Ce chapitre va nous permettre de situer le contexte de notre travail. Nous rappelons dans une première partie les fondamentaux sur la reconnaissance des formes en utilisant une des modélisations possibles, celle que l'on peut attribuer à SIMON [Simon-80] et à EMPTOZ [Emptoz-83].

Dans la partie suivante nous rappelons la définition de la prétopologie et nous montrons que c'est un outil qui permet de traduire la notion de voisin (ou de ressemblance) qui est au cœur des actions de reconnaissance.

Nous dresserons ensuite dans la troisième partie un panorama des thèses et des travaux consacrés à la thématique prétopologie et reconnaissance de formes. Nous conclurons ce chapitre en expliquant l'objectif de notre travail qui a un volet synthèse de l'existant et un volet développement de l'outil.

I - LA RECONNAISSANCE DE FORMES

I-1 Le cadre général de la Reconnaissance de Formes

La Reconnaissance automatique de Formes (RF) est née à la fin des années 50; on associe souvent ses débuts à l'élaboration du perceptron par ROSENBLATT [Rosenblatt-62]. Depuis, la discipline n'a pas cessé d'évoluer et les développements concomitants de l'instrumentation (notamment des capteurs) et des moyens informatiques ont aussi joué un rôle important dans l'essor de la RF. Cette évolution concerne aussi bien les domaines et les thématiques des applications que les méthodes opératoires proprement dites; hier on associait une méthode de reconnaissance à un problème donné; aujourd'hui, pour un problème particulier, on a tendance à faire coopérer plusieurs approches ou démarches (ou bien à définir des stratégies multi-agents).

Dans un problème de reconnaissance il y a un petit nombre de notions (les constantes fondamentales de la RF) qui apparaissent systématiquement; nous allons les retrouver dans le schéma suivant qui peut être vu, aujourd'hui, comme une composante élémentaire de tout problème de reconnaissance

Schéma élémentaire

D'une façon schématique, on peut dire que toute action de reconnaissance de formes met en jeu trois ensembles et deux applications.

O : ensemble des objets à reconnaître. C'est un sous-ensemble du monde qui nous entoure, limité par le problème auquel nous nous intéressons.

R : ensemble (ou mieux espace) des représentations de ces objets

Ω : ensemble d'interprétation. Il est très souvent réduit à un ensemble de noms ou d'étiquettes; c'est l'ensemble des classes.

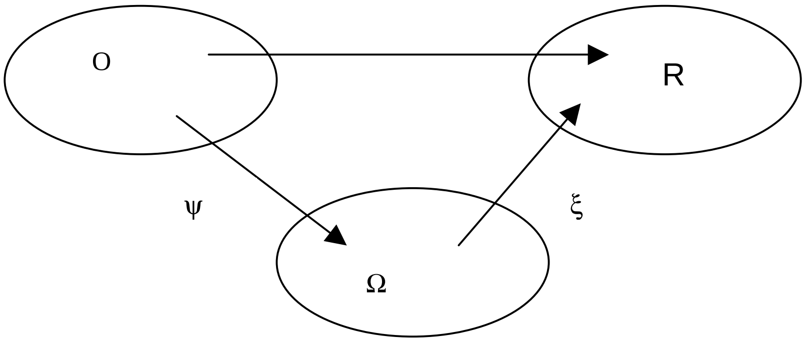
Le but du problème est d'associer une interprétation (un nom) à chaque entité de O. On peut considérer que, dans la plupart des cas, à un certain niveau, les ensembles O et Ω sont connus ; ce n'est, en fait, pas vrai pour Ω en classification automatique (c'est à dire non supervisée par un être humain) et dans certains problèmes de diagnostic [Dubuisson-90].

En reconnaissance automatique, nous devons passer par l'espace de représentation (qui permet de fournir des données acceptables par nos machines) et nous avons besoin, pour réaliser l'association évoquée ci-dessus, de construire en plus de $\Re$ les deux applications suivantes:

ψ : O $\rightarrow$ R

ξ : R $\rightarrow$ Ω

On peut résumer ce cadre dans le schéma suivant:



Commentaires sur les espaces et les applications.

<u>L'ensemble O.</u>

Il est impossible de faire des hypothèses sur cet ensemble et sur une quelconque structure mathématique sous-jacente, la donnée d'un problème particulier de reconnaissance de formes doit nous permettre de spécifier les éléments de O.

<u>L'espace de représentation R :</u>

Cet espace permet de décrire ou de représenter les objets de O, c'est une représentation opératoire de l'objet que l'on doit avoir, en d'autres termes, elle doit être sous forme numérisée (ou facilement numérisable) afin que l'ordinateur puisse la prendre en compte et la traiter.

Des prises de mesures réalisées grâce à des capteurs physiques ou de simples descriptions permettront de représenter chaque objet de O par une suite de descripteurs ou caractéristiques qui peuvent être :

- des valeurs numériques, des mesures, le niveau de gris pour le pixel,...
- des formes élémentaires (des critères de formes, des éléments d'un alphabet, des primitives, ...) qui sont elles-mêmes facilement représentables par une liste d'entités numériques.

Un élément de R est donc un ensemble de caractéristiques pris dans un certain ordre; on l'appellera, selon le cas, chaîne ou vecteur de caractéristiques (bien que ce ne soit pas un vecteur au sens de la théorie des espaces vectoriels mais seulement un n-uple !); le fait de pouvoir doter R de structures (des éléments organisationnels) pourra faciliter la résolution du problème de reconnaissance, notamment en servant pour la construction de ξ.

Il n'y a pas de règle associée à la définition de R mais cet ensemble dépend nécessairement de ξ et ψ :

- le choix de R est associé étroitement au choix de ξ ; c'est le cœur de la partie algorithmique du problème de reconnaissance de formes. Un fil directeur pourrait être la recherche du meilleur rapport de la pertinence de l'information apportée sur la limitation de la complexité.
- on ne peut pas mettre n'importe quelle caractéristique dans R; il faut impérativement que ψ nous permette de la saisir et de la mémoriser, c'est le problème de la calculabilité ou de l'informatisation.

L'ensemble R est souvent considéré comme un espace dans le sens où il est structuré. La relation existant entre ses éléments est souvent une relation de voisinage qui peut être associée à une distance, à une (dis)similarité ou encore à une ressemblance.

L'espace d'interprétation Ω :

Ω se présente souvent sous la forme d'un ensemble fini de classes ω : $\Omega = \{\omega_1, ...\omega_n\}$.

En OCR (Reconnaissance Optique de Caractères) par exemple, chaque élément ω est le nom d'un caractère, d'un chiffre, d'une lettre majuscule ou minuscule, d'un des signes (de ponctuation ou non), qu'on peut voir sur les claviers de machines à écrire ou des ordinateurs.

Dans de nombreuses situations de diagnostic, médical en particulier, la définition de Ω est complexe On peut avoir recours à des structures très diverses afin de modéliser au mieux le problème, ainsi, par exemple il pourrait être une réunion de sous-ensembles flous.

Dans tous les cas il est très raisonnable d'introduire une étiquette supplémentaire que nous ferons correspondre à une classe dite de rejet; elle permettra de traduire le fait que dans certaines situations, on ne sait pas, ou bien on ne peut pas, conclure.

Dans les problèmes que nous appelons classification automatique ou coalescence l'objectif est, de fait, la construction des classes, c'est à dire la construction de Ω qui doit satisfaire à des contraintes données a priori.

Ω, comme R, peut aussi être considéré comme un espace, c'est à dire muni d'une structure qui se résume généralement par des relations de ressemblance ou de proximité entre ses éléments.

L'application ψ :

Pour la facilité du langage, nous parlons d'application, bien qu'en fait ψ puisse recouvrir les activités des capteurs (caméras, scanners, appareils de mesures, .) qui peuvent saisir les informations qui sont accessibles par les organes des sens de l'homme, ou qui ne le sont pas (l'infrarouge par exemple).

Les informations issues de ces capteurs (des signaux bruts) ne sont pas toujours exploitables par la machine Des procédures de prétraitement et/ou de paramétrisation sont alors mises en œuvre; ψ recouvre aussi ces activités.

La fonction d'identification ξ :

ξ, tout comme ψ, n'a pas d'existence propre bien que l'on dise qu'une identification est une application ξ de l'espace de représentation dans l'espace d'interprétation

« *Le but de la reconnaissance de formes est d'effectuer cette application de manière constructive, en d'autres termes de trouver un algorithme qui l'effectue pour toute valeur de R »* [Simon-84]. Un tel algorithme est souvent appelé opérateur de reconnaissance, soulignant sa nature effective ou programme de reconnaissance de formes s'il est utilisable par un système informatique. On désignera même ξ par le vocable *méthode de reconnaissance*.

Il faut noter que le résultat donné par ξ, appliqué sur R n'est pas toujours une classe ω unique. Ce résultat peut être un couple (OU une famille de couples) de type (ω,f) où f désigne par exemple une valeur d'appartenance floue ou une probabilité. Le mot *interprétation* trouve davantage son sens ici que lorsque l'on a simplement une identification pour ω.

1-2 Vers l'implémentation ...

L'ensemble d'apprentissage

Souvent, dans un processus de reconnaissance de formes on procède à un échantillonnage de l'espace de représentation R sous forme d'un ensemble T, dit *ensemble d'apprentissage.* Il est généralement considéré soit comme un sous ensemble de R, soit comme un sous-ensemble du produit cartésien $R \times \Omega$. Mais rien ne garantit a priori que T soit représentatif de R ; le bon fonctionnement de ξ, sur les éléments de T, ne permet pas, a priori, de préjuger qu'il s'étendra à tous les éléments de R ; on retrouve ici la nécessité de statuer sur R en termes mathématiques.

Évolution de l'ensemble d'apprentissage

On a, longtemps considéré un ensemble d'apprentissage comme une donnée figée ou a priori du problème ; diverses raisons tendent à remettre en cause cette hypothèse :

1- Le temps peut être un paramètre du problème, il y a alors une évolution des formes donc de leur représentation (de nouvelles formes peuvent apparaître, par exemple des polices nouvellement créées en Reconnaissance Optique de Caractères (OCR));

2- T est incomplet ou non représentatif, car nous n'avions pas une connaissance totale du problème, notamment parce que Ω n'était pas parfaitement appréhendé;

3- Des informations et des connaissances externes peuvent valider ou infirmer de nouveaux couples de type (x,ω), ce qui donne une possibilité d'agrandir T.

4- On peut aussi dire que les capacités de nos machines nous le permettent alors qu'il y a très peu d'années c'était impossible.

Cette évolution de T doit pouvoir s'accompagner d'une évolution de ξ.

II - LA PRETOPOLOGIE

Après avoir rappeler sommairement la définition mathématique de la prétopologie nous développerons les liens entre les notions de voisinage, de voisin, de prétopologie, de perception et nous verrons que la prétopologie peut être considérée comme étant une structure provenant d'un appauvrissement de l'axiomatique de KURATOWSKI [Kuratowski-33].

II-1 D'où vient la prétopologie?

C'est par un affaiblissement de l'axiomatique définissant la topologie que l'on est conduit à une structure prétopologique ; cette axiomatique a été développée à Lyon par BRISSAUD [Brissaud-75], DURU [Duru-77], AURAY [Auray-82] qui ont repris certains travaux préliminaires de FRECHET [Frechet-28], CECH [Cech-66], KI FAN [Ki fan-51] et FERON [Feron-66]; ces développements étaient conduits en vue de l' utilisation de la prétopologie pour la modélisation des systèmes complexes dans les sciences humaines.

La définition d'une prétopologie, application ad_E de $P(E)$ dans $P(E)$ satisfaisant seulement les deux propriétés suivantes

$$ad\ (\varnothing) = \varnothing$$

$$\forall A,\ A \in P(E),\ A \subset ad_E(A)$$

va donner une grande souplesse dans l'élaboration effective d'exemples. Elle nous permettra notamment de définir des prétopologies où nous pourrons inclure un paramètre "perception", nous reviendrons plus loin sur cette association. Elle nous permettra aussi de construire des situations où nous pourrons donner un sens aux expressions telles que "l'élément x est voisin de l'élément y dans E" ou bien "l'élément x est voisin de la partie A dans E".

II-2 Pourquoi avoir choisi la Prétopologie?

Justifier a priori le choix de la prétopologie comme outil pour la construction d'un modèle de reconnaissance, le plus général possible, pourrait n'être qu'un exercice de style. La validation de ce choix ne pourra être effectivement abordée qu'en conclusion, lorsque nous pourrons montrer ce que ce choix a apporté dans la résolution de problèmes théoriques et pratiques. Dans le présent paragraphe nous nous proposons de décrire quelles sont les motivations qui ont conduit à essayer d'utiliser la prétopologie et comment celle-ci a permis de synthétiser le concept de voisin en reconnaissance des formes et le concept de voisinage en topologie : l'aspect purement mathématique de la prétopologie sera repris plus avant.

Voisins et reconnaissance des formes

Dans le contexte de l'automatisation de la classification automatique et de la reconnaissance des formes, le concept de *voisin* est un concept à la fois primitif et fondamental. Le mot voisin est utilisé, en effet, dans un sens proche de celui que nous lui donnons dans la vie courante et qui est défini par ses synonymes (à l'opposé des voisinages de la topologie qui eux ont un sens mathématique bien précis !).

Le concept de voisin est utilisé de façon explicite chaque fois que nous employons des expressions telles que : "plus proches voisins, proximité, ressemblance, association naturelle…" ; il intervient de façon plus discrète, mais n'en demeure pas moins présent, lorsque nous travaillons avec des méthodes de nature statistique, floue… où, en fait, nous évaluons une ressemblance entre un objet et une classe; il faut rappeler le peu de différence conceptuelle entre les méthodes statistiques et celles que l'on qualifie de métriques (les méthodes des plus proches voisins).

Comme nous l'avons déjà indiqué dans le paragraphe précédent, tout processus de reconnaissance de formes met en jeu plusieurs ensembles (l’ensemble des objets O, de représentation R et des formes Ω) et des relations (ou des applications : l’application de représentation ψ et d’interprétation ξ) de l'un vers l'autre de ces ensembles.

Le principe "fondamental" de la reconnaissance consiste à donner le même nom à (ou à mettre dans la même classe)des objets qui se ressemblent suffisamment, donc qui sont voisins suffisamment relativement à cette ressemblance.

Le passage de l'ensemble des objets O à l'ensemble des noms Ω se fera pratiquement toujours en passant par l'espace de représentation, c'est à dire en utilisant ψ et ξ. On devra donc pouvoir retrouver et/ou modéliser la transmissibilité de la qualité de "voisin" quand on passe d'un des trois espaces à un autre.

De même que l'on a tendance à rapprocher la notion mathématique de *voisinage* à celle de voisin, de même la dernière remarque n'est pas sans nous rappeler la notion mathématique de *continuité* d'applications.

Voisinage et continuité nous incitent naturellement à la recherche d'un modèle de nature topologique ; ce sont des considérations plus mathématiques et plus algorithmiques qui ont probablement aidé à préciser le choix.

Dans cette optique, nous rappelons trois types d'ensembles de voisins d'un point (ou "voisinage" de ce point) rencontrés en reconnaissance de formes. Nous verrons un peu plus loin qu'ils correspondent à trois adhérences élémentaires mais utiles.

Nous nous plaçons dans une partie E de R^2 munie d'une distance d. (ou d'une dissimilarité).

* Un réel ε étant donné, KOONTZ et FUKUNAGA [Fukunaga-70], TREMOLLIERES [Trémolière-79] considèrent comme voisin d'un x quelconque dans E tout y tel que d(x,y) < ε et ils définissent leur voisinage de x comme étant B(x, $\varepsilon[\cap E$.

* De même, k étant un entier donné, FORTIN [Fortin-75] appelle voisinage de x l'ensemble des k plus proches voisins de x dans E (c'est-à-dire les k points de E les plus proches de x).

* Quant à CHEN [Chen-78], considérant l'entier k et le réel ε, il définit le voisinage de x comme l'ensemble des k plus proches voisins de x dont la distance à x est inférieure à ε.

Dans les trois exemples ci-dessus, le voisinage d'une partie A est alors implicitement pris comme étant la réunion des voisinages de tous les éléments de cette partie.

Voisinage et topologie

Dans les exemples que l'on vient de décrire, on associe à chaque élément x de E un voisinage (au sens ensemble de ses voisins) ; ceci est en contradiction avec la définition mathématique des voisinages (qui engendrent la topologie) par les quatre axiomes du système de HAUSSDORF [Bourbaki-71] : on associe dans cette construction, à chaque point, une famille de voisinages.

Cette contradiction était en fait prévisible à cause de l'assimilation trop rapide, de la confusion, des deux concepts de voisins et voisinages. Le concept de voisin n'est pas défini dans les anthologies sur la topologie [Bourbaki-71]. BOURBAKI utilise bien le mot voisin, mais dans les introductions et les commentaires des définitions et des théorèmes en écrivant des expressions telles que "suffisamment voisins"…

Toutes les constructions de topologies, différentes de celle faite à l'aide du système d'axiomes de HAUSSDORF, conduisent, par des équivalences, à des familles de voisinages d'un point. Ceci nous incite à penser qu'une véritable topologie ne peut-être le bon cadre que nous cherchons…à moins de nous limiter à une topologie discrète.

Adhérence (en topologie)

Rappelons toutefois avec BOURBAKI la définition de *l'adhérence.* Dans un espace topologique X un point x est adhérent à un ensemble A lorsque tout voisinage de x rencontre A. L'ensemble des points adhérents à A s'appelle l'adhérence de A et se note $\overline{A}$

Rappelons encore que A $\subset \overline{A}$ et que par définition l'adhérence de A est unique.

Nous pouvons convenir de dire que x est voisin de A si x est adhérent à A.

Ce sont ces remarques qui vont être le point de départ de l'axiomatique de la prétopologie.

II-3 Prétopologie et Topologie: les liens.

Nous rappelons le système de construction des topologies proposé par KURATOWSKI [Kuratowski-33] et utilisant l'adhérence.

Soit E un ensemble quelconque.

Soit a : $P(E) \to P(E)$

qui satisfait les trois axiomes suivants :

$$\forall A,\ A \in P(E),\quad \forall B,\ B \in P(E),\quad a\,(A \cup B) = a\,(A) \cup a(B)$$

$$\forall A,\ A \in P(E),\quad (card\ (A) = 0\ \ ou\ \ = 1) \Rightarrow a\,(A) = A$$

$$\forall A,\ A \in P(E),\quad a\,(a(A)) = a(A)$$

Par définition on dit alors que sont *fermés* tous les éléments de $P(E)$, tels que $a(A) = A$.

Ceci entraîne que tout point est fermé, la topologie est moins générale que celle obtenue directement avec les systèmes classiques par les voisinages, les ouverts ou les fermés.

Commentaires

Les exemples de définitions de "voisinages" de la fin du paragraphe II-2 ne peuvent satisfaire toutes les conditions requises par les axiomes de KURATOWSKI, en particulier, l'idempotence. Ceci va nous conduire à prendre un modèle pré-topologique, obtenu par affaiblissement des axiomes précédents et, en cela, nous rejoignons la démarche et les conclusions des économistes et des spécialistes de la théorie des systèmes [Duru-80, Auray-82, Brissaud-75] qui ont montré l'intérêt de la prétopologie pour l'étude et la modélisation des structures et des systèmes complexes dans les sciences humaines.

Ces exemples entrent dans le cadre que nous venons de définir, et nous voyons que la définition de la fonction d'adhérence permettra d'intégrer, si c'est nécessaire, une notion de perception. Nous pourrons même considérer que $ad_E(A)$ est la partie de E que nous percevons quand nous nous intéressons à A; $ad_E(A)$ pourra être l'ensemble des voisins de A, le voisinage de A, l'ensemble des points ressemblant à A ou naturellement associés à A.

Il convient d'insister sur ce qui est une différence essentielle entre l'adhérence en topologie et l'adhérence en prétopologie: dans le premier cas l'adhérence doit satisfaire l'idempotence, dans le deuxième cas il n'y a plus cette obligation.

Des exemples

Nous terminons ce paragraphe en donnant deux exemples simples de prétopologie.

- Soit $E = R$ l'ensemble des réels

  Soit ε un nombre réel donné, strictement positif

Nous désignons par d la distance habituelle associée à la valeur absolue.

Nous considérons l'application *Ad* de *P(R)* dans *P(R)* définie de la façon suivante :

$$\forall A,\ A \subset R,\ Ad\,(A) = \{y,\ y \in R \,/\, \exists x,\ x \in A \text{ et } d(x,y) \leq \varepsilon\}$$

Il est clair que cette application est une prétopologie puisque les deux axiomes sont bien satisfaits.

Sur cet exemple, nous pouvons voir déjà des différences avec la topologie classique de R associée à la distance d. Soit $]a,b[$ et $[a,b]$ deux intervalles, respectivement ouvert et fermé pour la topologie classique.

Nous aurons :

$$Ad\,([a,b]) = [a-\varepsilon,\ b+\varepsilon]$$
$$Ad\,(]a,b[) = \ ]a-\varepsilon,\ b+\varepsilon[$$
$$Ad\,(\ Ad\,([a,b])) = [a-2\varepsilon,\ b+2\varepsilon]$$

- Soit E une partie bornée de R²

Considérons l'application C :

$$C: P(E) \to P(E)$$
$$A \to C(A)$$

où C(A) est l'enveloppe convexe de A.

Il est clair que :

- $C(\emptyset) = \emptyset$
- $A \subset C(A)$

Donc, l'enveloppe convexe définit une prétopologie.

III - LA PRETOPOLOGIE A LYON

Le couple Prétopologie - Reconnaissance de Formes a une histoire essentiellement lyonnaise où il a fait l'objet d'un nombre conséquent de thèses et de publications depuis le début des années 80. Ceux-ci ont bénéficié des travaux initiaux faits à Lyon sur la théorie mathématique ; nous pouvons rappeler les travaux de FERON [Feron-66] et BRISSAUD [Brissaud-75], ceux de DURU [Duru-77] et AURAY [Auray-82]; leurs objectifs étaient le développement d'outils de modélisation de phénomènes complexes, dans les domaines économétriques, économiques et d'une façon plus générale dans les sciences sociales et humaines.

A travers un survol des thèses on peut avoir une première vue de l'ensemble du travail effectué depuis une quinzaine d'années en reconnaissance prétopologique des formes.

EMPTOZ, a fait œuvre de pionnier dans sa thèse de doctorat d'état intitulée "Méthode prétopologique pour la reconnaissance de formes; applications en neurophysiologie"[Emptoz-83]. Il a utilisé la prétopologie pour modéliser la notion de proximité et donner ainsi un sens à la notion de voisinage, pilier de la reconnaissance des formes; il a proposé des algorithmes pour la classification automatique qui utilisaient les propriétés algorithmiques de la prétopologie.

HASHOM et SARSOH ont présenté des versions initiales de ces algorithmes de classification par propagation [Sarsoh-82, Hashom-82]. Il faut noter que ces algorithmes étaient testés et validés sur des problèmes concrets de nature très différente, d'origine industrielle et d'origine biologique et médicale.

LAMURE a introduit la prétopologie dans le traitement d'images dans son doctorat d'état intitulé "Espaces abstraits et reconnaissance de formes; application aux images digitales". [Lamure-87].

NICOLOYANNIS a développé un algorithme autoparamétré pour la classification automatique basé sur la prétopologie [Nicoloyannis-88].

Dans sa thèse de doctorat d'état SAINT-JEAN a proposé la conception des processus d'expérimentation biologiques et médicales par l'analyse de texture prétopologique [Saint-Jean-89]

LESCHI a présenté la prétopologie comme un outil de modélisation possible pour les processus de perception implémentés en reconnaissance des formes [Leschi-91].

SELMAOUI a proposé des méthodes de détection des *lignes de crêtes* dans les images à niveaux de gris; ces méthodes ont comme point de départ les algorithmes de classification automatiques et les fonctions structurantes évoqués précédemment; cette thèse a aussi permis d'établir des analogies entre classification automatique et analyse d'images. [Selmaoui-92].

ARCHOUN a donné une modélisation prétopologique de segmentation par croissance des régions des images à niveaux de gris; il a abordé les problèmes de structure de données et établit des liens entre les structures pyramidales et la prétopologie. [Archoun-93].

GUIGAL s'est intéressé à l'apport conjugué de la géométrie fractale et de la prétopologie dans des problèmes de modélisation de propagation infectieuse dans des réseaux , en vue du diagnostic [Guigal-95]

Dans un travail ayant pour objectif la coopération d'une méthode de reconnaissance optique des caractères et d'une méthode de correction contextuelle HENRY a été conduit à créer une méthode de reconnaissance ayant un ensemble d'apprentissage adaptatif et évolutif; l'utilisation d'une adhérence particulière a permis d'apporter une solution [Henry-96].

PIEGAY **a** approfondi des concepts et des méthodes dans un travail intitulé : "Groupement, Multirésolution, Prétopologie; Analogies entre la segmentation d'images et la classification automatique" [Piegay-97].

BONNEVAY termine, provisoirement, cette liste avec son travail situé en imagerie et intitulé:"Extraction de Caractéristiques de texture par codage des extremas de gris et traitement prétopologique des images" [Bonnevay-98].

De nombreuses publications ont été consacrées à l'utilisation des approches et des outils provenant de la prétopologie en reconnaissance des formes; nous ne citerons ici que les trois plus récentes, celles de MAMMASS [Mammass-98] et celles de FRELICOT [Frelicot-89-1, Frelicot-89-2] ainsi que celles un peu plus anciennes de LEBOURGEOIS [Lebourgeois-96, Lebourgeois-97] car elles concernent des problématiques peu ou pas abordées dans les thèses décrites plus haut.

IV - OBJECTIFS ET PLAN DU MEMOIRE.

Ces nombreuses publications sont à la fois les témoins et les vecteurs privilégiés d'un mariage qui a plutôt réussi entre une théorie mathématiques et une discipline relevant des sciences de l'ingénieur.

Dans ce mémoire de thèse nous voulons prendre du recul sur tous ces travaux pour voir les différents points caractéristiques qui lient ces deux disciplines. Notre travail s'inscrit dans une réflexion sur la recherche d'un cadre d'ensemble pour la reconnaissance des formes.

IV - 1 Différents points de vue sur le couple " prétopologie-reconnaissance.

Nous avons donc entrepris une étude du couple "prétopologie-reconnaissance" selon différents points de vue.

a) Nous avons d'abord pris un point de vue très analytique, en partant de la prétopologie; pourquoi cette théorie semble bien adaptée comme outil de modélisation et de formalisation de la reconnaissance? Nous allons nous intéresser à chacune des notions qui sont définies; nous verrons quelle interprétation simple nous pouvons lui associer en reconnaissance pour la représentation des données ou bien dans le sens d'une méthodologie de calcul. Cela fait l'objet du chapitre II.

b) Nous prendrons ensuite, dans le chapitre III et VI, un point de vue utilisateur de méthodes de reconnaissance; dans quelles parties de la reconnaissance l'apport de la prétopologie est conséquent tant pour l'aspect modélisation qu'algorithmie? Si nous faisons références aux titres des thèses il est incontestable que deux voies se dégagent majoritairement:

la classification automatique(ou apprentissage non supervise)

l'analyse d'images et de texture.

Bien que moins de travaux aient été consacrés à la reconnaissance et l'apprentissage supervisé d'une part, à la multirésolution d'autre part nous verrons l'intérêt de l'utilisation de la prétopologie dans ces deux domaines.

c) Nous aborderons enfin, dans le chapitre V, une étude comparative au niveau de l'outil, puis des méthodes. De nombreuses "théories-outils" ont été introduites dans les années 80, dans les domaines associés à la reconnaissance et à la décision; on peut citer, entre autre, la logique floue, la morphologie mathématiques, les rought sets... Nous situerons ces différents outils face à la prétopologie.

Après avoir précisé ce que l'on entend par méthodes prétopologique de reconnaissance de formes nous les comparerons aux méthodes traditionnellement qualifiées de statistiques, syntaxiques, structurelles...

IV - 2 De nouveaux développements pour modéliser.

Nous avons constaté que de nombreux travaux faisait, en fait, référence à la structuration proprement dite de l'espace de représentation et de l'espace d'interprétation. Par contre, il y a un effort moins important du côté de la modélisation liée aux applications (en particulier à la continuité qui permet de transmettre le caractère de proximité…). Notre proposition personnelle s'inscrit dans ce contexte: elle consistera à expliciter plus finement des notions autour de la continuité et en cohérence avec ce qui a fait l'intérêt de la prétopologie. Cette proposition fait l'objet du chapitre VI dans lequel nous formaliserons de nouvelles notions telles que :

- la notion de densité relative et de n-densité prétopologiques
- la relation de (m,n)-finesse prétopologique
- le transport continu des structures prétopologiques d'un espace vers un autre.

Dans le chapitre VII nous utiliserons les outils mathématiques construits précédemment pour la proposition d'un modèle pragmatique pour la reconnaissance des formes. Dans ce modèle nous proposerons une structure prétopologique non triviale pour l'espace des formes grâce au transport continu de la structure de l'espace des représentations à travers l'application d'interprétation. Cette structure reflétera les relations inter-classes et les notions de similarité entre formes.

Enfin, notre modèle sera illustré par une application sur les caractères imprimés multifontes. Ainsi nous mettrons en évidence par exemple que les classes 'Z', 'z' et '2' sont très similaires, et que la classe '&' est isolée par rapport aux autres classes car elle a une forme très spécifique.