# Modélisation et étude expérimentale des dispositifs en mode récupérateur d'énergie vibratoire

Après avoir déterminé le jeu des paramètres effectifs du matériau piézoélectrique aminci et étudié électriquement des dispositifs de plus en plus complexes (la couche PZT – 1 couche, l'unimorphe – 2 couches, le bimorphe – 3 couches) avec différents types de conditions aux limites mécaniques (libre-libre, encastrée-libre), nous présentons dans ce chapitre les études de la réponse vibratoire de ces dispositifs soumis à une excitation harmonique. Ces études sont menées dans le domaine linéaire où les petites déformations sont proportionnelles à la sollicitation. Le tableau 3.1 résume les différentes configurations abordées dans ce chapitre. Ainsi, le cas d'une poutre PZT encastrée-libre sera en premier lieu envisagé, car même si ce dispositif ne récupère pas d'énergie électrique lorsqu'il est soumis à une vibration, son étude nous permettra de comprendre l'influence de notre système d'encastrement sur la réponse vibratoire du dispositif. Par la suite, les études des générateurs encastrés-libres de type unimorphe et bimorphe seront menées.

| Tableau 3.1 : I | Résumé de | différentes | études | vibratoires |
|-----------------|-----------|-------------|--------|-------------|
|-----------------|-----------|-------------|--------|-------------|

|                        | Vibration ( <sup>V</sup> ) |  |
|------------------------|----------------------------|--|
| Conditions aux limites | Encastrée-Libre            |  |
| Structure modélisée    | (EL)                       |  |
| Couche PZT (PZT)       | PZT-EL <sup>V</sup>        |  |
| Unimorphe (UNI)        | UNI-EL <sup>V</sup>        |  |
| Bimorphe (BIM)         | BIM-EL <sup>V</sup>        |  |

# 1. Présentation du banc expérimental

Pour mesurer les performances de nos dispositifs en termes de récupération d'énergie vibratoire, un banc de test a été développé et est présenté sur la figure 3.1. Celui-ci permet l'étude de l'influence des paramètres tels que le niveau d'accélération, la fréquence et la résistance de charge connectée aux bornes du dispositif afin de déterminer les performances optimales de nos récupérateurs d'énergie [103], [76]. Le banc est constitué des éléments suivants :

- un haut-parleur Dayton audio RSS315HF-4
- un générateur de signaux arbitraire Tektronix AFG3101 (GBF)
- un accéléromètre de haute précision PCB PIEZOTRONICS modèle 393B
- un oscilloscope Tektronix 3034B
- une boîte à décade programmable (produit développé par Vermon S.A.)
- un télémètre laser Keyence série LK-5000
- un amplificateur d'instrumentation INA114 de Burr-Brown®
- un ordinateur équipé du logiciel Matlab avec le module d'instrumentation virtuelle (Instrument Control Toolbox)



Figure 3.1 : Banc de caractérisation en vibration.

### a) <u>Principe de mesure</u>

La caractérisation en vibration d'un dispositif est effectuée selon le scénario suivant : le générateur envoie un signal d'excitation sinusoïdal au haut-parleur qui va générer une vibration à la fréquence d'excitation. L'accélération est ensuite mesurée par l'accéléromètre.

Étant excité par une vibration harmonique, le dispositif de récupération d'énergie va générer une tension alternative au travers de la charge résistive connectée à ses bornes. Le déplacement à l'extrémité libre du dispositif est mesuré par un télémètre laser. Les grandeurs physiques (l'accélération, la tension générée aux bornes de la résistance, le déplacement à l'extrémité libre du dispositif) sont mesurées grâce à l'oscilloscope.

Un post-traitement des données sous Matlab permet alors de calculer la puissance moyenne récupérable aux bornes du dispositif, définie par :

$$P_{moy} = \frac{\left(V_s/\sqrt{2}\right)^2}{R}$$

où  $V_s$  est l'amplitude de tension générée et R est la charge résistive connectée aux bornes du dispositif (cf. figure 3.2).



Figure 3.2 : Mesure de tension de sortie du dispositif.

### b) Validation du banc de caractérisation vibratoire

Afin d'assurer le bon fonctionnement du banc de test, nous avons caractérisé le comportement du haut-parleur qui sert à générer l'excitation vibratoire appliquée à notre générateur piézoélectrique. Cette étape de validation est très importante pour caractériser et évaluer précisément la performance de notre générateur piézoélectrique en fonction de la consigne de vibration appliquée.

Le comportement vibratoire de notre haut-parleur est d'abord caractérisé en fonction de la fréquence et de l'amplitude de la tension électrique envoyée par le GBF. L'accélération générée par le haut-parleur est mesurée à l'aide des trois capteurs différents : un accéléromètre de haute précision PCB 393B de Piezotronics, un accéléromètre ADXL337 de Analog Devices et un capteur de déplacement 1D LK-G500 de Keyence.

La figure 3.3 présente l'accélération mesurée par les trois capteurs en fonction de la fréquence et de l'amplitude de la tension électrique envoyée par le GBF. Dans la gamme d'accélération de 100 mg à 600 mg, les trois capteurs donnent des résultats similaires. Par exemple, à une fréquence de 150 Hz et une tension de 5 V, les capteurs PCB 393B, ADXL337 et LK-G500 mesurent une accélération de 484,8 mg, 481 mg et 468,2 mg respectivement. L'écart maximal entre les trois capteurs est de 3,4 %.



Figure 3.3 : Comparaison de l'accélération mesurée avec trois capteurs différents pour de fortes valeurs d'accélération.

Puisque nos études seront menées dans le domaine linéaire, les sollicitations à faible accélération sont requises. Nous sommes donc intéressés par un accéléromètre qui est capable de mesurer un faible niveau d'accélération, de l'ordre de 10 mg. La figure 3.4 présente la réponse des accéléromètres évoqués ci-dessus à une faible tension de 0,1 V et sur une gamme de fréquence de 30 Hz à 150 Hz. L'accéléromètre PCB donne une réponse qualitativement similaire au comportement attendu avec un faible bruit, les deux autres capteurs semblent incapables de mesurer les faibles accélérations. Par conséquent, l'accéléromètre PCB sera utilisé par la suite dans nos études pour mesurer de faibles accélérations.



Figure 3.4 : Comparaison des trois capteurs à faible accélération.

La figure 3.5.a présente l'amplitude de l'accélération mesurée dans la bande de fréquence d'intérêt pour les applications visées, i.e. [10 Hz - 170 Hz]. Celle-ci n'est pas constante du fait d'une résonance de l'ensemble du système mécanique à 22 Hz. L'accélération est ensuite plus stable entre 80 Hz et 150 Hz.



Figure 3.5 : Accélération mesurée avant a) et après b) la mise en place d'une boucle d'asservissement.

Ainsi, afin d'assurer une consigne d'accélération constante quelle que soit la fréquence, une boucle d'asservissement développée sous Matlab est mise en place (cf. figure 3.6). Une consigne d'accélération est fixée au début de la boucle, puis l'accélération générée par le hautparleur est mesurée et comparée à la valeur de consigne. L'écart entre l'accélération mesurée et la consigne est imposé à 2 % pour optimiser la vitesse de l'ajustement. Si l'écart est inférieur à 2 %, on considère que la consigne est assurée et la mesure des dispositifs est démarrée ; sinon le programme développé sous Matlab va mettre en place une action proportionnelle, il détermine un coefficient de proportionnalité entre l'accélération mesurée et la tension sortie du GBF. Ensuite, il corrige la tension sortie du GBF pour atteindre la consigne d'accélération.



Figure 3.6 : Boucle d'asservissement développée sous Matlab.

La figure 3.5.b présente l'accélération mesurée après avoir asservi l'accélération : l'accélération mesurée est bien en accord avec la valeur de consigne de 100 mg sur toute la gamme de fréquences souhaitée. Le banc de caractérisation vibratoire est donc validé.

## 2. Estimation du déplacement de la couche PZT « encastrée-libre »

La poutre PZT étudiée précédemment dans le chapitre 2 est maintenant fixée sur le hautparleur du banc de vibration présenté dans la figure 3.1. Le mouvement vertical sinusoïdal est transmis à partir du haut-parleur au côté encastré de l'échantillon à travers le dispositif de serrage. Cela nous permet d'étudier le comportement vibratoire de l'échantillon.

En parallèle des expériences, une étude numérique a été menée. Les conditions suivantes sont appliquées pour la modélisation EF 3D :

• Le côté encastré est soumis une accélération harmonique de 10 mg crête-à-crête.

• La fréquence de sollicitation varie de 60 Hz à 72 Hz par pas de 0,1 Hz.

La figure 3.7 présente l'amplitude du Déplacement au niveau du Bout de la Poutre (DBP) PZT lorsqu'une accélération de 10 mg crête à crête est appliquée. La poutre PZT est en circuit ouvert (i.e. aucune charge électrique connectée). La comparaison entre la simulation et la mesure est présentée dans le tableau 3.2. Un écart de 3,5 % au niveau de la fréquence de résonance entre la simulation EF et la mesure est observé. Cet écart, même s'il reste raisonnable, monte à 7,3 % en ce qui concerne l'amplitude DBP.



Figure 3.7 : Déplacement DBP d'une poutre PZT-EL<sup>V</sup> à l'accélération de 10 mg.

Tableau 3.2 : Comparaison de  $f_r$  et de l'A<sub>DBP</sub> à 10 mg d'accélération crête-à-crête entre la mesure et la simulation EF.

|                       | Mesure | Simulation EF | Ecart A (%) |
|-----------------------|--------|---------------|-------------|
| f <sub>r</sub> (Hz)   | 66,5   | 68,8          | 3,5         |
| A <sub>DBP</sub> (mm) | 0,124  | 0,133         | 7,3         |

Une étude complémentaire a été menée sur différentes façons de considérer le dispositif de serrage du point de vue de sa modélisation [132] (cf. annexe 2). Celle-ci a montré qu'en

modélisant le dispositif de serrage par une constante de raideur ajustable, il est possible de gagner en précision (< 0,1 %) au niveau de la fréquence de résonance.

Ainsi, ces écarts entre expérience et simulation viennent probablement du dispositif de serrage lui-même et non pas des paramètres de la couche PZT utilisés pour la modélisation et dont l'identification a fait l'objet du chapitre précédent.

# 3. Cas de l'unimorphe

L'unimorphe, décrit dans le chapitre 2, est maintenant soumis à une vibration harmonique générée par le haut-parleur du banc de vibration. La puissance récupérée au travers d'une charge résistive R par l'unimorphe sera mesurée et simulée (cf. figure 3.8). Les conditions suivantes sont appliquées pour la mesure et la modélisation EF 3D :

- L'unimorphe est caractérisé en vibration à une accélération de 10 mg crête-à-crête.
- La fréquence de sollicitation varie de 70,1 Hz à 73,1 Hz par pas de 0,1 Hz.
- La valeur de la résistance *R* varie de 1 k $\Omega$  à 10 M $\Omega$ .





La figure 3.9 montre la cartographie de la puissance générée par l'unimorphe en fonction de la résistance connectée aux bornes de l'unimorphe et de la fréquence d'excitation. Un maximum de puissance égal à  $0,02 \mu$ W est observé à une fréquence de 71,6 Hz et sur une résistance de 200 k $\Omega$ .



Figure 3.9 : Cartographie de la puissance moyenne UNI-EL<sup>V</sup> en fonction de la fréquence et de la résistance, pour une accélération de 10 mg.

La puissance moyenne UNI-EL<sup>V</sup> en fonction de la résistance pour une accélération de 10mg crête-à-crête et à la fréquence de résonance, où la puissance est maximale, est présentée dans la figure 3.10. On peut voir sur la figure que le modèle a bien prédit la puissance électrique mesurée. Pour la valeur de la puissance à la résistance optimale, soit 200 k $\Omega$ , on observe un écart de 9,2 % entre le modèle EF et la mesure.

La figure 3.11 présente la puissance moyenne en fonction de la fréquence à la résistance optimale  $Z_r = 200 \text{ k}\Omega$  pour une accélération de 10 mg crête-à-crête. Un écart de 4,3 % au niveau de la fréquence de résonance entre le modèle EF et la mesure est observé. De la même façon, l'écart est de 9,2 % sur la puissance optimale.



Figure 3.10 : Puissance moyenne UNI-EL<sup>V</sup> en fonction de la résistance, à la fréquence optimale et à l'accélération de 10 mg.



Figure 3.11 : Puissance moyenne UNI-EL<sup>V</sup> en fonction de la fréquence, à la résistance optimale  $Z_r = 200k\Omega$  et à l'accélération de 10 mg.

Au niveau du déplacement au bout de la poutre « unimorphe » en fonction de la résistance, à la fréquence de résonance où l'amplitude DBP est maximale, un bon accord entre

le modèle et la mesure est obtenu (cf. figure 3.12). Un écart minimal entre le modèle et la mesure est observé à une résistance de 50 k $\Omega$ , il est de 0,23 % et un écart maximal de 8,93 % est observé à une résistance de 8M $\Omega$ . Les deux courbes ont une tendance à diverger pour une haute impédance.



Figure 3.12 : Déplacement au bout de poutre UNI-EL<sup>V</sup> en fonction de la résistance, à la fréquence optimale et à l'accélération de 10 mg.

La figure 3.13 présente la tension générée par le générateur en fonction de la résistance à la fréquence de résonance où l'amplitude de tension est maximale. On peut voir sur la figure que dans la zone où l'impédance est inférieure à 100 k $\Omega$ , le modèle et la mesure s'accordent bien, les écarts sont inférieurs à 6 %. Au-delà de 100 k $\Omega$  la tension simulée commence à diverger de celle mesurée (14,8 % de différence à 10 M $\Omega$ ).



Figure 3.13 : Tension électrique UNI-EL<sup>V</sup> en fonction de la résistance, à la fréquence optimale et à l'accélération de 10 mg.

Le tableau 3.3 synthétise les différences observées entre la simulation EF 3D et l'étude expérimentale de l'unimorphe en mode générateur. On peut ainsi constater que les écarts entre le modèle EF et la mesure sont faibles (< 10 %). D'autre part, les valeurs de l'amplitude DBP et de la tension à la résonance obtenues par la simulation EF sont très proches des valeurs expérimentales (moins de 5 % d'écart). Les écarts entre la simulation EF 3D et la mesure peuvent être dus au dispositif de serrage, comme nous l'avions observé dans la section précédente, et peuvent également provenir de la non-maîtrise de la couche de shim.

Tableau 3.3 : Synthèse des différences observées entre la simulation EF 3D et l'étude expérimentale de l'unimorphe en mode générateur.

|                     | Mesure | Simulation EF | Ecart $\Delta$ (%) |
|---------------------|--------|---------------|--------------------|
| f <sub>r</sub> (Hz) | 71,6   | 74,7          | 4,3                |
| $Z_r(k\Omega)$      | 200    | 200           | <0,1               |
| $P_r(\mu W)$        | 0,0196 | 0,0217        | 9,2                |
| $A^{DBP}_{r}(mm)$   | 0,107  | 0,107         | 0,19               |
| $V_{r}(V)$          | 0,088  | 0,092         | 4,56               |

# 4. Cas du bimorphe

Le bimorphe étudié dans le chapitre 2 est maintenant soumis à une vibration harmonique générée par le haut-parleur du banc de vibration. Les conditions suivantes sont appliquées pour la mesure et la modélisation EF 3D :

- Le bimorphe est caractérisé en vibration à l'accélération de 10 mg crête-à-crête.
- La fréquence de sollicitation varie de 129,7 Hz à 137,7 Hz par pas de 0,1 Hz.
- La valeur de la résistance varie de 1 k $\Omega$  à 10 M $\Omega$ .

La figure 3.14 montre que la puissance générée par le bimorphe dépend de la fréquence d'excitation et de la valeur de la résistance connectée aux bornes du dispositif. Contrairement au cas de l'unimorphe, on observe cette fois-ci deux maxima de puissance récupérée : l'un à la fréquence de résonance ( $P_r = 0,029 \ \mu W$ ,  $f_r = 131,9 \ Hz$ ) et l'autre à la fréquence d'anti-résonance ( $P_a = 0,028 \ \mu W$ ,  $f_a = 135,7 \ Hz$ ). Il est à noter que le pic de puissance récupérée à la fréquence de résonance correspond à une impédance ( $Z_r = 10 \ k\Omega$ ) plus faible que celle du pic de puissance récupérée à l'anti-résonance ( $Z_a = 5 \ M\Omega$ ).



Figure 3.14 : Cartographie de la puissance moyenne en fonction de la fréquence et de la résistance à l'accélération de 10 mg crête-à-crête.

La puissance moyenne BIM-EL<sup>V</sup> en fonction de la résistance pour une accélération de 10mg crête-à-crête et à la fréquence optimale, où la puissance est maximale, est présentée dans la figure 3.15. On peut voir sur la figure que le modèle et la mesure concordent bien. Il y a deux maxima, l'un à la résistance de résonance  $Z_r = 10 \text{ k}\Omega$  et l'autre à la résistance d'anti-résonance  $Z_a = 5 \text{ M}\Omega$ . A l'anti-résonance  $Z_a$ , les puissances simulée et mesurée sont relativement égales (environ 0,0281 µW et 0,0283 µW respectivement). Un écart de 0,7 % entre la simulation EF et la mesure est obtenu. Mais à la résistance de résonance  $Z_r$ , l'écart est relativement grand et il est égal à 16,4 %, soit une puissance de 0,0287 µW et de 0,0235 µW pour la mesure et la simulation respectivement.



Figure 3.15 : Puissance moyenne BIM-EL<sup>V</sup> en fonction de la résistance, à la fréquence optimale et à l'accélération de 10 mg.

Concernant la puissance moyenne en fonction de la fréquence, à la résistance de résonance  $Z_r = 10 \text{ k}\Omega$  pour une accélération de 10 mg crête-à-crête, la fréquence de résonance mesurée est de 131,9 Hz et la fréquence de résonance simulée est de 134 Hz soit un écart de 1,6 %. De la même façon, l'écart de la puissance à la résonance est de 16,4 % (cf. figure 3.16).

La figure 3.17 présente la puissance moyenne en fonction de la fréquence, à la résistance d'anti-résonance  $Z_a = 5 M\Omega$  pour une accélération de 10 mg crête-à-crête. Les fréquences d'anti-résonance de la mesure et la simulation EF sont de 135,7 Hz et 137,9 Hz respectivement, soit un écart de 1,6 %. De la même façon, l'écart de la puissance à l'anti-résonance est de 0,7 %.



Figure 3.16. Puissance moyenne BIM-EL<sup>V</sup> en fonction de la fréquence, à la résistance de résonance  $Z_r = 10 \text{ k}\Omega$  et à l'accélération de 10 mg.



Figure 3.17 : Puissance moyenne BIM-EL<sup>V</sup> en fonction de la fréquence, à la résistance d'antirésonance  $Z_a = 5M\Omega$  et à l'accélération de 10 mg.

Le déplacement au bout de la poutre « bimorphe » en fonction de la résistance à la fréquence où l'amplitude DBP est maximale est présenté dans la figure 3.18. Un bon d'accord entre le modèle et la mesure est obtenu. A la condition proche du court-circuit  $R = 1 \text{ k}\Omega$ , un écart de 14,1 % est observé entre la simulation et la mesure, l'amplitude DBP mesurée et simulée sont de 0,0364 mm et 0,0415 mm respectivement. A la résistance de résonance  $Z_r = 10 \text{ k}\Omega$ , l'amplitude DBP mesurée et simulée sont de 0,0221 mm et 0,0229 mm respectivement, ce qui équivaut à un écart de 3,8 %. A la résistance d'anti-résonance  $Z_a = 5 \text{ M}\Omega$ , l'amplitude DBP mesurée et simulée sont de 0,0198 mm et 0,0186 mm respectivement, ce qui équivaut à un écart de 6 %.



Figure 3.18 : Déplacement au bout de poutre BIM-EL<sup>V</sup> en fonction de la résistance, à la fréquence optimale et à l'accélération de 10 mg.

La figure 3.19 présente la tension générée du bimorphe en fonction de la résistance à la fréquence où l'amplitude de tension est maximale. On peut constater que le modèle EF 3D a bien prédit la valeur de tension mesurée. Effectivement, à la résistance de résonance  $Z_r$  les tensions mesurée et simulée sont de 0,024 V et 0,0259 V respectivement, ce qui équivaut à un écart de 5,4 %. Tandis qu'à la résistance d'anti-résonance  $Z_a$  un écart de 0,3 % est obtenu entre la simulation (0,53 V) et la mesure (0,532 V).



Figure 3.19 : Tension électrique BIM-EL<sup>V</sup> en fonction de la résistance, à la fréquence optimale et à l'accélération de 10 mg.

Le tableau 3.4 synthétise les écarts observés entre l'étude numérique et l'étude expérimentale du bimorphe en mode générateur. On peut ainsi constater que les écarts des fréquences de résonance et anti-résonance entre la mesure et le modèle EF sont faibles (environs 1,6 %) et que le modèle prédit parfaitement les valeurs des résistances  $Z_r$  et  $Z_a$ . Au niveau de la puissance récupérée, la mesure et la modélisation EF s'accordent mieux sur la valeur de la puissance à l'anti-résonance (écart < 1 %) que sur la valeur de la puissance à la résonance (écart de 16,4 %). Les écarts sur les amplitudes DBP et les tensions électriques à la résonance et à l'anti-résonance sont inférieurs à 6 %.

Tableau 3.4 : Synthèse des différences observées entre l'étude expérimentale et l'étude numérique du BIM-EL<sup>V</sup> en mode générateur.

|                            | Mesure | Simulation EF 3D | Ecart Δ (%) |
|----------------------------|--------|------------------|-------------|
| f <sub>r</sub> (Hz)        | 131,9  | 134              | 1,6         |
| $Z_{r}\left( \Omega ight)$ | 10000  | 10000            | <0,01       |
| $P_r(\mu W)$               | 0,0287 | 0,0335           | 16,4        |
| $A^{DBP}_{r}(mm)$          | 0,0221 | 0,0229           | 3,8         |
| $V_{r}(V)$                 | 0,024  | 0,0259           | 5,4         |

| f <sub>a</sub> (Hz)       | 135,7            | 137,9            | 1,6   |
|---------------------------|------------------|------------------|-------|
| $Z_{a}\left(\Omega ight)$ | 5 <sup>e</sup> 6 | 5 <sup>e</sup> 6 | <0,01 |
| $P_a(\mu W)$              | 0,0281           | 0,0283           | 0,7   |
| $A^{DBP}_{a}(mm)$         | 0,0198           | 0,0186           | 6     |
| V <sub>a</sub> (V)        | 0,53             | 0,5319           | 0,3   |

### 5. Conclusion

A travers ce chapitre, les résultats issus de modèles EF 3D ont été comparés à des mesures expérimentales. Le premier modèle a permis d'étudier la réponse mécanique d'une couche PZT encastrée-libre soumise à une excitation vibratoire harmonique et de valider le banc de test. Les deux autres modèles ont quant à eux permis de simuler les réponses des dispositifs de récupération d'énergie vibratoire en mode générateur. Les modèles EF 3D ont bien prédit les résultats expérimentaux. Plusieurs paramètres d'intérêt pour la récupération d'énergie ont ainsi été évalués à la ou aux fréquences utiles (fréquence de résonance dans le cas de l'unimorphe, fréquences de résonance et d'anti-résonance dans le cas du bimorphe) tels que la puissance récupérée, le déplacement en bout de dispositif, la tension à la sortie du dispositif. Ces paramètres tant mécaniques qu'électriques sont ceux qui prévalent pour la conception d'un dispositif de récupération d'énergie. Ils permettent de définir et de dimensionner précisément le récupérateur d'énergie en vue de son intégration avec les circuits électroniques de gestion de l'alimentation, de mesures et de communication intégrés au sein d'un même module. Dans le chapitre suivant, nous allons utiliser des modèles EF 3D développés afin d'optimiser le design de notre générateur en répondant à un cahier des charges spécifique.

# Chapitre 4 : Stratégie de conception d'un générateur piézoélectrique

Dans les chapitres 2 et 3 nous avons présenté les méthodes de caractérisation et de modélisation des dispositifs de récupération d'énergie vibratoire. Les valeurs issues des modèles 3D EF développés pour prédire les comportements électriques ainsi que vibratoires des générateurs ont montré un bon accord avec les résultats expérimentaux. Ce constat nous permet ainsi dans ce chapitre d'envisager l'optimisation de notre dispositif pour qu'à partir d'une source vibratoire, il puisse être capable de récupérer le maximum d'énergie électrique tout en respectant des contraintes d'encombrement.

Il existe plusieurs approches de conception pour optimiser l'énergie récupérée et plusieurs types de figures de mérite pour évaluer les performances des dispositifs de récupération d'énergie. Dans ce chapitre, nous présentons d'abord différents types de figures de mérite. Ensuite, un guide de conception est proposé pour donner une stratégie de conception d'un générateur d'énergie au regard des figures de mérite élaborées sur la base de résultats issus d'études paramétriques numériques.

# 1. Figures de mérite des dispositifs de récupération d'énergie

Depuis ces dix dernières années, les chercheurs et les ingénieurs ont développé des générateurs d'énergie pour des applications basse consommation et ils ont toujours cherché à améliorer la performance de ces générateurs. Pour déterminer les performances du dispositif d'un point de vue énergétique, la puissance récupérée est souvent l'indicateur prépondérant. En plus de la puissance récupérée, le volume du générateur d'énergie est un indicateur d'intérêt notamment pour les applications biomédicales de type pacemaker ou biocapteur nécessitant par essence un faible encombrement. Ces deux indicateurs nous conduisent donc naturellement à considérer la densité de puissance (définie comme la quantité de puissance utilisable par un système physique donné divisé par le volume de ce système) pour évaluer la performance des générateurs.

Dans la littérature, des figures de mérite sont définies dans le but d'évaluer la performance d'un générateur, de comparer les générateurs dans l'état de l'art et surtout de faire l'optimisation des générateurs. Il existe plusieurs types de figures de mérite [7], [13], [30], [103], [133]–[138]. Après une étude bibliographique, nous présentons les figures de mérite que nous avons pu étudier.

Une figure de mérite (FOM) est avant tout un outil d'aide à la conception d'un générateur performant, notamment pour le choix des matériaux et des dimensions géométriques. De plus, une figure de mérite permet aussi de comparer les différents générateurs et se trouve être un des critères qui permet d'améliorer les générateurs. Dans cet esprit, nous nous permettons de classifier les figures de mérite (FOM) sous deux catégories :

- La FOM intrinsèque, basée sur les paramètres propres du dispositif, à la fois géométriques et matériaux. Elle va renseigner sur les paramètres du dispositif à privilégier ainsi que la structure la plus favorable en fonction de l'application finale.
- La FOM performance, qui permet de comparer différents dispositifs en termes de performance.

### 3.1. FOM intrinsèque

Les grandes questions posées par les concepteurs pour que le récupérateur d'énergie produise le plus d'énergie possible sont souvent : quel type de matériau faut-il prendre ? quel type de structure ? quelles dimensions ? Ces questions ont été adressées par la communauté scientifique. Les paragraphes suivants donnent un florilège de différentes réponses proposées.

1.1.1. FOM et sélection des matériaux piézoélectriques

Dans son article, Priya [134] a proposé un critère simple pour la sélection des matériaux d'un générateur piézoélectrique, une figure de mérite adimensionnelle  $DFOM = FOM_{hres} x FOM_{res}$  dans la quelle  $FOM_{hres}$  est la figure de mérite du générateur qui fonctionne hors-résonance,  $FOM_{res}$ , la figure de mérite du générateur qui fonctionne à la résonance.

Pour la FOM<sub>hres</sub>, un modèle simple de plaque piézoélectrique est employé. La plaque est soumise à une force alternative (F) basse fréquence qui est très éloignée de la résonance de la

plaque. Dans ce cas, la transduction électromécanique dépend du coefficient piézoélectrique de déformation d et du coefficient piézoélectrique de tension g. La tension à circuit ouvert (V) de la plaque s'exprime alors de la manière suivante :

$$V = E \times t = -g \times X \times t = -\frac{g \times F \times t}{A}$$
(24)

avec *t* l'épaisseur de la céramique ; *E* le champ électrique ; *X* la contrainte mécanique définie par X = F/A et *A* la surface de la céramique.

L'énergie électrique disponible  $U_e$  de la plaque est écrite comme :

$$U_e = \frac{1}{2}CV^2 \tag{25}$$

où C est la capacité de la plaque. A l'aide de (24) et (25), on peut déduire  $u_e$ , l'énergie volumique, définie par

$$u_e = \frac{1}{2} (d \times g) \left(\frac{F}{A}\right)^2 \tag{26}$$

Ainsi, avec cette équation de l'énergie volumique dans une condition expérimentale donnée, plus le facteur  $d \times g$  de la céramique sera grand, plus l'énergie électrique disponible sera importante. La performance du transducteur est aussi affectée par les pertes diélectriques ( $tan\delta_e$ ) du matériau. La figure de mérite, dans les conditions hors-résonance précédemment décrites, d'un générateur en mode 3-1 est donnée sous la forme [134] :

$$FOM_{hres} = d_{31} \times g_{31} / tan\delta_e \tag{27}$$

Pour la FOM<sub>res</sub>, Priya [134] a analysé les deux modèles d'un générateur à la résonance, l'un est le modèle quantitatif de Richards [103] dans lequel l'efficience du générateur est liée au produit de  $k^2 \times Q_m$  et l'autre est le modèle des paramètres distribués d'Erturk [139] dans lequel un coefficient de compliance élastique (*s*) doit être minimisé pour augmenter la puissance en sortie du générateur. De ces analyses, Priya en a déduit la FOM à la résonance du générateur en mode 3-1 de la forme suivante [134] :

$$FOM_{res} = k_{31}^2 \times Q_m / s_{11}^E \tag{28}$$

Finalement, une figure de mérite adimensionnelle (DFOM) est proposée pour sélectionner le matériau piézoélectrique d'un générateur travaillant en mode 3-1. Cette DFOM prend en compte les deux régimes de fonctionnement (à la résonance et hors-résonance) :

$$DFOM = FOM_{hres} \times FOM_{res}$$

$$DFOM = \left(\frac{k_{31}^2 \times Q_m}{s_{11}^E}\right)_{res} \times \left(\frac{d_{31} \times g_{31}}{tan\delta}\right)_{hres}$$
(29)

La DFOM est adaptée aux cas où l'on veut récupérer l'énergie d'une source de vibration non maîtrisée car elle vise un comportement optimal du dispositif à la fois hors-résonance et à la résonance. Si la source d'énergie mécanique est bien connue, l'emploi de la FOM<sub>hres</sub> ou de la FOM<sub>res</sub> dépend de la source : si la fréquence d'excitation est hors-résonance, on utilise la FOM<sub>hres</sub> pour comparer les matériaux ; et si l'excitation est à la résonance, la FOM<sub>res</sub> est de fait mieux adaptée. Dans notre cas, c'est plutôt la FOM<sub>res</sub> que nous allons utiliser car notre dispositif est excité à sa fréquence de résonance afin de récupérer un maximum d'énergie.

En parallèle de la DFOM, d'autres figures de mérite ont été proposées avec des constats similaires en ce qui concerne le choix des matériaux piézoélectriques, telle que la technique TOPSIS (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution) proposée par Chauhan [136]. De même, en 2011, Takeda [135] a proposé une autre technique pour évaluer l'influence des paramètres des matériaux piézoélectriques pour les applications de récupération d'énergie vibratoire. Dans son article, un facteur de génération *G* a été défini en fonction du coefficient de couplage électromécanique du système  $k_{sys}^2$  et le facteur de qualité du système  $Q_m^*$  de celui-ci. Il a démontré que la puissance générée est proportionnelle au facteur *G*. Takeda a également observé l'existence de relations entre le coefficient de couplage du système  $k_{sys}^2$  et le coefficient de couplage du matériau  $k_{31}^2$ ; et entre le facteur de qualité du système  $Q_{sys}$  et le facteur de qualité  $Q_m$  du matériau piézoélectrique. Ainsi, la figure 4.1 proposée par Takeda, illustre le lien entre la densité de puissance et le coefficient de couplage électromécanique à travers la relation entre la puissance récupérée et le facteur *G*. Sur cette figure, on peut remarquer que la céramique piézoélectrique dure, du fait des fortes valeurs de son produit  $k_{31}^2 \ge Q_m$ , est la plus favorable pour faire les dispositifs de récupération d'énergie vibratoire.



Figure 4.1 : Densité de puissance en fonction du coefficient de couplage électromécanique du matériau piézoélectrique, et tracée pour différentes valeurs de facteur de qualité mécanique [135].

Ce constat est aussi trouvé dans l'article de Shahab [140] dans lequel est présentée une comparaison entre des céramiques piézoélectriques dures et tendres et des monocristaux, pour les générateurs d'énergie par vibration aléatoire. Il est précisé notamment le fait que les céramiques piézoélectriques plus dures sont mieux adaptées dans le cas où la fréquence de résonance du générateur est comprise dans le spectre de la source d'excitation aléatoire. De même, les monocristaux durs produisent une plus grande puissance par rapport à leurs homologues tendres. Par contre, dans le cas d'une excitation hors-résonance à basse fréquence, les céramiques tendres ont de meilleures performances que les céramiques dures. Il en va de même pour les monocristaux.

#### 1.1.2. FOM et conception de générateurs piézoélectriques

Après avoir choisi le matériau adéquat pour le générateur piézoélectrique, il ne reste plus qu'à décider de la structure de ce dernier pour qu'il soit performant. Dans cette optique, certains se sont intéressés, en plus de la puissance, à l'efficience du générateur d'énergie [9], [18], [21]. L'efficience  $\eta$  d'un générateur est généralement définie comme le rapport entre l'énergie électrique à la sortie ( $E_{out}$ ) et l'énergie mécanique à l'entrée ( $E_{in}$ ) du système

$$\eta = \frac{E_{out}}{E_{in}}.$$
(30)

La formule exacte de l'efficience d'un générateur a été proposée la première fois par Richards [103]. Celle-ci est basée sur un modèle simplifié, à un seul degré de liberté (1DDL) (cf. §1.4). L'efficience d'un générateur à la fréquence de résonance avec une résistance optimale s'écrit alors sous forme :

$$\eta = \frac{1}{2} \times \frac{k_{sys}^{2}}{1 - k_{sys}^{2}} / \left(\frac{1}{Q_{sys}} + \frac{1}{2} \times \frac{k_{sys}^{2}}{1 - k_{sys}^{2}}\right)$$
(31)

et dépend seulement du coefficient de couplage électromécanique  $k_{sys}^2$  et du facteur de qualité  $Q_{sys}$  du système. Ces paramètres sont liés aux paramètres structurels et matériaux du générateur. Cette formule ne prend pas en compte la fréquence d'excitation et la résistance de charge car Richards part du postulat que l'efficience maximale du générateur se trouve à la résonance et à la charge optimale.

L'influence de ces deux derniers paramètres est prise en compte par Yang [7] au même titre que le coefficient de couplage électromécanique et le facteur de qualité du système. Ce dernier emploie un modèle à 1DDL d'un unimorphe pour calculer l'énergie électrique à la sortie et l'énergie mécanique à l'entrée du système. L'efficience est ensuite déduite avec la formule ci-dessous [7] :

$$\eta = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{V_{RMS}^2/R}{\frac{1}{2}m \times \ddot{X} \times \dot{Z} \times \sin(\phi_x)}$$
(32)

avec  $V_{RMS}$ , la tension efficace aux bornes de la résistance de charge R; m, la masse du dispositif; X, le déplacement relatif entre la masse m et la base d'excitation (Z); et  $Ø_x$ , le déphasage entre la réponse de déplacement X et l'accélération de la base  $\ddot{Z}$  (à la résonance  $\sin(Ø_x) = 1$ ). Dans le cas d'un système linéaire, l'efficience peut être définie comme une fonction du coefficient de couplage électromécanique  $k_{sys}^2$ :

$$\eta = \frac{k_{sys}^{2}}{2\frac{\xi}{\alpha}\widetilde{\omega}^{2} + 2\xi\alpha + k_{sys}^{2}}$$
(33)

$$\widetilde{\omega} = \omega/\omega_n \tag{34}$$

$$\alpha = r\widetilde{\omega} \tag{35}$$

$$r = 1/RC_p\omega \tag{36}$$

avec  $\xi$  le coefficient d'amortissement ;  $\omega$  la pulsation d'excitation ;  $\omega_n$  la pulsation de résonance du dispositif ; r le rapport de l'impédance interne capacitive sur la résistance de charge ; et  $C_p$ la capacité interne de l'unimorphe.

L'étude de Yang conclut qu'un faible amortissement et un grand coefficient de couplage électromécanique seraient bénéfiques pour l'efficience. Par contre, aussi bien une faible qu'une forte valeur de résistance la diminuerait. Il en va de même lorsque la fréquence d'excitation augmente. Le pic de l'efficience se trouverait sur la courbe d'impédance à la résonance.

Les FOMs intrinsèques permettent ainsi au concepteur de dresser le profil du générateur en termes de paramètres physiques et matériaux (masse, coefficient d'amortissement, coefficient de couplage électromécanique, ...) afin d'en maximiser les performances.

### 3.2. FOM performance

Afin de pouvoir comparer des générateurs d'énergie de conceptions différentes entre eux, il faudrait disposer de FOMs qui ne soient définies qu'à l'aide des grandeurs de sortie. On parle alors de « FOM performance ». Ainsi, pour définir une FOM plus universelle, Beeby [30] propose une figure de mérite appelée la densité de puissance normalisée (NPD), dans laquelle la densité de puissance  $\eta_p$  est divisé par l'amplitude d'accélération de la source (*A*) au carré, pour enlever la dépendance de la source d'excitation

$$NPD = \frac{\eta_p}{A^2} = \frac{P}{A^2 V}$$
(37)

avec P, la puissance récupérée et V, le volume du générateur.

Cette FOM est souvent utilisée dans la communauté pour comparer simplement les performances des dispositifs de récupération d'énergie [45], [78], [98], [142].

En plus de l'efficience, d'autres auteurs suggèrent l'utilisation de l'efficacité [133], [143]. Ainsi, Roundy [133] propose une FOM adimensionnelle basée sur ce critère pour comparer la puissance à la sortie de divers mécanismes de transduction :

$$e = k^2 Q_{sys}^2 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\lambda}{\lambda_{max}}$$
(38)

où *e* est l'efficacité ;  $k^2$  le coefficient de couplage ;  $Q_{sys}$  le facteur de qualité du système ;  $\rho_0$  la densité d'un matériau de base ;  $\rho$  la densité réelle du dispositif complet ;  $\lambda$  le coefficient de transmission d'un transducteur linéaire ; et  $\lambda_{max}$  le coefficient de transmission maximal qui dépend seulement au coefficient de couplage [133]. Cette figure de mérite n'a pas de valeur maximale définie car  $Q_{sys}$  n'a pas de limite fondamentale, elle n'indique donc pas directement à quel point un dispositif est proche d'une performance optimale. Une définition alternative de l'efficacité est proposée en référence [143], appelée efficacité du générateur  $E_H$  :

$$E_H = \frac{\text{Puissance de sortie utile}}{\text{Puissance de sortie maximale possible}}$$
(39)

L'efficacité du générateur telle que définie ci-dessus a un maximum théorique de 100 % et est principalement un indicateur de la façon dont une conception spécifique s'approche du maximum de puissance théorique.

# 2. Guide de conception d'un générateur piézoélectrique

Généralement, un générateur d'énergie vibratoire se présente sous la forme d'une poutre (en l'occurrence un bimorphe) encastrée à une de ses extrémités et chargée par une masselotte collée à son autre extrémité, afin d'adapter la fréquence de résonance et d'augmenter la performance du dispositif. Il est à noter que seul le cas de l'adaptation à la fréquence de résonance sera envisagé car à cette fréquence l'impédance équivalente du dispositif est plus petite que celle à l'antirésonance, ce qui est plus favorable quand le générateur est connecté avec un CGP. Dans notre étude, le générateur piézoélectrique est connecté à une charge résistive ; l'effet des CGPs sur le comportement du générateur n'est pas étudié. La conception d'un générateur d'énergie vibratoire commence donc par la détermination de sa fréquence de résonance en lien avec le spectre de vibration de la source d'excitation [105]. Pour ce faire, les paramètres géométriques du générateur tels que la longueur (*L*), la largeur (*b*), l'épaisseur de la couche de shim (*epS*), l'épaisseur des couches de matériau piézoélectrique (*epP*) ainsi que la masse et la forme de la masselotte sont à ajuster. A cette fin, différentes études paramétriques sont réalisées à l'aide du modèle EF développé dans les chapitres précédents. De ces études, et en lien avec les travaux de Beeby et Yang (cf. §1.2. FOM performance), une figure de mérite du dispositif étudié sera élaborée. Celle-ci, en plus du simple critère de la puissance électrique récupérée, permettra d'évaluer les performances de notre générateur d'énergie et de le comparer à d'autres générateurs. L'objectif ultime de ces études est de donner un guide de conception d'un générateur qui peut répondre au mieux à un cahier des charges spécifique. Le cahier des charges est un ensemble de spécifications sur la source vibratoire, sa fréquence fondamentale, son amplitude d'accélération et les contraintes d'encombrement du dispositif.

Enfin, même si les paramètres des matériaux choisis pour les différentes couches (shim et céramique piézoélectrique) influencent également la fréquence de résonance du générateur, cet aspect ne sera pas abordé. En effet, en ce qui concerne le matériau piézoélectrique, une céramique PZT dure est choisie du fait de ses meilleures performances par rapport à d'autres types de céramiques (cf. figure 4.1 et figure de mérite FOM<sub>res</sub> de Priya). Pour le matériau du shim, plusieurs types de matériaux élastiques ont été testés (l'inox, le cuivre, l'aluminium, ...). Le laiton a été retenu du fait de sa facilité de mise en œuvre pour la fabrication d'un générateur, notamment au niveau du collage du bimorphe.

### 2.1. Etude d'un générateur de type bimorphe sans la masselotte

Nous commençons d'abord par l'étude du générateur sans la masselotte. Cela nous permet d'observer l'influence des paramètres géométriques (longueur, largeur, épaisseur) de la poutre piézoélectrique sur la puissance électrique récupérée ainsi que les FOMs intéressantes.

### 2.1.1. Effet de la longueur et de la largeur

Dans cette étude, le cahier de charge est fixé, avec une vibration d'accélération 5 mg, à la fréquence 134 Hz. Afin de respecter les possibilités de fabrication, la longueur (L) du

bimorphe variera de 17 mm à 36 mm ; et la largeur (*b*), de 4 mm à 36 mm. L'épaisseur du shim (*epS*) est égale à 12  $\mu$ m.

Afin de garder la fréquence de résonance du bimorphe égale à la fréquence de consigne, l'épaisseur des couches piézoélectriques (*epP*) doit être ajustée. Pour cela, nous avons mis en place une routine d'optimisation en utilisant le module Matlab LiveLink de COMSOL qui permet de piloter COMSOL avec des programmes créés sous Matlab (cf. figure 4.2). La fonction « fminsearch » de Matlab basée sur la méthode Nelder-Mead est utilisée pour ajuster le paramètre *epP* et calculer la puissance optimale (i.e. la puissance calculée à la fréquence de résonance pour une impédance optimale  $Z_r$ ).



Figure 4.2 : Routine d'optimisation développée sous Matlab et COMSOL.

Pour chaque configuration ( $L_i$ ,  $b_i$ ) du bimorphe envisagée, la figure 4.3 montre l'épaisseur epP ajustée pour que la fréquence de résonance du dispositif soit constante. Pour une valeur  $L_i$  donnée, la valeur de l'épaisseur epP ne change pas beaucoup en fonction de la largeur b : par exemple, pour L = 36 mm, epP diminue de 3,6 % lorsque b augmente de 4 mm à 36 mm. En revanche, l'épaisseur change significativement en fonction de la longueur : par exemple, pour b = 4 mm, epP diminue de 81 % lorsque L diminue de 36 mm à 17 mm. En effet, lorsque la longueur L diminue, l'épaisseur epP doit également diminuer pour garder une fréquence de résonance constante.