

Études numériques

2.1 Amplitude versus déport

2.1.1 Comparaison numérique cavité vide et cavité pleine d'eau

Lorsqu'il y a une cavité vide dans le sous-sol, la première chose que nous avons étudié est la présence d'un angle critique à l'interface sol-air due à l'augmentation de vitesse entre les deux milieux. Nous avons modélisé en deux dimensions les radargrammes multi-dépôts acquis au-dessus de deux milieux trois couches pour observer les variations d'amplitude en fonction de la distance entre l'émetteur et le récepteur (appelé AVO pour Amplitude Versus Offset en anglais). Dans le premier modèle nous considérons une couche de sol au dessus d'une lame d'eau. Dans le deuxième modèle, le sol est au dessus d'une couche d'air. La valeur de permittivité relative du sol a été choisie à 9 pour avoir des coefficients de réflexion égaux, en valeur absolue à incidence normale, entre les deux types d'interface : sol/air et sol/eau.

Pour s'affranchir des réflexions sur les bords du modèle, nous avons pris un domaine de modélisation avec une couche d'air supérieure de large épaisseur comme montré sur la figure 2.1. Dans cette modélisation nous considérons une conductivité électrique nulle, ainsi qu'une perméabilité magnétique relative égale à 1. La source est un signal de Ricker de fréquence centrale 250 MHz. Concernant la polarisation du champ électromagnétique, nous avons pris un mode Transverse Electrique (TE), c'est-à-dire que le champ électrique est perpendiculaire au plan d'acquisition tandis que le champ magnétique y est parallèle.

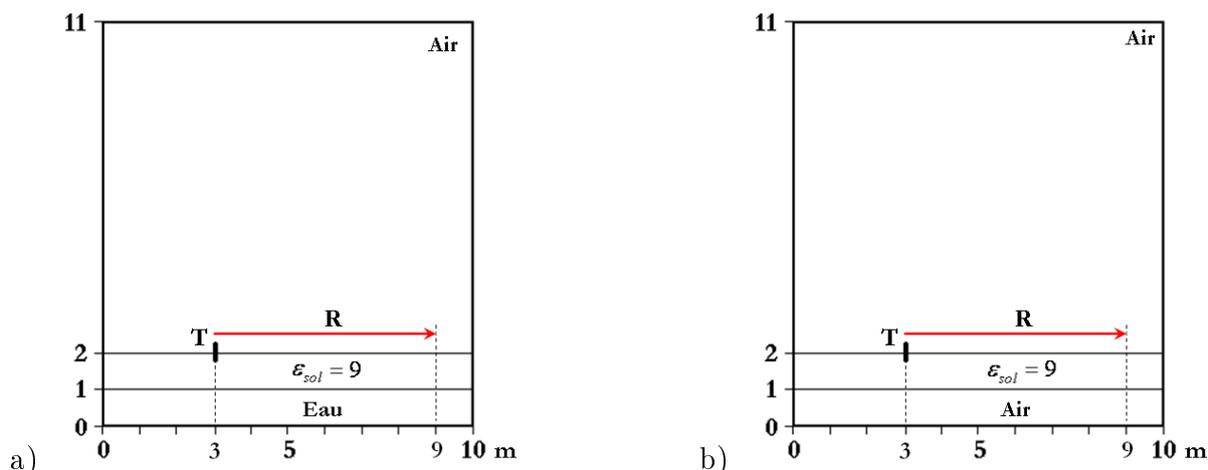


FIGURE 2.1: Modèle tri-couches pour simuler un radargramme multi-dépôts sur a) une cavité pleine d'eau, b) une cavité vide.

Multi-dépôt au dessus d'une cavité pleine d'eau

Dans la première simulation, nous considérons une couche d'air de 9 m de haut, une couche de sol de permittivité relative $\epsilon_s = 9$, de 1 m d'épaisseur, et une couche d'eau de permittivité relative $\epsilon_w = 81$, de 1 m d'épaisseur (Fig. 2.1a). Le coefficient de réflexion à incidence normale est alors $r = \frac{3-9}{3+9} = -0,5$ comme calculé par l'équation 1.28.

Le radargramme obtenu en supposant un émetteur fixe à 3 m et un récepteur dont la position varie de 3 à 9 m, avec un pas de 10 cm, est montré sur la figure 2.2a. Sur ce radargramme nous voyons clairement, les fonctions temps d'arrivée-dépôt correspondant à l'onde directe dans l'air, à celle dans le sol, la première et la deuxième onde réfléchie à l'interface sol/eau, puis une onde réfractée post-critique à l'interface sol/air (voir les explications sur la Fig. 1.6). La première réfléchie a une polarité inverse à celle transmise directement entre les deux antennes dans l'air ou dans le sol comme attendu à cause du coefficient de réflexion négatif. La deuxième réfléchie, sera de polarité identique à l'onde directe dans l'air puisqu'elle a subi deux réflexions sur l'interface sol/eau avec un r négatif. En prenant une permittivité relative de 9 pour le sol, l'angle critique lors du passage sol/air vaut $19,5^\circ$ ce qui correspond à une distance critique de 0,7 m pour une couche de 1 m. Au delà de 0,7 m, on observe donc la droite t-x de l'onde réfractée post-critique qui se détache de l'hyperbole de la première réfléchie. Cette droite est parallèle à l'onde directe dans l'air. Au delà de 1,4 m, on observe une deuxième droite correspondant au temps d'arrivée de la réfractée post-critique suite à une double réflexion.

A noter sur la figure 2.4 que l'amplitude de cette deuxième réfractée post-critique est supérieure à celle de la première, malgré un parcours plus long. Ceci s'explique en regardant la figure 2.3a. La deuxième réfractée suit deux chemins différents. Le récepteur enregistre

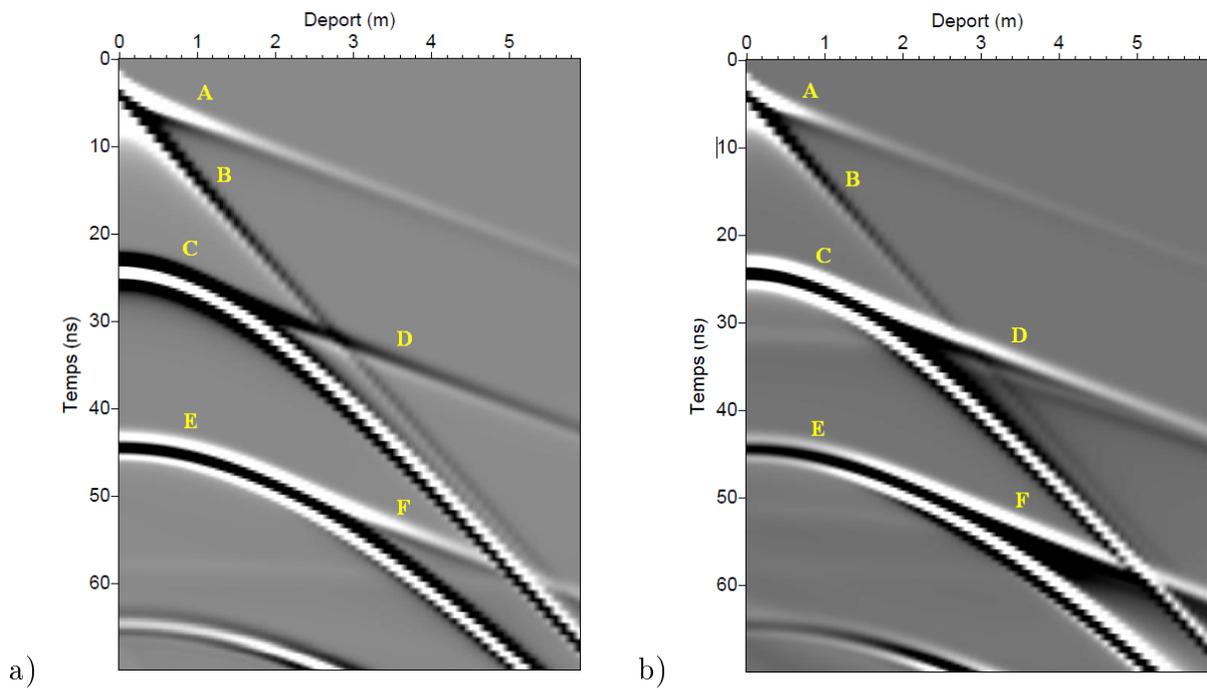


FIGURE 2.2: Modélisation Gprmax2d d'un profil multi-déport acquis au dessus de a) une cavité pleine d'eau, b) une cavité vide. A est l'onde directe dans l'air, B est l'onde directe dans le sol, C est la réflexion sur l'interface sol-eau en a), sol-air en b), D est l'onde réfractée post-critique, E est la première multiple réfléchie de C, F est la deuxième réfractée post-critique.

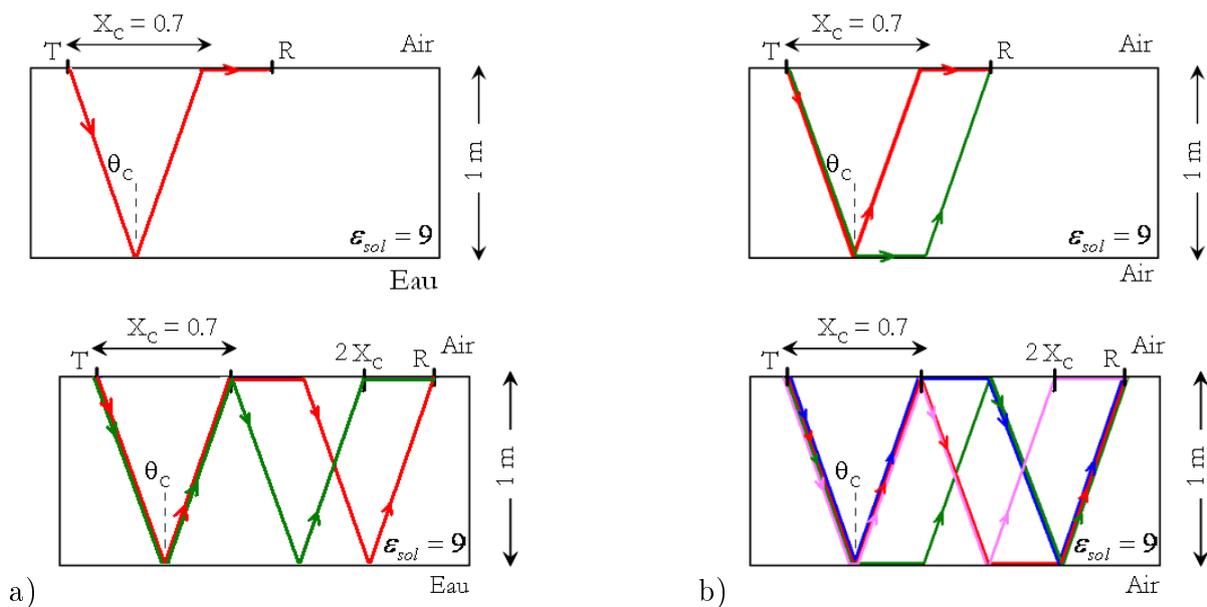


FIGURE 2.3: Chemins parcourus par les ondes réfractées post-critique dans le cas de a) une cavité pleine d'eau, b) une cavité vide.

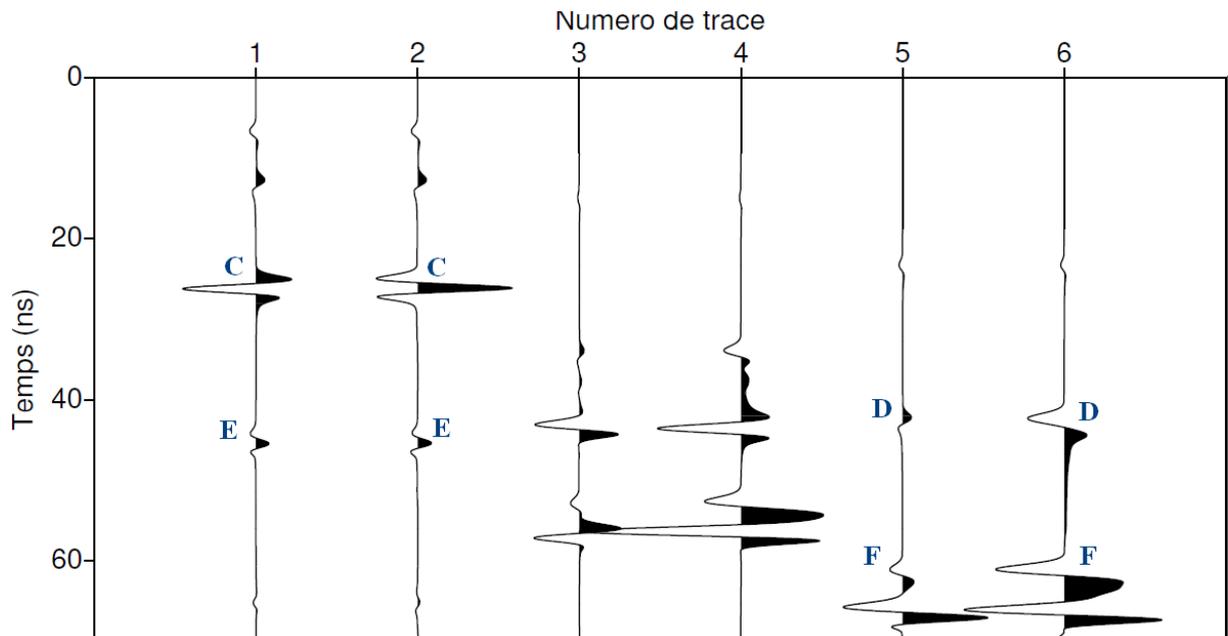


FIGURE 2.4: Comparaisons des traces obtenues dans les deux simulations pour trois déports. Les traces impaires sont acquises au dessus d'une cavité pleine d'eau et les traces paires sont acquises au dessus d'une cavité vide. Les traces 1 et 2 ont été simulées pour un déport de 1 m, les traces 3 et 4 pour un déport de 3,5 m, les traces 5 et 6 pour un déport de 6 m. Pour une meilleur visualisation les amplitudes des traces 3 et 4 ont été multipliées par 2 et, celles des traces 5 et 6, par 10.

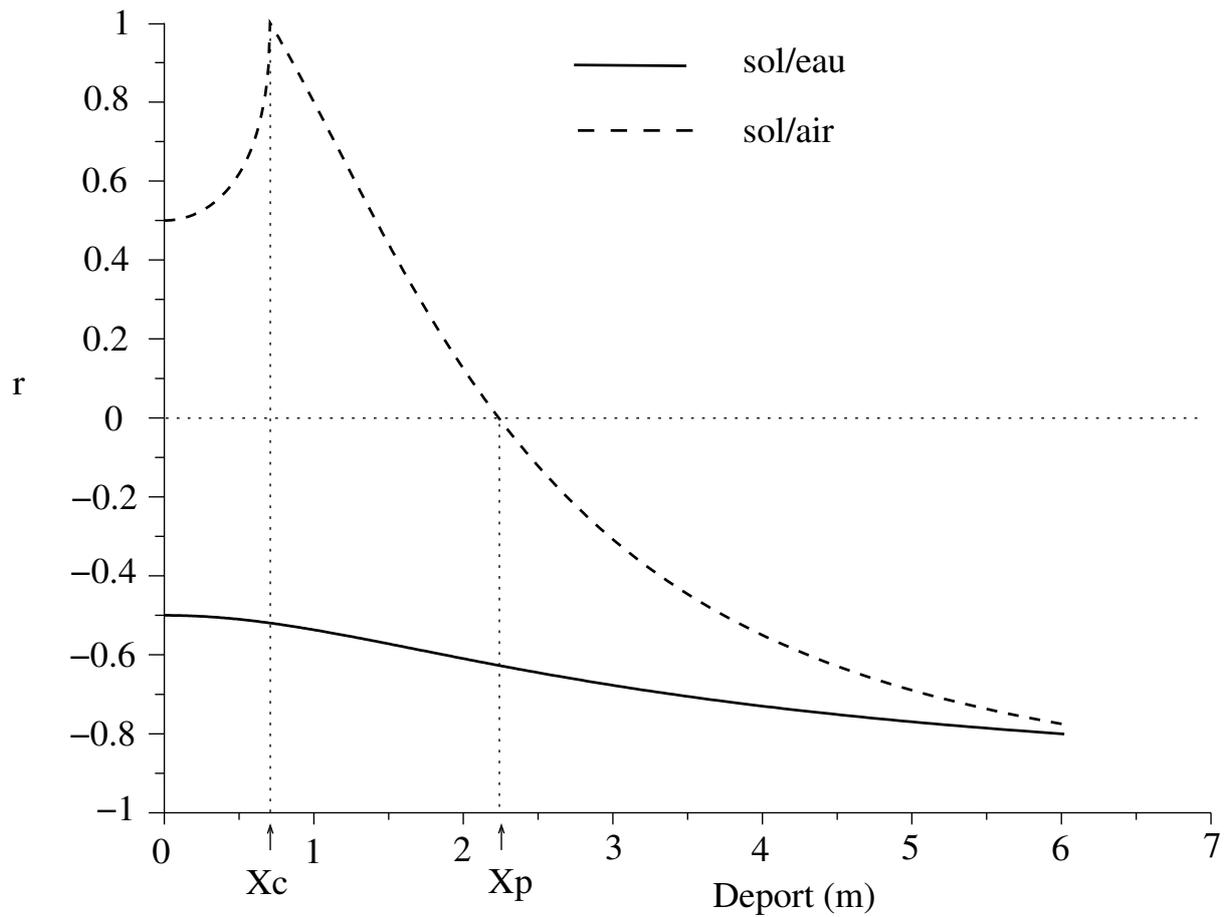


FIGURE 2.5: La partie réelle du coefficient de réflexion en fonction du déport dans le cas des modèles de la figure 2.1. x_c est le déport correspondant à l'angle d'incidence critique lors d'une acquisition au dessus d'une cavité vide. X_p est le déport pour lequel on observe une inversion de polarité lors d'une acquisition au dessus d'une cavité vide.

donc la somme des deux réfractées (interférence constructive) qui arrivent exactement en même temps. Cela double l'amplitude de l'onde réfractée enregistrée.

Multi-déport au dessus d'une cavité vide

Le deuxième cas est celui d'une couche de sol de permittivité 9, d'épaisseur 1 m, au dessus d'un vide (Fig. 2.1b). Le coefficient de réflexion à incidence normale est alors $r = \frac{3-1}{3+1} = +0,5$ comme calculé par l'équation 1.28. Le radargramme obtenu en supposant un émetteur fixe à 3 m et un récepteur dont la position varie de 3 à 9 m, avec un pas de 10 cm, est montré sur la figure 2.2b.

Cette fois, il n'y a pas d'inversion de polarité, aux faibles déports, entre les différents ondes puisque le coefficient de réflexion est positif. L'amplitude de la première réfléchie enregistrée à 1 m (traces 1 et 2 de la figure 2.4) est différente pour les deux modèles à cause de la dépendance du coefficient de réflexion avec l'angle d'incidence (Fig. 2.5). Alors que la valeur absolue de la partie réelle du coefficient r à incidence normale est identique pour les deux milieux, il ne l'est plus pour un angle d'incidence différent de 0° . L'amplitude de la réflexion sur l'interface sol-air augmente rapidement jusqu'à son maximum obtenu à l'angle critique. On parle alors de réflexion totale.

On remarque qu'il existe une distance X_p au delà de laquelle la réflexion sur l'interface sol-air change de polarité. La partie réelle de r est nulle pour $X = X_p$. On observe ce changement de polarité sur le radargramme de la Figure 2.2.

Par ailleurs, l'amplitude de la première réfractée est clairement inférieure à celle de la deuxième, qui cette fois est la somme de 4 ondes réfractées différentes comme dessinées sur la Figure 2.3b.

2.1.2 Application à la détection de cavités

La modélisation de l'amplitude de la réflexion en fonction du déport nous a permis de mettre en évidence trois phénomènes liés à la présence d'une cavité tabulaire dans le sous-sol :

- une première réflexion de même polarité que l'onde directe dans l'air et des réfractées.
- une augmentation de l'amplitude de l'onde réfractée au delà de l'angle critique par rapport au cas d'une réflexion sur une interface en profondeur sans angle critique.
- une inversion de polarisation de l'onde réfléchie au delà d'une certaine distance.

Nous avons tenté d'utiliser ces trois observations pour mettre en évidence la présence d'une cavité sous un plancher entre deux étages (Figure 2.6) et dans la partie des mesures multi-déports acquises au dessus des cryptes de l'église de Sainte-Mesme sont présentées. Dans

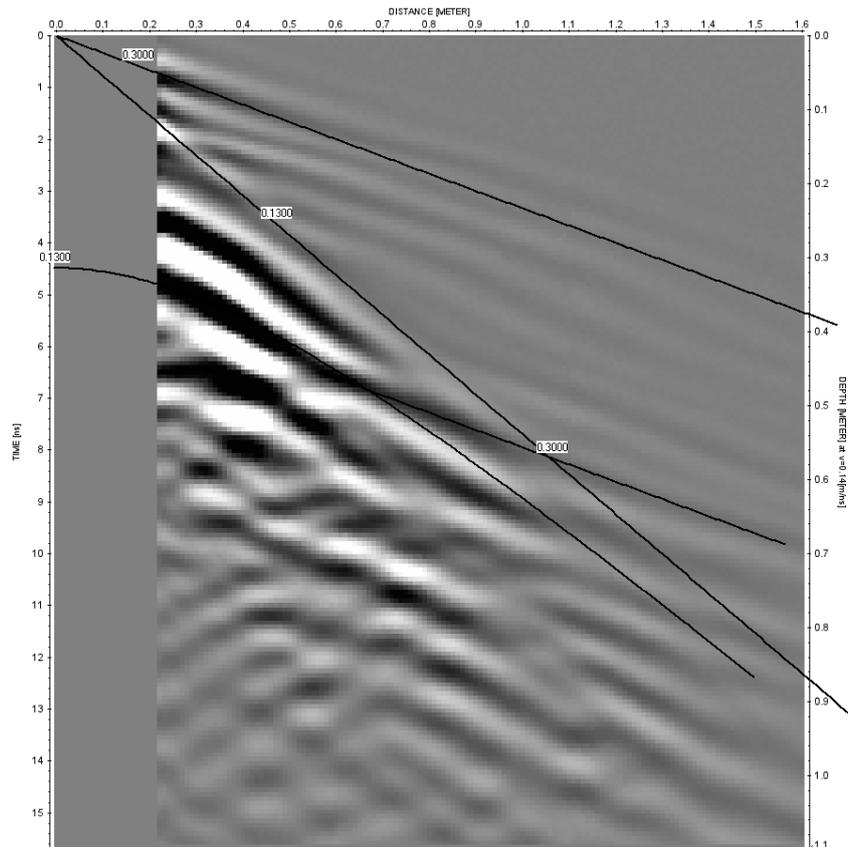


FIGURE 2.6: Radargramme multi-déports acquis sur le plancher d'un bureau du quatrième étage d'un bâtiment avec des antennes 800 MHz. La réflectivité semble changer de polarité pour un déport d'environ 0,7 m correspondant à un plancher de vitesse 0,13 m/ns et d'épaisseur 30 cm.

les deux cas, nous observons une inversion de polarisation à partir d'une certaine distance X_p mais notre interprétation reste discutable. Dans les faits les réflexions multiples liés à l'hétérogénéité des planchers, l'incertitude sur le positionnement du temps zéro et le déport initial nous empêchent d'exploiter au maximum les trois phénomènes observés grâce à nos modélisations FDTD dans les données réelles. L'idée reste à approfondir.

2.2 Cavités à sections carrées

Dans cette partie nous nous intéressons aux limites de détection d'une cavité de section carrée par des mesures de radar de sol depuis la surface dans le cas simplifié d'une cavité unique dans un milieu homogène.

Notre étude ne prend pas en compte la dispersion du signal radar par les diffractions multiples pouvant apparaître à cause de la présence d'objets diffractants souvent nombreux dans la proche subsurface. La modélisation de cet effet se trouve dans l'étude de Fiaz et al (2012). Par ailleurs, Unrau et al. (2011) présentent une acquisition radar 3D sur une structure d'impact à Haughton, Devon Island, Canada, pour quantifier l'effet de la dispersion du signal radar liée à la diffraction multiple dans le contexte de l'exploration planétaire. Finalement Persico et al. (2011) prennent en compte la diffraction multiple liée à des anomalies diélectriques et magnétiques sur un schéma d'inversion linéaire.

Ici nous nous intéressons uniquement à l'amplitude de la réflexion sur une cavité à section carrée en fonction de sa taille, de sa profondeur, de la fréquence du signal électromagnétique incident et de l'atténuation du milieu homogène dû à sa conductivité électrique. Pour cela nous utilisons encore le programme GprMax2D (voir le chapitre 1) pour modéliser le radargramme acquis au dessus d'une cavité enfouie à la distance h de la surface et de section carrée de côté d comme illustré sur la Fig. 2.7. Nous faisons varier d de 0,25 à 3 m et h de 0,25 à 2 m. Nous utilisons Reflexw pour visualiser les résultats.

Nous étudierons trois types de milieu ambiant : milieu 1 peu atténuant ($\varepsilon_r = 4$, $\sigma = 0,001$ mS/m, $\mu_r = 1$), milieu 2 moyennement atténuant ($\varepsilon_r = 4$, $\sigma = 0,01$ mS/m, $\mu_r = 1$) et un milieu 3 fortement atténuant ($\varepsilon_r = 4$, $\sigma = 0,1$ mS/m, $\mu_r = 1$). Nous simulons la source d'onde électromagnétique par un Ricker avec une fréquence centrale de valeurs successives 100, 250, 500 et 800 MHz. Les radargrammes sont simulés en supposant un déport entre l'émetteur et le récepteur fixé à 0,31 m comme dans les antennes Malå. La permittivité diélectrique relative étant fixé à $\varepsilon_r = 4$ dans chacun de nos modèles, la longueur d'onde principale ne dépend que de la fréquence centrale de la source utilisée. Le tableau 2.1 résume les caractéristiques de l'onde électromagnétique utilisée pour nos différentes modélisations.

Les traces obtenues pour des sources Ricker de différentes fréquences centrales pour $d = 0,25$ m et $h = 2$ m sont montrées sur la figure 2.8. Celles obtenues pour $d = 3$ m et $h = 2$ m sur la figure 2.9. Lorsque la taille de la cavité est de $d = 0,25$ m il est impossible de distinguer la réflexion sur le toit de celle sur la base de la cavité. Quand $d = 3$ m, les deux réflexions sont distinctes. En utilisant l'équation 1.28, le coefficient de réflexion de Fresnel à incidence normale sur le toit de la cavité est positif et vaut $1/3$. Celui sur la base de la cavité sera par contre négatif. Il y a donc une inversion de polarisation entre les deux

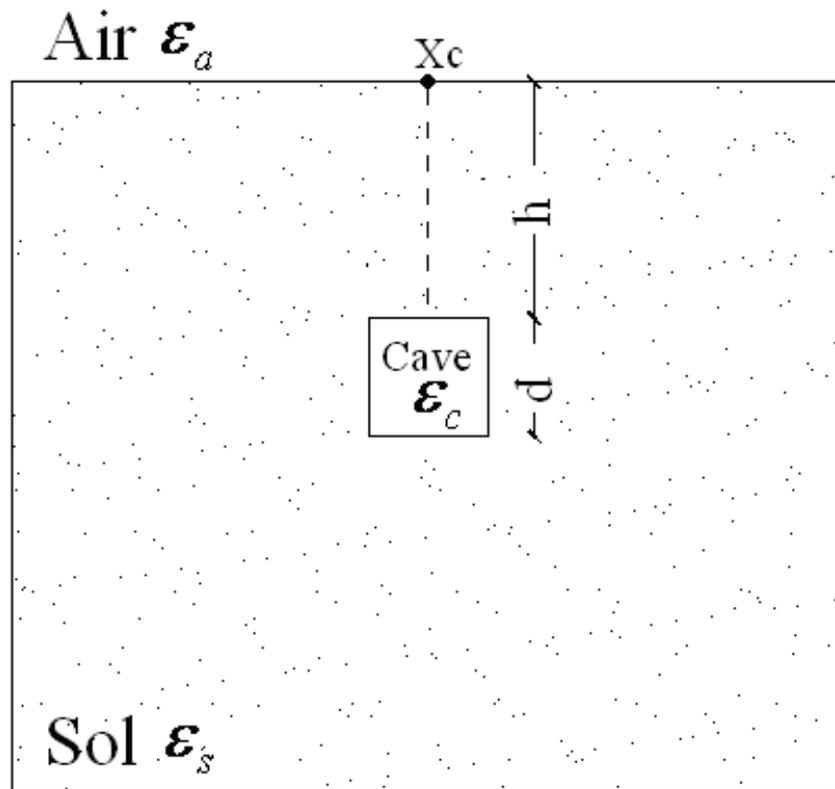


FIGURE 2.7: Modèle de cavité utilisé pour l'étude des limites de détection du radar de sol.

réflexions successives.

Fréquence centrale (MHz)	Longueur d'onde dominante (m)
100	1,5
250	0,6
500	0,3
800	0,188

TABLE 2.1: Fréquences centrales et longueurs d'onde dominantes du signal utilisé pour les simulations.

2.2.1 Réflexion par des couches minces

Les figures 2.8 et 2.9 illustrent la limite de détection entre les réflexions sur le toit et sur la base d'une cavité. Il existe aussi un phénomène intéressant sur l'amplitude de la réflexion sur le toit de la cavité en fonction de sa taille. Dans la littérature, la réflexion sur des couches minces (caractérisées par une épaisseur inférieure à $\lambda/4$) a été étudiée pour comprendre le fait qu'une fracture soit détectable par des mesures de surface sismique

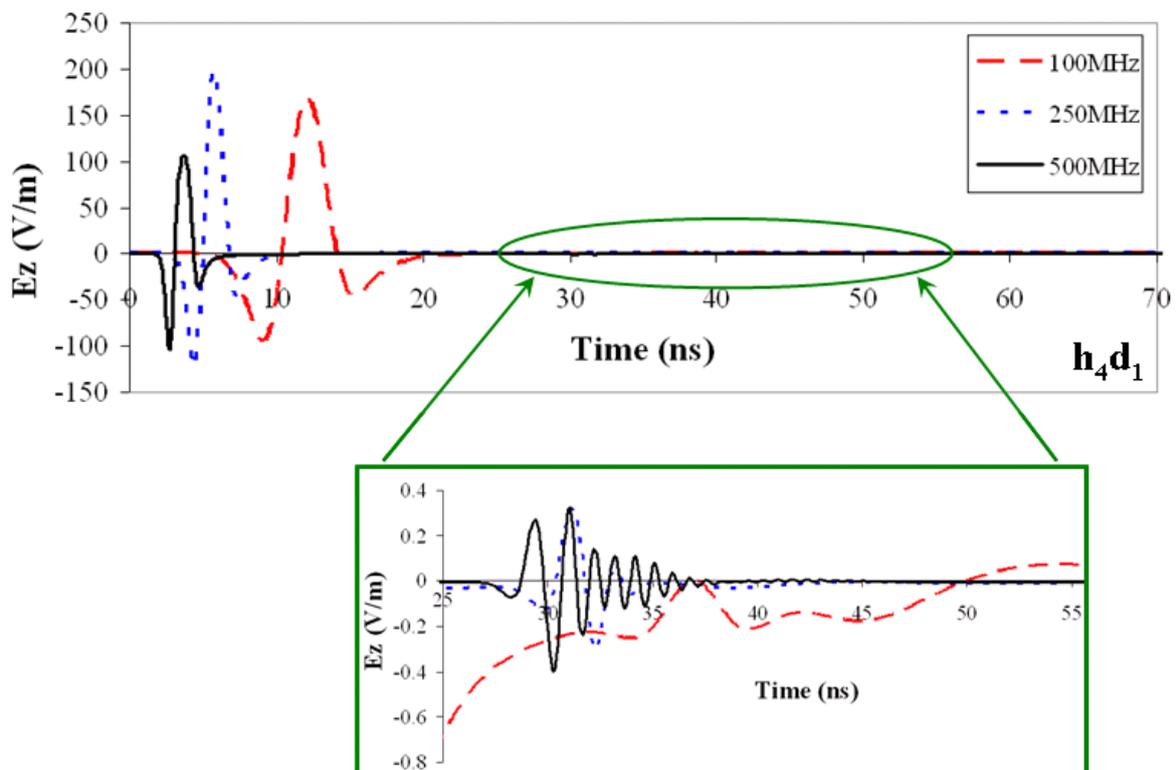


FIGURE 2.8: Traces simulées à différentes fréquences pour une cavité de taille $d = 0,25$ m à la profondeur $h = 2$ m. L'encadré est un élargissement sur l'onde réfléchie sur la cavité.

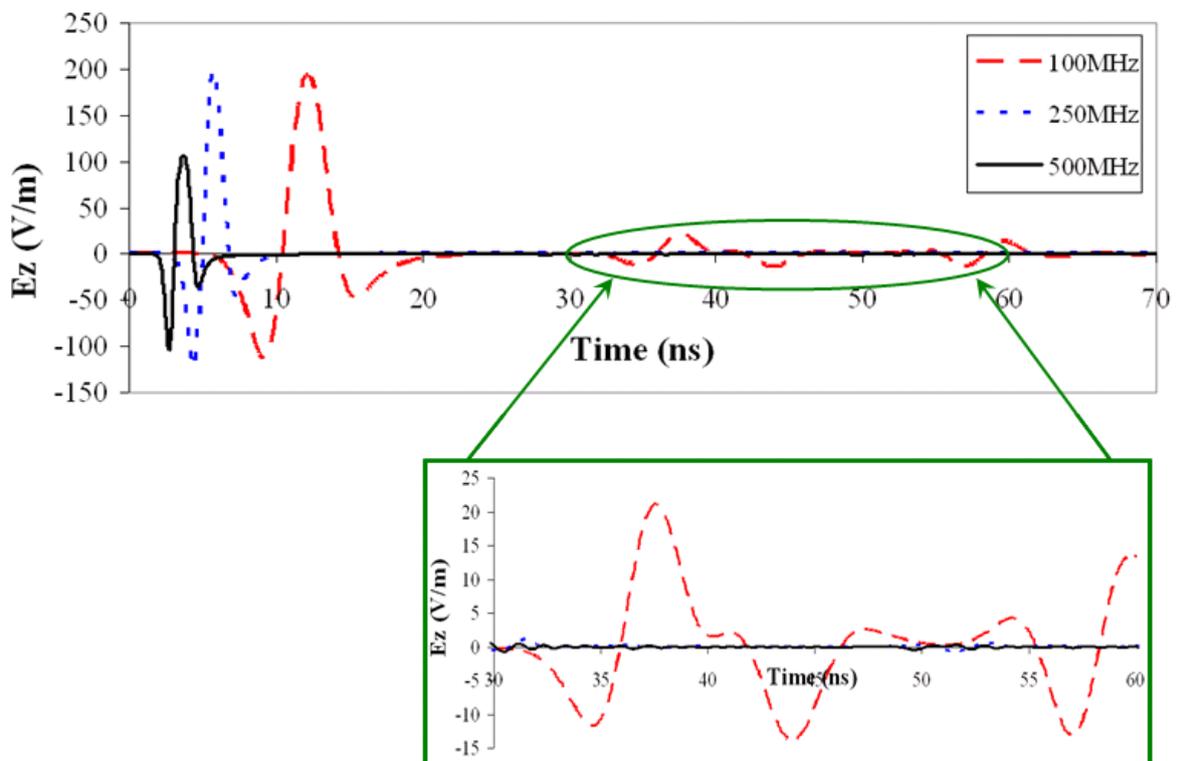


FIGURE 2.9: Traces simulées à différentes fréquences pour une cavité de taille $d = 3$ m à la profondeur $h = 2$ m. L'encadré est un élargissement sur l'onde réfléchie sur la cavité.

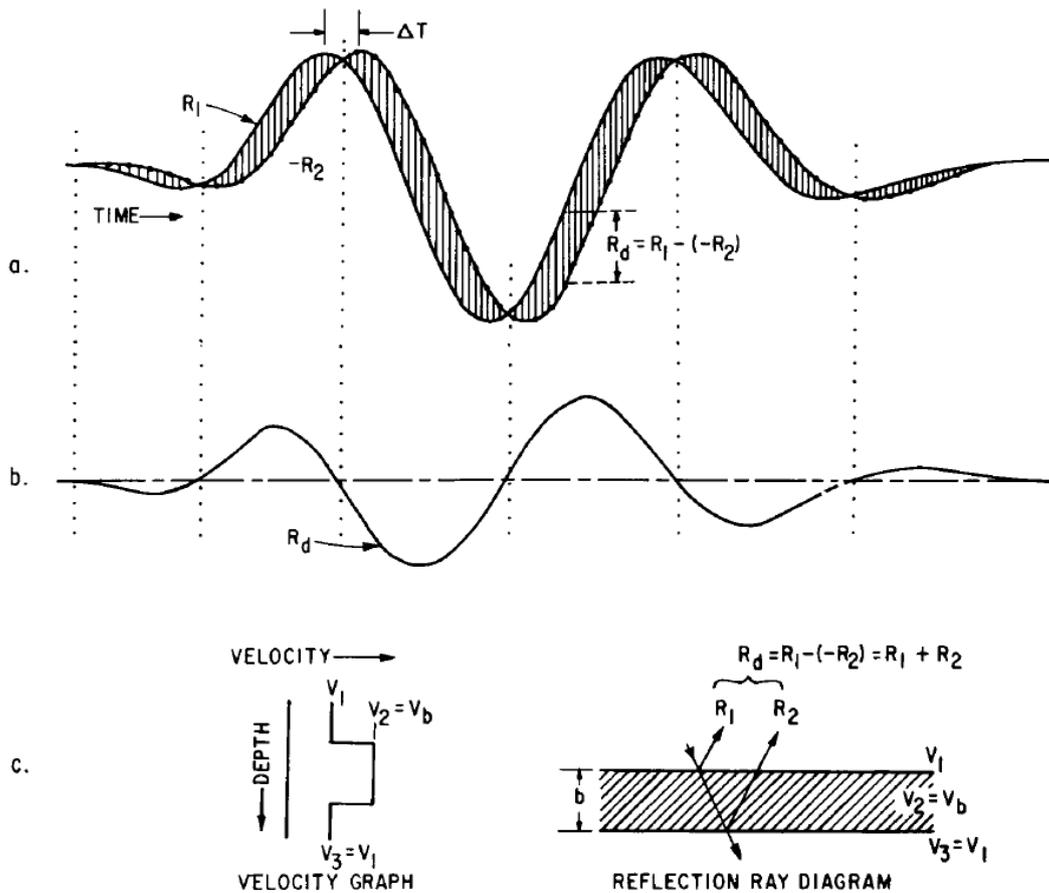


FIGURE 2.10: Interférence entre deux ondelettes identiques avec un décalage temporelle : a) les deux ondelettes, R_1 et $-R_2$ décalées par Δt , b) différences R_d entre R_1 et $-R_2$, c) réflexions associées avec une couche fine où la vitesse V_3 dans la couche inférieure est égale à celle de la couche supérieure V_1 (d'après Widess, 1973).

ou radar. Lorsque la couche est suffisamment mince par rapport à la longueur d'onde de l'onde incidente, les réflexions de l'onde sur le toit et sur la base de la couche arrivent avec un décalage temporel inférieur à la durée du signal émis et les deux ondes réfléchies interfèrent. L'article de Widess (1973) explique ce phénomène sur les figures 2.10 et 2.11.

Liu et Schmitt (2003) étudient l'effet de l'angle d'incidence sur la réflexion d'une onde sismique par une couche mince. Ils montrent sur la figure 2.12 l'amplitude maximale de l'onde réfléchi par une couche en fonction de son épaisseur. Lorsque le rapport entre la longueur d'onde dans la couche, λ , et l'épaisseur de la couche, d , est supérieur à 100, (cas d'une couche très fine), l'amplitude de la réflexion obtenue tend logiquement vers 0 (l'effet de la couche disparaît). Quand le rapport λ/d tend vers 0, l'amplitude de la réflexion est celle que l'on aurait lors d'une réflexion sur une interface simple entre le milieu ambiant et le milieu dans la couche. Entre les deux extrêmes, l'amplitude de l'onde réfléchi varie en fonction du rapport λ/d . Étonnamment, elle augmente lorsque le rapport λ/d

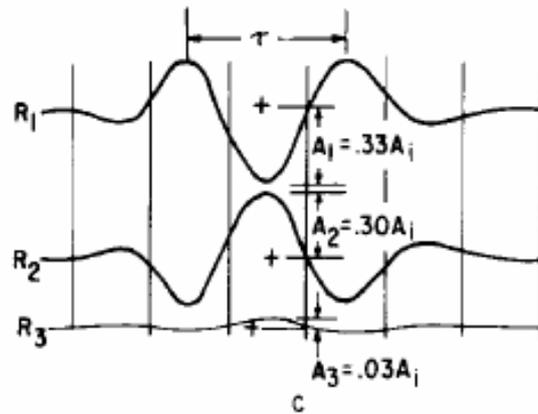


FIGURE 2.11: La réflexion totale R_3 par une couche fine provient de la somme des réflexions R_1 et R_2 dans le cas où la vitesse V_3 dans la couche inférieure est égale à celle de la couche supérieure V_1 (d'après Widess, 1973).

augmente. Sur l'exemple de la figure 2.12, à incidence normale, l'amplitude est maximale pour $d = \lambda/5$. Elle vaut alors 1,7 fois plus que celle obtenue lors d'une réflexion sur une interface simple.

L'amplitude de la réflexion associée à une couche mince en fonction de l'angle d'incidence a été exploité par Bradford et Deeds (2006) en utilisant une solution analytique. Ils l'ont appliquée avec succès pour l'interprétation de données radar acquises au dessus de zones contaminées par des hydrocarbures. Leur étude se limite à des paramètres indépendants de la fréquence et porte uniquement sur l'amplitude du coefficient de réflexion, sans tenir compte de sa phase.

Plus récemment, Deparis et Garambois (2008) évaluent l'utilisation de l'amplitude et de la phase de la réflexion sur une couche mince pour déterminer les propriétés d'une fracture (ouverture et contenu) à partir de mesures radar en surface. Dans leur étude ils prennent en compte la dispersion des paramètres électromagnétiques du milieu présentant la fracture. Ils appliquent leur analyse à des données réelles.

Finalement, Diamanti et Giannopoulos (2008) étudient le problème de la modélisation FDTD de couches minces en incluant une zone avec un maillage fin autour de la couche à l'intérieur d'un maillage plus grossier. Ils limitent ainsi le temps de calcul. Ils appliquent leur étude au cas de la détection d'interstices entre les briques constituant des piles de ponts, phénomène d'érosion qui modifie leur résistance et donc leur solidité. Dans cet article leurs exemples numériques sont calculés avec une source de fréquence nominale 1,5 GHz ce qui correspond à une longueur d'onde principale dans l'air $\lambda = 0,2$ m. Ils tracent l'amplitude maximale de l'onde réfléchie sur des couches d'épaisseur variant successivement de 1, 3, 6 et 12 mm, correspondant à $0,005 \lambda$, $0,015 \lambda$, $0,03 \lambda$ et $0,06 \lambda$ (Fig. 2.13). Leurs exemples numériques concernent donc des couches très minces. L'amplitude maxi-

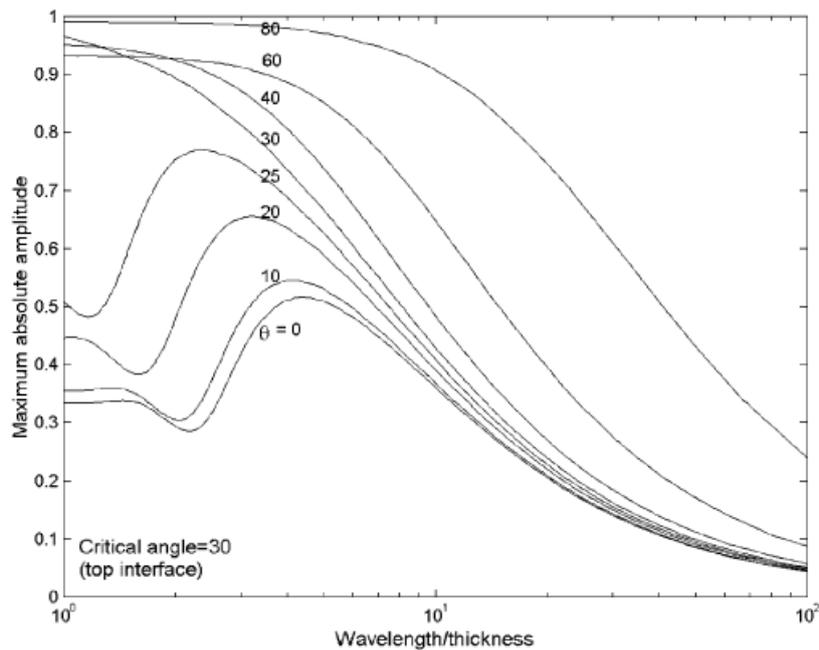


FIGURE 2.12: Amplitude maximale de l'onde réfléchi par une couche dans un milieu homogène en fonction du rapport longueur d'onde λ sur épaisseur d de la couche (d'après Liu et Schmitt, 2003).

male de l'onde réfléchi varie en fonction de l'épaisseur de l'interstice.

Inspirés par ces différentes études, nous avons cherché à étudier l'effet de la profondeur h et de l'épaisseur d d'une cavité carrée à différentes fréquences, avec un milieu présentant une conductivité électrique non nulle, sur l'amplitude de la réflexion.

2.2.2 Résultats de l'analyse numérique

Les traces simulées à 500 MHz, dans un milieu de conductivité électrique de 0,01 S/m, pour une cavité de section carrée de taille $d = 0,25$ m pour différentes profondeurs h sont présentées sur la figure 2.14. Celles pour une cavité de taille $d = 3$ m sont sur la figure 2.15. Sur chacune de ses traces, le point de la réflexion sur le toit de la cavité, d'amplitude maximale est repéré et quantifié. Dans la figure 2.16, nous présentons, pour un signal source Ricker de fréquence centrale 500 MHz, l'amplitude maximale de la réflexion sur le toit de la cavité en fonction de sa profondeur h , de sa taille d et pour les deux milieux $\sigma = 0,01$ S/m et $\sigma = 0,001$ S/m. Comme attendu, pour une taille de cavité donnée, l'amplitude maximale de la réflexion sur le toit de la cavité diminue quand la conductivité électrique du milieu extérieur augmente.

Pour une conductivité électrique donnée, l'amplitude diminue aussi quand h augmente. Par contre, pour une profondeur h donnée, l'amplitude maximale de la réflexion augmente

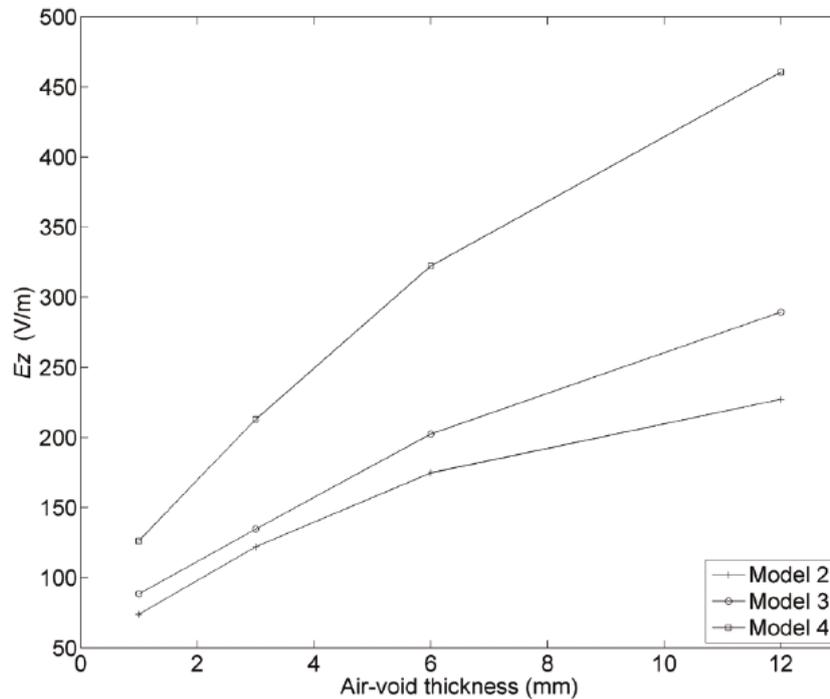


FIGURE 2.13: Amplitude maximale de l'onde réfléchiée par une couche mince à différentes profondeurs (2.33 m pour le modèle 2, 1.4 m pour le modèle 3, 0.46 m pour le modèle 4) en fonction de l'ouverture de la couche en mm (d'après Diamanti et Giannopoulos, 2008).

avec la taille de la cavité d , jusqu'à atteindre un maximum, pour ensuite diminuer jusqu'à la valeur attendue pour une réflexion sur une couche non mince. Ces deux effets se compensent et la figure 2.17 présente les valeurs de d en fonction de h pour lesquelles le maximum est observé. La courbe obtenue est modélisée par l'équation

$$d = 49,83 \log(h) - 14,7, \quad (2.1)$$

où d et h sont exprimés en centimètres. Ces expériences numériques ont été répétées pour une onde incidente de fréquence centrale 800 MHz et une autre fois pour 100 MHz et la relation semble être indépendante de la fréquence. Par ailleurs, elle est aussi indépendante de la conductivité électrique du milieu extérieur.

2.2.3 Conclusion

Cette étude nous a permis de mettre en évidence que la détection de cavités à section carrée par mesures radar de surface n'était pas uniquement liée à la profondeur de la cavité et à l'atténuation du milieu ambiant mais aussi à sa taille. La taille donnant une réflexion d'amplitude maximale en surface dépend de la profondeur de la cavité. Lorsque la cavité est suffisamment grande ($d > \lambda/4$) l'amplitude de la réflexion est celle que l'on

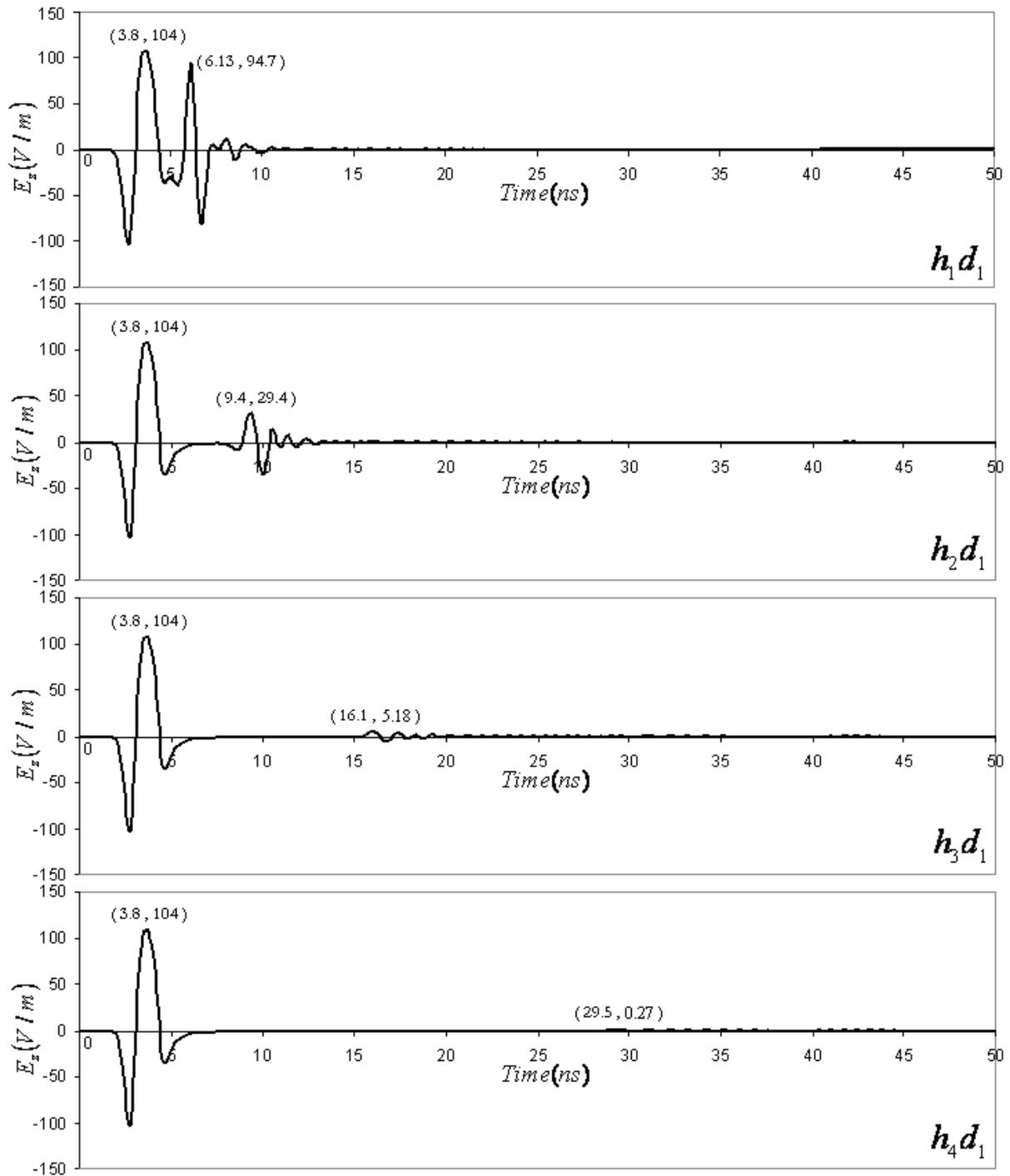


FIGURE 2.14: Traces simulées à 500 MHz dans un milieu de conductivité électrique de 0,01 S/m pour une cavité de section carrée de taille $d_1 = 0,25$ m pour différentes profondeurs $h_1 = 0.25$ m, $h_2 = 0.5$ m, $h_3 = 1$ m et $h_4 = 2$ m. Les points d'amplitude maximale sont indiqués entre parenthèses à côté de chaque trace.

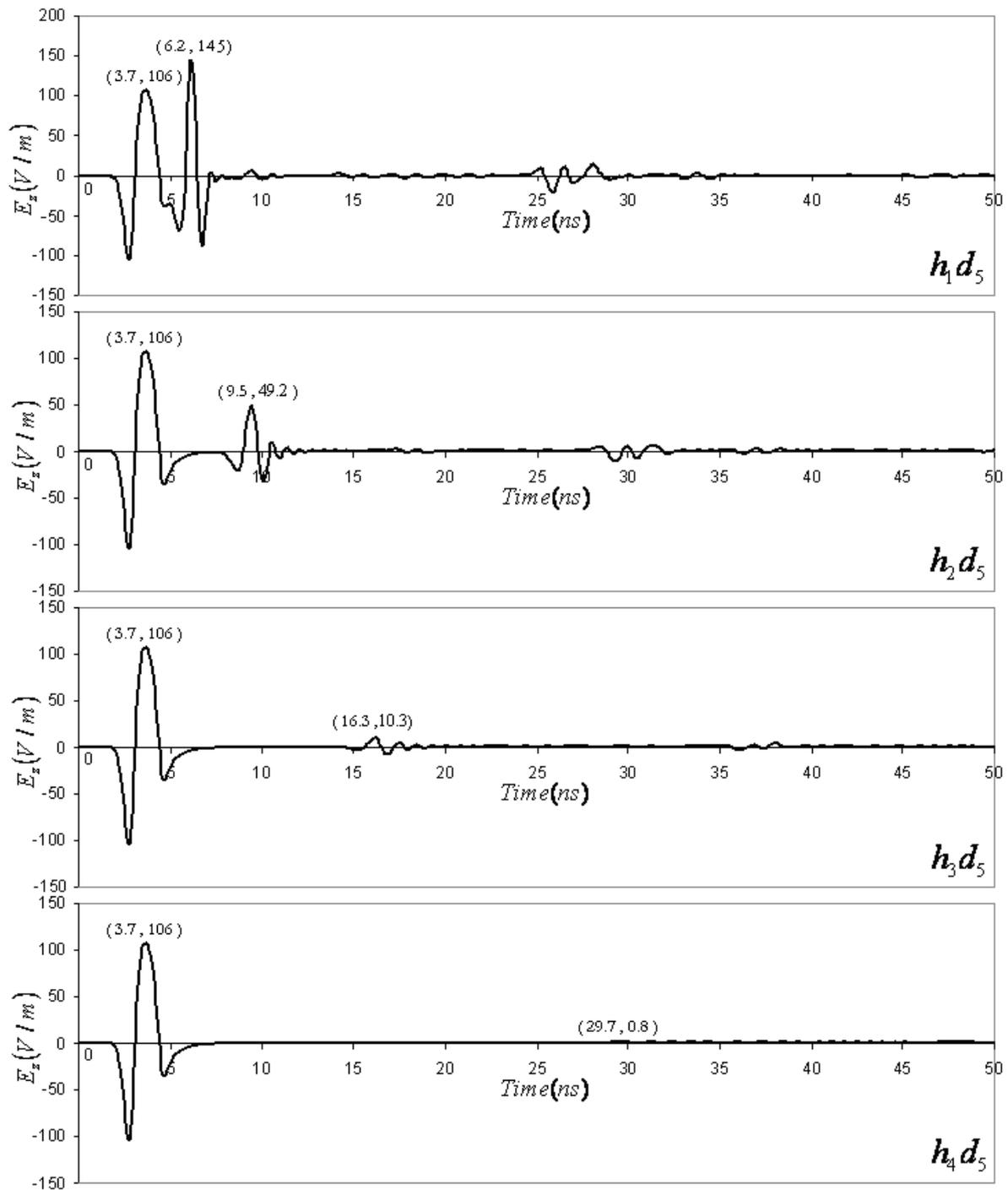


FIGURE 2.15: Traces simulées à 500 MHz pour une cavité de section carrée de taille $d_5 = 3$ m pour différentes profondeurs $h_1 = 0.25$ m, $h_2 = 0.5$ m, $h_3 = 1$ m et $h_4 = 2$ m. Les points d'amplitude maximale sont indiqués entre parenthèses à côté de chaque trace.

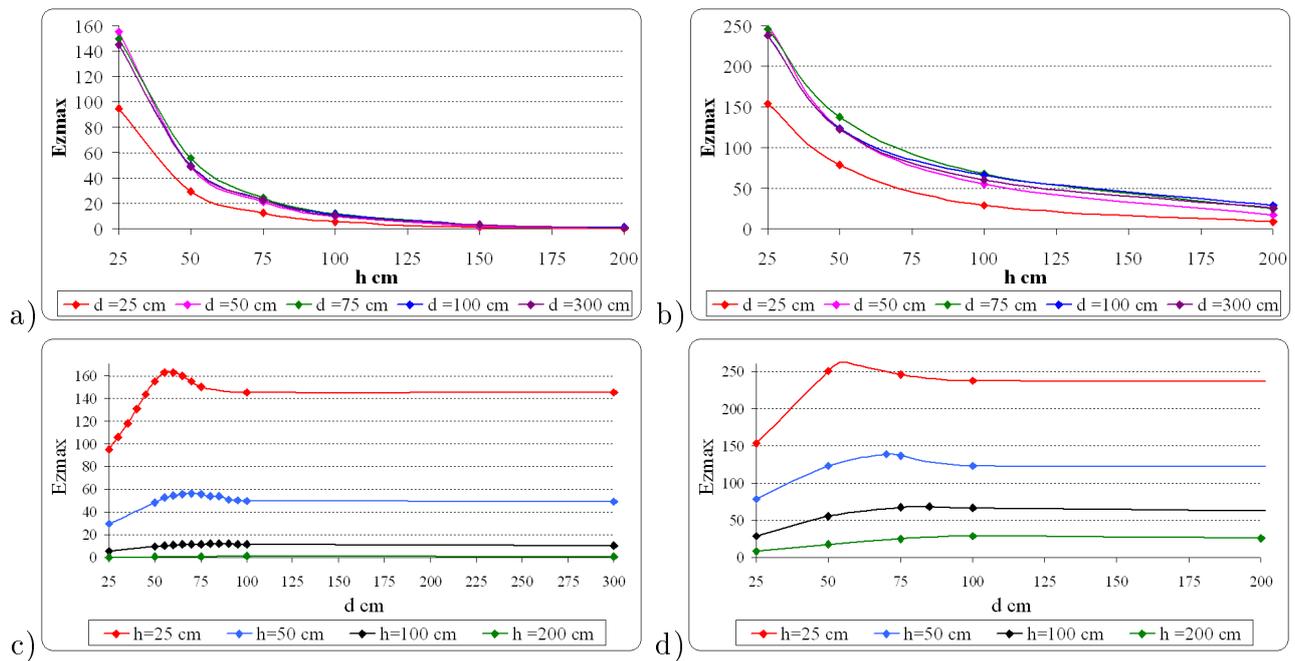


FIGURE 2.16: Amplitude maximale de l'onde réfléchi par une cavité carrée à 500 MHz, pour deux milieux de conductivité électrique différente (0,01 S/m à gauche et 0,001 S/m à droite). En a) et b), l'amplitude varie en fonction de la profondeur de la cavité h . En c) et d), l'amplitude varie en fonction de la taille d de la cavité.

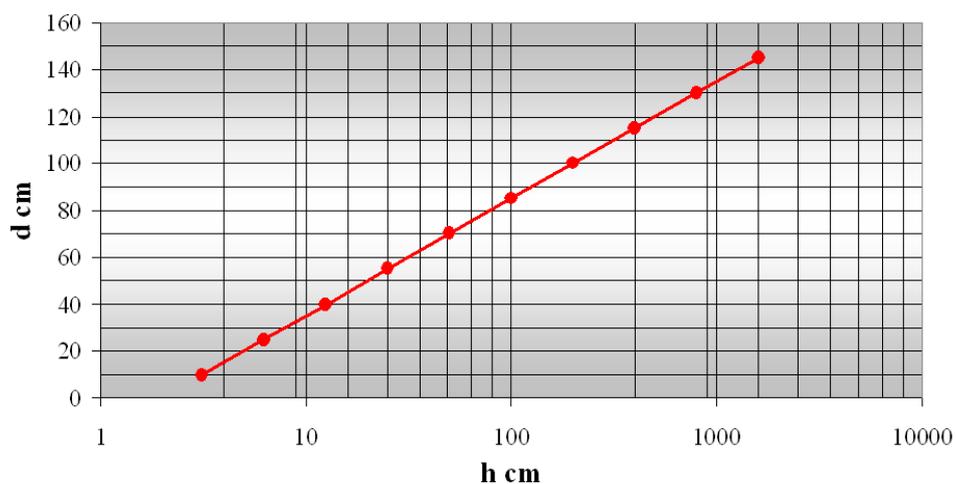


FIGURE 2.17: Taille de cavité d pour laquelle l'amplitude de l'onde réfléchi est maximale en fonction de sa profondeur h .

aurait dans un milieu bi-couche. Lorsque la taille de la cavité décroît, l'interférence entre l'onde réfléchie sur le toit et celle sur le fond de la cavité résulte en une augmentation de l'amplitude totale. Cet effet compense celui de l'atténuation et il existe une taille optimale, donnée par l'équation 2.1, indépendante de la conductivité électrique et de la fréquence (indépendance vérifiée seulement pour un signal source de type Ricker centré successivement sur 100, 500 et 800 MHz).