculs sur structures nous avons validé l'intégration numérique de deux façons différentes : sur un seul point d'intégration sous Matlab et sur un élément de volume sous Cast3M. La première permet de réaliser des simulations rapides afin de valider la méthode utilisée pour l'intégration numérique et de montrer les performances de celle-ci. La seconde est celle utilisée pour les calculs sur structures et doit donc être validée. Les paramètres matériau utilisés lors de ces validations sont ceux identifiés dans la partie 3.3.1 et donnés dans les tableaux 3.2 et 3.3.

Afin de ne pas surcharger cette partie, certaines figures ont été placées dans l'annexe B.

4.2.1 Sur un point d'intégration

Les chargements réalisés étant limités en contrainte en fin de décharge lors des essais, nous avons intégré le modèle sous Matlab avec un pilotage en contrainte afin de faciliter le retour à contrainte nulle. Nous avons alors simulé différents chargements et observé la réponse en contrainte en fonction de la déformation et la réponse en contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors de ces chargements. L'évolution du nombre d'itérations à convergence lors des transformations directe et inverse est représentée avec celle de la valeur des critères de transformation au cours des simulations.

Pour valider le comportement global du modèle implanté, nous avons simulé cinq types de chargements simples mais permettant de balayer l'ensemble du modèle. Les chargements sont des chargements de traction avec effet point mémoire en utilisant deux pas de calcul ($p = 1$ MPa et $p = 10$ MPa) et deux précisions pour la convergence des critères

de transformation ($e = 0,01$ MPa et $e = 1$ MPa) et des chargements de cisaillement, de compression, de traction-cisaillement non-proportionnel et d'effet mémoire assisté. Ces derniers sont réalisés avec un pas de calcul $p = 1$ MPa et une précision $e = 0,01$ MPa. Le pas de calcul, p , correspond à l'incrément de contrainte imposé entre deux étapes du chargement. La précision, e , est l'écart maximal par rapport au zéro, autorisé sur la valeur des critères de transformation lors des itérations de l'intégration numérique présentée dans la partie précédente.

La figure 4.6a montre l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour les deux simulations du chargement de traction réalisées avec une précision $e = 0,01$ MPa.

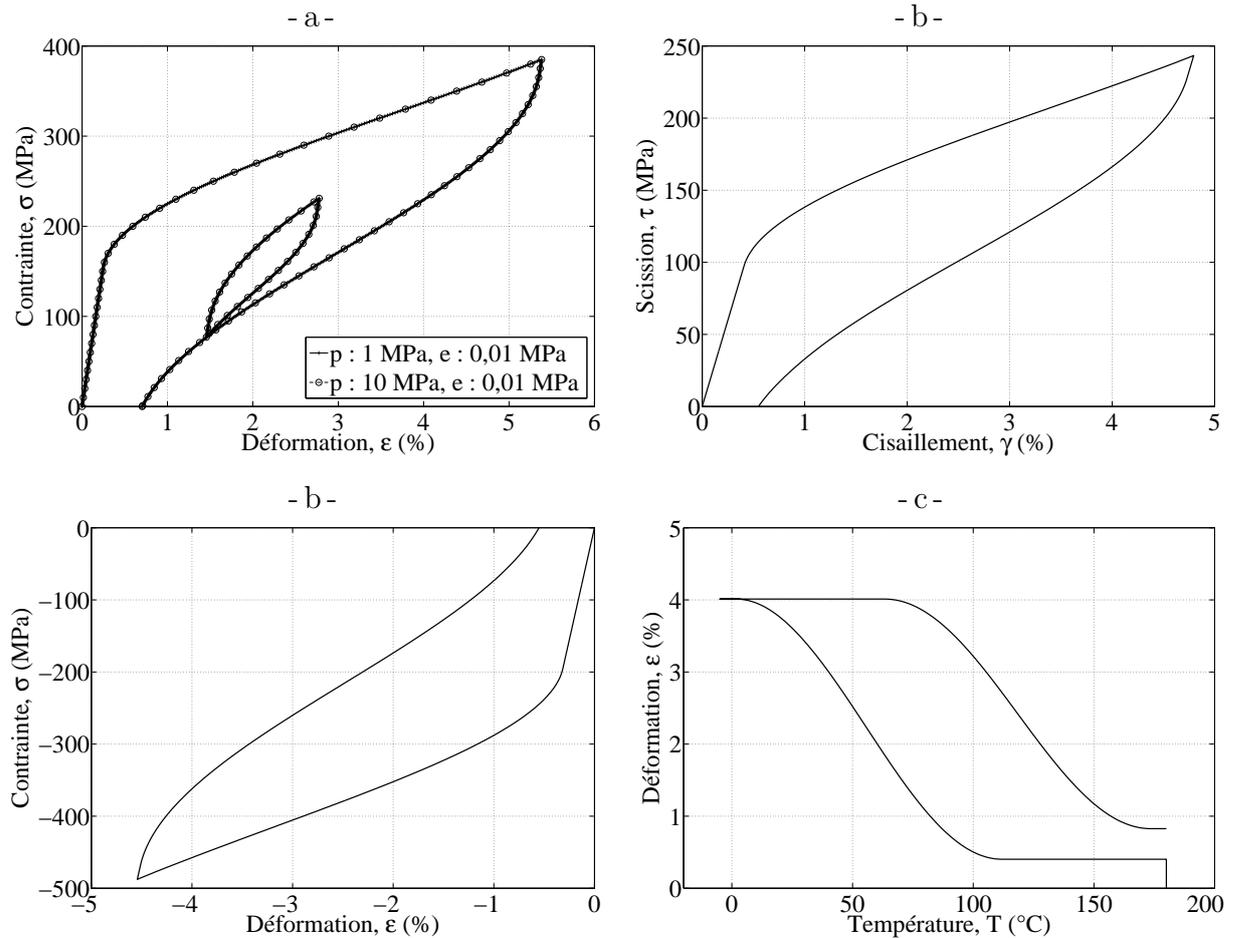


Figure 4.6 – Évolutions de la contrainte en fonction de la déformation lors des simulations sous Matlab de chargements de : a) traction avec points mémoire et deux pas de calculs différents, b) de cisaillement, c) de compression, et d) l'évolution de la déformation en fonction de la température lors de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté.

On observe que l'influence du pas de calcul sur la réponse du modèle est négligeable, que l'effet point mémoire est correctement simulé car la boucle interne se referme là où elle a été ouverte et qu'il y a bien apparition d'une déformation résiduelle à la fin de la décharge. Les figures 4.6b, 4.6c et 4.6d montrent respectivement l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour les simulations des chargements de cisaillement et de

compression et l'évolution de la déformation en fonction de la température pour la simulation du chargement d'effet mémoire assisté. On observe aussi pour ces trois chargements une déformation résiduelle qui apparaît à la fin du cycle.

Comme expliqué dans la partie 4.1.4, la réorientation consiste à alterner transformation directe et transformation inverse. Cela entraîne donc une alternance entre augmentation et diminution de la fraction volumique de martensite et provoque l'apparition de points mémoire (figure 4.7). Afin de limiter la mémoire utilisée lors des calculs, nous avons donc limité la valeur maximale du nombre d'itérations de réorientation, co_{max} .

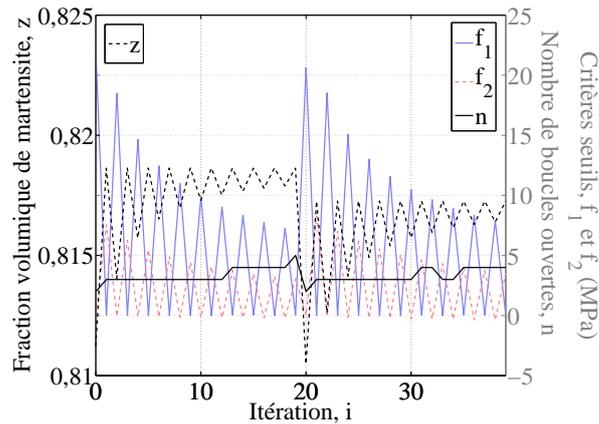


Figure 4.7 – Évolution lors de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et de la fraction volumique de martensite pendant la réorientation.

La figure 4.8a montre le trajet de chargement réalisé lors de la simulation des chargements de traction-cisaillement non proportionnels qui consistent en un chargement carré dans le plan des contraintes de traction et de cisaillement, avec deux valeurs maximales du nombre d'itérations de réorientation ($co_{max} = 20$ et $co_{max} = 40$). La figure 4.8b montre l'évolution des déformations au cours de la simulation et les courbes contrainte-déformation suivant les directions de traction et de cisaillement sont représentées sur les figures 4.8c et 4.8d. On observe une très faible différence entre les résultats, alors que le temps de calcul est quasiment le double pour $co_{max} = 40$. Nous garderons donc co_{max} à 20 pour la suite.

La figure 4.9a montre l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors des essais de traction. Elle est identique à la précision, e , près pour les quatre simulations. L'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite pour les chargements de cisaillement et de compression montrée sur les figures B.2a et B.2b (dans l'annexe B) est aussi identique mais sans la boucle interne.

La figure 4.9b est un zoom réalisé sur la courbe d'évolution de la contrainte en fonction de la déformation au niveau du point mémoire bas de la boucle interne avec les quatre simulations. On observe un décalage de 1 MPa de la courbe lorsque la précision pour la convergence des critères de transformation est justement $e = 1$ MPa. Sur la courbe de la simulation avec une précision égale au pas de calcul ($e = p = 1$ MPa), on observe

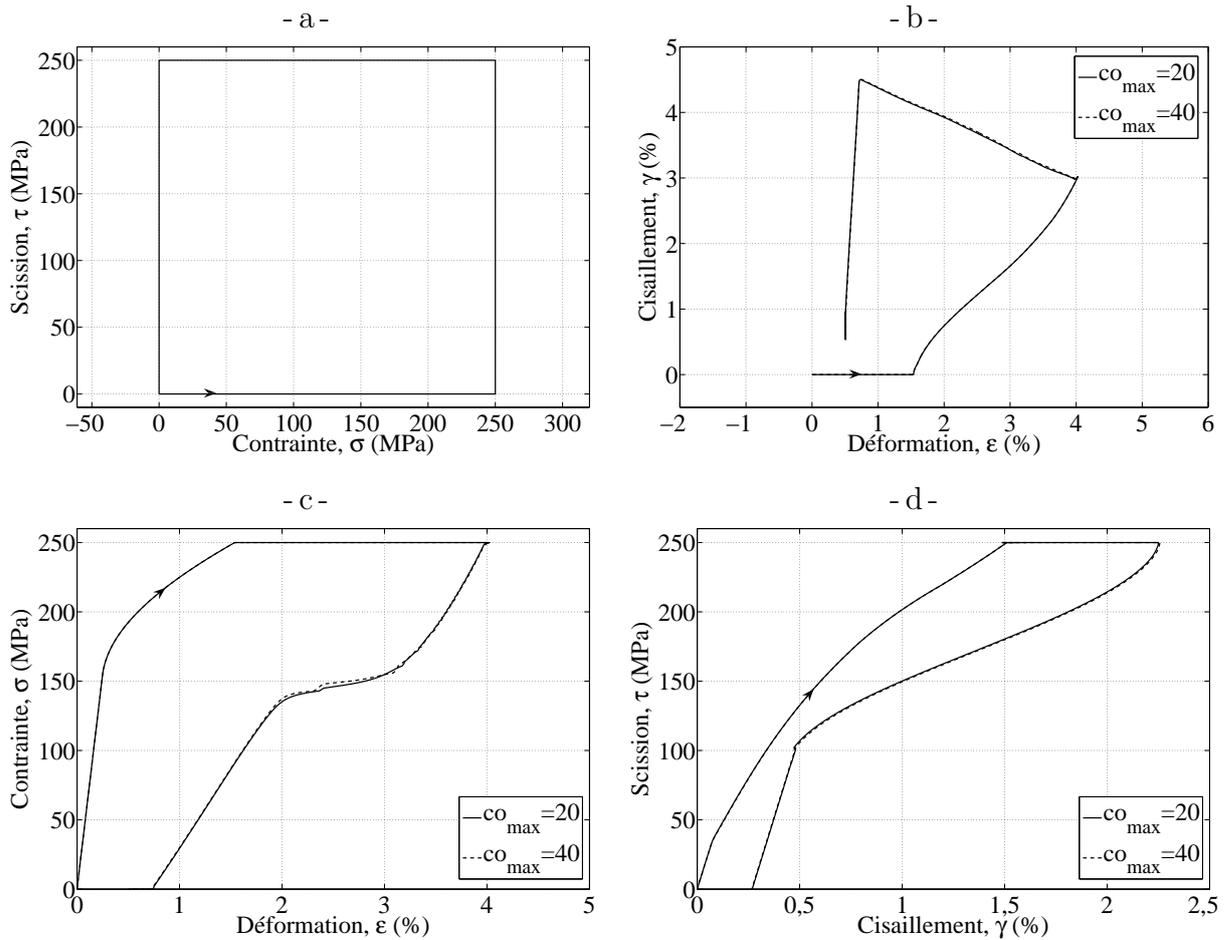


Figure 4.8 – Résultats de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel carré avec deux valeurs maximales du nombre d'itérations de réorientation, co_{max} : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

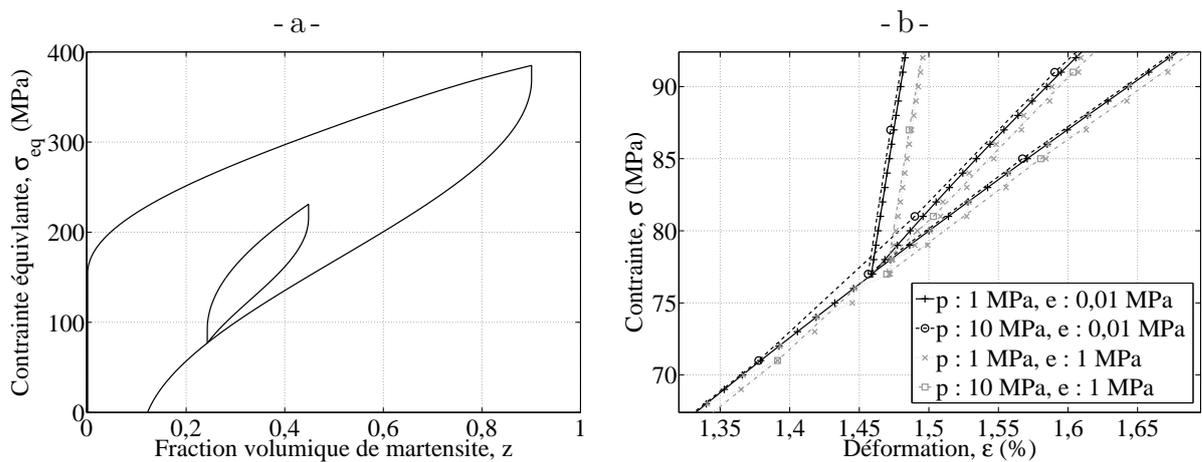


Figure 4.9 – Évolutions lors des simulations sous Matlab d'un chargement de traction avec points mémoire de : a) la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite, et b) pour deux pas, p , et deux précisions, e , différents, de la contrainte en fonction de la déformation au niveau du point mémoire bas de la boucle interne.

naturellement un phénomène d'escalier par endroits. Pour éviter ce phénomène, il est en effet nécessaire de prendre une précision inférieure à la moitié du pas. Ces résultats permettent aussi de vérifier que la différence entre les courbes des simulations réalisées avec un pas $p = 1$ MPa et un pas $p = 10$ MPa est très faible.

Les figures 4.10a, 4.10b, 4.10c et 4.10d montrent l'évolution au cours de la simulation des chargements de traction de la valeur des critères de transformation, f_1 et f_2 , du nombre de boucles ouvertes, n , et du nombre d'itérations en transformation directe, co_1 et en transformation inverse, co_2 , avec les deux pas de calcul et les deux précisions de convergence différents.

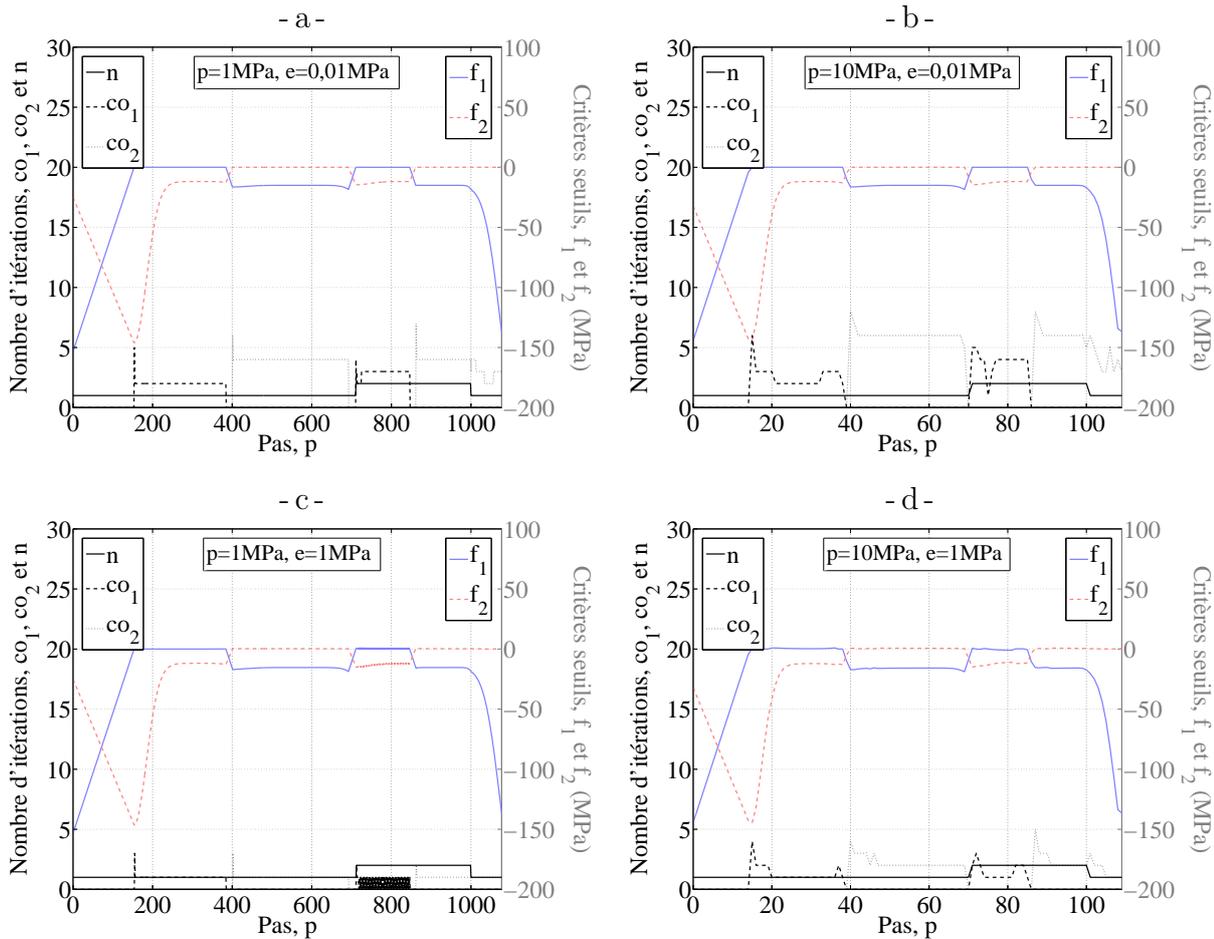


Figure 4.10 – Évolution lors des simulations avec deux pas et deux précisions différents sous Matlab d'un chargement de traction avec points mémoire de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse.

On observe que les valeurs des critères de transformation directe, f_1 , et de transformation inverse, f_2 , restent négatives lorsque l'on est en élasticité et s'annulent respectivement lors des transformations directe et inverse. On peut remarquer le nombre de boucles ouvertes, n , qui vaut 1 au début du chargement car on entame la création de la boucle externe, puis il passe à 2 lorsque l'on ouvre la boucle interne et retourne à 1 lors de la

fermeture de cette boucle interne. On observe aussi, que pour un pas de calcul $p = 1$ MPa et une précision $e = 0,01$ MPa, le nombre d'itérations à convergence en transformations directe et inverse, co_1 et co_2 , varie entre 1 et 4, sauf en début de transformation où un léger pic est visible. L'origine de cette légère augmentation est la fonction de forme $h(z)$ choisie dans le modèle (équation 3.21) qui présente des tangentes verticales en début et fin de transformation. La dérivée de cette fonction intervient dans l'intégration numérique (équation 4.10). Nous avons donc limité la valeur de cette dérivée, ce qui explique les itérations supplémentaires. Les résultats pour un pas de calcul $p = 10$ MPa sont similaires bien que le nombre d'itérations soit logiquement légèrement supérieur.

Pour les simulations avec une précision $e = 1$ MPa, un à deux pas de calcul suffisent à la convergence. Là aussi, on observe un pic du nombre d'itérations en début de transformation dû à la fonction de forme choisie. On peut remarquer par endroit sur la figure 4.10c, l'alternance entre transformation et élasticité qui correspond au phénomène de marche d'escalier observé sur la figure 4.9b lorsque le pas est identique à la précision.

De même les figures B.1a, B.1b et B.1c montrent l'évolution au cours des simulations des chargements respectivement de cisaillement, de compression et d'effet mémoire assisté, de la valeur des critères de transformation, f_1 et f_2 , du nombre de boucles ouvertes, n , et du nombre d'itérations en transformation directe, co_1 et en transformation inverse, co_2 . On observe, là aussi, un nombre d'itérations compris entre 1 et 4, avec des pics en début et en fin de transformation.

Les figures 4.11a et 4.11b montrent l'évolution au cours des simulations du chargement de traction-cisaillement non proportionnel avec les deux valeurs de co_{max} , de la valeur des critères de transformation, f_1 et f_2 , du nombre de boucles ouvertes, n , du nombre d'itérations de réorientation, co , et de la fraction volumique de martensite, z . On observe que le critère de transformation directe s'annule lors de la charge en traction pure, puis les deux critères peu après le début de la charge de cisaillement. On peut remarquer qu'à ce moment la réorientation se produit car le compteur d'itérations de réorientation dépasse 1.

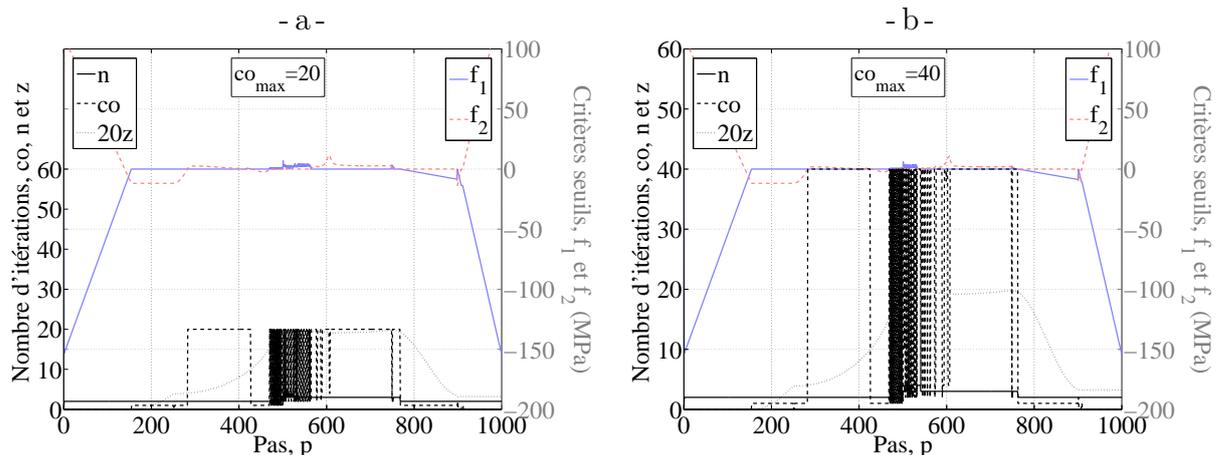


Figure 4.11 – Évolution lors de la simulation sous Matlab d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel, de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et de la fraction volumique de martensite lors de la réorientation, avec deux valeurs maximales du nombre d'itérations de réorientation, co_{max} , égales à : a) 20, et b) 40.

L'intégration numérique est donc assez performante puisqu'elle permet la convergence en seulement une à quatre itérations. On peut cependant remarquer que le choix de la fonction de forme $h(z)$ utilisée dans le modèle (équation 3.21) peut influencer légèrement le nombre d'itérations en début et en fin de transformation.

4.2.2 Sur un élément de volume

Nous avons alors implanté le modèle dans le code de calcul par éléments finis Cast3M pour pouvoir simuler des chargements sur des structures. Mais avant cela, nous avons vérifié que l'implantation a été correctement réalisée.

Nous avons alors effectué la même démarche que lors de la validation sur un point d'intégration présentée dans la partie précédente, en observant la réponse du modèle, le nombre d'itérations à convergence et l'évolution de la valeur des critères de transformation au cours des différentes simulations. L'élément de volume utilisé pour la validation est un cube composé de huit éléments CUB8 (élément cubique solide avec 8 nœuds par éléments).

Le pas utilisé est $p = 1$ MPa et la précision $e = 0,01$ MPa.

Les figures 4.12a, 4.12b, 4.13a et 4.13b montrent l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour un chargement de traction, de cisaillement, de compression et d'effet mémoire assisté. On observe que l'effet point mémoire est correctement simulé lors du chargement de traction car la boucle interne se referme là où elle a été ouverte. Pour chacun des chargements de super-élasticité, il y a bien apparition d'une déformation résiduelle lorsque l'on atteint la contrainte nulle. Sous Cast3M, le modèle doit être implanté avec un pilotage en déformation comme décrit dans la partie 4.1. Le pilotage de la simulation est donc aussi réalisé en déformation, ce qui entraîne que ces chargements se terminent par de la compression jusqu'à une déformation totale nulle. Ces quatre courbes sont identiques à celles observées lors des simulations sur un seul point d'intégration (figure 4.6), avec en plus la partie correspondant à la compression en fin de chargement.

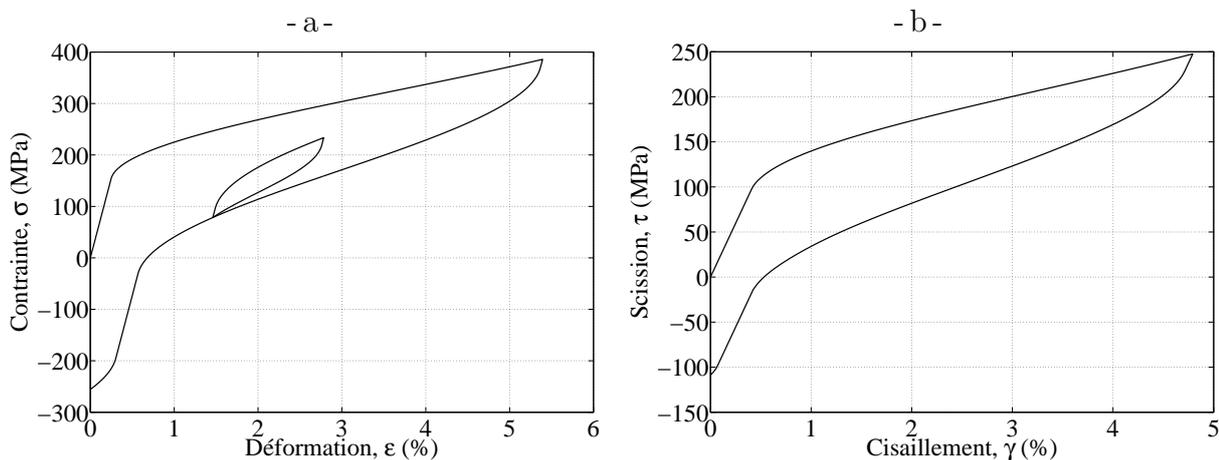


Figure 4.12 – Évolutions de la contrainte en fonction de la déformation lors des simulations sous Cast3M de chargements de : a) traction avec points mémoire, et b) de cisaillement.

La figure 4.14b montre le trajet de chargement réalisé, qui consiste en un chargement rectangulaire dans le plan des déformations de traction et de cisaillement. La figure 4.14a

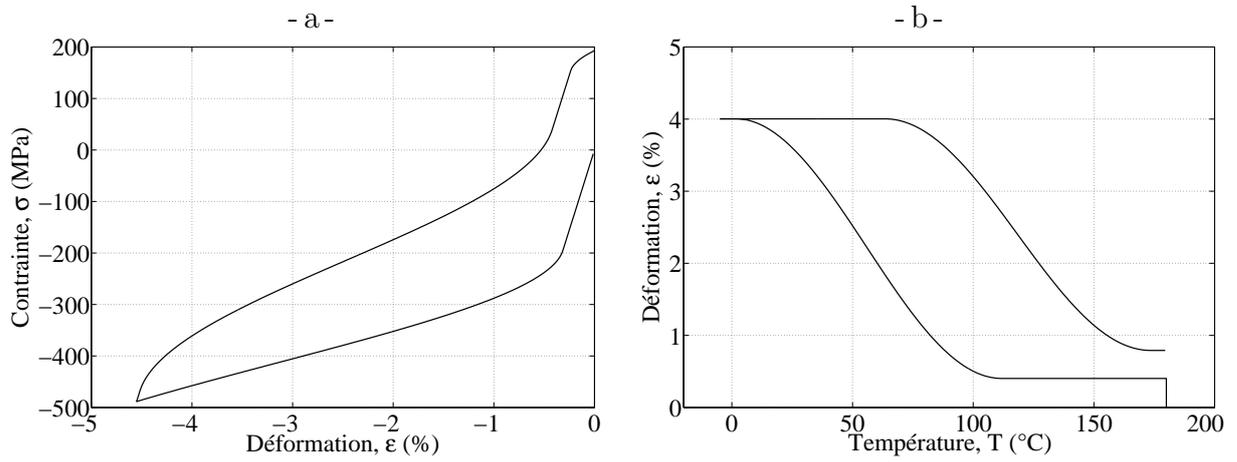


Figure 4.13 – Évolutions respectivement de la contrainte en fonction de la déformation et de la déformation en fonction de la température lors des simulations sous Cast3M de chargements : a) de compression, et b) d'effet mémoire assisté.

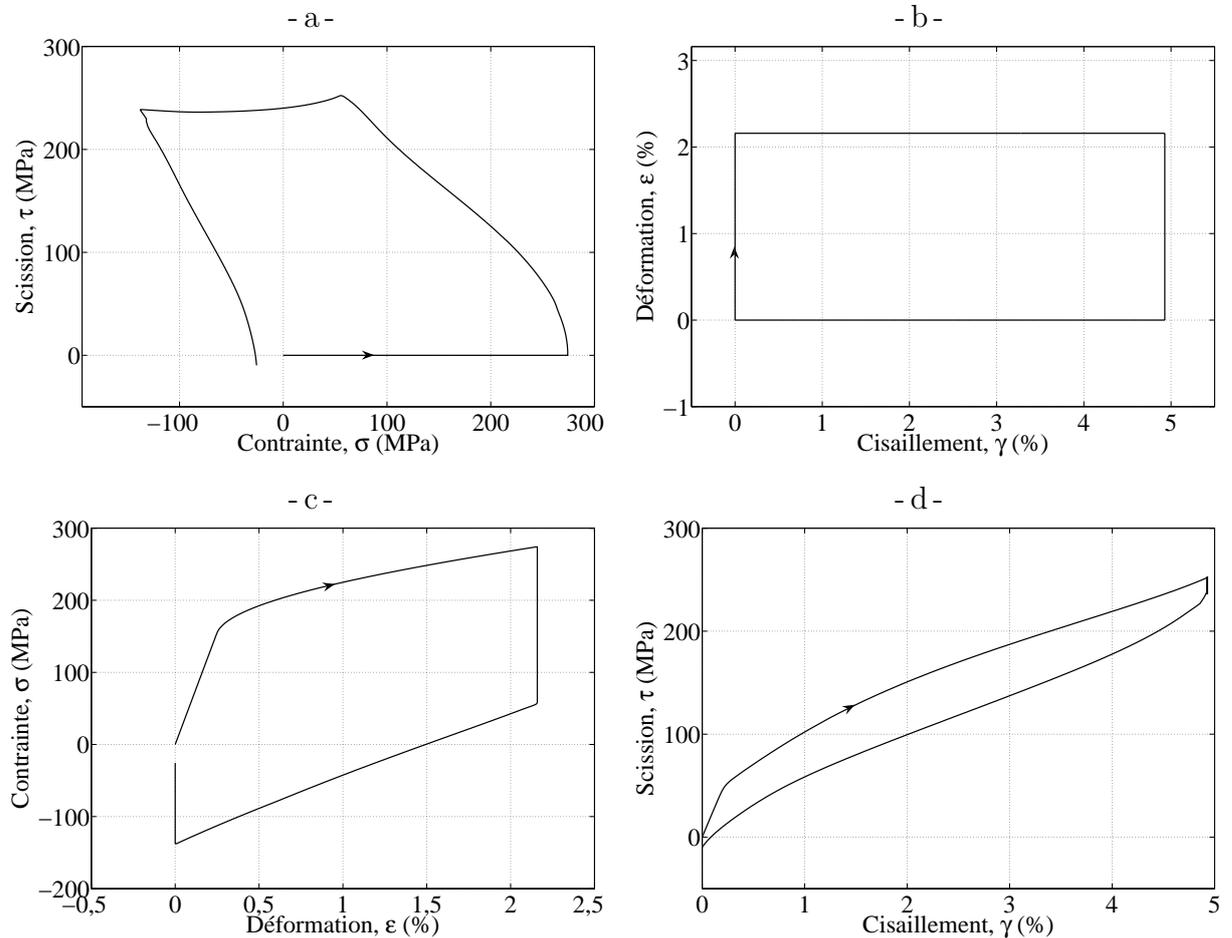


Figure 4.14 – Résultats de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel carré : b) trajet de chargement, a) résultat en contrainte, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

montre l'évolution des contraintes au cours de la simulation et les courbes contrainte-déformation suivant les directions de traction et de cisaillement sont représentées sur les figures 4.14c et 4.14d.

La figure 4.15a montre l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite lors de la simulation de l'essai de traction. Elle est identique à celles observées pour les quatre simulations de traction sur un point d'intégration (figure 4.9a), avec en plus la partie correspondant à la compression en fin de chargement. L'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite pour les chargements de cisaillement et de compression montrée sur les figures B.4a et B.4b est aussi identique, mais sans la boucle interne.

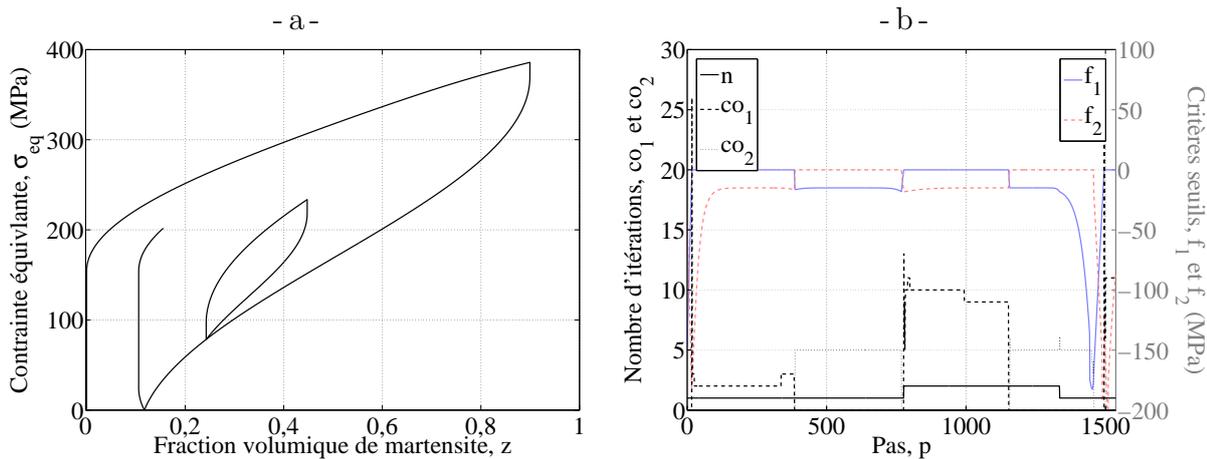


Figure 4.15 – Évolution lors de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction avec points mémoire de : a) la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite, et b) de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes et du nombre d'itérations en transformations directe et inverse.

La figure 4.15b montre l'évolution au cours de la simulation du chargement de traction, de la valeur des critères de transformation, f_1 et f_2 , du nombre de boucles ouvertes, n , et du nombre d'itérations en transformation directe, co_1 et en transformation inverse, co_2 . On observe que les valeurs des critères de transformation directe, f_1 , et de transformation inverse, f_2 , restent négatives lorsque l'on est en élasticité et s'annulent respectivement lors des transformations directe et inverse. On peut remarquer le nombre de boucles ouvertes, n , qui vaut 1 au début du chargement car on entame la création de la boucle externe, puis il passe à 2 lorsque l'on ouvre la boucle interne et retourne à 1 lors de la fermeture de cette boucle interne. On observe aussi que le nombre d'itérations à convergence en transformations directe et inverse, co_1 et co_2 , varient entre 1 et 10, sauf au début de la transformation directe où il peut atteindre une valeur de 25.

De même, les figures B.3a, B.3b et B.3c montrent l'évolution au cours des simulations des chargements respectivement de cisaillement, de compression et d'effet mémoire assisté, de la valeur des critères de transformation, f_1 et f_2 , du nombre de boucles ouvertes, n , et du nombre d'itérations en transformation directe, co_1 et en transformation inverse, co_2 . On observe, là aussi, un nombre d'itérations compris entre 1 et 10, avec des pics en début de transformation directe.

La figure 4.16 montre l'évolution au cours de la simulation du chargement de traction-cisaillement non proportionnel, de la valeur des critères de transformation, f_1 et f_2 , du nombre de boucles ouvertes, n , du nombre d'itérations de réorientation, co , et de la fraction volumique de martensite, z . On observe que le critère de transformation directe s'annule lors de la charge en traction pure, puis les deux critères peu après le début de la charge de cisaillement. On peut remarquer qu'à ce moment la réorientation se produit et que le nombre de boucles ouvertes, n , augmente fortement en début et en fin de réorientation.

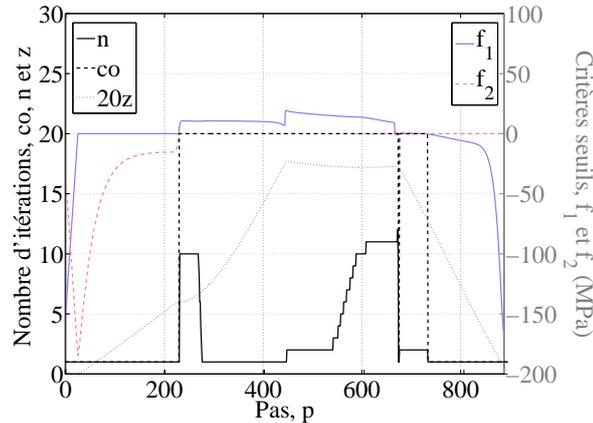


Figure 4.16 – Évolution lors de la simulation sous Cast3M d'un chargement de traction-cisaillement non-proportionnel, de la valeur des critères de transformation, du nombre de boucles ouvertes, du nombre d'itérations de réorientation et de la fraction volumique de martensite.

Ces résultats montrent que l'implantation du modèle dans le code de calcul par éléments finis Cast3M est donc réalisée correctement. Le modèle peut donc être utilisé afin de simuler le comportement de structures en Alliage à Mémoire de Forme soumises à des chargements thermo-mécaniques cycliques.

4.3 Simulation de chargements sur structures

L'implantation numérique étant validée, nous avons testé le modèle en simulant le chargement de différentes structures en Alliage à Mémoire de Forme. Les structures utilisées pour les calculs sont un ressort hélicoïdal, une mèche d'outil endodontique et des actionneurs à ressorts antagonistes. Nous avons choisi ces structures car elles correspondent à des applications courantes des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement cyclique (voir partie 1.1.2). Nous avons simulé les chargements que subissent usuellement ces structures : un chargement de super-élasticité sur les deux premières structures et un chargement d'effet mémoire assisté sur le ressort et les actionneurs.

Les chargements ont été réalisés en grands déplacements et petites déformations.

4.3.1 Chargements super-élastiques

Dans une première partie, nous montrerons les résultats des simulations de chargements super-élastiques réalisés sur les deux structures. Les résultats observés sont la déformée des structures, l'évolution de l'effort généré en fonction du déplacement appliqué, les répartitions de la contrainte équivalente et de la fraction volumique dans la structure, ainsi que l'évolution de la contrainte en fonction de la fraction volumique sur un point de Gauss.

4.3.1.1 Ressort hélicoïdal

La figure 4.17 montre le maillage utilisé pour réaliser la simulation d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal. Il est constitué de quatre spires découpées en 30 sections chacune, une section contenant 48 éléments. On a donc un total de 5 760 éléments. Les éléments utilisés sont de type CUB20 (élément cubique solide avec 20 nœuds par élément), ce qui fait donc un total de 26 321 nœuds. Le diamètre du fil du ressort est de 3 mm, alors que le diamètre de la spire est de 10 mm. Le pas de l'hélice est de 4 mm.

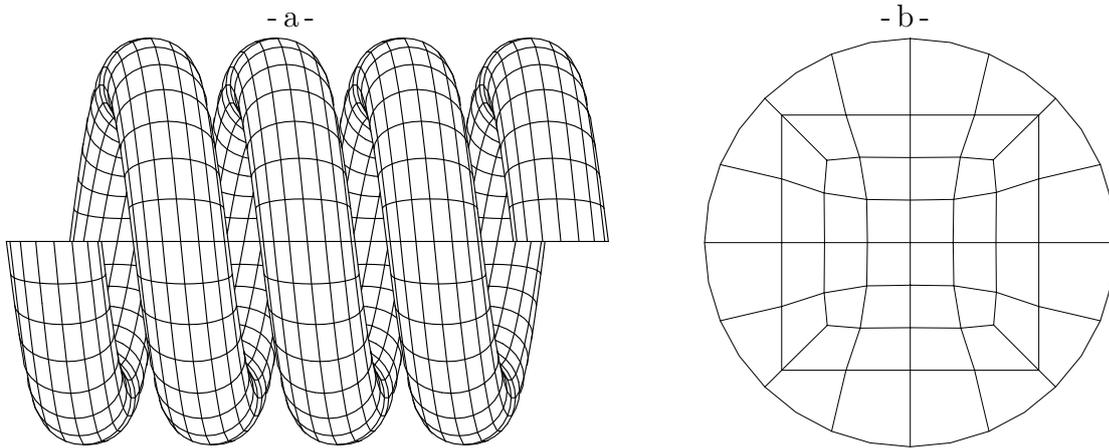


Figure 4.17 – Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme : a) maillage des spires, et b) maillage d'une section.

Les conditions aux limites utilisées sont un encastrement pour l'une des extrémités du ressort et un déplacement imposé suivant l'axe du ressort sur l'autre extrémité.

Les paramètres matériau utilisés sont ceux identifiés dans le chapitre 3 et donnés dans les tableaux 3.2 et 3.3. À part pour les valeurs de δ_1^{max} et δ_0 qui ont été modifiées : $\delta_1^{max} = \delta_0 = 80$ MPa.

La figure 4.18 montre l'évolution de l'effort résultant, F , sur le ressort par rapport à sa déflexion, d . Seuls quelques points du calcul sont sauvegardés à cause de la taille du fichier de sauvegarde qui est très importante, d'où un « pas apparent » large mais qui ne correspond pas à celui utilisé lors de la simulation. La déformée réelle (avec un rapport de 1) du ressort au cours du chargement est aussi représentée en rouge clair par dessus le maillage non déformé en noir pour certains points du chargement.

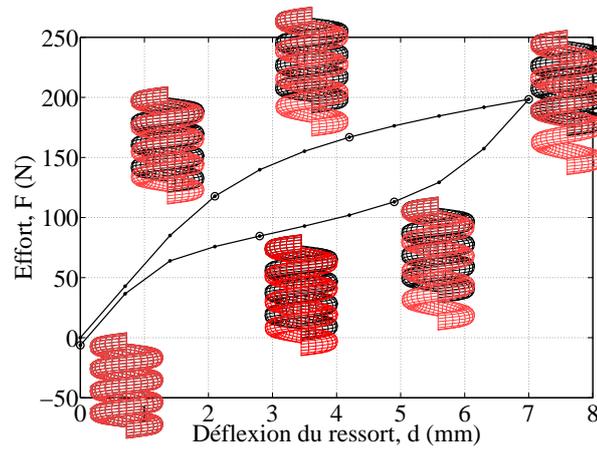


Figure 4.18 – Évolution de l'effort en fonction de la déflexion et représentation de la déformée lors d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.19b montre la répartition de la contrainte équivalente dans la section centrale du ressort lorsque le déplacement maximal est appliqué. On observe une dissymétrie de la répartition, due aux dimensions du ressort qui a un diamètre de fil relativement proche du diamètre des spires. L'axe du ressort se situe au dessus de la section représentée (figure 4.19a).

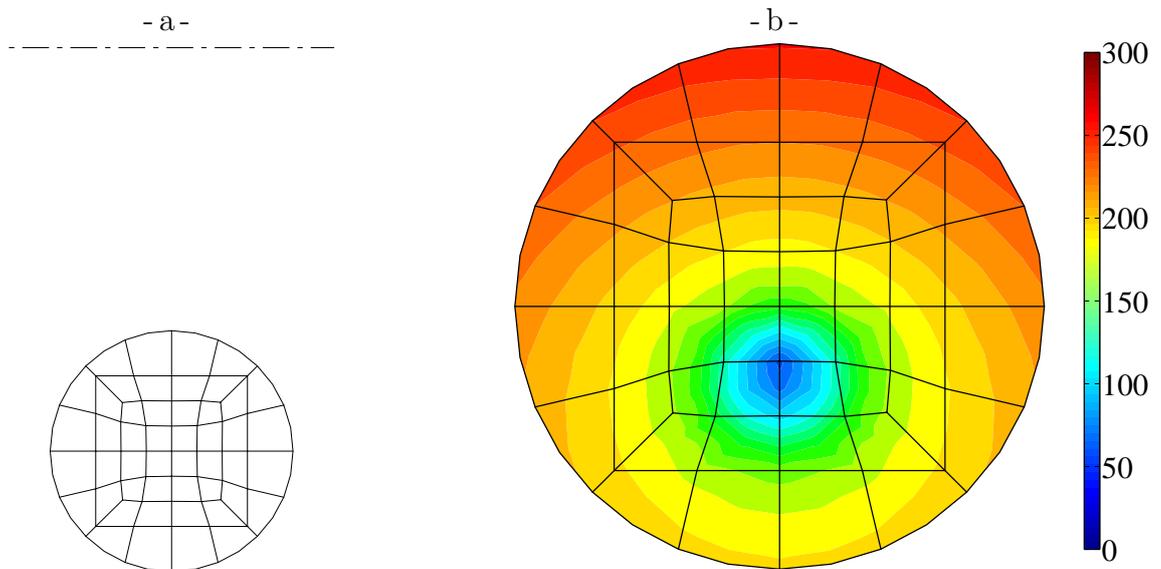


Figure 4.19 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.

La figure 4.20 montre l'évolution sur un point de Gauss proche de l'axe et dans la section centrale du ressort, de la contrainte équivalente, σ_{eq} , en fonction de la fraction volumique de martensite, z . La répartition dans la section de la fraction volumique de martensite est aussi représentée pour certains points du chargement. On observe que l'apparition progressive de la martensite n'est pas non plus symétrique et une déformation résiduelle à la fin de la décharge.

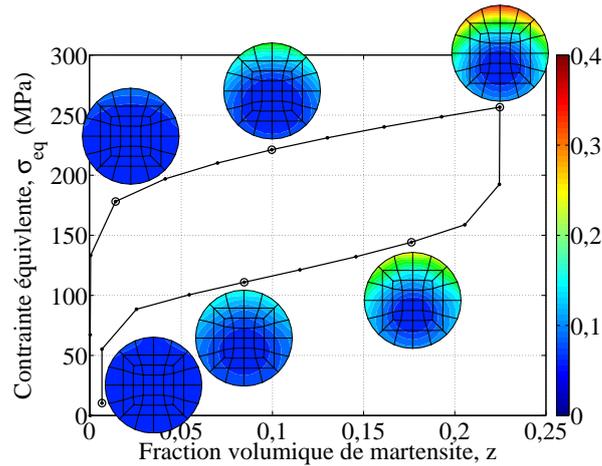


Figure 4.20 – Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite et répartition de la fraction volumique dans une section lors d'un chargement super-élastique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.21 montre la répartition de la contrainte dans la section centrale du ressort lorsque la déformation maximale est appliquée. On observe logiquement que la fraction volumique apparaît aux endroits où la contrainte équivalente dépasse la contrainte seuil de transformation ($\sigma_0 = 154$ MPa, figure 4.19).

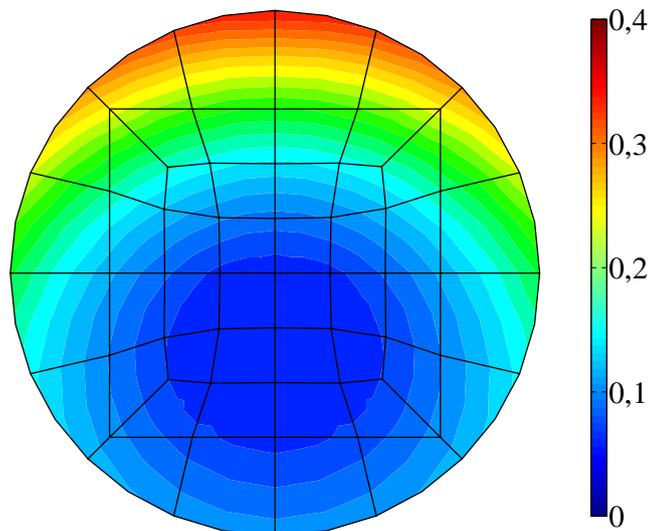


Figure 4.21 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.

Quatre cycles de ce chargement ont été simulés. La figure 4.22 montre l'évolution de l'effort résultant en fonction de la déflexion imposée au ressort au cours de ces quatre cycles. On observe bien que la déformation résiduelle s'accumule au cours des cycles avec l'apparition de la martensite bloquée, entraînant d'ailleurs un passage en compression à la fin de la décharge.

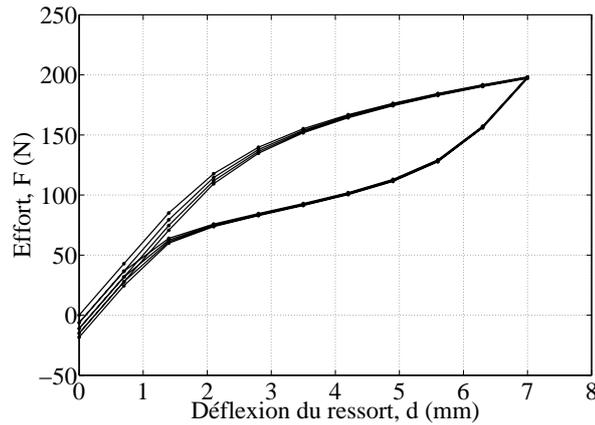


Figure 4.22 – Évolution de l'effort en fonction de la déflexion du ressort lors d'un chargement super-élastique cyclique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.23 montre la répartition dans la section centrale du ressort, de la fraction volumique de martensite résiduelle à la fin du quatrième cycle. On observe que la martensite résiduelle est présente aux endroits où il y a eu le plus de transformation.

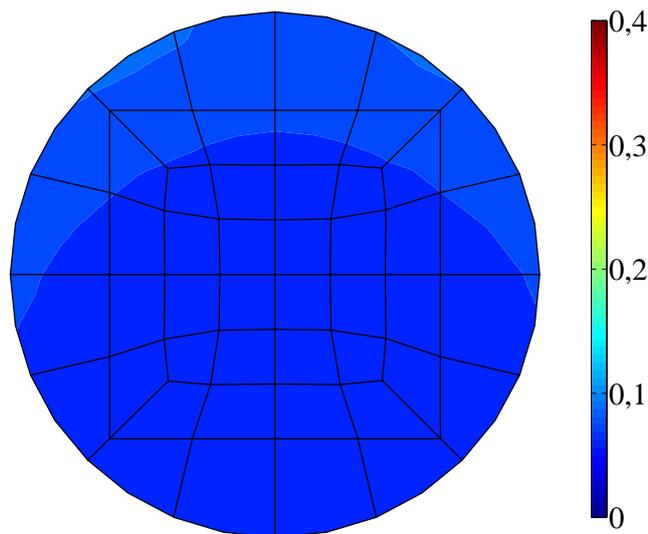


Figure 4.23 – Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement super-élastique cyclique.

On remarque que la déformation résiduelle est assez faible comparée à celle observée lors des simulations de traction sur un point d'intégration ou sur un élément de volume. La première cause est la déformation qui reste localement faible, mais peut entraîner de grands déplacements. Il y a donc peu de transformation, d'où peu de déformation résiduelle. Le second point est l'accommodation des déformations. En effet, une déformation résiduelle locale peut être gommée par des déformations élastiques dans les zones avoisinantes et ne pas ou peu influencer la déformation globale.

4.3.1.2 Instrument endodontique

La figure 4.24a montre le maillage utilisé pour réaliser la simulation d'un chargement super-élastique sur une mèche d'outil endodontique servant à dévitaliser les dents. Il est constitué d'une hélice conique à pas variable, dont la section est donnée sur la figure 4.24b (Chevalier *et al.* (2007)). Il est constitué de 16 200 éléments et ceux-ci sont de type CUB20 (cubique avec 20 nœuds par élément), ce qui fait donc un total de 73 561 nœuds. L'outil a une longueur de 16 mm.

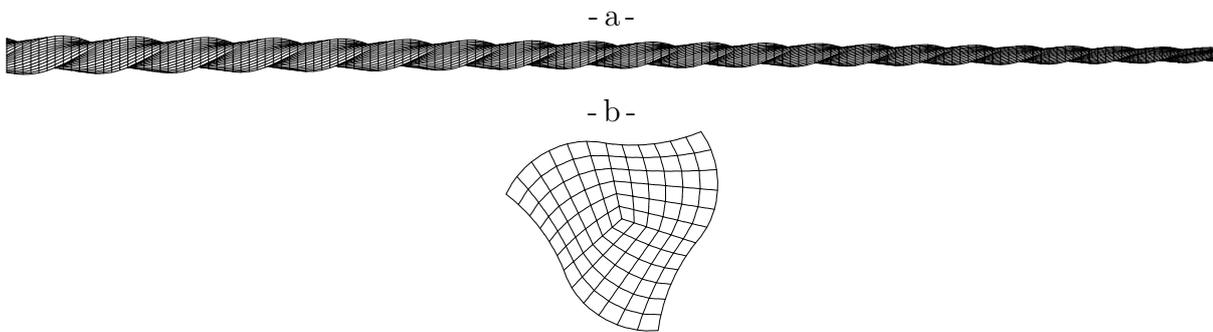


Figure 4.24 – Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme : a) maillage de l'hélice, et b) maillage d'une section.

Les conditions aux limites utilisées sont un encastrement pour la base de l'outil et un déplacement imposé perpendiculairement à l'axe de l'outil sur l'extrémité.

Les paramètres matériau sont identiques à ceux utilisés lors de la simulation du ressort sous chargement super-élastique vu dans la partie précédente.

La figure 4.25 montre l'évolution de l'effort résultant, F , sur l'outil par rapport à sa déflexion, d . Là aussi, seuls quelques points du calcul sont sauvegardés à cause de la taille du fichier de sauvegarde qui est très importante, d'où un « pas apparent » large mais qui ne correspond pas à celui utilisé lors de la simulation. La déformée réelle (avec un rapport de 1) de l'outil au cours du chargement est aussi représentée en rouge clair par dessus le maillage non déformé en noir pour certains points du chargement.

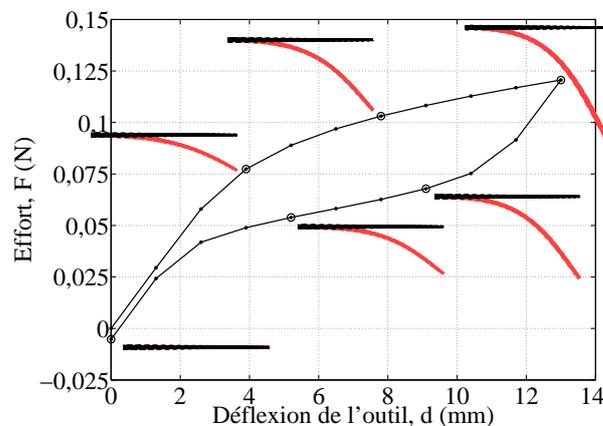


Figure 4.25 – Évolution de l'effort en fonction de la déflexion et représentation de la déformée lors d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.26 montre la répartition de la contrainte équivalente dans la section centrale de l'outil lorsque la déformation maximale est appliquée. On observe une répartition proche de la répartition classique de la contrainte équivalente dans une poutre en flexion.

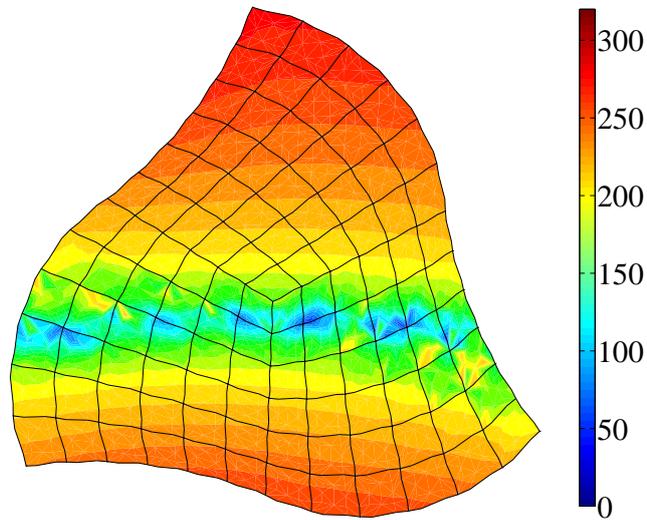


Figure 4.26 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.

La figure 4.27 montre l'évolution sur un point de Gauss situé dans la section centrale de l'outil de la contrainte équivalente, σ_{eq} , en fonction de la fraction volumique de martensite, z . La répartition dans la section de la fraction volumique de martensite est aussi représentée pour certains points du chargement. On observe l'apparition progressive de la martensite sur les zones les plus contraintes et de la martensite résiduelle à la fin de la décharge.

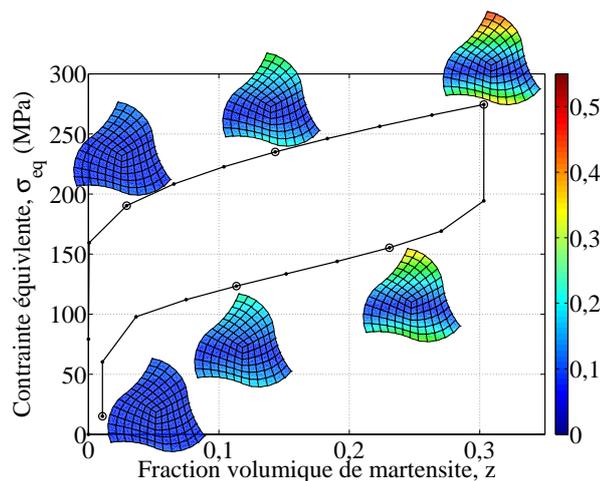


Figure 4.27 – Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la fraction volumique de martensite et répartition de la fraction volumique dans une section lors d'un chargement super-élastique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.28 montre la répartition de la contrainte dans la section centrale de l'outil lorsque le déplacement maximal est appliqué. On observe logiquement que la fraction volumique apparaît aux endroits où la contrainte équivalente dépasse la contrainte seuil de transformation ($\sigma_0 = 154$ MPa, figure 4.26).

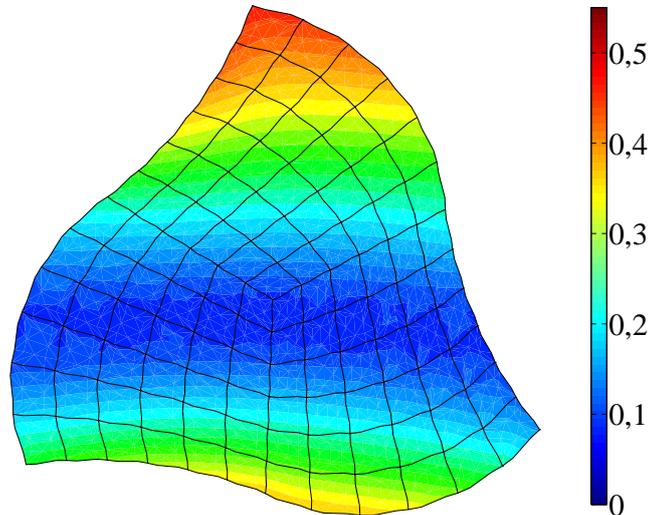


Figure 4.28 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement super-élastique.

Quatre cycles de ce chargement ont été simulés. La figure 4.29 montre l'évolution de l'effort résultant en fonction de la déflexion imposée à l'outil au cours de ces quatre cycles. On observe bien la déformation résiduelle qui s'accumule au cours des cycles avec l'apparition de la martensite bloquée.

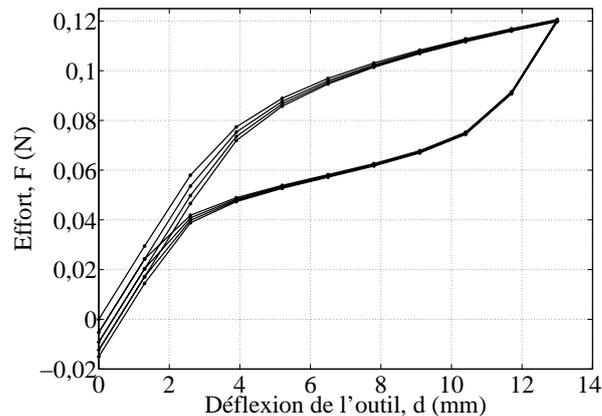


Figure 4.29 – Évolution de l'effort en fonction de la déflexion de l'outil endodontique lors d'un chargement super-élastique cyclique sur un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.30 montre la répartition dans la section centrale de la fraction volumique de martensite résiduelle à la fin du quatrième cycle. On observe que la martensite résiduelle est présente aux endroits où il y a eu le plus de transformation.

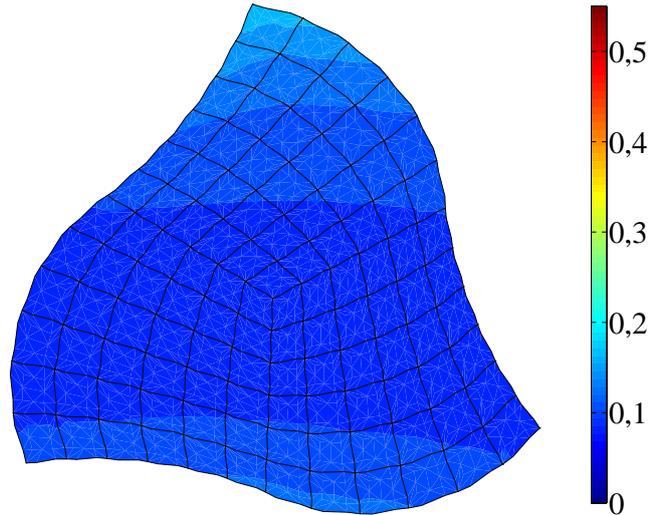


Figure 4.30 – Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un outil endodontique en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement super-élastique cyclique.

4.3.2 Chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal

Dans cette partie, nous montrerons les résultats de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté réalisé sur la structure du ressort.

La figure 4.31 montre le maillage utilisé pour réaliser la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal, après application d'une pré-contrainte. Il est similaire à celui utilisé lors du chargement de super-élasticité (partie 4.3.1.1), mais avec un diamètre de spire plus important (20 mm) par rapport au diamètre du fil (3 mm).

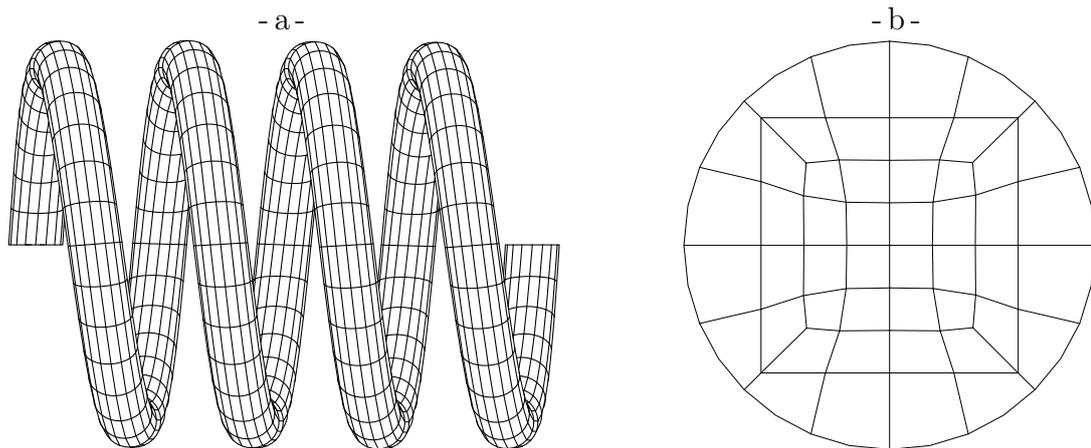


Figure 4.31 – Maillage utilisé pour la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme après pré-contrainte : a) maillage des spires, et b) maillage d'une section.

Les conditions aux limites utilisées sont un encastrement pour l'une des extrémités du ressort et un effort imposé suivant l'axe du ressort sur l'autre extrémité.

Les paramètres matériau utilisés sont identiques à ceux de la partie précédente.

Le chargement consiste à appliquer une pré-contrainte de 250 N à haute température (150°C) dans le domaine élastique de l'austénite. Puis on impose un cyclage thermique sur l'ensemble du ressort. Cela consiste à refroidir afin de passer dans le domaine martensitique de l'Alliage à Mémoire de Forme, puis à chauffer pour retourner dans le domaine austénitique.

La figure 4.32 montre l'évolution de la déflexion du ressort, d , par rapport à la température, T . Seuls quelques points du calcul sont sauvegardés à cause de la taille du fichier de sauvegarde qui est très importante, d'où un « pas apparent » large mais qui ne correspond pas à celui utilisé lors de la simulation. La déformée réelle (avec un rapport de 1) du ressort au cours du chargement est aussi représentée en rouge clair par dessus le maillage déformé après l'application de la pré-contrainte, en noir pour certains points du chargement.

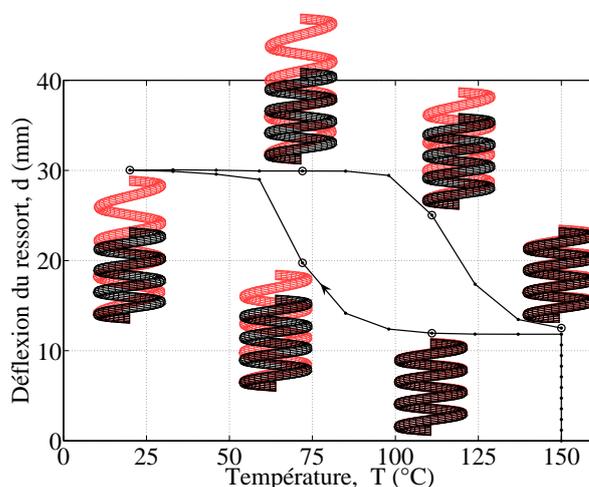


Figure 4.32 – Évolution de la déflexion du ressort en fonction de la température et représentation de la déformée lors d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

Les figures 4.33a et 4.33b montrent la répartition de la contrainte équivalente dans la section centrale du ressort respectivement avant et après le refroidissement. On observe aussi une dissymétrie de la répartition due aux dimensions du ressort qui a un diamètre de fil relativement proche du diamètre des spires. Mais cette dissymétrie est plus faible que lors de la simulation du chargement super-élastique car le rayon de spire utilisé est plus important par rapport au diamètre du fil. L'axe du ressort se situe au dessus de la section représentée. On peut remarquer que lors du refroidissement il y a une redistribution des contraintes due à la transformation. En effet, la contrainte sur les bords de la section diminue à cause de la déformation de transformation qui apparaît. La contrainte dans la zone proche du centre de la section augmente alors pour compenser, afin de maintenir le couple de torsion constant.

La figure 4.34 montre l'évolution sur un point de Gauss dans la section centrale et

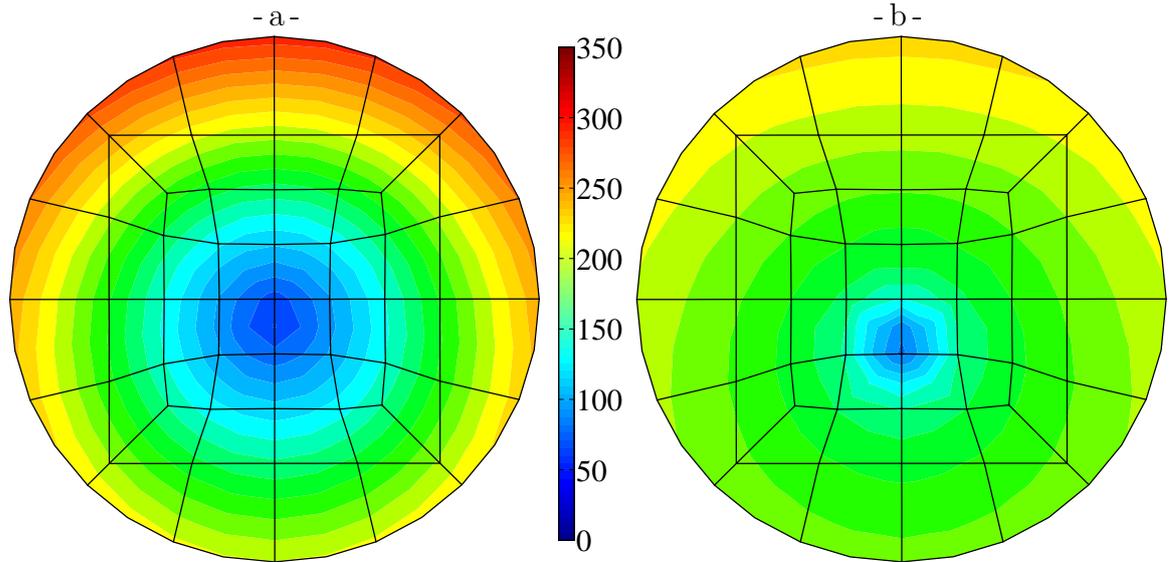


Figure 4.33 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement d'effet mémoire assisté : a) à la fin de la pré-contrainte élastique, et b) après refroidissement.

proche de l'axe du ressort, de la fraction volumique de martensite, z , en fonction de la température, T . La répartition dans la section centrale du ressort, de la fraction volumique de martensite est aussi représentée pour certains points du chargement. On observe, au cours du chargement thermique, l'apparition et la disparition progressive de la martensite qui présente aussi une légère dissymétrie et une déformation résiduelle à la fin du chauffage.

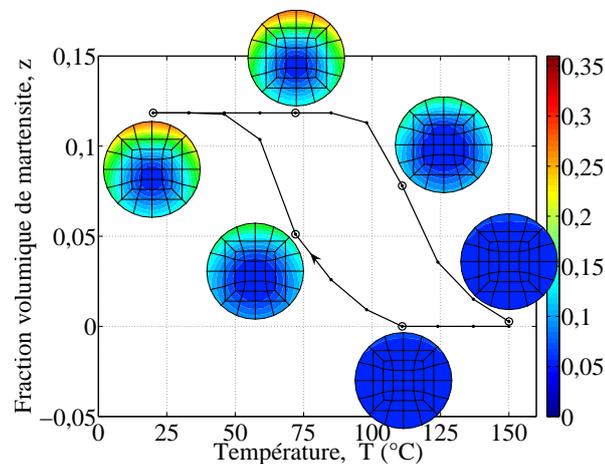


Figure 4.34 – Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section lors d'un chargement d'effet mémoire assisté sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.35 montre la répartition de la fraction volumique de martensite dans la section centrale du ressort lorsque la déformation maximale est appliquée. On observe logiquement que la fraction volumique apparaît aux endroits où la contrainte équivalente est la plus importante (figure 4.33).

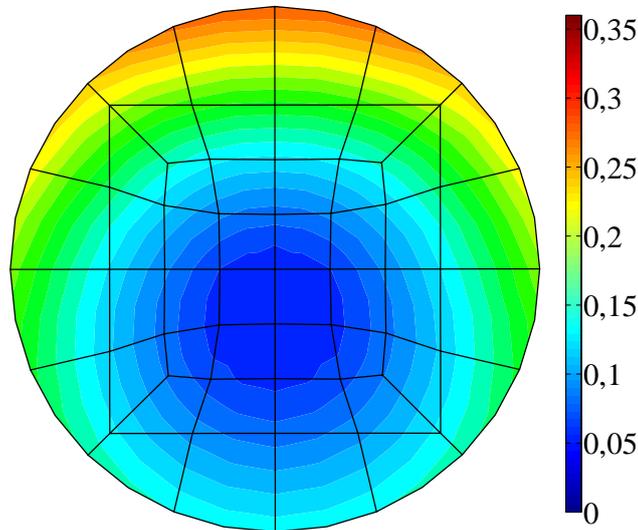


Figure 4.35 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme lors d'un chargement d'effet mémoire assisté.

Quatre cycles de ce chargement ont été simulés. La figure 4.36 montre l'évolution de la déflexion du ressort en fonction de la température imposée au cours de ces quatre cycles. On observe une légère déformation résiduelle qui s'accumule au cours des cycles avec l'apparition de la martensite bloquée.

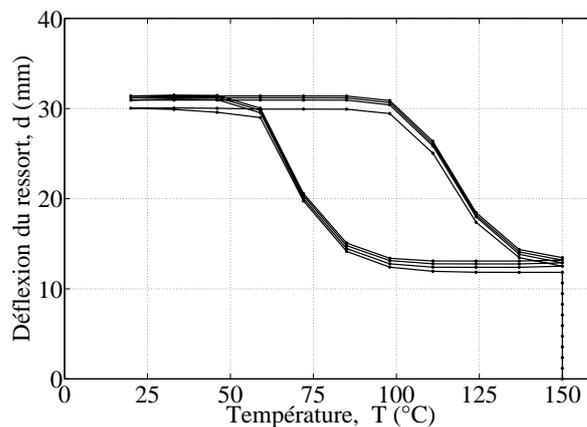


Figure 4.36 – Évolution de la déflexion du ressort en fonction de la température lors d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique sur un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme.

La figure 4.37 montre la répartition dans la section centrale du ressort, de la fraction volumique de martensite résiduelle à la fin du quatrième cycle. On observe que la

martensite résiduelle est présente aux endroits où il y a eu le plus de transformation.

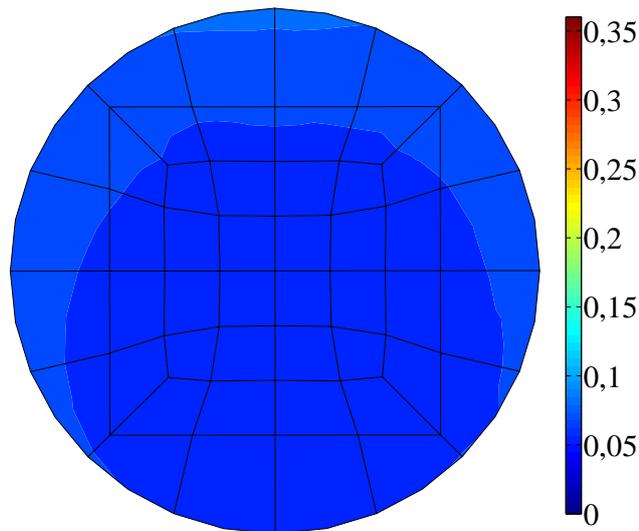


Figure 4.37 – Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section d'un ressort hélicoïdal en Alliage à Mémoire de Forme à la fin d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique.

4.3.3 Actionneurs à ressorts antagonistes

Dans cette partie, nous montrerons les résultats des simulations du fonctionnement d'un actionneur basé sur l'utilisation de ressorts antagonistes. Nous avons réalisé deux simulations. Pour la première, nous avons utilisé un ressort élastique couplé avec un ressort en Alliage à Mémoire de Forme qui travaillera donc en effet mémoire assisté. Nous appellerons donc ce montage un actionneur AMF/élastique. Dans la seconde simulation, nous avons remplacé le ressort élastique par un autre ressort en Alliage à Mémoire de Forme qui reste à température ambiante et travaille donc en super-élasticité. Nous nommerons donc ce montage un actionneur AMF/AMF. Avant de réaliser le chargement thermique, une pré-contrainte est appliquée en imposant un déplacement à une extrémité de l'actionneur.

Les figures 4.38a et 4.38b montrent les maillages utilisés pour réaliser les simulations, une fois la pré-contrainte appliquée. Le maillage de chaque ressort est identique à celui utilisé lors du chargement d'effet mémoire assisté (partie 4.3.2). Les deux ressorts sont liés entre eux au niveau des sections centrales mais nous les représenterons avec un espacement entre les deux pour une meilleure visualisation.

Les conditions aux limites utilisées sont un encastrement à l'une des extrémités du montage et un déplacement imposé suivant l'axe de l'actionneur sur l'autre extrémité. Le déplacement suivant l'axe de l'actionneur des extrémités centrales du montages est imposé identique sur chacun des ressorts et les autres déplacements de ces sections sont bloqués.

Le chargement consiste, dans un premier temps, à appliquer une pré-contrainte sur l'actionneur en imposant un déplacement à une extrémité de l'actionneur. Ce déplacement est pris de telle manière à ne pas dépasser une contrainte maximale de 430 MPa dans les ressorts et il est maintenu constant durant le reste du chargement. Ensuite, un cyclage

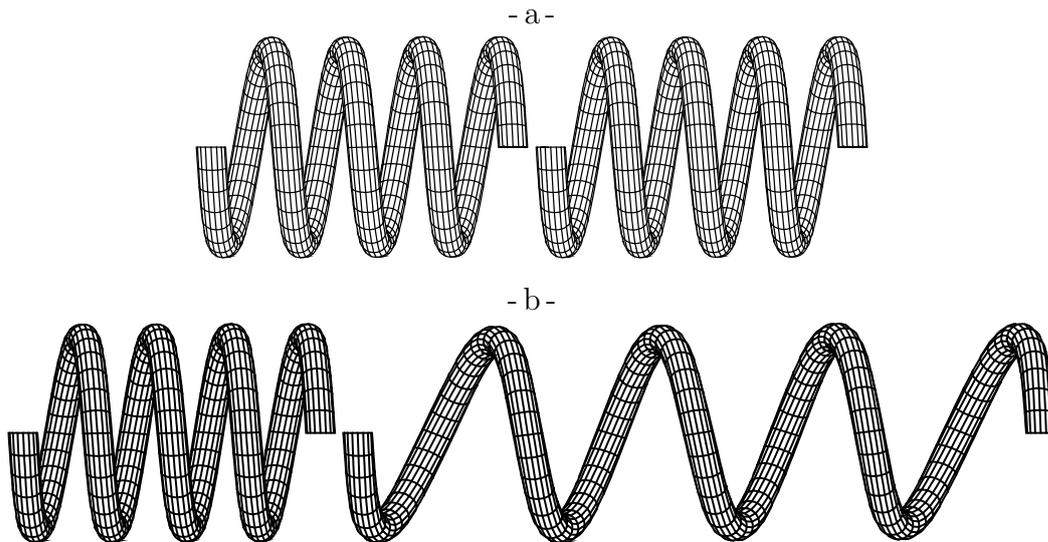


Figure 4.38 – Maillages utilisés pour la simulation d'un actionneur à ressorts antagonistes après pré-contrainte pour : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

thermique est imposé sur le/un ressort en Alliage à Mémoire de Forme, alors que l'autre ressort reste à température ambiante (20°C). La transformation de l'austénite entraîne alors un déplacement de la section centrale de l'actionneur.

Les paramètres matériau utilisés sont identiques à ceux de la partie précédente pour les ressorts en Alliage à Mémoire de Forme. Pour le ressort élastique, nous avons pris le même module d'Young et coefficient de Poisson que pour les autres ressorts.

Les figures 4.39a et 4.39b montrent l'évolution du déplacement, d , de la section centrale en fonction de la température, T , pour les deux types de montage. Seuls quelques points du calcul sont sauvegardés à cause de la taille du fichier de sauvegarde qui est très importante, d'où un « pas apparent » large mais qui ne correspond pas à celui utilisé lors de la simulation. La déformée réelle (avec un rapport de 1) des actionneurs au cours du chargement est aussi représentée en rouge clair par dessus le maillage déformé après la

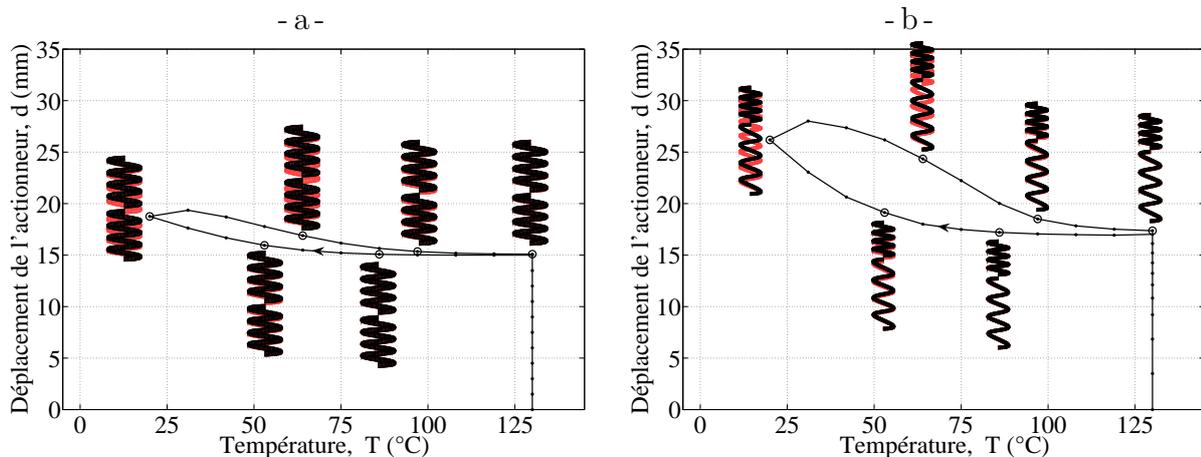


Figure 4.39 – Évolution du déplacement d'un actionneur en fonction de la température et représentation de la déformée des ressorts pour : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

charge élastique en noir, pour certains points du chargement. On observe que le déplacement généré lors du cyclage thermique de l'actionneur AMF/AMF est plus important que celui de l'actionneur AMF/élastique.

Les figures 4.40a et 4.40b montrent la répartition de la contrainte équivalente dans les sections centrales des ressorts de l'actionneur AMF/élastique après l'application de la pré-contrainte. Pour les ressorts en Alliages à Mémoire de Forme, c'est la contrainte équivalente donnée par l'équation 3.7 qui est utilisée. Pour le ressort élastique, c'est la contrainte équivalente de von Mises. Les figures 4.41, 4.42 et 4.43 montrent le même résul-

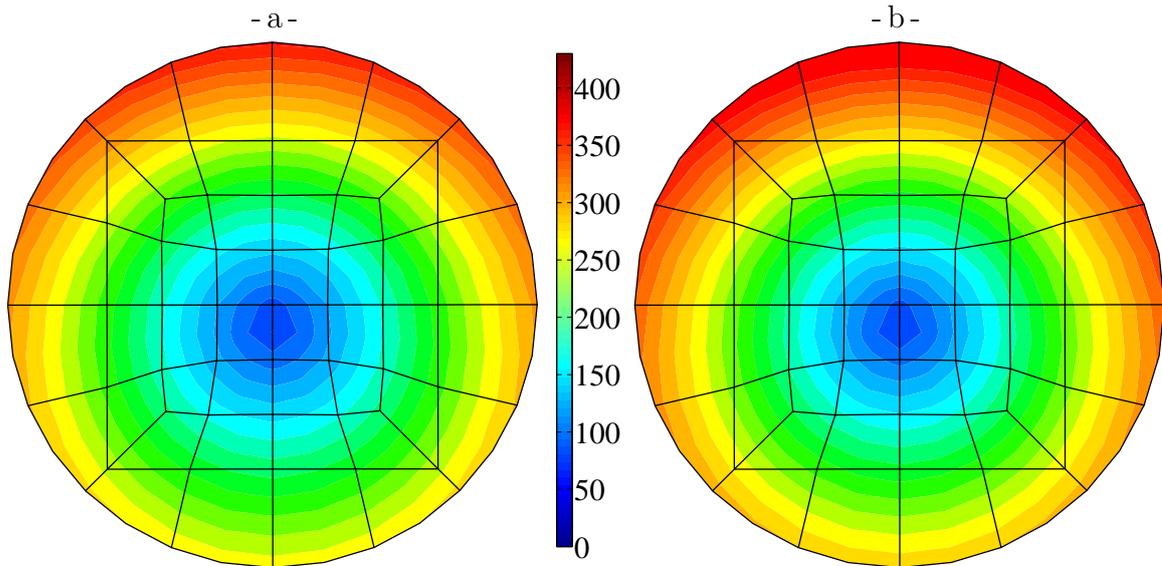


Figure 4.40 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux de l'actionneur AMF/élastique après pré-contrainte : a) dans le ressort en Alliage à Mémoire de Forme, et b) dans le ressort élastique (contrainte de von Mises).

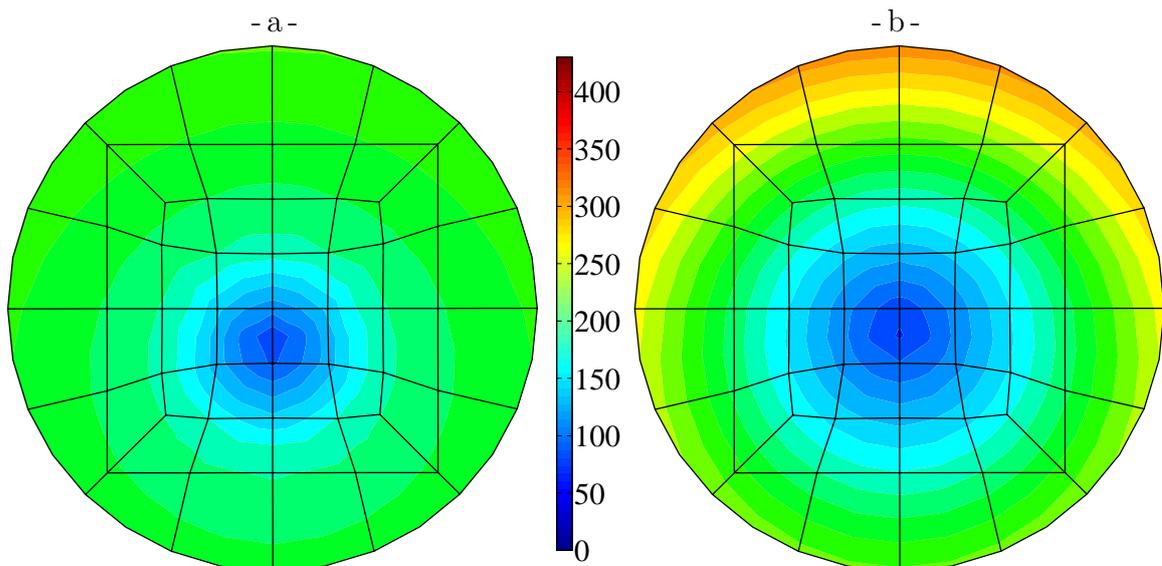


Figure 4.41 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/élastique après refroidissement : a) dans le ressort en Alliage à Mémoire de Forme, et b) dans le ressort élastique (contrainte de von Mises).

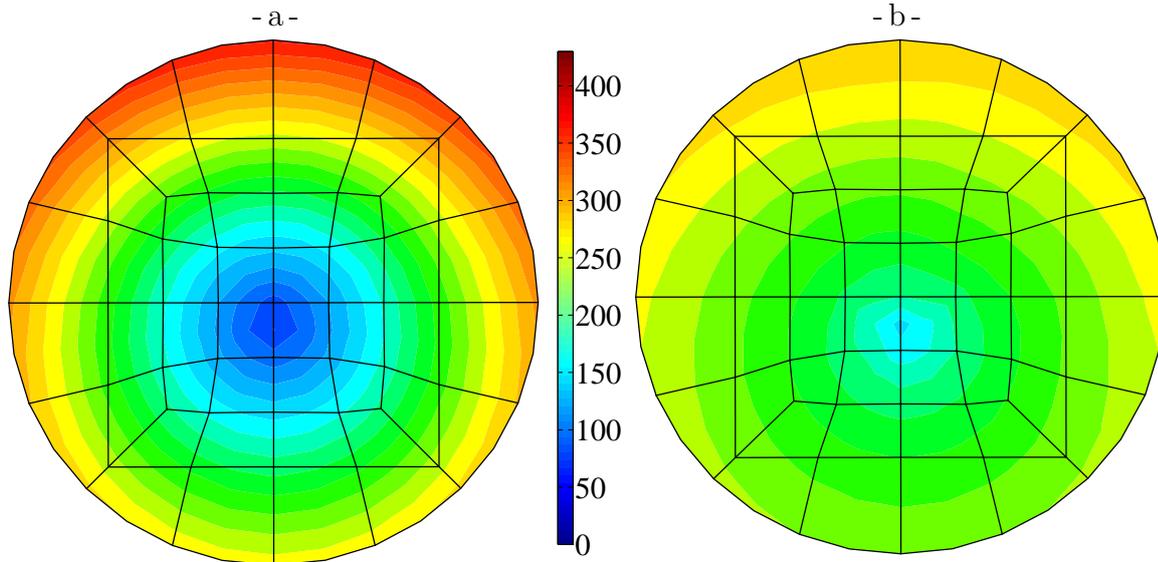


Figure 4.42 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/AMF après pré-contrainte : a) dans le ressort soumis au chargement thermique, et b) dans le ressort à température constante.

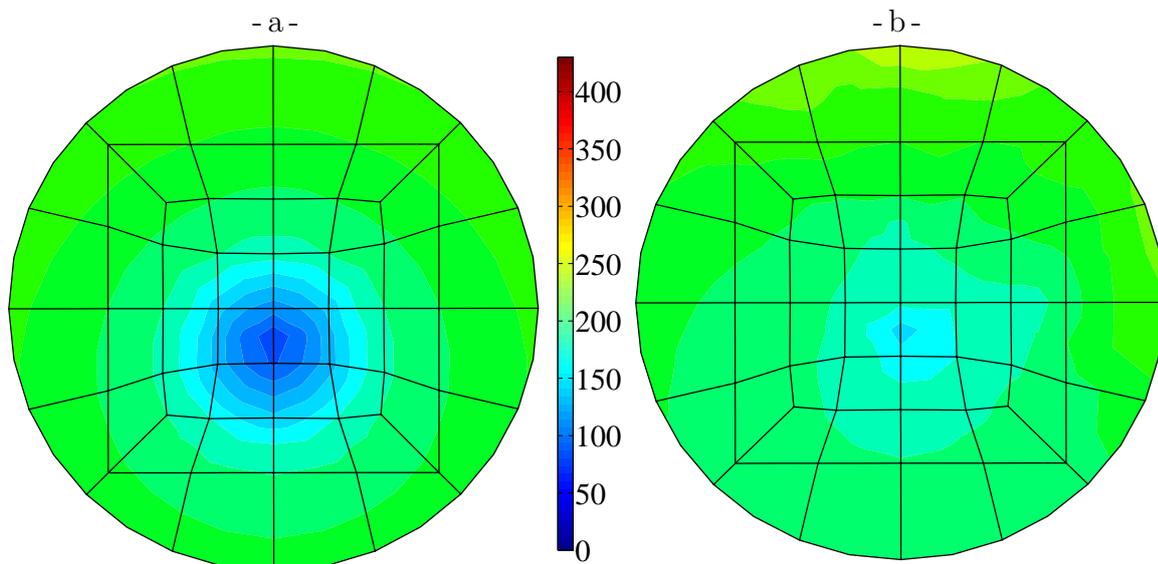


Figure 4.43 – Répartition de la contrainte équivalente dans une section des ressorts hélicoïdaux d'un actionneur AMF/AMF après refroidissement : a) dans le ressort soumis au chargement thermique, et b) dans le ressort à température constante.

tat pour les ressorts de l'actionneur AMF/élastique après refroidissement et les ressorts de l'actionneur AMF/AMF après l'application de la pré-contrainte et après refroidissement. On observe encore une légère dissymétrie de la répartition, due aux dimensions du ressort qui a un diamètre de fil relativement proche du diamètre des spires. L'axe du ressort se situe au dessus des sections représentées.

Sur l'actionneur AMF/élastique, on peut remarquer qu'après application de la pré-contrainte, la répartition des contraintes dans les deux ressorts est quasiment identique,

ce qui est normal vu qu'ils restent en élasticité tous les deux. Après refroidissement, la déformation qui apparaît dans le ressort en Alliage à Mémoire de Forme pendant la transformation entraîne une redistribution des contraintes dans ce ressort et une diminution de la contrainte dans le ressort élastique.

Sur l'actionneur AMF/AMF, la contrainte dans le ressort subissant le cyclage thermique après application de la contrainte est identique à celle observée sur l'actionneur AMF/élastique. Par contre, elle est plus faible dans le second ressort à cause de la redistribution des contraintes dans la section due à la déformation de transformation. Lors du refroidissement, on observe, là aussi, une redistribution des contraintes dans le premier ressort et une diminution de la contrainte dans le ressort à température constante.

La figure 4.44 montre l'évolution sur un point de Gauss dans la section centrale et proche de l'axe du ressort en Alliage à Mémoire de Forme de l'actionneur AMF/élastique, de la fraction volumique de martensite, z , en fonction de la température, T . La répartition

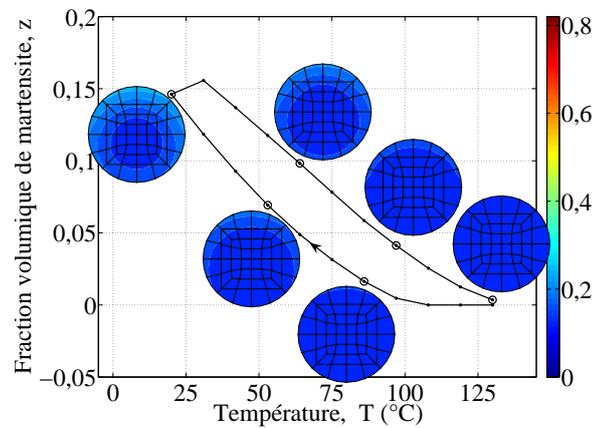


Figure 4.44 – Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section du ressort en Alliage à Mémoire de Forme de l'actionneur AMF/élastique.

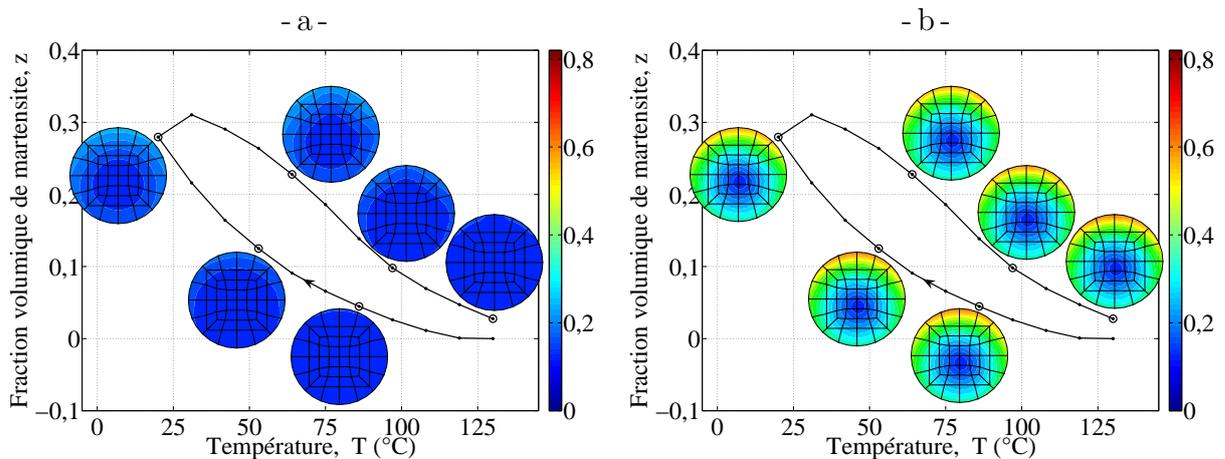


Figure 4.45 – Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la température et sa répartition dans une section des ressorts de l'actionneur AMF/AMF.

dans la section centrale des ressorts, de la fraction volumique de martensite est aussi représentée pour certains points du chargement. Les figures 4.45a et 4.45b montrent les mêmes résultats pour les ressorts de l'actionneur AMF/AMF. On observe l'apparition et la disparition progressive de la martensite au cours du chargement thermique et de la martensite résiduelle à la fin du chauffage.

Les figures 4.46, 4.47a et 4.47b montrent la répartition de la fraction volumique dans la section centrale des ressorts des actionneurs AMF/élastique et AMF/AMF lorsque l'on atteint la température minimale. On observe logiquement que la fraction volumique apparaît aux endroits où la contrainte équivalente est la plus importante.

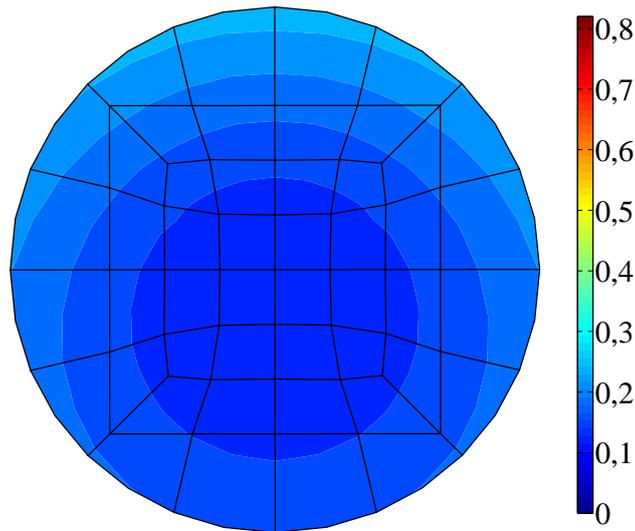


Figure 4.46 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section du ressort en Alliage à Mémoire de Forme de l'actionneur AMF/élastique.

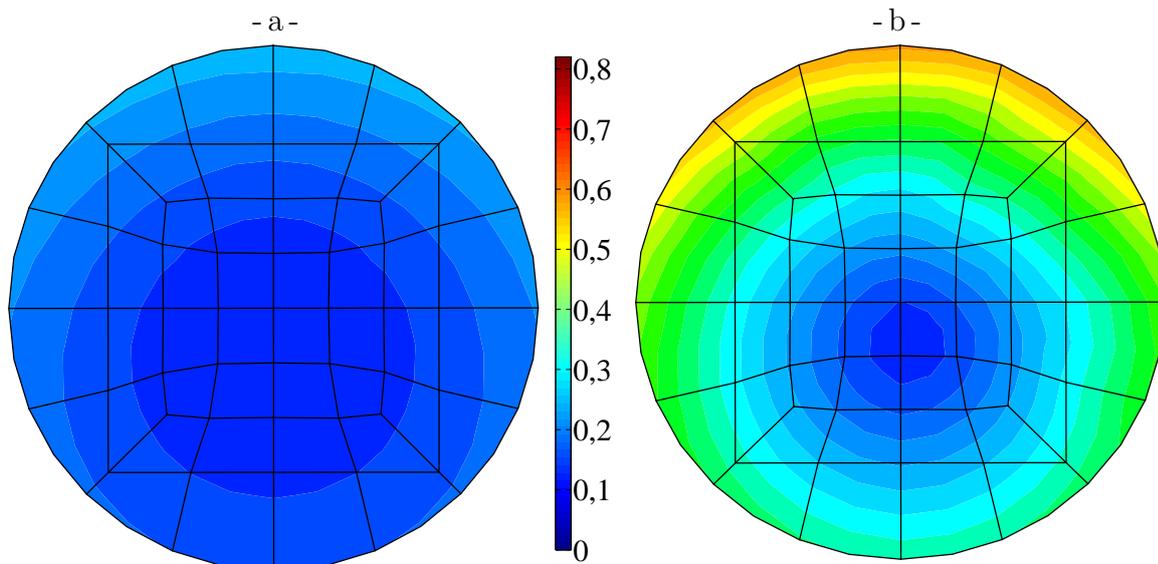


Figure 4.47 – Répartition de la fraction volumique de martensite dans une section des ressorts de l'actionneur AMF/AMF.

Quatre cycles de ce chargement ont été simulés sur l'actionneur AMF/élastique et trois cycles sur l'actionneur AMF/AMF. Les figures 4.36a et 4.36b montrent l'évolution du déplacement, d , de la section centrale en fonction de la température, T , au cours de ces cycles. On observe une légère déformation résiduelle qui s'accumule au cours des cycles avec l'apparition de la martensite bloquée.

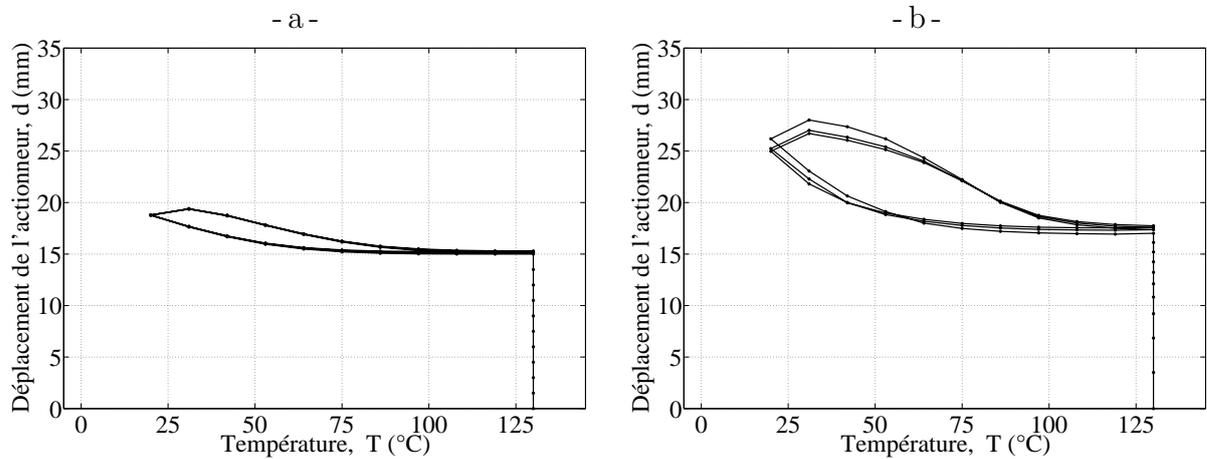


Figure 4.48 – Évolution en fonction de la température, du déplacement de la zone centrale de : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

L'évolution de la force appliquée sur l'actionneur pour maintenir le déplacement imposé constant tout au long du chargement thermique est donnée pour les deux actionneurs sur les figures 4.49a et 4.49b. On observe une diminution logique de l'effort lors du refroidissement. En effet, la transformation induite par l'évolution de la température entraîne un allongement du ressort subissant le chargement thermique, ce qui implique une baisse de l'effort dans l'actionneur. La diminution est légèrement plus faible pour le l'actionneur AMF/AMF à cause du léger comportement à plateau du ressort en Alliage à Mémoire de Forme qui autorise une variation de la déformation pour un effort quasiment constant.

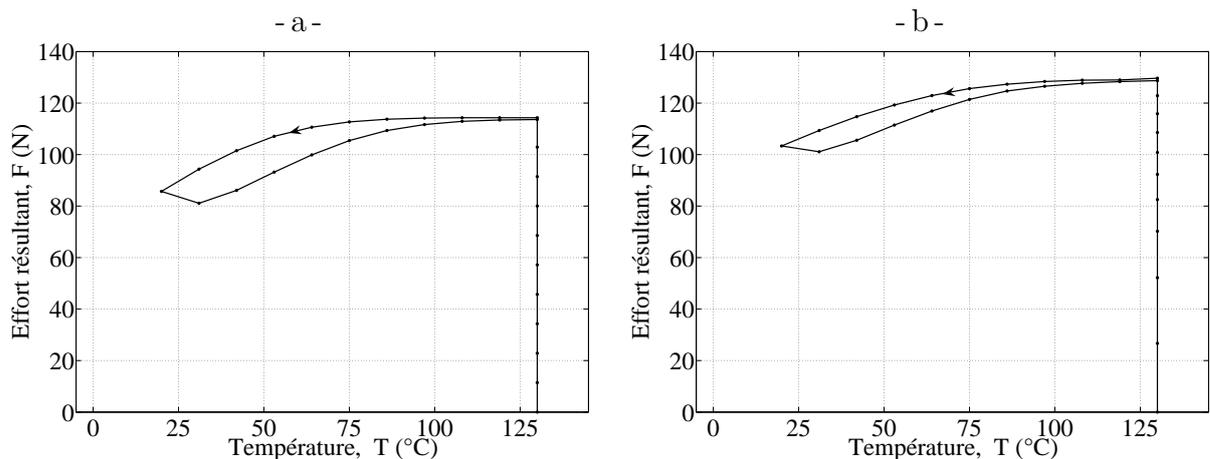


Figure 4.49 – Évolution en fonction de la température de l'effort résultant appliqué sur : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

Les figures 4.50a et 4.50b montrent la répartition, dans la section centrale des ressorts subissant le chargement thermique, de la fraction volumique de martensite résiduelle à la fin du troisième cycle. On observe que la martensite résiduelle est présente aux endroits où il y a eu le plus de transformation. Elle est légèrement inférieure pour le ressort de l'actionneur AMF/élastique car il y a eu moins de transformation pour ce montage.

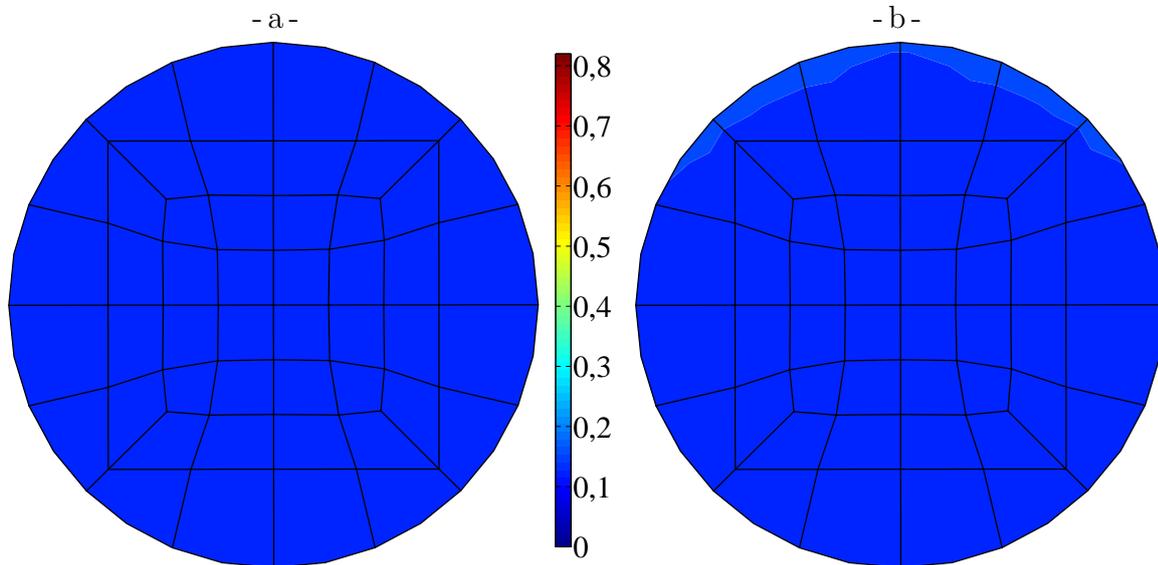


Figure 4.50 – Répartition de la fraction volumique de martensite résiduelle dans une section du ressort sur lequel est appliqué le chargement d'effet mémoire assisté cyclique de : a) l'actionneur AMF/élastique, et b) l'actionneur AMF/AMF.

4.4 Conclusion

La méthode du *retrun-mapping* a été utilisée pour réaliser l'intégration numérique du modèle. Comme les résultats des validations l'ont montré sur un point d'intégration ainsi que sur un élément de volume, cette méthode permet une convergence rapide. La réorientation a été prise en compte par une alternance entre transformations directe et inverse, permettant l'évolution de la direction de la déformation de transformation tout en ayant une fraction volumique de martensite constante.

Le modèle développé permet donc de simuler le comportement de structures en Alliage à Mémoire de Forme soumises à des chargements thermo-mécaniques cycliques. On observe naturellement que la transformation se produit dans les zones les plus contraintes des structures. La martensite résiduelle apparaît alors dans ces mêmes zones, mais elle influence assez peu le comportement global de la structure. En effet, la déformation résiduelle engendrée est accommodée par des déformations élastiques des zones voisines.