

---

**Prétopologie**  
**Classification**  
**Et**  
**Reconnaissance**

*Deux types d'activités sont concernées par le domaine de la Reconnaissance des Formes : la classification et la reconnaissance.*

*En classification (automatique) (ou apprentissage non supervisé) il s'agit de matérialiser des classes dans un ensemble de données. Une première famille de méthodes dites hiérarchiques consiste à construire une suite de partitions emboîtées de cet ensemble. Une deuxième famille de techniques dites par optimisation de critère commencent avec une partition aléatoire de l'ensemble des données qu'elles font évoluer dynamiquement pour converger, lorsqu'un critère donné, indiquant la cohésion des classes, est optimum. Enfin, une dernière famille de méthodes que nous appellerons locales analyse d'une manière ponctuelle l'ensemble d'apprentissage pour y mettre en évidence les lois de concentration des points. Les techniques prétopologiques de classification peuvent être considérées comme faisant partie de cette dernière famille. Nous présentons dans la première partie de ce chapitre ces méthodes prétopologiques en signalant à la fin leur différence avec des méthodes de même nature : les méthodes par séparation de modes.*

*En reconnaissance (ou apprentissage supervisé) il s'agit de généraliser, sur un ensemble test, la fonction d'interprétation, connue a priori sur l'ensemble d'apprentissage. Les techniques de reconnaissance sont classiquement regroupées selon leurs modes de représentation et de computation. On distingue par exemple des techniques statistiques, syntaxiques et structurelles. Les techniques prétopologiques de reconnaissance sont en quelque sorte "diagonales" à ces techniques classiques puisqu'elles ne sont basées que sur la notion de voisinage qui est commune à toutes ces approches. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation des techniques prétopologiques pour l'apprentissage supervisé.*

## I. LA CLASSIFICATION AUTOMATIQUE

La classification automatique, ou apprentissage non supervisé, a pour objectif d'organiser un ensemble d'individus  $E$  en classes, de façon à mieux l'interpréter et à mieux l'apprendre. Dans cette approche, on n'a aucune information a priori sur  $E$ , si ce n'est les attributs (caractéristiques) des individus ou les ressemblances entre ces individus, et, dans certains cas, le nombre de classes à détecter. Une méthode de classification automatique est basée en général sur l'idée de ressemblance suivante : deux éléments proches sont mis dans une même classe alors que deux éléments éloignés sont dans deux classes différentes.

Ces hypothèses de classification automatique ont trouvé une première interprétation prétopologique avec EMPTOZ dans sa thèse de doctorat d'état [Emptoz-83]. Les mesures de ressemblance existantes entre les individus de l'ensemble  $E$  et le principe de proximité qui est à la base de la formation des classes sont remplacés par des adhérences prétopologiques. L'auteur propose des algorithmes prétopologiques pour l'apprentissage non supervisé qu'il présente en deux familles de méthodes dites respectivement : *méthodes de groupement par propagation* et *méthodes de groupement par extraction d'une nouvelle prétopologie*. Les méthodes de groupement par extraction d'une nouvelle prétopologie sont basées sur une recherche par adhérences successives d'extréma locaux relatifs à une fonction structurante

modélisant la densité locale des points. Pour des raisons de généralité cette dernière famille de méthodes n'est pas présentée dans cette thèse.

Dans la suite, nous présenterons les méthodes de groupement par propagation auxquelles nous adjoindrons l'algorithme de PIEGAY qui en forme une généralisation particulière.

Nous trouvons une seconde utilisation des procédés prétopologiques en classification automatique avec la méthode DEMON dans [Nicoloyannis-88]. L'auteur a construit un algorithme auto-paramétré basé sur des voisinages de type r-voisin relatif. Cette méthode sera résumée plus loin.

## I.1 Les méthodes de groupement par propagation [Emptoz-83]

L'auteur présente plusieurs versions plus ou moins raffinées de son algorithme selon les cas à traiter (partition : classes disjointes, ou recouvrement : classes avec intersection non vide).

On a besoin a priori de :

- la définition d'une première adhérence qui traduit le fait que deux éléments proches sont susceptibles d'appartenir à la même classe,
- la définition d'une fonction évaluant la densité locale en chaque individu, sur la base d'une deuxième adhérence (qui peut être identique à la première)

Soit alors  $ad_E$  et  $ad$  deux structures prétopologiques définies sur  $E$ ,  $\Psi$  une fonction d'ensemble définie sur  $P(E)$  et  $S$  une fonction structurante définie par :

$$\forall x \in E, S(x) = \Psi(ad(\{x\})).$$

L'algorithme effectue un seul balayage de tous les points de  $E$  qui ont été ordonnés dans une liste selon les valeurs croissantes ou décroissantes de  $S$ . L'ordre est choisi de telle sorte que l'on puisse commencer à partir d'un élément « modèle », par exemple de forte densité.

Après cette étape de prétraitement un effet de chaîne, initialisé par le premier élément de la liste, est mis en route pour permettre à chaque élément  $x$  non encore classé de jouer le rôle de classifieur de la manière suivante :

- dans le cas d'un recouvrement  $x$  attire dans sa classe tous les éléments de son adhérence  $ad_E(\{x\})$ ;
- et dans le cas d'une partition  $x$  n'attire dans sa classe que les éléments non encore classés de son adhérence.

## Le principe de l'algorithme

I-	<u>PRETRAITEMENT</u>	
	• Pour chaque x de E	
	- Déterminer $ad(\{x\})$	
	- Calculer $S(x)$	
	• Ordonner les éléments de E dans un tableau T selon les valeurs décroissantes (ou croissantes) de S	
II	<u>GROUPEMENT</u>	
α)	Initialisation	$i \leftarrow 0$ Soit e le 1 <sup>er</sup> élément de T $T \leftarrow T - \{e\}$ . Aller en β)
β)	Création d'une nouvelle classe	$i \leftarrow i + 1$ e crée la classe $C_i$ et y entraîne les éléments de son adhérence non classés Aller en δ)
γ)	Groupement	les éléments de $ad_E(\{e\})$ , non encore classés sont affectés à la classe $C_k$ .
δ)	Contrôle	les éléments de $ad_E(\{e\})$ déjà classifiés ailleurs qu'en $C_k$ sont neutralisés donc retirés du tableau T. Si $T = \emptyset$ aller en ε) Sinon, soit e le premier élément de T - Si e est déjà classifié dans une classe $C_k$ aller en γ) - Sinon aller en β)
ε)	Edition	Editer les classes obtenues

Figure III.1 : L'algorithme de groupement par propagation dans le cas d'une partition [Emptoz-83]

### Commentaires

Dans les calculs pratiques les adhérences utilisées par l'auteur sont de types  $\varepsilon$ -voisins ou k-plus-proches-voisins. En particulier, lorsque l'adhérence  $ad$  est celle des p-plus-proches-voisins et  $ad_E$  l'adhérence des n-plus-proches-voisins, l'algorithme est baptisé *algorithme des (n-p) plus proches voisins*.

Une version plus élaborée de l'algorithme construit une adhérence plus intelligente que l'adhérence  $ad$  traduisant la proximité entre les éléments pour les agréger aux classes. Cette nouvelle adhérence s'adapte aux structures locales de l'espace de représentation. Dans l'algorithme des (n-p) plus proches voisins, par exemple, cette adaptativité se traduit par la dépendance du paramètre p de la structure avoisinant l'élément x à classer. p, qui devient alors  $p(x)$ , peut être égal à :

$$p(x) = p \times \frac{S(c)}{S(x)}$$

où S est la fonction structurante et c est le classifieur de x.

### Validation de l'algorithme

Sur la figure III.2 nous avons représenté l'exemple initial qui démontre que cette méthode de classification, très sommaire, était capable de donner des résultats presque satisfaisants. Les trois groupes de points de l'exemple suivent respectivement des lois de distribution uniforme, normale et de poisson.

Ces méthodes ont été en outre utilisées avec succès dans des domaines applicatifs très variés, par exemple :

- pour résoudre des problèmes de neurophysiologie dans la classification des nuits de sommeil en fonction de l'activité onirique,
- pour la classification des signaux traduisant la pression dans un injecteur de moteur diesel.

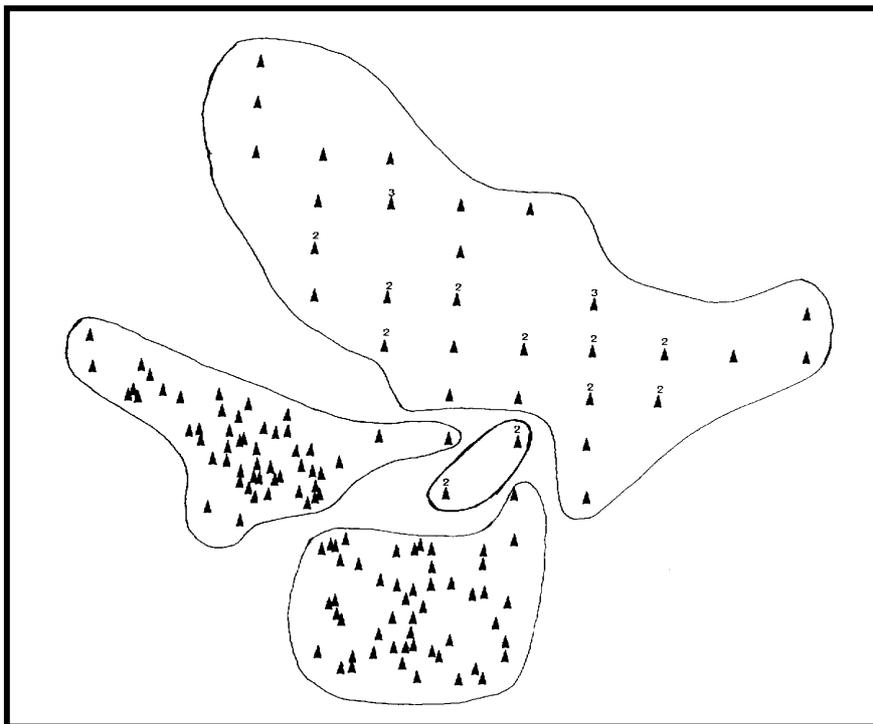


Fig III.2 : Test de l'algorithme de groupement par propagation sur un mélange des trois lois : de poisson, normale et uniforme

### I.2 La méthode de groupement de PIEGAY [Piegay-97]

Cette méthode qui est une généralisation de la méthode de groupement par propagation, présentée précédemment, repose sur les trois points suivants :

- quantification de l'attachement de chaque individu classé à sa classe par un *coût d'agrégation*, le calcul de ce coût dépendant directement de la description a priori des classes recherchées ;
- propagation, par application d'une adhérence prétopologique, des classes parmi leurs individus voisins pour lesquels elles sont susceptibles de proposer un coût d'agrégation

inférieur à leur coût "courant"; il y a ainsi remise en question possible de l'appartenance d'un individu à une classe ;

- utilisation d'un intérieur prétopologique pour déclasser les individus "déconnectés" de leur classe à la suite de la remise en cause de l'appartenance d'un individu à une classe.

### ***Le principe de la méthode :***

Chaque individu de E est muni d'un ensemble d'attributs caractéristiques, d'un voisinage, et d'une fonction structurante.

L'algorithme repose sur des régions noyaux qui sont des parties, connexes, de densité locale maximale ; elles peuvent être déterminées manuellement ou automatiquement.

Tout individu x (classé ou non classé) voisin d'une classe C peut y être agrégé, cette agrégation est "assortie" d'un coût d'agrégation de x à C. Ce coût d'agrégation est une valeur d'attachement de l'individu à sa classe, il est évalué sur le chemin que la classe a parcouru depuis sa région noyau jusqu'à cet individu. Il sera d'autant plus petit que l'individu x sera susceptible d'appartenir réellement à C. Un individu classé changera donc de classe si une nouvelle classe lui propose un coût d'agrégation plus faible.

Cette remise en question de l'étiquetage des individus, pose des problèmes de connexité des classes; afin d'y remédier, l'auteur propose de procéder de la manière suivante : lorsqu'un individu x change d'état, cela entraîne également un changement des individus sur lesquels x a eu une influence (au sens du classement).

Si x est réaffecté à une autre classe, alors les individus de la branche associée à x, c'est à dire l'ensemble des individus y tels que C est passée par l'individu x pour absorber y, doivent être déclassés, pour ne pas obtenir des classes finales discontinues ; d'où la nécessité d'utiliser deux outils pour effectuer la segmentation d'un ensemble E (cf. Figure III.3):

- une adhérence prétopologique formalisant la propagation des classes,
- un intérieur prétopologique formalisant la destruction des "branches" qui ont été coupées.

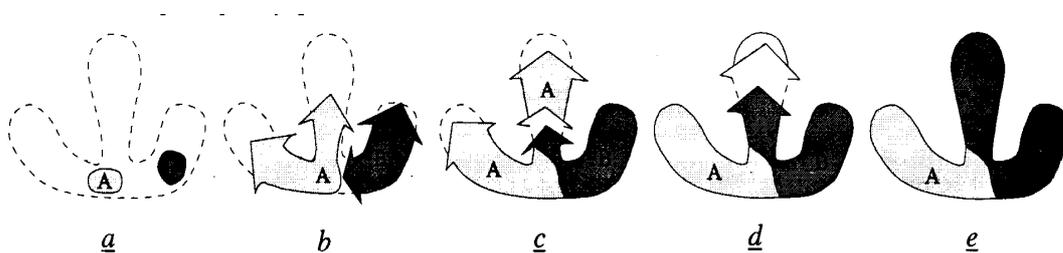


Figure III.3 : Propagation des classes A et B et destruction des branches coupées [Piegay-97]

Après avoir montré la convergence de son algorithme, l'auteur teste sa méthode, avec des voisinages de type  $\epsilon$ -voisins, sur un ensemble d'illustration de six populations de points : trois populations gaussiennes de fortes densités et très proches les unes des autres, deux populations en forme de croissant de lune de fortes densité et entrelacées l'une dans l'autre, et

enfin une population gaussienne de faible densité intercalée entre les deux premiers groupes de populations. Les résultats obtenus sont satisfaisants (Figure III.4) et permettent de mettre en valeur plusieurs niveaux de perception des classes. Nous reviendrons sur la question de perception plus loin dans ce chapitre lors du traitement multi-échelle des données.

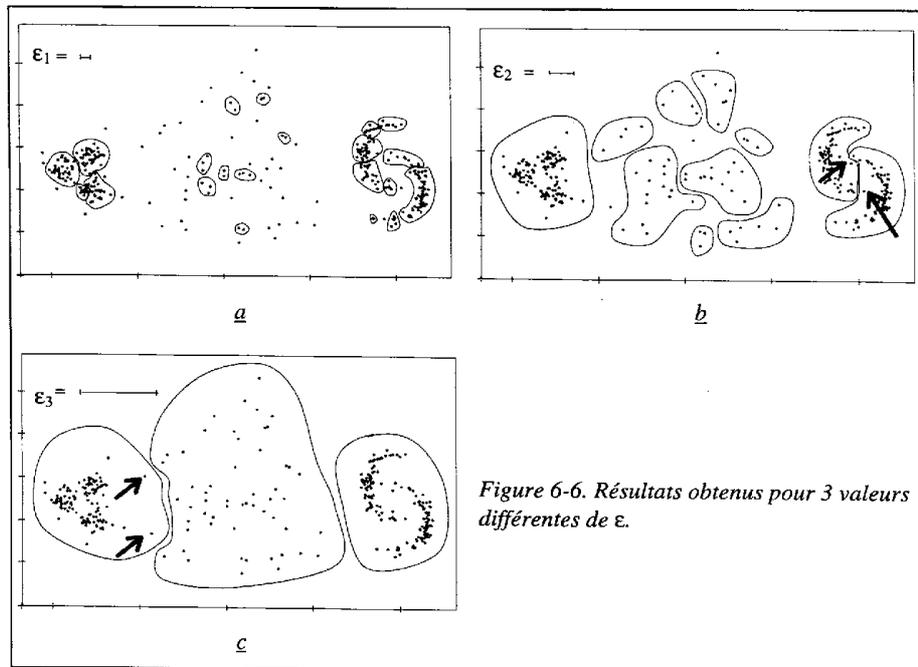


Figure 6-6. Résultats obtenus pour 3 valeurs différentes de  $\epsilon$ .

Figure III.4 : Classification automatique par la méthode de PIEGAY [Piegay-97]

### I.3 La méthode DEMON [Nicoloyannis-88]

La méthode DEMON est une méthode auto-paramétrée de classification automatique qui fait appel aux notions de fonctions d'ensemble et aux structures prétopologiques. Elle est présentée par son auteur comme une méthode qui éviterait à son utilisateur, souvent chercheur en sciences sociales, une manipulation "à risques", puisque ce dernier, ne maîtrise pas généralement les outils spécialisés de traitement de données.

L'algorithme de la méthode se déroule en deux étapes : une étape descendante (DE) qui tient compte des structures locales de l'ensemble  $E$ , suivie d'une étape montante (MON) qui procède au regroupement éventuel de certaines des classes mises en évidence à la première étape. L'algorithme s'arrête automatiquement lorsque l'on a obtenu une partition de  $E$  telle que chaque élément de cette partition est un fermé au sens de la prétopologie définie.

La méthode est basée sur un outil prétopologique spécifique, il s'agit de la notion de  $r$ -voisinage relatif définie par l'association à tout  $x$  de  $E$ , supposé muni d'une dissimilarité  $d$ , de la boule de centre  $x$  de rayon  $r(x,A,P)$  où :

- $P$  est une partition de  $E$

- A est un élément de P tel que  $x \in A$

De cette manière, puisque les classes sont obtenues par des adhérences successives de type r-voisin relatif, la méthode est entièrement auto-paramétrée et ne dépend que du choix de r. L'auteur propose de prendre  $r(x,A,P)$  en fonction des trois indices de structuration suivants :

- $IL(x,A)$  est un indice tenant compte de la densité des points de A autour de x
- $IG(x,A)$  tient compte de la densité globale de A,
- $IS(P,P_G)$  tient compte de l'évolution entre la partition grossière  $P_G$  (pas de structure) et la partition en cours P.

et 
$$r(x,A,P) = IL(x,A)*IG(x,A)*IS(P,P_G)$$

Les résultats fournis par DEMON sont de deux types :

- testé sur diverses données, telles que : les données de RUSPINU, les mélanges de lois normales de DIDAY, des mélanges de structures non linéairement séparables, l'algorithme donne des résultats satisfaisants,
- une application particulière de DEMON à un problème issu du secteur santé, et plus précisément de recherche de groupes homogènes de malades admis en secteur hospitalier : cette application, menée en liaison étroite avec des professionnels du secteur santé a fourni des groupes de caractérisation satisfaisants.

#### **I.4 Conclusion - Commentaires**

En introduction de ce chapitre nous avons rappelé les différentes familles de méthodes de classification automatique et nous avons situé les techniques prétopologiques de classification dans la famille des méthodes dites locales. A côté de ces techniques nous trouvons les méthodes de séparation des modes. Les modes sont soit considérés comme des extrema locaux de la fonction de densité de probabilité [Devijver-82], soit assimilés à des régions de l'espace où cette fonction est concave [Vasseur-80, Postaire-82], soit encore considérés comme des régions délimitées par leurs contours [Touzani-87]. On notera que dans [Botte-Lecocq-91] et [Sbihi-95] les auteurs utilisent la morphologie mathématique pour extraire les modes qui sont alors considérés comme des régions localement maximales de l'espace des représentations. Dans tous les cas le but étant de partitionner l'espace des individus en un nombre minimal de régions dont la densité de probabilité sous-jacente est unimodale ; chaque région est alors associée à une classe.

Les méthodes de séparation de modes peuvent être mises en rapport avec les méthodes prétopologiques du fait que les deux approches sont fonctionnelles : les premières utilisent la notion de fonction de densité de probabilité et les autres celle des fonctions structurantes. Une première différence entre ces deux approches est qu'une fonction de densité de probabilité donne une allure globale, assez lisse et unimodale de chaque classe alors qu'une fonction structurante reste en général "collée" à chaque individu et peut, par conséquent, avoir des fluctuations locales. Cette différence de la nature des fonctions utilisées conduit à des processus de traitement différents. Un processus prétopologique de classification peut être

considéré comme *constructif* dans le sens où les classes sont construites par des adhérences successives à partir des régions significatives, alors qu'un processus de séparation de modes peut être qualifié de *décisionnel* dans le sens où les classes sont obtenues en décidant les lieux de séparations entre les différents modes.

## II. LA RECONNAISSANCE

Un processus de reconnaissance de formes de type classement se déroule en deux phases successives basées respectivement sur deux parties complémentaires de l'ensemble des représentations : l'ensemble d'apprentissage et l'ensemble test.

La phase d'apprentissage consiste à construire des classes sur l'ensemble d'apprentissage qui est supposé représentatif de l'ensemble des représentations. La phase de classement s'effectue sur l'ensemble test pour valider ou remettre en cause la classification élaborée par l'apprentissage. La classification obtenue n'est bien sûr correcte qu'à un degré de pourcentage qui peut être estimée par certaines méthodes bien définies.

Les méthodes prétopologiques pour le classement peuvent être réunies en trois familles bien distinctes :

- 1- le modèle prétopologique pour l'apprentissage supervisé [Emptoz-83],[Bouayad-95]
- 2- les méthodes des adhérences adaptatives [Henry-93],[Lebourgeois-96],[Frelicot-98]
- 3- les méthodes du vote universel [Boubakeur-95].

### II.1 Le modèle prétopologique pour la reconnaissance

La première utilisation de la prétopologie en classement remonte à 1983 avec la thèse de EMPTOZ. C'est plus qu'une méthode, c'est un modèle pour l'apprentissage supervisé qui est proposé dans [Emptoz-83]. Les structures prétopologiques utilisées sont très générales et peuvent convenir à plusieurs types de voisinages.

Douze années plus tard, nous avons repris ce modèle que nous avons généralisé pour prendre en compte des processus de classement avec recouvrement, c'est à dire en laissant la possibilité à des éléments non classés d'adhérer à plusieurs classes qui sont proches.

Dans ce chapitre nous faisons une présentation très résumée de ce modèle sachant que nous allons nous y intéresser dans notre dernier chapitre consacré à la modélisation de la reconnaissance des formes.

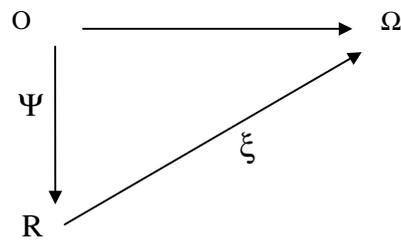
*Le modèle initial*

Figure III.5 : Le modèle ensembliste

Comme nous l'avons rappelé au chapitre I, nous pouvons considérer que tout processus de reconnaissance met en jeu trois ensembles et deux applications suivant la figure II.5 telle que :

O : ensemble des objets à reconnaître

R : ensemble des représentations de ces objets

$\Omega$  : ensemble des formes (ou des étiquettes )

$\psi$  : fonction de représentation

$\xi$  : fonction d'identification ou d'interprétation.

La construction de l'application d'interprétation  $\xi$  qui constitue le cœur du problème de la Reconnaissance de Formes se déroule en deux phases :

- La phase d'apprentissage : son rôle est de déterminer la fonction  $\xi$  sur un sous-ensemble T de R (appelé ensemble d'apprentissage ) avec l'aide d'un ou de plusieurs experts (apprentissage supervisé),
- La phase de classement (ou de reconnaissance) : lors de cette phase il s'agit de généraliser cette construction à l'ensemble R des représentations tout entier.

Les hypothèses suivantes sont faites tant sur les objets que sur les formes :

« H1 - *Les éléments de  $\Omega$  sont tous distincts.*

H2 - *Tout objet de O a une étiquette unique...*

H3 - *Tout objet de O fait partie d'une collection de parties de O.*

H4 - *Il existe au moins une structure prétopologique sur O, celle définie par la relation qui associe à chaque objet ceux qui ont le même nom que lui. »*

Généralement les structures des espaces de représentations utilisées dans les méthodes de classement permettent de calculer des proximités entre les différents individus, c'est

pourquoi le modèle propose de considérer que l'espace des représentations  $R$  est muni d'une structure prétopologique  $\text{ad}_R$ .

La fonction d'interprétation  $\xi$  étant parfaitement connue sur l'ensemble d'apprentissage  $T$ , les parties  $T_i = \xi|_T^{-1}(\omega_i)$  sont deux à deux disjointes et forment une partition de  $T$ . L'hypothèse supplémentaire qui consiste à considérer que les ensembles  $\text{ad}_R(T_i)$  forment une partition de  $R$  est nécessaire et suffisante pour donner un sens au principe de généralisation de  $\xi$  suivant :

$$\forall \omega_i \in \Omega, \xi^{-1}(\omega_i) = \text{ad}_R(T_i)$$

C'est à dire que chaque élément de l'ensemble d'apprentissage attire dans sa classe tous les éléments de son adhérence.

Pour traduire la continuité de  $\xi$ , EMPTOZ munit l'espace des formes  $\Omega$  de la structure prétopologique discrète  $\text{ad}_d$  et justifie cela par le fait que toutes les étiquettes de  $\Omega$  sont supposées bien distinctes.

### ***Généralisation du modèle au classement avec recouvrement***

Le modèle décrit au paragraphe précédent correspond à l'approche classique de la classification supervisée. Dans ce cadre, les processus aboutissent à l'établissement d'une partition de classes. Ceci n'offre pas la possibilité d'explicitier les liens entre les classes et occulte la vraie structure de l'espace des formes. La généralisation que nous proposons vise à dépasser ces limitations par une remise en cause des deux hypothèses H1 et H2, et par conséquent par une autre interprétation de la continuité du processus d'identification :

« les représentations d'objets "assez proches" sont interprétées par des formes "assez proches". »

Une jonction entre la prétopologie et la logique floue [Bouayad-95] nous permet en particulier de proposer, une structuration prétopologique non triviale de l'espace des formes et de mettre en valeur la notion de similarité entre formes. Ceci offre aussi une approximation plus naturelle de la notion de forme en lui donnant une certaine « épaisseur ».

Nous remplaçons la notion d'identification d'un objet représentée dans le premier modèle par l'application d'interprétation  $\xi$  par un degré d'appartenance à un sous ensemble flou de l'ensemble des formes. Cette généralisation permet de définir la notion de continuité prétopologique floue, ce qui nous permet de représenter la notion de transport de structure entre l'espace des représentations et l'espace des formes.

Nous reviendrons plus en détail sur toutes ces questions dans le dernier chapitre.

## **II.2 Les adhérences adaptatives pour la reconnaissance**

Dans ce paragraphe nous présentons une méthode de classement basée sur une approche prétopologique qui est bien adaptée à la reconnaissance optique des caractères imprimés (OCR) puisqu'elle a été élaborée dans ce but. Cette approche est présentée par ces auteurs comme une alternative aux méthodes classique utilisant les notions des "plus proches voisins". Les voisinages utilisés optimisent le recouvrement des classes de caractères et réduisent la complexité des calculs pendant la phase de reconnaissance. L'ensemble

d'apprentissage dans ces méthodes est évolutif puisqu'au cours du traitement il y a la possibilité d'en retirer des éléments tels que ceux non utilisés pendant un temps important ou ceux qui sont à la source d'erreurs répétitives.

L'algorithme utilisé dans ce processus repose sur des adhérences adaptatives dans le sens où la construction des classes se fait par décroissance de la "taille" des adhérences au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre de façon à pouvoir ajuster les frontières des classes [Henry-95], [Lebourgeois-96-1].

Si  $\xi$  est l'application d'interprétation entre l'espace des représentations  $\mathbf{R}$  et l'espace des formes  $\Omega$  et si  $\omega_0$  est une forme quelconque de  $\Omega$ , alors on pose :

$$T_0 = \{x \in T, \xi(x) = \omega_0\}.$$

L'adhérence choisie est l'adhérence des  $\varepsilon$ -voisins qu'on note  $ad(\{x\})$  pour un singleton  $\{x\}$  dans  $\mathbf{R}$ . L'idée de l'algorithme est de matérialiser la classe correspondante à  $\omega_0$ , c'est à dire  $C_0 = \xi^{-1}(\{\omega_0\})$  par le meilleur recouvrement possible, et cela en « optimisant » les adhérences des éléments de  $T_0$ .

Une première approximation de  $C_0$  pourrait être  $\bigcup_{x \in T_0} ad(\{x\})$ , mais les auteurs montrent que le recouvrement  $R_0$  suivant est meilleur :

$$R_0 = \bigcup_{x \in T_0} ad^{n(x)}(\{x\})$$

où les entiers  $n(x)$  vérifient :

- (i)  $ad^{n(x)}(\{x\}) \cap (T - T_0) = \emptyset$
- (ii)  $ad^{n(x)+1}(\{x\}) \cap (T - T_0) \neq \emptyset$

du fait qu'on a la relation évidente :  $\bigcup_{x \in T_0} ad(\{x\}) \subset \bigcup_{x \in T_0} ad^{n(x)}(\{x\})$

A partir de cette approximation de la classe, l'algorithme propose d'extraire de  $R_0$  un recouvrement par un nombre minimal d'adhérences de type  $ad^{n(x)}(\{x\})$  en parcourant itérativement les adhérences des plus grandes "tailles" aux plus petites et en éliminant systématiquement celles qui sont incluses dans les plus grandes (Figure III.6).

La reconnaissance d'un élément inconnu  $y$  est obtenue en parcourant les adhérences du recouvrement dans l'ordre décroissant de  $n(x)$  jusqu'à trouver une adhérence contenant  $y$ .

En outre, les propositions précédentes supposent une bonne séparabilité entre les classes, ce qui n'est pas toujours réaliste dans les problèmes aussi concrets que ceux posés en OCR, c'est pourquoi les auteurs proposent d'introduire un paramètre  $\alpha$  qui fixe un seuil de tolérance de recouvrement entre les classes.

Dans un article récent [Frelicot-98-1], les auteurs ont utilisé l'algorithme présenté plus haut et l'ont généralisé aux distances de type Mahalanobis.

Dans un autre article plus récent encore [Frelicot-98-2], les auteurs ont proposé une méthode de classification supervisée avec rejet basée sur les adhérences adaptatives.

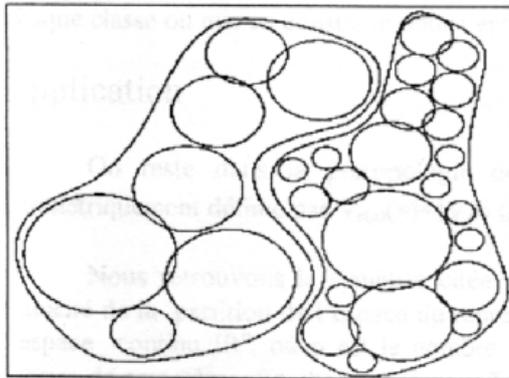


Figure 2a. Quasi-recouvrement des classes.

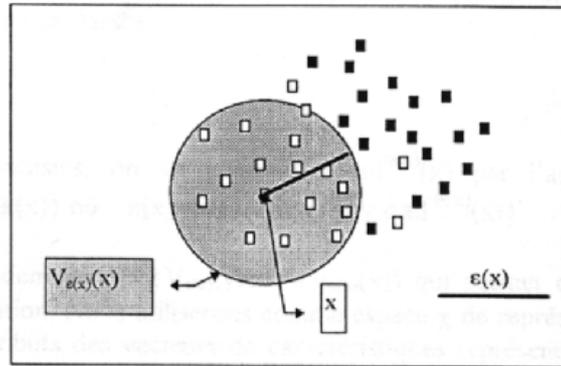


Figure 2b Définition d'un  $V_{\epsilon(x)}(x)$  pour  $\alpha=0$ .

Figure III.6 : Les adhérences adaptatives pour la reconnaissance des formes [Lebourgeois-96]

### II.3 La méthode du vote universel (VU) [Boubakeur-95]

La méthode que nous allons présenter part d'une critique des techniques des plus proches voisins élaborées pour le traitement des problèmes de reconnaissance des formes supervisée utilisant l'approche géométrique. S. BOUBAKEUR-AMGHAR reproche à ces techniques l'absence de la vision globale (la séparabilité des classes) et la non prise en compte du contexte.

L'auteur propose un critère de classement qui tient compte de deux facteurs que sont la densité locale des étiquettes identiques et la proximité entre individus. Pour cela elle a été amenée à définir la notion de voisinages d'ordre  $k$  ( $k=1,2,\dots$ ) en se basant sur un formalisme prétopologique. Cela lui a permis de structurer l'ensemble d'apprentissage selon une structure de voisinage choisie, et d'après la propriété fondamentale de non idempotence de l'adhérence l'information contextuelle est prise en compte.

Cette règle est baptisée vote universel (VU) car tous les points de l'ensemble d'apprentissage peuvent participer au vote pour le classement d'un individu anonyme.

Dans la suite nous présentons le principe de l'algorithme VU que nous avons adapté aux notations générales utilisées dans cette thèse.

Soit  $T$  l'ensemble d'apprentissage et  $T_t$  l'ensemble test.

Soit  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_m\}$  l'ensemble des classes.

On construit sur  $T$  une adhérence prétopologique  $ad$  à partir d'un voisinage de base selon le graphe de Gabriel.

Pour chaque  $x$  de  $T$  soit  $P(x) = (p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x))$  tels que  $p_j(x) = 1$  si  $x$  est dans la classe  $\omega_j$  sinon  $p_j(x)=0$ .

Soit  $k$  un entier fixé au préalable (pour mesurer le degré de voisinage)

### Les étapes de l'algorithme VU

- 1- Déterminer pour chaque  $x$  de  $T_t$ , à classer, les voisinages d'ordre  $i$  définis par récurrence par :

$$V_x^i = \text{ad}^i(\{x\}) - \text{ad}^{i-1}(\{x\}) \text{ (avec } \text{ad}^0(\{x\}) = \{x\} \text{ et } i=1 \dots k)$$

- 2- Pour chaque  $x_i$  de  $V_x^i \cap T_a$  calculer le poids qu'il possède pour voter le sort de  $x$   $\alpha(x_i)$  :

$$\alpha(x_i) = \frac{1}{(1 + d(x, x_i))^i}$$

- 3- Calculer pour chaque classe  $\omega_j$  le vote brute de  $x$ ,  $\delta_j(x)$  :

$$\delta_j(x) = \sum_{x_i \in T_a} \alpha(x_i) \cdot p_j(x_i)$$

- 4- Calculer le vote normalisé de  $x$  :  $P^*(x) = (\beta_1(x), \beta_2(x), \dots, \beta_m(x))$  tel que :

$$\forall j = 1..m, \quad \beta_j(x) = \frac{\delta_j(x)}{\sum_{i=1}^m \delta_i(x)}$$

- 5- Décider que  $x$  est dans la classe  $\omega_r$  si  $\beta_r(x) = \underset{j=1}{\overset{m}{\text{MAX}}} \beta_j(x)$

En cas d'égalité mettre  $x$  arbitrairement dans la première classe.

La méthode VU dépend de la pondération  $\alpha(x)$ , du type de voisinage et du degré de voisinage  $k$ , l'auteur propose de corrélérer d'une manière intuitive ces trois paramètres pour avoir un meilleur rendement, mais signale que les voisinages de type graphe de Gabriel donnent de meilleurs résultats.

Après avoir essayé le critère VU sur différentes données fictives, l'auteur propose deux applications réelles : la première concerne une action de reconnaissance olfactive humaine et la seconde de la reconnaissance de formes d'ondes. Les résultats obtenus sur ces applications ont été comparés à des résultats fournis par quatre autres méthodes de classement : les  $k$ -ppv, les fenêtres de Parzen, l'analyse discriminante et les réseaux de neurones multicouches. Ces différentes comparaisons ont placé le critère VU très près des réseaux de neurones qui donnent les meilleurs résultats.

### III CONCLUSION

La première partie de ce chapitre était consacrée à la présentation des techniques prétopologiques pour la classification automatique. Ces techniques faisant partie de la famille des méthodes que nous avons appelées locales.

La deuxième partie était consacrée à la présentation des techniques prétopologiques pour la reconnaissance.

Nous pouvons constater dans tous les deux parties la capacité algorithmique de la prétopologie. Cette capacité réside en fait dans la flexibilité de l'adhérence. Cela est relaté par exemple dans l'algorithme du groupement par propagation pour la classification et dans l'algorithme des adhérences adaptatives pour la reconnaissance. L'adaptabilité de l'adhérence permet en effet de se plier aux exigences locales de la structure, non généralement uniforme, de l'espace des représentations. Nous allons voir dans le dernier chapitre de cette thèse comment cette flexibilité de l'adhérence nous a été profitable pour transporter continûment la structure de l'espace de représentation sur l'espace des formes.