

Filtrage et guidage des ondes de volume dans un cristal phononique bidimensionnel

2.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la plupart des travaux relatifs à la démonstration expérimentale d'effets de guidage, de confinement ou de filtrage des ondes dans les matériaux à bandes interdites élastiques avaient été menés sur des structures de dimensions millimétriques, voire supérieures. En effet, la large gamme de fréquences accessibles par les cristaux phononiques permet de mener des expériences tout à fait équivalentes du point de vue phénoménologique dans des réseaux métriques comme micrométriques. Ainsi, s'il n'en reste pas moins évident qu'une réduction d'échelle peut se révéler nécessaire dans un contexte plus porté vers les applications haute fréquence ou les interactions dites "multiphysiques", il est intéressant, en particulier dans un but de compréhension des phénomènes, de travailler sur des réseaux de dimensions macroscopiques. On s'affranchit de ce fait des difficultés technologiques inhérentes à la fabrication de structures à l'échelle du micron. C'est dans cette logique que certaines des activités de recherche de l'équipe Acoustique et Microsonique du département LPMO de l'Institut FEMTO-ST a été dédiée à l'étude théorique, la réalisation et la caractérisation de cristaux phononiques pour les ondes de volume consistant en un arrangement de tiges d'acier de dimension millimétrique plongées dans une cuve d'eau.

Ce chapitre est donc en partie consacré à ma contribution à ces activités de recherche. Il reviendra toutefois dans les deux premières sections sur les développements réalisés dans le cadre de cette thématique préalablement à ces travaux de thèse. En particulier, les outils de simulation développés pour le dimensionnement des cristaux et pour l'interprétation des mesures seront évoqués, ainsi que les expériences visant à démontrer les fonctions de guidage et de filtrage au sein d'une telle structure phononique. L'étude des phénomènes de couplage entre modes guidés et modes localisés du réseau réalisée dans le cadre de cette thèse par caractérisation d'une structure

présentant des résonateurs greffés sur un guide phononique sera ensuite abordée. Enfin, des travaux menés en collaboration avec l'université de Lille 1 mettant en application ces dernières démonstrations expérimentales au démultiplexage en longueur d'onde seront présentés.

2.2 Choix de la structure

De nombreuses méthodes de calcul ont été mises en œuvre afin de permettre le dimensionnement ou la prédiction du comportement des ondes élastiques au cours de leur propagation dans des cristaux phononiques. Au fur et à mesure de ce manuscrit, quelques-unes des méthodes mises au point dans le cadre des travaux menés au sein de l'équipe d'accueil seront évoqués. Nous nous attachons ici à donner quelques rappels sur la méthode des différences finies, communément désignée par l'acronyme anglais FDTD (pour *Finite Difference Time Domain*), qui a été largement employée pour le traitement théorique de ces cristaux phononiques pour les ondes de volume. Nous tirerons des résultats des simulations ainsi que de ceux issus de la littérature quelques règles de base utiles à la conception, d'un point de vue géométrique, de ces composites.

2.2.1 Brève introduction à la méthode des différences finies

La méthode des différences finies a été introduite pour les cristaux phononiques par Sigalas et Garcia [79, 80] pour pallier les problèmes de convergence numérique initialement rencontrés lors du calcul de diagrammes de bandes pour des systèmes mixtes (inclusions liquides dans une matrice solide ou inversement) par la méthode de décomposition en ondes planes [95]. La FDTD présente l'avantage considérable par rapport à sa consœur de permettre de modéliser une onde incidente sur un cristal phononique que l'on peut spécifier comme étant de dimension finie, sous la forme de paquets d'ondes, résultant en un système d'excitation plus proche de l'expérience qu'un modèle d'ondes planes. Cette méthode a préalablement été exploitée pour la simulation de matériaux périodiquement structurés, en particulier pour les cristaux photoniques, à l'image des travaux de Chan *et al.* [96, 97] ou encore de Fan *et al.* [98]. Le principe consiste de façon très sommaire à discrétiser dans le domaine spatial comme temporel les équations constitutives du problème ; à fixer des conditions aux limites adaptées et à calculer de manière explicite l'évolution dans le domaine temporel de la grandeur physique, dénotée ϕ , à considérer (par exemple le champ électrique ou magnétique dans le cas d'un cristal photonique, ou le champ de déplacement ou de vitesse dans celui d'un cristal phononique). Dans le cas d'une structure tridimensionnelle, une grille cubique est définie et inscrite dans l'espace direct. Les points de discrétisation sont donc séparés de distances élémentaires fixées $\Delta s = \Delta x, \Delta y$ ou Δz et Δt dans les domaines spatial et temporel, respectivement. On écrit alors les dérivées spatio-temporelles intervenant dans les équations constitutives du système physique sous la forme de différences du type :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi(x + \Delta x, y, z) - \phi(x, y, z)}{\Delta x}$$

où Δx désigne une variation infinitésimale suivant l'axe des x .

Ici, l'équation de travail n'est autre que celle de propagation des ondes élastiques qui s'écrit par exemple dans le cas tridimensionnel et isotrope :

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho(\mathbf{r})}(\mathbf{r}) \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.1)$$

$$T_{ij} = \lambda(\mathbf{r}) S_{ii} \delta_{ij} + 2\mu(\mathbf{r}) S_{ij}, \quad (2.2)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2.3)$$

où u_i désigne la composante suivant i du vecteur des déplacements ; \mathbf{T} est le tenseur des contraintes, $\lambda(\mathbf{r})$ et $\mu(\mathbf{r})$ sont les coefficients de Lamé et $\rho(\mathbf{r})$ est la densité du milieu. Il apparaît assez intuitivement que la précision de calcul est directement fonction du pas de discrétisation, qui conditionne par ailleurs le temps de calcul. Le schéma de Yee [99] est une méthode largement employée : elle consiste à calculer le champ de déplacement sur le bord de chaque cellule (l, m, n et k entiers), mais à évaluer les contraintes appliquées au centre (l, m et n demi-entiers). Les contraintes appliquées au point d'existence du champ de déplacement (ou, respectivement, le champ de déplacement obtenu au point de définition des contraintes) sont ensuite numériquement évaluées par moyennage sur une cellule.

On exprime donc les composantes du champ de déplacement \mathbf{u} , par exemple u_x , en tout point de la grille spatio-temporelle mentionnée précédemment et défini par les indices (l, m, n, k) par une version discrète de l'équation (2.1) :

$$\begin{aligned} u_x(l, m, n, k+1) &= 2u_x(l, m, n, k) - u_x(l, m, n, k-1) \\ &+ \frac{\Delta t^2}{\Delta x \rho(l, m, n)} \left[T_{xx}(l + \frac{1}{2}, m, n, k) - T_{xx}(l - \frac{1}{2}, m, n, k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t^2}{\Delta y \rho(l, m, n)} \left[T_{xy}(l, m + \frac{1}{2}, n, k) - T_{xy}(l, m - \frac{1}{2}, n, k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t^2}{\Delta z \rho(l, m, n)} \left[T_{xz}(l, m, n + \frac{1}{2}, k) - T_{xz}(l, m, n - \frac{1}{2}, k) \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

où la composante T_{xx} , par exemple, du tenseur des contraintes s'écrit suivant le même principe à partir de (2.2) :

$$\begin{aligned} T_{xx} \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) &= \frac{\left[\lambda \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) + 2\mu \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) \right] [u_x(l+1, m, n, k) - u_x(l, m, n, k)]}{\Delta x} \\ &+ \lambda \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) \frac{\left[u_y \left(l + \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}, n, k \right) - u_y \left(l + \frac{1}{2}, m - \frac{1}{2}, n, k \right) \right]}{\Delta y} \\ &+ \lambda \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) \frac{\left[u_z \left(l + \frac{1}{2}, m, n + \frac{1}{2}, k \right) - u_z \left(l + \frac{1}{2}, m, n - \frac{1}{2}, k \right) \right]}{\Delta z} \end{aligned} \quad (2.5)$$

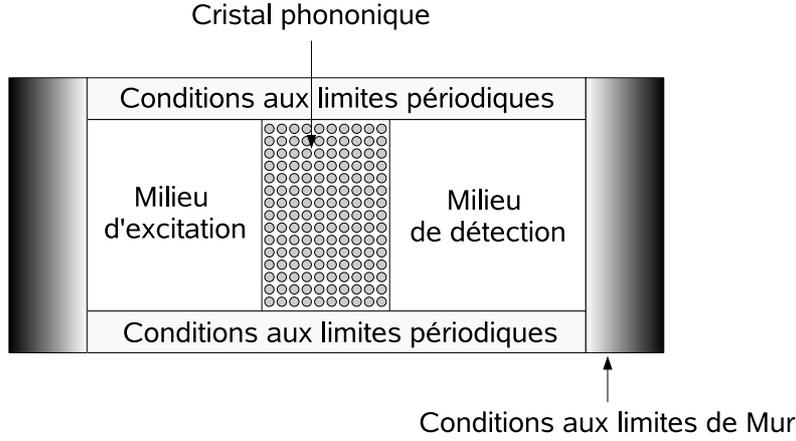


FIG. 2.1 – Schéma de principe décrivant l’application des conditions aux limites dans le cas du calcul de la transmission du cristal phononique. Des conditions aux limites périodiques sont appliquées dans la direction orthogonale à celle de propagation. Les conditions d’absorption de Mur sont en revanche imposées en sortie du cristal, le long de la direction de propagation.

Il est bien sûr possible d’exprimer de manière similaire les autres composantes du vecteur des déplacements ou du tenseur des contraintes. La composante T_{yy} de ce dernier est ainsi calculée au point $\left(l + \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}, n\right)$ et la composante suivant z est évaluée en $\left(l + \frac{1}{2}, m, n + \frac{1}{2}\right)$.

Le calcul numérique est ensuite effectué dans un domaine scindé en trois zones schématisées sur la figure 2.1 : deux zones homogènes constituées du matériau composant la matrice du cristal phononique, séparées par une troisième zone contenant le réseau périodique lui-même. L’une des zones homogènes est le milieu d’excitation, à partir duquel une onde acoustique propagative est générée. L’autre est une zone de détection, où le champ de déplacement en fonction du temps à l’issue du passage de l’onde à travers le cristal phononique est collecté.

Dans la direction orthogonale à la propagation, des conditions aux limites périodiques sont appliquées. En revanche, des conditions d’absorption, dites conditions de Mur [100, 79], sont imposées le long de la direction de propagation. Elles permettent notamment de simuler un milieu de propagation infini et de s’affranchir de réflexions parasites et sans signification physique que pourraient introduire des conditions aux limites périodiques. Pour la composante du champ de déplacement u_x , ces conditions s’écrivent de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 u_x(l, m, n, k + 1) &= u_x(l, m, n + 1, k) \\
 &+ \frac{c_0 \Delta t - \Delta x}{c_0 \Delta t + \Delta x} [u_x(l, m, n + 1, k + 1) - u_x(l, m, n, k)] \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

c_0 étant la vitesse transverse ou longitudinale de l’onde dans le matériau constitutif de la matrice. L’expression du champ à l’issue des différentes étapes de propagation parvient alors sous forme temporelle au niveau du collecteur numérique situé dans la seconde zone homogène. Les composantes du champ sont converties dans le domaine fréquentiel par application d’une transformée de Fourier rapide. On procède enfin à une normalisation du signal transmis par rapport au signal

incident afin de déterminer le coefficient de transmission du système.

2.2.2 Intérêt de la méthode et considérations géométriques

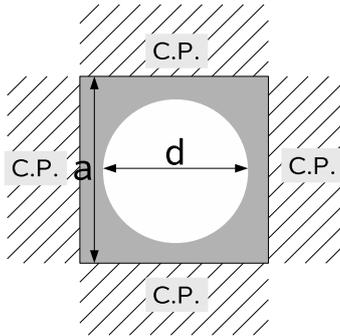


FIG. 2.2 – Principe du calcul du diagramme de bandes d'un cristal phononique supposé infini. Le calcul est effectué sur une cellule unique, et des conditions aux limites périodiques (C.P.) sont appliquées de part et d'autre de cette cellule élémentaire.

La méthode des différences finies permet donc de remonter à la fonction de transfert du réseau périodique fini. Des confrontations théorie/expérience par mesure de la transmission à travers un cristal phononique peuvent ainsi être directement réalisées. Elle donne également accès à la cartographie des amplitudes du champ de déplacement dans toute la structure, fournissant ainsi des informations importantes sur la propagation de l'onde acoustique et permettant d'affiner les interprétations tirées de l'étude du spectre. Enfin, du point de vue de la conception, il est possible en usant de ce même code de calcul de retrouver les diagrammes de bandes du réseau périodique, de façon à déterminer les paramètres géométriques pertinents, comme la période du réseau et son facteur de remplissage, pour l'obtention de bandes interdites lors de la mise en jeu de deux matériaux constitutifs donnés (matrice et inclusions). Dans ce cas, il s'agit de discrétiser une seule cellule et d'appliquer des conditions de périodicité sur chacun de ses côtés pour obtenir le diagramme de bandes du système infini. La figure 2.2 illustre de manière très sommaire le principe appliqué. La FDTD présente toutefois quelques inconvénients notables, à l'image de l'excessive difficulté de prise en compte de conditions aux limites à la surface pour les matériaux fortement anisotropes, sur laquelle nous reviendrons dans le chapitre suivant. La comparaison à d'autres méthodes de simulation a aussi mis en évidence l'existence de bandes dites sourdes [101], dont l'excitation est intimement corrélée à la symétrie de la source, et qui conduit parfois à supposer l'ouverture de bandes interdites dans des gammes de fréquences où des modes existent pourtant. Ces différences ont surtout été observées sur des cristaux phononiques à géométrie triangulaire ou hexagonale. Les cristaux phononiques sur lesquels nous avons porté notre intérêt consistent en un arrangement périodique suivant une géométrie de réseau carrée. La comparaison des diagrammes de bandes obtenus par FDTD avec ceux obtenus par d'autres moyens de calcul (PWE ou éléments finis) semblent nous indiquer que ce cas particulier au moins est exempt de ce type de branches.

Pour un traitement plus exhaustif de la méthode des différences finies, nous suggérons au lecteur de se référer à l'ouvrage de Taflove [100] en optique ou de Brac [102] en acoustique.



FIG. 2.3 – Cristal phononique consistant en un réseau de tiges d’acier de dimension millimétrique. La géométrie du système peut être remaniée par simple déplacement des cylindres et remplacement dans les trous percés dans la plaque d’acier de maintien prévue à cet effet.

2.3 Mise en évidence expérimentale des phénomènes de guidage et de filtrage des ondes

2.3.1 Description de la structure

Cristal phononique

Le cristal phononique consiste en un arrangement bidimensionnel de cylindres d’acier disposés selon une géométrie de réseau carrée, plongés dans une cuve d’eau.

À la lumière d’une série de résultats obtenus par les simulations préalablement mentionnées, nous avons opté pour un système de tiges d’acier de 2,5 mm de diamètre pour 150 mm de long. Celles-ci sont manuellement fixées sur une plaque rigide, en acier également, perforée de trous et assurant un paramètre de maille de 3 mm. La géométrie du cristal peut ainsi être modifiée par simple adjonction ou suppression de tiges. Le facteur de remplissage de la structure F , défini comme le rapport des surfaces d’une inclusion et d’une cellule élémentaire du réseau périodique (voir figure 2.2), est alors d’environ 55%. Une des configurations réalisées est donnée sur la figure 2.3. Dans ce cas précis, un guide courbé a été inscrit dans le réseau.

Un cristal parfait avec une géométrie de maille carrée de dix périodes de long a tout d’abord été assemblé. D’un point de vue théorique, le diagramme de bandes obtenu par méthode des différences finies prédit l’existence d’une gamme de fréquences interdites s’étendant de 240 à 325 kHz, comme illustré sur la figure 2.4. Le calcul a dans ce cas été effectué pour un cristal bidimensionnel, s’étendant à l’infini dans les trois directions de l’espace, pour les directions principales de la première zone de Brillouin irréductible du réseau carré (voir annexe A), c’est-à-dire le long du chemin fermé Γ -X-M- Γ . Pour ce qui est des simulations, seules les polarisations longitudinales ont été prises en compte pour la propagation dans l’eau (ce sont en effet les seules polarisations susceptibles de se propager dans un fluide), alors que les polarisations à la fois transverses et longitudinales ont été considérées dans les inclusions d’acier. Il est également possible d’uniformiser le traitement du problème pour les deux types de matériaux en imposant des vitesses transverses nulles dans le cas du fluide.

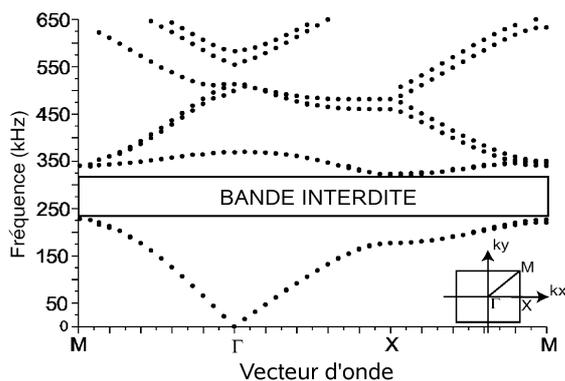


FIG. 2.4 – Diagramme de bandes pour des ondes de volume se propageant suivant les directions principales Γ -X-M- Γ de la première zone de Brillouin d'un cristal phononique consistant en un système d'inclusions d'acier dans une matrice d'eau avec un facteur de remplissage de l'ordre de 55%.

Principe de la mesure

Les cristaux phononiques ont été caractérisés par mesure de la transmission d'une onde acoustique incidente sur une face de la structure. On emploie à cette fin une paire de transducteurs opérant en milieu liquide, l'un faisant office d'émetteur, l'autre de récepteur, pour procéder à la génération et à la détection d'ondes acoustiques. Ces transducteurs, de diamètre 25 mm, ont une fréquence de fonctionnement autour de 450 kHz (Panametrics Videoscan V301). Un générateur/récepteur d'impulsions (Panametrics 5800) est employé pour transmettre une impulsion brève (d'une durée de l'ordre de 4 μ s) au transducteur émetteur, qui à son tour génère un signal large bande résultant en la propagation d'une onde acoustique longitudinale. Le transducteur récepteur, aligné avec l'émetteur, collecte alors le signal transmis. Ce signal est ensuite reçu par le récepteur d'impulsions, amplifié et enfin numérisé par un oscilloscope présentant une résolution temporelle de l'ordre de 2,5 ns. Une série de 500 mesures de ce type est effectuée avant de procéder à un moyennage puis à une transformée de Fourier rapide, toujours réalisée par l'appareil. On obtient ainsi le spectre en transmission du milieu, visualisable directement sur la trace de l'oscilloscope. Un schéma du montage est illustré sur la figure 2.5.

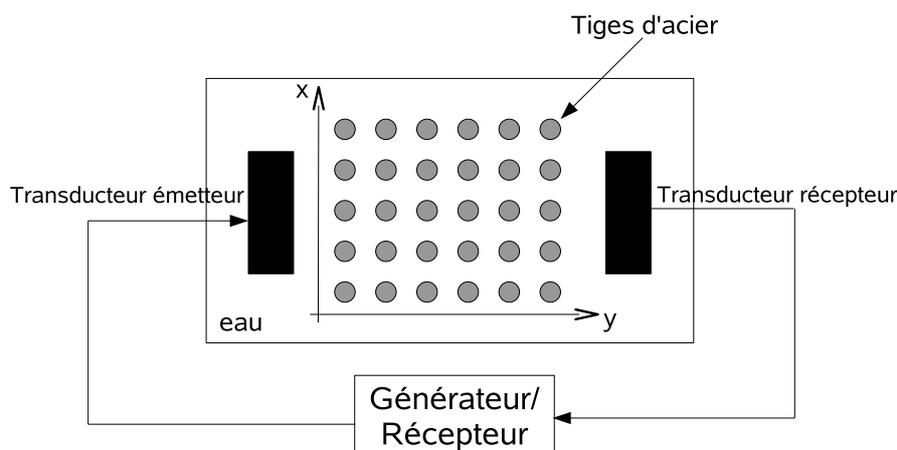


FIG. 2.5 – Montage expérimental permettant de mesurer la transmission du cristal phononique par utilisation de deux transducteurs acoustiques immergés dans l'eau.

Afin d'assurer une normalisation des signaux, on effectue au préalable la mesure d'un spectre de référence en mesurant le signal détecté par le récepteur lorsque l'onde acoustique incidente se propage en espace libre, c'est-à-dire sans cristal phononique interposé. Le traitement *a posteriori* des données est effectué directement sur les signaux temporels issus de l'oscilloscope : une transformée de Fourier numérique classique est tout d'abord appliquée, suivie d'une étape de normalisation par rapport au signal de référence mesuré.

Enfin, l'influence de la direction de propagation de l'onde incidente a été expérimentalement prise en compte en modifiant l'orientation du cristal phononique afin d'assurer une propagation de l'onde soit suivant ΓX , soit suivant ΓM , qui sont les directions qu'il faut évaluer dans le cas d'une structure isotrope pour s'assurer des propriétés des bandes interdites.

Quelques remarques

La normalisation du signal nécessite, comme nous l'avons mentionné un peu plus haut, la mesure et l'enregistrement d'un spectre de référence. Celui-ci est obtenu en mesurant la transmission du système du transducteur émetteur vers le transducteur récepteur en l'absence de cristal phononique. Cette référence n'est rigoureusement valable que si le cristal phononique, ou tout autre structure à caractériser, est inséré sans perturber le système initial, c'est-à-dire, sans déplacement de l'émetteur ou du récepteur. Il serait donc nécessaire soit de laisser les deux transducteurs en l'état, soit de pouvoir repérer et fixer leur position de façon absolue sur le banc de mesure, tout en assurant le positionnement absolu du cristal phononique. Or il se trouve que dans la configuration actuelle du système expérimental ni l'une, ni l'autre des possibilités ne sont exactement appliquées. Le problème se pose également pour ce qui est de la position du cristal phononique par rapport à la source notamment. Le montage mis en place présente donc une erreur systématique dont les conséquences se retrouveront sur les courbes de mesure représentées tout au long de ce chapitre. Si les spectres de référence successivement mesurés sont relativement proches, des fluctuations d'amplitude tendent à survenir et sont susceptibles de se retrouver au niveau des spectres de transmission normalisés des différentes configurations des réseaux périodiques étudiés. Généralement, ce type d'erreur se traduit par une variation d'amplitude des signaux, en particulier des pics ou des chutes de transmission observés. Il n'en reste pas moins que l'information qualitative tout au moins (voire quantitative dans certains cas) est préservée, nous permettant ainsi de réaliser une étude satisfaisante des phénomènes physiques mis en jeu.

2.3.2 Travaux préliminaires : fonctions de filtrage et de guidage

Cette section est consacrée à un bref retour sur les expériences menées préalablement à ces travaux de thèse. On reviendra notamment sur les démonstrations de phénomènes de bandes interdites ainsi que de guidage.

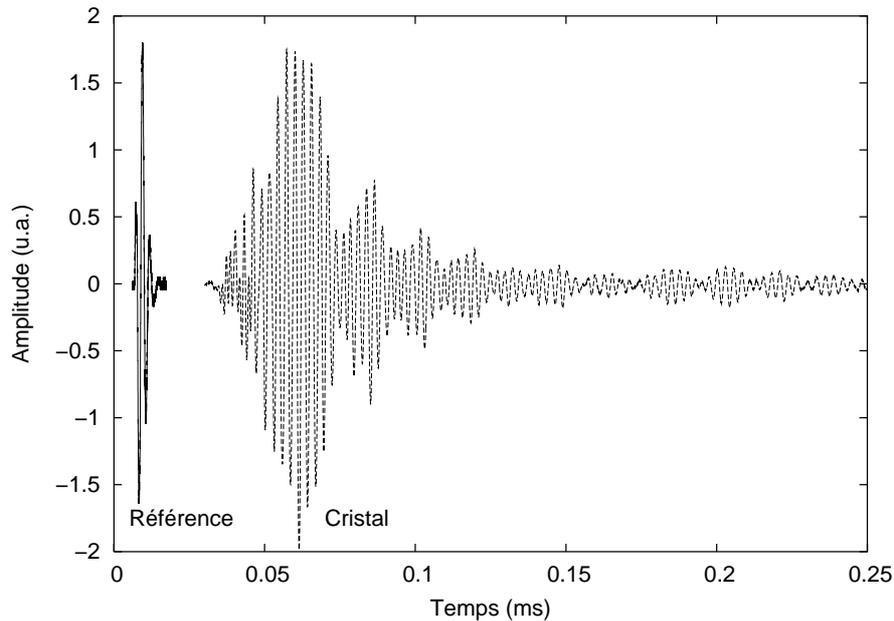


FIG. 2.6 – Signal temporel reçu par le transducteur avec et sans cristal phononique inséré (la normalisation est arbitraire).

Cristal parfait

On s'intéresse dans un premier temps au signal mesuré dans le domaine temporel à travers un cristal phononique parfait de dix périodes de long. La figure 2.6 met en évidence la forte dispersion de la propagation de l'onde acoustique induite par le cristal, qui résulte en un élargissement considérable de l'impulsion initiale [103]. Du point de vue de la transmission dans le domaine fréquentiel, les figures 2.7a et 2.7b montrent que l'onde acoustique subit une atténuation très marquée entre 240 et 350 kHz suivant ΓM , ainsi que dans deux gammes de fréquences distinctes, à savoir 185 à 325 kHz et 400 à 487 kHz, le long de la direction ΓX . Le recouvrement entre ces bandes interdites directionnelles démontre l'existence d'une bande interdite complète pour les ondes de volume entre 240 et 325 kHz [70]. Ces mesures expérimentales sont en très bon accord avec les prédictions théoriques tirées du diagramme de bandes présenté sur la figure 2.4 : on y visualise très clairement la présence d'une bande d'arrêt entre 245 et 340 kHz suivant ΓM , ainsi que l'ouverture de deux bandes d'arrêt distinctes entre 190 et 325 kHz et 400 et 480 kHz suivant ΓX . Le calcul par méthode des différences finies des spectres de transmission dans la structure, tracés en trait pointillé sur la figure 2.7, confirme encore la très satisfaisante concordance entre théorie et expérience.

Des mesures additionnelles ont ensuite été effectuées sur un cristal phononique de seize périodes de long afin d'étudier l'influence du nombre de périodes sur l'atténuation de l'onde acoustique [103]. En effet, les phénomènes de bandes interdites étant liés aux diffusions multiples encourues par l'onde propagative lors de son incidence sur les éléments individuels constitutifs du réseau, on s'attend à ce qu'une augmentation du nombre de diffuseurs, *via* une augmentation

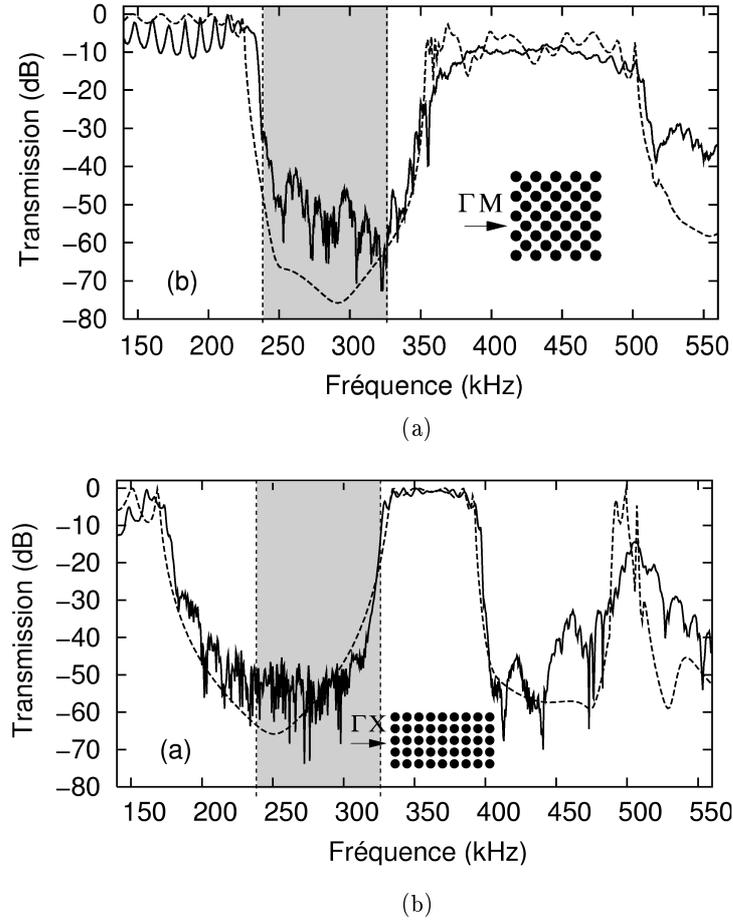


FIG. 2.7 – Spectres de transmission mesurés (trait plein) et calculés (tirets) du cristal le long des directions (a) ΓM et (b) ΓX de la première zone de Brillouin irréductible d'un cristal phononique à maille carrée consistant en un réseau de tiges d'acier dans de l'eau de 10 périodes de long. Il existe dans cette structure une bande interdite complète s'étendant de 250 à 325 KHz.

du nombre de périodes, conduite à une atténuation plus prononcée du signal pour les fréquences comprises dans la bande interdite. Si le bruit du système d'acquisition, comme le montre la figure 2.8, limite la dynamique d'acquisition et ne permet donc pas d'observer une accentuation de l'extinction en elle-même, les chutes de transmission en entrée et sortie des bandes d'arrêt se montrent en revanche beaucoup plus abruptes (pentes plus proches de la verticale) que dans le cas précédent.

L'obtention de ces bandes interdites très marquées peut trouver des applications dans le domaine du filtrage fréquentiel. Il n'en reste pas moins que l'une des propriétés les plus intéressantes des cristaux phononiques réside en leur capacité de confinement des ondes, propagatives comme localisées. Les fonctions de guidage qu'il est possible d'implémenter dans ces réseaux sont d'un intérêt tout particulier.

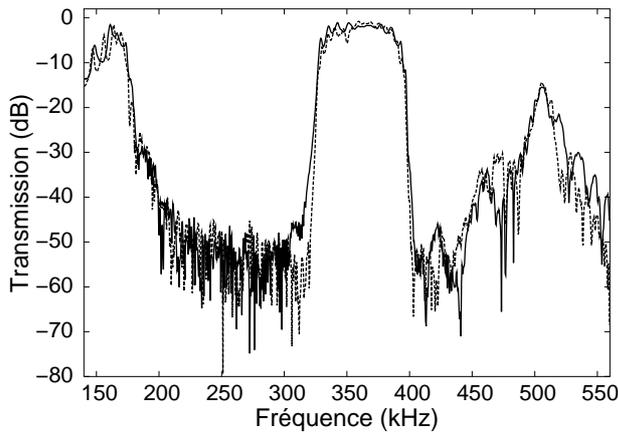
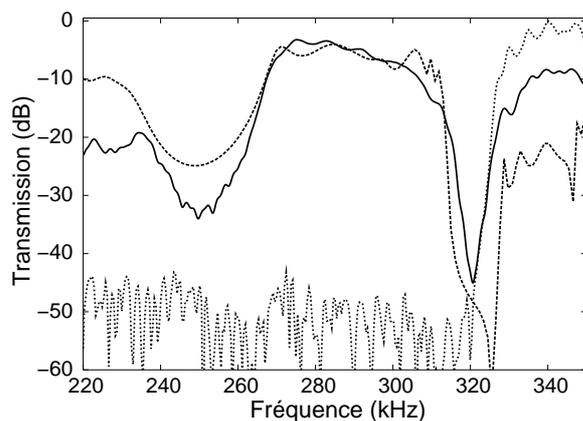


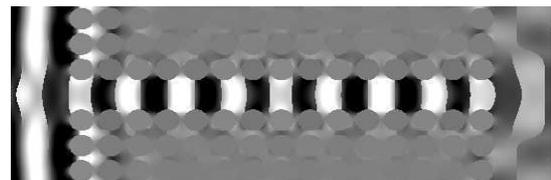
FIG. 2.8 – Spectre de transmission mesuré suivant la direction ΓX pour deux cristaux phononiques de longueur 10 périodes (ligne pleine) et 16 périodes (tirets)

Guidage

La suppression d'une simple rangée de cylindres permet en effet de confiner une onde acoustique dans un guide de dimension latérale inférieure à la longueur d'onde du signal incident. Des guides dits W1 ont ainsi été inscrits dans le cristal par suppression d'une rangée d'inclusions cylindriques colinéairement à la direction de propagation, en l'occurrence ΓX [71]. La largeur du guide est alors d'environ 3,5 mm, pour une longueur d'onde du signal autour de 5 mm. Les mesures réalisées sur la structure telles que reportées sur la figure 2.9a montrent les valeurs de la transmission normalisée par la référence prise en absence de cristal : il y a transmission de l'onde acoustique entre 260 et 315 kHz, fréquences initialement comprises dans la bande interdite



(a)



(b)

FIG. 2.9 – (a) Spectre de transmission mesuré (trait plein) et simulé (tirets) pour un guide de type W1 inscrit dans un cristal de 16 périodes de longueur le long de la direction ΓX . Le spectre à travers le cristal parfait est donné pour comparaison (trait pointillé). (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal moyenné sur une période pour une fréquence d'émission de 287 kHz comprise dans la bande guidante. Les niveaux de gris sont représentatifs de l'amplitude du signal et s'échelonnent du noir pour les amplitudes négatives vers le blanc pour les amplitudes positives.

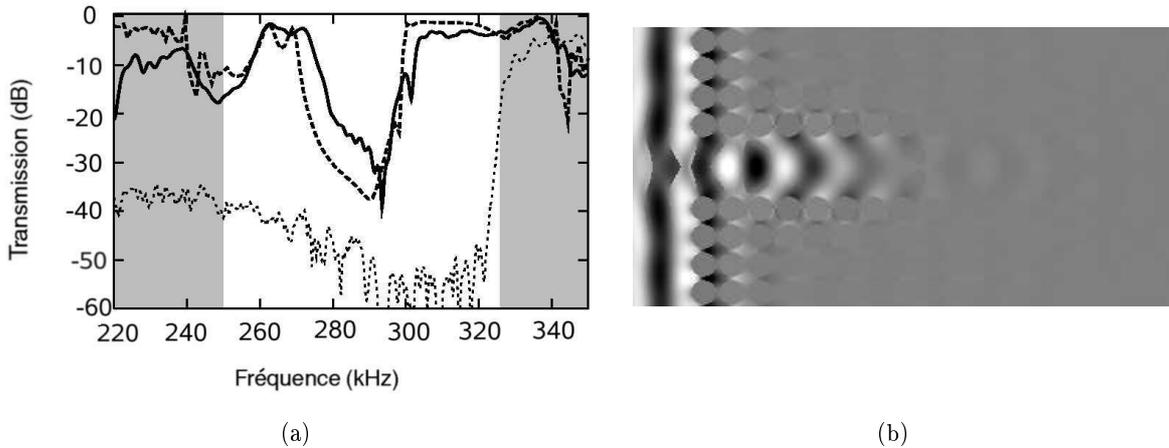


FIG. 2.10 – (a) Spectre de transmission mesuré (trait plein) et simulé (tirets) pour un guide de type W2 inscrit dans un cristal de 16 périodes de longueur. (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal moyenné sur une période pour une fréquence d'émission de 287 kHz comprise dans la bande guidante.

du cristal parfait. L'amplitude de l'onde guidée est la même que celle d'une onde transmise de fréquence en amont ou en aval de la bande interdite initiale, ce qui indique de façon indirecte que les pertes de propagation dans le guide sont négligeables, et donc que l'onde est particulièrement bien confinée. Les simulations par FDTD de la propagation des ondes longitudinales dans le système sont encore une fois en accord avec les données expérimentales. Afin de normaliser les déplacements, elles ont été effectuées en simulant l'incidence d'une source monochromatique de fréquence 287 kHz sur l'entrée du cristal. Le champ de déplacement obtenu est partiellement réfléchi à l'entrée et à la sortie du cristal mais totalement transmis au niveau du guide, comme illustré par la figure 2.9b.

L'influence de la largeur du guide a également été évaluée par la réalisation et la caractérisation de guides dits W2, c'est-à-dire de largeur égale à deux périodes [71]. Les mesures de transmission comme les simulations par méthode des différences finies représentées sur la figure 2.10 montrent l'apparition de deux bandes guidantes distinctes dans la bande interdite initiale induite par le cristal parfait, séparées par une zone d'atténuation relativement forte (de l'ordre de 35 dB) autour de 285 kHz. Nous avons une fois de plus eu recours à la simulation des champs de déplacement longitudinaux dans la structure à une fréquence de 287 kHz, dont les résultats sont visibles sur la figure 2.10b. D'après ces calculs, l'origine de l'atténuation semble être l'apparition d'un phénomène d'interférences destructives, probablement lié à la périodicité de la structure. Le tracé des diagrammes de bandes reporté sur la figure 2.11 pour les guides W1 et W2 le long de la direction de propagation, confirme encore cette hypothèse. La bande interdite théorique se situe ici entre les deux régions grisées. L'introduction d'un guide, W1 comme W2, provoque l'apparition de courbes de dispersion dans la bande d'arrêt, qui correspondent aux modes susceptibles de se propager dans le guide. L'apparition de plusieurs branches de dispersion, même dans le cas d'un guide W1, monomode, s'explique par les conditions aux limites périodiques induites

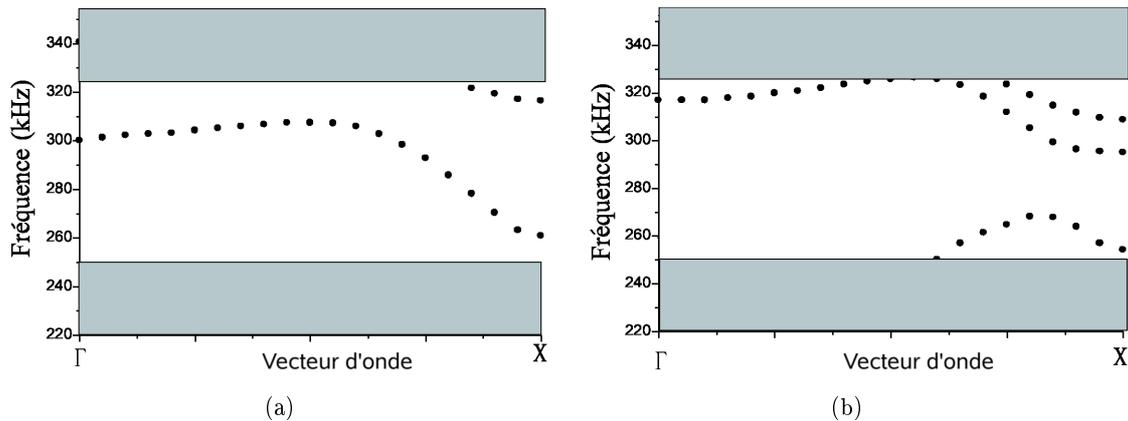


FIG. 2.11 – Relations de dispersion calculées pour un guide (a) W1 et (b) W2

par les parois du guide phononique : si la dispersion induite par un guide classique et celle liée à un guide phononique peuvent être considérées comme proches, on assiste à un repliement des branches dans la première zone de Brillouin irréductible du fait de la périodicité du système dans le second cas. L'interaction de ces branches dans la zone de Brillouin, en particulier dans le cas de croisements des deux modes, conduit à l'ouverture de bandes interdites. Pour ce qui est du guide à une rangée de trous (W1), seule s'ouvre une bande interdite de largeur relative faible (15 kHz, soit 20%), près de la limite supérieure de la bande interdite complète de la structure. En revanche dans le cas du guide W2, une large bande d'arrêt s'ouvre au centre de la bande interdite, induisant une inhibition de la propagation de l'onde dans la bande guidante.

Enfin, des expériences additionnelles ont été mises en place afin d'étudier l'influence de courbures franches lors de la propagation de l'onde élastique dans un guide coudé [71]. La structure concernée consiste en un guide W1 où deux virages abrupts (90°) ont été introduits, comme schématisé en encart sur la figure 2.12. Les résultats expérimentaux ont encore une fois été confrontés à une approche théorique FDTD. Une bande guidante s'ouvre cette fois-ci entre 270 et 310 kHz, avec deux chutes de transmission à 281 et 299 kHz respectivement, que l'on peut imputer à des modes résonants localisés dans les coins du guide. Le calcul de la pression acoustique, produit du gradient du champ de déplacement et de la densité, présenté sur la figure 2.12b confirme que le couplage entre les différentes sections du guide se fait effectivement sans perte notable.

Bilan

Cette série d'études théoriques comme expérimentales préalablement menées au sein de l'équipe Acoustique et Microsonique du département LPMO de l'Institut FEMTO-ST a permis de démontrer des phénomènes de bandes interdites, mais également de confinement et de guidage des ondes acoustiques dans un cristal phononique. Au-delà des perspectives applicatives directes en termes de filtrage et de guidage des ondes, ces travaux ont montré le potentiel offert par ces structures simples de tiges d'acier millimétriques dans de l'eau pour la démonstration d'effets plus complexes liés à la périodicité du système.

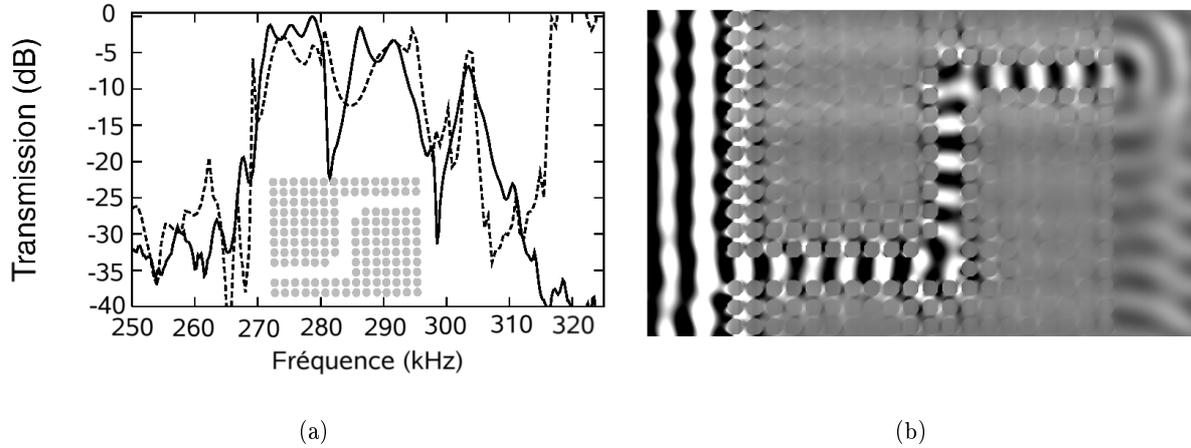


FIG. 2.12 – (a) Spectre en transmission mesuré (ligne pleine) et calculé (tirets) d’un guide droit coudé. (b) Calcul FDTD de la pression acoustique moyenné sur une période pour une fréquence d’émission de 275 kHz comprise dans la bande guidante.

2.3.3 Interactions entre modes guidés et localisés

Les phénomènes de bandes interdites, de confinement des ondes et de guidage ayant été mis en évidence avec succès, nous avons ensuite examiné la possibilité de faire interagir des modes de nature différente, ici des modes guidés et des modes localisés [74].

On travaille à cette fin avec un cristal phononique de 20 périodes de long consistant toujours en un arrangement identique de cylindres d’acier de diamètre 2,5 mm et de longueur 15 cm plongés dans une cuve d’eau. Le facteur de remplissage du cristal reste de 55%. La définition d’un guide droit par suppression d’une rangée de cylindres permet d’obtenir une transmission entre 260 et 317 kHz, soit sur plus de 75% de la largeur de bande interdite initiale correspondant au cristal complet comme indiqué sur la figure 2.13.

Étude en transmission - résonateur unique

On cherche à étudier l’influence de défauts de type résonateur (ou *stub* en anglais) sur la propagation d’une onde acoustique dans un guide W1. Ces résonateurs sont obtenus en ôtant un ou plusieurs cylindres adjacents au guide dans la direction orthogonale à celui-ci, comme illustré sur les figures 2.14b, c et d.

La création de ces défauts résulte en un comportement similaire, quelle que soit la géométrie considérée : résonateur unique de longueur une ou plusieurs périodes greffé sur un côté du guide seulement ; résonateur symétrique, pour lequel le même nombre de cylindres a été ôté de part et d’autre ; ou série périodique de résonateurs. Dans les trois configurations, on constate l’apparition de deux chutes de transmission dans le spectre initial du guide droit. Les fréquences auxquelles se produisent ces extinctions dépendent par contre de la géométrie du défaut. Par exemple, pour un résonateur long d’une période (figure 2.14b), les chutes de transmission se situent fréquemment à 274 et 291 kHz respectivement (figure 2.15a). Les figures 2.15b et 2.15c montrent que

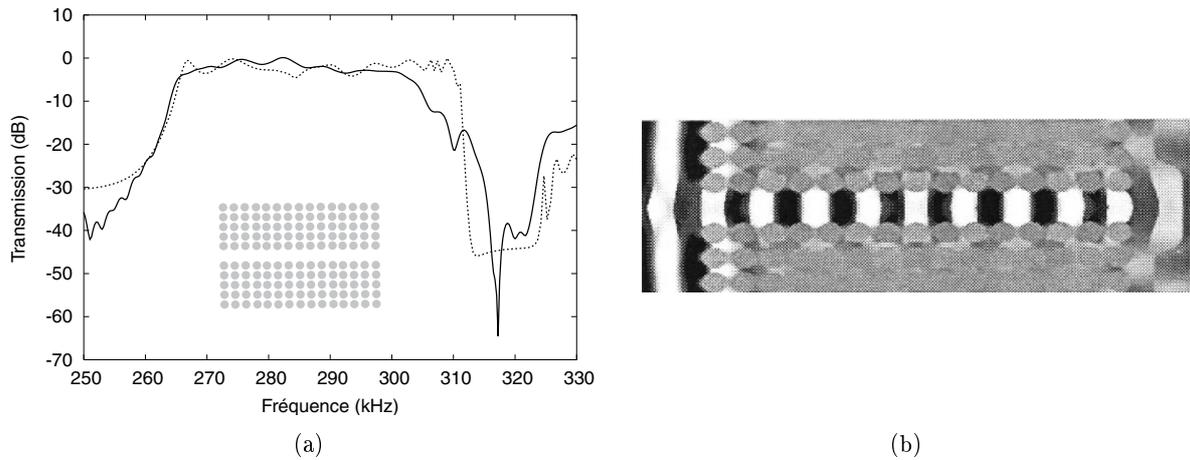


FIG. 2.13 – (a) Spectre en transmission mesuré (ligne pleine) et calculé (ligne pointillée) d'un guide droit W1 inscrit dans un cristal phononique à symétrie de réseau carrée de vingt périodes de longueur. (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal moyenné sur une période pour une fréquence d'émission de 287 kHz comprise dans la bande guidante.

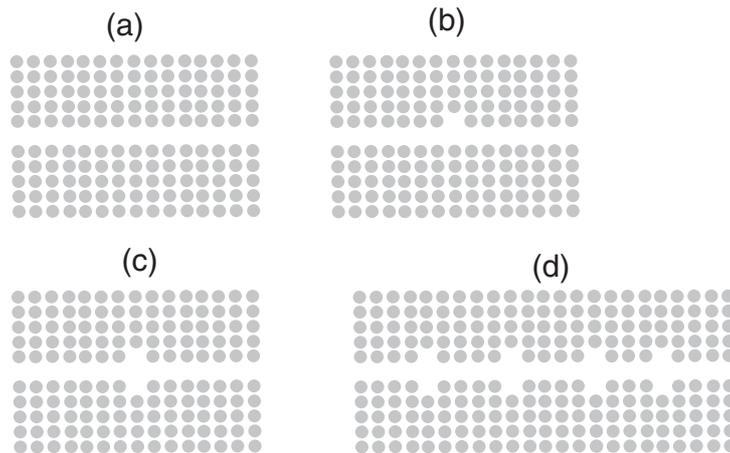


FIG. 2.14 – Schémas des différentes géométries expérimentalement étudiées : (a) guide droit W1, (b) guide et résonateur unique, (c) guide et résonateur unique symétrique, (d) guide et arrangement périodique de résonateurs symétriques.

la fréquence de la deuxième chute s'est très légèrement déplacée vers de plus basses fréquences lorsque la longueur totale du résonateur passe à deux ou trois périodes. Enfin, pour un résonateur symétrique d'une période de long (figure 2.14c), une seule fréquence de résonance à 283 kHz a pu être mesurée (cf. figure 2.16a).

De façon générale, ces extinctions peuvent s'expliquer par un phénomène de couplage ayant lieu entre le mode se propageant dans le guide parfait et le mode propre du résonateur formé par le cylindre manquant. Le résonateur semble donc assurer le confinement, *via* le cristal phononique environnant, d'un mode de nature évanescente issu de ce couplage. L'énergie est alors

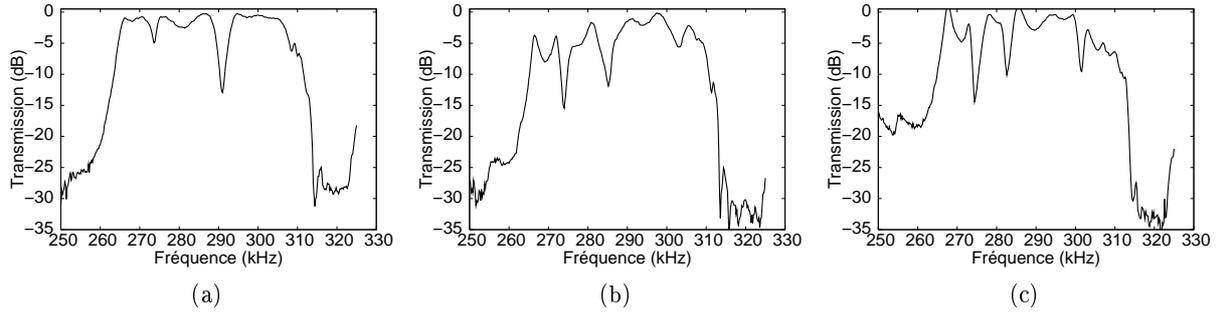


FIG. 2.15 – (a) Spectre en transmission mesuré à travers le guide droit greffé d'un résonateur unique asymétrique de longueur (a) une (b) deux et (c) trois périodes.

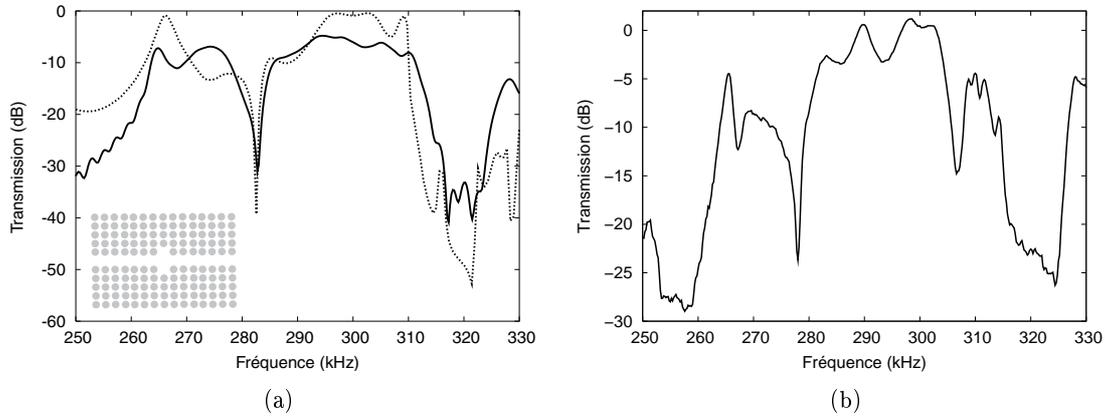


FIG. 2.16 – (a) Spectre en transmission mesuré (ligne pleine) et calculé (ligne pointillée) à travers le guide droit greffé d'un résonateur unique symétrique de longueur une période. (b) Mesure de la transmission pour un résonateur de longueur deux périodes.

re-transférée du résonateur vers le guide, résultant en l'apparition de zéros de transmission. La position fréquentielle de la seconde extinction est fonction de la longueur de la cavité résonante, comme le montrent les figures 2.15 et 2.16. La première résonance, elle, demeure à fréquence fixe et semble donc fonction de la largeur du résonateur seulement. Des expériences visant à valider cette dernière affirmation n'ont à l'heure actuelle pas encore été effectuées : il serait effectivement intéressant de modifier cette fois-ci la largeur du résonateur pour évaluer l'influence de cette dimension.

Pour les fréquences ne satisfaisant pas aux conditions de résonance, l'influence du résonateur est négligeable et l'onde est transmise normalement par le guide d'onde. Ce comportement est illustré numériquement sur la figure 2.17, où les champs de déplacement correspondant à des sources monochromatiques de fréquences respectives 283 et 291 kHz (soit à des fréquences respectivement hors résonance, et correspondant au premier et au deuxième zéro de transmission) ont été calculés par méthode FDTD. Le cas du résonateur asymétrique (figure 2.17a), comme celui du résonateur symétrique (figure 2.17b) montrent tous deux que le résonateur se comporte à ces deux fréquences comme un miroir localisé.

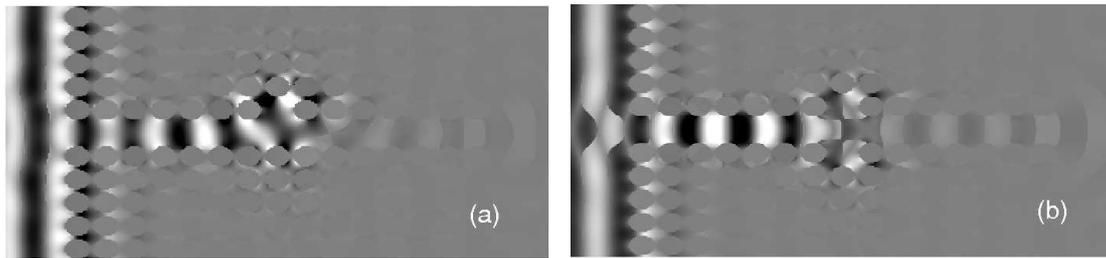


FIG. 2.17 – Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal à travers le guide greffé d'un résonateur unique asymétrique (a) et symétrique (b). Les fréquences des ondes numériquement excitées sont de 291 kHz pour (a) et de 283 kHz pour (a).

Comportement en terme de phase - résonateur unique

Si l'on se limite aux fréquences comprises dans la bande guidante, la relation liant phase entre entrée et sortie du guide et vecteur d'onde dans le cas de la propagation d'une onde dans un guide unimodal est linéaire et s'écrit :

$$\phi(\omega) = k(\omega) L$$

avec k le vecteur d'onde acoustique, ω la pulsation et L la distance de propagation. Il est ainsi possible, en mesurant la phase du signal transmis, de remonter à la relation de dispersion $k(\omega)$ du mode guidé.

Une mesure du déphasage dans le cas du guide parfait et dans celui du guide avec un résonateur greffé est donnée sur la figure 2.18. La pente des courbes pour les deux systèmes est la même, ce qui nous permet dans un premier temps d'évaluer la vitesse de groupe de l'onde, qui est en l'occurrence de 830 m.s^{-1} , contre 1490 m.s^{-1} pour le mode longitudinal dans l'eau.

Cette réduction de vitesse, usuellement observée dans les cristaux photoniques comme phononiques, est due à la périodicité du bord du guide et ainsi aux phénomènes d'interférence qui en résultent. La dispersion du système est donc affecté par cette "rugosité" de bord périodique,

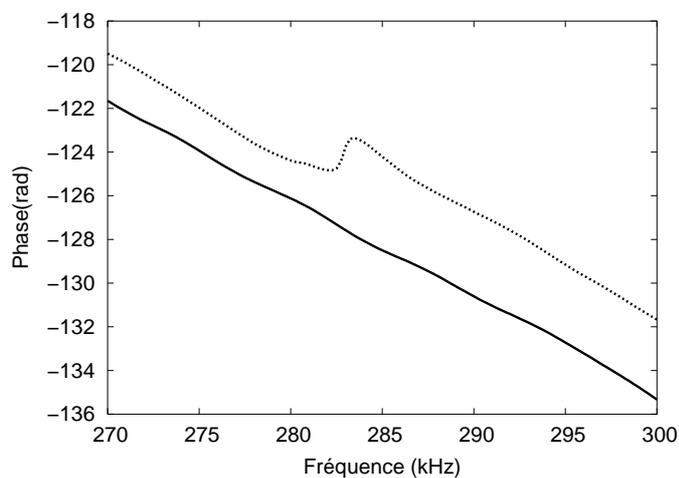


FIG. 2.18 – Mesure expérimentale de la phase en fonction de la fréquence du signal pour le guide droit (ligne pleine) et pour le guide greffé d'un résonateur symétrique (ligne pointillée).

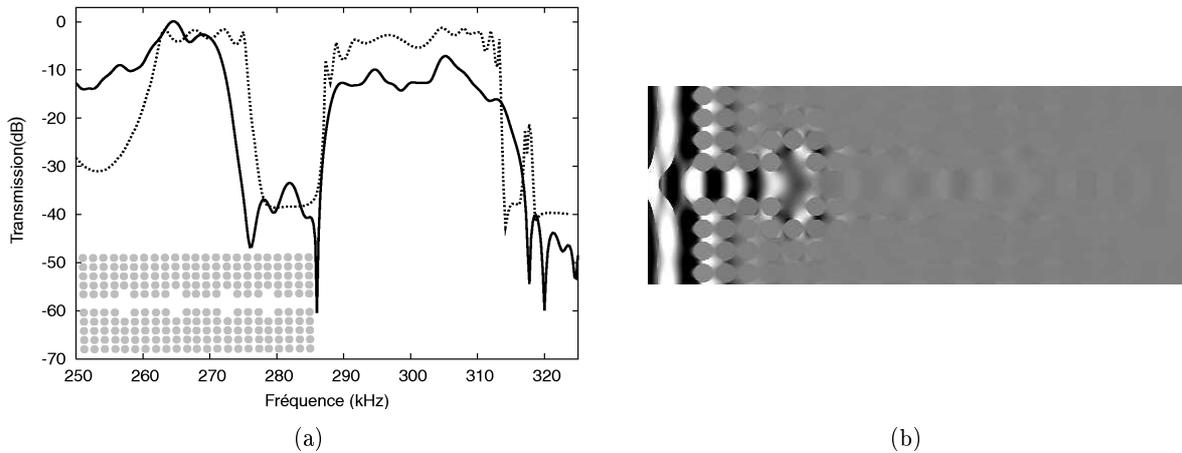


FIG. 2.19 – (a) Spectre en transmission mesuré (ligne pleine) et calculé (ligne pointillée) d'un guide droit greffé d'une série de résonateurs. (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal pour une fréquence d'émission de 285 kHz se propageant dans la structure.

conduisant à un ralentissement de l'onde se propageant dans le réseau.

L'introduction du résonateur provoque une transition de phase à la fréquence de résonance du défaut. Le déphasage est expérimentalement évalué autour de $\pi/2$ sur la figure 2.18, alors que le phénomène de réflexion à l'origine des zéros de transmission laisserait prévoir un déphasage de π , caractéristique de la formation d'une onde contra-propagative. Une explication possible réside dans le fait que les chutes de transmission observées ne conduisent pas à une extinction complète du signal et l'onde continue à se propager le long du guide.

Étude de résonateurs en série

Les effets décrits dans les paragraphes précédents peuvent encore être améliorés par l'insertion d'une série de résonateurs identiques le long du guide. Afin de bénéficier d'un nombre suffisant de résonateurs pour mettre en évidence des phénomènes de couplage, on porte à vingt-deux le nombre total de périodes du cristal. On greffe alors une série de quatre résonateurs identiques, placés toutes les trois ou quatre périodes, comme illustré sur la figure 2.19a. L'idée ici est d'assurer un espace de propagation suffisant entre deux résonateurs afin d'éviter les phénomènes de couplage pouvant se mettre en place entre deux cavités résonantes et de garantir que les effets observés ne résultent que du couplage entre le guide et les cavités successives. Le spectre en transmission obtenu dans cette configuration est donné sur la figure 2.19a dans le cas d'une série de résonateurs espacés de quatre périodes. On observe une extinction du signal sur une large gamme de fréquences pourtant comprise dans la bande de guidage de la structure. Ces nouvelles fréquences interdites s'étendent de 276 à 286 kHz. L'introduction d'une série de résonateurs le long d'un guide permet donc d'ouvrir une bande interdite secondaire à l'intérieur de la bande guidante, comme le confirment les simulations FDTD présentées sur la figure 2.19b. L'excitation correspond ici à une fréquence d'émission de 285 kHz comprise dans la bande interdite secon-

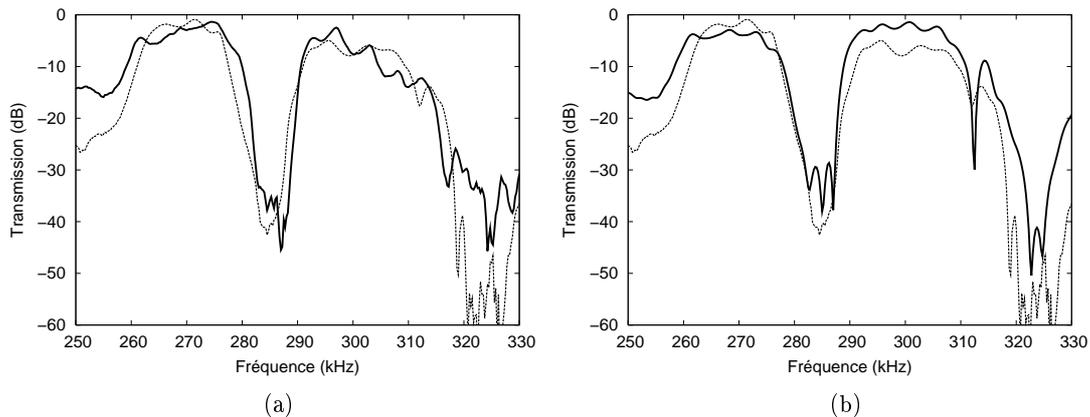


FIG. 2.20 – Spectres en transmission mesurés (trait épais) d’un guide droit greffé d’une série de résonateurs espacés de (a) 2 périodes et (b) 3 périodes. Le spectre en trait fin présent à l’identique sur les deux courbes est celui mesuré pour un espacement entre résonateurs de 4 périodes.

daire. L’atténuation mesurée dans ce cas est d’ailleurs supérieure à celle précédemment observée pour un résonateur unique, ce qui peut s’expliquer par les réflexions successives subies par l’onde au cours de sa propagation et de son couplage aux différents résonateurs. Le taux d’extinction mesuré serait ainsi fonction du nombre total de résonateurs greffés le long de la structure.

Afin de vérifier, au moins partiellement, ce dernier point, différentes configurations de résonateurs greffés ont été caractérisées. Les résonateurs sont alors disposés périodiquement ou non. Les mesures réalisées, reportées sur la figure 2.20 montrent que la périodicité de l’arrangement (ici deux ou trois périodes) n’affecte pas notablement la fonction de transfert de la structure. Seul le nombre de résonateurs conduit à une modification du spectre de transmission par une augmentation du taux d’extinction et un élargissement de la bande interdite secondaire ouverte.

Application au démultiplexage en longueur d’onde

La possibilité de confiner des modes évanescents dans ces cavités résonantes permet d’envisager la mise en place de fonctions de couplage entre deux guides parallèles. Les applications relèveraient alors de systèmes de type filtre accordable, ou encore de démultiplexage en longueur d’onde. Une étude expérimentale a d’ailleurs été menée en collaboration avec le Laboratoire de Dynamique des Structure des Matériaux Moléculaires (LDSMM, aujourd’hui équipe EUPHONI de l’IEMN) de l’université de Lille 1. L’idée était d’établir une démonstration théorique et expérimentale de la possibilité d’observer un couplage évanescent de l’onde acoustique d’un guide à l’autre [78].

Le cristal phononique initial est le même que celui qui a été au centre des travaux évoqués dans les sections précédentes. Deux guides W1 sont inscrits dans le cristal parfait. Ceux-ci sont séparés de cinq périodes et orientés de sorte à assurer une propagation suivant GX. On intègre alors à la structure deux types de défauts additionnels : des résonateurs, d’une part, et des cavités uniques, monomodes, destinées à confiner des modes de défaut d’autre part. Un schéma de la

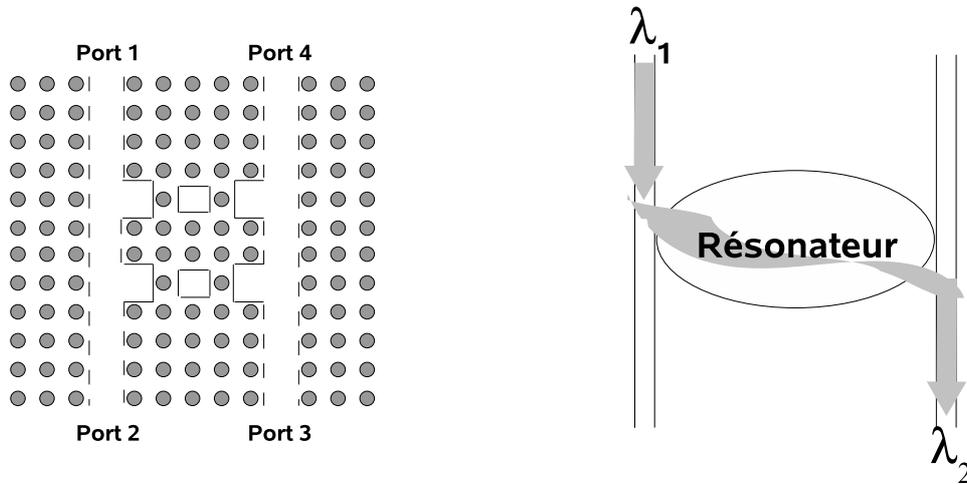


FIG. 2.21 – Agencement des défauts dans un cristal phononique pour application au démultiplexage en longueur d’onde.

structure globale est donné sur la figure 2.21.

Les résonateurs ont pour fonction d’assurer le couplage du guide 1 (respectivement, 2) vers la cavité puis de la cavité vers le guide 2 (resp. 1). Le comportement du défaut a été simulé numériquement par la méthode des différences finies. Les résultats de cette simulation sont reportés sur la figure 2.22. La cavité isolée permet de sélectionner une bande spectrale étroite (de l’ordre de 3 kHz) autour de 290 kHz. Cette fréquence coïncide avec celle de réjection de 290 kHz mesurée pour le guide greffé d’un résonateur unique, facilitant ainsi le transfert d’énergie par couplage évanescent de ce dernier vers la cavité.

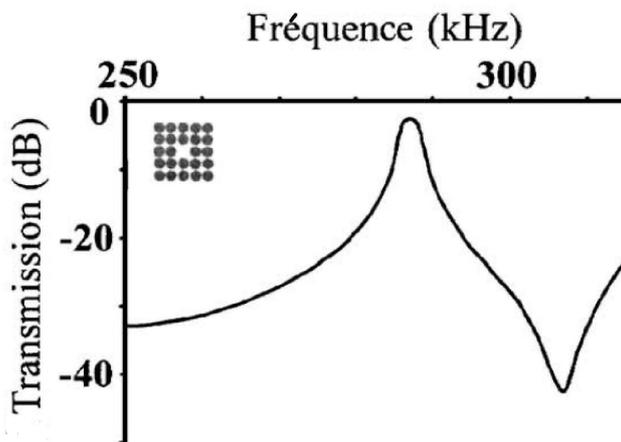


FIG. 2.22 – Spectre en transmission calculé pour un cristal phononique doté d’une cavité unique.

Lors des simulations numériques réalisées, on considère que l’onde incidente de profil spatial Gaussien ne pénètre que par l’un des deux ports de la structure (par exemple le port 1), laissant ainsi le port d’entrée parallèle (par exemple le port 4) inaffecté. On évalue alors le signal transmis sur les ports 2, 3 et 4. La figure 2.23a donne le spectre de transmission simulé dans une telle configuration. A la fréquence de résonance des modes de défauts, à savoir 290 kHz, on

observe une chute de transmission sur le port 2, associée à l'apparition d'un pic en sortie sur le port 3 d'amplitude correspondant aux pertes subies sur le port précédent. On assiste donc à un transfert de l'énergie acoustique d'un guide à l'autre par couplage évanescent à travers les cavités résonantes inscrites dans le réseau à cette fréquence particulière. Cette hypothèse est théoriquement confirmée par les simulations FDTD de la figure 2.23b : le calcul du champ de déplacement le long de la direction de propagation à $f=290$ kHz met en évidence ce transfert énergétique du premier guide vers le second *via* les deux résonateurs greffés. La transmission sur le port 2 est alors nulle. On remarque toutefois la présence d'un signal sur le port 4, sur lequel nous reviendrons après confrontation à l'expérience.

Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure 2.24. Le signal est émis par le port 1 et collecté sur les ports 2 et 3. On observe un pic de transmission autour de 290 kHz sur le port 3 accompagné de pertes concomitantes en amplitude de l'ordre de 15 à 20 dB à cette même fréquence sur le port 2. Si, de façon qualitative, ces mesures sont conformes aux prévisions théoriques, on remarque toutefois que les niveaux maximums sur les deux ports ne se trouvent pas à amplitudes égales. Une différence de l'ordre de 5 dB est obtenue entre l'amplitude maximale détectée sur le port 2 (hors résonance) et celle mesurée sur le port 3 (à la résonance). On mesure par ailleurs expérimentalement un signal non nul sur le port 4, à l'image de ce qui a été déterminé théoriquement. Ce dernier point peut assez intuitivement s'expliquer par la méthode d'excitation de l'onde acoustique, expérimentalement comme numériquement. En effet, il est très difficile dans les deux cas de n'exciter que le port 1 : à la source non ponctuelle viennent s'ajouter les couplages potentiels entre inclusions voisines qui, du fait du faible nombre de périodes séparant les deux guides d'ondes, conduisent à un transfert énergétique, certes faible, mais non nul, du port 1 vers le port 4 avant même le confinement et la propagation de l'onde incidente dans le guide 1. Or, ce signal présent dans le guide 2 va naturellement affecter le signal mesuré sur les port 3 et 4 (la réponse mesurée par le transducteur ne pourra être nulle sur le port 4, même si l'on se situe hors résonance).

Ces mesures confirment la possibilité de transférer l'énergie d'un mode propagatif à un autre par couplage évanescent avec des modes de cavité. La fréquence à laquelle le transfert s'opère correspond à la fréquence de résonance des éléments de couplage (cavités et résonateurs). Une poursuite possible à ces travaux consisterait à jouer sur la nature et la géométrie (dimension, notamment) des cylindres environnant les cavités afin d'optimiser encore le couplage entre les différents éléments constituant le système.

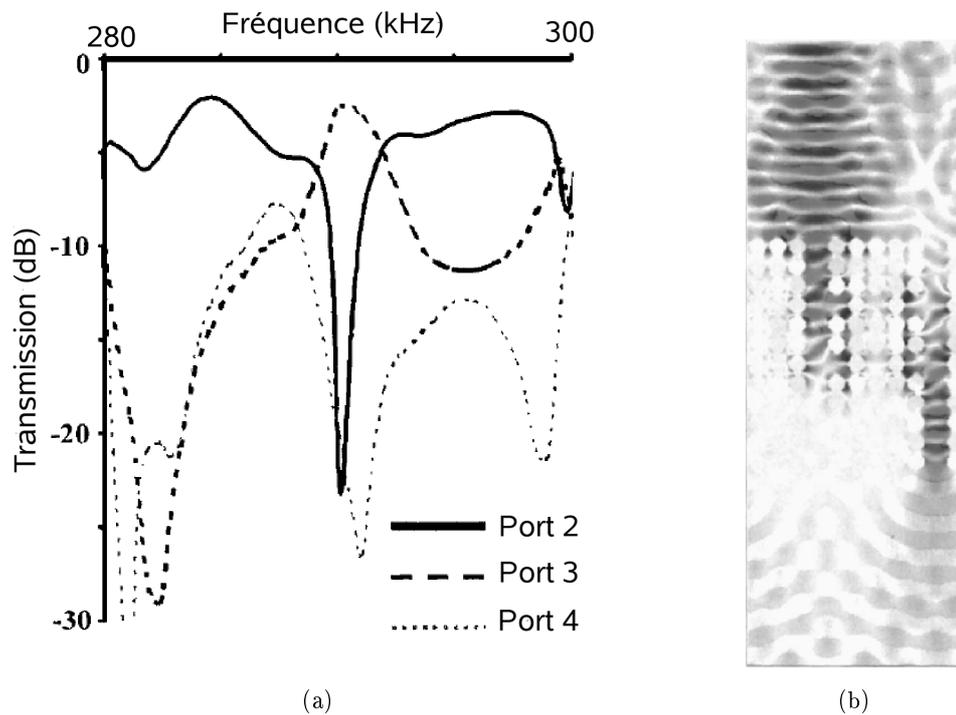


FIG. 2.23 – (a) Spectres en transmission simulés au niveau des ports 2, 3 et 4 pour une onde incidente pénétrant la structure par le port 1. (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal pour une fréquence d'émission de 290 kHz se propageant dans la structure.

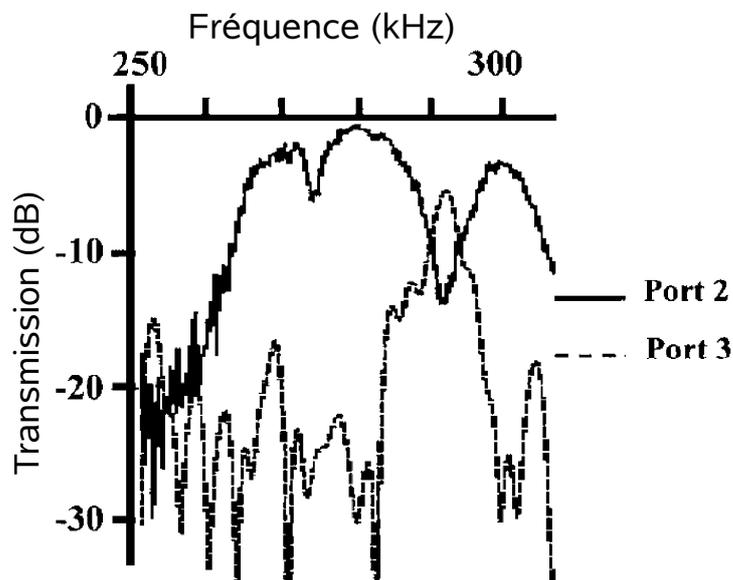


FIG. 2.24 – Spectre en transmission mesuré expérimentalement en sortie des ports 2 et 3. On observe bien un couplage de l'onde du guide 1 vers le guide 3 autour de 290 kHz.

2.4 Conclusion

La réalisation de structures simples consistant en un arrangement ordonné de cylindres d'acier pleins dans de l'eau nous a permis de mettre en évidence une série de propriétés propres aux matériaux à bandes interdites phononiques. En plus des phénomènes de filtrage fréquentiel et de guidage, nous avons étudié l'interaction entre modes propagatifs confinés dans un guide W1 et modes localisés d'un résonateur. Dans le cas d'un résonateur unique, l'insertion de ce type de défauts le long du guide induit l'apparition de zéros dans le spectre de transmission de la bande guidante de la structure. L'onde acoustique est alors atténuée sur une bande spectrale très étroite dont la fréquence centrale est fonction de la géométrie du résonateur et notamment de sa longueur. L'onde propagative dans le guide est alors réfléchiée vers l'entrée du guide d'onde. Une géométrie spécifique consistant en un arrangement périodique ou non de ces cavités résonantes résulte en l'apparition de bandes interdites, dont la largeur, la position et le taux d'extinction sont contrôlés par la séquence et le type de résonateurs greffés : nombre total de cavités, symétrie (résonateur simple, symétrique, d'une ou plusieurs périodes de long, etc...).

De façon plus générale, ces couplages possibles entre modes propagatifs et localisés ont ouvert la voie à quelques expériences mettant en jeu une structure phononique plus complexe constituée d'un arrangement donné de guides, résonateurs et cavités pour des applications au démultiplexage en longueur d'onde. Il est en effet possible d'exploiter ce type d'interactions afin de procéder à un transfert d'énergie d'un guide vers un autre à des fréquences particulières conditionnées par les caractéristiques géométriques des résonateurs. Si des améliorations en termes de couplage restent néanmoins à apporter, ces premiers résultats permettent d'envisager la conception de dispositifs acoustiques de traitement du signal assurant des fonctions complexes fondés sur des cristaux phononiques.