

Modélisation des perturbations dans un contexte e-détaillant et multi-périodes et impact de la technologie RFID

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons étendu le modèle multiplicatif et mono période pour la gestion de réapprovisionnement d'un e-détaillant à un modèle multiplicatif à deux périodes de vente. Suite à l'analyse analytique, nous avons conclu que la complexité du développement mathématique de l'extension vers le cas multi-périodes, si nous continuons à considérer une approche basée uniquement sur les coûts, était trop grande. Le comportement de la solution optimale dans le modèle à deux périodes n'était pas favorable à une extension aisée vers le cas à plusieurs périodes de vente.

Le but de ce chapitre est de proposer un modèle multi-périodes dont l'optimisation est conjointement basée sur les coûts et le niveau de service proposé aux clients finaux. Grâce à cette approche d'optimisation qui est également très utilisée en pratique, nous analysons analytiquement et numériquement le modèle multi-périodes et nous réalisons une comparaison très constructive entre plusieurs stratégies permettant de faire face au problème des perturbations.

Pour ce faire, nous proposons la comparaison des deux stratégies suivantes :

- **Stratégie 1** : la réalisation d'un inventaire physique périodique pour aligner la quantité dans le système physique et la quantité dans le système d'information.
- **Stratégie 2** : Le déploiement d'une technologie avancée d'identification des produits telle que la technologie RFID qui permettrait d'éliminer les perturbations et aligner les quantités IS et PH.

Il est à noter que contrairement au cas mono-période, l'analyse d'une stratégie consistant à ignorer les perturbations PH et IS n'a pas de sens puisque le gestionnaire de stock va surement être confronté à la problématique des perturbations lorsqu'il ne sera pas capable d'honorer des engagements de vente. C'est pour cette raison que nous focalisons dans ce chapitre notre étude sur le mode de management en appliquant une des stratégies mentionnées plus haut.

5.2 Une approche d'optimisation basée sur le niveau de service

Comme mentionné plus haut, nous résolvons notre problème multi-périodes en nous basant sur une approche d'optimisation reposant sur la minimisation des coûts sous une contrainte de satisfaction d'un niveau de service cible imposé par la stratégie de

l'entreprise. Ce genre d'approche est très utilisé en pratique (Miguel, 2013) et constitue une alternative aux approches basées uniquement sur la minimisation des coûts.

Dans cette section nous définissons la notion de taux de service afin de pouvoir l'utiliser par la suite.

Taux de service

Le taux de service reflète la capacité de l'entreprise à satisfaire les exigences du client (Chopra and Meindl, 2013). Dans la littérature il existe plusieurs mesures du taux de service. Les plus connues sont le taux de service périodique (Cycle Service Level, CSL) et le taux de service volumétrique, (Fill Rate, FR) (Minner and Transchel, 2010).

Le taux de service périodique (CSL) représente la fréquence de la non rupture, définie comme étant la probabilité de la non-rupture de stock. En d'autres termes c'est la probabilité de satisfaire toute la demande sur les différentes périodes de vente (5.1) :

$$CSL = \frac{\text{Nombre de périodes avec une demande satisfaite}}{\text{Total des périodes}} \quad (5.1)$$

Le taux de service volumétrique (FR) concerne le volume de demande satisfaite directement à partir du stock. Ce taux est obtenu en divisant la demande satisfaite sur toutes les périodes sur la demande totale pour toutes les périodes de vente (5.2) :

$$FR = \frac{\text{La demande satisfaite sur toutes les périodes}}{\text{La demande totale}} \quad (5.2)$$

Dans notre modèle nous utilisons le niveau de service périodique (CSL) et nous l'adaptions à notre contexte e-détaillant. En effet, dans un contexte d'e-détaillant, le gestionnaire de stock apporte deux réponses au client final. Dans un premier temps, il s'engage en fonction de son stock IS à satisfaire totalement ou partiellement la demande du client. Dans un second temps, il honore son engagement vis-à-vis du client dans la limite de son PH . Nous étendons dans ce chapitre la définition classique du CSL pour mesurer la performance du gestionnaire du stock durant les deux étapes de satisfaction de la demande mentionnées plus haut. Pour ce faire, nous proposons les définitions suivantes:

CSL_{IS} = taux de satisfaction périodique de la demande en fonction de ce que le stock IS montre

CSL_{PH} = taux de satisfaction périodique des engagements pris par le gestionnaire du stock lors de la livraison

Nous proposons dans ce qui suit l'optimisation des deux stratégies 1 (réalisation d'inventaire) et 2 (introduction de la RFID) avec comme objectif la minimisation des coûts tout en ayant comme contraintes la satisfaction des niveaux de service cibles CSL_{IS} et CSL_{PH} .

Nous considérons un système de gestion de stock multi-périodes à re-complètement périodique avec un délai de réapprovisionnement nul.

- Si l'e-détaillant applique la stratégie 1, i.e. un inventaire périodique chaque N périodes, la séquence d'évènements décrite dans l'introduction de partie 2 de ce mémoire s'applique à chaque cycle de N périodes jusqu'à la réalisation d'un inventaire, à un coût fixe S , ayant pour but d'aligner les stocks PH et IS.
- Si l'e-détaillant applique la stratégie 2, i.e. s'il déploie la technologie RFID pour faire face aux perturbations. C'est un cas particulier de la séquence d'évènement décrite dans l'introduction de la partie 2 de ce mémoire avec une erreur générée à chaque période égale à zéro. Dans ce cas chaque produit est muni d'un tag RFID et ainsi le coût unitaire d'achat n'est plus c mais $c+t$ avec t le coût unitaire d'un tag RFID.

Il est à noter que :

- La stratégie 2 peut être interprétée comme étant un cas particulier de la stratégie 1 avec l'hypothèse que les perturbations générées sont nulles, un produit coûtant plus cher à l'achat en raison du tag RFID devant y être collé.
- Nous avons fait l'hypothèse que la technologie RFID élimine définitivement les perturbations. Ceci peut ne pas être le cas dans la réalité. Si la technologie RFID consiste à diminuer au lieu d'éliminer les perturbations, la stratégie 2 doit être conçue comme étant un cas particulier de la stratégie 1 avec des paramètres de perturbations dont les valeurs sont diminuées.
- Nous considérons uniquement les coûts variables associés à la technologie RFID en incluant uniquement le coût du tag et non pas les coûts fixes d'infrastructure et d'investissement liés au déploiement de la technologie. Le coût de l'investissement est considéré remboursable sur du long terme (Heese, 2007) et une analyse de type retour sur investissement doit compléter notre analyse pour inclure les coûts fixes associés à la technologie RFID
- Partant du constat que la stratégie 2 est un cas particulier de la stratégie 1, nous nous focalisons dans le reste de ce chapitre sur l'analyse détaillée de la stratégie 1.

Comme mentionné précédemment, le but est de trouver la politique optimale de gestion de stock et d'inventaire (pour la stratégie 1) qui permet de minimiser les coûts tout en satisfaisant une contrainte double sur les niveaux de service. Pour chaque période i , l'e-détaillant cible des niveaux de service IS et PH dont les valeurs doivent être supérieures à des valeurs cibles, que nous notons CSL_{IS0} et CSL_{PH0} respectivement, fixées par la stratégie de l'entreprise.

Ainsi le problème d'optimisation revient à résoudre le système d'équations suivant (5.3), (5.4) et (5.5).

5.3 Analyse de la stratégie 1 : Réalisation d'un inventaire périodique pour aligner les stocks IS et PH

Le gestionnaire des stocks, étant conscient des perturbations PH et IS qui frappent son système de gestion de stock, opte dans cette section pour la stratégie 1 consistant à réaliser un inventaire périodique permettant d'aligner le stock informatique sur le stock physique. Nous supposons que les perturbations s'accumulent jusqu'à la réalisation d'un inventaire, chaque $\frac{T}{N}$ périodes de vente. Tout comme les perturbations, l'inventaire coûte de l'argent, un coût fixe égal à S , et le but est de trouver le meilleur compromis permettant de minimiser les coûts de la gestion des stocks et d'inventaire. Nous proposons la fréquence optimale d'inventaire et la politique optimale de la gestion des stocks qui doit être appliquée entre deux inventaires successifs. Pour ce faire, nous commençons par étudier le problème mono-période qui nous permet de montrer qu'une politique myopique est optimale pour le cas multi-périodes.

5.3.1 Etude du problème mono période

Le but de cette section est d'analyser le problème mono-période afin d'en déduire des propriétés mathématiques utiles pour traiter le cas multi-période. Pour la période de vente i , le problème de résolution consiste à minimiser les coûts tout en respectant les deux contraintes associées au niveau de service. Le système d'équation à résoudre est donc comme suit (5.6) :

$$\left\{ \begin{array}{l} CU_i(Y_i) = E_{Di} \left[u_1 [Di - Y_{ISi}]^+ + u_2 [Min\{Y_{ISi}, Di\} - Y_{PHi}]^+ \right. \\ \left. + h [Y_{PHi} - Min\{Y_{ISi}, Di\}]^+ + c(Y_{PHi} - x_i) \right] \\ sc \\ CSL_{ISi} \geq CSL_{IS0} \\ CSL_{PHi} \geq CSL_{PH0} \end{array} \right. \quad (5.6)$$

Où les niveaux cibles CSL_{IS0} et CSL_{PH0} sont fixés pas la stratégie de l'entreprise. Dans la pratique ces niveaux cibles constituent une interface entre les départements gestion des opérations et marketing et sont choisis assez élevés. Nous supposons dans ce travail que leurs valeurs doivent être supérieures à 0.5 et nous réalisons nos analyses numériques pour des valeurs comprises entre 0.8 et 0.9, ce qui est en cohérence avec les valeurs rencontrées dans la pratique.

Il est à noter que le système d'équations proposé plus haut comporte trois équations dont la résolution séparément permet de déduire trois valeurs possibles du niveau de re-complètement :

- Le niveau Y_{1i} permettant d'avoir un CSL_{ISi} égal au taux de service cible CSL_{IS0} .
- Le niveau Y_{2i} permettant d'avoir un CSL_{PHi} égal au taux de service cible CSL_{PH0} .
- Le niveau Y_{3i} permettant de minimiser la fonction coût moyen CU_i .

La solution optimale correspond au niveau de re-complètement qui satisfait les trois équations. Il est donné par (5.7) :

$$Y_i^* = \text{Max}(Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^*) \quad (5.7)$$

Nous proposons dans les trois sous sections qui suivent les analyses permettant de calculer analytiquement les trois niveaux Y_{1i} , Y_{2i} et Y_{3i}^* .

5.3.1.1 Calcul de Y_{1i}

Le niveau Y_{1i} doit satisfaire la contrainte sur le niveau de service CSL_{ISi} qui s'écrit sous la forme de (5.8)

$$CSL_{ISi} = P(Y_{1i} \geq Di) \quad (5.8)$$

Et dont Y_{1i} se déduit comme suit (5.9) ;

$$Y_{1i} = F_{Di}^{-1}(CSL_{ISi}) \quad (5.9)$$

Il est important de noter à ce niveau que le taux de service CSL_{ISi} est croissant avec le niveau de re-complètement Y_{1i} :

$$Y_{1i} \geq \mu_{Di} \text{ du fait que } CSL_{ISi} \geq CSL_{IS0} \geq 0.5$$

5.3.1.2 Calcul de Y_{2i}

Le niveau de re-complètement Y_{2i} doit satisfaire la contrainte sur le taux de service CSL_{PHi} qui s'écrit sous la forme de (5.10) :

$$CSL_{PHi} = \text{Probabilité}(Y_{2i} - \varepsilon(i) \geq \text{Min}(Y_{2i}, Di)) \quad (5.10)$$

En développant l'équation (5.10) l'équation de CSL_{PHi} devient (5.11).

$$CSL_{PHi} = \int_{Di=Y_{2i}}^{+\infty} \int_{\varepsilon(i)=-\infty}^0 f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) f_{Di}(Di) d\varepsilon(i) dDi + \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \int_{\varepsilon(i)=-\infty}^{Y_{2i}-Di} f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) f_{Di}(Di) d\varepsilon(i) dDi \quad (5.11)$$

$$= (1 - F_{Di}(Y_{2i})) F_{\varepsilon(i)}(0) + \int_{Di=0}^{Y_{2i}} F_{\varepsilon(i)}(Y_{2i} - Di) f_{Di}(Di) dDi$$

Afin d'étudier l'existence de Y_{2i} nous allons étudier le comportement de la fonction X_1 définie par (5.12) :

$$X_1(Y) = CSL_{PHi} - (1 - F_{Di}(Y))F_{\varepsilon(i)}(0) - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} F_{\varepsilon(i)}(Y - Di) f_{Di}(Di) dDi \quad (5.12)$$

Et Y_{2i} si elle existe doit vérifier (5.13) :

$$X_1(Y_{2i}) = 0 \quad (5.13)$$

Pour étudier X_1 nous calculons sa dérivée (5.14) en utilisant la formule de Liebnitz

$$\frac{\partial \int_{a(y)}^{b(y)} h(x, y) dx}{\partial y} = \int_{a(y)}^{b(y)} \frac{\partial h(x, y)}{\partial y} dx + h(b(y), y) b'(y) - h(a(y), y) a'(y)$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y}(Y) = - \int_{Di=0}^Y f_{\varepsilon(i)}(Y - Di) f_{Di}(Di) dDi \quad (5.14)$$

Et donc d'après (5.14) et la positivité des fonctions de densité de distribution, nous avons

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y} \leq 0 \quad X_1 \text{ est décroissante et nous avons } \lim_{Y^{TM} \rightarrow 0} X_1(Y) = CSL_{PHi} - 0.5 \geq 0 \text{ et}$$

$\lim_{Y^{TM} \rightarrow +\infty} X_1(Y) = CSL_{PHi} - 1 \leq 0$ garantissant l'existence et l'unicité de Y_{2i} . Nous avons aussi CSL_{PHi} croissant par rapport à Y_{2i} .

5.3.1.3 Calcul de Y_{3i}^*

Le niveau de re-complètement Y_{3i} correspond à la quantité qui minimise la fonction coût moyen CU_i . Cette fonction coût est la somme des coûts de rupture (type 1 et 2), du coût de stockage et du coût d'achat (5.15) :

$$\begin{aligned} \text{Min } CU_i &= (\text{Stockage} + \text{Rupture sur SI} + \text{Rupture PH} + \text{Achat})_i \quad (5.15) \\ CU_i(Y_{3i}) &= u_1 [Di - Y_{3i}]^+ + u_2 [\text{Min}\{Y_{3i}, Di\} - Y_{PHi}]^+ + h [Y_{PHi} - \text{Min}\{Y_{3i}, Di\}]^+ + c(Y_{PHi} - x_i) \\ &= u_1 [Di - Y_{3i}]^+ + u_2 [\text{Min}\{Y_{3i}, Di\} - (Y_{3i} - \varepsilon(i))]^+ + h [(Y_{3i} - \varepsilon(i)) - \text{Min}\{Y_{3i}, Di\}]^+ + c((Y_{3i} - \varepsilon(i)) - x_i) \\ &= (u_2 - u_1) [(\mu_{Di} - Y_{3i}) F_{Di}(Y_{3i}) - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(Y_{3i})] \\ &\quad + u_1 (\mu_{Di} - Y_{3i}) - (u_2 + h) [(\mu_{Di} - Y_{3i}) F_{Di}(Y_{3i}) - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(Y_{3i})] F_{\varepsilon(i)}(0) \\ &\quad - (u_2 + h) \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} \left[(\mu_{Di} - Y_{3i} + \varepsilon(i)) F_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) \right. \\ &\quad \left. - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) \right] f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i) \\ &\quad + (u_2 + h) \sigma_{\varepsilon(i)}^2 f_{\varepsilon(i)}(0) + c(Y_{3i} - \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i) - x_i) \end{aligned}$$

Comme pour le chapitre précédant nous avons fait l'hypothèse que la facturation se fait sur Y_{PHi} . Il est à noter que dans ce cas, même en choisissant une facturation sur la quantité

inscrite dans le IS Y_{ISi} , l'expression de Y_{3i}^* ne change pas car $Y_{ISi} = Y_{PHi} + \varepsilon(i)$ et donc pour le calcul de la dérivée $\frac{\partial CU_i}{\partial Y_{3i}}$, la facturation sur Y_{PHi} ou Y_{ISi} , ne change rien.

Afin d'étudier l'existence de la solution optimale Y_{3i}^* qui minimise la fonction coût, nous étudions la convexité de cette dernière en étudiant sa dérivée première $\frac{\partial CU_i}{\partial Y_{3i}}$ (5.16) et sa

dérivée seconde $\frac{\partial^2 CU_i}{\partial^2 Y_{3i}}$ (5.17) :

$$\frac{\partial CU_i}{\partial Y_{3i}}(Y_{3i}) = (-u_1 + c) + (u_1 - u_2)F_{Di}(Y_{3i}) + (u_2 + h)F_{Di}(Y_{3i})F_{\varepsilon(i)}(0) \quad (5.16)$$

$$+ (u_2 + h) \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} F_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i)$$

$$\frac{\partial^2 CU_i}{\partial^2 Y_{3i}}(Y_{3i}) = \left((u_1 - u_2) + (u_2 + h)F_{\varepsilon(i)}(0) \right) f_{Di}(Y_{3i}) \quad (5.17)$$

$$+ (u_2 + h) \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} f_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i)$$

Dans le reste de ce chapitre, nous supposons que la pénalité de rupture de type 2 est bornée comme suit :

$$u_2 \leq 2u_1 + h$$

Cette hypothèse, qui peut s'interpréter comme le fait que la pénalité maximale de u_2 ne peut dépasser le double de la pénalité de rupture de type 1 additionnée à la pénalité de stockage, n'est pas nécessairement restrictive d'un point de vue pratique car u_2 est égale à la somme de u_1 et une constante que nous appelons M , car $u_2 \geq u_1$, $u_2 = u_1 + M$. Afin de majorer M , nous étudions le cas le plus pessimiste, c.à.d. refuser une commande car $Di \geq Y_{ISi}$ alors que la quantité dans le PH est suffisante $Y_{PHi} \geq Di$ et donc l'entreprise devra payer deux coûts u_1 et h , d'où $u_2 \leq 2u_1 + h$

En se basant sur cette hypothèse nous pouvons vérifier que la dérivée seconde de la fonction coût moyen est positive, i.e. $\frac{\partial^2 CU_i}{\partial Y_{3i}^2} \geq 0$. Ceci se traduit par le fait que CU_i est

une fonction convexe et donc admet un minimum que nous notons Y_{3i}^* . Le niveau de re-complètement permettant de minimiser la fonction coût moyen existe et est unique, il doit vérifier $\frac{\partial CU_i}{\partial Y_{3i}} = 0$ (5.18) :

$$\left(\begin{aligned} &(-u_1 + c) + (u_1 - u_2)F_{Di}(Y_{3i}) + (u_2 + h)F_{Di}(Y_{3i})F_{\varepsilon(i)}(0) \\ &+ (u_2 + h) \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} F_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i) \end{aligned} \right) = 0 \quad (5.18)$$

5.3.2 Application numérique pour Y_i^*

La solution optimale du problème mono-période résulte de la résolution d'un système de trois équations comme décrit précédemment ; Nous rappelons que (cf. eq 5.7)

$$Y_i^* = \text{Max}(Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^*)$$

Nous procédons dans cette section à une illustration numérique pour :

- Montrer comment trouver la solution optimale.
- Démontrer que la solution optimale n'est pas toujours celle qui minimise le coût moyen.
- Démontrer que le gestionnaire des stocks doit parfois adopter des niveaux de service cibles plus grands que ceux que sa stratégie d'entreprise lui impose.

Nous supposons que le e-détaillant fait face à une demande périodique suivant une loi normale de moyenne $\mu_{Di} = 20$ et d'écart type $\sigma_{Di} = 4$. Nous considérons une configuration des coûts unitaires ou la pénalité de stockage $h = 1$ et $c = 2$, et comme dans les chapitres précédents nous étudions deux types de produits :

- Produits à forte marge, c.à.d. les pénalités de ruptures de type 1 et 2 sont respectivement $u_1 = 10$ et $u_2 = 15$.
- Produits à faible marge, c.à.d. les pénalités de ruptures de type 1 et 2 sont respectivement $u_1 = 0.5$ et $u_2 = 0.8$.

Pour les taux de service, nous considérons deux exigences cibles ($CSL_{IS0} = 0.9$ $CSL_{PH0} = 0.95$) et ($CSL_{IS0} = 0.7$ $CSL_{PH0} = 0.75$)

La figure 5.1 illustre la comparaison entre les différents niveaux de re-complètement qui contribuent à la solution optimale pour un produit à forte marge et fort CSL. Y_{3i}^* minimise le coût moyen, Y_{1i} assure un niveau de service cible IS égal à 90% et Y_{2i} assure un niveau de service PH égal à 95%. Ce dernier niveau de re-complètement l'emporte sur les deux autres et en l'adoptant, l'e-détaillant réalise un coût moyen légèrement supérieur au minimum et réalise un niveau de service IS effective supérieur à celui qu'on lui impose, $CSL_{ISi\text{eff}} = 99.1\%$

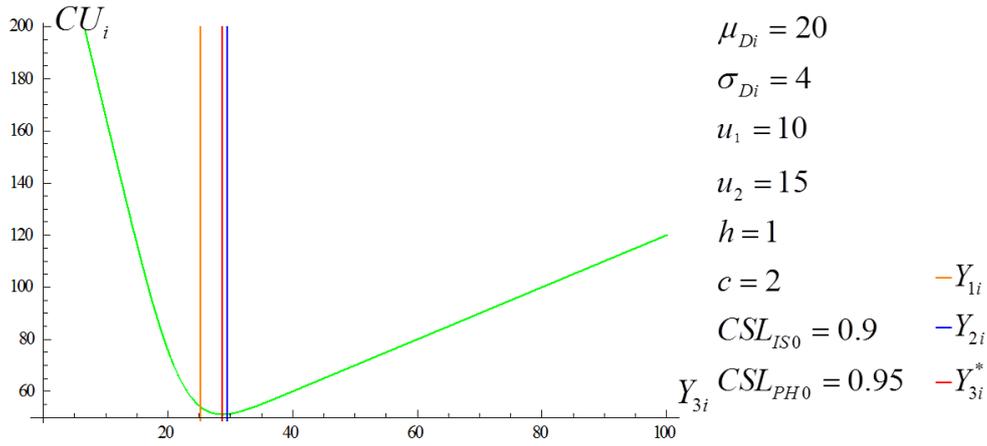


Figure 5.1. Variation de Y_i^* pour un produit à forte marge et fort CSL

La figure 5.2 montre contrairement à la précédente un autre classement des quantités. Y_{3i}^* minimise toujours le coût moyen, Y_{1i} assure un niveau de service cible IS égal à 70% et Y_{2i} assure un niveau de service PH égal à 75%. Nous remarquons que la plus grande quantité est Y_{3i}^* conduisant l'e-détaillant à avoir un meilleur niveau CSL dans le IS et PH, égaux à $CSL_{ISi\text{eff}} = 98.53\%$ et $CSL_{PHi\text{eff}} = 94.02\%$

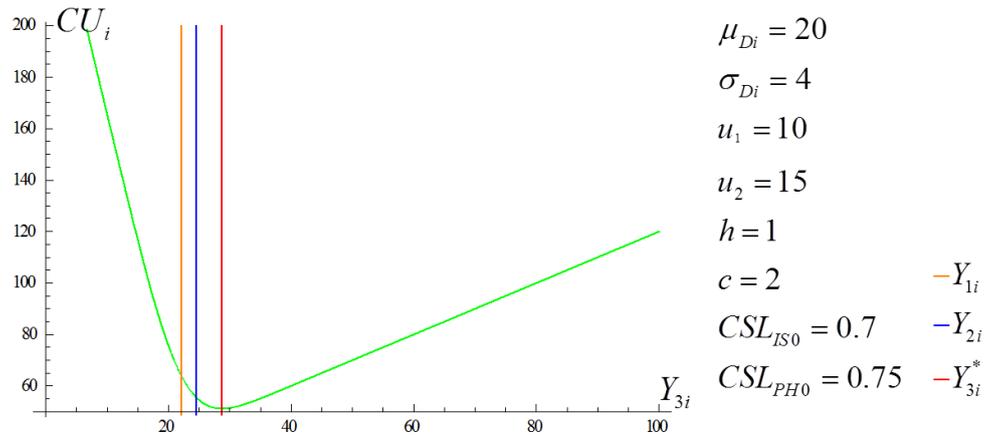
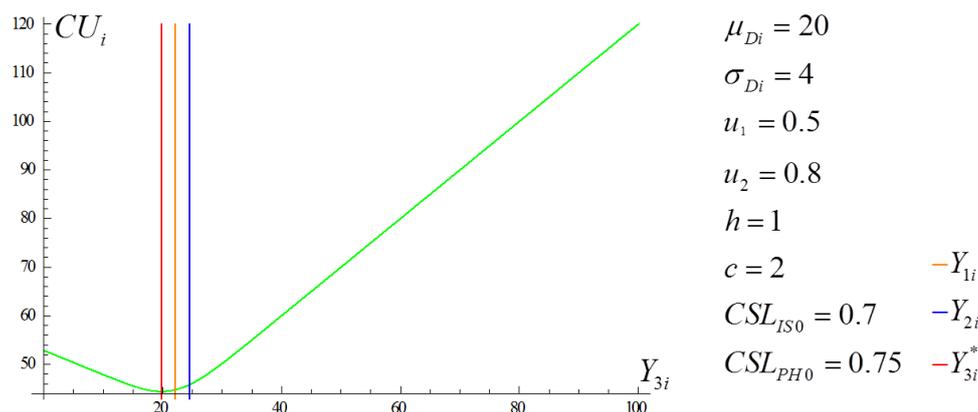
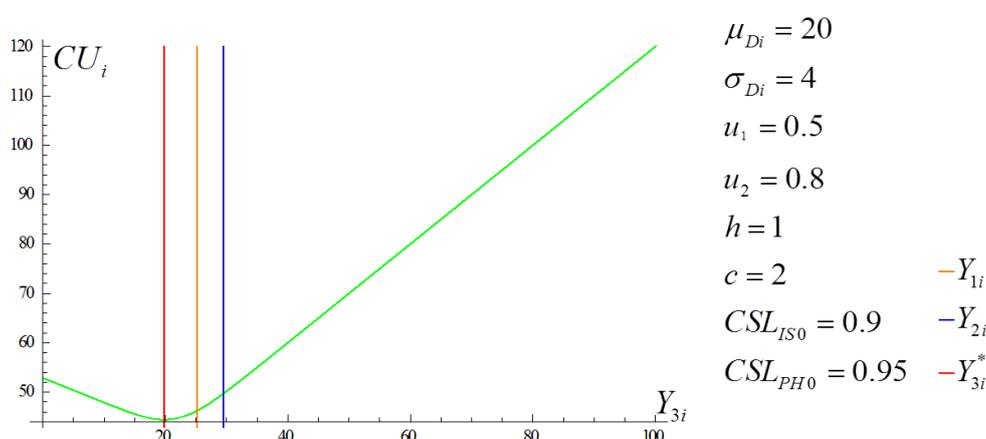


Figure 5.2. Variation de Y_i^* pour un produit à forte marge et faible CSL

A partir des figures 5.3 (a) et 5.3(b), nous pouvons voir que pour les produits à faible marge, et en raison des faibles valeurs des coûts, la valeur de Y_{3i}^* est assez faible avec un CSL fort ou faible. Dans ce cas la quantité dominante est Y_{2i} . On aura un léger surcoût par rapport à Y_{3i}^* mais le e-détaillant assurera le niveau de service ciblé pour PH et un meilleur niveau de service IS $CSL_{ISi\text{eff}} = 77.95\%$ pour un $CSL_{PH0} = 75\%$ et $CSL_{ISi\text{eff}} = 98.95\%$ pour un $CSL_{PH0} = 95\%$



(a) Variation de Y_i^* pour un produit à faible marge et faible CSL



(b) Variation de Y_i^* pour un produit à faible marge et fort CSL

Figure 5.3. Variation de Y_i^* pour un produit à faible marge

5.3.3 Extension vers le cas multi-période : optimalité de la solution myopique

Nous avons élaboré dans la section précédente les expressions des niveaux de re-complètement permettant de satisfaire les trois équations du système d'équation (5.6) du problème mono-période. Nous rappelons l'équation 5.7 qui donne l'expression de la solution optimale du problème mono-période :

$$Y_i^* = \text{Max}(Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^*)$$

Pour pouvoir étendre ce résultat au cas multi-période, nous montrons que pour ce dernier, une solution myopique est optimale. En d'autres termes nous montrons que le problème multi-période peut être interprété comme étant la composition de plusieurs problèmes mono-période dont l'optimisation est assurée par les résultats élaborés dans la section précédente.

En effet, une politique est dite myopique si l'optimum pour le problème multi-période est composé des optimums pour des problèmes mono-périodes.

Pour pouvoir assurer que les résultats du problème mono-période peuvent être utilisés pour résoudre le problème multi-période, il faut vérifier que le niveau de re-complètement optimal, Y_i^* est croissant avec la période de vente, i.e. $Y_i^* \leq Y_{i+1}^*$ (Veinott, 1965). Dans notre problème le paramètre clef qui change et évolue avec les périodes est constitué par la variabilité des perturbations cumulées, i.e. $\sigma_{\varepsilon(i)}$. Ainsi, pour montrer qu'une solution myopique est optimale, il faut vérifier que $\frac{\partial Y_i^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$. Plus particulièrement nous

vérifions dans la suite que les trois niveaux de re-complètement Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^* qui contribuent au niveau optimum, sont croissants avec l'écart type de l'erreur cumulée.

Notre vérification nécessite l'utilisation du théorème des fonctions implicites rappelé ci-dessous :

Théorème des fonctions implicites

$$\forall (x, y) f(x, y) = 0 \Leftrightarrow \varphi(x) = y \text{ et donc nous avons } \frac{d\varphi}{dx}(x) = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

Nous rappelons également le fait que les moyennes des perturbations restent centrées autour de zéro :

$$\forall \text{ période } i \mu_{\varepsilon(i)} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon(i)}(0) = 0.5$$

5.3.3.1 Evolution de Y_{1i} avec $\sigma_{\varepsilon(i)}$

Nous proposons pour ce faire, d'étudier le signe de $\frac{\partial Y_{1i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$ est qui donné comme suit (5.19) :

$$\frac{\partial Y_{1i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = \frac{\partial F_{D_i}^{-1}(CSL_{ISi})}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = 0 \tag{5.19}$$

Ainsi, il est clairement vérifiable que Y_{1i} ne dépend pas de $\sigma_{\varepsilon(i)}$ ce qui est intuitivement attendu puisque Y_{1i} dépend uniquement du stock IS et ne prend pas en compte son décalage avec le stock PH.

5.3.3.2 Evolution de Y_{2i} avec $\sigma_{\varepsilon(i)}$

Nous utilisons le théorème des fonctions implicites, rappelé plus haut, pour étudier le signe de $\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$ qui s'écrit sous la forme de (5.20).

$$\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = - \frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} * \frac{1}{\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}}} \quad (5.20)$$

Avec : $X_1(Y_{2i}) = 0$ où la fonction X_1 est définie par l'équation (5.12)

Et donc $\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}}$ peut s'écrire sous la forme de (5.21) :

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}} = - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} f_{\varepsilon(i)}(Y_{2i} - Di) f_{Di}(Di) dDi \quad (5.21)$$

Utilisant le fait que $\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}} \leq 0$, il ne nous reste que l'étude du signe de $\frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$. Pour ce

faire, nous remplaçons dans X_1 l'expression de $F_{\varepsilon(i)}$ comme suit (5.22) :

$$F_{\varepsilon(i)}(Y_{2i} - Di) = \int_{x=-\infty}^{Y_{2i}-Di} f_{\varepsilon(i)}(x) dx = \int_{x=-\infty}^{Y_{2i}-Di} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_{\varepsilon(i)}}{\sigma_{\varepsilon(i)}} \right)^2} dx \quad (5.22)$$

Et donc X_1 devient (5.23)

$$X_1(Y_{2i}) = CSL_{PHi} - 0.5(1 - F_{Di}(Y_{2i})) - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \int_{x=-\infty}^{Y_{2i}-Di} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_{\varepsilon(i)}}{\sigma_{\varepsilon(i)}} \right)^2} f_{Di}(Di) dDi dx \quad (5.23)$$

Et en dérivant (5.23) nous obtenons (5.24)

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} &= - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \int_{x=-\infty}^{Y_{2i}-Di} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) f_{Di}(Di) dx dDi \\ &= - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \left(\begin{aligned} &\int_{x=-\infty}^{-\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \\ &+ \int_{x=-\sigma_{\varepsilon(i)}}^{\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \\ &+ \int_{x=\sigma_{\varepsilon(i)}}^{Y_{2i}-Di} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \end{aligned} \right) f_{Di}(Di) dDi \quad (5.24) \end{aligned}$$

Pour toute valeur de $x > \sigma_{\varepsilon(i)}$ et $x < -\sigma_{\varepsilon(i)}$ nous pouvons dire que $\frac{f_{\varepsilon(i)}(x)}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3}$ est négligeable car $f_{\varepsilon(i)}$ est une densité de probabilité de moyenne 0 et écart type $\sigma_{\varepsilon(i)}$ et donc la valeur de $\frac{f_{\varepsilon(i)}(x)}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3}$ est très faible. Nous avons vérifié cette approximation pour $\sigma_{\varepsilon(i)}$ allant de 0.01 jusqu'à 1000. L'éq 5.24 devient donc (5.25)

$$\frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \left(\int_{x=-\sigma_{\varepsilon(i)}}^{\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \right) f_{Di}(Di) dDi \quad (5.25)$$

et donc $\frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$. Ainsi en additionnant le fait que $\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}} \leq 0$, nous avons bien

$$\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$$

5.3.3.3 Evolution de Y_{3i}^* avec $\sigma_{\varepsilon(i)}$

Pour étudier le signe $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$, nous savons que $\frac{\partial CU}{\partial Y_{3i}}(Y_{3i}^*) = 0$,

Afin de simplifier les notations nous posons $X_2(Y_{3i}^*, \sigma_{\varepsilon(i)})$ comme illustré ci-dessous (5.26).

$$\begin{aligned} X_2(Y_{3i}^*, \sigma_{\varepsilon(i)}) &= \frac{\partial CU}{\partial Y_{3i}}(Y_{3i}^*) \\ &= (-u_1 + c) + (u_1 - u_2) F_{Di}(Y_{3i}^*) \\ &\quad + 0.5(u_2 + h) F_{Di}(Y_{3i}^*) \\ &\quad + (u_2 + h) \int_{x=0}^{+\infty} F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \end{aligned} \quad (5.26)$$

Afin de calculer $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$ nous utilisons encore une fois le théorème des fonctions

implicites. Ainsi $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$ peut s'écrire sous la forme de (5.27) car nous avons bien

$$X_2(Y_{3i}^*, \sigma_{\varepsilon(i)}) = 0.$$

$$\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = -\frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} * \frac{1}{\frac{\partial X_2}{\partial Y_{3i}^*}} \quad (5.27)$$

Nous savons que $\frac{\partial X_2}{\partial Y_{3i}^*} = \frac{\partial^2 CU_i}{\partial Y_{3i}^{*2}} \geq 0$. Afin d'étudier $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$, nous devons calculer

$$\begin{aligned} & \frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \text{ (cf. \u00e9q 5.28)} \\ & \frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = (u_2 + h) \int_{x=0}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \\ & = (u_2 + h) \int_{x=\sigma_{\varepsilon(i)}}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \\ & \quad + (u_2 + h) \int_{x=0}^{\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \end{aligned} \quad (5.28)$$

Comme pour l'\u00e9quation (5.24), nous pouvons dire que $\frac{f_{\varepsilon(i)}(x)}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3}$ est tr\u00e8s faible quand

$x > \sigma_{\varepsilon(i)}$ et l'\u00e9quation (5.28) peut d\u00e8s lors s'\u00e9crire sous la forme (5.29).

$$\frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = (u_2 + h) \int_{x=0}^{\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \quad (5.29)$$

Nous pouvons en conclure que $\frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \leq 0$ et, sachant que $\frac{\partial X_2}{\partial Y_{3i}^*} = \frac{\partial^2 CU_i}{\partial Y_{3i}^{*2}} \geq 0$, nous

avons bien $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$.

En conclusion, nous avons montr\u00e9 que les trois niveaux de re-compl\u00e8tement qui contribuent au calcul de la solution optimale $Y_i^* = \text{Max}(Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^*)$, sont tous croissants avec la p\u00e9riode de vente. Ainsi, les r\u00e9sultats du probl\u00e8me mono-p\u00e9riode peuvent s'appliquer pour r\u00e9soudre le probl\u00e8me multi-p\u00e9riode.

5.3.4 Impact de la r\u00e9alisation des inventaires physiques

Nous avons \u00e9tudi\u00e9 pr\u00e9c\u00e9demment la politique de gestion des stocks \u00e0 adopter en pr\u00e9sence de perturbations cumul\u00e9es d'une p\u00e9riode de vente \u00e0 une autre. Nous avons d\u00e9montr\u00e9 que le niveau de re-compl\u00e8tement est croissant avec la p\u00e9riode de vente, ce qui est intuitivement attendu. En effet, si les perturbations s'ajoutent au fur et \u00e0 mesure des

périodes de vente, le système est de plus en plus perturbé. Pour faire face à ces perturbations, l'e-détaillant doit commander plus pour se protéger contre les ruptures de type 1 et 2. Cette augmentation du niveau de re-complètement, accroît les pénalités de stockage et engendre un coût additionnel. A un certain moment ce coût additionnel devient important et un inventaire physique s'impose pour aligner les niveaux de stock IS et PH. Partant de l'hypothèse qu'un inventaire physique coûte de l'argent, nous déterminons dans cette section la fréquence d'inventaire optimale que doit adopter l'e-détaillant pour trouver le meilleur compromis entre coût de stock et coût d'inventaire.

5.3.4.1 Modélisation du problème multi-période avec un inventaire physique périodique

Nous considérons un horizon avec un nombre total de T périodes de ventes que nous divisons en cycles de $\frac{T}{N}$ périodes au terme de chacun desquels un inventaire physique est réalisé pour aligner les stocks IS et PH. Pour simplifier l'analyse, nous supposons que le ratio $\frac{T}{N}$ est un nombre entier qui correspond au nombre d'inventaires physiques à réaliser sur l'horizon T .

En fonction de la quantité existante dans le IS Y_i^* et de la demande Di , nous avons les demandes acceptées $COMACC_i = \text{Min}(Y_i^*, Di)$ et après confrontation de $COMACC_i$ avec la quantité dans le système physique nous obtenons $Liv_i = \text{Min}(Y_i^* - \varepsilon(i), COMACC_i)$.

Le nombre d'inventaire est une variable de décision à optimiser et à fixer à $i=0$ chaque fois qu'un inventaire est réalisé.

Si nous notons j le nombre de périodes depuis la dernière inspection, et sachant que les perturbations sont cumulatives, l'erreur cumulée jusqu'au début de la période i est notée $\varepsilon(i)$ et est égale à la somme des perturbations depuis la dernière inspection, c.à.d.

$\varepsilon(i) = \sum_{l=i+1}^{i+j} \varepsilon_l$ est donc une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne

égale à zéro car $\mu_{\varepsilon(i)} = \sum_{l=i+1}^{i+j} \mu_{\varepsilon_l} = 0$.

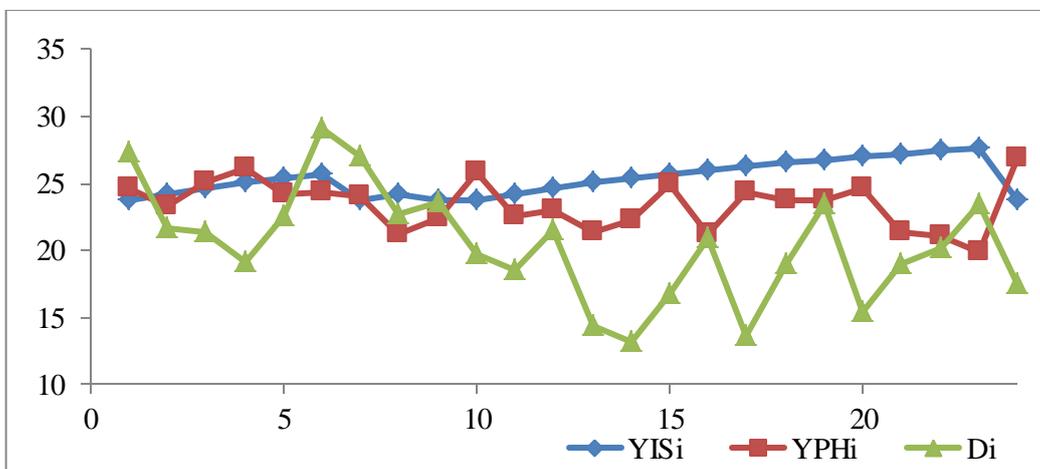
Le stock initial avant la réception de la commande du fournisseur pour la période $i+1$ s'écrit comme suit :

- Si $COMACC_i = Liv_i$, c'est-à-dire que le e-détaillant a honoré ses commandes acceptées, nous aurons deux cas de figure :

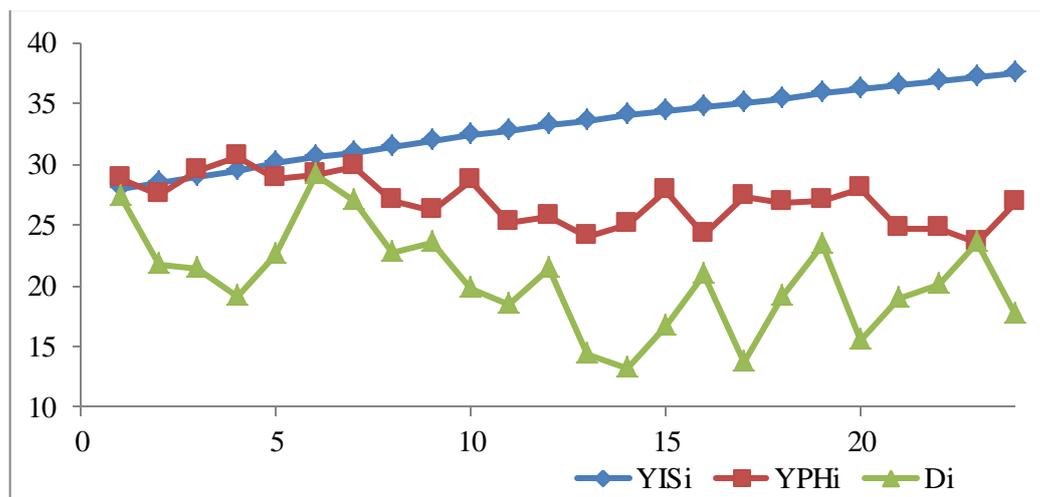
- Si $j < \frac{T}{N}$ alors $x_{i+1} = Y_i^* - COMACC_i$ et $\varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + \varepsilon$

- Si $j = \frac{T}{N}$ alors $x_{i+1} = Y_i^* - COMACC_i - \varepsilon(i)$ et $\varepsilon(i+1) = 0$ grâce à l'inventaire physique, le e-détaillant aligne la quantité dans le IS sur la quantité réellement existante dans le PH et l'erreur est réinitialisée.
- Si $COMACC_i > Liv_i$, c'est-à-dire que le e-détaillant n'a pas assez de quantité en stock pour honorer toutes ses commandes acceptées, un inventaire implicite (sans coût S) est réalisé et nous aurons $x_{i+1} = 0$ et $\varepsilon(i+1) = 0$.

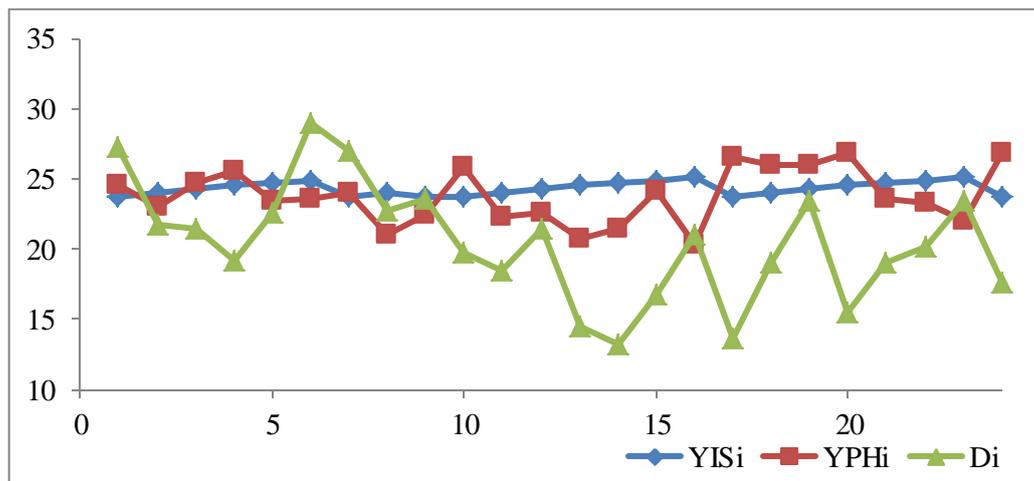
Pour une même génération de la demande et de l'erreur, nous avons étudié l'impact des perturbations sur les quantités dans le IS et PH en utilisant la dynamique décrite précédemment. La figure 5.4 représente l'évolution de Di , Y_{ISi} et Y_{PHi} en fonction de i pour différent types de produits.



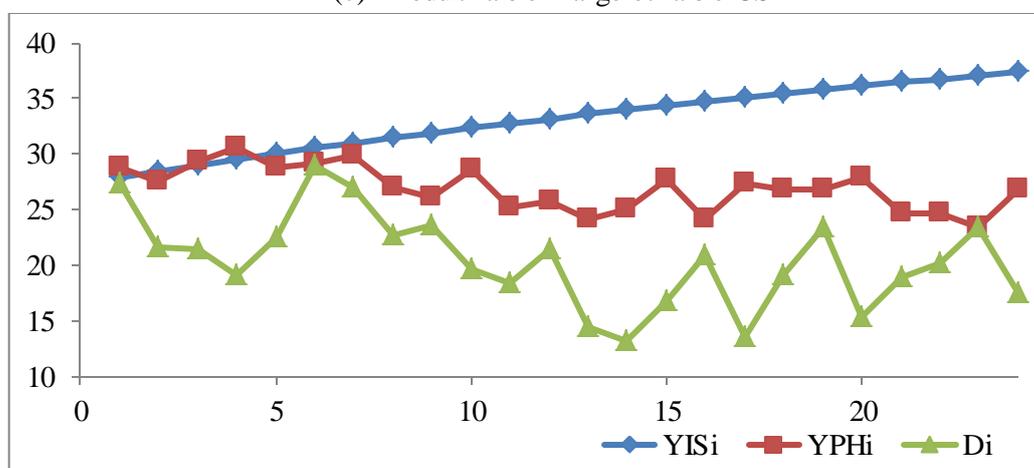
(a) *Produit forte marge et faible CSL*



(b) *Produit forte marge et fort CSL*



(c) Produit faible marge et faible CSL



(d) Produit faible marge et fort CSL

Figure 5.4. Variation de D_i, Y_{ISi}, Y_{PHi}

Il est à noter que :

- Nous avons généré les mêmes réalisations des demandes pour chaque illustration numérique afin de bien comparer les comportements.
- En comparant les courbes 5.4(a) et 5.4(b) (ainsi que 5.4(c) et 5.4(d)), nous remarquons que les niveaux de re-complètement sont plus importants quand les CSL cibles sont plus élevés. Il est également noté que ces niveaux de re-complètement sont également plus importants quand la marge du produit est plus élevée.
- Avec un faible CSL, le système risque d'être plus perturbé et la probabilité de ne pas honorer les promesses de ventes est plus importante.

- Comme illustré par les figures 5.4(a) et 5.4(c), les promesses de vente ne sont pas totalement honorées aux périodes (7, 9, 24) pour 5.4(a) et (7, 9, 17, 24) pour 5.4(c). Un alignement implicite des stocks IS et PH est alors observé après ces incidents qui coûtent à l'e-détaillant une pénalité de rupture u_2 .
- Comme démontré mathématiquement dans la section précédente, nous notons également que les niveaux de re-complètement sont croissant avec l'accumulation des perturbations ($\frac{\partial Y_i^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$).

A cause de la dynamique du problème multi-périodes, et de l'aspect stochastique des perturbations qui apparaissent au courant de chaque période et de la demande, une résolution exacte pour trouver N optimale n'a pas été possible, et afin de résoudre ce problème et d'étudier le comportement de N nous avons utilisé la simulation afin d'étudier ce dernier.

L'illustration numérique précédente suppose un horizon de 24 périodes de vente sans inventaire physique. Le but de la section qui suit est de déterminer la fréquence optimale d'inspection, en d'autres termes le nombre de période $\frac{T}{N}$ qui doit d'écouler entre deux inspections successives. Notre approche reposera sur une résolution numérique basée sur un algorithme permettant de déduire le meilleur compromis entre coût de stock et coût d'inspection.

5.3.4.2 Optimisation de la politique d'inspection

Le but de cette section est de déterminer la fréquence optimale d'inspection permettant d'établir le meilleur compromis entre les coûts de stockage et de rupture d'un côté et le coût de l'inventaire physique de l'autre côté.

Nous recherchons le nombre d'inventaire optimal N^* à réaliser durant l'horizon T .

Partant de l'hypothèse que nous divisons l'horizon T en $\frac{T}{N}$ (que nous supposons être un nombre entier) cycles au bout de chacun un inventaire physique coûtant S est réalisé. Le but étant de minimiser le coût global sur l'horizon T que nous notons

$$CT = \sum_{i=1}^T CU_i + N^*S.$$

Nous proposons pour ce faire un algorithme permettant de

trouver N^* d'une façon itérative en appliquant l'algorithme qui suit :

Algorithme d'optimisation de N

Début de Algorithme d'optimisation de N

Pour un N donné, le but est d'appliquer l'algorithme qui suit et de déduire par comparaison, la meilleure valeur de N permettant de minimiser le coût global :

Début de l'algorithme pour le calcul du coût total pour un N donné:

Etape 1 : génération des variables stochastiques et initialisation du système

- Générer les demandes pour chaque période de vente : Di pour $1 \leq i \leq T$.
- Générer les perturbations pour chaque période de vente : ε_i et Di pour $1 \leq i \leq T$.

Initialisation de la distribution des perturbations cumulées $\varepsilon(1) = \varepsilon$ et le nombre initial de périodes depuis le dernier inventaire $j = 0$

Etape 2 : mise à jour du système de gestion des stocks

- Pour chaque période vente i , $1 \leq i \leq T$, mettre à jour le système comme suit : Calculer Y_i^* et $CU_i(Y_i^*)$ en utilisant respectivement les équations (5.7) et (5.15) qui se base sur la distribution des perturbations cumulées (en effet l'e-détaillant n'étant pas capable de connaître avec exactitude la valeur de l'erreur cumulée mais optimise grâce à la prise en compte de sa distribution).
- En fonction des niveaux des stocks et de la valeur réalisée des perturbations cumulées :

- $COMACC_i = Liv_i$ (toutes les promesses de ventes sont honorées), deux cas de figures se présentent :

- Si $j < \frac{T}{N}$ alors $x_{i+1} = Y_i^* - COMACC_i$ et les perturbations continuent de se cumuler $\varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + \varepsilon$ et $i = i+1$ et $j = j+1$
- Si $j = \frac{T}{N}$ alors $x_{i+1} = Y_i^* - COMACC_i - \varepsilon(i)$ et les perturbations cumulées sont réinitialisées $\varepsilon(i+1) = 0$ et $i = i+1$ et $j = 0$. Dans ce cas un inventaire est réalisé dont le coût S s'additionne au coût global.

et

- Si $COMACC_i > Liv_i$ (une partie des promesses de vente n'est pas honorée), le système est implicitement réinitialisé sans qu'un coût d'inventaire ne soit chargé : $x_{i+1} = 0$ et $\varepsilon(i+1) = 0$ et $i = i+1$ et $j = 0$

Répéter l'étape 2 pour chaque période

Etape 3 : calcul du coût global

- Calcul du coût total sur T périodes $CT = \sum_{i=1}^T CU_i + N * S$

Fin de l'algorithme pour un N donné

Changer la valeur de N

Choisir le N^* qui minimise le coût total.

Fin de l'algorithme d'optimisation de N

5.3.4.3 Application numérique pour le calcul de N

Le but de cette section est de réaliser une application numérique permettant d'illustrer l'optimisation de la fréquence optimale d'inspection décrite dans l'algorithme de la section précédente.

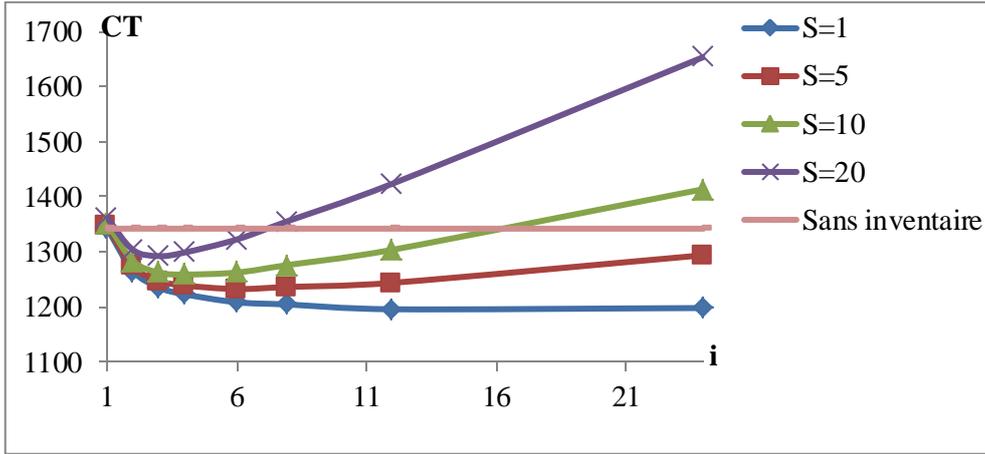
Pour ce faire, nous considérons que l'e-détaillant fait face à une demande journalière normalement distribuée ayant pour moyenne $\mu_{Di} = 20$ et pour écart type $\sigma_{Di} = 4$. Nous fixons également les paramètres de l'erreur qui est aussi normalement distribuée $\mu_\varepsilon = 0$ et $\sigma_\varepsilon = 2$. Nous considérons des coûts d'achat et de stockage unitaires respectivement égaux à $c=2$ et $h=1$ et nous simulons 10 scénarii en changeant à chaque fois les paramètres relatifs aux coûts de rupture et aux niveaux cibles des CSL. Le tableau représente les valeurs prises dans notre étude numérique :

Tableau 5.1. Différents valeurs des scénarii de simulation multi-périodes

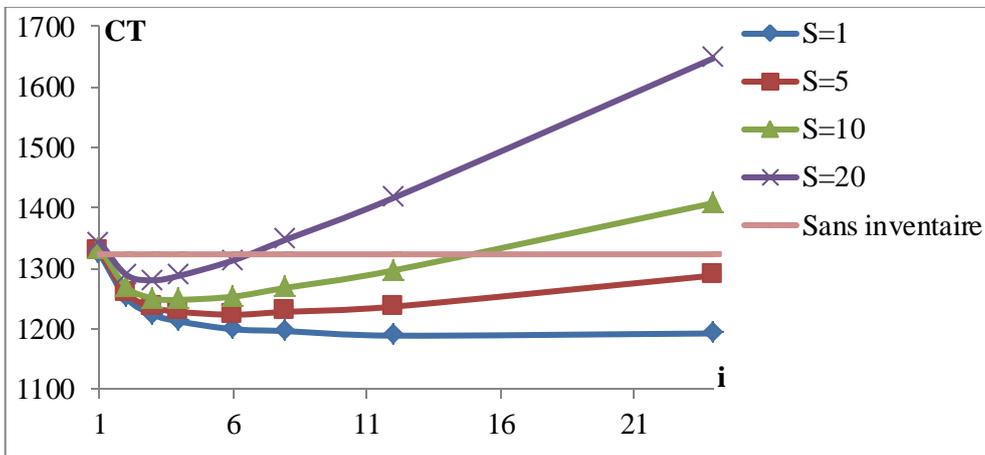
Scénario	u_1	u_2	CSL_{PH}	CSL_{IS}	h	c	μ_ε	σ_ε	μ_{Di}	σ_{Di}
P1.1	5	10	0.95	0.9	1	2	0	2	20	4
P1.2	5	5	0.95	0.9						
P1.3	5	0	0.95	0.9						
P1.4	10	0	0.95	0.9						
P1.5	10	15	0.95	0.9						
P1.6	5	10	0.75	0.7						
P1.7	10	15	0.75	0.7						
P1.8	0.5	0	0.95	0.9						
P1.9	0.5	0.8	0.95	0.9						
P1.10	0.5	0.8	0.75	0.7						

Afin de fiabiliser statistiquement nos résultats, l'algorithme d'optimisation de N est appliqué pour chaque scénario 30 fois en générant à chaque fois des réalisations de demande et des perturbations.

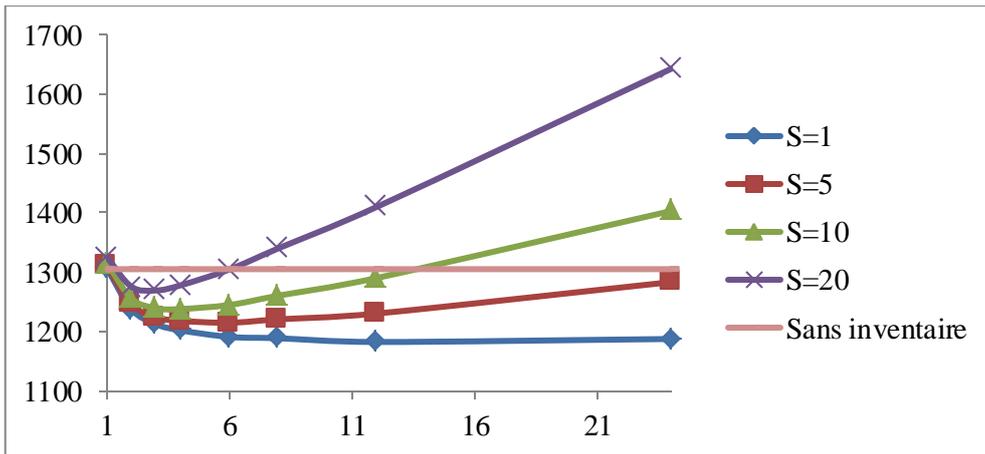
Pour chaque scénario nous étudions l'impact du coût fixe d'inventaire, S , sur la valeur optimale de N . Figure 3.3 illustre pour ce faire, l'évolution du coût global (de stock et d'inventaire) avec le nombre d'inventaire N pour différentes valeurs de S (5, 10, 20) pour chaque scénario, pour le choix des valeurs de S, nous avons tracé la courbes Sans inventaire, et la réalisation des simulation avec des valeurs de S ayant un coût total supérieur au coût Sans inventaire n'est pas optimale.



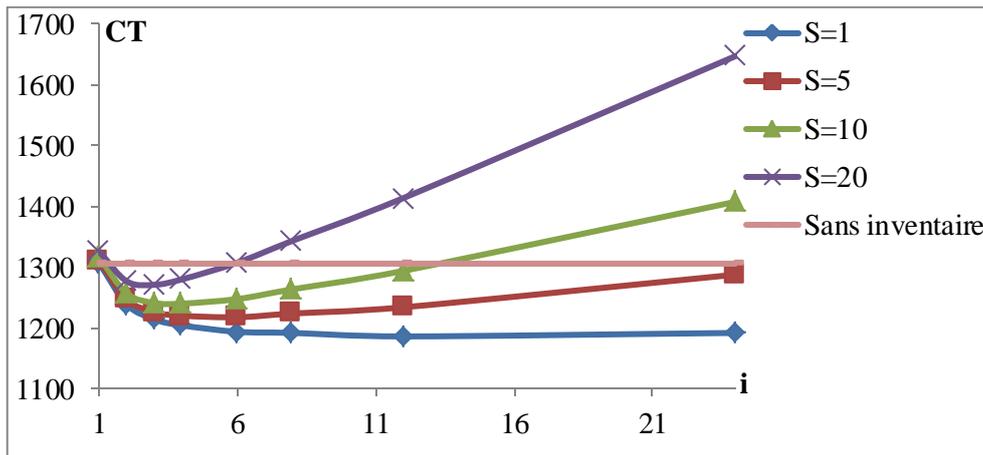
(a) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.1



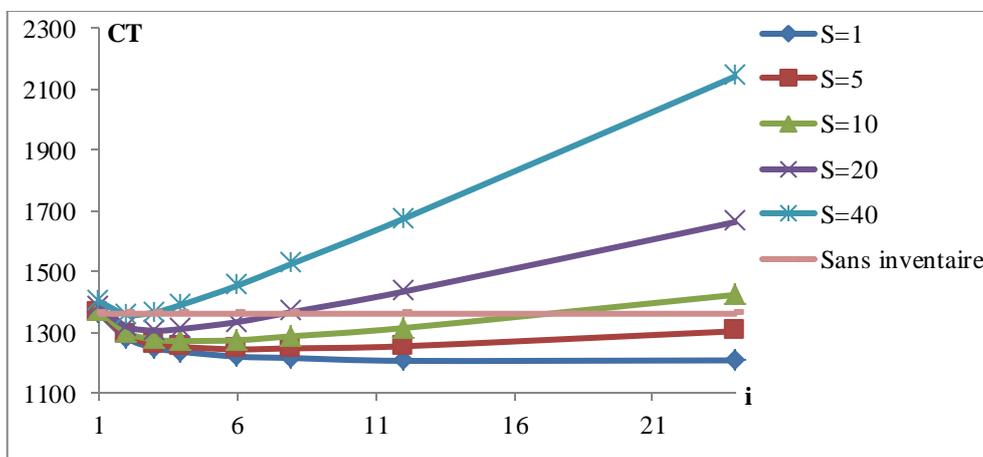
(b) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.2



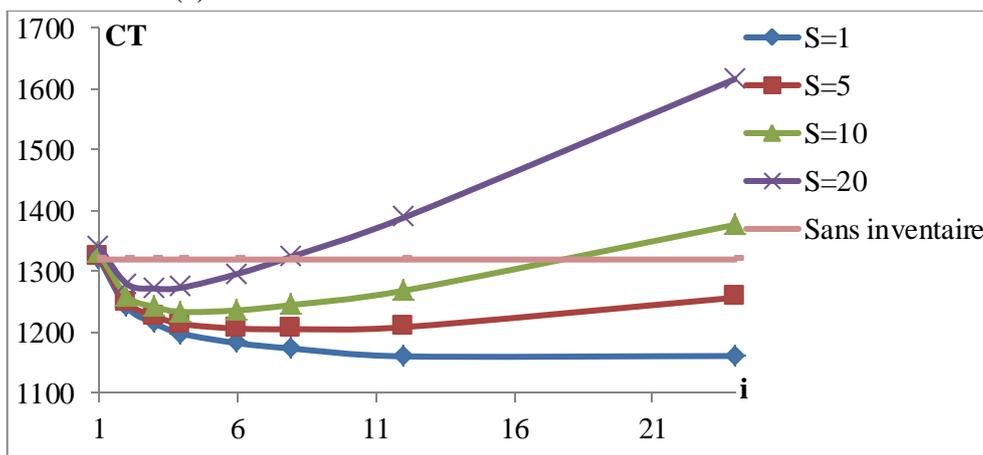
(c) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.3



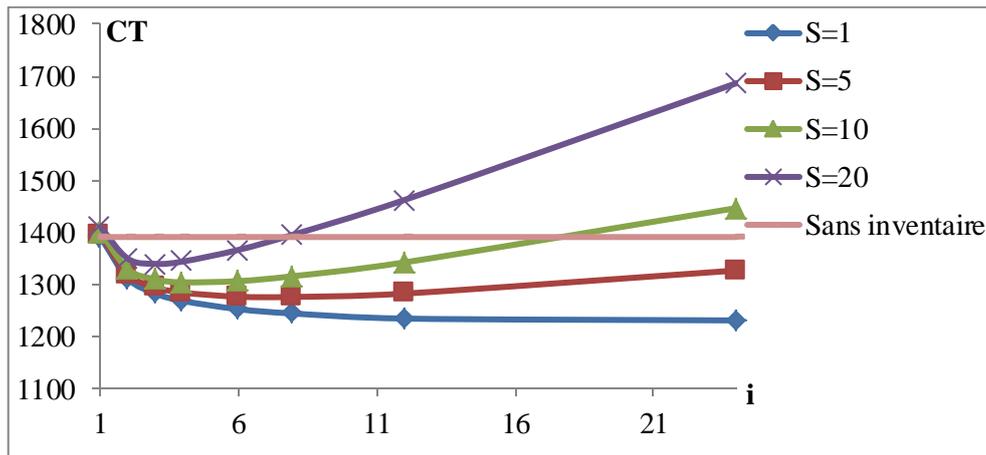
(d) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.4



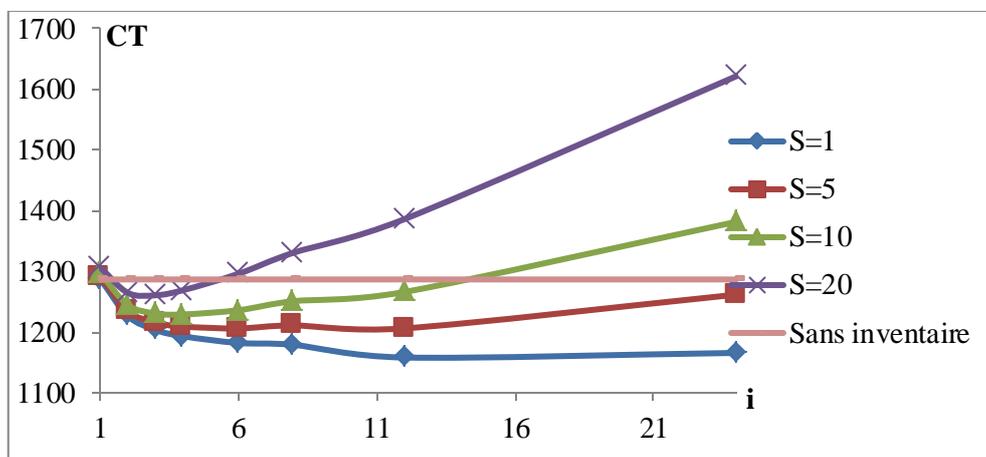
(e) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.5



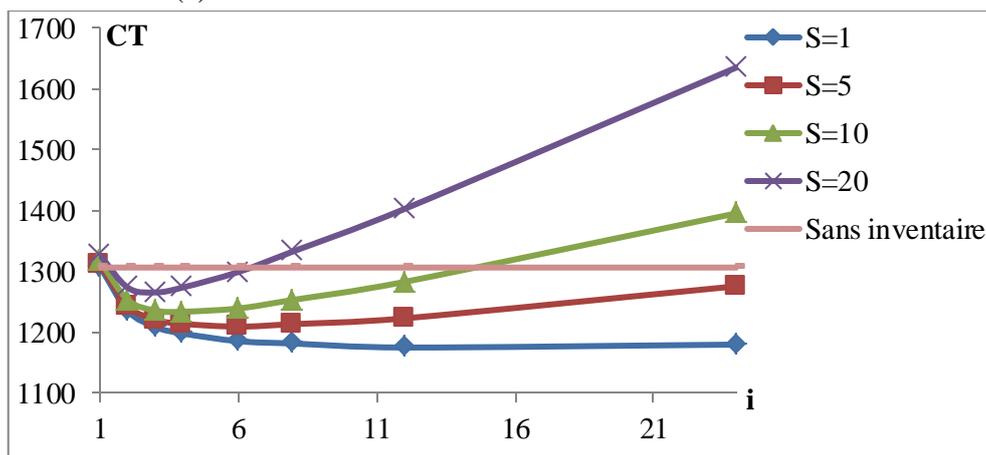
(f) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.6



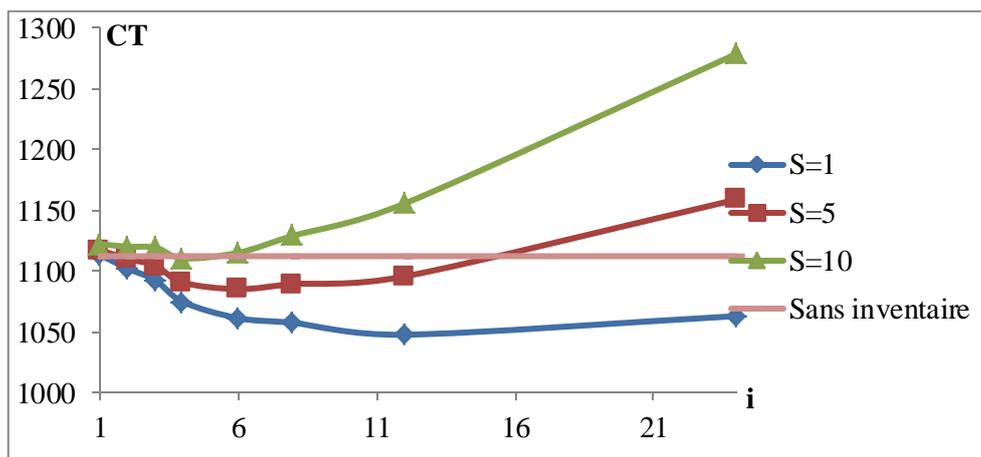
(g) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.7



(h) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.8



(i) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.9



(j) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.10

Figure 5.5. Variation de CT en fonction de N

- Notre analyse précédente était effectuée sur un horizon de $T=24$ périodes afin de considérer un grand nombre de diviseurs possibles. Ainsi nous avons étudié les valeurs de N telles que $\frac{T}{N}$ soit un nombre entier, c'est-à-dire N peut être égal à 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Même si nous l'avons pas démontré analytiquement, d'après la figure 3.3 nous remarquons que le coût total CT , est une fonction convexe par rapport à N . Pour les problèmes à un grand horizon, cette propriété peut être bénéfique pour appliquer d'une façon intelligente l'algorithme d'optimisation afin de converger rapidement vers la valeur optimale de N .
- Pour chaque scénario étudié précédemment, nous avons tracé un coût constant avec N représentant le CT dans le cas où aucun inventaire n'est réalisé. Nous remarquons que le gain généré en effectuant des inventaires peut être important. Cependant le coût fixe de l'inventaire impacte fortement ce gain car au-delà d'un certain seuil, le coût total avec inventaire devient plus important que le cas sans inventaire. Les valeurs optimales de N déduites de l'ensemble des figures 5.5 peuvent être illustrées en fonction du coût fixe d'inventaire S comme suit :

D'après la figure 5.5, nous pouvons remarquer que :

- Le coût de l'inventaire physique a un impact direct sur le nombre optimal d'inventaires à effectuer.
- L'impact des coûts unitaires de rupture est également direct :
 - pour le Scénario P1.7 (le produit étant à très forte marge $u_1=10, u_2=15$), N^* est très important : afin d'éviter les pertes que l'e-détaillant peut avoir suite à une rupture, surtout de type2, le e-détaillant a

intérêt à inspecter plus fréquemment ses stocks même si le coût d'inventaire est élevé (pour un $S = 10$, nous avons $N^* = 13$).

- A contrario pour le Scénario P1.10 ou le produit est à faible marge ($u_1 = 0.5, u_2 = 0.6$), le nombre optimal d'inventaire est faible (pour $S = 5$, $N^* = 2$). Ceci est dû au fait que le coût S est plus important que ce que coûterait une rupture de type 2, i.e., l'inventaire physique peut être remplacé par le risque de commandes acceptées et non honorées qui aligne implicitement les stocks IS et PH.

5.4 Analyse de la stratégie 2 : éliminer les perturbations par le déploiement de la technologie RFID

Le but de cette section est de présenter une deuxième stratégie permettant à l'e-détaillant de faire face aux perturbations qui impactent son stock. Cette stratégie consiste à rendre les produits plus visibles et à avoir une meilleure traçabilité grâce à la technologie RFID. Dans ce sens, une technologie avancée d'identification des produits telle que la technologie RFID peut avoir deux impacts directs sur les perturbations :

- La technologie RFID peut fournir la visibilité en temps réel ou d'une façon ponctuelle sur le niveau réel du stock PH. Ainsi, cette technologie constitue un moyen fiable et fonctionnel pour réaliser d'une façon simple, rapide et moins coûteuse un inventaire physique qui aligne les stocks IS et PH.
- La technologie RFID peut diminuer voire éliminer certaines sources de perturbations telles que vol, détérioration ou perte temporaire des produits. Dans ce cas la technologie RFID change dans le sens favorable la distribution de la variable aléatoire décrivant les perturbations.

Pour introduire la technologie RFID dans notre modèle de gestion des stocks, nous pouvons en conséquence procéder de deux façons :

- Considérer le volet visibilité en supposant que la technologie, une fois déployée, décroît drastiquement le coût de l'inventaire physique S
- Considérer le volet prévention des perturbations en supposant que la technologie rend plus petit voire annule les paramètres de la variable aléatoire ε

D'un autre côté, le déploiement de cette technologie s'accompagne de deux nouveaux types de coûts :

- Un coût fixe lié aux investissements matériels (lecteurs, informatique, portail...) et humains.
- Un coût variable qui correspond au coût du tag RFID qui doit être collé à chaque produit dans le stock.

Dans ce chapitre nous considérons le volet prévention que peut apporter la technologie et nous supposons que son impact dans le cas le plus optimiste quand elle parvient à éliminer les perturbations. Nous supposons que son introduction s'accompagne uniquement d'un coût variable, noté t .

Le cas d'une technologie non parfaite (diminue les perturbations sans les éliminer), le volet visibilité et l'hypothèse avec un coût fixe associé à la technologie RFID peuvent facilement être développés en adaptant le modèle présenté dans la section précédente et en appliquant une analyse de coût de type Retour sur Investissement.

Dans le cas où la technologie élimine les perturbations de stock, nous sommes en présence d'un modèle classique de gestion de stock (qui est un cas particulier du modèle développé dans la section précédente en supposant que $\varepsilon = 0$). Dans ce modèle sans perturbations, l'introduction du coût variable de la technologie RFID se fait en considérant un coût unitaire d'achat égal à $c + t$ au lieu du coût c utilisé dans le cas sans RFID.

Ainsi en éliminant les perturbations, $Y_{Isi} = Y_{PHi} = Y_i$, le coût moyen pour la période i est comme suit(5.30) :

$$\begin{aligned} CU_i(Y_i) &= E_{Di} \left[u_1 [Di - Y_i]^+ + h [Y_i - Di]^+ + (c+t)(Y_i - x_i) \right] \\ &= -(u_1 + h) \left[(\mu_{Di} - Y_i) F_{Di}(Y_i) - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(Y_i) \right] + u_1 (\mu_{Di} - Y_i) + (c+t)(Y_i - x_i) \end{aligned} \quad (5.30)$$

La quantité optimale à commander correspond tout simplement à la solution optimale du modèle classique (sans erreur) (5.31) :

$$Y_i^* = F_{Di}^{-1} \left(\frac{u_1 - (c+t)}{u_1 + h} \right) \quad (5.31)$$

Afin de pouvoir comparer les politiques de réapprovisionnement des deux stratégies – Stratégie 1 : inventaire physique et Stratégie 2 : introduction de la RFID – nous réalisons des simulations en utilisant les mêmes générations de demande et de perturbations que la section précédente. Nous comparons les deux stratégies pour différentes valeurs du coût tag RFID t .

Scénario	u_1	h	c	μ_{Di}	σ_{Di}
P2.1	5	1	2	20	4
P2.2	10				

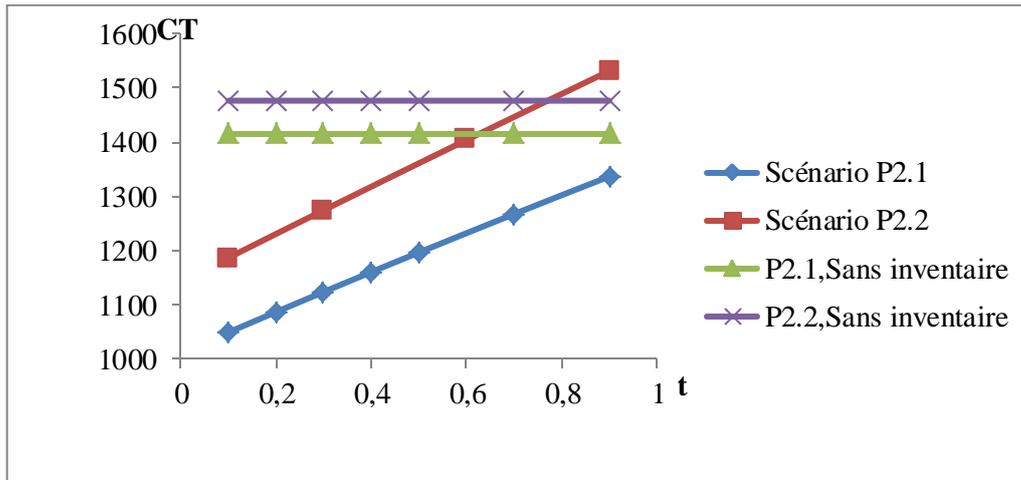
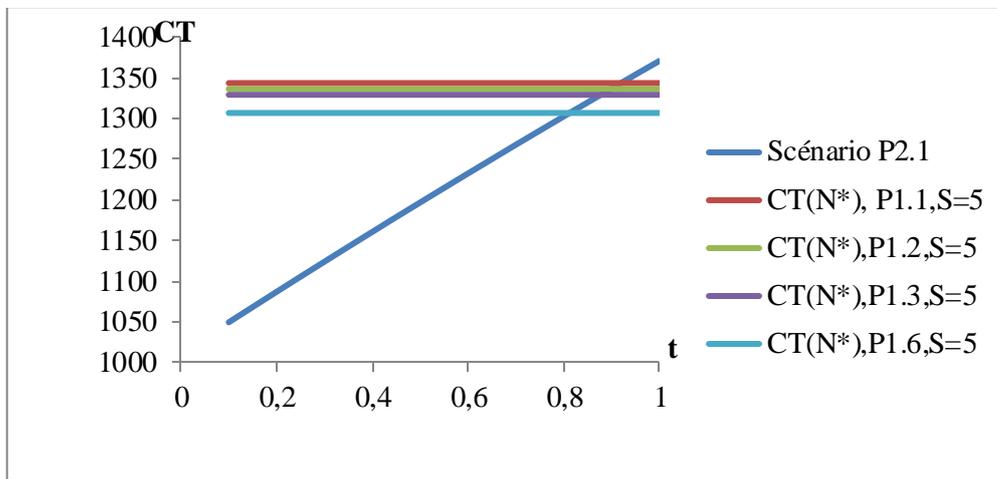


Figure 5.6. Variation de CT par rapport au coût variable unitaire

La figure 5.6 représente la variation de CT par rapport à t . Il est à noter que le coût total est croissant avec le coût du tag RFID t . Nous remarquons également que la technologie RFID peut permettre en fonction de son coût, un gain assez considérable par rapport à une politique où l'e-détaillant se contente de faire face aux perturbations par les inventaires physiques.

Nous terminons notre analyse par une comparaison plus poussée des deux stratégies en comparant scénarii P1.1, P1.2, P1.3, P1.6 et P2.1, ainsi que P1.4, P1.5, P1.7 et P2.2. Nous avons regroupé ainsi la comparaison des scénarii par rapport à la valeur de u_1 .



(a) Comparaison des deux politiques pour $u_1 = 5$

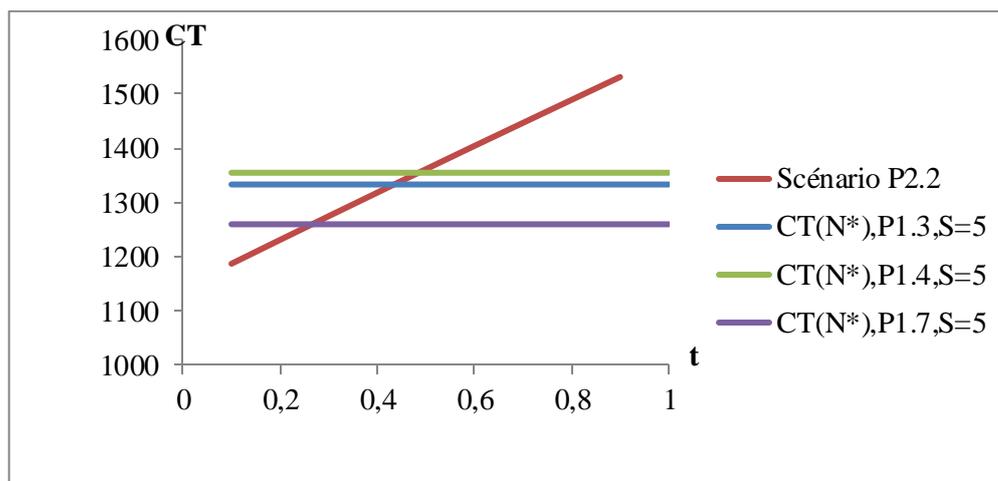
(b) Comparaison des deux politiques pour $u_1 = 10$

Figure 5.7. Comparaison des deux politiques P1 et P2

En comparant les deux politiques nous remarquons que pour t et S (Figure 5.7), il existe des seuils pour l'utilisation de l'une ou l'autre de ces deux politiques. Le calcul du CT pour chaque politique fait apparaître un gain par rapport à la politique d'ignorance des perturbations. En effet, le coût u_2 impacte fortement le coût total, alors que l'introduction de la technologie RFID élimine ce coût et que la réalisation d'un certain nombre d'inventaire en limite l'impact. Ce que nous pouvons remarquer aussi est le gain important que peut apporter la technologie RFID pour des valeurs assez faibles de t au regard du coût du produit. Cette technologie est dès lors intéressante lorsqu'on l'applique à des produits à forte marge comme les produits de luxe car leur prix de vente est assez important, par contre pour des produits de grande consommation et à faible marge la technologie devient un investissement très important et n'est donc pas intéressante pour l'e-détaillant.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une nouvelle approche pour la résolution d'un problème multi-période chez un e-détaillant qui se base sur le niveau de service. Nous avons cherché à optimiser à chaque période la quantité à commander en minimisant les coûts et en maximisant les niveaux de service sur le CSL IS et CSL PH. Grâce à la myopie de la politique, nous avons pu étendre le cas mono-période au cas multi-périodes. Nous avons par la suite comparé deux stratégies, une reposant sur la réalisation d'un nombre optimisé d'inventaire afin d'éliminer les perturbations et l'autre consistant en l'introduction de la technologie RFID permettant une élimination des perturbations. Nous avons étudié l'impact des coûts que peut engendrer l'application de ces deux stratégies.

