CHAPITRE.III

Introduction à la logique floue

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, on va parler de la technique qu'on a adaptée pour prédire des résultats dans n'importe quel intervalle et sans essai. La méthode qu'on a utilisée est « la logique floue ». De nos jours, la logique floue (en anglais «fuzzy logic») est un axe de recherche important sur lequel se focalisent des nombreuses recherches scientifiques. Des retombées technologiques sont d'ores et déjà disponibles, tant dans le domaine grand public (appareils photos, machines à laver,…) que dans le domaine industriel (réglage et commande de processus complexes liés à l'énergie, aux transports, à la transformation de la matière, à la robotique, aux machines-outils) [10]. Le but de ce chapitre est de se familiariser avec la logique floue et ces étapes en donnant des exemples simples.

III.2. Historique de la logique floue

Depuis longtemps l'homme cherche à maîtriser les incertitudes et les imperfections inhérentes à sa nature. La première réelle manifestation de la volonté de formaliser la prise en compte des connaissances incertaines fut le développement de la théorie des probabilités à partir du XVII siècle. Mais les probabilités ne peuvent maîtriser les incertitudes psychologiques et linguistiques. On a donc assisté aux développements des théories de probabilité subjective (dans les années 50) puis de l'évidence (dans les années 60) [11].

Puis la Logique Floue est apparue en 1965 à Berkeley dans le laboratoire de Lotfi Zadeh avec la théorie des sous-ensembles flous puis en 1978 avec la théorie des possibilités. Ces deux théories constituent aujourd'hui ce que l'on appelle Logique Floue [12]

La Logique Floue permet la formalisation des imprécisions dues à une connaissance globale d'un système très complexe et l'expression du comportement d'un système par des mots.

Elle permet donc la standardisation de la description d'un système et du traitement de données aussi bien numériques qu'exprimées symboliquement par des qualifications linguistiques [10].

III.3. Logique floue vs logique classique

Dans la logique classique, les variables gérées sont Booléennes. C'est à dire qu'elles ne prennent que deux valeurs 0 ou 1. La logique floue a pour but de raisonner à partir de connaissances imparfaites qui opposent résistance à la logique classique. Pour cela la logique floue se propose de remplacer les variables booléennes par des variables flous [13]

III.4. Théorie de la logique floue

III.4.1. Les sous-ensembles flous

La logique floue repose sur la théorie des ensembles flous, qui sont une généralisation de la théorie des ensembles classiques. Par abus de langage, suivant les us de la littérature, nous utiliserons indifféremment les termes sous-ensembles flous et ensembles flous. Les ensembles classiques sont également appelés ensembles nets, par opposition à flou, et de même la logique classique est également appelée logique booléenne ou binaire[14].

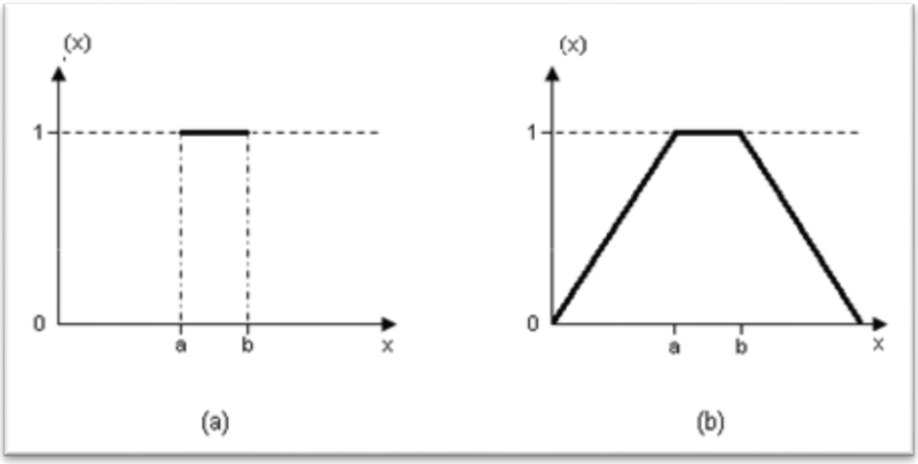

Figure III.1 : Fonction d'appartenance caractérisant un ensemble classique (a) et d'un ensemble floue (b).

III.4.2. Les opérations de base sur les sous-ensembles flous

La théorie mathématique sur les sous-ensembles flous définit de nombreuses opérations sur ces sous-ensembles et sur les fonctions d'appartenances qui rendent ces notions utilisables. Nous ne présentons ici que les opérations de base de cette théorie [12].

Si A et B sont deux sous-ensembles flous et μ (A) et μ(B) leur fonction d'appartenance, on définit :

- Le complémentaire de A, par la fonction d'appartenance : μ(A)=1-μ (A)

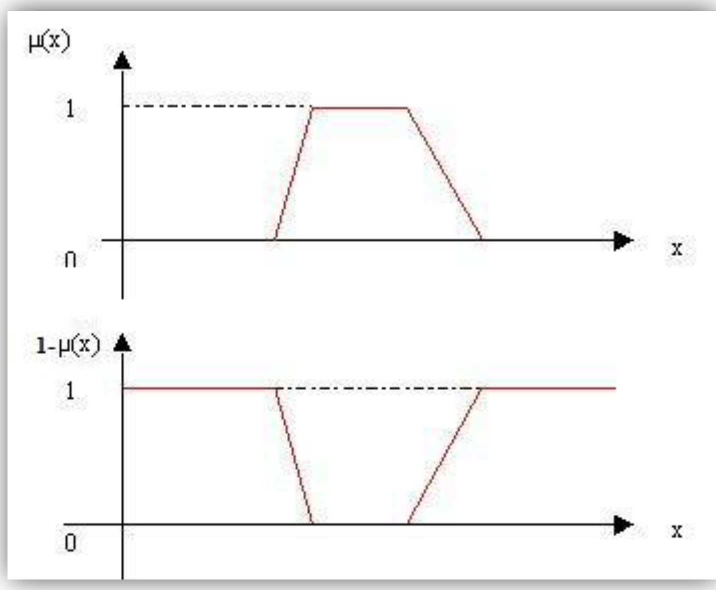

Figure III.2 : Fonction d’appartenances.

- Le sous-ensemble A et B, par la fonction d'appartenance :

(A ∩B)=min (μ(A), μ(B))

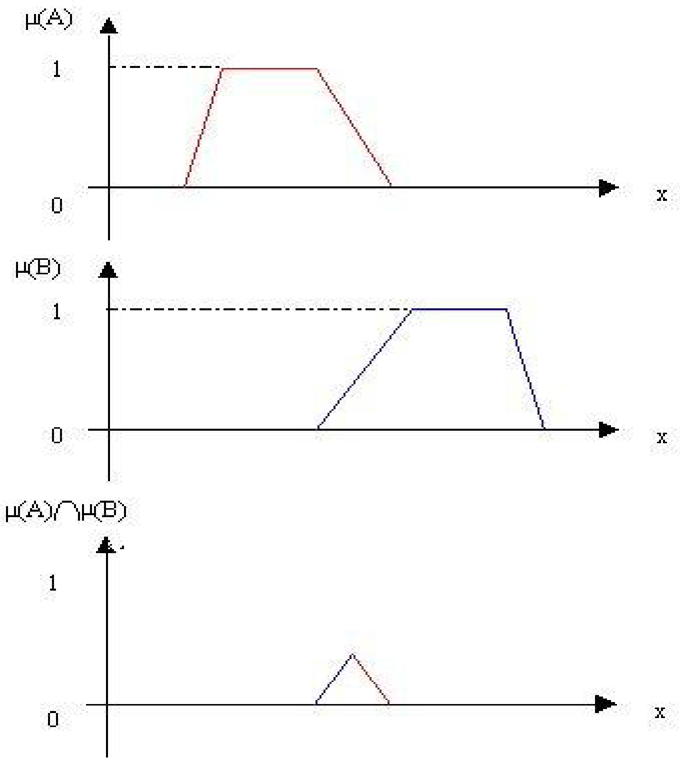

Figure III.3: Intersection des fonctions d’appartenances

- Le sous-ensemble A ou B, A ∪ B, par la fonction d'appartenance :

(A∪B)=max (μ(A), μ(B))

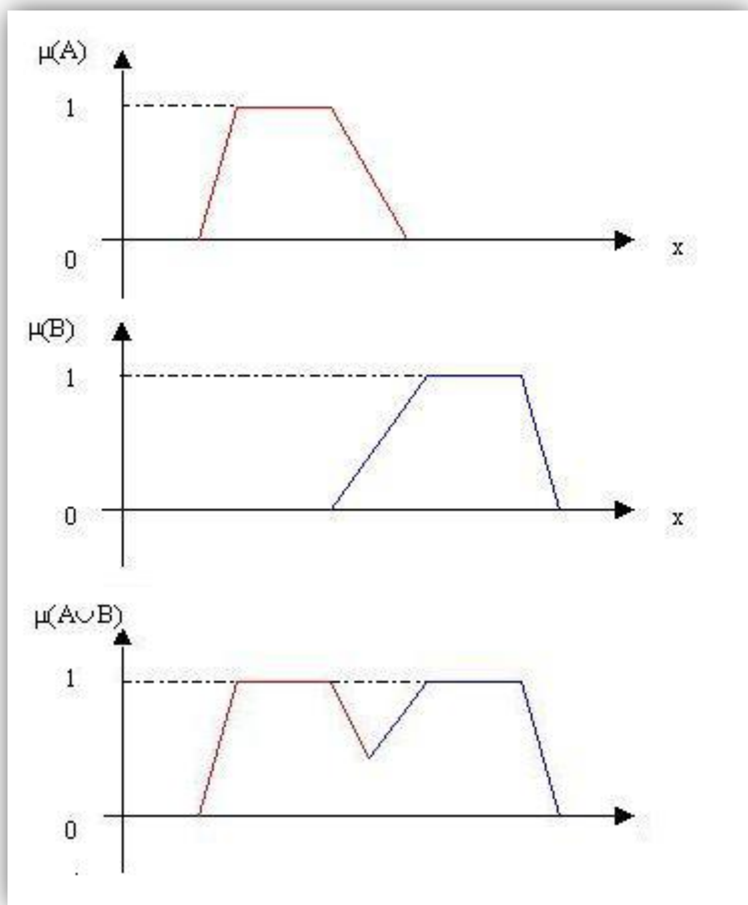

Figure III.4: Union des fonctions d’appartenances.

Ces définitions sont celles qui sont les plus communément utilisées mais parfois, pour certains cas, d'autres sont plus appropriées. Par exemple, l'intersection peut être définie par le produit des fonctions d'appartenance et l'union par la moyenne arithmétique des fonctions d'appartenance. Ces différentes techniques de calcul engendrent une énorme capacité d'adaptation des raisonnements flous [14].

III.4.3. Les variables linguistiques

Le concept des variables linguistiques joue un rôle important dans le domaine de la logique floue. Une variable linguistique comme son nom le suggère, est une variable définie à base de mots ou des phrases au lieu des nombres. En effet, la description d’une certaine situation, d’un phénomène ou d’un procédé contient en général des expressions floues comme ″quelque, beaucoup, souvent, chaud, froid, rapide, lent, grand, petit …etc.″. Ce genre d’expressions forme ce qu’on appelle des variables linguistiques de la logique floue [15].

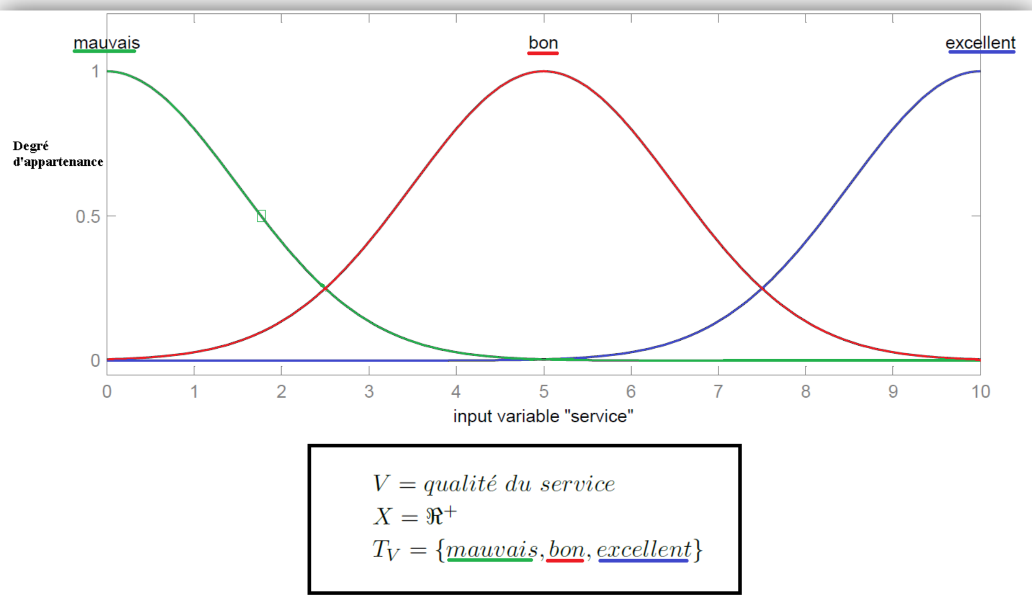

Figure III.5: Variable linguistique «par exemple la description de la qualité du service »

III.5. Les étapes de la logique floue

III.5.1. Fuzzification

A. définition des fonctions d'appartenance

Un ensemble flou est défini par sa fonction d'appartenance qui correspond à la notion de fonction caractéristique en logique classique, elle permet de mesurer le degré d'appartenance d'un élément à l'ensemble flou. En toute généralité, une fonction d'appartenance d'un ensemble flou est désignée par $\mu A\ (x)$. L'argument x se rapporte à la variable caractérisée, alors que l'indice A indique l'ensemble concerné [14].

Les fonctions d'appartenance peuvent avoir différentes formes :

a)Fonction d'appartenance triangulaire (Figure III.6.a)

$$\mu(\mathbf{X}) = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{X}-\mathbf{a}}{\mathbf{b}-\mathbf{a}} & \mathbf{a} < \mathbf{X} \leq \mathbf{b} \\ \dfrac{\mathbf{c}-\mathbf{X}}{\mathbf{c}-\mathbf{b}} & \mathbf{b} < \mathbf{X} \leq \mathbf{c} \\ \mathbf{0} & \textbf{ailleurs} \end{cases} \qquad \text{(III.1)}$$

b) Fonction d'appartenance trapézoïdale (Figure III.6.b)

$$\mu(\mathbf{X}) = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{X}-\mathbf{a}}{\mathbf{b}-\mathbf{a}} & \mathbf{a} < \mathbf{X} \le \mathbf{b} \\ \mathbf{1} & \mathbf{b} < \mathbf{X} \le \mathbf{c} \\ \dfrac{\mathbf{X}-\mathbf{a}}{\mathbf{b}-\mathbf{a}} & \mathbf{c} < \mathbf{X} \le \mathbf{d} \\ \mathbf{0} & \textbf{ailleurs} \end{cases} \qquad \text{(III.2)}$$

c) Fonction d'appartenance gaussienne (Figure III.6.c)

$$\mu(\mathbf{X}) = \mathbf{EXP}\left[-\left(\frac{\mathbf{X}-\mathbf{m}}{\boldsymbol{\delta}}\right)^2\right] \qquad -\infty < X < +\infty \qquad \text{(III.3)}$$

La Figure (III.6) représente les formes de ces trois types de fonctions d'appartenance.

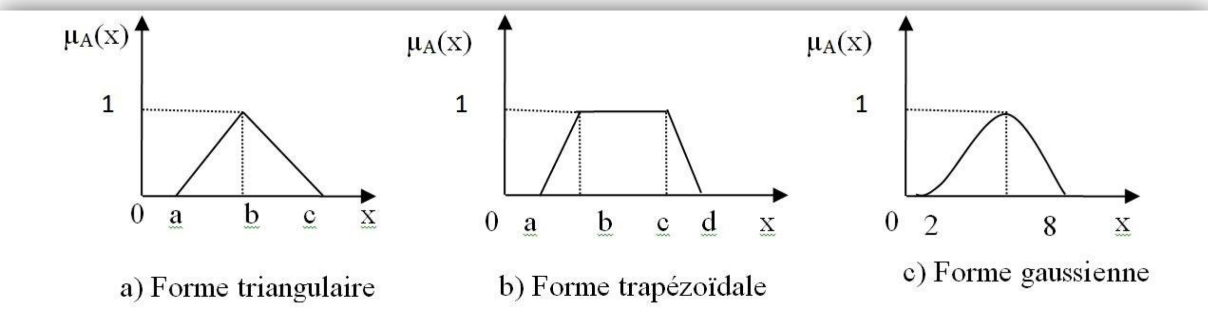

Figure III.6: Différentes formes de la fonction d'appartenance

B. variable linguistique

Le concept de fonction d'appartenance vu précédemment nous permettra de définir des systèmes flous en langage naturel, la fonction d'appartenance faisant le lien entre logique floue et variable linguistique [14]. cela est déjà expliquer précédemment.

III.6. Les règles floues

A. Inférence floue

Les règles floues permettent de déduire des connaissances concernant l'état du système en fonction des qualifications linguistiques fournies par l'étape de fuzzification. Ces connaissances sont également des qualifications linguistiques [13].

Habituellement, les règles floues sont déduites des expériences acquises par les opérateurs ou les experts. Ces connaissances sont traduites en règles simples pouvant être utilisées dans un processus d'inférence floue. Par exemple, si un expert exprime la règle «si la température de l'eau est chaude, il faut ajouter de l'eau froide», le système utilisera une règle du genre «si p alors q » [14].

B. Traitement numérique de l'inférence

Lors du réglage par logique floue, on a fourni une valeur de commande pour un ensemble de variables physiques d'entrée .Par exemple pour la règle :

Si l'on considère que $\mu_{A1}(X_1)$ est de degré d'appartenance de X_1 à A_1 et $\mu_{A2}(X_2)$ est celui de X_2 à A_2 et en combinant ces deux valeurs, on obtient la valeur à affecter à l'ensemble flou de sortie A_3 [16].

Il existe plusieurs possibilités pour réaliser les opérateurs qui combinent les valeurs d'entrée et les valeurs de sortie, C'est ce qu'on appelle la méthode d'inférence .les méthodes les plus utilisées sont :

- Méthode d'inférence **MAX-MIN.**
- Méthode d'inférence **MAX-PROD**.
- Méthode d'inférence **SOMME-PROD. [12]**

La méthode qu'on va utiliser est la méthode d'inférence MAX-MIN.

C. Méthode d'inférence Max-Min

Cette méthode réalise l'opérateur "ET" par la fonction "Min", la conclusion "ALORS" de chaque règle par la fonction "Min" et la liaison entre toutes les règles (opérateur "OU») par la fonction Max [17].

La dénomination de cette méthode, dite Max-Min ou "implication de Mamdani", est due à la façon de réaliser les opérateurs ALORS et OU de l'inférence [17].

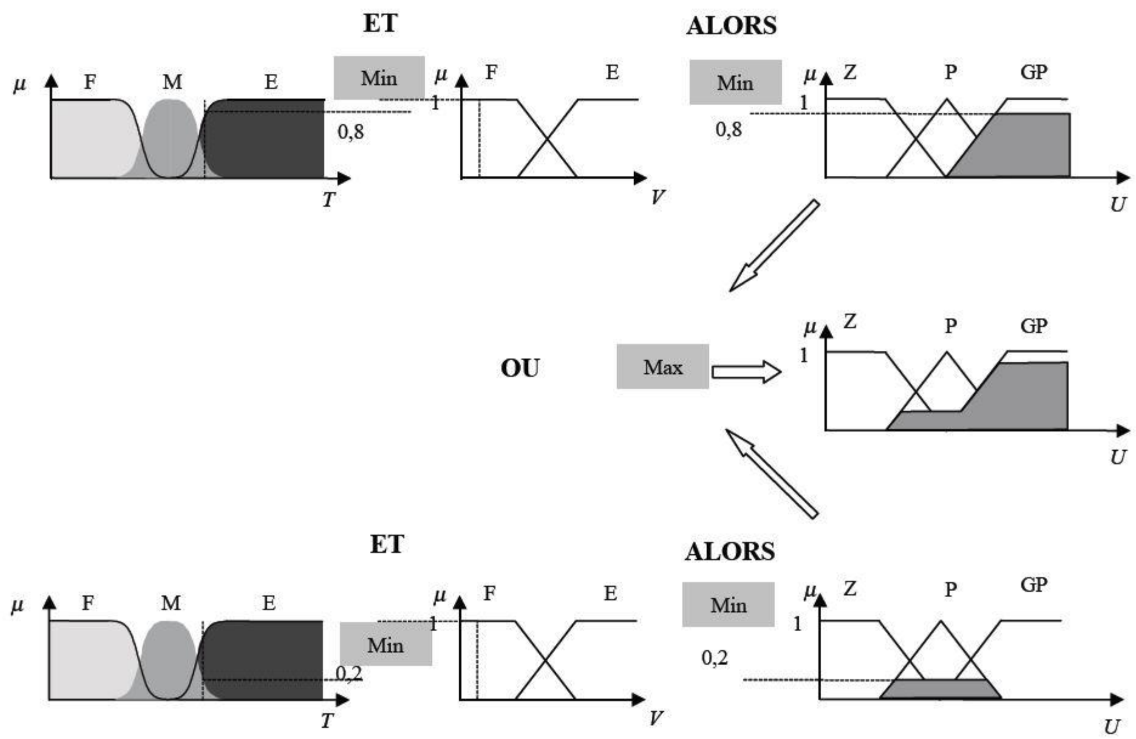

Figure III.7: Exemple d'inférence Max-Min

III.7. Défuzzification

Cette étape consiste à réaliser l'opération inverse de la fuzzification, c'est-à-dire, obtenir une valeur physique de la sortie à partir de la surface obtenue. Plusieurs méthodes de défuzzification existent. Comme pour tous les opérateurs flous, le concepteur du système ou doit choisir parmi plusieurs définitions possibles de défuzzification [14].

Les plus utilisées sont :

- Méthode du maximum.
- Méthode de la moyenne des maximums.
- Méthode du centre de gravité.

La méthode du centre de gravité est la plus utilisée. Cette méthode consiste à trouver le centre de gravité de la surface obtenue. L'abscisse du centre de gravité de la sortie peut se déterminer à l'aide de la relation générale [15], [16]:

$$u = \frac{\int_{x0}^{x1} X\mu(X)dx}{\int_{x0}^{x1} \mu(x)dx} \tag{III.4}$$

L'intégrale au dénominateur donne la surface, tandis que l'intégrale au numérateur correspond au moment de la surface.

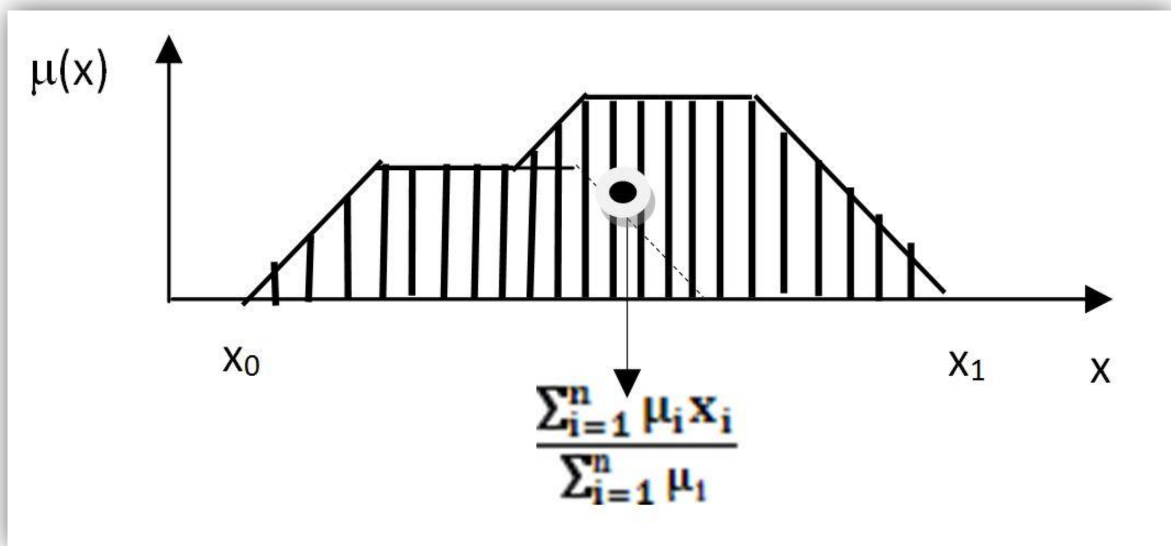

Figure III.8: Défuzzification par le centre de gravité.

III.8. Conclusion

La logique floue est une approche au raisonnement humain. Dans ce chapitre on a vu les étapes et les méthodes les plus répandus pour la réalisation d'un système basé sur la logique floue. Les fonctions d'appartenances sont le cœur de la logique floue, et ces eux qui mettent la différence entre la logique classique (booléen) et la logique floue. L'inférence est ou l'expérience humaine détermine la manière de raisonnement du système. Et l'agrégation c'est ou le système prend le rôle de l'être humain et commence à raisonner et de défuzzifier en suite pour donner des résultats.