

# Modélisation des interconnexions de puissance avec la méthode PEEC

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>23</b>
1.1	Rappel du contexte	23
1.2	Principe de la modélisation CEM conduite et rayonnée	23
1.3	Caractéristiques des structures d'électronique de puissance	25
1.4	Rappel sur les équations de Maxwell	27
<b>2</b>	<b>Choix d'une méthode de modélisation 3D des interconnexions de puissance</b>	<b>28</b>
2.1	Méthodes en interaction locale (méthodes finies)	29
2.2	Méthodes en interaction globale (méthodes intégrales)	29
<b>3</b>	<b>Présentation rapide de la méthode PEEC classique</b>	<b>32</b>
3.1	Extraction des éléments parasites à partir d'un maillage dual	32
3.2	Performances et limites de la méthode	33
<b>4</b>	<b>Méthode (RLM)-PEEC adaptée aux structures basses fréquences : le logiciel InCa3D</b>	<b>33</b>
4.1	Historique de la méthode	33
4.2	Maillage inductif fréquentiel	34
4.3	Extraction des matrices de composants parasites résistifs et inductifs (RLM)	35
4.4	Réduction du modèle inductif et création du macro-bloc RLM équivalent	37
4.5	Résolution et post-processing	38
4.6	Performances et limites de la modélisation résistive et inductive seule	38
4.7	Application à la modélisation d'un capteur de position à courant de Foucault	39

5 Conclusions du chapitre . . . . . 41

---

### Résumé

*Dans ce premier chapitre, on présentera les structures d'électronique de puissance et leurs principales caractéristiques physiques et géométriques. Les difficultés rencontrées dans la modélisation des interconnexions de ces dispositifs seront détaillées. On justifiera également le choix d'une méthode générale et adaptée à la modélisation de ces structures : la méthode PEEC (Partial Element Equivalent Circuit ou Circuit d'Elements Partiels Equivalents). Celle-ci génère un circuit électrique équivalent à constantes localisées des interconnexions. Cela permet d'obtenir par une approche système un modèle électrique équivalent de la structure pouvant être utilisé dans un solveur circuit pour étudier les performances en matière de compatibilité électromagnétique conduite ou rayonnée. Enfin, une modélisation PEEC inductive dédiée à la modélisation de ces structures en basse fréquence sera présentée. Cette méthode est implantée dans le logiciel InCa3D.*

# 1 Introduction

## 1.1 Rappel du contexte

De nos jours, l'utilisation des systèmes électriques est de plus en plus courante du fait de leur haute performance en terme d'efficacité, de compacité et de coûts... Ainsi 15% de l'énergie électrique serait convertie (passage de la haute à la basse tension ou du continu à l'alternatif au courant continu et vice-versa) à l'aide de convertisseurs statiques. Ces dernières structures sont les structures d'électronique de puissance. Par exemple dans le monde des transports, on se dirige vers le tout électrique (avion, voiture) : les actionneurs hydrauliques sont remplacés par des actionneurs électriques, les moteurs thermiques par des moteurs électriques, etc.

De plus grâce aux progrès réalisés dans les interrupteurs de puissance, la complexité des systèmes électriques ne cesse d'augmenter : compacité, proximité des courants forts et faibles, fréquences de plus en plus élevées... Cela a pour effet direct d'augmenter les couplages capacitifs entre les conducteurs proches et les conducteurs soumis à des potentiels flottants (très forts  $di/dt$ ). Cette modélisation capacitive étaient parfois négligée ou alors traitée au cas par cas par le biais de méthodes analytiques peu générales.

Aussi, le passage des normes électriques imposées par la communauté européenne pour la mise sur le marché de ces convertisseurs, sont de plus en plus difficiles et notamment en matière de compatibilité électromagnétique (CEM).

## 1.2 Principe de la modélisation CEM conduite et rayonnée

La compatibilité électromagnétique est l'aptitude d'un système électrique à fonctionner,

- sans se perturber lui même (au sens destruction comme au sens dysfonctionnement d'une partie de l'électronique sensible),
- sans perturber l'environnement (respect des normes d'émission),
- sans être perturbé par l'environnement (respect des normes de susceptibilité).

Les sources de perturbations électromagnétiques peuvent avoir une origine naturelle (comme la foudre, les décharges électrostatiques et les rayonnements cosmiques) ou artificielle. Les origines artificielles peuvent être volontaires comme les ondes radars, signaux de télécommunications (ondes radio, TV, GSM, Wifi, etc.). Les perturbations involontaires sont essentiellement dues aux réseaux de distribution d'électricité, des installations industrielles, des dispositifs d'électronique de puissance tels les convertisseurs statiques (hacheurs, variateurs de vitesse), les alimentations à découpage et de tout appareil électrique grand public.

La CEM balaye une très large gamme de fréquence allant de quelques kilo-hertz à plusieurs giga-hertz. En électronique de puissance, on distingue deux gammes de fréquences, la gamme conduite entre 10 kHz et 30 MHz et la gamme rayonnée 30 MHz et 200 MHz (voire même 1 GHz). Le tableau suivant [I.1](#) donne des ordres de grandeurs caractéristiques qu'il faut avoir en tête pour

différentes fréquences de la gamme visée.

Fréquences	10 kHz	1 MHz	30 MHz	100 MHz	200 MHz	1 GHz
Longueur d'onde $\lambda$	30 km	300 m	10 m	3 m	1,5 m	30 cm
$\lambda/(2\pi)$	4,77 km	47,7 m	1,59 m	47,7 cm	23,9 cm	4,77 cm
$\lambda/10$	3 km	30 m	1 m	30 cm	15 cm	3 cm
Épaisseur de peau $\delta_{Cu}$	0,209 mm	20,9 $\mu\text{m}$	3,81 $\mu\text{m}$	2,09 $\mu\text{m}$	1,48 $\mu\text{m}$	0,66 $\mu\text{m}$

**Tableau I.1** – Ordres de grandeur caractéristiques pour la gamme de fréquences 10 kHz - 200 MHz

Les notions de CEM conduite et rayonnée sont relatives au mode de perturbation.

### 1.2.1 Perturbations conduites

Dans le premier cas le système se perturbe par des courants parasites circulant dans les câbles, les conducteurs ou dans l'air (via des capacités parasites). On distingue deux types de courants parasites.

- **Les courants de mode différentiel** conduisent à des perturbations symétriques. Ces courants parasites se superposent au courant utile et induisent des tensions de mode différentiel qui vont perturber le circuit victime. Ces courants circulent dans les conducteurs intentionnels, c'est à dire principalement les câbles d'alimentation ou les conducteurs.
- **Les courants de mode commun** conduisent à des perturbations asymétriques. Ces courants parasites circulent également dans les conducteurs intentionnels et se referment à travers des capacités parasites dans les structures métalliques du dispositif comme les plans de masse, les châssis métalliques, la terre...

### 1.2.2 Perturbations rayonnées

Les perturbations rayonnées se propagent par des ondes électromagnétiques caractérisées en tout point de l'espace par le champ électrique  $\mathbf{E}$  et le champ magnétique  $\mathbf{H}$ . Pour la CEM rayonnée, on distingue deux zones de perturbations : les zones de champ proche (zones de Rayleigh puis de Fresnel) et les zones de champ lointain (zone de Fraunhofer). La limite entre ces deux zones est la distance  $\lambda/(2\pi)$  (tableau I.1), avec la longueur d'onde  $\lambda = c_0/f$ , avec  $c_0$  la vitesse de la lumière dans le vide  $c_0 = 3.10^8$  m/s.

Dans la zone de champ proche les phénomènes sont de plus en plus complexes. Le champ prédominant est le champ magnétique  $\mathbf{H}$ , exprimé en A/m. Il est engendré par un circuit électrique basse impédance parcouru par un courant. Dans cette zone de champ proche, le champ magnétique  $\mathbf{H}$  est en phase avec les courants. A proximité des sources (dans la zone de Rayleigh), de l'énergie réactive est échangée avec le milieu environnant.

Dans la zone de champ lointain, le champ électrique  $\mathbf{E}$  prédomine. Celui-ci, exprimé en V/m, est engendré par un circuit électrique à haute impédance soumis à une différence de potentiel élevée.

Dans cette zone les ondes sont planes et leur intensité décroît de façon inversement proportionnelle à la distance. Il suffit de connaître un des champs pour connaître l'autre.

### 1.2.3 Modes de couplage

La modélisation CEM est très complexe de part la multitude de couplages possibles entre éléments de circuit ou entre éléments de circuit et l'environnement électromagnétique [6]. On distingue :

- *le couplage par impédance de masse* : tout conducteur possède une impédance non nulle. Ainsi, tout courant circulant dans le conducteur génère une différence de potentiel à ses bornes. Et celle-ci est d'autant plus élevée que les fronts de courant et les inductances parasites sont importants.
- *Le couplage circuit-châssis* : ce couplage est dû aux capacités parasites existantes entre les différents conducteurs et le plan de masse. La variation du potentiel dans les conducteurs crée donc un courant de déplacement des conducteurs vers le plan de masse.
- *Le couplage par diaphonie inductive* : le courant circulant dans un fil crée autour de ce fil un champ magnétique. La variation de ce champ magnétique crée une différence de potentiel dans les boucles voisines.
- *Le couplage par diaphonie capacitive* : la différence de potentiel entre un conducteur et son environnement génère autour de ce conducteur un champ électrique. La variation de ce champ crée un courant injecté dans les conducteurs proches.
- *Le couplage champ à fil* : la variation d'un champ électrique incident sur un fil crée un courant dans le conducteur.
- *Le couplage champ à boucle* : la variation d'un champ magnétique embrassant une boucle crée une différence de potentiel aux bornes de celle-ci.

L'enjeu de la modélisation CEM est de prédire et de quantifier ces différents couplages.

## 1.3 Caractéristiques des structures d'électronique de puissance

La modélisation des structures d'électronique de puissance possèdent de nombreuses difficultés géométriques et physiques. Ces structures sont très souvent fines et planes, réalisées sur circuit imprimé multi-couches (plusieurs couches minces en vis-a-vis très proches) impliquant des échelles géométriques très différentes allant de quelques millimètres en épaisseur à plusieurs centimètres ou dizaines de centimètres en largeur. Par exemple les conducteurs sont généralement très fins, de 35 à 70  $\mu\text{m}$  d'épaisseurs, et peuvent être longs, 15 à 30 cm comme pour les parties mécaniques et les plans de masse dans lesquels circulent des courants parasites. Pour mieux illustrer la complexité et la compacité des structures d'électronique de puissance, la figure I.1 montre des images de convertisseurs statiques d'électronique de puissance : des variateurs de vitesse industriels (Schneider-Electric).



Figure I.1 – Variateurs de vitesse industriels (Schneider-Electric)

Le tableau I.1 permet de comprendre pourquoi en électronique de puissance, on néglige souvent les phénomènes de propagation au sein des structures car une grande partie des dispositifs peut être contenue dans une sphère de rayon 30 cm. Or une règle souvent utilisée en CEM affirme que l'on peut négliger les phénomènes de propagation à condition que la longueur d'onde  $\lambda$  soit très inférieure devant la plus grande dimension du dispositif : on choisit une distance limite égale à  $\lambda/10$ . D'où la dernière ligne du tableau I.1.

Au vu de la gamme de fréquences visée (environ 10 kHz - 200 MHz), la modélisation de l'effet de peau est nécessaire. On peut rappeler que l'épaisseur de la peau  $\delta$  est définie comme la distance dans un conducteur où la densité de courant diminue jusqu'à 37% de sa valeur par rapport à sa valeur à la surface. Elle a pour expression :

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu}} \quad (\text{I.1})$$

avec  $\rho$  et  $\mu$ , respectivement la résistivité et la perméabilité magnétique du conducteur,  $f$ , la fréquence. L'épaisseur de peau du cuivre du tableau I.1 est calculée pour une résistivité de  $\rho = 1,72 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$ .

Au vu de toutes ces caractéristiques, la modélisation de telles structures est un véritable challenge [7]. Cela pose la question suivante : quelle méthode numérique utiliser ? Avant de détailler l'état de l'art des méthodes de modélisation de ces structures intéressons nous à la théorie en partant des équations de Maxwell.

## 1.4 Rappel sur les équations de Maxwell

Le comportement macroscopique des charges, des courants et des champs électromagnétiques est complètement décrit par les équations de Maxwell suivantes :

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} &= \mathbf{J}; & \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} &= \mathbf{0}; & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \tag{I.2}$$

avec,  $\mathbf{H}$ , le champ magnétique,  $\mathbf{B}$ , l'induction magnétique,  $\mathbf{J}$ , la densité de courant dans les conducteurs,  $\mathbf{E}$ , le champ électrique,  $\mathbf{D}$ , l'induction électrique et  $\rho$ , la densité de charges. On peut compléter ces équations en y ajoutant les lois constitutives des matériaux :

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} \end{aligned} \tag{I.3}$$

où  $\varepsilon$  et  $\mu$  sont respectivement la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du milieu. En supposant que le champ électrique  $\mathbf{E}$  et magnétique  $\mathbf{B}$  dérivent respectivement des potentiels scalaire électrique  $\phi$  vecteur magnétique  $\mathbf{A}$ , on peut écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - \nabla \phi \end{aligned} \tag{I.4}$$

Pour garantir l'unicité des potentiels scalaire et vecteur, on impose alors la condition de Lorentz :

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \tag{I.5}$$

où  $c = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ , la vitesse de propagation du milieu. On peut réécrire les équations de Maxwell [I.2](#) à partir de [I.5](#) sous forme d'équations de propagation :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi &= -\frac{\rho}{\varepsilon} \\ \nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A} &= -\mu \mathbf{J} \end{aligned} \tag{I.6}$$

On peut noter que les potentiels électrique et magnétique, et donc les champs respectifs, se propagent à la même vitesse : la vitesse de la lumière dans le milieu  $c$ . On peut remarquer également que ces deux équations de propagation ne sont pas couplées. Les potentiels  $\mathbf{A}$  et  $\phi$  sont couplés par la condition de Lorentz (équation [I.5](#)) ou par l'équation équivalente, appelée équation de

continuité, qui exprime la conservation de la charge :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.7})$$

Pour résoudre les équations de Maxwell I.2, il suffit de connaître  $\mathbf{A}$  et  $\phi$  dans tout le domaine. On peut écrire  $\mathbf{A}$  et  $\phi$  sous forme intégrale :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \mu \iiint_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' \\ \phi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\varepsilon} \iiint_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' \end{aligned} \quad (\text{I.8})$$

avec  $V$  le volume des matériaux actifs et  $G$  la fonction de Green définie par :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\delta(t - t' - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \sqrt{\mu\varepsilon}/c_0)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (\text{I.9})$$

avec  $\delta$  la fonction de Dirac défini avec  $c_0$ , la vitesse de la lumière dans le vide et le temps retardé  $t'$  :

$$t' = t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c_0} \sqrt{\mu\varepsilon} \quad (\text{I.10})$$

Or, dans le cas de notre problème, on choisit de négliger les phénomènes de propagation : **on se place en régime quasi-statique**. Cette hypothèse est plausible grâce à un ratio dimension-fréquence favorable. Dans ces conditions, la fonction de Green en régime quasi-statique s'exprime de la façon suivante :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (\text{I.11})$$

Intéressons nous désormais au choix d'une méthode numérique 3D permettant de résoudre ces équations de Maxwell en régime quasi-statique pour des structures d'électronique de puissance de complexité industrielle. Ces méthodes ont pour but d'obtenir une solution approchée d'équations aux dérivées partielles en s'appuyant sur une discrétisation pour résoudre localement les équations de Maxwell.

## 2 Choix d'une méthode de modélisation 3D des interconnexions de puissance

La volonté de traiter des structures de complexité industrielle impose le choix d'une méthode numérique en 3D. Cela écarte les méthodes uniquement basées sur des formulations analytiques

ou les méthodes 2D comme les lignes de transmission qui sont rapidement limitées à la modélisation de structures simples à cause des hypothèses trop simplificatrices utilisées [8]. On dispose aujourd'hui d'un large panel de méthodes de modélisation numériques 3D, générales et robustes. Il est difficile d'être exhaustif dans ce domaine, mais on peut classer ces méthodes en deux groupes [7] : les méthodes en interaction locale (méthodes finies) et les méthodes en interaction globale (les méthodes intégrales). Il ne s'agit pas de détailler ici ces méthodes connues mais de rappeler leurs principaux avantages et inconvénients permettant de justifier le choix des méthodes intégrales pour nos travaux.

### 2.1 Méthodes en interaction locale (méthodes finies)

Les trois grandes méthodes en interaction locale sont la méthode des éléments finis, des différences finies ou des volumes finis. Chacune de ces méthodes utilise un maillage de toute la géométrie y compris de l'air environnant. Une « modélisation de l'infini » via des conditions aux limites est alors nécessaire. La méthode des éléments finis utilise une approche variationnelle par le biais de la minimisation d'une fonctionnelle. La méthode des différences finies utilise une discrétisation des opérateurs différentiels sur une grille de pas fixe. Enfin, la méthode des volumes finis utilise une approximation basée sur des lois de conservation et des bilans de flux.

La mise en équations de ces méthodes aboutit à une matrice d'interaction creuse de grande taille. Ces méthodes sont générales, robustes, largement utilisées en basses fréquences et peuvent prendre en compte des comportements non linéaires et des matériaux hétérogènes. Cependant, pour modéliser des structures d'électronique de puissance, elles seraient vraiment très lourdes et trop gourmandes pour différentes raisons. L'air est prédominant dans les structures d'électronique de puissance qui sont généralement planes, et par conséquent, son maillage « jusqu'à l'infini » implique un grand nombre d'éléments. Aussi, les maillages utilisés par ces méthodes sont généralement réguliers et donc la discrétisation des très faibles épaisseurs des conducteurs (ex : circuits imprimés multi-couches) dans ces zones d'interfaces avec l'air accroît le nombre d'éléments de maillage. Et cela s'accroît encore avec la prise en compte de l'effet peau dans les conducteurs. Effectivement, pour modéliser précisément l'effet de peau et le champ à proximité des conducteurs, un raffinement du maillage est nécessaire dans l'épaisseur de peau (tableau I.1) et aux interfaces du conducteur.

### 2.2 Méthodes en interaction globale (méthodes intégrales)

Tout d'abord, les méthodes en interaction globale utilisent l'écriture sous forme intégrale des équations de Maxwell et notamment celle du champ électrique  $\mathbf{E}$ .

### 2.2.1 Écriture intégrale du champ électrique

En reprenant l'équation de départ du champ électrique  $\mathbf{E}$  du I.4 et avec l'écriture intégrale de  $\mathbf{A}$  et  $\phi$  du I.8, on peut écrire :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{r}) - \mu j\omega \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}')G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' - \frac{1}{\varepsilon}\nabla \iiint_V \rho(\mathbf{r}')G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' \quad (\text{I.12})$$

avec  $\mathbf{E}_{\text{ext}}$ , le champ source extérieur (nul s'il n'y a pas de sources de champ). Or dans les conducteurs de conductivité  $\sigma$ , le champ électrique est lié à la densité de courant électrique  $\mathbf{J}$  par la loi d'Ohm :

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sigma\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (\text{I.13})$$

A partir de l'équation de Maxwell du champ  $\mathbf{E}$  I.2 et de l'équation I.3, on obtient facilement que  $\nabla \cdot \varepsilon\mathbf{E} = \rho$ . En combinant cette dernière équation avec l'équation de continuité I.7, on peut aboutir à :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon}\rho - \varepsilon\nabla \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon}\mathbf{E} \quad (\text{I.14})$$

En supposant que les conducteurs sont homogènes, le dernier terme de l'équation précédente est nul. La solution de cette dernière équation est :

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0(\mathbf{r}).e^{(\sigma/\varepsilon)t} \quad (\text{I.15})$$

La seule solution physique acceptable est la solution triviale :  $\rho_0 = 0$ , c'est à dire qu'il n'y a pas de charge volumique dans les conducteurs. Ainsi, les charges électriques  $\sigma$  sont supposées être réparties à la surface  $S$  des conducteurs. Et donc le champ électrique extérieur  $\mathbf{E}_{\text{ext}}$  au point  $\mathbf{r}$  situé à l'intérieur d'un conducteur est donné par :

$$\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{\sigma} + \mu j\omega \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}')G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' + \frac{1}{\varepsilon}\nabla \iint_S \sigma(\mathbf{r}')G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' \quad (\text{I.16})$$

Les inconnues de cette équation sont la densité volumique de courant électrique  $\mathbf{J}$  et la densité surfacique de charge électrique  $\rho$ .

### 2.2.2 Discrétisation spatiale et interprétation des effets résistifs, inductifs et capacitifs

Cette écriture intégrale est ensuite discrétisée seulement sur les matériaux actifs : les conducteurs et les diélectriques sont maillés (pas de maillage de l'air). Cet avantage majeur limite la difficulté pour le maillage des géométries complexes.

Supposons que la géométrie est composée de  $N$  conducteurs maillés en volume  $V_i$  et en surface

$S_i$ . On peut alors réécrire l'équation I.16 :

$$\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{\sigma} + \sum_{i=1}^N \left[ j\omega\mu \iiint_{V_i} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' \right] + \sum_{i=1}^S \left[ \nabla \frac{1}{\varepsilon} \iint_{S_i} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') d^2\mathbf{r}' \right] \quad (\text{I.17})$$

On peut supposer que les charges électriques sont réparties sur la surface des matériaux. Considérons désormais le maillage des  $N$  conducteurs en  $N_{V_i}$  volumes et  $N_{S_i}$  surfaces. Dans ces conditions, on peut réécrire l'équation précédente de la façon suivante :

$$\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{\sigma} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_{V_i}} \left[ j\omega\mu \iiint_{V_{ij}} \mathbf{J}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' \right] + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_{S_i}} \left[ \nabla \frac{1}{\varepsilon} \iint_{S_{ij}} \sigma(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^2\mathbf{r}' \right] \quad (\text{I.18})$$

Si on intègre cette équation sur une maille volumique  $l$  d'un conducteur et que l'on divise par la section  $a_l$  de l'élément considéré, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_l} \iiint_{V_l} \mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{r}) dV_l = & \frac{1}{a_l} \iiint_{V_l} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{\sigma} dV_l + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_{V_i}} \left[ j\omega\mu \frac{1}{a_l} \iiint_{V_l} \iiint_{V_{ij}} \mathbf{J}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' dV_l \right] + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_{S_i}} \left[ \nabla \frac{1}{a_l \varepsilon} \iiint_{V_l} \iint_{S_{ij}} \sigma(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^2\mathbf{r}' dV_l \right] \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

Cette dernière intégration est une approche variationnelle appelée également méthode de Galerkin. On peut interpréter les différents termes de l'équation I.19. Le terme de gauche est alors la tension appliquée au circuit, le premier terme de droite traduit les pertes Joule dans chacun des éléments volumiques, le second et le troisième terme de droite sont l'image d'un terme inductif et capacitif. A partir de cette discrétisation, on peut alors imaginer les composants d'un schéma électrique équivalent...

### 2.2.3 Choix de la méthode PEEC

En introduisant des éléments de circuit, il est possible de construire un circuit d'éléments partiels équivalent décrivant de façon locale les principaux couplages électromagnétiques du problème. Ruehli fût le premier à proposer ces schémas électriques équivalents qui s'appellent naturellement : PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) [9]. Un autre exemple de méthode intégrale bien connu pour résoudre l'équation I.19 est celle appelée méthode des moments (MoM) par Harrington [10, 11].

La MoM et la méthode PEEC permettent d'obtenir précisément la répartition de courant dans les matériaux actifs et de remonter au champ rayonné partout dans l'espace. Ces méthodes sont fréquentielles et sont plus répandues dans le domaine des hautes fréquences avec la prise en compte des phénomènes de propagation (modélisation des micro-processeurs avec la méthode PEEC retardée ou modélisations d'antennes avec la MoM).

Simple d'utilisation, la méthode PEEC permet d'obtenir naturellement un circuit équivalent

à constantes localisées d'une structure complète contenant les principaux couplages dus à la géométrie (effets de proximité, de bords) et à la physique des matériaux du problème. Les circuits PEEC sont réputés très efficaces pour des modélisations électromagnétiques [7, 12]. Peu d'éléments suffisent à bien modéliser les phénomènes électromagnétiques en jeu.

On rappelle que l'un des objectifs de cette thèse est d'obtenir un circuit électrique équivalent de la structure étudiée. Aussi, vu l'historique des travaux effectués par le G2Elab et CEDRAT sur la modélisation PEEC inductive qui ont conduit à la création du logiciel InCa3D, on a choisi d'utiliser la méthode PEEC.

Cependant on verra par la suite que cette méthode (comme toute méthode intégrale) possède un inconvénient majeur, à savoir la construction d'une matrice d'interaction pleine. Le stockage en mémoire d'une telle matrice progresse en  $\mathcal{O}(N^2)$ , avec  $N$  le nombre de degrés de liberté. Après avoir présenté plus en détails la méthode PEEC classique, on verra dans la suite comment l'adaptation du maillage à nos problématiques d'électronique de puissance permet de limiter le nombre de degrés de liberté.

### 3 Présentation rapide de la méthode PEEC classique

Comme on l'a vu précédemment, le point de départ de la méthode PEEC est l'écriture intégrale du champ électrique  $\mathbf{E}$  dans tout le domaine (équation I.19). On va s'intéresser désormais à la modélisation de ces trois effets avec la méthode PEEC classique qui utilise un maillage volumique pour la modélisation des effets résistifs et inductifs, et surfacique pour les effets capacitifs.

Cette méthode est parfois appelée méthode rPEEC ou retarded PEEC car elle prend en compte les phénomènes de propagation via le temps retardé (équation I.10). Elle est couramment utilisée en très hautes fréquences (souvent supérieures à 1 GHz) et permet de modéliser par exemple, les cartes de circuit imprimé des micro-processeurs. Cette méthode a connu de nombreuses évolutions permettant d'être de plus en plus générale. Il ne s'agit pas ici de détailler tous ces travaux, pour plus d'informations, on invite le lecteur à lire les documents suivants [7, 12, 13].

#### 3.1 Extraction des éléments parasites à partir d'un maillage dual

Le maillage volumique et surfacique des matériaux conducteurs et diélectriques utilisé est présenté dans la figure I.2. Les cellules PEEC volumiques et surfaciques sont espacées d'une demi-cellule. On parle de maillage dual. Sur chaque élément volumique sont calculées une résistance propre et une inductance propre et entre chaque élément, une inductance-mutuelle. Sur chaque élément surfacique conducteur on calculera une capacité propre pour un conducteur, et entre chaque élément, une capacité mutuelle. Pour obtenir des détails sur le calcul des éléments parasites avec cette méthode, on invite le lecteur à lire les travaux suivants [7, 9, 14–18].

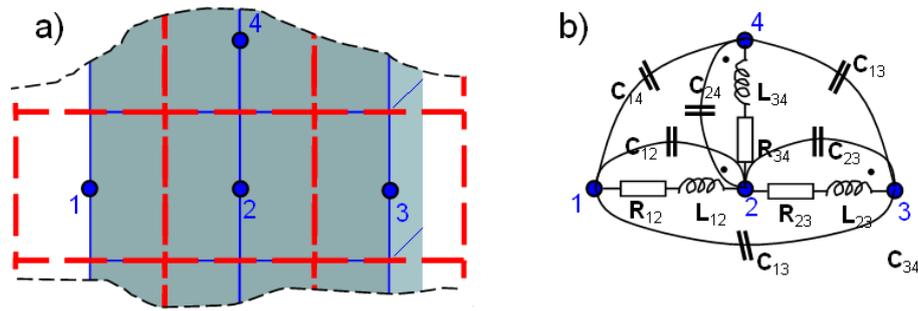


Figure I.2 – Maillage dual et circuit équivalent obtenu

### 3.2 Performances et limites de la méthode

A l'aide une écriture matricielle de toutes ces interactions, on peut générer un grand système d'équations électriques pour résoudre dans chaque élément de maillage les courants. On rappelle que le principal inconvénient de la méthode PEEC est la place mémoire nécessaire pour le stockage de la matrice d'interaction ou des matrices de composants parasites. De plus comme le montre la figure I.2, si l'on veut bien modéliser l'effet de peau dans les conducteurs, un raffinement du maillage dans cette épaisseur de peau serait nécessaire. Aussi, avec un tel raffinement et en gardant la dualité du maillage, on obtiendrait un nombre très important de capacités. Effectivement, dans la gamme de fréquences visée, les aspects capacitifs peuvent être bien modélisés avec peu de capacités (ce que l'on verra avec dans la suite).

Pour remédier à cela on pourrait utiliser une des nombreuses méthodes de réduction d'ordre des systèmes électriques comme par exemple l'approche nodale modifiée développée par Ruehli et al. [19]. Cependant, en fonction des difficultés propres à l'électronique de puissance et de la gamme de fréquences visée, on a choisi d'utiliser une méthode PEEC adaptée qui traite séparément les modélisations résistive-inductive et capacitive. On présente dans la section suivante, la méthode PEEC résistive et inductive appelée ici (RLM)-PEEC qui est implantée dans le logiciel InCa3D.

## 4 Méthode (RLM)-PEEC adaptée aux structures basses fréquences : le logiciel InCa3D

### 4.1 Historique de la méthode

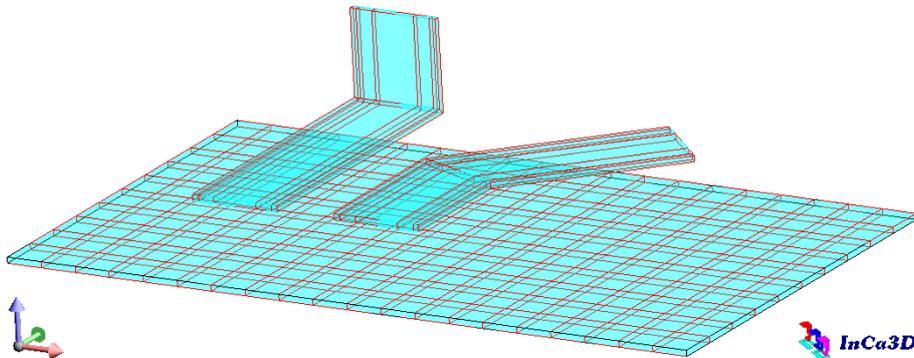
Cette méthode (RLM)-PEEC adaptée est née au sein du G2Elab par le biais de travaux de recherches et de thèses autour de la modélisation de structures basses fréquences. Les premières structures étudiées étaient les bus-barres éléments de puissance que l'on retrouve dans des armoires électriques ou des convertisseurs statiques.

Le logiciel de modélisation en trois dimension, InCa3D [2] a été développé par le G2Elab et depuis quelques années, il est co-développé et commercialisé par la société CEDRAT. Ce logiciel

a permis de valoriser et capatitaliser tous ces travaux. Pour en savoir plus concernant l'origine de cette méthode et de ce logiciel, on invite le lecteur à se référer à une partie des différents travaux du G2Elab et de CEDRAT [15–17, 20–26].

### 4.2 Maillage inductif fréquentiel

Un maillage volumique relativement lâche des conducteurs est utilisé. Dans chaque élément de maillage, le courant est supposé uniforme et constant (ordre 0). Deux types de maillages sont utilisés pour modéliser la direction du courant : l'un bidirectionnel pour les conducteurs larges comme les plans de masse appelés « conducteurs 2D », et l'autre unidirectionnel pour les conducteurs plutôt fins et longs appelés « conducteur 1D » (Fig. I.3).



**Figure I.3** – Maillage unidirectionnel (2 conducteurs du haut) et bidirectionnel (plaque)

#### 4.2.1 Maillage unidirectionnel

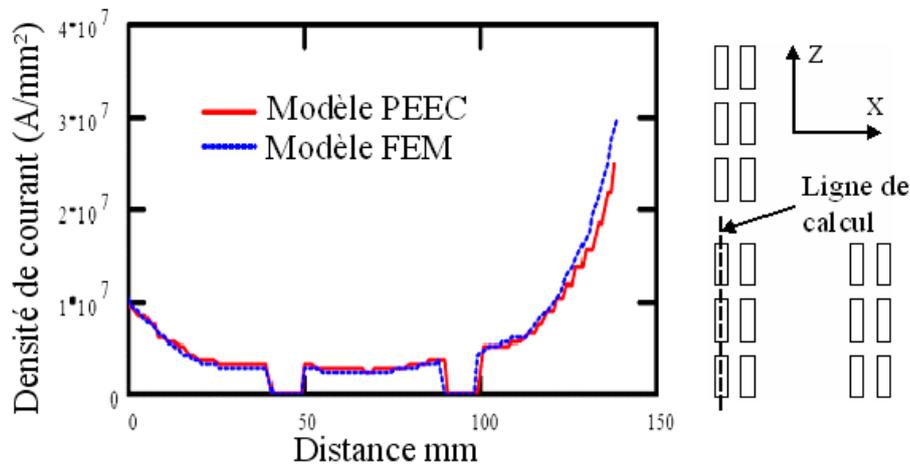
Pour les conducteurs fins (ou longs), on suppose que le courant se déplace dans un seul sens : le long du conducteur. Le maillage utilisé est adapté à l'épaisseur de peau et par conséquent, il dépend de la fréquence. L'effet de peau est ainsi modélisé en raffinant le maillage dans l'épaisseur de peau.

Le but est d'optimiser le nombre d'éléments de maillage pour gagner en espace mémoire tout en garantissant une précision des phénomènes électromagnétiques modélisés. En revanche, pour ces mêmes conducteurs, il n'y a pas de subdivisions dans la longueur : on considère que le potentiel varie linéairement le long du conducteur et on néglige les phénomènes de propagation.

Une comparaison avec une modélisation éléments finis (FEM) sur un jeu de 18 barres montre qu'avec très peu d'éléments de maillage on obtient une bonne répartition du courant [17]. Ce résultat de comparaison est illustré dans la figure I.4.

Dans cette figure, la modélisation FEM utilise environ 600 000 mailles (à cause du maillage de l'air environnant) alors que celle PEEC, seulement 810 (15 et 3 selon l'axe z et x pour une barre).

Généralement, on considère qu'un conducteur est bien maillé dès qu'il a au moins deux éléments de maillage dans son épaisseur de peau comme dans la figure I.3. Les conducteurs unidirectionnels



**Figure I.4** – Comparaison de la densité de courant dans un jeu de 18 barres entre une modélisation FEM et PEEC [17]

peuvent avoir des coudes non nécessairement perpendiculaires et une section quelconque (non rectangulaire).

#### 4.2.2 Maillage bidirectionnel

Pour les conducteurs larges comme les plans de masse, on ne sait plus a priori déterminer où s'écouleront les courants électriques et dans quelles directions. C'est pourquoi, il est difficile de discrétiser à l'avance les zones dans lesquelles les courants seront les plus forts. Aussi, il n'y a pas de raison non plus de raffiner le maillage sur les bords. Ainsi, on utilise un maillage bidirectionnel où dans chaque maille le courant est dirigé dans le plan du conducteur.

### 4.3 Extraction des matrices de composants parasites résistifs et inductifs (RLM)

L'extraction des éléments inductifs se fait directement à partir du maillage volumique des conducteurs. Chaque élément volumique présente une résistance et une inductance propre. Entre chaque élément, une mutuelle inductance est calculée. La méthode intégrale ainsi que les différents calculs sont présentés dans la section 4.3.

Ainsi, comme le montre la figure I.5, la partie inductive de chaque conducteur est modélisée par plusieurs cellules RLM en parallèle pour les conducteurs unidirectionnels et par un réseau RLM pour les conducteurs bidirectionnels.

On peut calculer les composants résistifs de chaque élément en utilisant la formule analytique classique suivante avec  $L$ , la longueur de l'élément de section  $S$  et de résistivité  $\rho$  :

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (\text{I.20})$$

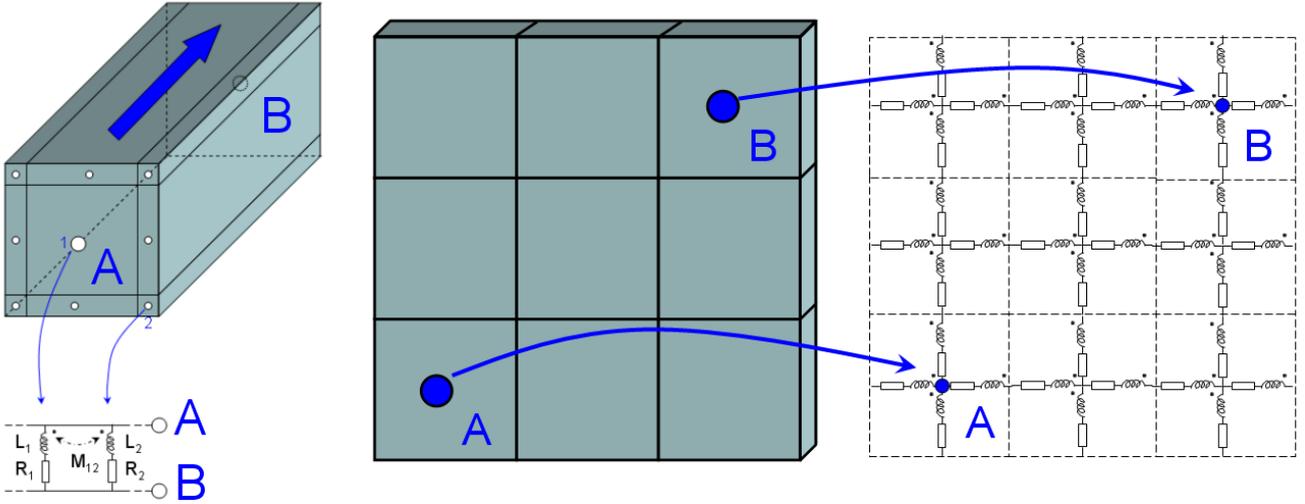


Figure I.5 – Maillages uni et bidirectionnel et leur schéma électrique équivalent

On peut également calculer l'inductance propre  $L_{ii}$  de chaque élément et l'inductance mutuelle  $M_{ij}$  entre deux éléments comme dans la figure I.6 avec les formules suivantes :

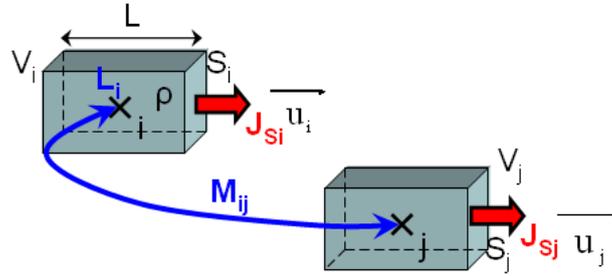


Figure I.6 – Calcul des effets parasites résistifs et inductifs

$$M_{ij} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_j}{S_i \cdot S_j} \iiint_{V_i} \left( \iiint_{V_j} \frac{dV_j}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|} \right) dV_i \quad (\text{I.21})$$

$$L_{ii} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{S_i^2} \iiint_{V_i} \left( \iiint_{V_i} \frac{dV_{i1}}{\|\mathbf{r}_{i1} - \mathbf{r}_{i2}\|} \right) dV_{i2} \quad (\text{I.22})$$

Ces doubles intégrales volumiques sont calculées à l'ordre 0 de façon analytique pour  $L_i$ , et analytique/numérique pour  $M_{ij}$  avec la technique d'intégration avec points de Gauss [17].

On obtient une matrice résistive-inductive pleine mais moins grosse que celle de la méthode PEEC classique. Grâce à toutes ces hypothèses, on réduit considérablement la mémoire nécessaire au stockage de la matrice RLM ce qui permet de traiter des problèmes beaucoup plus gros.

## 4.4 Réduction du modèle inductif et création du macro-bloc RLM équivalent

Pour étudier les performances électriques d'une structure dans un solveur circuit, on pourrait résoudre à chaque pas de temps de la simulation le courant dans tous les éléments de maillage. Cependant, pour réduire le nombre de degrés de liberté du modèle électrique (et donc la taille mémoire) et pour gagner en temps de simulation, on utilise un macro-bloc qui est un modèle inductif réduit. Il modélise les principaux couplages électromagnétiques des interconnexions entre quelques nœuds électriques de la structure.

On va résumer brièvement le principe de cette réduction de modèle (qui est bien détaillée dans [17]). Considérons les grandeurs  $U_b$ ,  $I_b$ ,  $Z_b$ , et  $U_s$  correspondantes aux vecteurs de tension et de courant dans chaque branche, la matrice d'impédance composée des éléments parasites inductifs RLM et éventuellement d'autres éléments passifs (résistances, inductances ou capacités), et pour finir le vecteur de source de tension. Le système électrique complet peut alors s'écrire :

$$U_b = Z_b \cdot I_b + U_s \quad (\text{I.23})$$

On introduit  $Z_r$ , la matrice équivalente réduite entre un ensemble de nœuds électriques choisis. Cette matrice est calculée pour une fréquence donnée. Parmi ces nœuds, on retrouve ceux nécessaires aux connexions des capacités parasites, aux générateurs de tension ou de courant, aux charges et à tous les autres composants d'électronique de puissance ou de commandes.

Pour réduire le système I.23 une matrice  $M$  des boucles indépendantes de Kirchhoff est utilisée.  $M$  est composée de 0, 1 ou -1 et décrit la connexion de chaque élément [27]. Il est possible de choisir  $M$  telle que  $M \cdot U_b = 0$ . On peut définir alors le courant  $I_m$  dans les branches indépendantes avec  $I_m = M^T \cdot I_b$ . En multipliant I.23 à gauche par la matrice  $M$  et en définissant  $Z_m = M \cdot Z_b \cdot M^T$ , on peut écrire :

$$Z_m \cdot I_m + M \cdot U_s = 0 \quad (\text{I.24})$$

Après une transformation de  $Z_m$  en matrice triangulaire supérieure  $\tilde{Z}_m$  avec une descente partielle de Gauss, on peut obtenir la matrice d'impédance réduite  $Z_r$  composée des impédances équivalentes entre les nœuds électriques choisis :

$$\tilde{Z}_m = \begin{bmatrix} * & \cdots & \cdots & * \\ 0 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & * & * \\ 0 & \cdots & 0 & Z_r \end{bmatrix} \quad (\text{I.25})$$

Dans la matrice  $\tilde{Z}_m$ , les impédances notées \* ne sont pas utilisées. A partir de  $Z_r$ , un macro-bloc

est construit. Le nombre de ports du macro-bloc est égal à la taille de la matrice  $Z_r$  (ou du nombre de nœuds électriques choisis).

### 4.5 Résolution et post-processing

Avec le logiciel InCa3D, il est possible de placer des éléments actifs (générateurs de tension ou courant) ou passif (résistances, inductances, condensateurs, etc.) pour générer un circuit électrique complet de modélisation de la structure. En résolvant toutes les équations de circuit, on peut calculer le courant au sein des conducteurs (ex : Fig. I.7) puis remonter ensuite au calcul champ magnétique par la loi de Biot et Savart ou des pertes Joule dans les conducteurs.

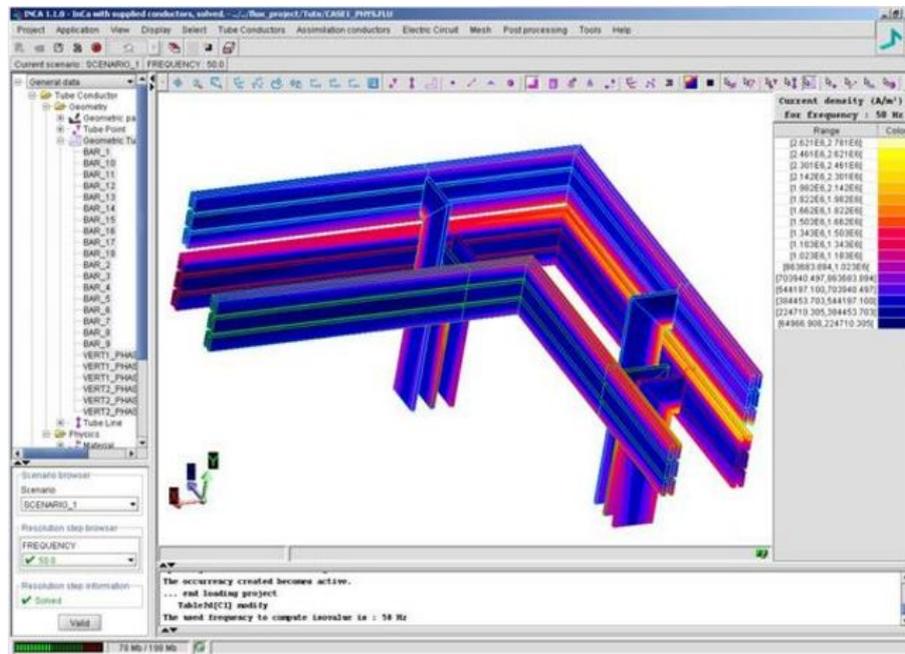


Figure I.7 – Répartition de courant après résolution dans le logiciel InCa3D

### 4.6 Performances et limites de la modélisation résistive et inductive seule

Cette méthode inductive est relativement précise et suffisante pour des structures d'électronique de puissance sur une bande de fréquence allant du continu à parfois quelques centaines de kilo-hertz (suivant le ratio dimension/fréquence utilisé). Il ne s'agit pas ici de démontrer les performances de cet outil de modélisation, on incite le lecteur à se reporter aux travaux suivants [15–17, 20–26].

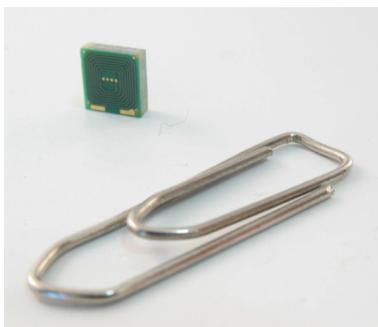
Intéressons nous maintenant, à l'application de cette méthode sur un cas réel.

## 4.7 Application à la modélisation d'un capteur de position à courant de Foucault

### 4.7.1 Présentation du capteur

La méthode décrite est appliquée pour extraire les paramètres parasites équivalents d'un capteur de position à courant de Foucault réalisé par CEDRAT-Technologies. Ce type de capteur est largement utilisé pour des mesures de positions sans contact, de déplacements ou de proximité avec de très bonnes performances (large bande passante, linéarité, robustesse dans un environnement non uniforme). Fonctionnant sur le principe de l'induction magnétique, ces détecteurs peuvent mesurer avec précision la position d'une cible métallique. Avec l'amélioration des performances dans la fabrication des circuits imprimés, une conception spécifique de ce type de capteurs sur des panneaux de circuit imprimé permet de réaliser des dispositifs compacts.

Le capteur étudié est une microbobine multi-couches réalisée sur circuit imprimé de 5,6 mm de côté et 1,9 mm de hauteur (Fig. I.8). Le détail des couches ne sera pas explicité ici par raison de confidentialité. Le principe de ce microcapteur est de détecter, via la mesure du courant électrique



**Figure I.8** – Capteur de position à courant de Foucault - Réalisation CEDRAT-Technologies

dans la bobine, des variations du champ magnétique. La modélisation du comportement magnétique de la sonde et le couplage avec un conditionneur électronique dédié sont présentés dans [28] et ne seront pas détaillés ici. Le tableau I.2 résume les principales performances de ce capteur :

Paramètres	Performances
Bande passante (-3dB)	10 kHz
Gamme de mesures	2000 $\mu\text{m}$
Offset	500 $\mu\text{m}$
Linéarité	+/- 1% et +/- 0,5% sur 900 $\mu\text{m}$
Résolution	50 nm

**Tableau I.2** – Principales performances du capteur à courant de Foucault

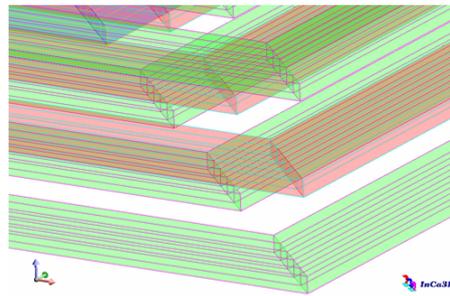


Figure I.9 – Maillage unidirectionnel du capteur

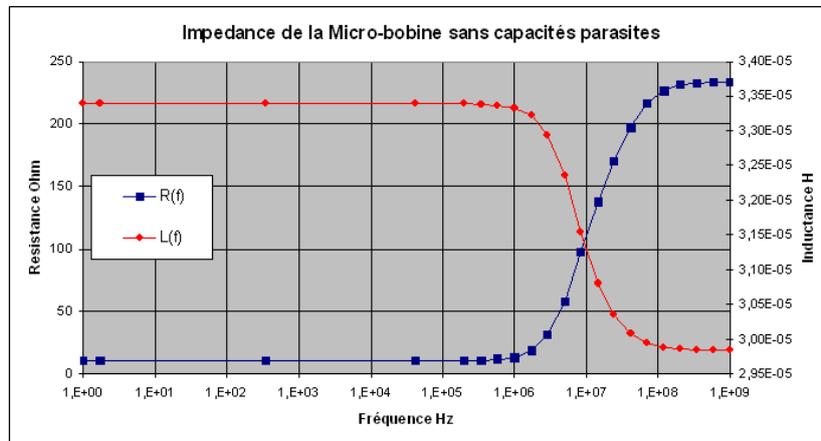


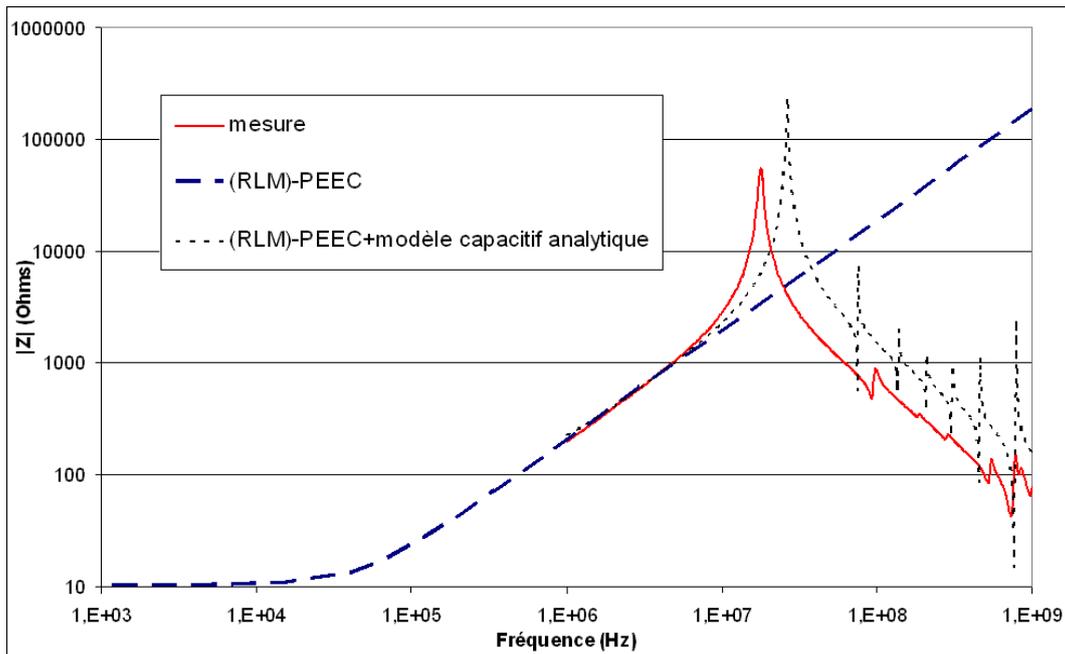
Figure I.10 – Modélisation de l'impédance inductive seule en fonction de la fréquence (sans capacités)

#### 4.7.2 Extraction des éléments parasites R-L-M

Les éléments parasites équivalents résistifs et inductifs sont extraits avec le logiciel InCa3D. Dans chaque spire de la bobine la direction du courant est supposée unidirectionnelle. La figure I.9 présente un zoom sur le maillage unidirectionnel utilisé. L'impédance inductive équivalente (sans prise en compte des capacités parasites dans un premier temps) permet d'obtenir la résistance équivalente ainsi que l'inductance équivalente en basse fréquence. La figure I.10 présente cette modélisation. Entre 1 Hz et 1 MHz, la résistance et l'inductance équivalente valent respectivement  $10,3\Omega$  et  $33,4\ \mu\text{H}$ . La chute de l'inductance équivalente et la montée de la résistance équivalente sont dues au fait qu'en haute fréquence, les courants évoluent seulement sur les bords des conducteurs (dans l'épaisseur de peau) et donc la section de conducteur vue par le courant est plus faible.

#### 4.7.3 Analyse fréquentielle de l'impédance

Une mesure à l'impédance-mètre permet de confronter la modélisation du schéma électrique équivalent à la réalité sur une gamme de fréquences allant de 1 MHz à 1 GHz. Ces résultats, présentés dans la figure I.11, montrent la bonne modélisation de l'impédance du capteur entre 1MHz et environ 8MHz. L'impédance mesurée présente une résonance à 18 MHz. Celle-ci n'apparaît pas dans la modélisation inductive seule car cette résonance est étroitement liée aux effets capacitifs.



**Figure I.11** – Modélisations (avec ou sans capacités calculées analytiquement) et mesure de l'impédance du capteur en fonction de la fréquence

Nous avons essayé de modéliser ces effets capacitifs par une approche analytique en modélisant une capacité entre chaque couche. Ces capacités sont calculées avec la formule classique du condensateur plan :  $C = \epsilon_0 \epsilon_r S / e$ , avec  $S$  la surface en regard,  $e$  la distance entre deux couches et  $\epsilon_r$  la permittivité du diélectrique. Il est ensuite relativement simple de connecter directement ces capacités soit dans le logiciel InCa3D soit dans un solveur circuit. Ce modèle capacitif connecté au circuit RLM donne de meilleurs résultats : on obtient une fréquence de résonance principale à 26,5 MHz (Fig.I.11) ainsi que d'autres plus petites en plus haute fréquence qui sont dues à la discrétisation.

Pour améliorer ce modèle capacitif, il faudrait certainement prendre en compte plus de capacités pour mieux répartir ces effets dans le capteur. Nous n'avons pas pris le temps de réaliser ce travail.

## 5 Conclusions du chapitre

Ce chapitre a permis de présenter les structures d'électronique de puissance que l'on cherche à modéliser. On a vu que la modélisation de celles-ci présentent des difficultés géométriques et des propriétés physiques complexes à modéliser telles les effets de proximité et les effets de peau. Nous avons présenté et justifié le choix d'utiliser une méthode (RLM)-PEEC adaptée à ces différentes contraintes qui permet d'obtenir un modèle électrique équivalent des interconnexions.

Cependant cette méthode est limitée aux basses fréquences : inférieures au méga-hertz. L'illustration de cette méthode sur l'exemple du capteur montre cette limite. Au vu des objectifs de

modélisation CEM conduite et rayonnée sur une large bande de fréquences et de l'évolution technologique des structures d'électronique de puissance, on a vu la nécessité de prendre en compte les effets capacitifs. L'exemple du capteur montre que l'on peut assez facilement connecter des capacités parasites au modèle résistif et inductif. Cela amène alors la question suivante : quel méthode utiliser pour le calcul des capacités parasites ?

La volonté d'obtenir une méthode générale pour modéliser des structures complexes (réelles), écarte tout modèle basée seulement sur des formulations analytiques comme celui utilisé dans la du capteur. Pour la modélisation capacitive, les méthodes intégrales semblent les plus adaptée pour les mêmes raisons détaillées dans la section présentant les différentes méthodes possibles pour modéliser les interconnexions de puissance. Ainsi, dans le chapitre suivant, on présentera une méthode intégrale dédiée à l'extraction de capacités parasites en électrostatique.