

*En même temps que l'avènement de la prétopologie en Reconnaissance des Formes d'autres outils de nature différente ont aussi fait leur apparition dans différents grands chapitres de cette discipline : la morphologie mathématique en traitement d'images, la théorie des sous ensembles flous et des possibilités en classification, ....*

*Dans un premier temps, nous faisons un rapprochement entre certains de ces outils et la prétopologie. Ces rapprochement ont pour but de démontrer la capacité de formalisation de la prétopologie.*

*Dans un deuxième temps, nous faisons une comparaison entre la prétopologie et les méthodes classiques de reconnaissance de formes, à savoir : les méthodes statistiques, syntaxiques et structurelles. Nous démontrons par ce biais que les deux approches sont de natures différentes : les méthodes classiques de reconnaissance sont guidées par la nature des données alors que les méthodes prétopologiques sont guidées par les processus de traitement.*

## I. MORPHOLOGIE MATHEMATIQUE

La morphologie mathématique est née des travaux de MATHERON [Mathéron-75] et SERRA [Serra-82,Serra-88]. Cette discipline que J. SERRA définit comme une formalisation mathématique de certains principes de la psychologie des formes<sup>1</sup> est basée sur la topologie de  $\mathbb{R}^n$  et utilise le langage de la théorie des ensembles. Le principe de base de la morphologie mathématique est d'étudier les objets présents dans une image à l'aide d'autres objets de forme connue appelés éléments structurants. L'image est ainsi transformée à l'aide d'un élément structurant particulier ce qui permet de dégager des informations pertinentes.

Dans la suite nous allons présenter les opérateurs morphologiques pour le traitement des images binaires sachant que ces opérateurs sont facilement généralisables aux images à niveaux de gris [Serra-82,Serra-83], [Sternberg-86].

### I.1 Eléments de base de la Morphologie mathématique

Plaçons nous dans l'espace euclidien  $\mathbb{R}^2$  et considérons  $\mathbb{Z}^2$  comme sous espace plongé dans  $\mathbb{R}^2$ . On désignera par  $P(\mathbb{Z}^2)$  l'ensemble de toutes les parties de  $\mathbb{Z}^2$ .

#### L'addition de MINKOWSKI

C'est l'opérateur principal, autour duquel vont être construits tous les opérateurs de la morphologie mathématique (dans sa version euclidienne).

---

<sup>1</sup> Aussi appelée Gestalt-théorie

Soient  $A$  et  $B \in P(Z^2)$ . L'addition de MINKOWSKI entre les ensembles  $A$  et  $B$  se définit comme suit :

$$A \oplus B = \{a + b / a \in A \text{ et } b \in B\}$$

on note alors :

$$A_x = A \oplus \{x\} = \{a + x, a \in A\} \text{ le translaté de } A \text{ par } x.$$

$$\underline{A} = \{-a / a \in A\} \text{ le symétrique de } A \text{ par rapport à } (0,0).$$

### La soustraction de MINKOWSKI

C'est l'opérateur dual de l'addition de MINKOWSKI,

Soient  $A$  et  $B \in P(Z^2)$ . La soustraction de MINKOWSKI entre les ensembles  $A$  et  $B$  se définit comme suit :

$$A \ominus B = (A^C \oplus B)^C \quad (A^C \text{ étant le complémentaire de } A \text{ dans } R^2)$$

On peut établir des résultats suivants :

$$A \oplus B = \{x \in R^2, A \cap \underline{B}_x \neq \emptyset\} = \bigcup_{b \in B} A_b$$

$$A \ominus B = \{x \in R^2, \underline{B}_x \subset A\} = \bigcap_{b \in B} A_b$$

A partir de ces deux opérateurs on peut définir quatre opérateurs morphologiques principaux pour transformer une image  $A$  par un élément structurant  $B$  :

### ***La dilatation de $A$ par $B$ :***

$$D_B(A) = A \oplus \underline{B} = \{x \in R^2, A \cap B_x \neq \emptyset\} = \bigcup_{b \in \underline{B}} A_b$$

### ***L'érosion de $A$ par $B$ :***

$$E_B(A) = A \ominus \underline{B} = \{x \in R^2, B_x \subset A\} = \bigcap_{b \in \underline{B}} A_b$$

### ***La fermeture de $A$ par $B$ :***

$$F_B(A) = (A \oplus \underline{B}) \ominus B = E_{\underline{B}}(D_B(A))$$

### ***L'ouverture de $A$ par $B$ :***

$$O_B(A) = (A \ominus \underline{B}) \oplus B = D_{\underline{B}}(E_B(A))$$

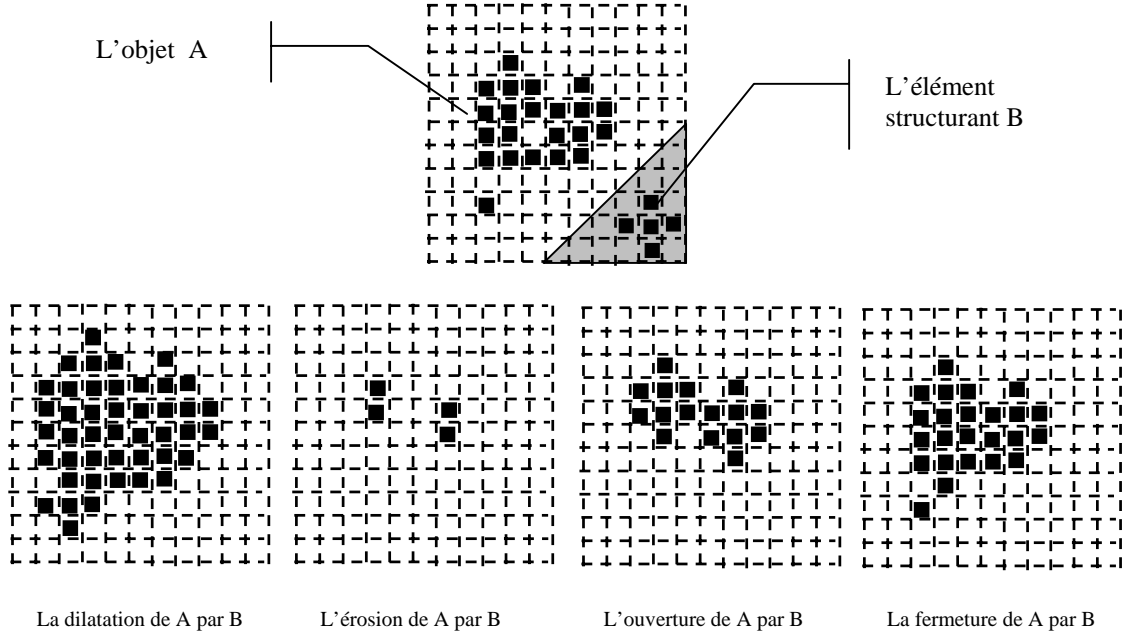


Figure V.1 : Les opérateurs de base de la morphologie mathématiques

## I.2 Liens entre la morphologie et la prétopologie

Le premier rapprochement entre la morphologie et la prétopologie remonte aux travaux de M. LAMURE [Lamure-87]. Ces travaux plus généraux que notre cadre actuel démontrent en particulier, pour une prétopologie de type  $V_S$ , que l'opération d'adhérence est une dilatation morphologique et que l'opération d'intérieur est une érosion morphologique.

En effet :

Soient  $ad$  une adhérence prétopologique de type  $V_S$  sur  $Z^2$ , et  $int$  son application intérieure duale.

(On rappelle qu'une adhérence de type  $V_S$  sur  $Z^2$  vérifie : pour tous  $A_1$  et  $A_2$  dans  $Z^2$ ,  $ad(A_1 \cup A_2) = ad(A_1) \cup ad(A_2)$ )

Posons  $B = ad(\{0,0\})$ .

Alors on peut montrer facilement les résultats suivants :

$$\forall A \subset Z^2, ad(A) = D_B(A) \quad \text{et} \quad int(A) = E_B(A).$$

On peut trouver dans [Bonnevay-97] un rapprochement équivalent en ce qui concerne les opérateurs morphologiques à niveaux de gris et les prétopologies de type  $V_S$  construites sur un espace 3D.

Par contre, les opérateurs de dilatation et d'érosion morphologiques ne peuvent être considérés respectivement comme adhérence et intérieur prétopologiques que lorsque

l'élément structurant  $B$  contient le point  $(0,0)$  de  $Z^2$ . En effet, c'est seulement dans ce cas que l'on peut établir les relations suivantes, nécessaires dans l'approche prétopologique :

$$(0,0) \in B \rightarrow \forall A \subset Z^2, \quad A \subset D_B(A) \quad \text{et} \quad E_B(A) \subset A.$$

En outre, lorsqu'une prétopologie n'est pas de type  $V_S$ , on ne peut pas établir des liens évidents entre les opérateurs prétopologiques et les opérateurs morphologiques. C'est le cas par exemple de la prétopologie de l'enveloppe convexe présentée au premier chapitre.

### Conclusion

Nous avons vu que les liens entre la prétopologie et la morphologie sont établis dans des restrictions mutuelles dans les deux approches. Dans la première, l'adhérence doit être de type  $V_S$ , et dans la seconde l'élément structurant doit contenir l'élément neutre pour l'addition. De plus, cela suppose qu'on travaille dans un espace euclidien, ce qui représente théoriquement une autre contrainte pour l'approche prétopologique.

Nous pouvons dire que les liens existants entre la prétopologie et la morphologie mathématique sont de type pragmatique, dans le sens où ils dépendent directement du domaine d'application qu'est le traitement d'image. En effet, la plupart des structures prétopologiques utilisées dans les algorithmes de traitement d'image sont de type  $V_S$  et les éléments structurants morphologiques contiennent pratiquement toujours l'élément neutre pour l'addition.

## II THEORIE DES SOUS ENSEMBLES FLOUS ET DES POSSIBILITES

Dans la première partie de ce paragraphe nous présentons un rapprochement entre la prétopologie et la théorie des sous ensembles flous.

Nous nous basons dans la deuxième partie de ce paragraphe sur les travaux de ATHANAZE [Athanaze-97] qui a établi des liens formels entre la prétopologie et la théorie des possibilités. Il a démontré en effet l'équivalence entre la définition d'une adhérence et d'une possibilité, et entre la définition d'un intérieur et d'une nécessité dans le cas d'une prétopologie de type  $V_S$ .

### II.1 La théorie des sous ensembles flous

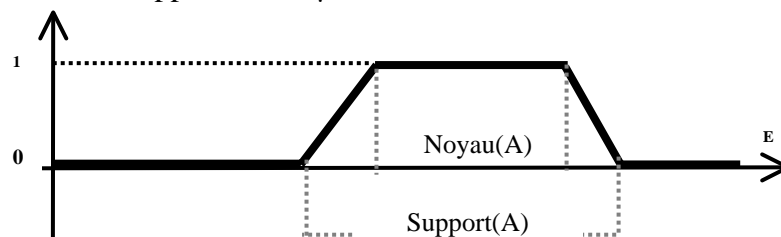
La base de la théorie des sous ensembles flous développée par L. A. ZADEH depuis 1965 est la notion d'appartenance graduée d'un objet à un ensemble. Cette théorie tend à modéliser les situations de décision naturelle, en tenant compte de l'indécision et de l'imprécision. Un élément  $x$  appartiendra à un sous ensemble  $A$  de  $E$  avec un certain degré  $\mu_A(x)$  compris entre 0 et 1.

Deux sous ensembles "nets" particuliers peuvent être mis en évidence, le support et le noyau d'un sous ensembles flous  $A$  de  $E$ . Ils sont définis par :

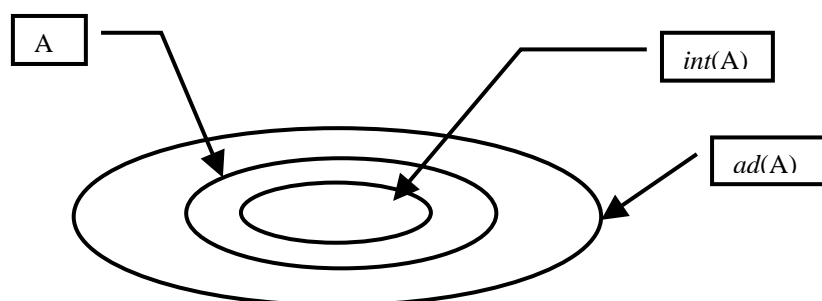
$$\text{Support}(A) = \{x \in E, \mu_A(x) \neq 0\}$$

et  $\text{Noyau}(A) = \{x \in E, \mu_A(x) = 1\}$

Et la fonction d'appartenance  $\mu_A$  a souvent l'allure suivante :



Le rapprochement que nous voulons établir entre la prétopologie et la théorie des sous ensembles flous est basé sur la réflexion suivante : si  $A$  est un sous ensemble d'un espace prétopologique  $(E, ad, int)$  alors on a la relation ensembliste :  $int(A) \subseteq A \subseteq ad(A)$ .



On peut considérer en fait que les éléments intérieurs à  $A$  sont des éléments assez forts de  $A$  et que les éléments adhérents à  $A$  sont des éléments assez faibles de  $A$ .

On peut poser alors que :

$$int(A) = \text{Noyau}(A) \text{ et } ad(A) = \text{Support}(A)$$

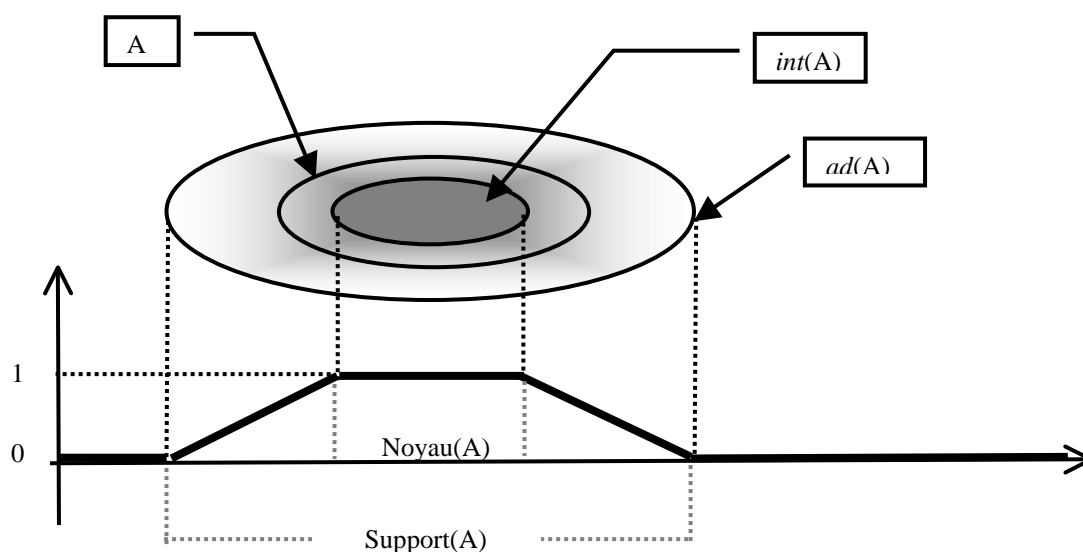


Figure V.2 : Rapprochement entre la prétopologie et la théorie des sous ensembles flous

Nous avons ainsi démontré que partant d'une structure de sous ensemble flou on peut toujours construire une structure prétopologique associée.

Inversement, soit  $(E, ad, int)$  un espace prétopologique. Pour tout sous ensemble  $A$  de  $E$  on peut construire la fonction  $\mu_A$  d'appartenance floue à  $A$  de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \forall x \in int(A), & \quad \mu_A(x) = 1, \\ \forall x \in ad(A) - int(A), & \quad \mu_A(x) = \frac{Card(int(A))}{Card(ad(A))} \text{ (ce qui est } < 1) \\ \forall x \notin ad(A), & \quad \mu_A(x) = 0. \end{aligned}$$

## II.2 la théorie des possibilités

La théorie des possibilités a été introduite par ZADEH [Zadeh-78], en liaison avec la théorie des sous ensembles flous, pour permettre de raisonner sur des connaissances imprécises ou vagues. Elle introduit un moyen de prise en compte des incertitudes sur les connaissances.

D'une manière formelle, étant donné un ensemble fini  $X$  de référence, on affecte à chaque sous ensemble  $A$  de  $X$ , considéré comme un événement, une mesure comprise entre 0 et 1 évaluant à quel point cet événement  $A$  est possible.

### Mesure de possibilité :

Cela revient à définir une application  $\pi$  de  $P(X)$  dans  $[0,1]$  telle que :

- $\pi(\emptyset) = 0$ ,
- $\pi(X) = 1$ ,
- $\pi(\bigcup_{i \in J} A_i) = \sup_{i \in J} (\pi(A_i))$  où les  $A_i$  sont des sous ensembles de  $X$ .

La réalisation d'un événement  $A$  est tout à fait possible si  $\pi(A) = 1$  et impossible si  $\pi(A) = 0$ .

### Mesure de nécessité :

A toute mesure de possibilité on peut associer une mesure duale appelée mesure de nécessité et calculée par l'opérateur  $\eta$  comme suit :

$$\forall A \in P(E), \eta(A) = 1 - \pi(A^C) \text{ où } A^C \text{ est le complémentaire de } A \text{ dans } E.$$

cette mesure complète l'information sur  $A$  et permet de quantifier la réalisation d'un événement et de son complémentaire en même temps. Elle vérifie en outre les propriétés suivantes :

- $\eta(\emptyset) = 0$ ,
- $\eta(X) = 1$ ,

- $\eta\left(\bigcap_{i \in J} A_i\right) = \inf_{i \in J} (\eta(A_i))$  où les  $A_i$  sont des sous ensembles de  $X$ .

### ***Liens entre la prétopologie et la théorie des possibilités***

Soit  $E$  un ensemble et  $P(E)$  l'ensemble des parties de  $E$ . Soit  $\pi$  une possibilité sur  $E$  alors on peut construire une adhérence prétopologique  $a_\pi$  associée à  $\pi$  de la manière suivante :

$$\forall A \in P(E), a_\pi(A) = \bigcup \{ X \in P(E) / A \subset X \text{ et } \pi(X) = \pi(A) \}$$

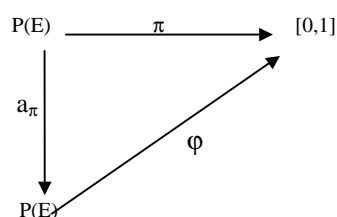
avec  $a_\pi(\emptyset) = \emptyset$ .

De plus, on a le résultat suivant :

$$\pi = \pi \circ a_\pi$$

en effet :  $\forall A \in P(E), \pi(A) = \pi(a_\pi(A))$ .

dans le sens où le graphe suivant est fermé :



avec  $\phi = \pi$ .

Réciproquement, si  $(E, a)$  est une structure prétopologique de type  $V_s$  on peut lui associer une possibilité  $\pi_a$  de la manière suivante :

$\forall A \in P(E), \pi_a(A) = \psi(a(A))$  où  $\psi$  est une possibilité définie sur  $E$ , injective sur l'ensemble  $E_a$  des adhérences des parties de  $E$  :  $E_a = \{a(A), A \subset E\}$ .

De plus, on peut montrer qu'il existe une application  $\mu$  de  $[0,1]$  dans  $P(E)$  telle que :

$$a = \mu \circ \pi_a.$$

En ce qui concerne les applications duales, ATHANAZE établit des résultats analogues.

### ***Conclusion***

Les rapprochements que nous avons établi entre la prétopologie et la théorie des sous ensembles flous, et ceux établis par ATHANAZE avec la théorie des possibilités sont purement théoriques. Lorsqu'on veut étudier le côté pratique de ces rapprochements on s'aperçoit très vite que les adhérences construites sont idempotentes et ne peuvent pas aboutir à des processus itératifs, ce qui est nécessaire en algorithmie. Nous pensons tout de même que l'introduction des fonctions structurantes dans ces rapprochements donnerait des résultats plus convaincants.

### III THEORIE DES ENSEMBLES RUGUEUX

La théorie des ensembles rugueux (ou approchés) "Rough Set Theory" a été élaborée par Z. PAWLAK pour résoudre certains problèmes d'Intelligence Artificielle et de Reconnaissance des Formes.

#### III.1 Théorie des espaces rugueux

Un espace approché est la donnée d'un couple  $U = (E, \varphi)$  où  $E$  est un ensemble et  $\varphi$  une relation d'équivalence définie sur  $E$ .  $E$  est alors appelé *univers* et  $\varphi$  *relation d'indiscernabilité*. Les éléments de  $E/\varphi$ , c'est à dire les classes d'équivalence par la relation  $\varphi$  sont appelées *ensembles élémentaires de  $E$* .

#### Exemple

Soit  $E = (\mathbb{R}^+)^2$  (l'ensemble des couples réels positifs), et  $\varphi$  la relation définie sur  $E$  par :

$$\forall x=(x_1,y_1), y=(x_2,y_2) \in E, \quad x \varphi y \Leftrightarrow (\text{Ent}(x_1)=\text{Ent}(y_1) \text{ et } \text{Ent}(x_2)=\text{Ent}(y_2))$$

où  $\text{Ent}(z)$  est la partie entière de  $z$ .

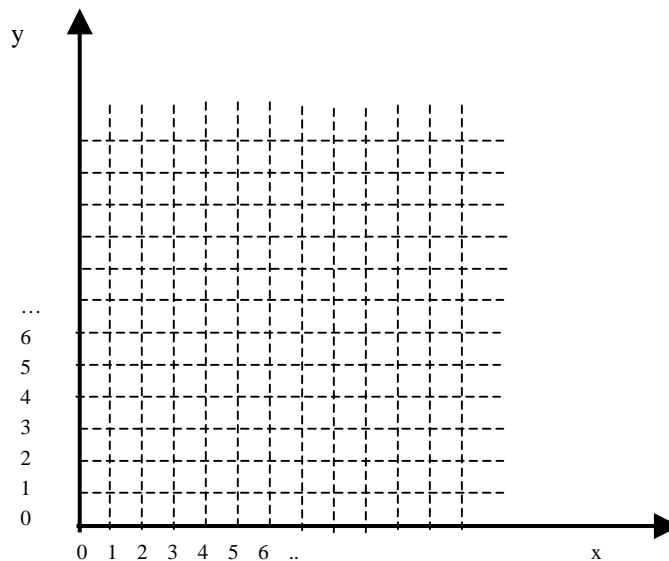


Figure V.4 : Exemple d'espace rugueux de PAWLAK

Dans cet exemple il est facile de voir que l'ensemble des ensembles élémentaires peut être confondu avec  $\mathbb{N}^2$  l'ensemble des couples d'entiers naturels. Pour fixer les idées nous gardons cet exemple jusqu'à la fin de ce paragraphe.



### Ensembles composés de $U$

On appelle ensemble composé de  $U$  toute réunion finie d'ensembles élémentaires de  $U$ . Soit  $Comp(U)$  l'ensemble de tous des ensembles composés de  $U$ .

On peut définir sur l'espace approché  $U$  une structure topologique  $T_U$  telle que  $Comp(U)$  soit l'ensemble des ouverts pour  $T_U$ , dont la base d'ouverts est  $U/\varphi$ .

Soit  $X$  un sous ensemble de  $E$ , on note :

-  $F_U(X)$  le plus petit ensemble composé contenant  $X$  (au sens de l'inclusion),  $F_U(X)$  sera appelé la *fermeture approchée* de  $X$  pour  $U$  ;

-  $O_U(X)$  le plus grand ensemble composé contenu dans  $X$  (au sens de l'inclusion)  $O_U(X)$  sera appelé l'*ouverture approchée* de  $X$  pour  $U$ .

### Exemple illustratif :

Soit  $U$  l'espace approché défini dans l'exemple précédent, dans le schéma suivant on illustre un exemple de fermeture approchée et d'ouverture approchée d'un sous ensemble  $X$  de  $E$ .

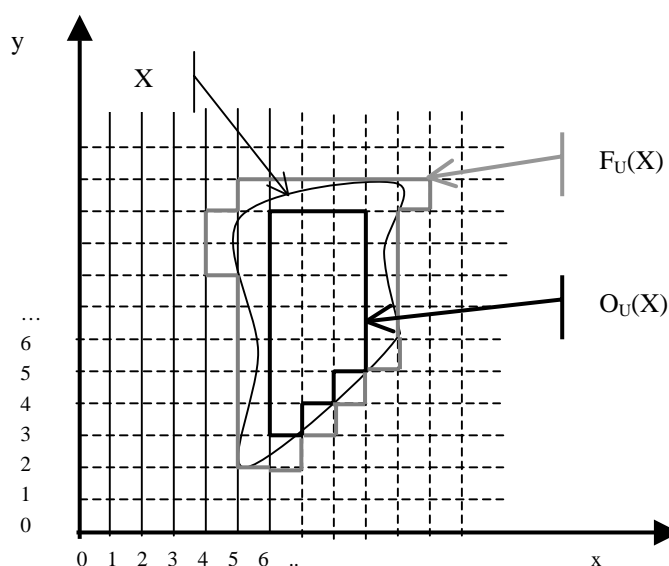


Figure V.5 : Exemple de fermeture et d'ouverture approchées

On a toujours les propriétés suivantes :

- $\forall X \subset E, O_U(X) \subset X \subset F_U(X)$
- $O_U(E) = E = F_U(E)$
- $O_U(\emptyset) = \emptyset = F_U(\emptyset)$

L'utilisation de cette théorie en classification automatique est basée sur une idée de comparaison des sous ensembles de  $E$  à partir de leurs ouvertures et fermetures approchées. Seront dans une même classes les sous ensembles ayant soit les mêmes ouvertures

approchées, soit les mêmes fermetures approchées ou soit les mêmes ouvertures et fermetures approchées en même temps, selon l'approximation désirée.

Si on veut établir un lien avec le modèle ensembliste de reconnaissance de formes, on peut assimiler dans cette approche l'espace approché  $U$  à l'ensemble des représentations et l'ensemble  $P(E)$  des parties de  $E$  à l'ensemble d'interprétation.

### III.2 Liens avec la prétopologie

Les liens avec la prétopologie sont ici évidents, d'ailleurs les notions que nous avons appelées fermetures approchées et ouvertures approchées sont respectivement des adhérences et des intérieurs topologiques pour la topologie  $T_U$  construite plus haut. Et pour être explicite on peut poser l'application adhérence suivante :

$$\begin{array}{lll} ad : & P(E) & \rightarrow P(E) \\ & X & \rightarrow ad(X) = F_U(X) \end{array}$$

qui met en évidence la structure prétopologique des espaces approchés.

Cette structure prétopologie possède donc les propriétés suivantes :

- La structure est de type  $V$  c'est à dire :  $X \subset Y \Rightarrow ad(X) \subset ad(Y)$
- L'adhérence est idempotente ( $ad(ad(X)) = ad(X)$ ) donc ne présente pas un grand intérêt de point de vue algorithmique.

La différence majeure entre les deux théories réside dans les processus mis à la disposition de la reconnaissance des formes. Un processus prétopologique de reconnaissance est de type itératif local basé sur une idée de propagation à partir des centres des classes, alors qu'un processus "approché" (ou rugueux) de reconnaissance est de type global dans le sens où les classes sont définies en délimitant leurs frontières.

## IV. LES METHODES CLASSIQUES DE RECONNAISSANCE DES FORMES

Les rapprochements que nous avons présentés ou établis dans les paragraphes précédents entre la prétopologie et d'autres théories mathématiques utilisés en reconnaissance des formes portent sur les concepts de base de ces différentes théories. Dans ce paragraphe nous voulons établir des comparaisons au niveau des méthodes et des processus entre la prétopologie et les différentes méthodes classiques de la reconnaissance des formes. Le principe de ces différentes techniques sera brièvement résumé dans l'aperçu historique suivant :

## IV.1 Méthodes classiques de la Reconnaissance des Formes : Aperçu historique

La fin des années cinquante est marquée principalement par le célèbre *perceptron* de F. ROSENBLATT [Rosenblatt-62]. Il est basé sur la prémisse disant que les mécanismes centraux du système nerveux sont complexes et représentent un réseau aléatoire de neurones connectés par des chemins sélectionnés par un système adaptatif de renforcement. Chaque neurone est une unité logique produisant une séparation dichotomique linéaire des formes.

Depuis le livre de SEBESTYEN [Sebestyen-62] en passant par l'article de CHOW [Chow-65] et le livre de CHEN [Chen-73], la majorité des travaux de reconnaissance des formes utilisaient dans les années soixante des techniques *statistiques*. Les données à analyser sont en général relatives à des objets caractérisés par un ensemble d'attributs numériques qui constituent une représentation multidimensionnelle des objets réels. Les procédés de classification sont basés surtout sur des calculs de proximité géométrique dans l'espace des représentations, sur la détermination des densités de probabilité et sur les lois de décision de Bayes.

Les méthodes statistiques présentent une faiblesse dans leur formalisme : la représentation des formes est quantitative. Certaines connaissances qui ne peuvent amplement être représentées que par des descripteurs qualitatifs sont alors écartées du traitement par ces méthodes. C'est pourquoi dans les années soixante dix beaucoup de chercheurs se sont penchés sur l'utilisation d'autres méthodes dites *syntactiques*. Ce nouveau paradigme est très lié à la théorie linguistique de Noam CHOMSKY [Chomsky-57]. Les formes sont décrites par des chaînes de caractères dans une grammaire donnée, ce qui exprime leurs structures d'une manière plus naturelle que le paradigme statistique, et permet d'élargir l'éventail des formes traitées [Miclet-84].

Les méthodes jusqu'alors utilisées en Reconnaissance des Formes reposent sur un ensemble de représentation défini une fois pour toutes servant en même temps pour la phase d'apprentissage et pour la phase de reconnaissance. Or, dans plusieurs problèmes de Reconnaissance des Formes aucun ensemble de représentation ne peut traduire exactement les spécificités de chaque forme traitée. C'est pourquoi dans les années quatre vingt des chercheurs ont proposé des techniques de Reconnaissance des Formes combinant plusieurs méthodes et la prise en compte par conséquent de plusieurs ensembles de représentations [Miclet-85], [Haton-88]. Ainsi est née une nouvelle génération de méthodes dites *structurelles*. Ces méthodes qui sont formellement proches du paradigme syntaxique incorporent des démarches utilisant les calculs symbolique et numérique, ou se basant sur les systèmes à base de connaissances. Le traitement dans ce genre est en général basé sur la théorie des graphes ou sur le raisonnement logique.

Pendant les années quatre vingt, en même temps que le paradigme structurel prenaient forme, d'autres méthodes très proches cette fois du courant statistique commençaient à voir le jour. Il s'agit des techniques utilisant des réseaux *connexionnistes*. Ces méthodes issues du Perceptron de ROSENBLATT peuvent être considérées comme la projection sur la Reconnaissance des Formes de la pensée connexionniste qui suppose que le cerveau humain se réduit à un réseau de neurones. Elles visent principalement à prendre en compte cette structure neurobiologique du cerveau dans le traitement de l'information. L'un des avantages certains pour ces méthodes est le fait qu'elles ont apporté en classification de nouvelles méthodes d'apprentissage comme l'apprentissage adaptatif ou incrémental par exemple [Kohonen-84], [Hopfield-84], [Reilly-82].

En ce qui concerne les dix dernières années, les efforts des chercheurs en Reconnaissance des Formes sont concentrés sur le perfectionnement des méthodes existantes, l'élargissement des champs d'application de la discipline et la proposition de nouvelles méthodes hybrides combinant plusieurs démarches déjà éprouvées.

## **IV.2 Comparaison entre ces méthodes et la prétopologie**

Dans tout domaine relevant de l'informatique on peut distinguer la notion de structure de données de la notion de traitement de données. En Reconnaissance des Formes on parle plutôt de représentation et de processus. Ces deux notions qui sont, en quelques sorte, "orthogonales" forment les deux tenants de toute méthode de Reconnaissance de Formes. La comparaison que nous voulons établir entre les méthodes prétopologiques et les méthodes classiques de reconnaissance est basée sur la complémentarité entre ces deux tenants.

### ***Les méthodes classiques de reconnaissance ..***

Dans les techniques classiques de Reconnaissance des Formes, le point de départ qui initie le traitement est la nature des données à traiter, c'est à dire la nature de la représentation des objets à reconnaître. Ainsi, dans le paradigme statistique une représentation sous forme de vecteur de descripteurs appartenant en général à  $\mathbb{R}^n$  conduit à des traitement de nature géométrique tels que les  $k$  plus proches voisins, les  $\varepsilon$ -voisins, la séparation des modes, etc. Dans les approches syntaxique ou structurelles, les primitives qui sont plutôt de nature qualitative mènent à des traitement utilisant des grammaires, des graphes ou des raisonnements logiques. De cette manière, chaque méthode dépend d'une manière intrinsèque de la nature des représentations qu'elle utilise.

Ce constat peut être appuyé par la taxinomie des méthodes de Reconnaissance des Formes proposée par J.C. SIMON dans [Simon-84] basée sur la nature des espaces des représentations. En effet, il distingue trois types possibles d'espace de représentation, un espace  $n$ -ordinal, un espace fini ou un espace euclidien. Nous avons résumé cette taxinomie sur la figure V.9.

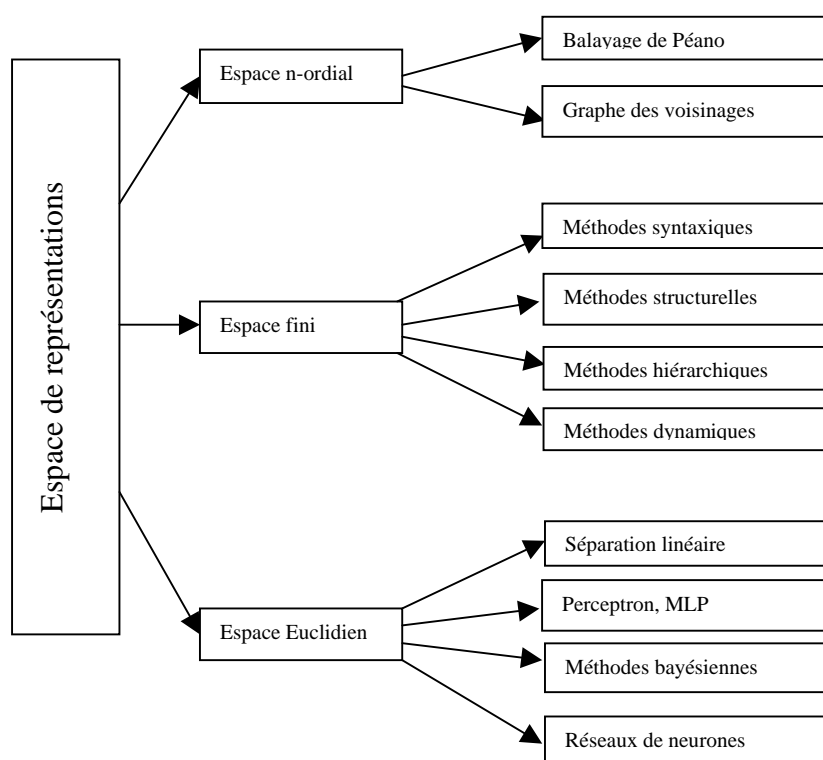


Figure V.9 : Taxinomie des méthodes de Reconnaissance des Formes selon Simon [Simon-84]

### ***Les méthodes prétopologique ..***

Une méthode prétopologique de reconnaissance est principalement basée sur la propriété de non idempotence de l'application d'adhérence et sur la notion de fonction structurante lorsqu'elle y est utilisée. Dans une telle approche le traitement est indépendant de la nature de l'ensemble de représentation. On part d'un ensemble de nature quelconque et on cherche à établir des adhérences qui permettent la construction des classes d'une manière itérative. Cette démarche est possible à chaque fois qu'on peut définir une notion de ressemblance entre les éléments de cet ensemble (distance, similarité, dissimilarité, écart, proximité, ...).

C'est pour cette raison qu'on peut élaborer des versions prétopologiques de plusieurs méthodes de reconnaissance : prétopologie des  $\varepsilon$ -voisins, des k-plus proches voisins, des graphes de Gabriel, des voisins relatifs, .... Et on peut très bien imaginer aussi des prétopologies sur des grammaires ou des graphes basées par exemple sur les distances entre chaînes, entre arbres ou entre graphes (distance d'édition [Levenshtein-66], correspondance élastique non linéaire [Sakoe-78], distance étendue [Abe-82], distance discrète entre nœuds d'un graphe [Luce-50], ...).

Nous dirons donc qu'une méthode prétopologique de reconnaissance dépend de la nature du traitement et non de la nature des données.

Nous pouvons conclure que la nature d'un processus prétopologique de reconnaissance est différente de celle des techniques classiques de reconnaissance puisqu'il peut être considéré comme *transversal* aux autres.

## V CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons établi dans un premier temps des rapprochements entre la prétopologie et d'autres outils de la Reconnaissances des Formes. Dans un deuxième temps nous avons montré qu'un processus prétopologique peut être considéré comme transversal aux processus classiques de reconnaissance. Nous avons ainsi montré, tant sur les outils que sur les méthodes, que la prétopologie est un outil de modélisation assez puissant.