

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJI MOKHTAR- ANNABA UNIVERSITY
UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR- ANNABA



جامعة باجي مختار- عنابة

Année : 2018

Faculté des sciences de l'ingénierie

Département d'électromécanique

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

DOCTORAT

Thème

**MODELISATION ET SIMULATION NUMERIQUE DU COMPORTEMENT
VIBRATOIRE DES MACHINES TOURNANTES (DES ENGRENAGES) EN
PRESENCE DE DEFECT**

Option

ELECTROMECHANIQUE

Par

BENMOHAMED Hanène

DIRECTEUR DE THESE : KHADRI Youcef MCA Université Annaba

DEVANT LE JURY

PRESIDENT	: KHELIF Rabia	Pr. Université Annaba
Examineurs	: MERIDJET Mohamed salah	MCA Université Annaba
	: GUEDRI Abdelmoumen	MCA Université Souk Ahras
	: BOUZAOUIT Azzedine	Pr. Université Skikda
	: LAKEHAL Abdelaziz	MCA Université Souk Ahras

Remerciements

Je remercie tout d'abord « Allah » qui m'a donné la force et le courage pour l'achèvement de ce travail.

Je tiens à remercier plus particulièrement mon directeur de thèse Monsieur Khadri Youcef, Maître de Conférence classe A à l'Université de Badji Mokhtar Annaba, pour son aide, ses conseils pendant toutes mes années d'études, et la gentillesse qu'il m'a exprimée pour mener à bien et parachever dans les meilleures conditions.

Je tiens à remercier Mr Karmi Yacine doctorant à l'Université Badji Mokhtar Annaba pour son aide durant la dernière année de doctorat.

Je remercie Monsieur Khelif Rabia, d'avoir accepté de présider le jury de ma thèse de doctorat. Je remercie Monsieur Meridj et Mohamed Salah, Monsieur Guedri Abdelmoumen, Monsieur Bouzaouit Azzdine et Monsieur Lakhel Abdelaziz d'avoir acceptés d'examiner ce travail.

Je tiens à remercier beaucoup ma Mère pour son soutien fort, son affection, son amour et sa sympathie.

Je remercie aussi toute ma famille, ma belle-famille pour leurs conseils très précieux et leurs encouragements durant la période de la réalisation de cette thèse. Ainsi que mes enfants d'être à mes côtés (Ranim et Iyed).

Enfin, je remercie mon mari pour son soutien quotidien indéfectible et son enthousiasme contagieux à l'égard de mes travaux comme de la vie en général.

Résumé

Les engrenages travaillent dans des conditions en général sévères et par conséquent ils sont soumis à des détériorations progressives de leurs états, notamment au niveau des dentures (usure, écaillage, fissure, rupture). Ces défaillances peuvent alors limiter leur durée de vie. L'étude se porte sur la modélisation du comportement dynamique des engrenages à deux degrés de liberté dans le cas sain et en présence de défaut local et distribué. L'analyse du comportement dynamique de l'engrenage est réalisée dans le domaine temporel et fréquentiel. La variation de la rigidité dans le temps est la principale source d'excitation dans le comportement dynamique des engrenages. La modélisation des défauts des dentures droites d'engrenages est réalisée en utilisant des modèles de rigidité de denture et le coefficient d'amortissement. Le comportement dynamique du système d'engrenage est décrit par un système différentiel, résolu par un schéma d'intégration de Newmark. Une étude paramétrique a été réalisée sous Matlab pour l'analyse de l'effet des défauts d'engrenages, le rapport de contact, l'erreur de transmission dynamique ainsi que l'effet du coefficient d'amortissement sur le comportement dynamique de l'engrenage. D'après les résultats obtenus on peut conclure que les défauts (local et distribué) ont un très grand effet sur le comportement dynamique de l'engrenage.

Mots Clés : Maintenance, Vibration, Modélisation des Défauts d'Engrenages, Rigidités, Coefficient d'amortissement.

Abstract

The gears work in generally severe conditions and therefore they are subject to progressive deterioration of their states, especially in terms of the teeth (wear, peeling, crack, rupture). These failures can then limit their life. The study focuses on modeling the dynamic behavior of gears with two degrees of freedom in the healthy case and in the presence of local and distributed defects. The analysis of the dynamic behavior of the gear is performed in the time and frequency domain. The variation of the stiffness over time is the main source of excitation in the dynamic behavior of the gears. The modeling of spur gear tooth defects is performed using tooth stiffness models and the damping coefficient. The dynamic behavior of the gear system is described by a differential system, solved by a Newmark integration scheme. A parametric study was carried out under Matlab for the analysis of the effect of the gear defects, the contact ratio, the dynamic transmission error as well as the effect of the damping coefficient on the dynamic behavior of the gear. From the results obtained it can be concluded that the defects (local and distributed) have a very great effect on the dynamic behavior of the gear.

Keywords: Maintenance, vibration, defaults modeling of gears, stiffness, damping coefficient

ملخص

المسننات تعمل في ظل ظروف قاسية بشكل عام وبالتالي فإنها تتعرض لتدهور تدريجي لحالتها، وخاصة على مستوى الأسنان (التآكل، التقطيع، التشقق، التكسر). هذا التدهور يمكن ان يضع حدا لمدة صلاحيتها. تركز الدراسة على نمذجة السلوك الديناميكي للمسننات ذوات درجتين من الحرية في حالة العادية وفي وجود عيوب محلية وموزعة. تحليل السلوك الديناميكي للمسننات يتم تحقيقه في مجال الوقت والتردد. الاختلاف في صلابة مع مرور الوقت هو المصدر الرئيسي للإثارة في السلوك الديناميكي للمسننات. نمذجة عيوب أسنان المسننات يتم تحقيقه باستخدام نماذج لصلابة الأسنان ومعامل التخميد. السلوك الديناميكي لنظام المسننات. يوصف بواسطة نظام تفاضلي، يتم حله بواسطة مخطط التكاملات لنيومارك. وقد أجريت دراسة حدودية في MATLAB لتحليل تأثير عيوب المسننات، ونسبة الاتصال، الخطأ في الانتقال الديناميكي. فضلا عن تأثير معامل التخميد على السلوك الديناميكي للنظام. حسب النتائج المتحصل عليها يمكن استنتاج أن العيوب (المحلية والموزعة) لها تأثير كبير جدا على السلوك الديناميكي للمسننات

الكلمات المفتاحية: صيانة، الاهتزاز، نمذجة عيوب المسننات، صلابة، معامل التخميد.

Table des matières

Remerciements	I
Résumé	II
Abstract	III
المخلص	IV
Table des matières	V
Liste des figures	IX
Liste des tableaux	XII
Introduction générale	2

Chapitre I : Etude bibliographique

I.1	Introduction	6
I.2	Modélisation du comportement dynamique des engrenages	7
I.2.1	Comportement dynamique de transmission par engrenage	12
I.2.1.1	Rigidité d'engrènement	14
I.2.1.2	Erreur de transmission	14
I.2.2	Sources de vibrations	15
I.2.2.1	Source d'excitation interne	16
I.2.2.2	Source d'excitation externe	17
I.2.3	Sources d'amortissement	18
I.3	Considérations technologiques sur les défauts d'engrenages	18
I.3.1	Défaut de fabrication	19
I.3.2	Défaut de montage	21
I.4	Techniques de diagnostic dans les engrenages	24
I.4.1	Analyse temporelle	24
I.4.2	Analyse fréquentielle	26
I.4.3	Analyse temps fréquence	26
I.4.4	Analyse cepstrale	26
I.4.5	Ondelettes	27
I.5	Défauts usuels des engrenages	28
I.5.1	Fréquence d'engrènement	28
I.5.2	Fatigue de contact	28

I.5.3	Fatigue en flexion	29
I.5.4	Fissure de fatigue	30
I.5.5	Usure	31
I.6	Conclusion	31

Chapitre II : Modélisation dynamique des engrenages

II.1	Introduction	34
II.2	Modélisation des engrenages (Aspects bibliographiques)	34
II.2.1	Raideur d'engrènement $k(t)$	38
II.2.2	Méthode de détermination de la rigidité d'engrènement	40
II.2.2.1	Rigidité de contact hertzien	40
II.2.2.2	Rigidités de fléchissement, de cisaillement et de compression axiale	40
II.2.2.3	Rigidité d'engrènement pour une (deux) paire (s) de dent (s) en contact	43
II.2.3	Caractère non linéaire et paramétrique de la raideur d'engrènement	46
II.2.4	Fluctuations de la raideur d'engrènement	46
II.2.5	Rapport de contact	48
II.2.6	Fluctuations du rapport de contact	51
II.2.7	Erreur de transmission dynamique	52
II.3	Modèles dynamiques de l'engrenage.....	54
II.3.1	Modèles linéaires à raideur d'engrènement constante	55
II.3.2	Modèles linéaires à raideur d'engrènement variable.....	56
II.3.3	Modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable	57
II.4	Conclusion	59

Chapitre III : Analyse et modélisation numérique du système d'engrenage à

2ddl

III.1	Introduction	61
III.2	Système d'engrenage	61
III.3	Equation différentielle : (analyse dynamique non linéaire)	62
III.4	Intégration temporelle	64
III.4.1	Méthodes de Newmark implicite	65
III.4.2	Stabilité du schéma de Newmark	68

III.5	Résultats et analyses	69
III.5.1	Effet de la rigidité de contact pour un engrenage sans défaut	69
III.5.2	Effet de la rigidité de l'engrenage avec défaut reparté (usure).....	72
III.5.3	Effet de la rigidité de l'engrenage avec défaut localisé (fissure)	74
III.5.4	Comparaison des résultats de l'erreur de transmission avec et sans défaut	76
III.5.5	Effet du rapport de contact	78
III.6	Conclusion	79

Chapitre IV : Effet de l'amortissement sur le comportement dynamique des engrenages

IV.1	Introduction	82
IV.2	Lubrification	82
IV.2.1	Calcul épaisseur minimale du film d'huile	83
IV.2.2	Facteurs affectant l'épaisseur du film de lubrifiant	84
IV.2.3	Phénomène de rupture du film d'huile	85
IV.3	Régimes de lubrification	86
IV.3.1	Régime hydrodynamique	87
IV.3.2	Régime élastohydrodynamique.....	88
IV.3.3	Régime limite	93
IV.3.4	Régime mixte	93
IV.4	Dissipation d'énergie	94
IV.5	Engrènement comme source de dissipation	96
IV.6	Equation de Reynolds généralisée en lubrification hydrodynamique.....	96
IV.7	Modèle tribo-dynamique	100
IV.8	Amortissement	102
IV.8.1	Différents types de l'amortissement	102
IV.8.1.1	Amortissement visqueux.....	102
IV.8.1.2	Amortissement structural.....	104
IV.8.1.2	Amortissement de coulomb.....	106
IV.8.2	Modèles dynamiques de l'amortissement.....	108
IV.8.2.1	Modèle visqueux	108
IV.8.2.2	Modèle visqueux équivalent	111

IV.8.2.3	Modèle de Rayleigh	112
IV.8.2.4	Modèle structural (hystérétique)	113
IV.8.2.5	Modèle de coulomb.....	114
IV.9	Raideur d'engrènement et les phénomènes d'instabilité de denture	114
IV.10	Résultats et analyses de l'effet de l'amortissement sur l'erreur de transmission dynamique	117
IV.10.1	Engrenage sans défaut	117
IV.10.2	Engrenage avec défaut reparté (usure)	118
IV.10.3	Engrenage avec défaut localisé (fissure)	120
IV.11	Conclusion	122
	CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	125
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	128

Liste des figures

Figure I.1	Modèle d'engrenages à 8 ddl.....	8
Figure I.2	Modèle d'engrenages à 6 ddl.....	9
Figure I.3	Modèle d'engrenages : a) 2 ddl, b) 6 ddl	10
Figure I.4	Modèle d'engrenages à 8 ddl.....	10
Figure I.5	Modèle d'engrenages à 20 ddl	11
Figure I.6	Modèle dynamique d'un réducteur à 12 ddl	12
Figure I.7	Erreur de profil.....	19
Figure I.8	Erreur de distorsion dans le cas d'une denture hélicoïdale	20
Figure I.9	Erreur de division	20
Figure I.10	Mise en place d'un défaut d'entraxe Δa	21
Figure I.11	Définition des défauts d'inclinaison et de déviation	22
Figure I.12	Influence de l'inclinaison en fonction de la vitesse, du couple et du rapport de conduite sur le niveau sonore total	23
Figure I.13	Influence de la déviation en fonction de la vitesse, du couple et du rapport de conduite sur le niveau sonore total	23
Figure I.14	Défauts d'excentricité localisés sur les deux roues	24
Figure I.15	Fréquences d'engrènement et ses harmoniques.....	28
Figure I.16	Mouvement relatif d'une paire de dents en contact	29
Figure II.1	Liaison élastique d'engrenage	38
Figure II.2	Excitation d'une transmission par engrenage.....	39
Figure II.3	Force élastique dans une dent.....	41
Figure II.4	Evolution de la longueur de la ligne d'action	44
Figure II.5	Evolution de la rigidité d'engrènement dans un engrenage droit	45
Figure II.6	Modèles physique et dynamique du système à engrenage droit à deux étages.....	46
Figure II.7	Variation de la rigidité de la dent d'engrenage au cours de l'engrènement ...	47
Figure II.8	Longueur de contact et le rapport de contact	48
Figure II.9	Zones de contact pour un rapport de contact (1.6)	49
Figure II.10	Zones de contact pour un faible rapport de contact	50
Figure II.11	Erreur de transmission angulaire.....	53

Figure II.12	Erreur de transmission selon la ligne d'action	53
Figure II.13	Modèle linéaire à raideur d'engrènement constante de Sener et Özgüven	55
Figure II.14	Modèle linéaire à excitations internes périodique	56
Figure II.15	Modèle à excitation paramétrique d'un système pignon – roue	57
Figure II.16	Modèle du système d'engrenage cylindrique à denture droite	58
Figure III.1	Système d'engrenage droit.....	61
Figure III.2	Modèle à deux degrés de liberté	62
Figure III.3	Algorithme implicite de Newmark pour un système linéaire.....	67
Figure III.4	Domaines de stabilité du schéma de Newmark	68
Figure III.5	Rigidité en fonction du temps 'sans défaut'	70
Figure III.6	Erreur de transmission en fonction du temps 'sans défaut'	71
Figure III.7	Spectre de l'erreur de transmission 'sans défaut'	72
Figure III.8	Rigidité variable en fonction du temps pour le cas de défaut réparti.....	73
Figure III.9	ETD en fonction du temps pour le cas de défaut distribué.....	73
Figure III.10	Spectre dans le cas de défaut distribué.....	74
Figure III.11	Variable en fonction du temps pour le cas de défaut localisé.....	75
Figure III.12	ETD en fonction du temps pour le cas de défaut localisé.....	75
Figure III.13	Spectre dans le cas un défaut localisé.....	76
Figure III.14	Erreur de transmission en fonction du temps "défauts: distribué et localisé" ...	77
Figure III.15	Spectre de l'erreur de transmission sans défaut et avec défaut: distribué et localisé.....	77
Figure III.16	Rigidité en fonction du temps 'sans défaut' avec variation du rapport de contact.....	78
Figure III.17	Erreur de transmission en fonction du temps 'sans défaut' avec variation du rapport de contact.....	79
Figure IV.1	Illustration du film lubrifiant et des surfaces de contact dans une paire de dent	83
Figure IV.2	Courbe de Stribeck.	87
Figure IV.3	Diagramme schématique des paires d'engrenages	88
Figure IV.4	Calculs des paramètres : facteur dynamique sans jeu (a) et avec jeu (b), épaisseur du film d'huile (c, d), pression (e, f) [159]	90
Figure IV.5	Approche mutuelle H_0 en fonction du temps T.....	91
Figure IV.6	Facteurs d'amortissements en fonction de la charge (a) et en fonction de	

	la vitesse (b).....	92
Figure IV.7	Rigidités en fonction de la charge (a) et en fonction de la vitesse (b).....	92
Figure IV.8	Courbe force-déplacement – boucle hystérésis	95
Figure IV.9	Evolution de facteur d’amortissement avec la vitesse	96
Figure IV.10	Repère cartésien	97
Figure IV.11	Modèle géométrique du film lubrifiant entre une paire d’engrenage droit	98
Figure IV.12	Film d’huile	100
Figure IV.13	Paire d'engrenages cylindriques montrant un point de contact instantané le long de sa ligne d'action	101
Figure IV.14	Interactions mutuelles entre un modèle dynamique à 6ddl et un modèle Elastohydrodynamique mixte	101
Figure IV.15	Régime amorti pour un système à un degré de liberté	103
Figure IV.16	Système avec un amortissement hystérétique	104
Figure IV.17	Amortissement par friction	107
Figure IV.18	Modèle torsionnel d’engrenages à un seul étage	109
Figure IV.19	Modèle dynamique discret d'une paire de pignons droits	110
Figure IV.20	Influence de l’amortissement sur les zones d’instabilité	115
Figure IV.21	Erreur de transmission dynamique sans défaut	117
Figure IV.22	Spectre de l’erreur de transmission dynamique sans défaut	118
Figure IV.23	Erreur de transmission dynamique avec défaut réparti (usure)	119
Figure IV.24	Spectre de l’erreur de transmission dynamique avec défaut réparti (usure)..	120
Figure IV.25	Erreur de transmission dynamique avec défaut localisé (fissure).....	121
Figure IV.26	Spectre de l’erreur de transmission dynamique avec défaut localisé (fissure)	121

Liste des tableaux

Tableau II.1	Positions angulaires des roues en fonction de l'erreur de transmission.....	53
Tableau III.1	Paramètres géométriques de l'engrenage à 2 degrés de liberté	62
Tableau III.2	Conditions de stabilité γ et β	68
Tableau III.3	Condition de stabilité de la méthode d'intégration temporelle de Newmark....	69
Tableau III.4	Variation de la rigidité de contact.....	70
Tableau IV.1	Rugosité des surfaces des différents régimes.....	94
Tableau IV.2	Amplitudes de basse et haute fréquence sans défaut	118
Tableau IV.3	Amplitudes de basse et haute fréquence avec défaut réparti (usure)	119
Tableau IV.4	ETD pour les deux temps avec défaut localisé (fissure)	120
Tableau IV.5	Résumé de l'erreur de transmission dynamique avec et sans défaut	122

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

De nos jours une maintenance efficace demande un système de surveillance sophistiqué, permettant de prendre des décisions correctes au bon moment, en évitant les pannes et les arrêts de production non planifiés. C'est pour cette raison que l'industrie a besoin de méthodes et d'outils de plus en plus performants pour diagnostiquer et évaluer l'état de santé des machines tournantes telles que les engrenages. Les engrenages ont toujours été un élément essentiel de la transmission mécanique en raison de leur performance exceptionnelle à haute vitesse de rotation, grande puissance aux rapports de volume, fiabilité élevée, etc ... L'importance des engrenages et leur vaste utilisation dans la vie quotidienne et le fonctionnement industriel ont montré leur sensibilité aux conditions de fonctionnement et la complexité de leur diagnostic. Les engrenages, sont les organes fréquemment utilisés en industrie, travaillent dans des conditions en général sévères et sont par conséquent soumis à une détérioration progressive de leur état, notamment au niveau des dentures (usure, écaillage, fissure, rupture, ...). L'analyse vibratoire, vu son efficacité, prend actuellement une place très importante dans le cadre de la mise en place d'une maintenance conditionnelle. Elle permet de suivre l'état de la machine tournante en fonctionnement afin d'éviter les arrêts indésirables. D'autres paramètres ont une importance dans la dynamique d'engrenage et réduit les vibrations tels que : l'amortissement et le lubrifiant [1]. En général, il existe trois catégories de techniques de traitement du signal vibratoire pour le diagnostic de défauts des machines tournantes : les méthodes du domaine temporel, les méthodes du domaine fréquentiel et les méthodes temps-fréquence. Les indicateurs statistiques du domaine temporel : kurtosis (KU), racine moyenne quadratique (RMS) et facteur de crête (CF) sont généralement appliqués au signal de vibration résiduelle pour surveiller les défauts.

L'étude et l'analyse du comportement dynamique des systèmes mécaniques constituent un intérêt majeur dans le domaine industriel. Au cours des dernières années, la simulation et la modélisation dynamique sont devenues une bonne alternative à la méthode

expérimentale pour étudier le comportement dynamique d'un système d'engrenages et font encore l'objet de nombreuses recherches en cours. Différents modèles dynamiques d'engrenages ont été développés et appliqués pour la simulation de réponse dynamique.

La modélisation dynamique de la vibration de l'engrenage est un outil utile pour étudier la réponse vibratoire d'un système à engrenages à divers paramètres d'engrenage et conditions de fonctionnement.

Pour analyser théoriquement le comportement vibratoire des engrenages, il existe des modèles linéaires et non linéaires qui permettent d'analyser la réponse dynamique de l'engrènement, on trouvera plus de détails de ces modèles dans le chapitre II. Cependant la présence de défauts ou d'endommagement sur une dent modifie ce comportement vibratoire.

Cette thèse est organisée en 4 chapitres :

Le premier chapitre présente une synthèse des résultats bibliographiques sur deux parties : la première partie sur la modélisation du comportement dynamique des engrenages cylindriques droits et leurs différentes sources d'excitations liées à l'engrènement. Nous distinguons, dans la littérature, deux types de sources d'excitation vibratoire d'une transmission d'engrenages : source d'excitation interne et source d'excitation externe. Et la deuxième partie sur les défaillances causées dans les systèmes mécaniques à engrenages : défauts de fabrication, les défauts de montages, les techniques de diagnostic et les défauts traités dans les engrenages.

Le deuxième chapitre présente un aspect bibliographique sur la modélisation de la dynamique des engrenages basée sur les principales sources d'excitations telles que la rigidité d'engrènement et l'erreur de transmission. Le caractère non linéaire et paramétrique de la raideur d'engrènement, les fluctuations de la raideur d'engrènement, du rapport de contact, classement des modèles dynamiques et les modèles sont aussi définis dans ce chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à l'analyse de la réponse dynamique d'un système d'engrenage à un étage à denture droite. La résolution numérique de l'équation différentielle est obtenue en utilisant le schéma d'intégration pas à pas de Newmark. Les résultats de la résolution numérique ainsi qu'à la discussion, sur les effets de la rigidité, de l'erreur de transmission dynamique et sur le rapport de contact sont exposés dans ce chapitre.

Finalement dans le quatrième chapitre, nous présentons le phénomène de la lubrification et ses différents régimes, ainsi l'amortissement et ses différents types, sa

modélisation et son origine physique. Des méthodes appliquées pour la résolution des équations de la dynamique telles que la méthode de Rayleigh, l'équation de Reynolds, ainsi qu'une discussion sur quelques régimes de la réponse tribo-dynamiques sont données dans ce chapitre. L'élément important de la dissipation d'énergie dans la transmission des engrenages est le lubrifiant et l'amortissement.

L'analyse du comportement dynamique des engrenages à denture droite à été réalisé sur l'erreur de transmission dynamique. Ainsi que l'effet du coefficient d'amortissement avec différentes valeurs a été étudié pour le cas d'un engrenage sain et avec défauts (local et réparti).

Chapitre I

Etude bibliographique

I.1	Introduction	6
I.2	Modélisation du comportement dynamique des engrenages	7
I.2.1	Comportement dynamique de transmission par engrenage	12
I.2.1.1	Rigidité d'engrènement	14
I.2.1.2	Erreur de transmission	14
I.2.2	Sources de vibrations	15
I.2.2.1	Source d'excitation interne	16
I.2.2.2	Source d'excitation externe	17
I.2.3	Sources d'amortissement	18
I.3	Considérations technologiques sur les défauts d'engrenages	18
I.3.1	Défaut de fabrication	19
I.3.2	Défaut de montage	21
I.4	Techniques de diagnostic dans les engrenages	24
I.4.1	Analyse temporelle	24
I.4.2	Analyse fréquentielle	26
I.4.3	Analyse temps fréquence	26
I.4.4	Analyse cepstrale	26
I.4.5	Ondelettes	27
I.5	Défauts usuels des engrenages	28
I.5.1	Fréquence d'engrènement	28
I.5.2	Fatigue de contact	28
I.5.3	Fatigue en flexion	29
I.5.4	Fissure de fatigue	30
I.5.5	Usure	31
I.6	Conclusion	31

Chapitre I

Etude bibliographique

I.1 Introduction :

La maintenance est un aspect important de la garantie d'un niveau de fiabilité satisfaisant des machines pendant leur durée de vie. Ces dernières décennies, les technologies informatiques ont connu un développement rapide, devenant plus puissantes et moins coûteuses. Des nouvelles stratégies de maintenance, telles que la maintenance conditionnelle, ont été largement étendues [2]. Cette approche moderne, consiste à mesurer l'état d'une machine pendant son fonctionnement. Parmi les outils de cette approche, l'analyse vibratoire est la technique la plus répandue pour la maintenance des machines tournantes. En fait, certains chercheurs ont proposé des stratégies basées sur les conditions de fonctionnement à l'aide des données vibratoires des différents éléments des machines tournantes y compris les roulements et les engrenages [3].

Actuellement, les techniques à base d'analyse vibratoire sont largement les techniques les plus célèbres dans le domaine de détection des défauts des machines tournantes [4]. Les engrenages, sont les organes fréquemment utilisés en industrie, travaillent dans des conditions en général sévères et sont par conséquent soumis à une détérioration progressive de leur état, notamment au niveau des dentures (usure, écaillage, fissure, rupture, ...). En général, il existe trois catégories de techniques de traitement du signal vibratoire pour le diagnostic de défauts des machines tournantes : les méthodes du domaine temporel, les méthodes du domaine fréquentiel et les méthodes temps-fréquence, on parlera sur ces trois points plus tard dans ce chapitre. Aussi, la grande source de vibrations est due au phénomène d'engrènement et à l'erreur de transmission qui sont des grandeurs utilisées pour caractériser les nuisances sonores et définir la qualité d'une transmission par engrenages, on trouvera plus de détails dans le chapitre II.

La modélisation des engrenages peut être considérée comme un problème fondamental qui fait encore l'objet de recherches approfondies. Les trente dernières années ont été émaillées d'un très grand nombre de publications relatives au comportement des engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux. Plusieurs travaux ont été effectués sur la modélisation numérique du comportement vibratoire des engrenages [3–5] sans et avec défauts. Lors de la

présence d'un défaut dans les engrenages ou l'endommagement d'une dent, leur comportement vibratoire se modifie [3]. La grande source de vibration dans les engrenages est en premier lieu occasionnée par l'engrènement. Il y aura d'autres effets qui s'ajoutent et modifient la réponse vibratoire. Parmi ceux-ci, la flexion des dents qui modifie la ligne d'action, les défauts de montage (jeu, mauvais alignement), les défauts de fabrication des engrenages (excentricités, erreur de profil, surface des dents), le mauvais montage (désalignement, déséquilibre, serrage, . . .). De ce fait, n'importe quelle petite variation de ces facteurs influe de façon considérable sur le comportement dynamique des engrenages.

Les modèles dynamiques des engrenages droits essentiellement torsionnels ont progressivement évolués vers des représentations tridimensionnelles intégrant les couplages entre les différents degrés de liberté du système (torsion, flexion, traction et compression). La classification traditionnelle de ces modèles dynamiques est basée essentiellement sur la nature du comportement dynamique de l'engrenage (linéaire ou non-linéaire) [6].

De plus, le film d'huile provoquera également une dissipation d'énergie lors du contact dynamique dû à l'effet visqueux; et une représentation de l'amortissement du film d'huile est utile pour comprendre le comportement dynamique de l'ensemble du système. Ainsi, le film d'huile participerait au comportement dynamique du système en termes de rigidité du film d'huile et d'amortissement du film d'huile.

Ce chapitre présente une synthèse des résultats bibliographiques sur deux parties : la première partie sur la modélisation du comportement dynamique des engrenages cylindriques droite, en particulier, la présentation des modèles de la littérature utilisés pour décrire les différentes sources d'excitations liées à l'engrènement. Nous distinguons deux types de sources d'excitation vibratoire d'une transmission d'engrenages : source d'excitation interne et source d'excitation externe. Et la deuxième partie sera consacrée aux principales techniques de l'analyse vibratoire, les défauts existant dans les engrenages.

I.2 Modélisation du comportement dynamique des engrenages :

Au cours des dernières décennies, de nombreux auteurs ont tenté de mettre au point des modèles mathématiques et numériques visant à simuler le comportement dynamique des engrenages. Les formulations mathématiques vont des modèles à un degré de liberté (1ddl) aux éléments à trois dimensions (3D) à éléments finis. Tandis que sur le plan numérique, plusieurs travaux se sont concentrés sur la modélisation numérique du comportement

dynamique d'engrenages, se sont orientés vers des modélisations masses ressorts dans les années 1950 où masses ressorts amortissements, dans lesquels les engrenages sont assimilés à deux cylindres rigides. La liaison élastique entre le couple d'engrenage est modélisée par une série de raideurs. Toutefois, la liaison par contact entre roues dentées liées à l'ensemble des degrés de liberté et introduit en particulier des couplages entre les vibrations de flexion et de torsion de l'arbre.

Bartelmus [7] a développé des modèles d'engrenages à 1ddl à un seul étage en considérant seulement les vibrations torsionnelles et un modèle masse-ressort-amortisseur à 8ddl (figure I.1), et qui comporte les vibrations horizontales, verticales et torsionnelles.

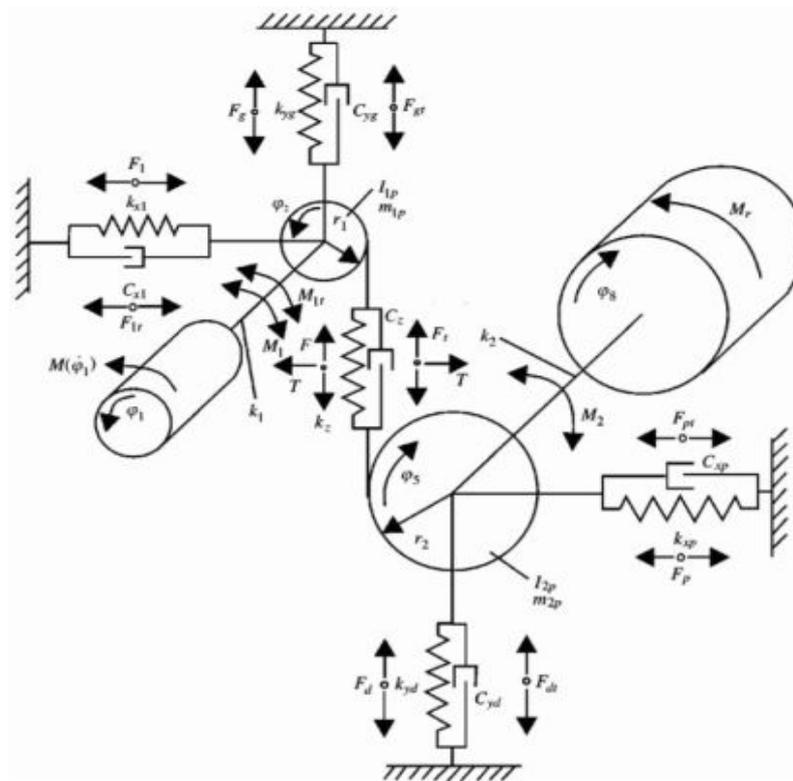


Figure I.1 : Modèle d'engrenages à 8 ddl [7]

Lida et al. [8] ont utilisé un modèle masse-ressort à 1ddl afin d'étudier l'effet de frottement entre les dents en considérant la flexibilité des arbres. Omar et al. [9] ont développé un modèle masse-ressort-amortisseur d'un seul étage à 6 ddl d'engrenages droits (figure I.2).

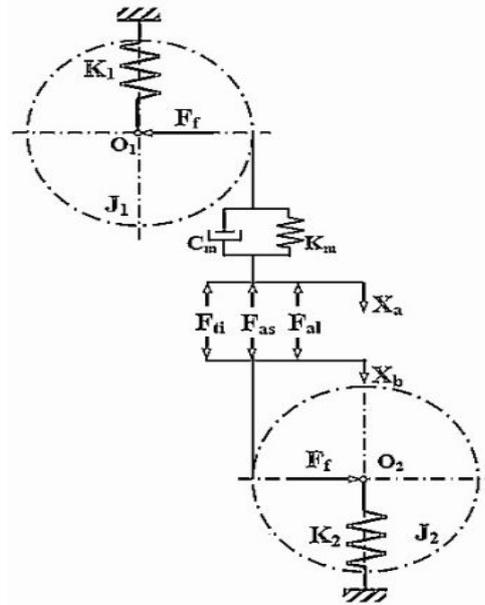


Figure I.2 : Modèle d'engrenages à 6 ddl [9]

Yan et Lin [10] ont proposé un modèle rotationnel masse - ressort - amortisseur en considérant le fléchissement, la compression axiale et le frottement de Coulomb des dents. Une méthode d'énergie potentielle a été utilisée pour obtenir les forces élastiques. Il existe trois types d'énergie (énergie hertzienne, énergie de fléchissement et énergie de compression axiale) qui composent l'énergie totale emmagasinée dans un système d'engrenage. Parmi ces énergies potentielles, l'énergie de fléchissement qui est beaucoup plus élevée par rapport à l'énergie hertzienne (environ 4 à 11 fois plus supérieure). Par contre, l'énergie de compression, est trop faible par rapport aux autres énergies (seulement environ 2 à 3 % de l'énergie de fléchissement). Par ce modèle, ils ont étudié les réponses du système sous un couple d'excitation nulle (vibration libre), un couple d'entrée constante et un couple d'entrée sinusoïdal, respectivement. La méthode de Runge-Kutta a été appliquée pour résoudre numériquement les équations de la dynamique. En plus, les méthodes de calcul ont également été données pour deux catégories de dissipation d'énergie causée par l'effet d'amortissement hertzien et l'effet de frottement des dents engagées, respectivement. Selon leur étude, la perte d'énergie due à l'effet d'amortissement hertzien est généralement plus grande que celle de l'effet de friction.

Lalonde et al. [11] ont effectué une étude comparative entre les réponses vibratoires de plusieurs modèles d'engrenages à 2 ddl, 6 ddl, 8 ddl et 20 ddl (voir figures I.3, I.4 et I.5). Pour les solutions numériques des équations des modèles, ils ont utilisé les méthodes de Runge-

Kutta de 4^{ème} ordre et celle de Newmark qui est beaucoup plus rapide. Il apparaît que tous les modèles ont été comparables sur la base de l'amplitude de la réponse. Cependant, des différences significatives ont été observées dans la forme de la réponse. Des modèles plus détaillés (8 et 20 ddl) montrent clairement l'effet des autres composants du système sur la dynamique des engrenages.

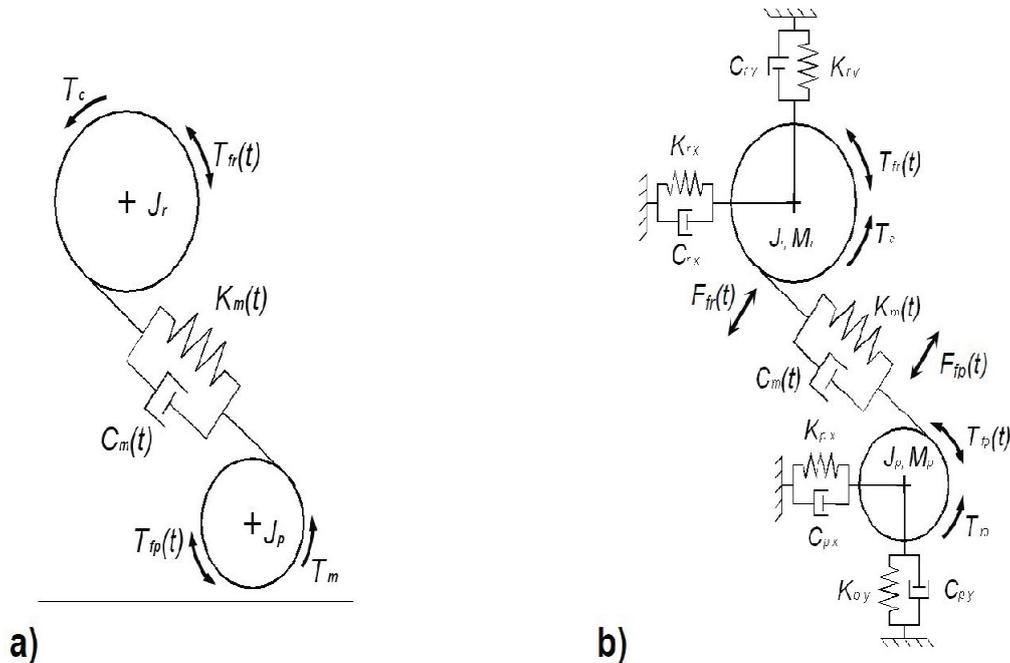


Figure I.3 : Modèle d'engrenages : a) 2 ddl, b) 6 ddl [11].

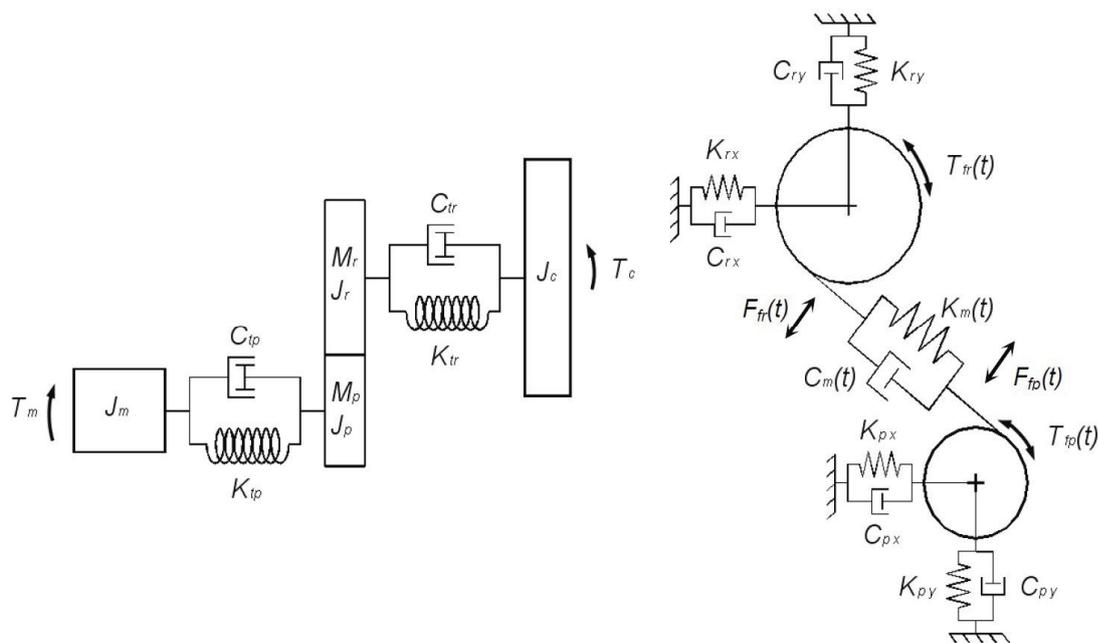


Figure I.4 : Modèle d'engrenages à 8 ddl [11]

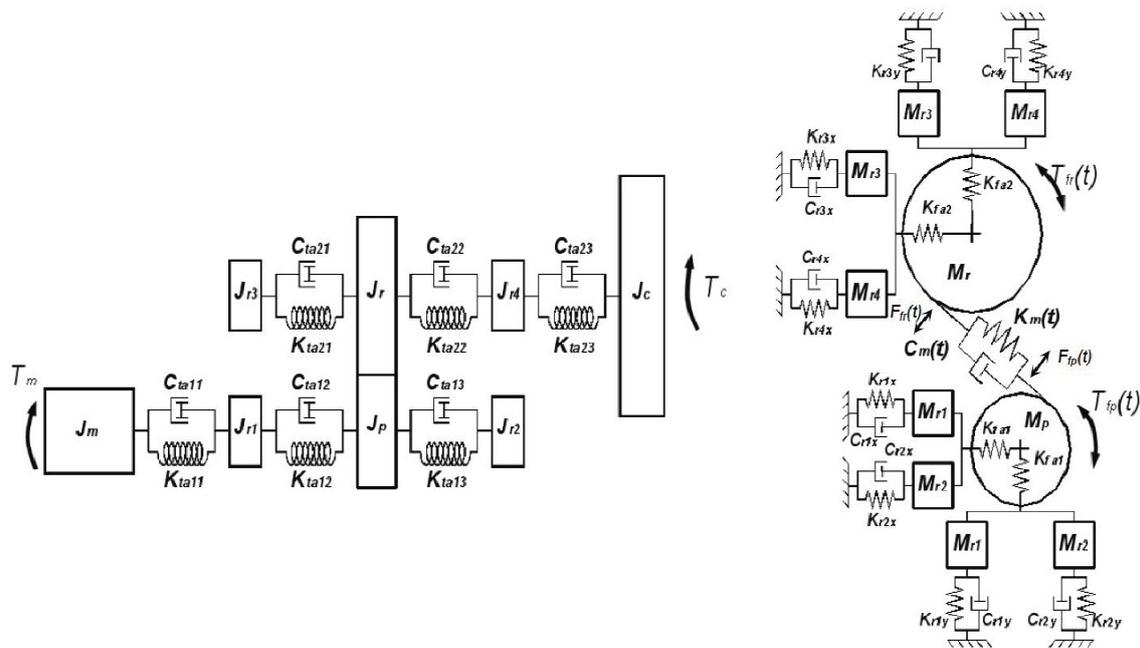


Figure I.5 : Modèle d'engrenages à 20 ddl [11].

Omar, 2015 [12] a étudié sur un réducteur à un étage. Ce réducteur a été modélisé en utilisant trois modèles dynamiques différents à 6 ddl (figure I.3 (b)), 8 ddl (figure I.4), 8 ddl réduits à 6 ddl, ainsi que le modèle développé (avec 12 ddl) figure I.6, qui est appelé le quatrième modèle pour simuler la réponse dynamique d'engrenages droits. Les résultats du premier modèle montrent une différence nettement visible par rapport à ceux des autres modèles étudiés, qui ont été rendus plus réalistes en incluant deux ddl supplémentaires pour décrire le moteur et la charge. Les deux cas discaux symétriques et asymétriques ont été étudiés en utilisant le quatrième modèle. Dans le cas de la symétrie discale, les résultats de la réponse obtenue sont proches de ceux obtenus à partir des deuxième et troisième modèles. De plus, le second modèle a montré une légère influence de la friction inter-dent, et donc le troisième modèle est adéquat pour simuler le déplacement y du pignon dans le cas du disque symétrique. Dans le cas du disque asymétrique, les résultats s'écartent de ceux obtenus dans le cas symétrique. Par conséquent, pour simuler le déplacement y du pignon, le quatrième modèle peut être considéré pour une modélisation plus précise dans le cas du disque asymétrique.

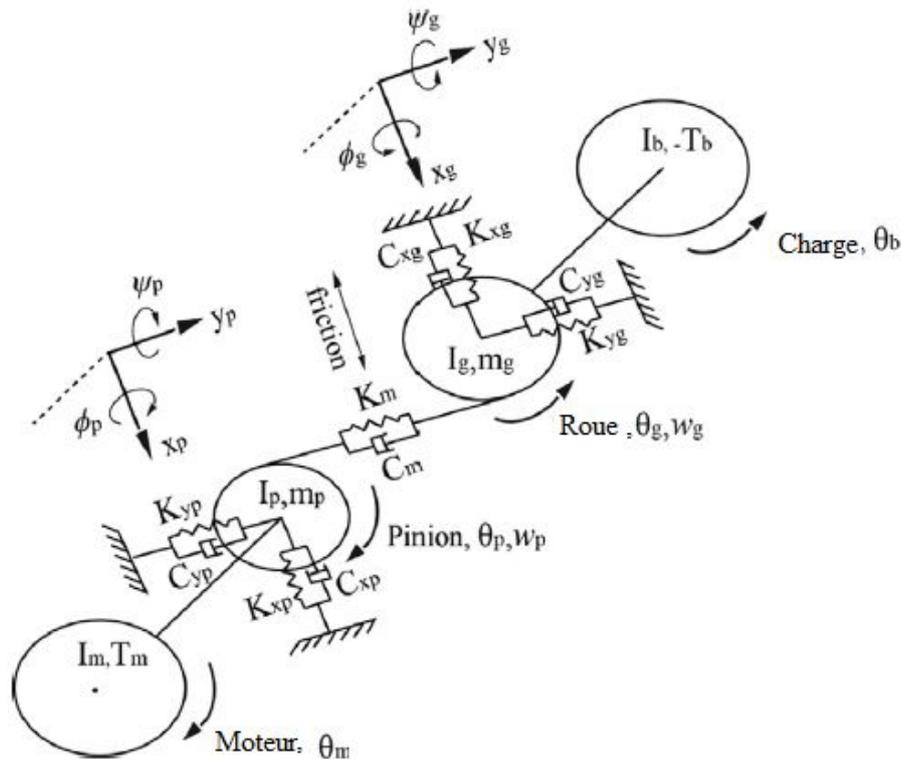


Figure I.6 : Modèle dynamique d'un réducteur à 12 ddl [12].

I.2.1 Comportement dynamique de transmission par engrenage:

Le comportement dynamique de transmission par engrenages est indispensable pour réduire le bruit et les vibrations. Par conséquent, de nombreux travaux ont été proposés pour décrire la dynamique du système d'engrenage. Singh et al. [13] ont développé plusieurs modèles mathématiques non linéaires et linéaires de système physique générique pour comprendre, quantifier et contrôler la vibration et le bruit d'une transmission manuelle à cinq vitesses, et ils ont proposé des critères de hoquet et ont démontré leur application. Bonori et Pellicano [14] ont présenté une méthode d'analyse des vibrations non linéaires des engrenages cylindriques avec des erreurs de fabrication pour montrer l'effet des erreurs de profil et de sa variance sur la vibration de l'engrenage. Gill-Jeong [15] a décrit une analyse du comportement linéaire des paires d'engrenages selon le modèle de déformation élastique par contact direct et a trouvé que la viscosité avait un effet important sur le comportement des systèmes à engrenages.

Plusieurs travaux ont été effectués sur le comportement vibratoire des engrenages sans et en présence des défauts.

El Badaoui [16] a proposé deux nouveaux indicateurs pour le diagnostic des réducteurs complexes à engrenages. Ces indicateurs sont obtenus à partir du cepstre d'énergie des signaux accélérométriques prélevés sur ces réducteurs. Ces indicateurs ont été validés sur des signaux issus de simulations numériques et sur des signaux réels. Les simulations ont été obtenues à partir d'un modèle mécanique déjà disponible, elles ont permis de réaliser une étude paramétrique des défauts de type écaillage en dentures droites et hélicoïdales et aussi d'en révéler la signature temporelle.

Palais et al. [17] ont développé un modèle numérique permettant de simuler l'effet de défauts sur une denture sur les vibrations résultantes. Les défauts traités sont de deux types : des fissures et des défauts de surface. Les fissures modifient la rigidité de la dent. Une première étude montre l'influence de la taille de la fissure sur la rigidité. Les défauts de surface ne brisent qu'en à eux le film d'huile modifiant ainsi l'effort de frottement subi par la dent. Une deuxième étude s'attache à évaluer le pourcentage de surface concernée par ce phénomène. Ainsi, une fois les défauts pris en compte dans le modèle numérique, la réponse dynamique obtenue peut être analysée.

Ville et Velex [18] présentent un modèle du comportement dynamique de trains d'engrenages incluant les effets du frottement sur les dentures. Les résultats de ce modèle confrontés aux mesures obtenues sur un banc d'essai montrent un très bon accord. Des simulations ont été réalisées sur de larges plages de vitesses de rotation pour différentes corrections de denture afin d'analyser les contributions spécifiques du frottement.

Chaari et al. [19] ont simulé un type de défaut localisé sur une ou plusieurs dents ou bien réparti sur toutes les dents de façon à décrire approximativement un début de fissure, un écaillage. L'analyse de la réponse dynamique a permis alors de déterminer qualitativement l'influence de ce défaut. Des méthodes de détection appropriées au type de défaut sont utilisées. Il s'est avéré que pour les défauts localisés, la méthode du cepstre est très utile tandis que la méthode spectrale reste valable pour les défauts répartis.

Parey et al. [20] ont composé leur travail en deux parties: dans la première partie, un modèle dynamique à engrenages de 6 degrés de liberté comprenant un défaut de dent localisé a été développé. Le modèle se compose d'une paire d'engrenages droits, de deux arbres, de deux inerties représentant la charge et la force motrice et les paliers. Le modèle incorpore les effets de la rigidité et de l'amortissement variant dans le temps, le jeu, l'excitation due aux erreurs de vitesse et aux modifications de profil. La seconde partie consiste en un traitement de signaux simulés et expérimentaux.

Divandari et al. [21] ont utilisé un modèle dynamique non linéaire à 6 ddl, comprenant différentes erreurs et défauts de vitesse, qui est développé pour étudier les effets des défauts localisés sur les dents et les modifications de profil sur la dynamique globale des engrenages. Les interactions entre les modifications des dents et l'erreur de profil sont étudiées et le rôle de la modification de profil dans la réponse dynamique lorsqu'un défaut localisé encouru par une dent est montré. Il est indiqué que bien que les modifications de profil et les erreurs de profil soient micro-géométriques, elles ont des effets considérables sur les vibrations de la paire d'engrenages. Particulièrement, c'est le cas des dents à racines atténuées qui se sont avérées plus efficaces pour réduire les vibrations en présence d'une dent localisée. Enfin, les résultats de la simulation sont comparés aux résultats de la littérature et le modèle est vérifié.

Les vibrations sont toujours causées par des excitations internes, liées aux processus d'engrèvements tels que la raideur d'engrènement et l'erreur de transmission dynamique. La première excitation décrit les caractéristiques élastiques instantanées du couplage entre les roues, la seconde constitue une source d'excitation solidienne de type déplacement si elle est exprimée suivant la ligne d'action. Dans notre travail, nous intéressons à la rigidité d'engrènement et sur l'erreur de transmission dynamique, ainsi qu'à d'autres phénomènes peuvent perturber la dynamique du système telle que le rapport de contact. Il y'aura plus de détails concernant ces trois phénomènes dans le chapitre II.

I.2.1.1 Rigidité d'engrènement :

Comme nous avons indiqué, au paragraphe précédent, que la raideur d'engrènement constitue également une source d'excitation interne. Au cours du fonctionnement d'un engrenage, la raideur qui résulte du contact entre les différents couples de dents en prise. Elles génèrent des surcharges dynamiques sur les dentures qui sont transmises aux lignes d'arbres [22].

I.2.1.2 Erreur de transmission :

Une erreur de transmission est considérée comme un mécanisme d'excitation important pour le bruit et la vibration des engrenages, elle est due :

1. Aux erreurs de géométrie de dent: erreur de profil, erreur de pas et erreurs de sortie du processus de fabrication.

2. A la déformation élastique: déformation de contact local au niveau de chaque paire de dents en prise et déflexions des dents dans les organes d'engrenage en raison de la charge transmise à travers et transversalement à l'axe de rotation de l'engrenage.
3. Montage imparfait: erreurs géométriques d'alignement, qui peuvent être introduites par des déformations élastiques statiques et dynamiques dans les paliers et les arbres porteurs.

Nous distinguons durant le régime de fonctionnement trois erreurs de transmissions telles que :

- **L'erreur transmission dynamique (ETD):** prend en compte les phénomènes dynamiques du système de fonctionnement qui ne sont plus négligeables lorsque les vitesses de rotation sont plus élevées. Dans ces conditions, les caractéristiques inertielles de la transmission ne peuvent plus être négligées. L'erreur dynamique de transmission constitue la réponse dynamique de la transmission à l'excitation induite par l'erreur statique de transmission en l'absence de sources d'excitation externes. Elle donne lieu à des surcharges dynamiques sur les dentures [23].
- **L'erreur de transmission statique sans charge :** dite aussi erreur cinématique qui représente les défauts géométriques des dentures dus aux défauts de profil qui ne seront pas parfaitement conjugués. Ces défauts résultent soit de la fabrication (erreur de pas, de distorsion, de profil). Cette erreur est donc d'origine purement géométrique et traduit des défauts sous la forme de déplacement angulaire. Elle est remarquable en régime quasi-statique (vitesses presque nulles), lorsque le couple statique appliqué est quasi-nul de sorte que les dents restent en contact sans déformation.
- **L'erreur de transmission statique sous charge :** est due à l'erreur précédente, en plus, elle prend en compte les déformations de denture, un certain nombre de défauts de géométrie ou de corrections de forme, il se déforme sous l'effet de la transmission d'un couple moteur. Cette erreur modifie la situation des roues en prise.

I.2.2 Sources de vibrations :

Nous distinguons, dans la littérature, de multiples sources d'excitation vibratoire d'une transmission d'engrenages [23–24]. En effet, il y a deux types de sources : sources internes associées au fonctionnement de la transmission et sources externes.

I.2.2.1 Source d'excitation interne :

Elles sont associées aux fluctuations des forces de frottement au niveau des dentures, aux forces de contact engendrées par des chocs autorisés par la présence des jeux fonctionnels et l'impact à l'engrènement.

a) forces de frottement :

Lors du processus d'engrènement, les deux surfaces actives appartenant à un couple de dents en prise roulent et glissent l'une par rapport à l'autre. La vitesse de glissement, tangente au profil pour un engrenage parfait infiniment rigide, est nulle au niveau du point primitif et varie de façon linéaire avec la position du point de contact sur la ligne d'action. L'ensemble de ces phénomènes physiques est à l'origine des forces de frottement. La variation, au cours de l'engrènement, des forces de frottement induit nécessairement une fluctuation du couple transmis qui excite le carter, via les lignes d'arbres et les roulements [22].

b) Chocs entre dents :

Certaines conditions de fonctionnement des engrenages peuvent conduire à des pertes de contact entre les dents en prise. Le rétablissement du contact, soit sur le flanc actif de la dent conjuguée, soit sur le flanc opposé de la dent suivante, se traduit par un choc. Ces phénomènes de chocs sont décrits, sous le nom de cliquetis ("rattling noise") pour des engrenages non chargés [13] et sous le nom de martèlement ("hammering noise") pour des engrenages chargés [25]. Ils sont induits par l'entraînement de pignons fous (pignons très peu chargés), par des fluctuations importantes du couple moteur ou bien par des résonances non linéaires qui apparaissent au voisinage des vitesses critiques de fonctionnement et qui résultent de l'excitation interne induite par le processus d'engrènement [26].

Les chocs entre dents constituent une préoccupation importante dans le domaine des transports terrestres, car, dans certaines conditions de fonctionnement très particulières, ils sont à l'origine des nuisances acoustiques importantes. Aussi, ils font l'objet de différentes études. Le contact entre les dents en prise est représenté par une raideur non linéaire qui devient nulle lorsque le contact est rompu.

c) l'impact à l'engrènement :

Les déformations élastiques à l'application du couple moteur et les défauts de géométrie des dents provoquent un déplacement angulaire des roues correspondant à la déformée, ce qui

risque de générer des interférences (de l'entrée des dents dans la zone de contact). Les forces générées par ces impacts sont transmises au carter via les roues dentées, les arbres et les roulements et peuvent conduire à un bruit important à la fréquence d'engrènement [27]. Toutefois, cette source d'excitation peut facilement être éliminée en effectuant des corrections de denture appropriées.

I.2.2.2 Source d'excitation externe :

Les principales sources d'excitation externe peuvent être associées aux fluctuations du couple moteur, les fluctuations du couple de charge, les variations de l'inertie de charge, et enfin par les vibrations transmises via les points de fixation sur la structure externe.

a) Fluctuations du couple moteur :

L'actionneur peut engendrer des fluctuations de couple de son mode de fonctionnement. Il est clair que ces fluctuations dépendent étroitement du type de l'organe employé. On peut noter que les fluctuations des couples extérieurs peuvent produire des modulations d'amplitudes et de fréquence, donnant naissance à un bruit à bandes latérales autour de la fréquence d'engrènement et de ses harmoniques.

b) Fluctuations du couple de charge :

Tout comme le moteur, l'organe récepteur peut engendrer des fluctuations de couple. Ces fluctuations peuvent être de même nature que celles du moteur (par exemple, utilisation d'un moteur électrique comme frein sur un banc d'essai). On peut noter également que l'organe récepteur peut être à l'origine des perturbations aléatoires large bande de grandes amplitudes (frein à garnitures de friction, pompe...) [28].

c) Variations de l'inertie de charge :

Les variations de l'inertie de charge peuvent influencer le comportement vibratoire ou acoustique de la transmission [28].

d) Structure d'accueil :

Les vibrations de la structure d'implantation peuvent participer à l'excitation vibratoire du carter. Dans la plupart des cas d'analyse de transmission, le montage de la boîte de transmission sur la structure d'accueil n'est pas pris en compte du fait de sa complexité.

I.2.3 Sources d'amortissement :

Les sources d'amortissement sont différentes et définies principalement en fonction de la nature des phénomènes mis en jeu et de leur modélisation, nous pouvons citer :

- l'amortissement visqueux qui correspond à une dissipation d'énergie par écoulement laminaire d'un fluide dans un amortisseur, et qui donne lieu à une force d'amortissement proportionnelle à la vitesse ;
- l'amortissement hystérétique dit structurel qui correspond à une dissipation d'énergie par divers mécanismes de frottement interne entre les matériaux. En régime harmonique, la force de dissipation est proportionnelle et en quadrature avec la force élastique et donc avec les déplacements relatifs ;
- l'amortissement de Coulomb qui correspond à une dissipation de l'énergie par frottement sec entre deux surfaces et qui donne lieu à une force de dissipation non linéaire. Ce type d'amortissement convient pour représenter les propriétés dissipatives de certaines liaisons mais, il est impossible à prédire sur plan ;
- la dissipation d'énergie au niveau des contacts hertziens entre les dentures et dans les roulements ;
- la dissipation d'énergie liée dans les matériaux.

I.3 Considérations technologiques sur les défauts d'engrenages :

Les statistiques concernant les causes de défaillances et la localisation des défauts dans les transmissions de puissance par engrenages permettent de conclure que les organes les plus sensibles sont les dents dans un premier lieu puis les roulements dans un second lieu. Les causes d'avarie sont multiples à savoir les défauts de fabrication et de montage ainsi que les défauts de fonctionnement (voir paragraphe I.5). Ces défauts expriment une erreur de transmission et entraînent une défaillance dans le fonctionnement du mécanisme à engrenages. La détection de ces défauts est faite grâce à la maintenance préventive qui contrôle le système lors de son fonctionnement. Il a été démontré par des récents travaux qu'un défaut d'excentricité introduit une modulation d'amplitude :

- A la fréquence de rotation de la roue défectueuse ;
- De la réponse marquée par la variation de la raideur d'engrènement.

Cela se traduit dans le domaine fréquentiel par l'apparition de raies latérales autour de la fréquence d'engrènement et de ses harmoniques.

I.3.1 Défaut de fabrication :

Les défauts de fabrication, appelés aussi écarts de forme, sont liés principalement à la génération de dentures [29], [30]. Walha et al. [31] ont étudié l'effet des défauts de fabrication sur le comportement dynamique d'une transmission par engrenage à deux étages à denture hélicoïdale. Chaari et al. [32] ont modélisé les erreurs de fabrication sur un train épicycloïdal. Les principaux défauts de fabrication sont les suivants :

- Erreur de profil :

L'erreur du profil en développante de cercle, elle est définie comme étant l'écart entre le profil réel et le profil idéal (figure I.7). Elle est généralement liée au processus de taillage. L'erreur peut être générée lors de la fabrication ou au cours du fonctionnement par l'usure et la détérioration des profils.

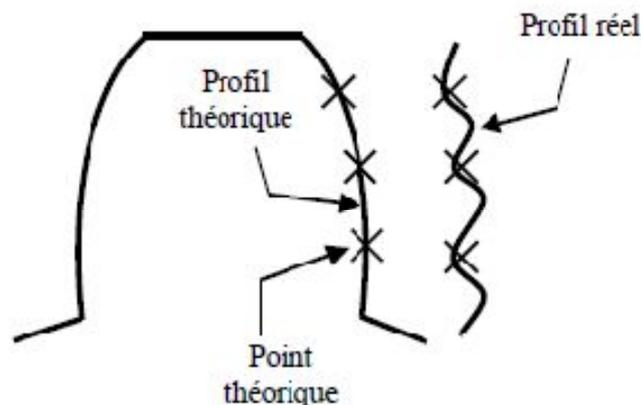


Figure I.7 : Erreur de profil

Walha et al. [33] ont étudié l'effet de l'erreur de profil sur le comportement dynamique non linéaire d'un mécanisme à came. Bard [34] illustre l'impact de l'erreur de profil sur le comportement dynamique de l'engrènement. Notamment l'apparition de « raies fantômes » autour de la fréquence d'engrènement peut atteindre des niveaux supérieurs à ceux de la fondamentale d'engrènement. Rémond [35] montre que l'état de surface des dentures permet une réduction du bruit pouvant atteindre 5 dB entre un taillage normal et une rectification précise.

- Erreur de distorsion :

Il y a distorsion [36] d'un flanc lorsque celui-ci n'est pas parallèle à l'axe de rotation,

dans le cas d'une denture droite, ou lorsqu'il présente une erreur dans son inclinaison dans le cas d'une denture hélicoïdale (figure I.8). Cette distorsion introduit un écart de forme normal e_a .

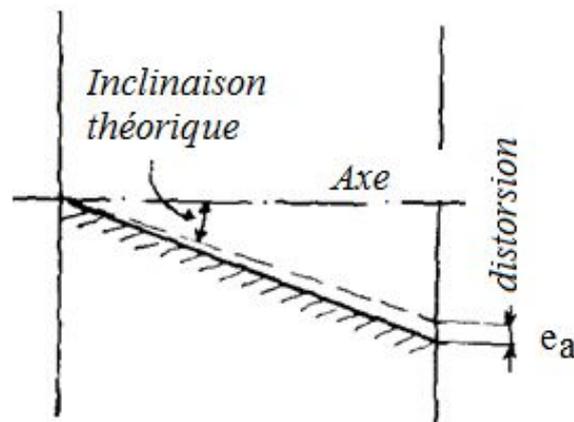


Figure I.8 : Erreur de distorsion dans le cas d'une denture hélicoïdale

- Erreur de division :

L'erreur de division est définie comme l'écart entre la valeur réelle du pas considéré (pas circulaire ou réel, pas de base réelle) et sa valeur théorique (figure I.9). On donne généralement pour chaque classe d'engrenage l'erreur totale de division admissible.

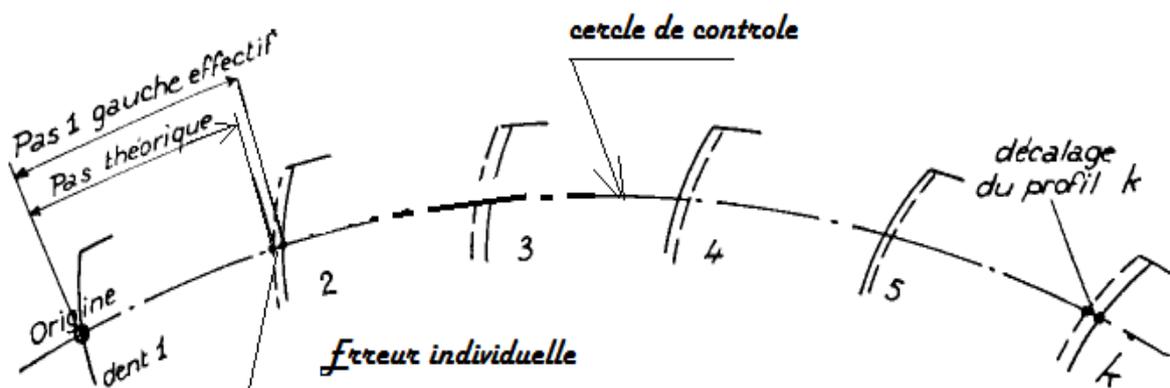


Figure I.9 : Erreur de division (d'après Henriot [36])

- Les corrections de forme :

On parle de corrections de forme lorsque les modifications de géométrie sont volontaires, l'objectif étant alors de modifier le chargement sur les flancs de denture et d'améliorer le comportement vibratoire.

On distinguera :

- les corrections de profil (dépouilles en tête, en pied) dont l'influence est importante sur le comportement vibratoire ;
- les corrections longitudinales, selon l'hélice dont l'objectif principal est de recentrer le chargement à l'aide de bombes et de corrections d'hélice.

I.3.2 Défauts de montage :

Les défauts de montage sont liés à la phase d'assemblage des divers composants du réducteur. Pour le cas de dentures droites, le défaut le plus rencontré est le défaut d'entraxe. Ce type de défaut n'est pas introduit sous forme d'une force extérieure d'excitation par contre, il va provoquer un changement des paramètres d'identification du modèle. Pendant la phase de montage des différents blocs qui constituent le réducteur, on doit vérifier la condition d'entraxe définie par [28] :

$$a = r_1 + r_2 \quad (\text{I.1})$$

a est la valeur de l'entraxe (distance entre centres des roues) et r_1 et r_2 représentent les rayons primitifs des roues.

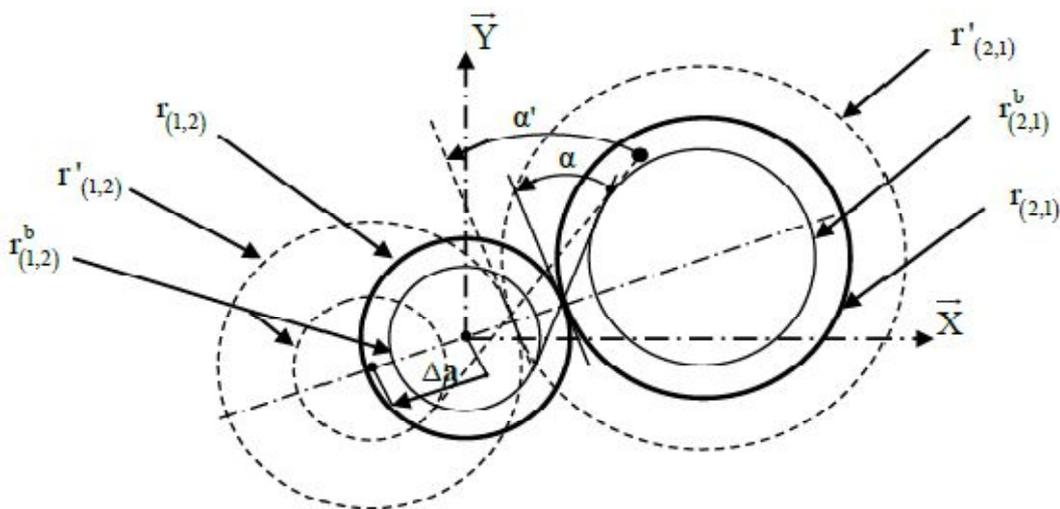


Figure I.10 : Mise en place d'un défaut d'entraxe Δa

Sur la figure I.10, le défaut d'entraxe est représenté sous la forme d'un faible décalage de l'axe géométrique d'un bloc par rapport à sa position désirée. Néanmoins, il induit une modification de l'angle de pression apparent et du rapport de conduite réel.

L'étude et la modélisation des défauts de montage sur une transmission d'engrenage à deux étages ont été effectuées par Fakhfakh et al. [37]. Chaari [38] a étudié le comportement dynamique d'un train épicycloïdal en présence d'un défaut d'entraxe.

- Défaut d'alignement :

Le défaut d'alignement représente un problème réel de fonctionnement, qui englobe un défaut d'inclinaison et un défaut de déviation. L'inclinaison correspond à un écart angulaire θ_i d'un axe dans le plan des axes de rotation des engrenages.

La déviation correspond à un décalage angulaire θ_d d'un axe dans le plan normal au planformé par les deux axes de rotation et parallèle à ceux-ci. La représentation de ces défauts est donnée par la figure I.11.

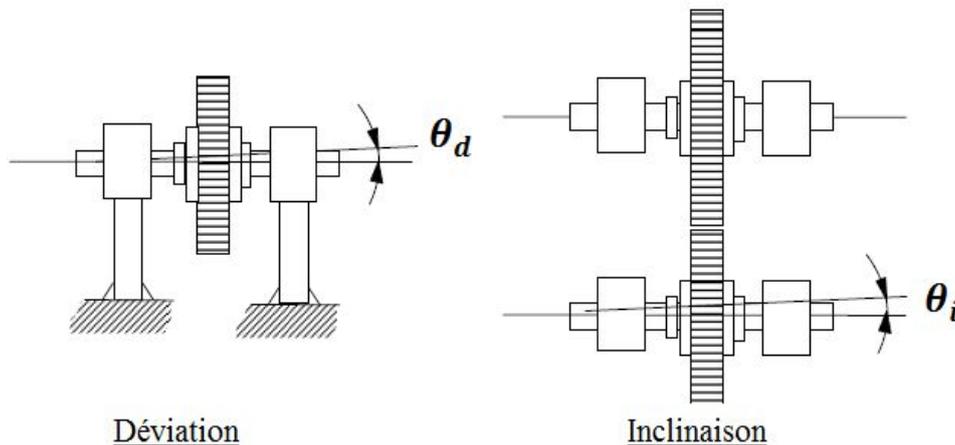
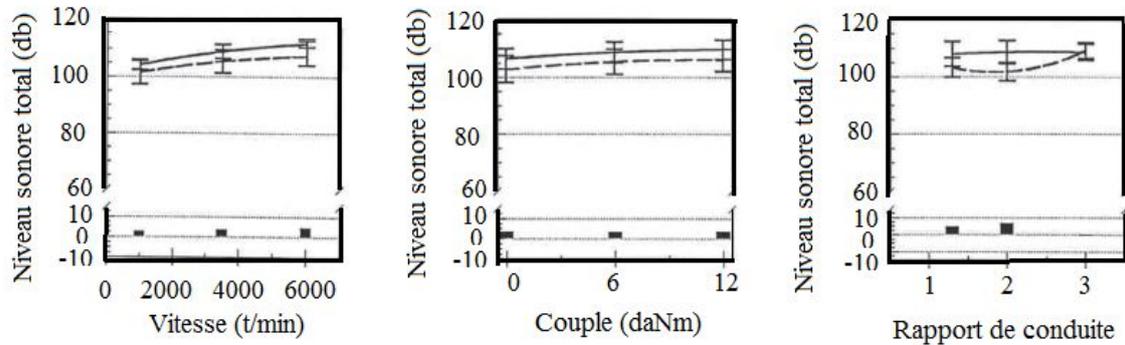


Figure I.11 : Définition des défauts d'inclinaison et de déviation (Umezawa [39])

L'influence de ces deux défauts (inclinaison et la déviation) est sur le comportement dynamique des engrenages, notamment sur l'augmentation au niveau vibratoire.

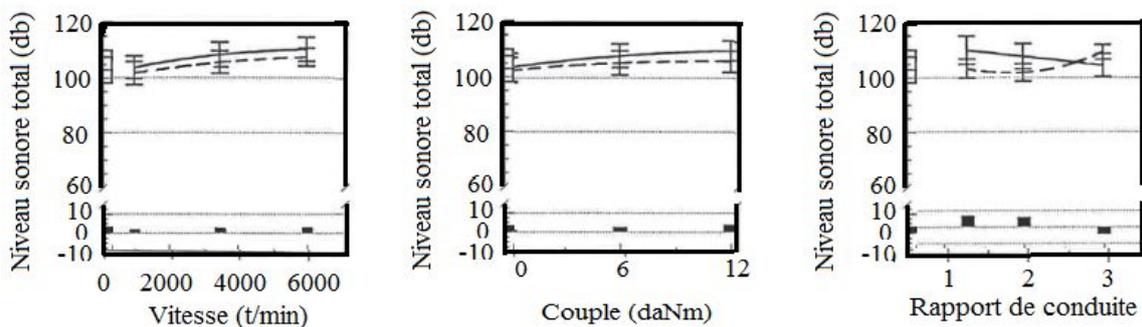
Ce défaut peut être causé par un défaut de montage ou par la flexion des arbres de transmission. Des travaux de Smith [40] ont montré que même un petit défaut d'alignement (de l'ordre de 60 microns) peut avoir une forte influence sur l'erreur de transmission. D'après les résultats de Rémond [35], l'impact de l'inclinaison ne semble pas dépendre ni du couple ni de la vitesse (figure I.12). Le rapport de conduite se montre plus sensible pour des valeurs intermédiaires (autour de 2). On peut noter que lorsqu'il atteint 3, la présence du défaut d'inclinaison n'a plus d'impact sur le bruit. De même, la présence de déviation peut s'avérer bénéfique pour des rapports de conduite élevés (figure I.13). On note également que la

dépendance du bruit rayonné à la présence de déviation augmente à mesure que le couple augmente. En revanche, la vitesse ne semble pas jouer de rôle sur le bruit en présence de déviation.



Inclinaison de 4' (4 minutes d'arc) en trait plein - Inclinaison nulle en trait pointillé

Figure I.12 : Influence de l'inclinaison en fonction de la vitesse, du couple et du rapport de conduite sur le niveau sonore total (Rémond [35])



Déviation de 4' (4 minutes d'arc) en trait plein - Déviation nulle en trait pointillé

Figure I.13 : Influence de la déviation en fonction de la vitesse, du couple et du rapport de conduite sur le niveau sonore total (Rémond [35])

- Erreur d'excentricité :

L'excentricité d'une roue est théoriquement l'écart entre l'axe géométrique de cette roue et son axe de rotation. L'excentricité ne peut pratiquement pas être déterminée isolément et ses effets sont enregistrés lors du contrôle du faux-rond.

Walha et al. [41] ont étudié le comportement dynamique non linéaire d'un système d'engrenages à deux étages à denture hélicoïdale en présence du défaut d'excentricité.

Des erreurs d'excentricité et leurs relations avec le déplacement du centre du soleil ont été effectuées par Hidaka et al. [42].

La figure I.14 représente le cas de deux excentricités de valeurs e_1 et e_2 localisés aux niveaux des roues dentées (1) et (2).

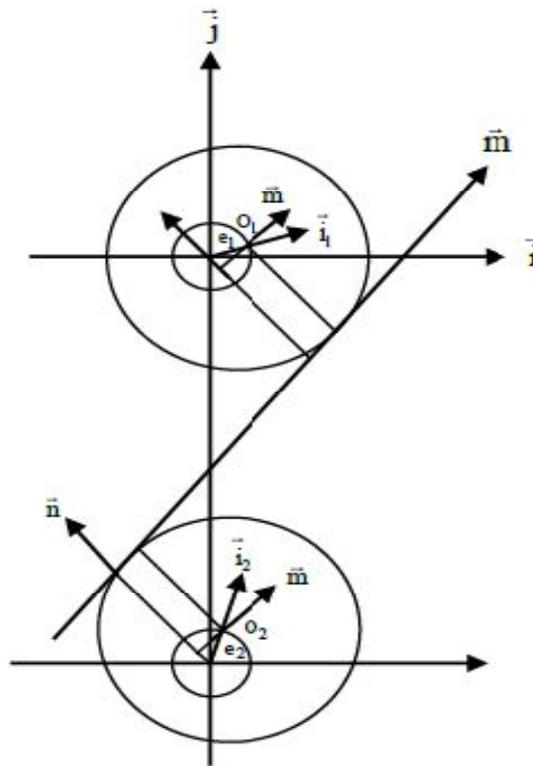


Figure I.14 : Défauts d'excentricité localisés sur les deux roues

I.4 Techniques de diagnostic dans les engrenages :

L'apparition des défauts d'engrenage dans un système mécanique est un phénomène inévitable. Cependant, plusieurs études ont été faites afin de réduire la présence de ces défauts, d'augmenter le temps de fonctionnement de l'engrenage en état sain et d'améliorer les performances des trains d'engrenage. Ces études nécessitent la connaissance des caractéristiques des défauts qui peuvent être collectés par plusieurs techniques de détection.

I.4.1 Analyse temporelle :

Cette approche est la plus simple et la plus facile pour extraire des informations utiles (la présence d'un défaut) des mesures effectuées. Toutefois, l'inconvénient majeur de cette analyse est qu'elle ne permet pas l'identification de l'origine des défauts. Alors, ce que nous

pouvons faire avec ce type d'analyse est de comparer la sévérité entre les processus à partir des descripteurs calculés statistiquement [44]. La valeur efficace est défini par :

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x(n)]^2} \quad (I.2)$$

Avec :

RMS : Root Mean Square (la valeur efficace).

N : le nombre d'échantillons.

x : l'échantillon du signal vibratoire à l'instant n .

Ashraf [45] a développé une méthode basée sur le suivi du niveau RMS afin de détecter les défauts. Il a fait des essais sur un moteur monté sur des roulements puis il a effectué une collecte mensuelle des données à partir de l'analyse des signaux vibratoires relevés des paliers de roulements. L'analyse réalisée permettra de déterminer quand est ce que nous pouvons faire intervenir la maintenance, mais ça ne détermine plus la cause de défaillance. Il y a aussi le facteur crête (FC) qui est défini comme le rapport de la valeur crête sur la valeur efficace :

$$FC = \frac{\sup_{1 \leq n \leq N} |x(n)|}{RMS} \quad (I.3)$$

Afin d'évaluer la sévérité d'un défaut à partir d'un signal mesuré. La valeur du facteur crête (FC) concernant la vibration d'un rotor sain doit être proche de $\sqrt{2}$, et pour le cas défectueux, le FC devient supérieur à 3.

Le troisième descripteur, le Kurtosis, est utilisé pour analyser la distribution d'amplitude vibratoire dans le domaine temporel du signal. Il est défini par le rapport du moment statistique d'ordre 4 sur le carré du moment statistique d'ordre 2. Le Kurtosis est un indicateur d'impulsivité, il est indépendant des amplitudes et permet aussi d'établir un critère de sévérité pour le diagnostic des machines [43] et [44]. Mathématiquement, il peut s'exprimer par :

$$Kurtosis = \frac{M_4}{M_2^2} = \frac{(1/N) \sum_{k=1}^N [s(n) - \bar{s}]^4}{[(1/N) \sum_{k=1}^N \{s(n) - \bar{s}\}^2]^2} \quad (I.4)$$

Où

M_4 et M_2 sont les moments statistiques d'ordre 4 et 2 respectivement.

$s(n)$ est le signal temporel.

\bar{s} est la valeur moyenne des amplitudes.

N est le nombre d'échantillons prélevés dans le signal.

I.4.2 Analyse fréquentielle :

L'analyse fréquentielle ou l'analyse spectrale établit la signature de la machine et révèle les fréquences auxquelles se produisent des variations d'amplitude significatives [43]. Cette analyse permet non seulement de détecter l'apparition d'un défaut mais aussi d'en trouver la source en identifiant les fréquences actives, contrairement à l'analyse temporelle qui ne donne qu'une information globale. Elle montre les fréquences de vibration et leurs amplitudes respectives. Pour passer dans le domaine fréquentiel, il faut appliquer la transformée de Fourier au signal temporel.

I.4.3 Analyse temps –fréquence :

L'analyse temps-fréquence comprend des techniques qui étudient simultanément un signal dans les domaines temporels et fréquentiels en utilisant les différentes représentations temps-fréquence. La motivation pratique l'étude temps-fréquence est que l'analyse par la transformée de Fourier classique suppose que les signaux sont infinis dans le temps ou périodiques, tandis que la majorité des signaux en pratique sont de courte durée et changent considérablement au cours de cette durée.

I.4.4 Analyse cepstrale :

L'analyse cepstrale est un opérateur non linéaire ; elle consiste à partir du domaine temporel, à passer dans le domaine des fréquences, et à revenir dans le domaine temporel. Par définition, le cepstre est la transformée de Fourier inverse du logarithme du spectre de puissance. Il est donné par l'équation suivante :

$$C[s(t)] = TF^{-1}[\log\{TF[s(t)]\}] \quad (I.5)$$

Où

TF est la transformée de fourrier

$s(t)$ un signal.

I.4.5 Ondelette :

La transformée en ondelettes (TO) est apparue dans les années 1980 à partir du travail de Jean Morlet effectué en vue d'applications sismiques [46]. Ensuite, la T.O a connue de nombreux développements mathématiques [47-50]. La famille d'ondelettes se met sous la forme :

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (I.6)$$

Avec $a, b \in R, a \neq 0$.

L'ondelette mère $\Psi(t)$ permet de déduire toutes les fonctions $\Psi_{a,b}(t)$ de la famille d'ondelettes, le paramètre (b) positionne l'ondelette sur l'axe du temps, alors que le paramètre (a) contrôle la fréquence de l'ondelette (contraction: haute fréquence, dilatation: basse fréquence).

La décomposition en ondelettes des signaux a été utilisée dans plusieurs travaux de recherche [51-52] pour analyser les signaux vibratoires issus des transmissions à engrenages en présence de défauts. Ces études montrent la capacité de détection et de suivi des défauts d'engrenages telle que la fissure en pied de dent et les avaries de contact à l'aide de la décomposition en ondelettes des signaux vibratoires. En effet, dans [51], les auteurs ont montré que la technique basée sur la transformée en ondelettes continue semblée très efficace dans la détection des fissures en cours de développement qui sont dues à la fatigue de contact entre les dents d'engrenage. L'analyse simultanée des cartes de l'amplitude et de la phase des ondelettes offre des informations très détaillées sur les conditions d'engrènement du couple d'engrenage. D'autre part, dans [52], les auteurs ont montré que les fréquences caractéristiques et les échelles associées à l'engrènement et aux défauts d'engrenage sont différents et peuvent être facilement identifiées en utilisant le spectre de la transformée en ondelettes continue. En comparant les différents tracés de contours (les isolignes joignant les points de valeurs égales sur une carte) du spectre de la transformée en ondelettes des différents cas de signaux vibratoires de l'engrenage, la présence d'un défaut montre une périodicité évidente, ce qui n'est pas le cas pour les signaux vibratoires d'engrènement (sans défaut ou faible avancement du défaut).

En 2009, Merzoug et Miloudi [53], ont utilisé la transformée en ondelettes pour détecter les défauts induits par des excentricités et ont optimisé certains paramètres de la multi résolution.

I.5 Défauts usuels des engrenages :

I.5.1 Fréquence d'engrènement :

Si nous considérons un engrenage composé de deux roues dentées 1 et 2 et présentant Z_1 et Z_2 dents et tournant aux fréquences f_1 et f_2 respectivement. A chaque fois qu'une dent de la roue menant s'engage dans la roue menée, il se produit une prise de charge périodique au rythme d'engagement des dents selon une fréquence d'engrènement f_{eng} égale à la fréquence de rotation de la roue multipliée par son nombre de dents.

$$F_{eng} = f_1 \times Z_1 = f_2 \times Z_2 \quad (I.7)$$

Si la denture est correcte, le spectre est constitué de composante dont les fréquences correspondent à la fréquence d'engrènement et ses harmoniques [54], figure (I.15).

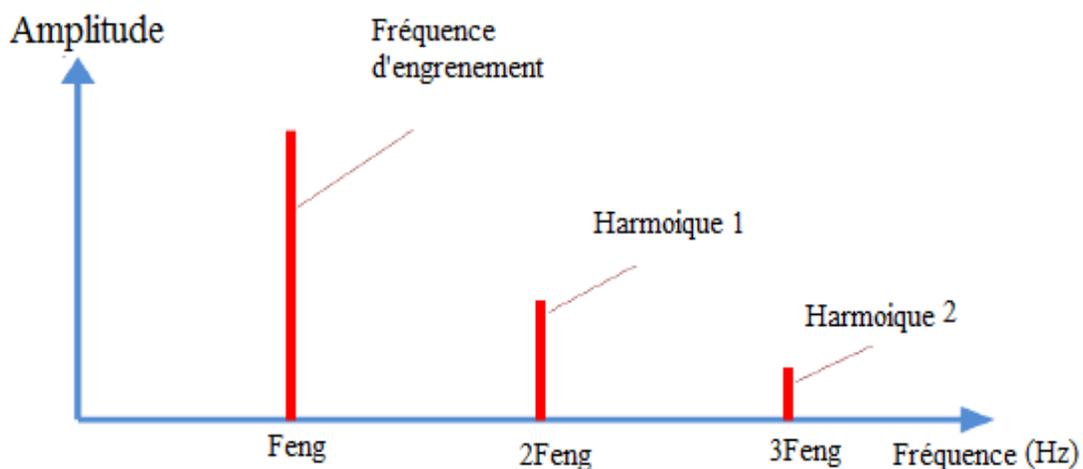


Figure I.15 : Fréquences d'engrènement et ses harmoniques

I.5.2 Fatigue de contact :

La fatigue de contact est liée à l'endommagement de deux surfaces en contact répétitif qui se traduit, pour les engrenages, par le mouvement de roulement et de glissement des dents l'une sur l'autre dans l'engrènement (figure I.16).

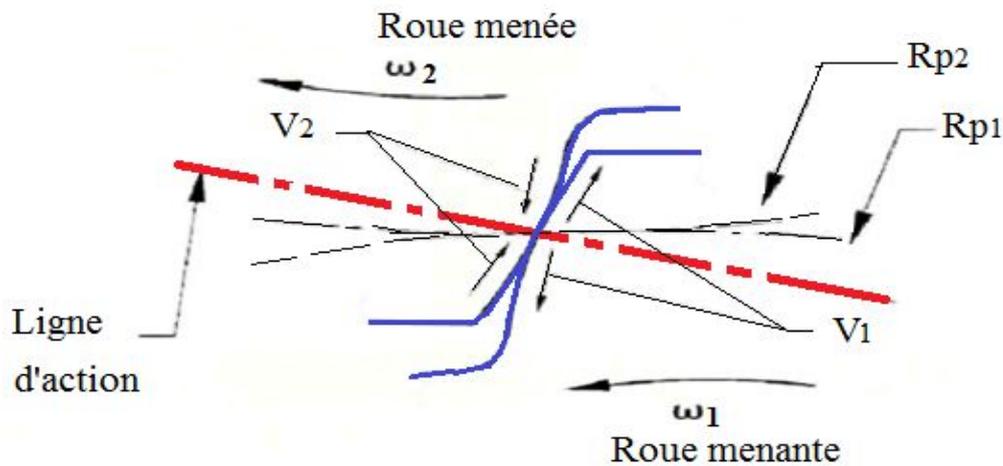


Figure I.16 : Mouvement relatif d'une paire de dents en contact

Les composants mécaniques soumis à des sollicitations de contact répétées, tels que les engrenages, sont sensibles à l'endommagement par fatigue de contact, en particulier l'apparition de pitting, qui est un mode de défaillance classique [55-56]. Le pitting ou l'écaillage se caractérise par l'apparition d'écailles (trous) sur les surfaces en contact. Au cours de l'engrènement, le pitting se propage et peut finir par occuper une partie importante de la surface de contact. Dans les engrenages cylindriques, il a été noté que la fatigue de contact par pitting apparaît de manière privilégiée dans les creux de dents (en dessous du cylindre primitif [56]).

Selon Lester [57], a étudié trois zones sont propices à la fatigue de contact : la ligne de contact primitive, les régions immédiatement au-dessus et en dessous de cette ligne et le point de contact le plus près de la racine des dents où une seule paire de dents est en action. Glodez et al. [58] précisent que c'est surtout cette dernière qui est importante et explique que c'est l'endroit où la combinaison des forces normales et tangentielles est la plus élevée, puisque la dent supporte seule la charge et que le glissement est encore important [59].

En ce qui concerne la modélisation et la simulation de fatigue de contact par pitting dans les engrenages roues, peu d'articles ont été trouvés dans la littérature. La plupart de ces études sont basées sur l'expérimental.

I.5.3 Fatigue en flexion :

Lester [60] et Femandes [61] ont décrit qualitativement ce type d'endommagement. Selon leurs observations, l'initiation des fissures de flexion se situe dans le congé des dents du côté actif où les contraintes cycliques en tension y sont maximales. Ensuite, la

progression de ces fissures se fait en direction d'un point de contrainte nulle qui, selon les auteurs, est localisé initialement près du rayon de racine au centre de la dent. D'après Lester, cette trajectoire est la direction offrant le moins de résistance à la propagation. Par la suite ce point se déplace jusqu'à ce qu'il atteigne le congé de l'autre côté de la dent.

Tout au long de la progression des fissures, la rigidité en flexion de la dent diminue. Ce qui tend à surcharger les dents adjacentes et favorise l'initiation de fissures dans celles-ci [60]. C'est pourquoi, avec la fatigue en flexion, il y a régulièrement rupture de plusieurs dents successives. Cette fatigue est causée soit par une mauvaise conception, un montage incorrect, des défauts de matériau ou des surcharges [61]. Cette description est surtout valable pour les roues pleines dont le corps principal a une bonne rigidité. Cependant, dans certains cas, le poids des systèmes mécaniques devant être optimisé (ex. : moteurs d'avions, transmissions d'hélicoptères), justifie l'utilisation de roues à jante mince. Or, lorsqu'une fissure s'initie en flexion, selon l'épaisseur de la jante, celle-ci peut bifurquer vers le moyeu [62], [63] et engendrer la perte complète du système [64].

I.5.4 Fissure en fatigue :

Les fissures en fatigue se produisent souvent dans l'endroit où les contraintes sont maximales, dans les arrondis des pieds des dents, du côté où la dent est sollicitée en traction. Ces fissures fragilisent les dents surtout en s'incurvant pour atteindre l'autre côté de la dent, ce qui diminue la rigidité de cette dernière. Dans la plupart des cas, ce type de fissure s'initie au creux d'une piqûre de contact située autour de la région de forte sollicitation en flexion [65].

Lalonde et Guilbault [11] ont considéré pour leur modèle une fissure, au pied d'une dent du pignon, qui s'agrandit progressivement. Ils ont trouvé que la fissure baisse la rigidité de la dent. D'autre part, Lavoie [65] a fait plusieurs études sur l'influence de la largeur de fissure, sa profondeur, sa position par rapport à sa largeur et son angle par rapport à l'axe de rotation de la roue d'engrenages. Selon son analyse, il a conclu que les paramètres géométriques, la largeur et la profondeur de la fissure sont les deux qui influencent plus la rigidité. Cependant, l'augmentation de l'angle et la profondeur font augmenter la rigidité par rapport à un angle qui se rapproche de zéro. D'autre part, la largeur et la profondeur font diminuer la rigidité. En ce qui concerne la position, elle est la moins influente lorsqu'elle est observée toute seule. Par contre, si elle est jumelée à une augmentation de la largeur ou la profondeur de la fissure, la

diminution de la rigidité d'engrènement serait encore plus importante. En général, chacun des paramètres précédents a une influence sur la rigidité mais lorsque plusieurs d'entre eux se combinent, la conséquence est dévastatrice.

I.5.5 Usure :

L'usure de surface est un des modes de défaillance observés dans la vie des engrenages qui influe sur la portée de contact, les caractéristiques de transmission. Ce type d'avarie se produit dans les zones où les pressions et vitesses de glissement sont élevées. Ce modèle a été appliqué par plusieurs auteurs pour modéliser l'usure de différents types d'engrenage comme dans les travaux de Flodin et Andersson [67,68], Bajpai et al. [69] et Osman [70] pour les engrenages cylindriques.

Park et Kahraman [71] a étudié la simulation de l'usure sur les dentures dans le cas des engrenages cylindriques et des engrenages hypoïdes respectivement, leur modèle d'usure est basé aussi sur le modèle d'Archard,

Kuang et Lin [72] ont étudié l'effet de l'usure de la dent sur la réponse vibratoire en tenant compte de la répartition de la charge en alternance.

I.6 Conclusion :

Ce chapitre a montré un très grand nombre de travaux qui ont été menés sur la modélisation du comportement dynamique des engrenages. Plusieurs modèles masse-ressort ou masse ressort- amortisseur de un à Nddl, de un ou plusieurs étages ont été développés pour étudier la réponse dynamique des engrenages, d'appliquer des méthodes analytiques ou numériques. Il a été dédié à la description des sources d'excitations vibratoires des transmissions par engrenages, qui sont associées au processus d'engrènement. On a distingué deux sources d'excitations vibratoires : sources d'excitations externes sont engendrées aux fluctuations du couple moteur, les fluctuations du couple de charge, les variations de l'inertie de charge. Les sources d'excitations internes sont associées aux fluctuations des forces de frottement au niveau des dentures, aux forces de contact engendrées par des chocs autorisés par la présence des jeux fonctionnels, à la rigidité d'engrènement et à l'erreur de transmission dynamique. Généralement, l'erreur de transmission donne une image intéressante du comportement dynamique des engrenages. Plusieurs outils de traitement du signal existent et sont largement utilisés dans le cas de la détection de défauts d'engrenages. Parmi les défauts

générés pendant le travail, il y a l'écaillage et les piqûres. Les fissures peuvent survenir et provoquer une rupture de la dent par propagation qui sont particulièrement préoccupantes. Le phénomène de propagation des fissures au pied des dents d'engrenage a été le centre d'intérêt de nombreuses recherches concernant le comportement mécanique et dynamique des engrenages. Pour cela, l'objectif de notre thèse est de s'intéresser aux défauts de fissure et d'usure qui seront présentés dans le chapitre III.

Chapitre II

Modélisation de la dynamique des engrenages

II.1	Introduction	34
II.2	Modélisation des engrenages (Aspects bibliographiques)	34
II.2.1	Raideur d'engrènement $k(t)$	38
II.2.2	Méthode de détermination de la rigidité d'engrènement	40
II.2.2.1	Rigidité de contact hertzien	40
II.2.2.2	Rigidités de fléchissement, de cisaillement et de compression axiale	40
II.2.2.3	Rigidité d'engrènement pour une (deux) paire (s) de dent (s) en contact	43
II.2.3	Caractère non linéaire et paramétrique de la raideur d'engrènement	46
II.2.4	Fluctuations de la raideur d'engrènement	46
II.2.5	Rapport de contact	48
II.2.6	Fluctuations du rapport de contact	51
II.2.7	Erreur de transmission dynamique	52
II.3	Modèles dynamiques de l'engrenage	54
II.3.1	Modèles linéaires à raideur d'engrènement constante	55
II.3.2	Modèles linéaires à raideur d'engrènement variable	56
II.3.3	Modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable	57
II.4	Conclusion	59

Chapitre II

Modélisation dynamique des engrenages

II.1 Introduction :

Comme nous l'avons déjà indiqué, l'engrènement apparaît comme la source principale d'excitation dans les organes de transmission. La modélisation de son comportement dynamique est donc essentielle, dans les niveaux vibratoires. La réponse vibratoire du système d'engrenage est causée par le contact des charges au niveau de l'engrènement qui varie avec le mouvement du point de contact le long de la ligne d'action.

Ce chapitre a pour but de présenter un aspect bibliographique sur la modélisation de la dynamique des engrenages basé sur les principales sources d'excitations. Nous allons aborder une technique de calcul de rigidité en basant sur une méthode énergétique. Nous nous sommes intéressés, en particulier, aux variations de la rigidité d'engrènement pour une, (deux) paire(s) de dents en contact. Le nombre de paires de dents en contact est parfaitement lié au rapport de contact, qui a un effet significatif sur le niveau de bruit généré, en particulier dans les applications à engrenage droit. Concernant la perturbation de la dynamique du rapport de contact, c'est l'erreur de transmission dynamique. Pour analyser théoriquement le comportement vibratoire des engrenages, il existe des modèles linéaires et non linéaires qui permettent d'analyser la réponse dynamique de l'engrènement. Cependant, la présence de défauts ou d'endommagement sur une dent modifie le comportement vibratoire de l'engrenage.

II.2 Modélisation des engrenages (Aspects bibliographiques) :

Les engrenages sont modélisés par des cylindres rigides connectés par une raideur d'engrènement [73-74]. Cette grandeur traduit la contribution des déformations des dentures et des couplages élastiques introduits aux travers des déformations de la jante.

Plusieurs types de défauts peuvent apparaître dans les dents de l'engrenage au fil du temps, tels que : les fissures, l'écaillage, les piqûres, l'usure, etc. Ces défauts ont pour effet de réduire la rigidité de l'engrenage et l'ampleur de la réduction généralement liée à la gravité de l'endommagement des dents. Autrement dit, la réduction de la rigidité de l'engrenage affecte le comportement dynamique de l'engrenage, puis une vibration est générée. Il n'existe pas à notre connaissance une méthode précise pour mesurer une rigidité d'engrènement. Par contre,

de nombreuses méthodes analytiques et numériques telles que (éléments finis, équations intégrales, Newmark, etc.) ont été développées pour les calculer.

Omar et al. [75] ont proposé un scénario de propagation de fissure analytique qui suppose qu'une fissure se propage dans la racine de la dent dans la direction de la profondeur et dans la direction de la largeur de la dent, ce qui est plus raisonnable et réaliste cas de distribution que les autres scénarios présentés. Une approche analytique est utilisée pour quantifier la perte de rigidité d'engrenage variable dans le temps avec la présence de propagation de fissure dans la racine de dent d'engrenage. Le scénario de propagation de fissure proposé peut être appliqué pour la modélisation de propagation de fissures et la simulation de surveillance, mais des recherches sont nécessaires pour la comparaison et l'évaluation de tous les scénarios de propagation de fissures présentés du point de vue de la surveillance des conditions.

Chen et Shao [76] ont proposé un modèle analytique pour étudier l'effet de la fissure des dents d'engrenage sur la raideur des engrenages. Les deux propagations de fissures des dents le long de la largeur de la dent et de la profondeur de la fissure sont incorporées dans ce modèle pour simuler la fissure de la racine de la dent d'engrenage, surtout lorsqu'elle en est à un stade très précoce. Avec cette formulation analytique, la rigidité d'une paire de pignons droits avec une longueur et une profondeur de fissure différentes peut être obtenue. Par la suite, les effets de la taille des fissures des racines des dents d'engrenage sur la dynamique des engrenages sont simulés et les changements correspondants des indicateurs statistiques - RMS et kurtosis sont étudiés. Les résultats montrent que le RMS et le kurtosis augmentent avec la croissance de la taille de la fissure de la dent pour la propagation, quelle que soient la largeur de la dent et la longueur de la fissure. L'analyse du spectre de fréquence est également réalisée pour examiner les effets de la fissure de la dent. Les résultats montrent que les bandes latérales provoquées par la fissure de la dent sont plus sensibles que la fréquence et ses harmoniques. Le modèle analytique développé peut prédire le changement de la rigidité avec la présence d'une fissure dentée et les réponses dynamiques correspondantes pourraient fournir des indications sur la surveillance de l'état des engrenages et le diagnostic des défaillances, en particulier pour la fissure dentée.

Pandya et al. [77] ont adopté le principe de la mécanique de rupture élastique linéaire (LEFM) pour réaliser des études de propagation de fissure avec un rapport de contact différent et prédit le changement de rigidité variable dans le temps (TVMS) pour différents chemins de propagation de fissures. Pandya et al. [78] ont proposé l'indice de réduction

cumulative (CRI), en utilisant un angle d'intersection de fissure variable, pour représenter le pourcentage de réduction de la rigidité totale du treillis et étudier l'effet de différents paramètres de vitesse, par ex. l'angle de pression, le rayon du congé et le rapport de secours sur le total TVMS. Saxena et al. [79] ont étudié l'effet du désalignement de l'arbre et du frottement sur la rigidité totale pour les engrenages cylindriques et ont montré que le désalignement et le frottement affectaient considérablement la TVMS de la paire d'engrenages. De plus, Saxena et al. [80] ont étudié l'effet de différentes formes d'écaillage, taille et emplacement en considérant le frottement de glissement sur les TVMS de la paire d'engrenages. Chen et Shao [81] ont proposé un modèle analytique de rigidité qui étudie l'effet des erreurs de dents d'engrenage telles que les modifications de profil de dent, le couple appliqué et la fissure de dent sur la rigidité.

Chaari et al. [82] ont proposé une méthode analytique pour quantifier la réduction de la raideur des engrenages due à deux défauts de dentures communs: l'effritement et la rupture. La flexion, la fondation du congé et la déflexion du contact sont prises en compte. La réponse dynamique d'une transmission à engrenage cylindrique à un seul étage est calculée en utilisant un engrenage analytique issu de la modélisation analytique et les signatures de vibration de chaque défaut de dent sont identifiées.

Chaari et al. [83] ont présenté une approche analytique pour calculer la réduction de la raideur totale d'engrènement due à la propagation de la profondeur de fissure, ainsi ont utilisé les modèles des éléments finis pour vérifier les résultats obtenus analytiquement.

Jia et Howard [84] ont donné une méthodologie pour inclure l'écaillage des dents et les fissures dans le modèle dynamique en utilisant la rigidité de torsion combinée des engrenages et des analyses par éléments finis (FEA).

Mohamed et al. [85] ont étudié la dynamique des engrenages droits à un étage, ayant plusieurs fissures de dentures situées simultanément sur le pignon et la roue. La simulation numérique du comportement vibratoire est obtenue à l'aide d'un modèle dynamique à 6 ddl, qui prend en compte les mouvements latéraux et torsionnels des deux vitesses d'engrenage. L'effet de la friction entre dents a été pris en compte dans leur étude. La rigidité variant dans le temps a été évaluée en utilisant la méthode des éléments finis, tandis que la réponse aux vibrations est obtenue en utilisant un code MATLAB développé. Différentes caractéristiques de signal vibratoire ont été appliquées sur les domaines de temps et de fréquence des signaux résiduels, afin d'examiner leur sensibilité. Le phénomène de dent de chasse, où une dent fissurée sur le pignon entre en contact avec une dent fissurée sur l'engrenage, a été

particulièrement étudié. Pour rendre l'analyse plus réaliste, différents scénarios de différentes profondeurs et nombre de fissures ont été considérés. Pour chacun de ces scénarios, l'utilisation des caractéristiques de signaux statistiques présentait des modèles contradictoires et l'utilisation de telles caractéristiques pourrait être trompeuse si elle n'était pas considérée correctement. Cette étude a le potentiel d'améliorer la détection précoce des fissures de dents simultanées.

Chen et al. [86] ont concentré le travail sur l'effet de l'effritement des défauts dans différentes positions sur la rigidité variable dans le temps (TVMS). En étudiant la distribution de la force d'engrènement dans le processus d'engrènement, un couple a été trouvé lorsque les dents s'emmêlent dans la région d'écaillage. Ainsi, une rigidité en torsion est introduite pour indiquer l'effet de différentes positions d'écaillage. Un modèle de rigidité variable dans le temps tenant compte de la rigidité en torsion est établi. Le résultat montre que le TVMS diminue lorsque les dents sont engagées dans la région d'écaillage avec une augmentation de la largeur d'écaillage. L'augmentation de la distance de décalage de l'écaillage entraîne également une réduction de TVMS. Ceci est dû au fait que la largeur d'écaillage et la distance de décalage d'écaillage provoquent le changement de couple. De plus, la longueur d'écaillage affecte la plage de rigidité d'engrènement et la zone d'engrènement des dents. Sur la base du modèle, des résultats quantitatifs sont obtenus pour les défauts d'effritement dans différentes positions.

Fernández el Rincon et al. [87] ont présenté un modèle de la raideur d'engrènement droit prenant en compte les déformations globales et locales, qui a été appliqué pour étudier l'influence du décalage du profil sur l'efficacité. Li [88] a étudié l'influence des désalignements, des modifications du profil de la dent et du couple transmis sur la rigidité d'engrènement et le rapport de partage de la charge.

Au cours de l'engrènement, il y aura une variation du nombre de dents en contact, ce qui conduit au changement de la rigidité et par conséquent à la variation de l'erreur de transmission dynamique (ETD). Cette (ETD) est considérée comme un paramètre pertinent dans le comportement dynamique des systèmes à engrenages [89]. Yimin et al. [90] ont étudié ETD dans le domaine temporel du système dynamique du rotor à engrenages à 6 ddl sous différentes tailles de fissure, en utilisant la méthode d'intégration numérique de Runge-Kutta.

Dimitriou et Fokas [91] ont développé un modèle simple et précis pour la simulation dynamique d'engrenages modifiés par le profil des dents, en tenant compte des effets de l'engagement progressif des dents, de la rigidité, de la formation du film lubrifiant

élastohydrodynamique. Le chemin réel de contact, la rigidité et l'épaisseur du film lubrifiant élastohydrodynamique sont calculés pour diverses conditions de fonctionnement et les résultats sont introduits dans la simulation dynamique, ce qui entraîne une prédiction de l'erreur de transmission dynamique.

II.2.1 Raideur d'engrènement $k(t)$:

La rigidité est un facteur variable dans le temps lors du fonctionnement des engrenages et dépend du nombre de dents engagées [82], elle a une grande influence sur la vibration des systèmes d'engrenage. Sous l'action des efforts transmis à l'engrenage, des déformations principalement en : la compression, la flexion, cisaillement des dentures, mais également des déflexions induites par le corps de l'engrenage. Autrement dit, la notion de raideur d'engrènement permet de caractériser ces déformations élastiques. La liaison élastique établie dans le plan d'action théorique selon la direction normale aux flancs des dents (figure II.1), même si certains auteurs (Duverger et al. [92], Kasuba et Evans [93], Honda [94]) ont tenté des modélisations en tenant compte des contacts non conjugués hors du plan d'action.

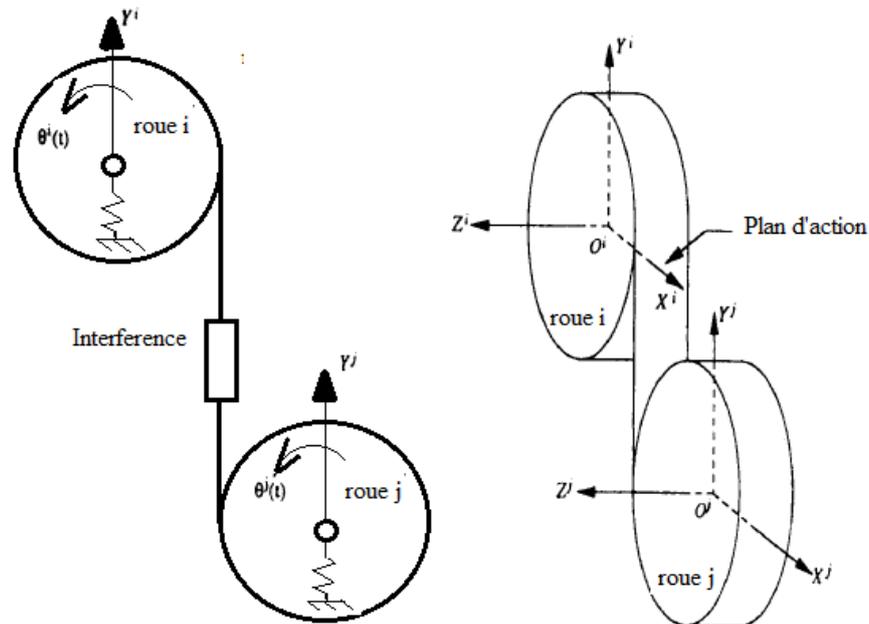


Figure II.1 : Liaison élastique d'engrenage

La caractérisation de l'erreur de transmission (ET) permet d'évaluer la raideur d'engrènement pour chaque position angulaire θ , à partir du calcul de la dérivée de la force F transmise par rapport à l'erreur de transmission statique (ETS) $\delta(\theta)$, (figure II.2) :

$$k(\theta) = \frac{\partial F}{\partial \delta(\theta)} \quad (\text{II.1})$$

où $k(\theta)$ est l'excitation par la raideur d'engrènement.

La raideur d'engrènement s'exprime généralement, pour chaque position angulaire.

Ces calculs successifs permettent d'évaluer les fluctuations périodiques de la raideur d'engrènement qui constituent par la même source d'excitation du type paramétrique de la transmission.

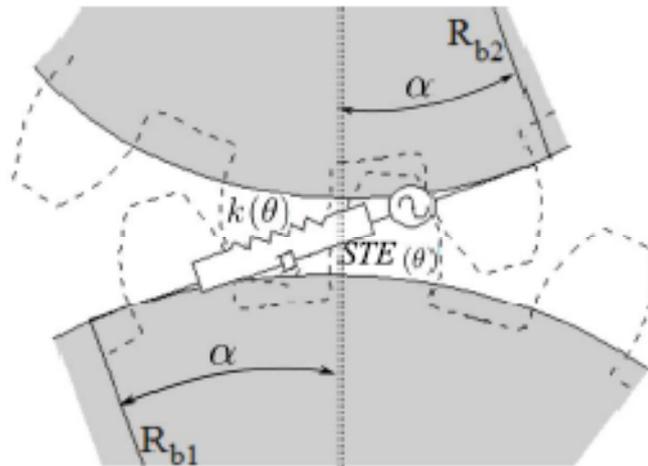


Figure II.2 : Excitation d'une transmission par engrenage

Ce qui concerne la raideur globale d'engrènement pour une paire de dents en contact, elle est dans la même direction que la force F . Elle est calculée à partir d'autres raideurs en série, considérée sur la ligne de contact, définie par :

$$k_t = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}} \quad (\text{II.2})$$

k_t : raideur totale d'engrènement

k_i : raideur élémentaire (contact hertzien, compression, flexion, cisaillement)

Yang et al. [95] ont proposé une valeur de l'énergie hertzienne qui est encore étendue par Yang et al. [96] pour calculer la rigidité variant en fonction du temps (TVMS) d'une paire d'engrenages en utilisant une méthode d'énergie potentielle en incluant l'énergie de flexion et l'énergie de compression axiale avec l'énergie hertzienne. Omar et al. [97, 98, 99] ont utilisé la même méthode d'énergie potentielle que Yang dans plusieurs travaux pour calculer le défaut de fissure. Karma et al. [100] ont utilisé une méthode mathématique et numérique avec Matlab pour calculer la rigidité du pignon droit. Pour le calcul de la rigidité du treillis, de la rigidité en flexion, de la rigidité axiale en compression, de la raideur de contact hertzien, de la rigidité au cisaillement et de l'effet de flexion de la fondation sur la rigidité du treillis. En

outre, le rapport de partage de charge est considéré pour deux paires de dents en contact et trois paires de dents en contact et le calcul de la rigidité pour une paire de dents a rapport de contact élevé est expliqué.

II.2.2 Méthode de détermination de la rigidité d'engrènement :

II.2.2.1 Rigidité de contact hertzien :

Yang et Sun [101] ont constaté que la raideur du contact hertzien de deux dents engrénées est constante pendant toute la période de contact (la ligne d'action), et a donc la même valeur à toutes les positions de contact sur le trajet de contact. La raideur de contact Hertzienne K_h peut être calculée comme suit:

$$K_h = \frac{\pi E L}{4(1 - \nu)} \quad (\text{II.3})$$

où L , E , ν : représentent la largeur de la dent, le module de Young et le coefficient de Poisson, respectivement.

L'énergie hertzienne U_h est l'énergie potentielle emmagasinée dans le voisinage du point de contact, à cause de la déformation élastique des dents et elle peut être calculée par :

$$U_h = \frac{F^2}{2 K_h} \quad (\text{II.4})$$

où F : représente la force agissant par la dent motrice dans le point de contact.

II.2.2.2 Rigidités de fléchissement, de cisaillement et de compression axiale :

Les énergies de fléchissement U_b , de cisaillement U_s et de compression axiale stockées U_a dans une dent comme indiqué sur la figure II.3, peuvent être exprimées comme suit :

$$U_b = \int_0^d \frac{[F_b(d-x)]^2}{2 E I} dx = \frac{F^2}{2 K_b} \quad (\text{II.5})$$

$$U_s = \int_0^d \frac{1.2 F_b^2}{2 G A} dx = \frac{F^2}{2 K_s} \quad (\text{II.6})$$

$$U_a = \int_0^d \frac{F_a^2}{2 E A} dx = \frac{F^2}{2 K_a} \quad (\text{II.7})$$

où K_b , K_s et K_a sont des rigidités de flexion, de cisaillement et de compression axiale dans la même direction que la force F .

Dans l'équation (II.6), G est le module de cisaillement qui peut être déterminé par la formule suivante :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{II.8})$$

Ainsi que, A_x est la surface de la section qui peut être calculée par :

$$A_x = 2h_x L \quad (\text{II.9})$$

où h_x est la distance entre le point de contact correspondant à la section qui se trouve à une distance x par rapport à la racine de la dent et la ligne centrale de la dent, qui peut être calculée à partir de l'équation suivante :

$$h_x = R_b [(\alpha + \alpha_2) \cos \alpha - \sin \alpha] \quad (\text{II.10})$$

où R_b rayon de base.

I_x représente le moment d'inertie de surface qui peut être calculé de cette manière :

$$I_x = \frac{1}{12} (2h_x)^3 L = \frac{2}{3} h_x^3 L \quad (\text{II.11})$$

D'après les propriétés de la développante du profil, la force de contact exercée lors de l'engrènement est toujours le long de la ligne d'action. Cette force peut être décomposée en deux composantes, F_a et F_b (comme montré sur la figure II.3, qui sont respectivement parallèles et perpendiculaires à la ligne centrale de la dent.

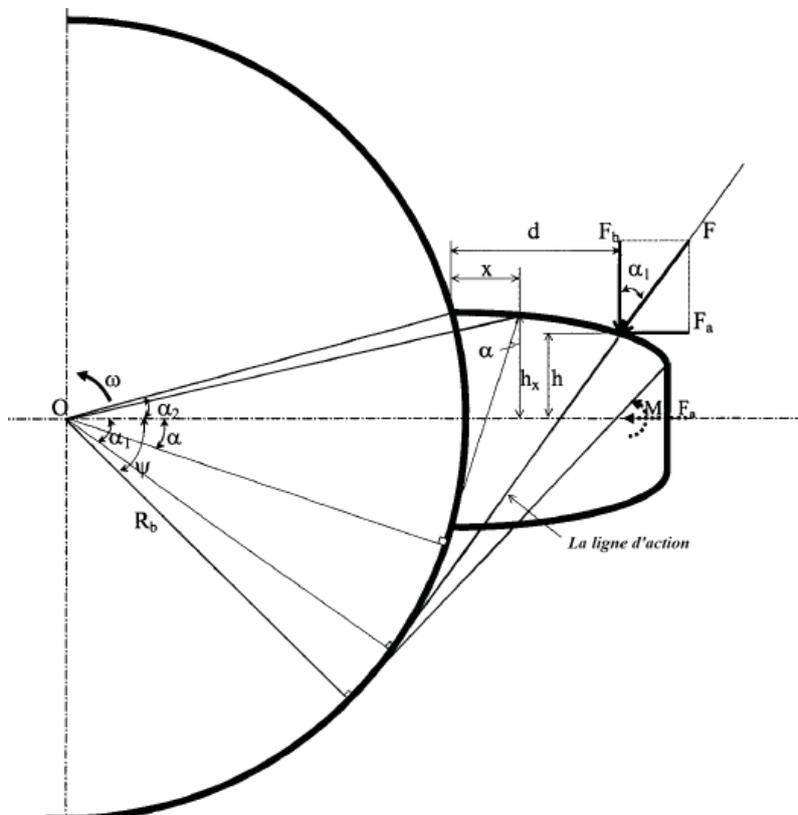


Figure II.3 : Force élastique dans une dent

Afin de prendre en compte l'effet de flexion de la composante de la force F_a , nous déplaçons la force vers la ligne centrale de la dent correspondante en ajoutant un couple de torsion associé. La force F_b et le couple M entraînent une flexion. La force F_a provoque une déformation axiale en compression. A partir de la géométrie représentée sur la figure II.3, nous pouvons obtenir des équations pour calculer F_b , F_a et M comme suit:

$$F_b = F \cos \alpha_1 \quad (\text{II.12})$$

$$F_a = F \sin \alpha_1 \quad (\text{II.13})$$

$$M = F_a h \quad (\text{II.14})$$

où h est la distance entre le point de contact et la ligne centrale de la dent, qui peut être calculée à partir de l'équation suivante:

$$h = R_b [(\alpha_1 + \alpha_2) \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1] \quad (\text{II.15})$$

où α_1 est l'angle R_b perpendiculaire sur la ligne d'action.

α_2 est la moitié de l'angle de la dent mesurée sur le cercle de base de l'engrenage.

Selon la géométrie de la développante de la dent, dans la figure II.3, la distance d entre le point de contact et la racine de la dent peut être exprimée par :

$$d = R_b [(\alpha_1 + \alpha_2) \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1 - \sin \alpha_2] \quad (\text{II.16})$$

À partir de la géométrie de développante des profils, x peut être exprimé sous la forme suivante :

$$x = R_b [\cos \alpha - (\alpha_1 - \alpha) \sin \alpha - \cos \alpha_2] \quad (\text{II.17})$$

où x est la distance par rapport à la racine de la dent.

La dérivée de l'équation (II.17) est donnée par l'expression suivante :

$$d x = R_b (\alpha - \alpha_2) \cos \alpha \cdot d \alpha \quad (\text{II.18})$$

Donc, α devient la variable d'intégration que x . Pour calculer la rigidité de fléchissement K_b , nous remplaçons F_b , M , d , I_x , x et dx dans les équations (II.12), (II.14), (II.16), (II.11), (II.17) et (II.18) dans l'équation (II.5). Après les simplifications, on obtient l'expression suivante :

$$\frac{1}{K_b} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{3(1 + \cos^2(\alpha_2 - \alpha) \sin \alpha - \cos^2(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha)}{2 E (I_x \sin(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha)} d \alpha \quad (\text{II.19})$$

Même chose pour calculer la rigidité de cisaillement K_s , nous remplaçons F_b , d et G dans les équations (II.12), (II.18), (II.8) et (II.9) dans l'équation (II.6). Après les simplifications, on obtient l'expression suivante :

$$\frac{1}{K_s} = \int_{-\alpha}^{\alpha_2} \frac{1.2 (1 + \nu) (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cdot c^2 a_1^3}{E \sin (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha} d\alpha \quad (\text{II.20})$$

Même chose pour calculer la rigidité de compression axiale K_a , nous remplaçons F_a , d et E dans les équations (II.13), (II.18) et (II.9) dans l'équation (II.7). Après les simplifications, on obtient l'expression de la manière suivante :

$$\frac{1}{K_a} = \int_{-\alpha}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cdot 3 a_1^3}{2 E \sin (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha} d\alpha \quad (\text{II.21})$$

Les rigidités de fléchissement, de cisaillement et de compression axiale des équations (II.19), (II.20) et (II.21), sont en fonction de α qui détermine la position du point de contact le long des surfaces des dents.

L'énergie potentielle totale U_t dans une paire de dents engrenées est une somme des énergies hertziennes, de fléchissement, de cisaillement et de compression axiale et peut être écrite comme :

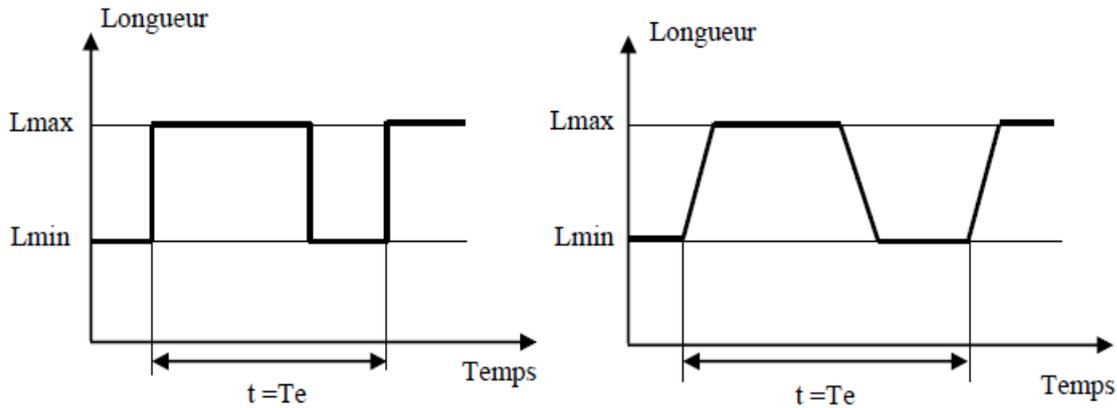
$$U_t = \frac{F^2}{2 K_t} = U_h + U_{b_1} + U_{s_1} + U_{a_1} + U_{b_2} + U_{s_2} + U_{a_2} \quad (\text{II.22})$$

Le calcul de la rigidité totale (globale) d'une paire de dents dans la même direction que la force F est donné par la formule précédente (II.2).

II.2.2.3 Rigidité d'engrènement pour une (deux) paire (s) de dent (s) en contact :

Considérons le cas d'un engrenage droit, d'une (deux) paire (s). Lorsque le contact n'est assuré que par une paire de dents, il est évident que la raideur d'engrènement est identique à la raideur d'un seul couple de dents. Lorsque le contact est assuré par deux paires de dents, la raideur d'engrènement est alors équivalente à celle de deux raideurs en parallèle. Au cours de l'engrènement la raideur varie du simple au double [28].

En fonctionnement, ce sont les fluctuations de la rigidité globale d'engrènement qui sont reconnues comme responsables du caractère excitateur des engrenages. En régime de fonctionnement stationnaire, cette fluctuation est périodique. On note que cette variation de raideur est associée à la fréquence d'engrènement f_{eng} , produit du nombre de dents d'une des deux roues par sa fréquence de rotation [28].



A. Engrenage droit

B. Engrenage hélicoïdal

Figure II.4 : Evolution de la longueur de la ligne d'action [28].

La variation de la valeur moyenne de la rigidité d'engrènement suit le type d'engrenage considéré. À titre indicatif, dans le cas de la boîte de vitesse, on se situe aux environs de 4.10^8 N/m.

Comme nous l'avons indiqué auparavant, les variations des raideurs sont dues à l'évolution du nombre instantané de dents en contact ou plus précisément de la longueur de la ligne d'action. Pour avoir un équilibre global du système d'engrenages, l'engrènement successif d'un, puis de deux couples de dents se traduit par une variation de la raideur de liaison entre les roues dentées (fluctuation). La figure II.4 montre l'évolution de la ligne d'action en créneau dans cas d'un engrenage droit et hélicoïdal [28].

Si l'évolution de la raideur d'engrènement est associée à l'évolution de la longueur totale de contact, la raideur d'un couple de dents unique évolue le long de la ligne d'action [102, 103]. Par conséquent, la raideur d'engrènement évolue même lorsque la longueur de contact reste constante.

Dans tous les cas, la fluctuation de la raideur d'engrènement induit une excitation associée à la fréquence d'engrènement et ses premiers harmoniques. Selon Mark [104], l'amplitude d'une raie est d'autant plus faible que son ordre est élevé, ce phénomène étant plus marqué pour les engrenages droits que pour les engrenages hélicoïdaux ayant un rapport de recouvrement supérieur à 1.

Dans notre cas, on s'intéresse pour les engrenages à denture droite, le nombre de paires de dents en contact est parfaitement lié au rapport de contact CR. Pour un rapport de contact à denture droite donné entre ($1 < CR < 2$) (Figure II.5), la roue et le pignon sont d'abord en

contact par deux couples de dents durant laps de temps $(CR - 1) T_{eng}$, on aura donc une raideur d'engrènement maximale correspondant à deux paires de dents en contact $K_{max} = 2 \times K_{min}$ (longueur de contact maximale) tantôt un seul couple de dents durant de temps $(2 - CR)T_{eng}$, on aura une raideur d'engrènement minimale correspondant à une seule paire de dents en contact K_{min} (longueur de contact minimale).

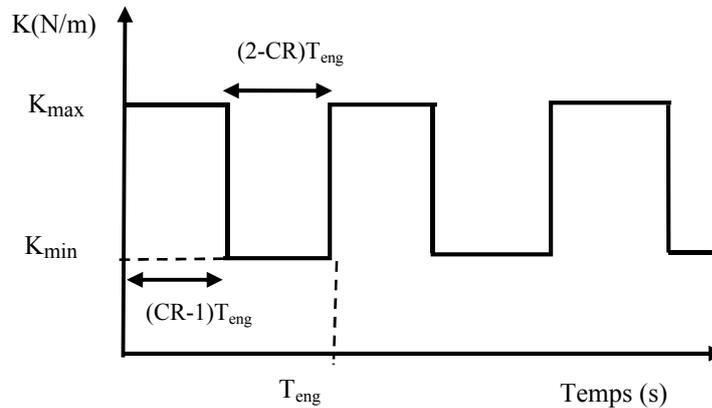


Figure II.5 : Evolution de la rigidité d'engrènement dans un engrenage droit

Ainsi la raideur d'engrènement est dans ce cas périodique de période égale à la période de l'engrènement T_{eng} et elle est donnée par :

$$T_{eng} = \frac{60}{Z_1 N_1} = \frac{60}{Z_2 N_2} \tag{II.23}$$

Cette période de l'engrènement et peut être en première approximation estimée par [4 – 105] :

$$K_t = \begin{cases} k_{max} & \text{si } n T_{eng} \leq t \leq (n + CR - 1) T_{eng} \\ k_{min} & \text{si } (n + CR - 1) T_{eng} \leq t \leq (n + 1) T_{eng} \end{cases} \tag{II.24}$$

n : entier

En 2009, Walha et al. [106] ont étudié un modèle dynamique d'un système d'engrenage à deux étages de 12 ddl (figure II.6) impliquant un jeu et une rigidité. Le contact de l'engrenage est caractérisé par une rigidité variable et un jeu qui peut entraîner la perte du contact. Cette réponse dynamique non-linéaire du système est étudiée grâce à une technique de linéarisation qui décompose le système non-linéaire en quelques systèmes linéaires. Chaque système est résolu grâce à l'algorithme itératif de Newmark. Les résultats obtenus semblent être le phénomène de perte de contact des dents du fait de la discontinuité du mouvement cinématique entre les motifs et les composants récepteurs du système. En 2015, Hilali et al. [107] ont fait même travail que [106], ils ont utilisé la méthode Newton Raphson

pour faire une comparaison des résultats obtenus avec cette méthode couplée avec le schéma de Newmark.

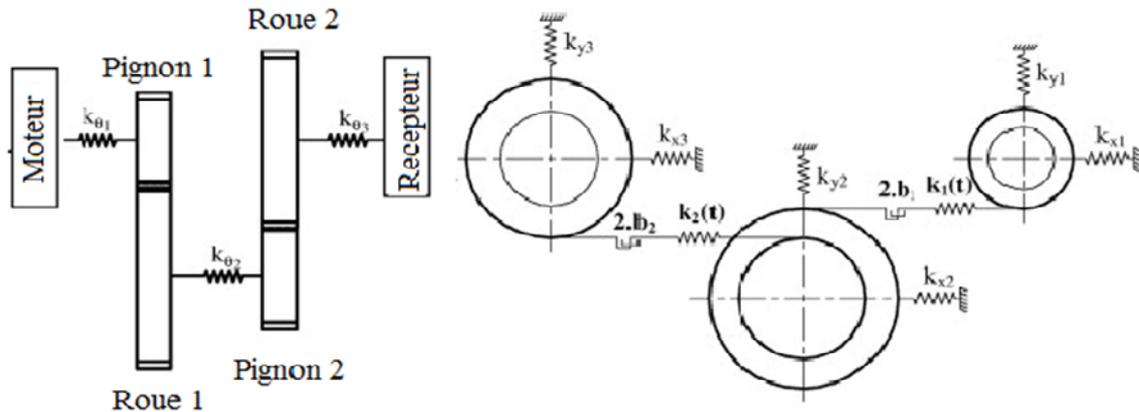


Figure II.6 : Modèles physique et dynamique du système à engrenage droit à deux étages

II.2.3 Caractère non linéaire et paramétrique de la raideur d'engrènement :

La raideur d'engrènement permet de relier le rapprochement entre les dents en prise à la charge transmise. Elle est conditionnée par :

- L'évolution du nombre de couples de dents en prise au cours de l'engrènement, typiquement de 1 à 2 pour un couple d'engrenages droits, et 2 à 3 pour un couple d'engrenages hélicoïdaux ;
- L'évolution du point d'application des efforts sur chaque dent : une dent se déforme d'autant plus que le point d'application est proche de la tête ;

Ces évolutions confèrent un caractère paramétrique à la raideur d'engrènement.

II.2.4 Fluctuations de la raideur d'engrènement :

Lors de la transmission d'un couple moteur, il s'exerce sur la denture des efforts normaux au profil (en négligeant les frottements), et l'engrenage (denture et corps de roue) se déforme. On distingue deux contributions aux déformations élastiques, la première associée à la flexion des dents et des corps de roue, et la seconde déformation locale associée au contact hertzien entre les dents. Ces deux déformations se caractérisent par un rapprochement entre les dents le long de la ligne d'action (la ligne d'engrènement), lieu des points de contact théoriques. Ce rapprochement n'est pas constant au cours de l'engrènement, il dépend non seulement de la charge transmise mais aussi de la position angulaire des deux roues (figure II.7). Il participe à l'erreur de transmission sous charge. Pour chaque position angulaire, on

peut relier ce rapprochement à l'effort ou au couple transmis par l'intermédiaire d'une raideur de liaison définie le long de la ligne d'action et appelée raideur d'engrènement. La raideur d'engrènement évolue au cours de l'engrènement et fluctue autour d'une valeur moyenne.

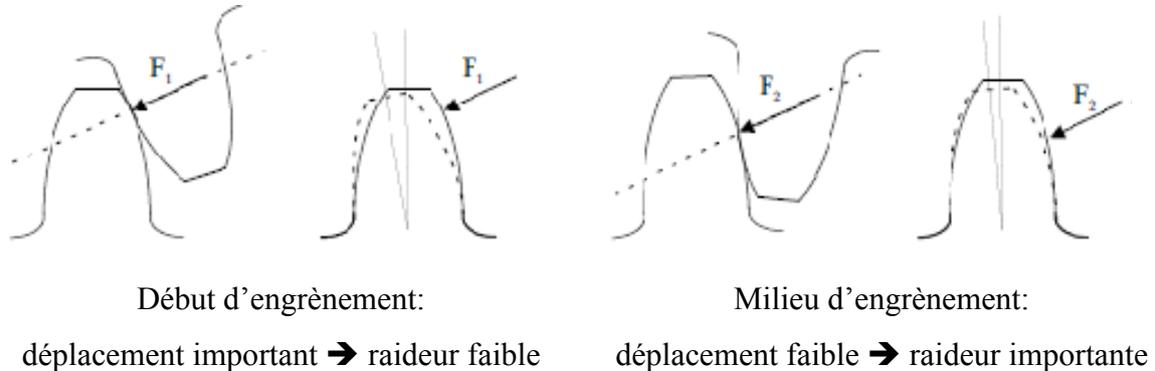


Figure II.7 : Variation de la rigidité de la dent d'engrenage au cours de l'engrènement [106].

Plusieurs études se sont focalisées sur l'influence des défauts dans les engrenages compte tenu de la variation de la raideur d'engrènement. Walha et al. [33] présentent l'influence de la variation de la raideur d'engrènement sur une transmission d'engrenage à deux étages. La variation de la raideur d'engrènement peut être approximée par une représentation en créneau [109- 112] et [39].

Dans [113], Kuang et Lin ont analysé théoriquement le comportement dynamique d'une paire d'engrenages et ont indiqué l'effet de la variation de la rigidité d'engrènement dans le temps sur le spectre vibratoire du couple transmis. Dans leur modèle proposé, ils ont inclus la modulation en amplitude excitée par l'erreur de la dent et la fluctuation de la charge de sortie. Deux valeurs constantes, k_s (0.6×10^9 N/m) et k_d (1.2×10^9 N/m) correspondant aux durées d'engrènement d'une seule et double paire de dents, respectivement, ont été utilisées pour approximer la rigidité d'engrènement km dans une seule période d'engrènement. Dans leur étude numérique, ils se sont concentrés sur l'influence de la fluctuation du couple d'entrée, en utilisant la même paire d'engrenages en acier comme celle utilisée en [17], sur la réponse vibratoire. Les résultats ont été obtenus par la comparaison des amplitudes du spectre correspondant aux couples transmis sous aucune fluctuation et des fluctuations harmoniques. Pour un couple d'entrée constant, le spectre se compose des harmoniques de la fréquence d'engrènement et est dominé par le cinquième et le sixième harmoniques, qui coïncident avec la première fréquence de résonance de l'ensemble d'engrenages utilisés. Par comparaison, pour des fluctuations sinusoïdales dans le couple à la fréquence de rotation de l'arbre,

l'amplitude du couple transmis a augmenté et des composantes fréquentielles à la bande latérale sont apparues au niveau des deux côtés des harmoniques de la fréquence d'engrènement. La différence entre la ligne spectrale principale et la bande latérale correspondante est la fréquence de rotation de l'arbre, qui a également été affichée dans le spectre des fréquences. De plus, lorsque l'effet d'erreur du profil de la dent a été pris en considération en même instant, l'amplitude de la fluctuation augmente encore. En outre, une ligne de crête à la deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement a été observée.

II.2.5 Rapport de contact :

Le rapport de contact des engrenages est l'un des aspects importants de la conception des engrenages droits. Appelé aussi rapport de conduite, 'CR' caractérise le nombre moyen de dents en prise. Sa définition est donnée dans l'article de Henriot [114]. Le rapport de contact dépend d'un certain nombre de paramètres géométriques liés à la denture comme l'angle de pression α (qui baisse le rapport de contact lorsqu'il augmente) ou le nombre de dents. Dans le cas de dentures hélicoïdales, on parlera de rapport de conduite total qui est la somme du rapport de conduite et du rapport de recouvrement.

La longueur de contact est la longueur AB (figure II.8) [115] :

- A est le début de contact entre un couple de dents à profils conjugués ;
- B est la fin de contact entre le même couple de dents à profils conjugués.

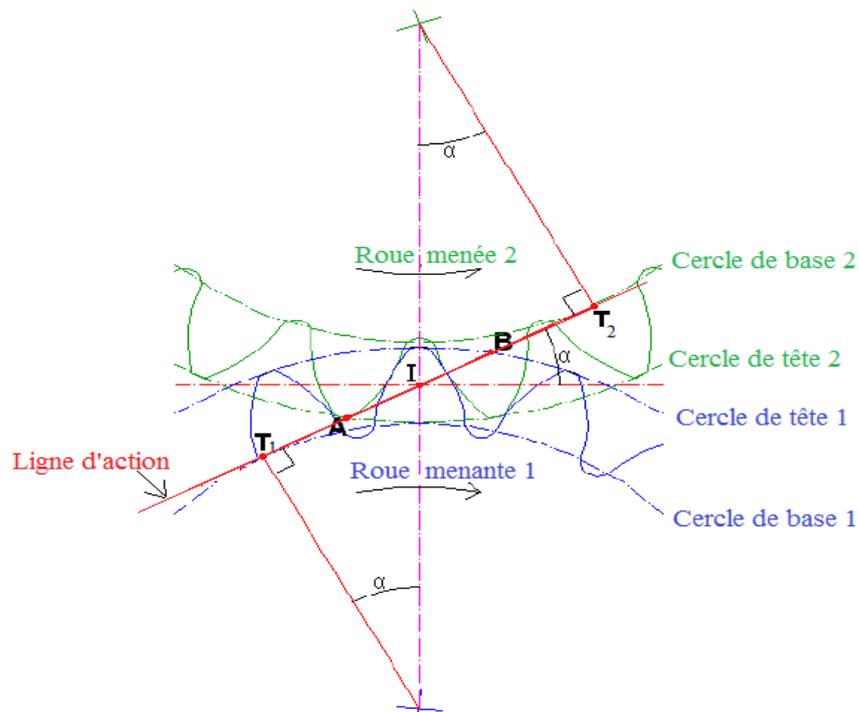


Figure II.8 : Longueur de contact et le rapport de contact [115]

Pour assurer la continuité d'engrènement, il faut vérifier que le rapport de contact est le rapport entre la longueur de contact (AB) et le pas de base (p_b).

$$CR = \frac{AB}{p_b} \quad (\text{II.25})$$

Les engrenages hélicoïdaux possèdent un rapport de contact élevé supérieur à 2.0, ont un partage de charge entre deux ou trois dents pendant l'engrènement et moins de charge par dent, tandis que les engrenages droits peuvent avoir des valeurs de rapport de contact (1.4, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0) [116].

Chen et Shao [81] ont proposé un modèle général de rigidité pour l'engrenage à faible rapport (LCR) et élevé (HCR) sur la rigidité totale, le partage de la charge entre les différentes paires de dents et l'erreur statique de transmission.

Dans [12] et [117], le rapport de contact a une valeur de (1.0) qui signifie que la dent est en contact tout le temps (100%).

Dans notre étude, on a pris le rapport de contact de (1.6) signifie qu'au début du chemin de contact, deux paires continuent à engrèner 60% du pas circulaire de base, le long du trajet de contact. Ensuite, une paire sort du contact et l'autre paire continue à engrèner seule pour le reste 40% du pas circulaire de base, après quoi une autre nouvelle paire vient en contact. Par ce procédé, l'engrènement sera répété, comme représenté sur la (figure II.9).

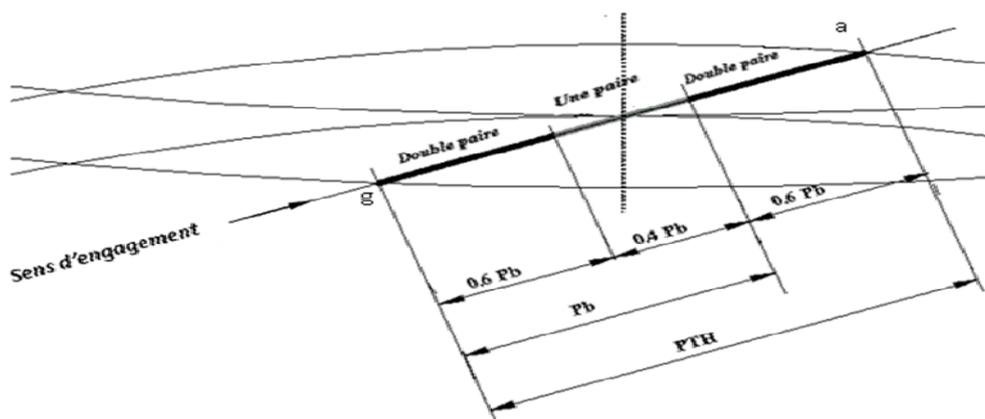


Figure II.9 : Zones de contact pour un rapport de contact (1.6).

D'après la figure II.10, le premier point d'action "g" qui est situé sur la première dent est associé au point "c" qui est situé sur la seconde dent du même pignon. La charge sera donc partagée entre ces deux points, de même que les points "f" et "b", ainsi que "e" et "a". Ensuite, le point "a" sera hors de contact, donc la charge complète sera appliquée sur le point "e", aussi

le point "d" jusqu'à ce que le contact soit au point "c", puis une nouvelle dent entre en contact [116].

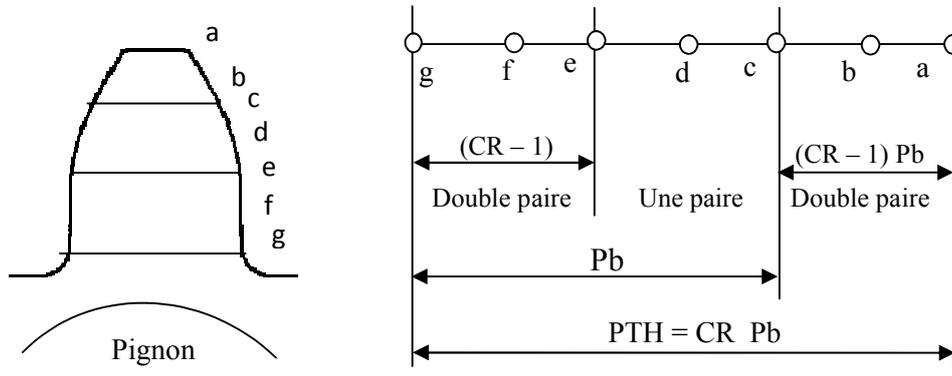


Figure II.10 : Zones de contact pour un faible rapport de contact [116].

PTH : est la voie de contact ;

Pb : est le pas circulaire de base.

Si un rapport de contact de (1,2) signifie que 80% du temps une paire de dents sera en contact et 20% du temps deux paires de dents seront en contact. Les vitesses avec des rapports de contact supérieurs à (2) sont appelées «engrenages à rapport de contact élevé». Pour ces engrenages, il n'y a jamais moins de deux paires de dents en contact. Un rapport de contact de (2,2) signifie que 80% du temps deux paires de dents seront en contact et 20% du temps, trois paires de dents seront en contact. Les engrenages à rapport de contact élevé sont généralement utilisés dans certaines applications nécessitant une longue durée de vie [118].

Une étude de Liou [119] menée sur les engrenages à denture droite a montré l'influence du rapport de contact sur le niveau de vibration. Elle révèle que l'augmentation du rapport de contact est bénéfique pour le comportement vibratoire d'une transmission. Elle montre également qu'un rapport de contact égal à 2, donne de bons résultats pour une large gamme de vitesse de fonctionnement.

Lin et Parker [110] ont utilisé un modèle torsionnel de masse-ressort à 3 ddl pour un train d'engrenages de deux étages. Ils ont voulu étudier l'effet de variation de la rigidité d'engrènement avec une forme rectangulaire sur la réponse vibratoire sous différentes fréquences d'engrènement, variation d'amplitude de la rigidité d'engrènement et différents phases d'engrènement et rapports de contact. Dans leur étude, la rigidité d'engrènement a été exprimée approximativement comme une série de Fourier avec les 3 premiers termes. Les résultats ont montré que la phase d'engrènement et le rapport de contact ont une grande influence sur l'instabilité du système (correspondant à la résonance du système). Si

l'amortissement a été pris en considération, la stabilité du système s'améliorait. Selon leur étude, quand le rapport de contact est entre 1,4 et 1,6, il a été constaté que la stabilité de la dynamique d'engrenages à un seul étage avec une vitesse élevée est compromise. Par conséquent, la réduction de l'instabilité de la dynamique peut être accomplie en choisissant correctement le rapport de contact et la phase d'engrènement. En plus, pour le cas de deux étages, quand une fréquence d'engrènement est un multiple entier de l'autre, il existe une interaction entre les réponses vibratoires à partir de deux engrènements. L'instabilité devrait changer de façon significative en comparaison avec le cas où il n'y a aucune interaction quand il n'y a aucun rapport entier entre les deux fréquences d'engrènement.

Podzharov et al. [120] ont utilisé des engrenages droits à haut rapport de contact pour exclure ou réduire variation de la rigidité. Dans son travail l'analyse de l'erreur de transmission statique et dynamique des engrenages cylindriques avec une dent standard d'un angle de profil de 20° a été présentée. Une méthode simple pour concevoir des engrenages cylindriques ayant un rapport de contact proche de 2,0 a été utilisée. Elle comprenait l'augmentation du nombre de dents sur les engrenages conjugués et l'introduction simultanée d'un décalage de profil négatif afin de fournir la même distance au centre. Une dent de structure périodique a été utilisée pour considérer la déflexion et les erreurs de chaque paire de dents dans l'engagement. Des programmes informatiques ont été développés pour calculer l'erreur de transmission statique et dynamique des engrenages sous charge. Cette analyse des engrenages a conclu que les engrenages avec un rapport de contact élevé ont beaucoup moins statique et erreur de transmission dynamique par rapport à la vitesse standard.

Kim et al. [121] ont analysé la réponse dynamique d'une paire d'engrenages droits mouvement de translation dû à la déformation du palier. Un nouveau modèle dynamique pour l'ensemble d'engrenage a été formé en considérant le mouvement de translation qui signifie que la distance entre les centres d'une roue et un pignon varient avec le temps. Ainsi, l'angle de pression et le rapport de contact ont été considérés comme variables dans le temps. Les réponses dynamiques ont été calculées en appliquant la méthode d'intégration du temps de Newmark après dérivation des équations de mouvement non linéaires pour les engrenages.

II.2.6 Fluctuations du rapport de contact :

Le rapport de contact est certainement le facteur de conception ayant le plus d'influence sur la dynamique des engrenages. De nombreux articles [122], [123] et [124] se consacrent à relier le rapport de contact aux vibrations des engrenages. Ce paramètre indique comment varie le nombre de dents en contact lors de la rotation des engrenages. De plus, il est évident

que si le nombre de dents en contact augmente, la rigidité d'engrènement augmente aussi et modifie le comportement dynamique du train d'engrenage. Le rapport de contact correspond donc aux fluctuations de la rigidité d'engrènement lors du parcours du point de contact.

Le rapport de contact n'est pas le seul paramètre en cause dans la vibration des engrenages [125], plusieurs erreurs peuvent perturber la dynamique de ceux-ci, telles que l'erreur de transmission qui représente l'écart entre la développante de cercle théorique et la développante réelle et qui génère l'équivalent d'une excitation extérieure. L'erreur de transmission peut être occasionnée par le manque de précision de fabrication ou volontairement par les corrections de denture. De plus, les défauts d'alignement et de centrage des roues sur les arbres perturbent aussi la dynamique des engrenages.

II.2.7 Erreur de transmission dynamique :

Pour les mécanismes à engrenages, l'erreur de transmission est un indicateur global du comportement traduisant aussi bien les effets des défauts de fabrication que les phénomènes cinématiques et dynamiques. Elle traduit directement les effets des imperfections et des déformations des dentures sur la transmission du mouvement de rotation qui est le mouvement fonctionnel. Autrement dit que l'erreur de transmission (ET) est considérée comme un mécanisme d'excitation important pour le bruit et la vibration des engrenages. La notion d'erreur de transmission dynamique (ETD) a été introduite pour la première fois par Harris [24] en 1958, classiquement définie comme l'écart entre la position réelle occupée par la roue d'engrenage et celle théorique qu'elle devrait prendre (figure II.11), si l'engrenage était géométriquement parfait et infiniment rigide [24,126]. Cette erreur s'exprime souvent soit par un écart de position angulaire de la roue par rapport au pignon (figure II.11), soit par un petit déplacement exprimé en micromètre le long de la ligne d'action (figure II.12). Concernant l'erreur de transmission dynamique, elle prend en compte les phénomènes dynamiques qui ne sont pas négligeables surtout lorsque la vitesse de rotation est très élevée (exemple : phénomène de résonance linéaire ou non-linéaire). L'erreur de transmission dynamique constitue la réponse dynamique de la transmission à l'excitation induite par l'erreur statique de transmission, en l'absence de sources d'excitations externes.

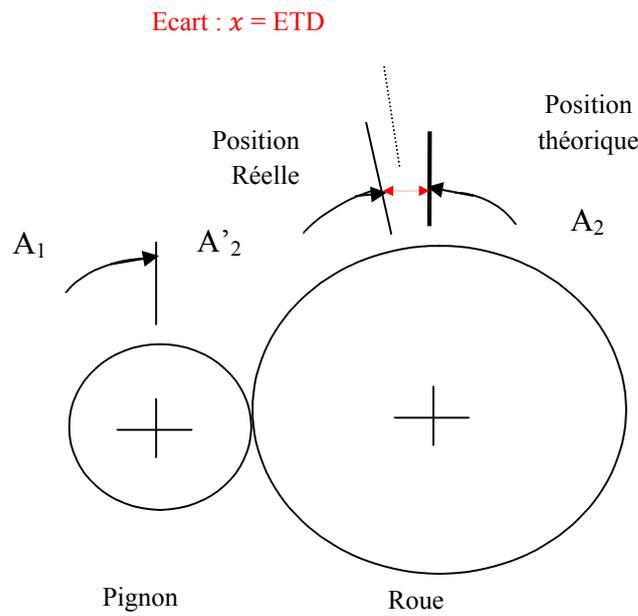


Figure II.11 : Erreur de transmission angulaire

où Z_1, Z_2 sont les nombres de dents du pignon et de roue.

Les positions angulaires théoriques et réelles sont définies dans le tableau II.1 :

Pignon	Roue	
Position théorique (position réelle)	Position théorique	Position réelle
A_1	$A_2 = A_1 \frac{Z_1}{Z_2}$	$A'_2 = A_1 \frac{Z_1}{Z_2} + x$

Tableau II. 1 : Positions angulaires des roues en fonction de l'erreur de transmission

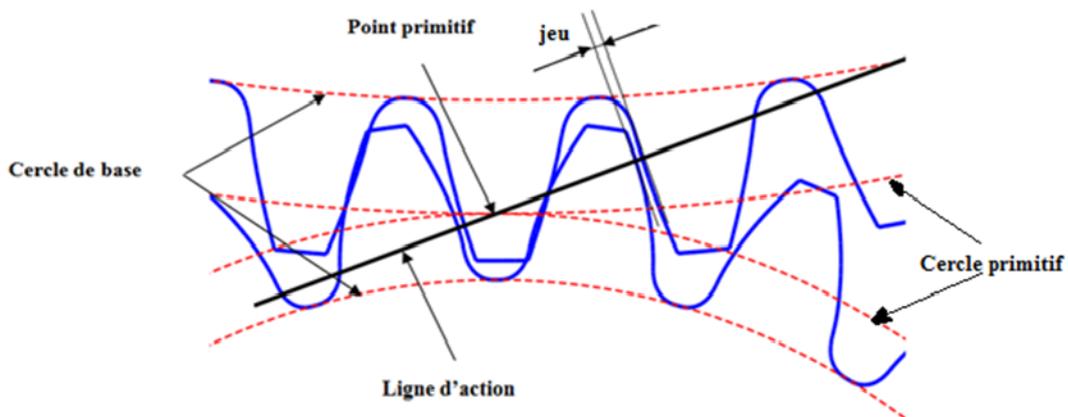


Figure II.12 : Erreur de transmission selon la ligne d'action

L'erreur de transmission dynamique 'x' mesurée tout le long de la ligne d'action, donnée par :

$$x = x_1 - x_2 \quad (\text{II.26})$$

Avec

$$x_1 = R_1\theta_1 \quad \text{et} \quad x_2 = R_2\theta_2 \quad (\text{II.27})$$

où θ_1, θ_2 sont déplacements angulaires du pignon et de la roue.

et R_1, R_2 sont rayons du pignon et de la roue.

Wang et al. [127] ont présenté des formules théoriques d'erreur de transmission à vide (ETV) et de jeu à variation de temps, qui conviennent au système d'excentricité à double engrenage dont le rapport de contact est aléatoire. Le modèle par élément fini est développé et confirmé par les résultats de l'erreur de transmission dynamique (ETD) sans excentricité de l'engrenage. En outre, l'ETD peut être prédit par ce modèle en tenant compte des excentricités de l'engrenage et de la charge variable. Dans trois cas différents (pas de jeu, jeu constant et contrecoup variant dans le temps), l'influence du jeu sur l'ETD est étudiée avec les paires d'engrenages souffrant de charges sinusoïdales variables. Il s'avère que la courbe ETD saute lorsque la direction de la charge change, et la valeur de discontinuité est juste égale à la taille du jeu à ce moment-là. De plus, si la fréquence de changement de charge est suffisamment élevée (ici, la fréquence d'engrènement est choisie), la courbe ETD se répartit dans une certaine région, dont le contour inférieur est approximativement (erreur de transmission due aux déformations de dentures) compatible avec la courbe ETV et le contour supérieur est approximativement cohérent avec la courbe de ETV plus le jeu.

II.3 Modèles dynamiques de l'engrenage :

La classification traditionnelle de ces modèles dynamiques est basée essentiellement sur la nature du comportement dynamique de l'engrenage (linéaire ou non-linéaire) :

Les modèles linéaires sont reconnus comme représentatifs du comportement dynamique tant que les dentures restent en contact au cours de l'engrènement (absence de décollements et chocs) et à la condition que la contribution de la non linéarité Hertzienne sur la déflexion de contact puisse être négligée. Les modèles dynamiques non linéaires à raideur d'engrènement variable représentent les modèles d'engrenages les plus sophistiqués, pouvant tenir compte de plusieurs phénomènes qui peuvent se produire lors du fonctionnement, notamment à l'approche des fréquences critiques et à la présence des défauts de géométrie ou de montage,

etc....comme les pertes de contact entre dents et des déplacements dépendant de la rigidité d'engrènement.

II.3.1 Modèles linéaires à raideur d'engrènement constante :

Les modèles linéaires d'engrenages droits synthétisés par Özgüven et Houser en 1988 [73] utilisent une raideur constante durant l'engrènement et sont particulièrement adaptés à des engrenages à grands rapports de conduite. En 1984, Iida et Tamura [128] ont, par exemple, considéré une raideur d'engrènement constante pour calculer les fréquences propres en flexion-torsion d'un système formé de deux arbres liés par un engrenage. Cai et Hayashi [125] ont montré que le comportement dynamique des engrenages cylindriques droits était linéaire hors des zones de vitesses critiques. En 1993, Kahraman [129] a utilisé un modèle similaire pour quantifier l'influence de l'angle d'hélice sur les fréquences propres de réducteurs simples et double étages. Gu et Velez [130] ont récemment proposé un modèle dynamique à paramètres concentrés pour les engrenages planétaires incluant les contributions d'erreurs de position des satellites et des excentricités des mobiles. Sener et Özgüven [131] et Vinayak et al. [132] (figure II.13) ont introduit les excitations d'engrènement issue des erreurs de transmission quasi-statique sous charge combinée à une raideur constante d'engrènement.

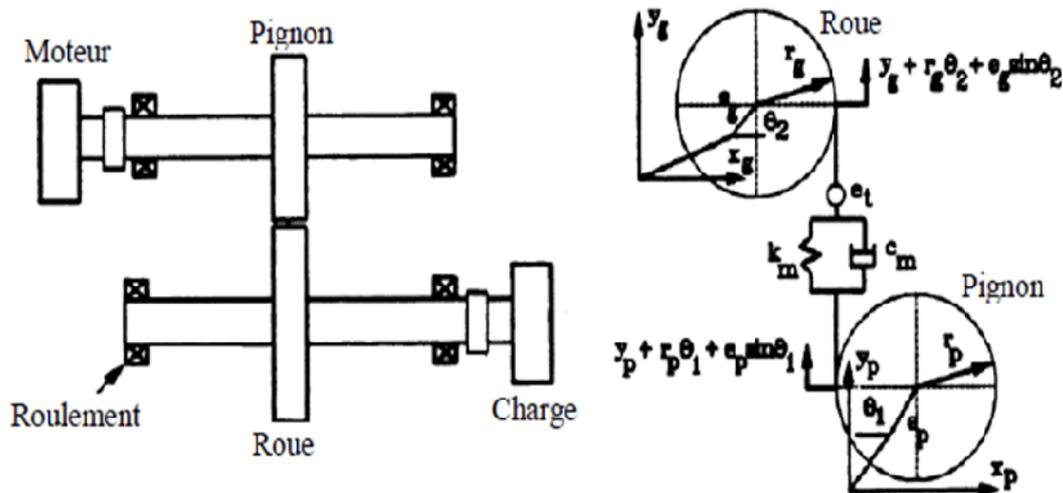


Figure II.13 : Modèle linéaire à raideur d'engrènement constante

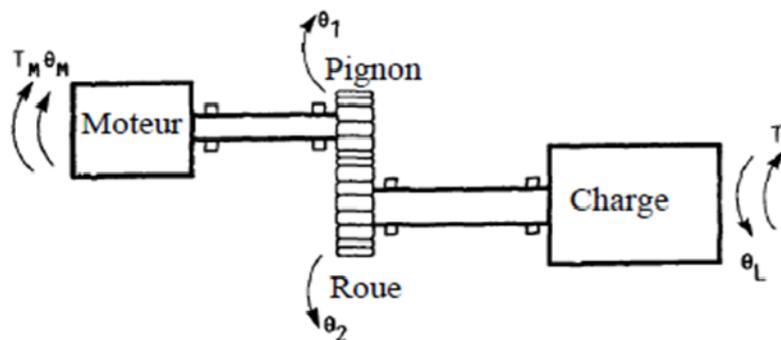
de Sener et Özgüven [131].

L'avantage du modèle linéaire avec raideur d'engrènement constante est de pouvoir fournir des solutions analytiques exactes mais, dans sa forme habituelle, il n'est que peu représentatif du comportement de systèmes avec écarts de forme et défauts.

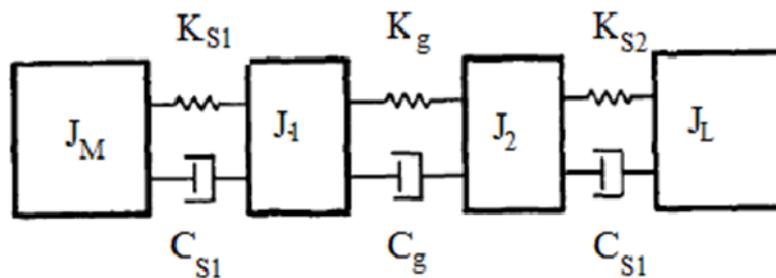
II.3.2 Modèles linéaires à raideur d'engrènement variable :

Dans cette catégorie, les hypothèses précédentes conduisant à un modèle linéaire sont maintenues, mais la raideur d'engrènement est considérée variable. Le système d'engrenages est alors caractérisé par des équations différentielles à coefficients périodiques dont la période T_{eng} est la période d'engrènement, définie par l'expression précédente (II.23).

Ce type de modèle a été utilisé dans [133] pour étudier l'effet de corrections de profil de denture sur l'erreur de transmission statique et le chargement dynamique sur les flancs des dents d'un engrenage droit. Le modèle dynamique d'engrenages droits, représenté (figure II.14 (a)), est un modèle torsionnel à quatre degrés de liberté. Les raideurs et les moments d'inerties des différentes composantes du système (figure II.14 (b)), sont obtenus à partir des principes fondamentaux de la mécanique des matériaux. Les équations de mouvement contiennent des termes d'excitations dues aux variations périodiques de la raideur d'engrènement et à la présence d'erreurs de profils. Ces équations sont linéarisées en décomposant la période d'engrènement en petits intervalles. Des corrections de profil linéaires ou paraboliques ont été introduites dans le modèle afin de comparer et discuter l'influence individuelle de chaque correction sur le chargement dynamique sur l'engrenage.



(a) : système simple de transmission par engrenage



(b) Modèle rhéologique

figure II.14 : Modèle linéaire à excitations internes périodique [133]

II.3.3 Modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable :

Benton et Seireg [134] (figure II.15), Wang et Cheng [135], Masuda et al. [136] ont développé des modèles avec des raideurs d'engrènement variables en fonction du temps pour déterminer les zones d'instabilités et calculer le chargement dynamique sur les dentures. En 2001, Choi et Mau [137] ont proposé un modèle linéaire, mais avec une raideur variable et une excitation par l'erreur cinématique. En 2004, Kubur et al.[138] ont validé un modèle de systèmes multi arbres couplés par des engrenages hélicoïdaux. La raideur d'engrènement était linéaire et placée dans le plan d'action suivant la normale aux dents déterminée par l'angle d'hélice.

Wang [139, 140] a proposé une valeur minimale du couple d'entrée permettant d'assurer un contact permanent entre les dents d'un engrenage cylindrique à dentures droites, dans le cas d'un modèle torsionnel en présence de défauts d'excentricité, L'équation du système peut être écrite comme suit:

$$I \ddot{\theta} + [k(t)](\theta - \delta(t)) = 0 \quad (\text{II.28})$$

où I l'inertie effective du système pignon-pignon, θ le mouvement absolu de I .

Avec

$$\delta(t) = \delta_0 \sin \omega_e t \quad (\text{II.29})$$

et δ_0 amplitude d'excitation.

ω_e fréquence d'excitation.

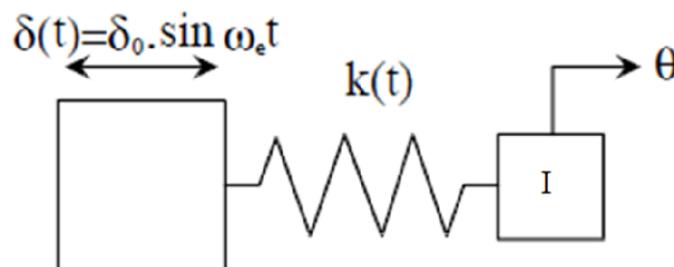


Figure II.15 : Modèle à excitation paramétrique d'un système pignon – roue [134].

Velex et Maatar [141] ont mis au point un modèle dynamique à paramètres concentrés en trois dimensions en 1996, pour modéliser le comportement dynamique d'un système d'engrenages cylindriques (figure II.16). La raideur d'engrènement varie en fonction du temps. Contrairement aux autres modèles de la littérature, la raideur d'engrènement

dynamique et l'erreur de transmission ne sont pas obtenues par des analyses quasi-statiques préalables, mais sont des résultats du modèle car ses caractéristiques sont calculées au cours de la résolution en couplant un schéma d'intégration pas à pas et un algorithme de contact normal. Maatar et Velex [142] ont ensuite mené des études statiques et dynamiques sur les corrections de forme sur les flancs de dentures à partir de ce même modèle. Ajmi et Velex [143] ont développé une méthodologie permettant d'intégrer les contributions des déformations des corps d'engrenages dans le cas de largeurs de denture importantes. Gu et Wu [144] ont intégré l'influence du frottement sur les dentures dans un modèle avec raideur d'engrènement dépendant du temps. Baud et Velex [145] ont présenté en 2002 un modèle dynamique non-linéaire pour un système de deux arbres reposant sur des paliers fluides couplés par des engrenages cylindriques à dentures droites et à dentures hélicoïdales. Les résultats issus de cette modélisation ont été largement validés en comparant avec des mesures sur un banc d'essai fortement instrumenté.

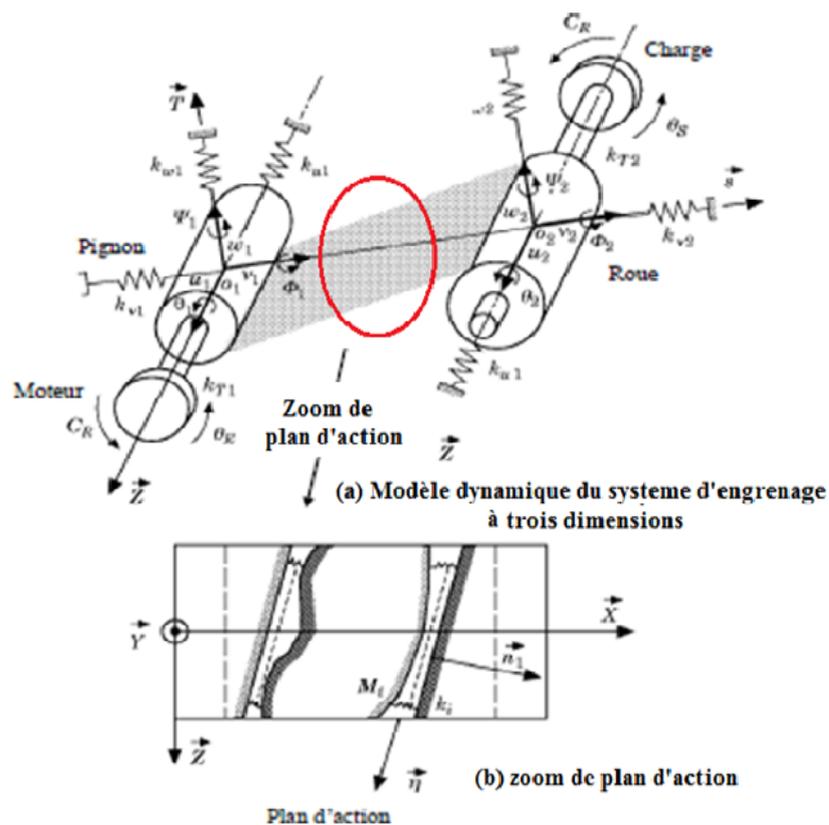


Figure II.16 : Modèle du système d'engrenage cylindrique à denture droite [141].

II.4 Conclusion

Ce chapitre présente un aspect bibliographique sur la modélisation dynamique des engrenages. L'importance dans ce chapitre que la modélisation de l'ensemble du corps des roues dentées permet de tenir compte de l'influence de l'élasticité des roues sur les déformations des dents qui sont liées à la raideur d'engrènement, est la source d'excitation. Il existe deux contributions aux déformations élastiques, la première associée à la flexion des dents et des corps de roue, et la seconde déformation associée au contact hertzien entre les dents. La variation de la raideur est due à l'évolution du nombre de dents en contact ou plus précisément de la longueur de la ligne d'action, elle reflète la gravité de l'endommagement des dents. Cette variation est associée à la fréquence d'engrènement, produit du nombre de dents d'une des deux roues par sa fréquence de rotation. Deuxième paramètre important dans ce chapitre est le rapport de contact, est l'un des aspects importants de la conception des engrenages droits, et son influence sur le niveau de vibration. Un rapport de contact élevé réduit la variation de la rigidité de la dent et réduit ainsi les vibrations et le bruit. Le troisième paramètre existant dans ce chapitre, qui peut perturber la dynamique du rapport de contact est l'erreur de transmission dynamique, traduit les effets des défauts de fabrication. La modélisation dynamique des engrenages contient plusieurs modèles tels que : modèles linéaires à raideur d'engrènement constante, modèles linéaires à raideur d'engrènement variable, modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable. Dans notre travail, on a choisi un modèle linéaire à raideur variable.

Chapitre III

Analyse et modélisation numérique du système d'engrenage à 2ddl

III.1	Introduction	61
III.2	Système d'engrenage	61
III.3	Equation différentielle : (analyse dynamique non linéaire)	62
III.4	Intégration temporelle	64
III.4.1	Méthodes de Newmark implicite	65
III.4.2	Stabilité du schéma de Newmark	68
III.5	Résultats et analyses	69
III.5.1	Effet de la rigidité de contact pour un engrenage sans défaut	69
III.5.2	Effet de la rigidité de l'engrenage avec défaut reparté (usure).....	72
III.5.3	Effet de la rigidité de l'engrenage avec défaut localisé (fissure)	74
III.5.4	Comparaison des résultats de l'erreur de transmission avec et sans défaut	76
III.5.5	Effet du rapport de contact	78
III.6	Conclusion	79

Chapitre III

Analyse et modélisation numérique du système d'engrenage à 2ddl

III.1 Introduction

Les principales sources d'excitations dans les organes de transmission tels que la rigidité, l'erreur de transmission, ont été abordées au chapitre II. Ainsi que d'autre paramètre important dans la dynamique des transmissions des engrenages et vibration sera discuté dans ce chapitre, est le rapport de contact.

L'objectif de ce chapitre est de présenter un modèle numérique de deux degrés de liberté qui simule le comportement dynamique des engrenages droits sain et avec défauts. La résolution numérique de l'équation différentielle est obtenue en utilisant le schéma implicite de Newmark.

La méthode implicite de Newmark est un outil important pour la résolution des problèmes mécaniques.

III.2 Système d'engrenage :

Le système étudié est schématisé par la figure III.1, le modèle représenté est une transmission par engrenage à un simple étage de dentures droites. Le système est composé d'un moteur, d'une paire d'engrenage droit et d'une charge.

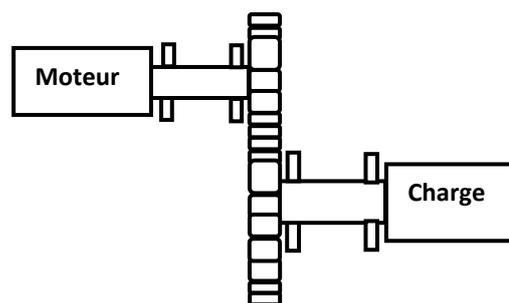


Figure III.1 : Système d'engrenage droit.

Dans notre modèle, le système d'engrènement est modélisé par un modèle à deux degrés de liberté (Figure III.2), représenté par un amortissement $c(t)$ et un ressort $k(t)$ et ses caractéristiques géométriques, les vitesses de rotation et les couples de torsion sont résumés dans le tableau III.1.

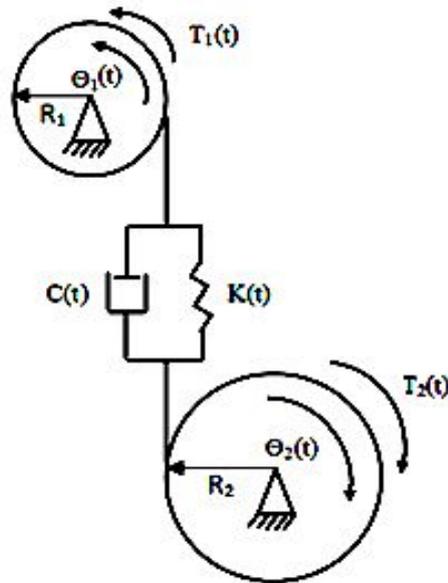


Figure III.2 : Modèle à deux degrés de liberté [146].

Paramètres	Pignon/ Roue
Nombres de dents	20 /40
Moments d'inerties (kg.m ²)	0.00026 / 0.0045
Cercles de bases (m)	0.05 / 0.11
Module	0.003
Angle de pression	A=20
Rapport de contact	1.6
Largeur des dents (m)	0.023
Coefficient d'amortissement	0.35
Couples T(N.m)	150/300
Vitesses de rotations (tr/min)	1500 /750

Tableau III.1 : Paramètres géométriques de l'engrenage à 2 degrés de liberté [89].

III.3 Equation différentielle : (analyse dynamique non linéaire)

Le comportement dynamique du système de transmission par engrenages, peut être représenté par un système d'équations différentielles sous forme :

$$m \ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = F(t) \quad (\text{III.1})$$

où m , c , k représentent respectivement la masse, l'amortissement et la rigidité et $F(t)$ la force d'excitation. $\ddot{u}(t)$, $\dot{u}(t)$ et $u(t)$ représentent respectivement l'accélération, la vitesse et le déplacement.

En négligeant le frottement et les déplacements latéraux des deux roues.

Deux méthodes ont été envisagées pour résoudre ce système :

- **Méthode temporelle** : (algorithme de résolution numérique de newmark) qui permet de connaître en tout point l'évolution temporelle de la réponse à une excitation quelconque également décrite dans le temps.
- **Méthode fréquentielle** : qui en fonction des hypothèses faites sur le type d'excitation (harmonique, périodique, ...) permet d'exprimer la réponse du système en tout point, dans le domaine fréquentiel.

D'après les équations d'équilibres de notre système on obtient :

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} + R_1 F_a(t) + R_1 F_e(t) = T_1 \\ I_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + R_2 F_a(t) + R_2 F_e(t) = -T_2 \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

où $\frac{d^2\theta_1}{dt^2}$, $\frac{d^2\theta_2}{dt^2}$, $\frac{d\theta_1}{dt}$, $\frac{d\theta_2}{dt}$, θ_1 , θ_2 représentent respectivement les accélérations, les vitesses et les déplacements angulaires de la roue et du pignon autour de leurs axes de rotation.

R_i , I_i et T_i ($i = 1, 2$) représentent respectivement le rayon, le moment d'inertie et le couple. L'indice $i = 1$ pour la roue et $i = 2$ du pignon.

La force d'amortissement $F_a(t)$ est définie par :

$$F_a(t) = c(t) \left(R_1 \frac{d\theta_1}{dt} - R_2 \frac{d\theta_2}{dt} \right) \quad (\text{III.3})$$

Où $c(t)$ est le coefficient d'amortissement.

La force élastique $F_e(t)$ est définie par :

$$F_e(t) = k(t) (R_1 \theta_1 - R_2 \theta_2) \quad (\text{III.4})$$

où $k(t)$ est raideur d'engrènement qui varie entre k_1 et k_2 , définie par :

$$k(t) = \begin{cases} k_2 \text{ pour } 0 \leq t \leq ((CR - 1)T_m \\ k_1 \text{ pour } (CR - 1)T_m \leq t \leq T_m \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

où k_1 et k_2 désignent respectivement les valeurs de rigidité maximale et minimale, T_m est la période d'engrènement, t est temps d'engrènement, CR est le rapport de contact.

L'équation (III.1) peut être réécrite sous une forme adimensionnelle en remplaçant le déplacement $u(t) = x$:

$$M_e \frac{d^2x}{dt^2} + c(t) \frac{dx}{dt} + k(t)x = F(t) \quad (\text{III.6})$$

où M_e est la masse équivalente donnée par :

$$M_e = \frac{I_1 I_2}{R_1^2 I_2 + R_2^2 I_1} \quad (\text{III.7})$$

où x est l'erreur de transmission dynamique mesurée tout le long de la ligne d'action, donnée dans les équations (III.5) et (III.6).

et $F(t)$ est la force transmise à travers la paire d'engrenage qui est donnée par la relation suivante :

$$F(t) = M_e \left[\frac{T_1 R_1}{I_1} + \frac{T_2 R_2}{I_2} \right] \quad (\text{III.8})$$

En remplaçant l'équation (III.8) dans (III.6), on obtient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{T_1 R_1}{I_1} + \frac{T_2 R_2}{I_2} \quad (\text{III.9})$$

où ω_0 est la pulsation propre du système donnée par :

$$\omega_0 = \sqrt{k_m / M_e} \quad (\text{III.10})$$

où $c(t)$ de l'équation (III.6) est remplacée dans l'équation (III.9) par :

$$c(t) = 2\xi\omega_0 \cdot M_e \quad (\text{III.11})$$

où ξ est le coefficient d'amortissement.

et

$$k_m = \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{n}, n \quad (\text{III.12})$$

III.4 Intégration temporelle :

Différents types de schémas d'intégration temporelle ont été mis en place et développés depuis les années 1950, tels que : schémas implicites et explicites, appartenant à la famille de Newmark, c'est la méthode la plus répandue et la plus utilisée pour résoudre les problèmes du second ordre.

- **Explicites** : sont facilement implémentables car ils permettent de calculer le résultat de l'équation du temps $t + \Delta t$ en fonction t , soit une résolution très rapide mais un champ d'application plus restreint et de nombreuses conditions de stabilité, c'est le cas du schéma d'EULER notamment. L'inconvénient majeur de cette méthode est la nécessité de prendre un pas de temps très petit pour permettre la convergence du schéma.

- Implicites : expression des grandeurs à l'instant $t + \Delta t$ en fonctions des grandeurs à l'instant t et $t + \Delta t$, nécessitant la résolution d'un système linéaire, donc plus coûteux mais possédant des champs d'application plus larges et des conditions de stabilité moins réduites, c'est le cas des schémas de Runge-Kutta d'ordre 4 ou de Newmark (et ses dérivés tels que Hilber Hughes Taylor). L'avantage de cette méthode est la stabilité inconditionnelle du schéma permettant ainsi l'utilisation d'un plus grand pas de temps.

L'inconvénient des deux méthodes explicite et implicite est la difficulté d'évaluation des limites d'erreurs accumulés ou reproduites.

III.4.1 Méthodes de Newmark implicite :

La méthode de Newmark permet la résolution numérique d'équations différentielles du second ordre, elle est un schéma implicite inconditionnellement stable. Ils nécessitent donc une inversion de système linéaire à chaque pas de temps.

La méthode de Newmark est implicite et les vitesses et les déplacements au temps $t+\Delta t$ sont déterminés par :

$$\dot{x}_{t+\Delta t} = \dot{x}_t + \Delta t [(1 - \gamma)\ddot{x}_t + \gamma\ddot{x}_{t+\Delta t}] \quad (\text{III.13})$$

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \Delta t \dot{x}_t + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{x}_t + \beta \ddot{x}_{t+\Delta t} \right] \quad (\text{III.14})$$

Considérons les équations d'équilibre au temps $t+\Delta t$:

$$m\ddot{x}_{t+\Delta t} + c\dot{x}_{t+\Delta t} + kx_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t} \quad (\text{III.15})$$

Reportant les relations précédentes en éliminant $\dot{x}_{t+\Delta t}$ et $\ddot{x}_{t+\Delta t}$, il vient :

$$\bar{k}x_{t+\Delta t} = \bar{F}_{t+\Delta t} \quad \text{où } \bar{k} = k + a_0m + a_1c \quad (\text{III.16})$$

$$\bar{F} = F_{t+\Delta t} + c(a_1x_t + a_4\dot{x}_t + a_5\ddot{x}_t) + m.(a_0x_t + a_2\dot{x}_t + a_3\ddot{x}_t) \quad (\text{III.17})$$

L'équation algébrique peut être résolue en calculant les vitesses et les accélérations au temps $t+\Delta t$, on obtient :

$$\begin{cases} \ddot{x}_{t+\Delta t} = a_0(x_{t+\Delta t} - x_t) - a_3\ddot{x}_t \\ \dot{x}_{t+\Delta t} = \dot{x}_t + a_6\ddot{x}_t + a_7\ddot{x}_{t+\Delta t} \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

x, \dot{x}, \ddot{x} sont le vecteur position, vitesse et accélération à l'instant $t + \Delta t$. La méthode est implicite et la stabilité est garantie si : $2\beta \geq \gamma \geq 1/2$

Initialisation des vecteurs déplacement, vitesse, accélération, et pour γ, β et Δt sont fixés, calcule des coefficients a_i :

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{\beta \Delta t^2} & a_1 &= \frac{\gamma}{\beta \Delta t} & a_2 &= \frac{1}{\beta \Delta t} & a_3 &= \frac{1}{2\beta} - 1 & a_4 &= \frac{\gamma}{\beta} - 1 & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \\
 a_6 &= \Delta t(1 - \gamma) & a_7 &= \gamma \Delta t
 \end{aligned} \tag{III.19}$$

Δt représente l'incrément de temps ;

γ et β sont des facteurs de pondérations dont le but est de stabiliser la solution.

Nous pouvons écrire des programmes conformément aux étapes ci-dessus dans le logiciel MATLAB pour résoudre les équations dynamiques et analyser la réponse dynamique de chaque position du système d'engrenage. La fonction FFT peut être appelée directement dans le logiciel MATLAB. Il est donc facile de transformer le résultat d'une réponse dans le domaine temporel en réponse à un domaine fréquentiel.

La résolution est programmée de façon itérative selon l'algorithme décrit ci-dessous :

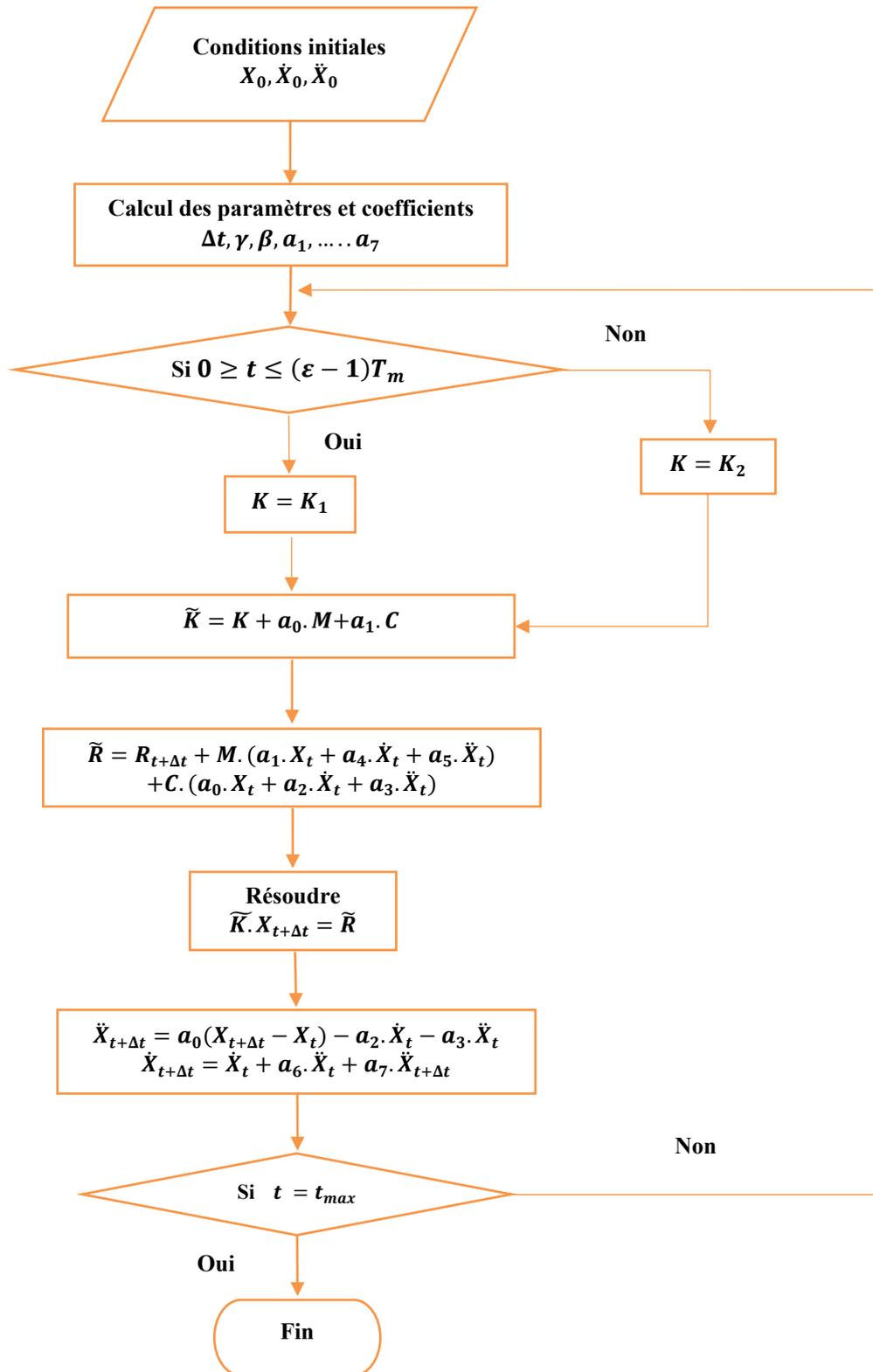


Figure III.3 : Algorithme implicite de Newmark

III.4.2 Stabilité du schéma de Newmark :

Les deux paramètres γ et β jouent un rôle principal dans les algorithmes de Newmark. De manière générale, le paramètre γ permet de gérer la dissipation numérique, tandis que le paramètre β autorise le contrôle de la stabilité du schéma. La stabilité du schéma de Newmark peut se résumer à la figure III.4, exprimant β en fonction de γ [146].

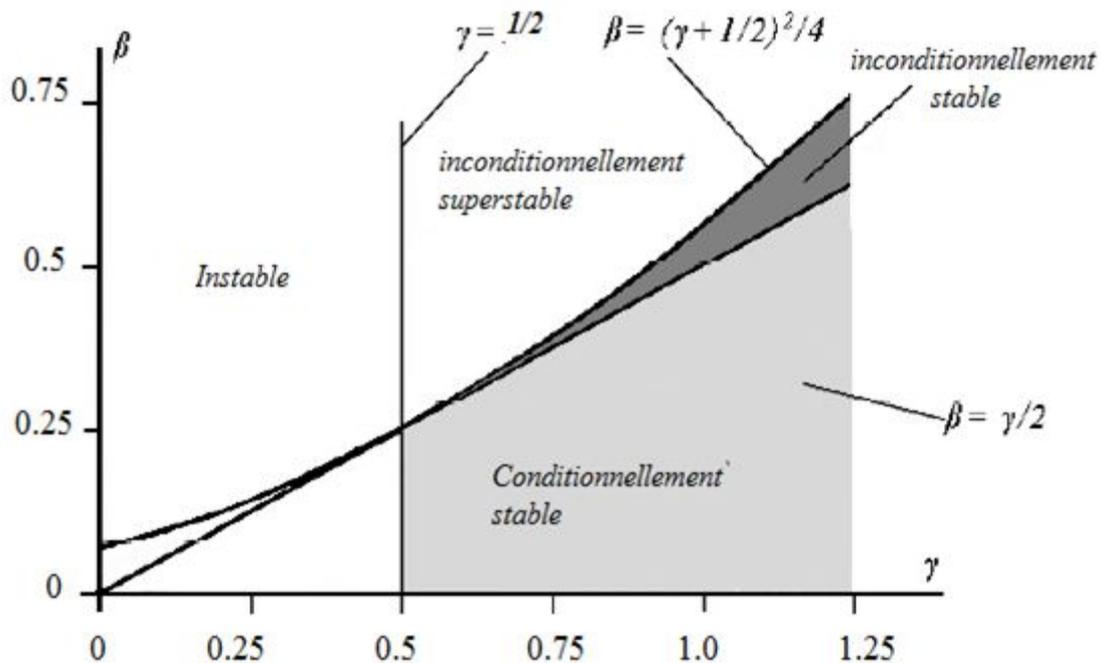


Figure III.4 : Domaines de stabilité du schéma de Newmark [147]

L'interprétation des domaines de stabilité du schéma de Newmark selon la figure III.4 est donnée dans le tableau III.2 :

Conditions de stabilité	
Inconditionnellement superstable	$\gamma \geq 1/2$ et $\beta \geq \frac{1}{4}\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)^2$
Inconditionnellement stable	$\gamma \geq 1/2$ et $\beta \geq \gamma/2$
conditionnellement stable	$\gamma \geq 1/2$ et $\beta < \gamma/2$
Instable	$\gamma < 1/2$ et $\forall \beta$

Tableau III.2 : Conditions de stabilité γ et β

Des conditions de stabilité pour différents schémas issus de la famille de Newmark sont résumées dans le tableau III.3.

Algorithme	γ	β	Nature	Pas e temps critique Δt_{cri}
Accélération constante	0	0	Explicite	0
Différence Centrée	1/2	0	Explicite	2
Accélération moyenne	1/2	1/4	Implicite	∞
Accélération linéaire	1/2	1/6	Implicite	3.464

Tableau III.3 : Condition de stabilité de la méthode d'intégration temporelle de Newmark

La méthode la plus utilisée est la méthode d'accélération moyenne ($\gamma = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$), inconditionnelle stable, c'est une méthode la plus robuste, elle a une meilleure précision. En outre, la méthode d'accélération moyenne peut être utilisée pour résoudre des problèmes linéaires et non linéaires.

Quelques remarques rapides peuvent être effectuées concernant ces différents schémas. Tels que : le schéma d'accélération moyenne, réside dans sa stabilité inconditionnelle pour tout pas de temps. Par ailleurs, une variante, dite schéma d'accélération moyenne modifié, du schéma d'accélération moyenne, permet si besoin d'introduire de la dissipation numérique. Un autre algorithme qui attire particulièrement l'attention est celui des différences centrées où $\beta = 0$. Il est intéressant puisqu'il autorise le passage à une version explicite (conditionnellement stable) et la stabilité dépend du pas de temps choisi. La méthode l'accélération constante est mentionnée à titre indicatif, elle est presque inutilisée à cause de sa limite de stabilité très restreinte. Tous ces schémas possèdent un ordre de convergence de 2.

III.5 Résultats et analyses :

Le cas étudié dans notre travail est un système d'engrenage droit à deux degrés de liberté où la rigidité de contact est donnée par les valeurs qui varient de 2×10^8 à 6×10^8 N/m.

III.5.1 Effet de la rigidité de contact pour un engrenage sans défaut :

L'erreur de transmission dynamique est le paramètre le plus important, il sert généralement à caractériser le comportement vibratoire.

La variation de la rigidité est en fonction du nombre instantané de dents en contact ou plus précisément de la longueur de la ligne d'action [28]. L'étude de l'effet de la rigidité de contact sur le comportement vibratoire de l'engrenage droit est pris en considération en utilisant une plage de rigidité entre les deux bornes K_{\max} et K_{\min} multipliées par 10^8 (N/m) avec le rapport de contact égal à 1.6. Pour l'application numérique, on prend trois cas définis dans le tableau. III.4.

	Kmin	Kmax
Cas 1	2	4
Cas 2	2,5	5
Cas 3	3	6

Tableau III.4 : variation de la rigidité de contact.

Les trois cas de la variation de la rigidité sont représentés dans la figure III.5.

On constate sur la figure III.5, que le nombre de paires de dents en contact est intimement lié au rapport de contact (CR), ceci s'accorde bien avec les constatations de Guerine [28].

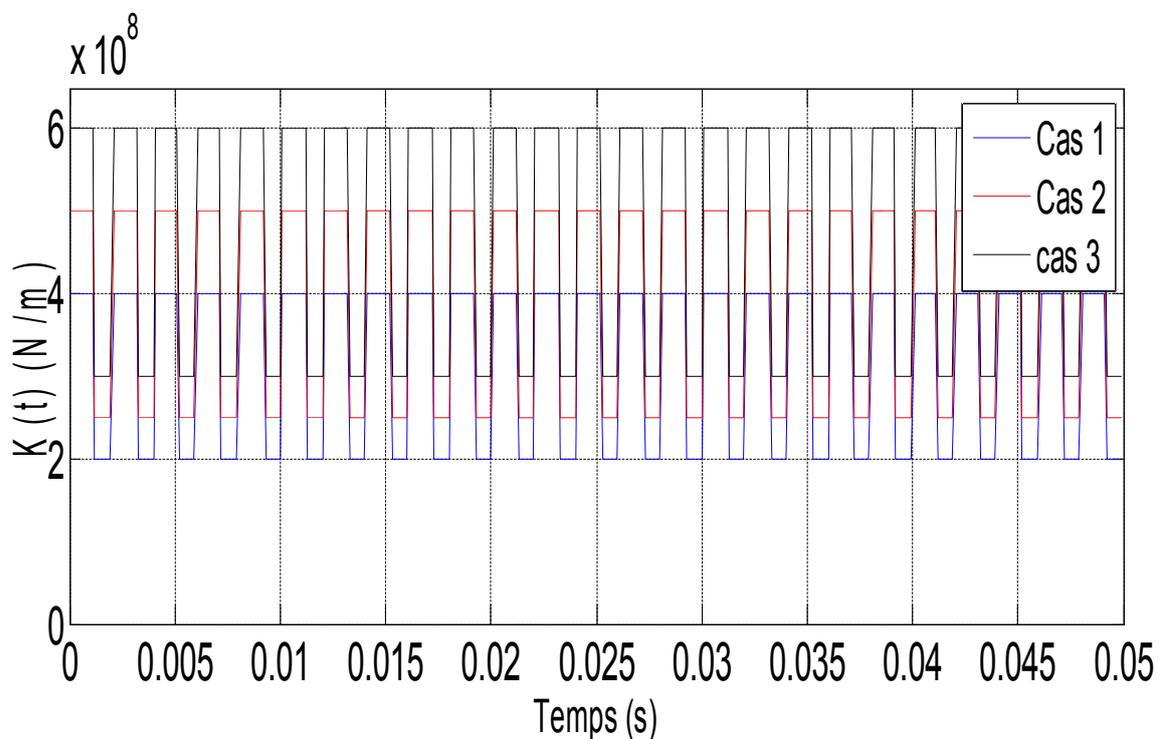


Figure III.5 : Rigidité en fonction du temps 'sans défaut'.

Nous avons utilisé le schéma d'intégration de Newmark pour résoudre le système d'équation différentielle (III.2).

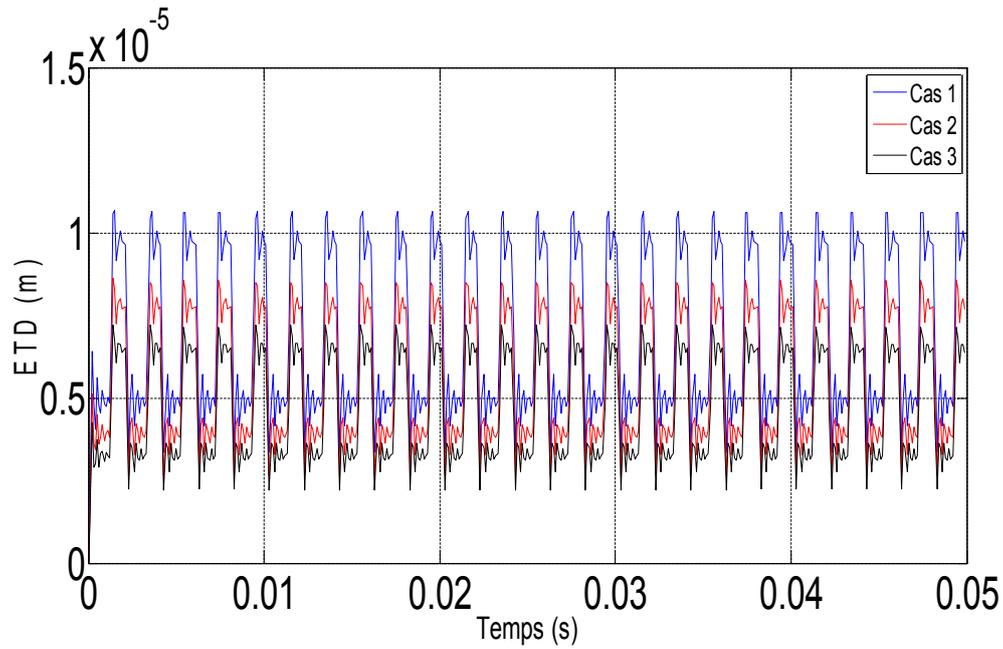


Figure III.6 : Erreur de transmission dynamique en fonction du temps 'sans défaut'.

Cette méthode permet de fournir la réponse dynamique du système dans le domaine temporel. Cette réponse dynamique est traduite en erreur de transmission dynamique, représentée par la figure III.6. On remarque, que l'erreur de transmission dynamique diminue avec l'augmentation de la rigidité.

La conversion des réponses dans le domaine des fréquences peut rendre l'interprétation des informations qu'elles contiennent beaucoup plus aisée.

On montre par la suite l'effet de la rigidité dans le domaine spectral avec et sans défauts à partir de la transformée de Fourier.

La transformée de Fourier d'un signal temporel $x_e(t)$ est définie par [24] :

$$X_e(f) = \int_0^{N-1} x_e(t) e^{-j2\pi nft} dt \quad (\text{III.19})$$

En supposant que ce signal est à énergie finie, il possède une transformée de Fourier discrète définie par :

$$X_e(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_e) e^{-j2\pi n f T_e} \quad (\text{III.20})$$

avec $X_e(f)$ est la $f^{\text{ème}}$ composante du spectre,

n est l'indice temporel, f est indice fréquentiel,

x est le signal de la série temporelle,

$x(nT_e)$ est une représentation spectrale discrète du signal échantillonné, T_e est la période d'échantillonnage, et j est l'unité imaginaire.

Les résultats obtenus dans le domaine fréquentiel de l'erreur de transmission sont résumés dans la figure III.7. La variation de rigidité est associée à la fréquence d'engrènement f_e , produite du nombre de dents du pignon par sa fréquence de rotation égale à $25\text{Hz} \times 20 = 500\text{ Hz}$.

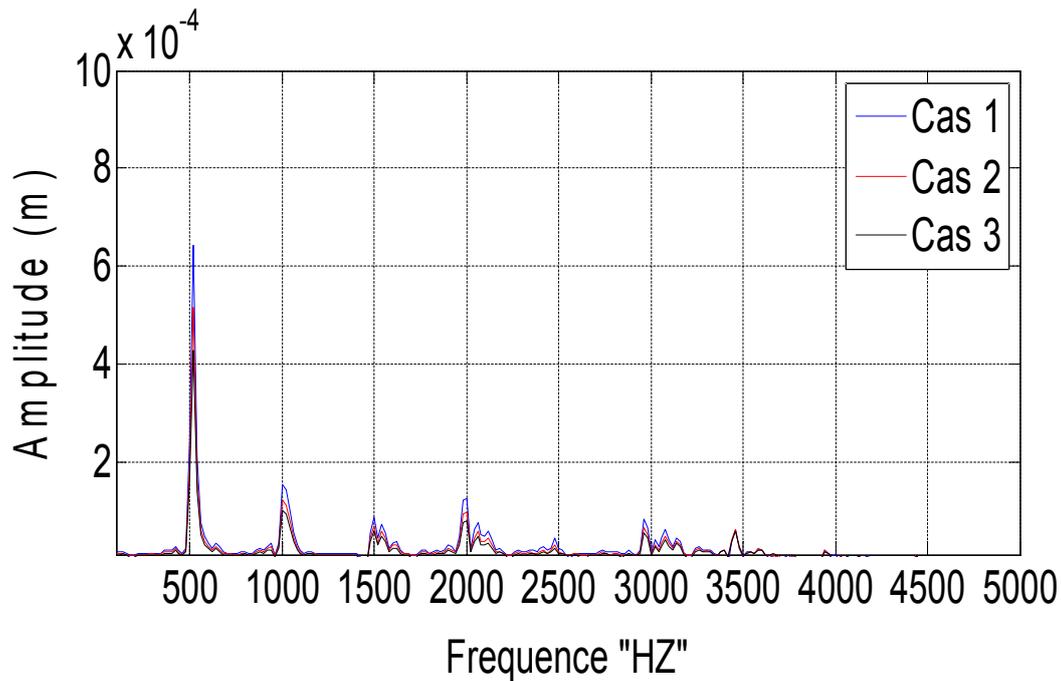


Figure III.7 : Spectre de l'erreur de transmission dynamique 'sans défaut'.

III.5.2 Effet de la rigidité de l'engrenage avec défaut reparté (usure) :

La variation en créneau de la raideur d'engrènement dans le cas d'un défaut reparté, traduit par une diminution de rigidité jusqu'à $k_3 = 2,5 \times 10^8\text{ N/m}$ avec le rapport de contact égal à 1.6 [89].

La figure III.8 montre la variation de la rigidité en fonction du temps pour le défaut reparté (usure), qui se manifeste par une chute de raideur d'engrènement d'un pourcentage de 75%.

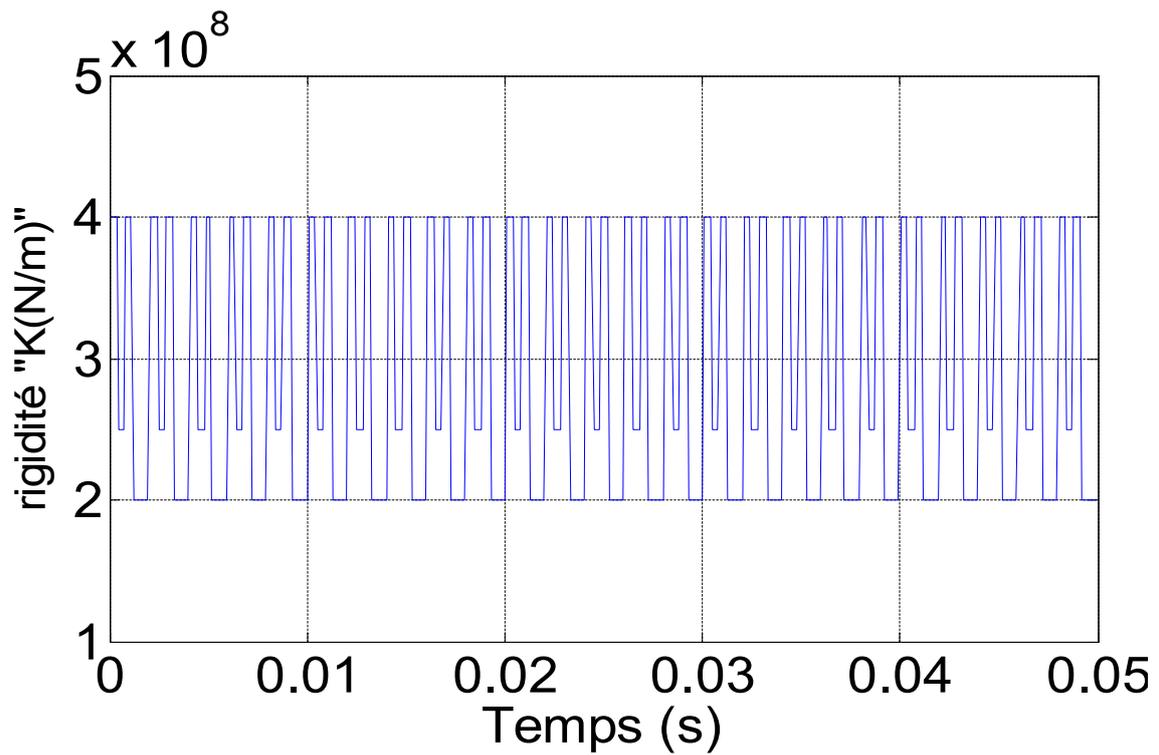


Figure III.8 : Rigidité variable en fonction du temps pour le cas de défaut réparti.

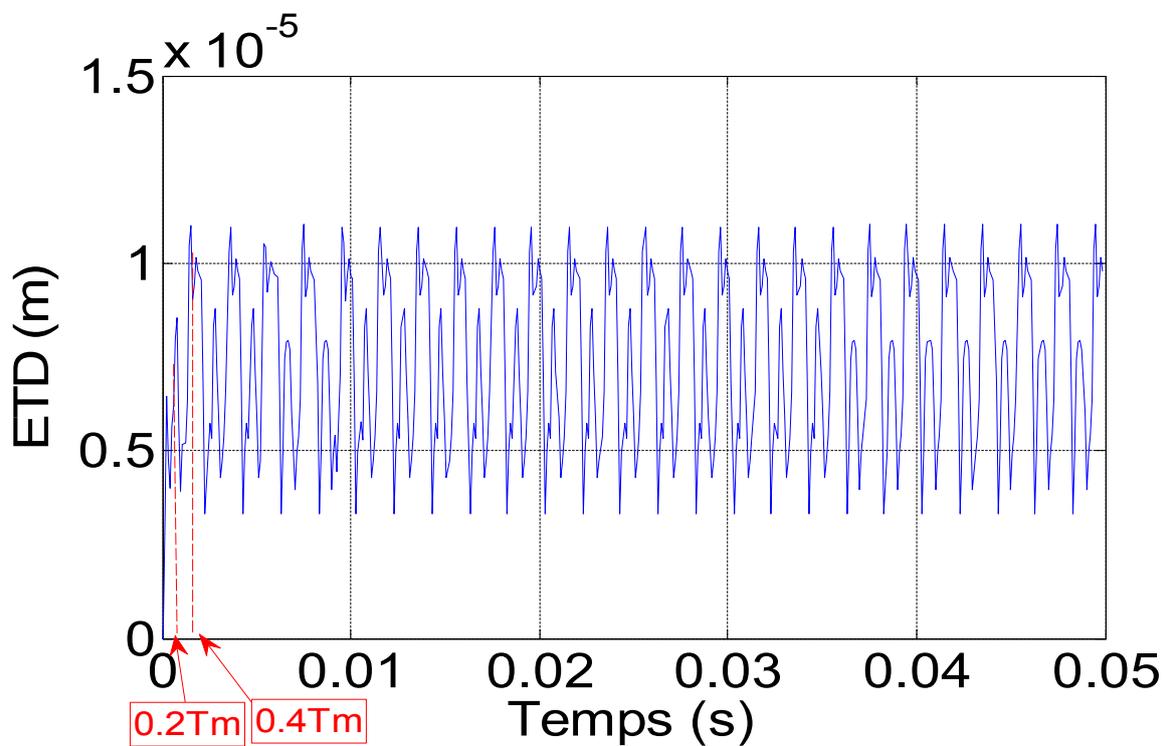


Figure III.9 : Erreur de transmission dynamique en fonction du temps pour le cas de défaut distribué.

La figure III.9 présente la réponse dynamique de l'engrenage avec défaut distribué, on remarque l'apparition des impulsions qui correspondent à la chute de rigidité dans la période $(0.2 \text{ à } 0.4) T_m$, et cette dernière représente la période du défaut d'usure.

Le spectre correspondant au défaut d'usure dans le domaine fréquentiel du pignon tournant à 1500 tr/min est représenté par la figure III.10. On remarque des pics à la fréquence d'engrènement et ses harmoniques : $f_e = 500 \text{ Hz}$, $2f_e = 1000 \text{ Hz}$ et $3f_e = 1500 \text{ Hz}$.

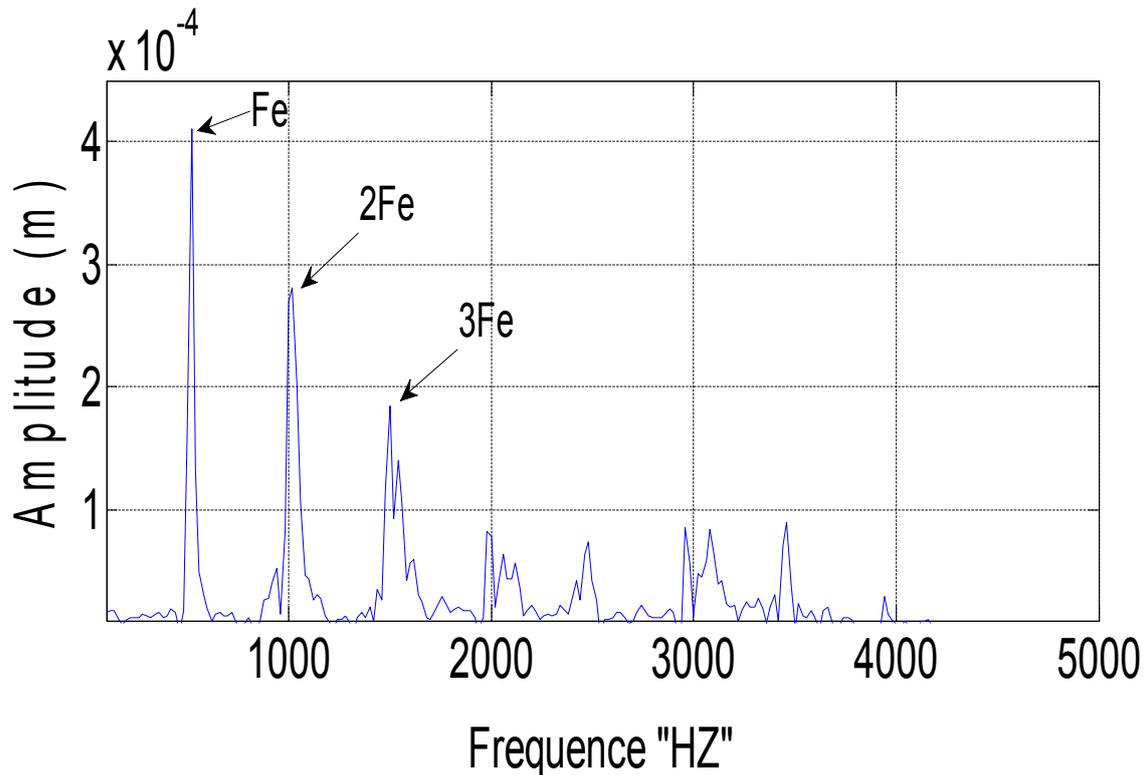


Figure III.10 : Spectre de l'erreur de transmission dynamique dans le cas de défaut distribué.

III.5.3 Effet de la rigidité de l'engrenage avec défaut localisé (fissure) :

La raideur d'engrènement dans le cas d'un défaut localisé (fissure) dans une seule dent, définie avec le rapport de contact égal à 1.6 varie en fonction du temps comme montrée sur la figure III.11. Cette rigidité d'engrènement diminue d'un pourcentage de 50% par rapport au cas sain.

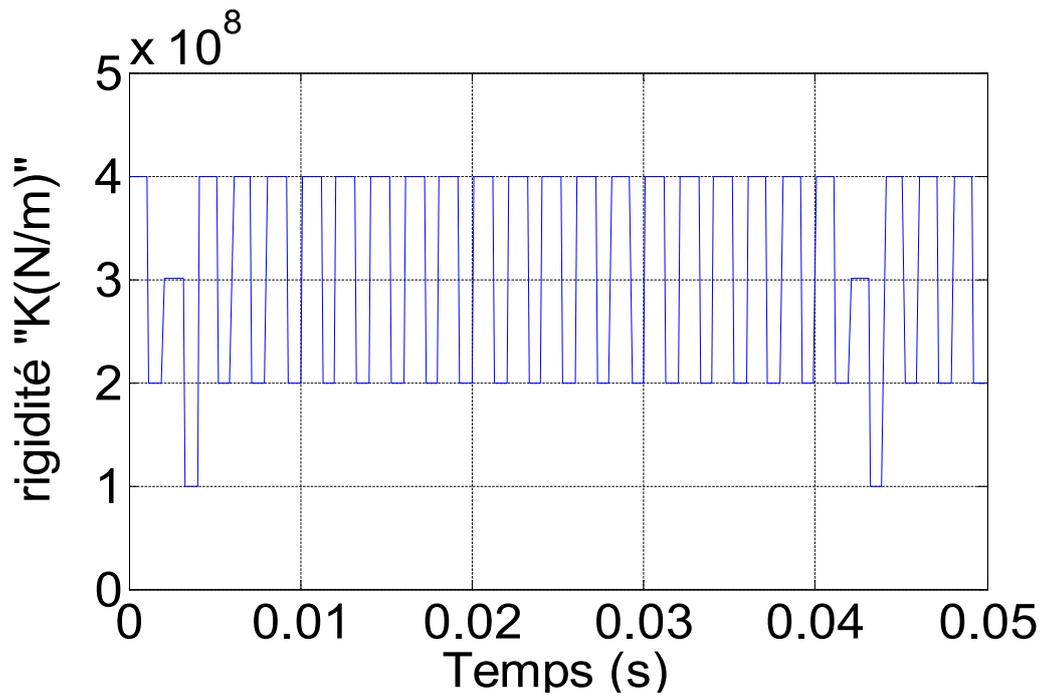


Figure III.11 : Rigidité variable en fonction du temps pour le cas de défaut localisé.

La figure III.12 représente l'erreur de transmission dynamique d'un défaut localisé. On constate une augmentation des amplitudes de l'erreur de transmission dynamique, correspondant aux chocs induits par le passage de la dent fissurée.

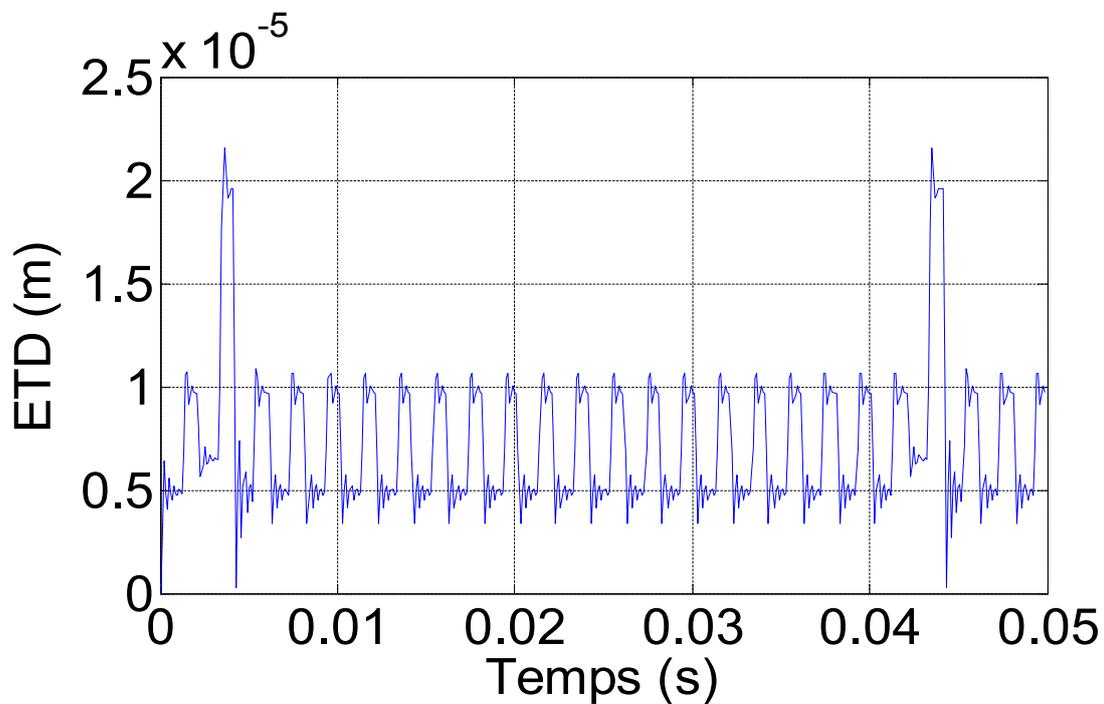


Figure III.12 : Erreur de transmission dynamique en fonction du temps pour le cas de défaut localisé.

Pour un défaut localisé, le spectre correspondant sur la figure III.13, montre que l'effet du défaut de fissure sur le spectre de vibration est la modulation d'amplitude autour de la fréquence d'engrènement 'fe' et une ligne de peigne dont le pas correspond à la fréquence de rotation du pignon 'fp'.

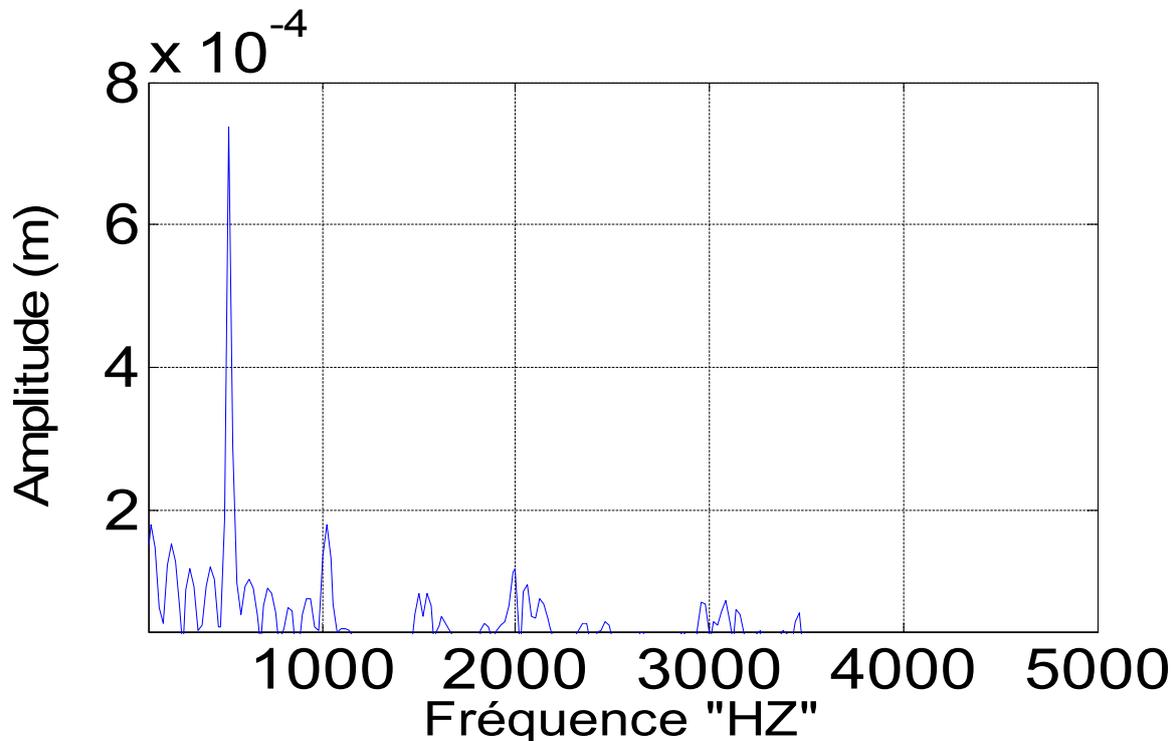


Figure III.13: Spectre de l'erreur de transmission dynamique dans le cas un défaut localisé

III.5.4 Comparaison des résultats de l'erreur de transmission avec et sans défaut :

La comparaison des résultats obtenus avec de défaut localisé et reparti par rapport au cas sain est donnée par la figure III.14. On remarque que le nombre d'amplitude a été doublé dans le cas du défaut distribué (usure). Les nouveaux pics ont une amplitude de l'ordre de $8.8 \cdot 10^{-6}$ m, ce qui correspond à une augmentation de 68,58% par rapport au cas sain. Alors pour le cas d'un défaut localisé, le pic apparait au niveau de la dent ayant le défaut de fissure ($2.15 \cdot 10^{-6}$ m) avec une augmentation d'amplitude de l'ordre de 97,24% par rapport au cas sain.

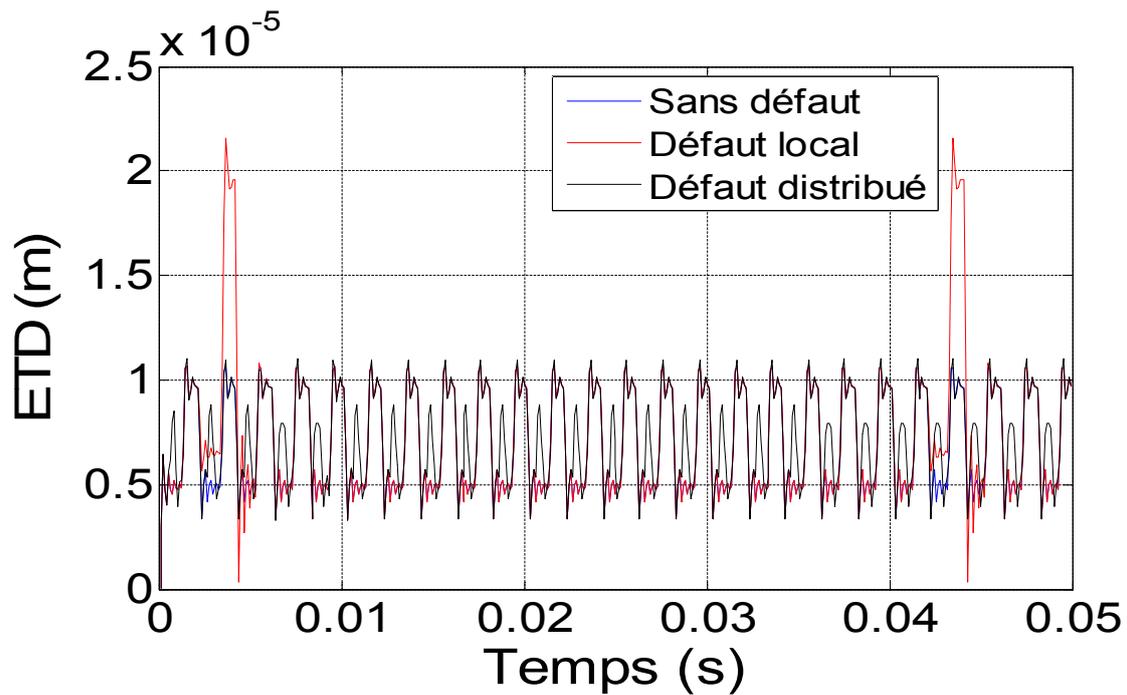


Figure III.14 : Erreur de transmission dynamique en fonction du temps "défauts: distribué et localisé.

Les réponses spectrales pour le cas sain et avec défauts sont données dans la figure III.15. L'augmentation d'amplitude est constatée à la première fréquence dans les deux cas de défauts, pour le défaut local, elle est de l'ordre $7,31 \cdot 10^{-4}$ m, alors que pour le défaut réparti, elle est égale à $4 \cdot 10^{-4}$ m.

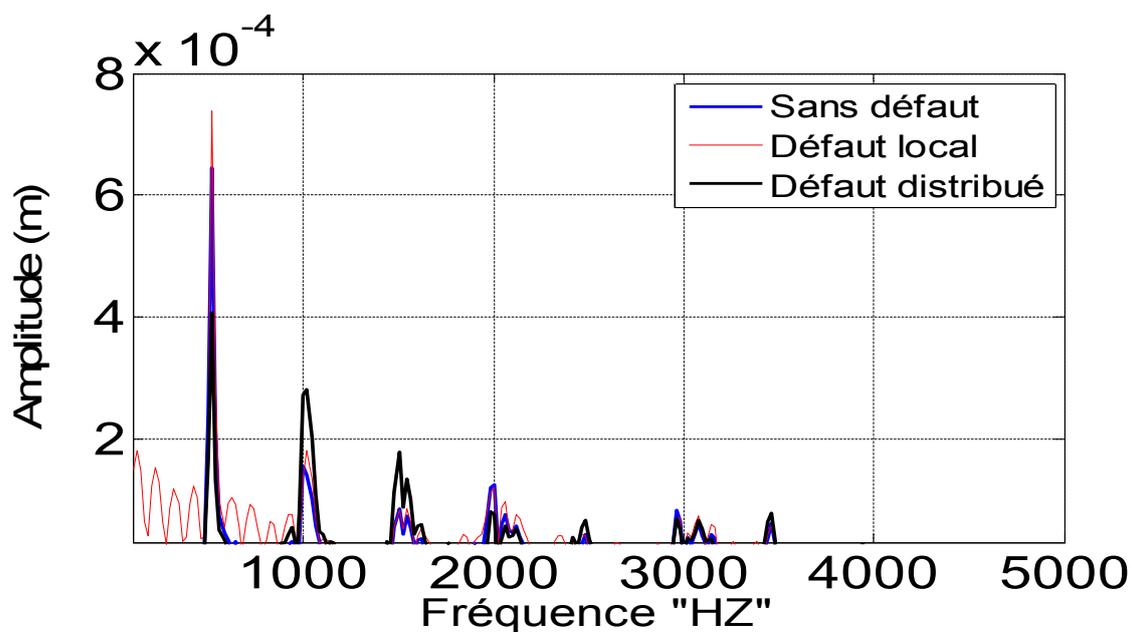


Figure III.15 : Spectre de l'erreur de transmission dynamique sans défaut et avec défaut : distribué et localisé.

III.5.5 Effet du rapport de contact :

Le rapport de contact est certainement le facteur de conception ayant le plus d'influence sur la dynamique des engrenages. Notre travail a été fait sur la rigidité et sur l'erreur de transmission dynamique dans le cas sain, en variant le rapport de contact $RC = [1.4 - 1.6 - 1.8]$.

Selon les figures (III.16 et III.17), on constate que l'effet du rapport de contact s'explique par le pourcentage de nombre de paires de dents en contact. Pour un $RC = 1.8$, on trouve un pourcentage de 80% pour deux paires. Pendant la période de $0.8T_m$, la rigidité a une grande valeur (K_{max}), par conséquent les amplitudes de l'ETD sont faibles. Ensuite, une paire sort du contact et l'autre paire continue à s'engrener seule pour le reste de 20% (K_{min}). L'augmentation du rapport de contact de 1,4 jusqu'à 1,8 entraîne l'augmentation de la durée de rigidité pour deux paires de dents en contact, ce qui implique une diminution des amplitudes de l'erreur de transmission (fig.III.16).

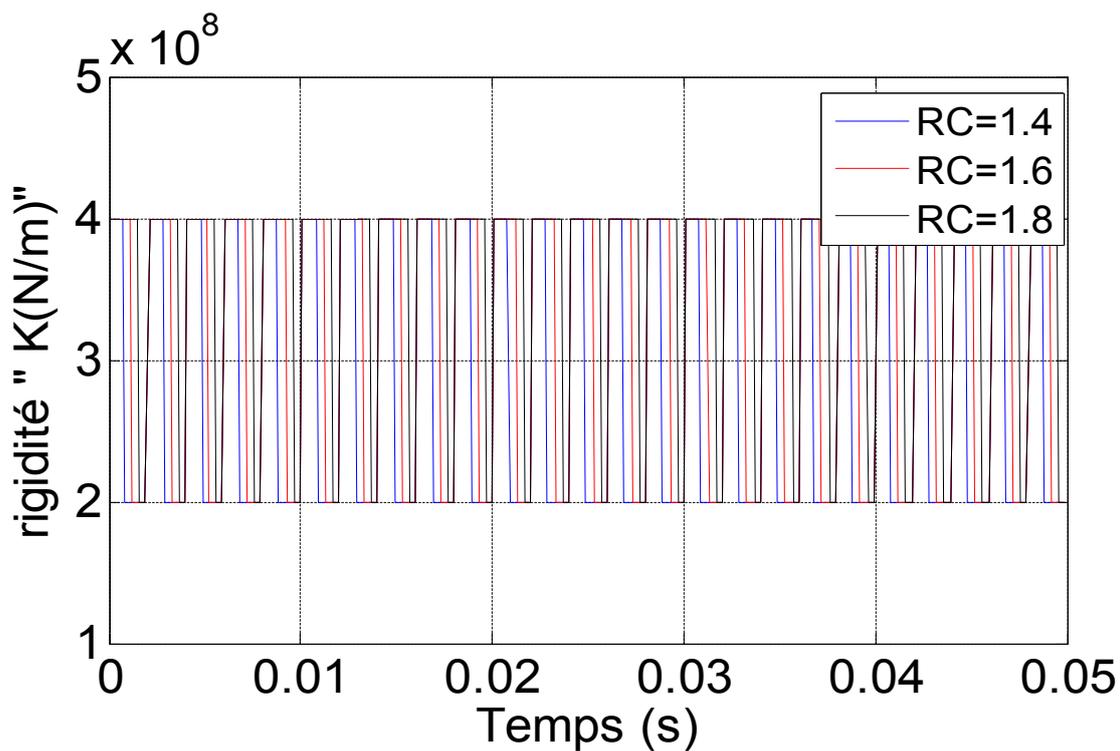


Figure III.16 : Rigidité en fonction du temps 'sans défaut' avec variation du rapport de contact.

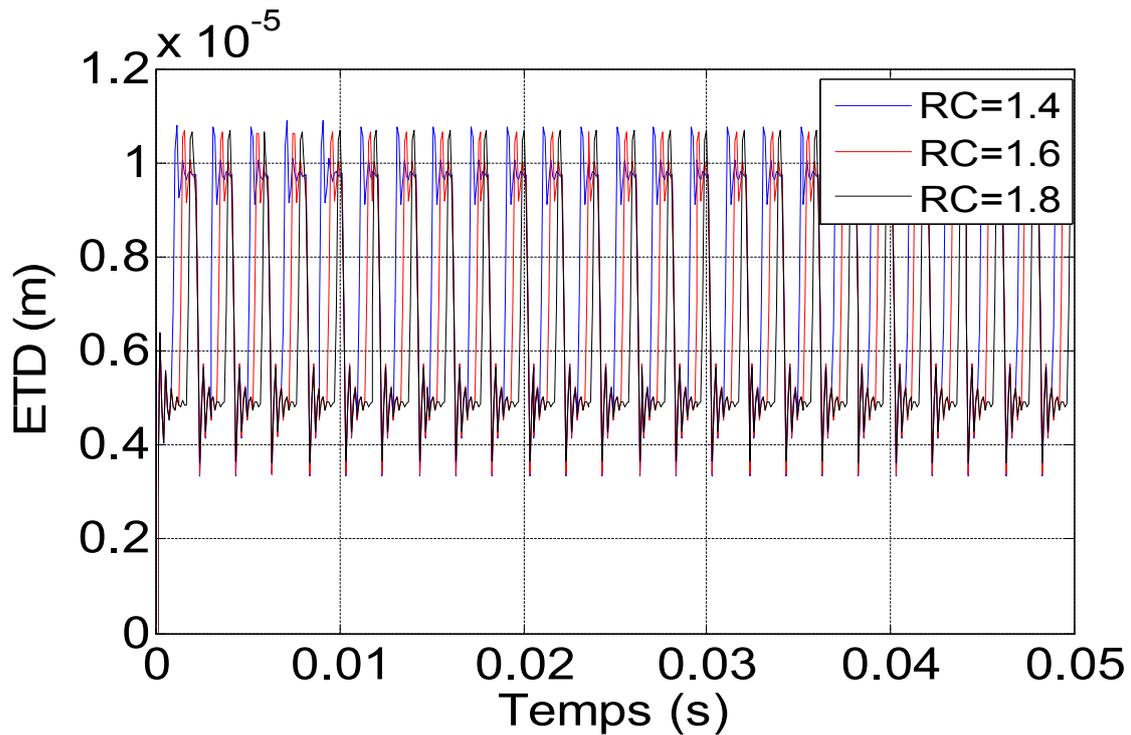


Figure III.17 : Erreur de transmission dynamique en fonction du temps 'sans défaut' avec variation du rapport de contact.

III.6 Conclusion :

Dans ce travail, on a réalisé la modélisation d'un système d'engrenage à un étage utilisé. Le modèle utilisé est un modèle à deux degrés de liberté avec et sans défaut (local et distribué). La résolution numérique de l'équation différentielle est obtenue en utilisant le schéma de Newmark.

De l'étude paramétrique on tire les conclusions suivantes :

- Pour le cas sain :
 - L'erreur de transmission diminue avec l'augmentation de la rigidité ;
 - La variation de rigidité est associée à la fréquence d'engrènement f_e .
- Pour les défauts :
 - Pour le défaut local, les réponses de l'erreur de la transmission dynamique (ETD) augmentent proportionnellement avec un pourcentage de 97,24%. Cependant, pour le défaut distribué on a remarqué que le nombre d'amplitude a doublé, et son amplitude a augmenté de 68,58%.

Le rapport de contact élevé augmente la durée de rigidité pour deux paires de dent en contact, ce qui implique que l'erreur de transmission dynamique est faible. Donc les défauts et ces paramètres ont une grande influence sur l'instabilité du système.

D'autres paramètres peuvent être pris en considération dans notre analyse tels que : la nature de la lubrification et le coefficient d'amortissement dans le modèle dynamique, cela fera l'objet du chapitre.

Chapitre IV

Effet de l'amortissement sur le comportement dynamique des engrenages

IV.1	Introduction	82
IV.2	Lubrification	82
IV.2.1	Calcul épaisseur minimale du film d'huile	83
IV.2.2	Facteurs affectant l'épaisseur du film de lubrifiant	84
IV.2.3	Phénomène de rupture du film d'huile	85
IV.3	Régimes de lubrification	86
IV.3.1	Régime hydrodynamique	87
IV.3.2	Régime élastohydrodynamique.....	88
IV.3.3	Régime limite	93
IV.3.4	Régime mixte	93
IV.4	Dissipation d'énergie	94
IV.5	Engrenement comme source de dissipation	96
IV.6	Equation de Reynolds généralisée en lubrification hydrodynamique.....	96
IV.7	Modèle tribo-dynamique	100
IV.8	Amortissement	102
IV.8.1	Différents types de l'amortissement	102
IV.8.1.1	Amortissement visqueux.....	102
IV.8.1.2	Amortissement structural.....	104
IV.8.1.2	Amortissement de coulomb.....	106
IV.8.2	Modèle dynamique de l'amortissement.....	108
IV.8.2.1	Modèle visqueux	108
IV.8.2.2	Modèle visqueux équivalent	111
IV.8.2.3	Modèle de Rayleigh	112
IV.8.2.4	Modèle structural (hysteritétique)	113
IV.8.2.5	Modèle de coulomb.....	114
IV.9	Raideur d'engrenement et les phénomènes d'instabilité de denture	114
IV.10	Résultats et analyses de l'effet de l'amortissement sur l'erreur de transmission dynamique ..	117
	117	
IV.10.1	Engrenage sans défaut	117
IV.10.2	Engrenage avec défaut reparté (usure)	118
IV.10.3	Engrenage avec défaut localisé (fissure)	120
IV.11	Conclusion	122

Chapitre IV

Effet de l'amortissement sur le comportement dynamique des engrenages

IV.1 Introduction :

La transmission de puissance par engrenages est généralement lubrifiée à l'huile ou d'autres lubrifiants et il joue le rôle le plus essentiel dans la dynamique des engrenages, la résistance aux chocs et la réduction du bruit. Le contact entre les dents sont séparées les unes des autres par le lubrifiant, qui permet notamment de mieux dissiper la chaleur et d'évacuer les calories ainsi que les particules d'usure produites par le frottement. De plus, la température instantanée liée aux caractéristiques dynamiques le long de la ligne d'engrènement favorise la fatigue de contact et la fatigue en flexion, ce qui entraîne une condition de lubrification élastohydrodynamique mixte (EHD). Les systèmes d'engrenages fonctionnent en régime de lubrification élastohydrodynamique (EHD) ou en régime de lubrification limite ou la plupart du temps en lubrification mixte. Il est donc important de savoir que ces systèmes fonctionnent selon les régimes de lubrification. D'autre paramètre important dans la dynamique du système c'est l'amortissement, est un paramètre extrêmement important qui détermine notamment les niveaux vibratoires au voisinage des fréquences de résonance. La modélisation de l'amortissement représente un réel problème. En effet, il est difficile, voire impossible de déterminer les propriétés dissipatives de l'ensemble des composantes, car les mécanismes de dissipation dans les structures sont nombreux et complexes.

Dans ce chapitre on va discuter l'importance du lubrifiant dans le système d'engrenage, différents régimes existants, ainsi que l'importance de l'amortissement dû au film d'huile, utilisation une méthode de résolution celle de l'équation Reynolds en lubrification, ainsi de combiner la méthode dynamique et la méthode tribologique dans le contact des dents. Et à la fin de ce chapitre des résultats numériques sur l'effet du coefficient d'amortissement sur le comportement dynamique des engrenages.

IV.2 Lubrification :

La lubrification est essentielle pour assurer un fonctionnement sans problème des systèmes mécaniques et prolonger leur durée de vie.

Le processus de lubrification permet avant tout de créer un film homogène sur la surface des flancs de dents pour empêcher les solides opposés d'entrer en contact lors de l'engrènement. Cette condition est souvent considérée comme la forme idéale de lubrification, car elle offre une faible friction et une grande résistance à l'usure. Elle permet aussi d'égaliser les surfaces de portance des dents permettant d'obtenir un engrènement parfait de la denture. La surface de portance devenant plus importante, la charge totale est beaucoup mieux répartie.

L'épaisseur du film d'huile spécifique est réduite respectivement en fonction de la charge et par rapport au temps d'exploitation déclenchant l'usure de la surface des dents.

Pour étudier l'effet de la lubrification sur la dynamique des engrenages cylindriques, l'amortissement de l'engrenage visqueux doit être calculé à partir de la théorie de la lubrification élastohydrodynamique.

IV.2.1 Calcul de l'épaisseur minimale du film d'huile :

L'épaisseur du film d'huile permet pour sa part de déduire les conditions de lubrification EHD.

Calcul de l'épaisseur minimale du film d'huile h_c entre deux cylindres est brièvement donné comme suit selon Williams [148] :

$$h_c = H_{min} R_{eq} \quad (IV.1)$$

Le rayon courbure équivalent au point de contact des dents, est illustré sur la figure IV.1 représenté par le contact du film lubrifiant entre une paire de dent d'engrenage, Le rayon courbure équivalent, R_{eq} , s'écrit :

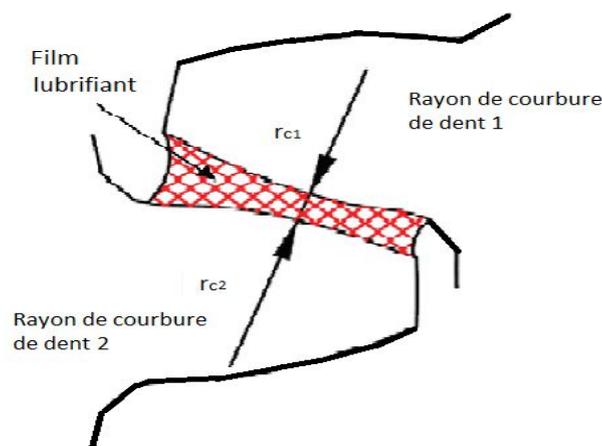


Figure IV.1 : Illustration du film lubrifiant et des surfaces de contact dans une paire de dent

[149]

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{r_{c1}} + \frac{1}{r_{c2}} \right)^{-1} \quad (IV.2)$$

Avec :

r_{c1} , r_{c2} sont des rayons de courbures des surfaces des dents d'accouplement au point d'engrènement, respectivement.

L'épaisseur du film adimensionnel, H_{min} est donnée par :

$$H_{min} = 1,6549. (\alpha. E')^{0.54} \left(\frac{w_c}{E' R_{eq} b} \right)^{-0.13} \left(\frac{\mu \bar{u}}{E' R_{eq}} \right)^{0.7} \quad (IV.3)$$

Les grandeurs adimensionnelles définies par :

$$G = \alpha. E' \quad (IV.4)$$

$$W = \frac{w_c}{E' R_{eq} b} \quad (IV.5)$$

$$U = \frac{\mu \bar{u}}{E' R_{eq}} \quad (IV.6)$$

où

G est un paramètre matériel, proportionnel au coefficient pression-viscosité du lubrifiant;

W est le paramètre de charge, indépendant du lubrifiant.

U est le paramètre de vitesse et il est proportionnel à la viscosité absolue du lubrifiant;

E' est le module de young effectif;

b est la largeur de la dent ;

w_c est la charge de contact sur la seconde paire de surfaces de contact, égale à :

$$w_c = \frac{k(t)}{\sum_{i=1}^n k(t)} w \quad (IV.7)$$

Avec la rigidité totale d'une paire d'engrenage égale à :

$$k_g(t) = \sum_{i=1}^n k(t) \quad (IV.8)$$

La force totale w s'écrit comme suit :

$$w = C_g(t)(r_{b1}\dot{\theta}_1 - r_{b2}\dot{\theta}_2) + k_g(t)(r_{b1}\theta_1 - r_{b2}\theta_2) \quad (IV.9)$$

IV.2.2 Facteurs affectant l'épaisseur du film de lubrifiant :

Les principaux facteurs affectant l'épaisseur du film d'huile entre dentures sont :

- **Charge** : plus la charge est élevée, plus le film est fin ;

- **Vitesse** : lorsque la vitesse d'une surface augmente par rapport à une autre, l'épaisseur du film de lubrifiant augmente ;
- **Viscosité** : les lubrifiants à la viscosité plus élevée donnent des films plus épais.

Viscosité trop faible ce qui implique une mauvaise lubrification, donc on aura :

- Frottement et usure élevés ;
- Frottement élevé égal aux hautes températures.

Viscosité trop élevée ce qui signifie un mauvais écoulement, alors on aura :

- Perte d'énergie ;
- Problèmes de démarrage des machines et des moteurs (démarrage à froid).

On peut voir l'influence des effets d'amortissement dus au film d'huile entre les dents et c'est l'étude théorique de Brancati et al. [150] ont présenté un modèle non-linéaire à un degré de liberté pour l'analyse vibratoire des engrenages dans les transmissions manuelles automobiles. Afin de prendre en compte les effets d'amortissement dus au film d'huile dans l'espace entre deux dents d'engrenage, un modèle unidimensionnel simple pour les effets de compression du film d'huile est proposé. Le modèle de compression suppose que la force d'amortissement est proportionnelle à la viscosité de l'huile et à l'extension du film d'huile dans le plan de courbure des dents, qui peut dépendre des conditions de lubrification (carter sec, bain).

IV.2.3 Phénomène de rupture du film d'huile :

La rupture du film lubrifiant est un phénomène physique qui se manifeste par la formation de poche de vapeur ou de gaz dans les zones d'un film liquide en dépression. Fréquemment rencontré dans les machines hydrauliques, ce phénomène peut aussi avoir lieu dans le cas des paliers hydrodynamiques. En fonction du niveau de chute de la pression, la rupture du film peut se produire selon trois modes [151] :

- 1) Lorsque la pression au sein du film est en deçà de la pression ambiante ($P < P_{amb}$), de l'air ou du gaz, en provenance de l'atmosphère, peut s'introduire dans les régions en dépression.
- 2) Quand la pression est inférieure à la pression de saturation des gaz dissous dans le film lubrifiant ($P < P_{sat}$), ces gaz peuvent être expulsés.
- 3) Au moment où la pression au sein du film atteint la pression de vapeur saturante ($P < P_{vap}$), le lubrifiant liquide se vaporise à température ambiante.

Concernant l'engrènement, l'amortissement est principalement du type visqueux puisqu'il provient en grande partie des effets d'écrasement du film lubrifiant entre les dents. Par exemple le grippage à chaud résulte de la rupture du film lubrifiant sous l'action d'une surchauffe ou d'une pression excessive, en fonctionnement, provoquant un contact métal/métal entre les surfaces, soudure puis arrachement.

Le grippage entre les dents d'engrenages est une usure catastrophique qui détruit typiquement les dentures non traitées, de gros module, fonctionnant à des vitesses faibles. Il produit une modification soudaine de la surface de toutes les dents : sur des engrenages durcis, on note un changement de coloration et de fines rayures, à ne pas confondre avec une usure abrasive, car il y a peu de pertes de cote. Sur des aciers peu durcis, les surfaces sont détruites par écoulement plastique et marquées de sillons grossiers parallèles au profil. Lors du grippage, apparaissent aussi des charges radiales anormales et des vibrations. Le facteur de frottement augmente et devient irrégulier.

IV.3 Régimes de lubrification :

Les différents régimes de lubrification ont été présentés pour la première fois en 1902 par Richard Stribeck [152], dans le cas d'un palier lisse. Lorsque deux surfaces lubrifiées sont en frottement, il existe trois régimes de lubrification, ces régimes dépendent de la charge appliquée, de la vitesse de glissement des deux surfaces, de la viscosité du lubrifiant, de la géométrie du contact et de l'état de rugosité des surfaces. La figure IV.2 représente une courbe de Stribeck, l'axe des y est le coefficient de frottement μ et l'axe des x est un nombre sans dimension, souvent appelé le nombre de Hersey donné par :

$$H = \frac{\eta\omega}{p} \quad (\text{IV. 10})$$

où η est la viscosité du lubrifiant, ω la vitesse de glissement et p la pression de contact.

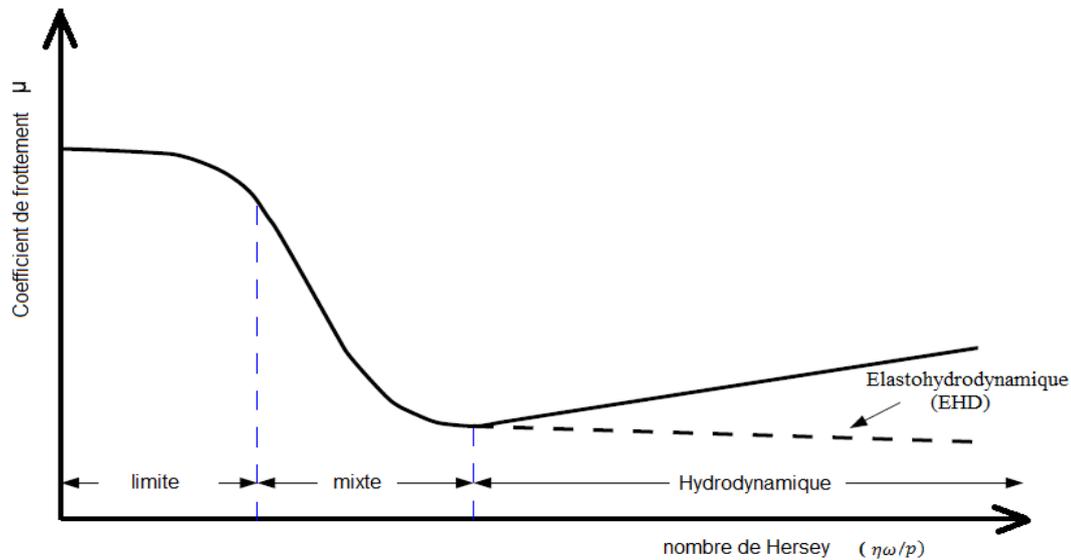


Figure IV.2 : Courbe de Stribeck. [153]

Cette courbe permet de définir les trois régimes de lubrification suivant l'épaisseur du film lubrifiant (h) par rapport à la rugosité des surfaces (R), le rapport est (h/R) .

IV.3.1 Régime hydrodynamique :

Le film lubrifiant séparant les surfaces en frottement est suffisamment épais pour empêcher tout contact entre les aspérités des deux surfaces solides et c'est lui qui va supporter la pression à l'interface. La viscosité du lubrifiant intervient également dans la représentation de Stribeck car plus il est visqueux, plus le film lubrifiant a tendance à être épais. Dans ce régime, l'usure et le coefficient de frottement sont faibles.

Cheon [154] a décrit une analyse du comportement non linéaire des paires d'engrenages selon le modèle de déformation élastique par contact direct sur une large gamme de vitesses, en tenant compte des effets hydrodynamiques et de la force de frottement (figure IV.3). L'inclusion de l'effet hydrodynamique facilite la non-linéarité en augmentant la plage de chevauchement (c'est-à-dire des régimes de solutions multiples) et l'amortissement, ainsi qu'en diminuant les forces de déformation élastique et de réaction de dentures. Les effets de divers paramètres de lubrification, tels que la viscosité et la largeur du film, sur le comportement dynamique non linéaire ont été analysés. Alors que la viscosité a un fort effet sur le comportement des systèmes de transmission par engrenages, la friction a très peu d'effet sur le comportement en torsion. Bien que le modèle de contact direct sans frottement ait un comportement global non linéaire similaire au modèle incluant les effets hydrodynamiques

avec frottement, les données temporelles de ces modèles sont différentes en raison de l'effet de compression.

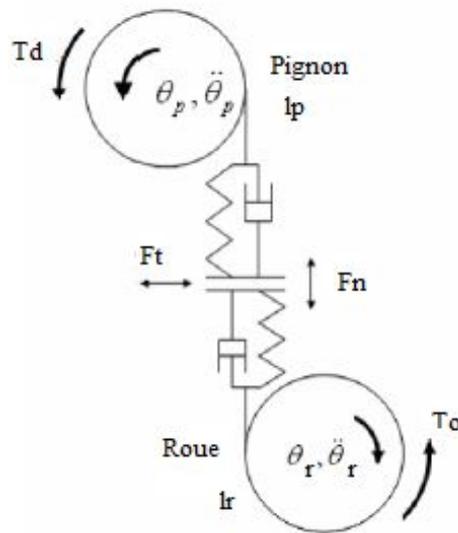


Figure IV.3 : Diagramme schématique des paires d'engrenages [154]

IV.3.2 Régime élastohydrodynamique :

La théorie de la lubrification élastohydrodynamique est utilisée pour calculer l'épaisseur du film lubrifiant dans les contacts hertziens. Cette théorie EHD et la rhéologie du lubrifiant ont été utilisées pour déterminer le frottement de glissement et également pour calculer la perte de puissance de glissement dans les engrenages à axe parallèle par Wu et al [155].

Le régime de lubrification pour les systèmes d'engrenages industriels est généralement élastohydrodynamique, c'est-à-dire qu'il est nécessaire de tenir compte de la déformation locale des surfaces de contact due à la pression du lubrifiant. Autrement dit, la théorie EHD repose principalement sur la compréhension de deux aspects: les pressions élevées, la viscosité du fluide augmente rapidement de plusieurs ordres de grandeur et, deuxièmement, les déformations élastiques des surfaces en interaction ne peuvent être négligées [156]. Même si la théorie EHD classique pourrait expliquer l'existence des films protecteurs, elle n'explique pas les mécanismes des ruptures de surface comme les piqûres, les éraflures, etc., qui seraient étroitement liées à la défaillance des films EHD.

Plusieurs rapports précédents [157-158] ont décrit les effets élastohydrodynamiques sur les systèmes d'engrenages en fonction de la distribution de la pression, de l'épaisseur minimale du film et des coefficients de frottement. Cependant, les modèles d'analyse de ces études se limitaient à des conditions statiques qui incluaient seulement une paire de dents spécifique.

Huang et al. [149] ont étudié un modèle variant dans le temps pour étudier les réponses dynamiques des paires d'engrenages cylindriques. En particulier, un amortissement variable dans le temps a été directement utilisé pour rendre compte du film d'huile des paires d'engrenages. Dans un premier temps, les équations de vibration régissant les paires d'engrenages ont été exprimées en modèles discrets équivalents d'éléments de masse, ressort et d'amortissement. Le facteur d'amortissement qui incorpore l'effet de lubrification a été dérivé en utilisant des théories de lubrification élastohydrodynamique et de film pressé. La propriété variable dans le temps due à la position d'engrènement en mouvement a été considérée en mettant à jour immédiatement la rigidité d'engrènement, le facteur d'amortissement, la force d'engrènement et la force de frottement entre les paires de dents à chaque étape de calcul. Après cela, des facteurs dynamiques et des contraintes de filet des paires d'engrenages dans différentes conditions de fonctionnement ont été obtenus en effectuant des intégrations numériques itératives. Le facteur d'amortissement du lubrifiant et ses effets sur la dynamique des engrenages ont également été discutés. Enfin, les effets de la viscosité du lubrifiant et du couple appliqué sur la dynamique des engrenages ont été étudiés en profondeur.

Liu et al. [159] ont étudié les effets de l'excitation de frottement et du jeu entre dentures sur les performances de lubrification des engrenages, c-à-d d'étudier l'épaisseur minimale du film, la pression maximale, en tenant compte des charges dynamiques dues aux excitations de la raideur (figure IV. 4). Les charges dynamiques sont obtenues à l'aide d'un modèle de paramètre localisé à deux degrés de liberté semi-défini. Une technique de Reynolds réduite est appliquée pour développer un modèle de lubrification capable de traiter tous les «contacts d'aspérité» potentiels. Les paramètres de géométrie des engrenages et le comportement du fluide Ree-Eyring sont pris en compte. Les résultats montrent que l'excitation par friction a une influence très limitée sur la charge dynamique et donc sur les performances de lubrification. Le jeu affecte la charge dynamique de manière significative, mais a une influence limitée sur l'épaisseur minimale du film. La pression maximale augmente avec la valeur du jeu dû à la relation directe entre la pression et la charge.

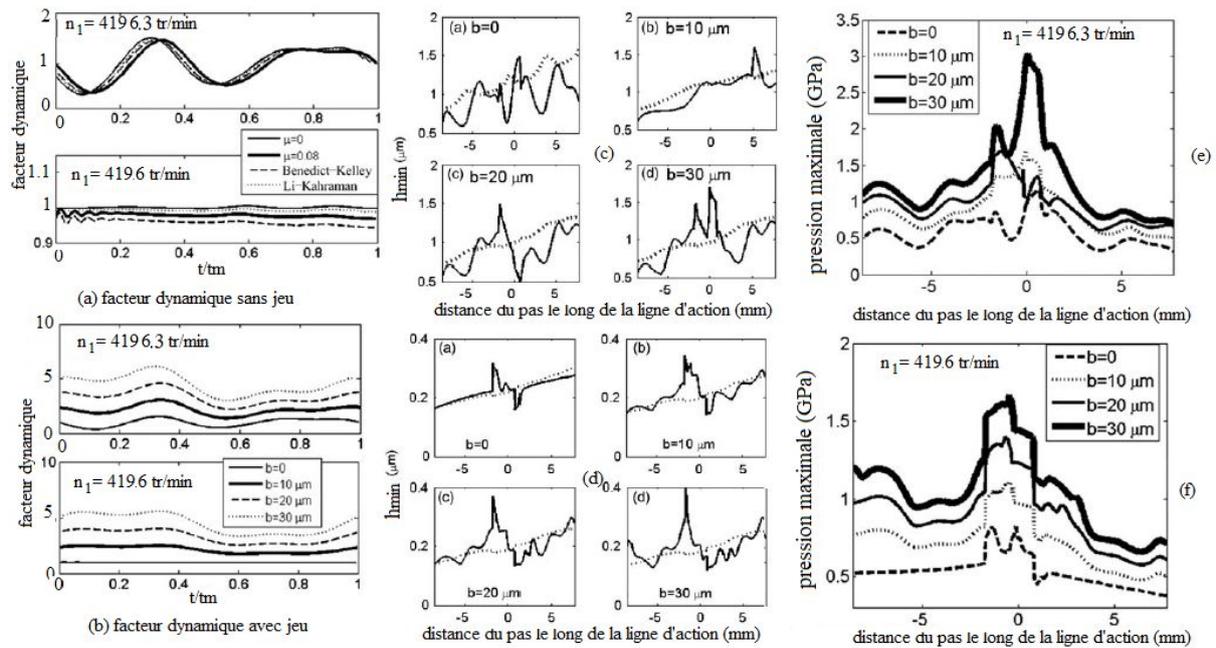


Figure IV.4 : Calculs des paramètres : facteur dynamique sans jeu (a) et avec jeu (b), épaisseur du film d'huile (c, d), pression (e, f) [159].

Zhou et al. [160] ont étudié des modèles de rigidité et d'amortissement pour les films d'huile pour tenir compte des impacts dans les directions normales et tangentielles. Étant donné que ces modèles sont appliqués à un engrenage en contact avec la lubrification élastohydrodynamique (EHD), la rigidité combinée est dérivée de la rigidité du film d'huile et de la dent d'engrenage tandis que l'amortissement combiné est établi par l'amortissement de ces pièces. Les effets de trois paramètres fondamentaux (force de contact, vitesse de rotation et nombre de dents) de l'engrenage en contact de ligne EHD sur la rigidité et l'amortissement combinés sont ensuite étudiés. Les résultats révèlent que la faible raideur normale et tangentielle du lubrifiant peut atténuer l'impact et la vibration de cisaillement, tandis que la chaleur de choc et de frottement peut être réduite en utilisant un film d'huile avec un grand amortissement normal ou un faible amortissement tangentiel. Étant donné que son amplitude et sa fluctuation sont étroitement liées au taux de cisaillement, à la viscosité effective, à la vitesse d'entraînement et aux rayons de courbure, la rigidité et l'amortissement combinés améliorés peuvent être obtenus en adaptant rationnellement les paramètres géométriques et de fonctionnement.

Zhu et al. [161] ont proposé un modèle de contact-vibration de ligne de lubrification élastohydrodynamique pour étudier la raideur et l'amortissement du film d'huile existant dans la région de contact EHD. Une approche mutuelle initiale entre les surfaces en interaction, qui dévie de la position équilibrée en régime permanent, est supposée sous le contact libre-

vibration pour prédire la réponse de l'approche mutuelle (figure IV.5). Un terme d'inertie, qui représente l'accélération du mouvement de l'écart, est ajouté à l'équation de l'équilibre des forces classique pour former l'équation du mouvement de l'approche mutuelle. La réponse de l'approche mutuelle est résolue sur la base de la résolution du modèle contact dynamique. La rigidité de l'huile est calculée en fonction de la fréquence propre de la réponse dans des conditions d'amortissement et de non amortissement, ce dernier représentant des conditions de contact sec. L'amortissement du film d'huile est calculé en fonction du principe de conservation de l'énergie qui utilise tout l'historique de la réponse par rapport à la méthode de décroissance logarithmique. L'effet de la charge normale, la vitesse de laminage et l'amplitude de l'ondulation de surface sinusoïdale régulière sur la raideur du film d'huile, la raideur de contact et l'amortissement du film d'huile sont étudiés. Les résultats montrent que le facteur d'amortissement du film d'huile diminue avec l'augmentation de la charge normale (figure IV.6 (a)) et l'augmentation de la vitesse de laminage (figure IV.6 (b)). La rigidité du film d'huile augmente avec la charge normale (figure IV.7 (a)) et diminue avec la vitesse de laminage (figure IV.7 (b)). De plus, par rapport à la rigidité de contact, la rigidité du film d'huile contribue moins à la rigidité totale. L'amplitude de l'ondulation de surface a peu d'effet sur la rigidité du film d'huile et l'amortissement du film d'huile.

La modélisation de la lubrification est principalement étudiée pour deux raisons majeures:

- 1) Étudier l'effet de la lubrification sur la dynamique des engrenages ;
- 2) Étudier son effet sur la durabilité des engrenages.

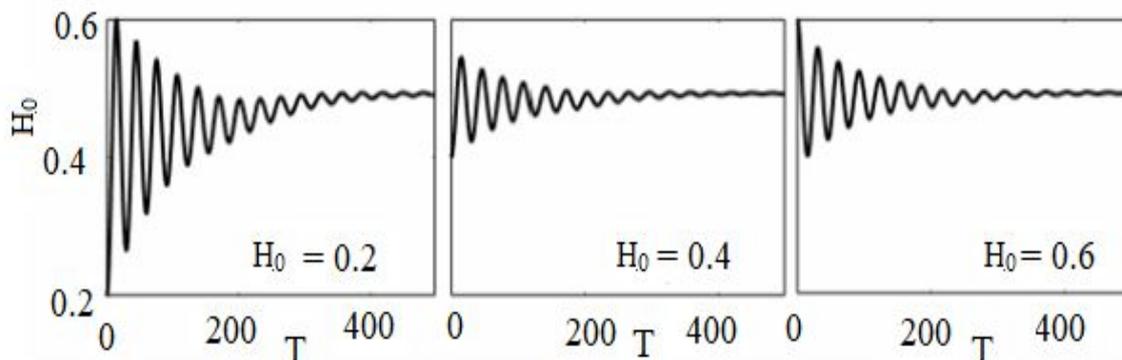


Figure IV.5 : Approche mutuelle H_0 en fonction du temps T [161].

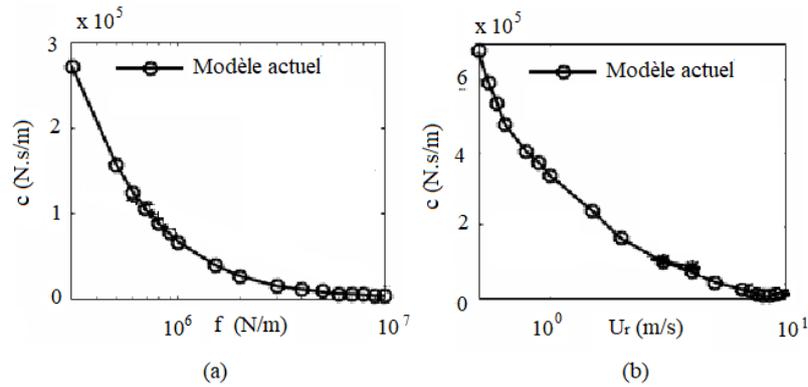


Figure IV.6 : Facteurs d'amortissements en fonction de la charge (a) et en fonction de la vitesse (b) [161].

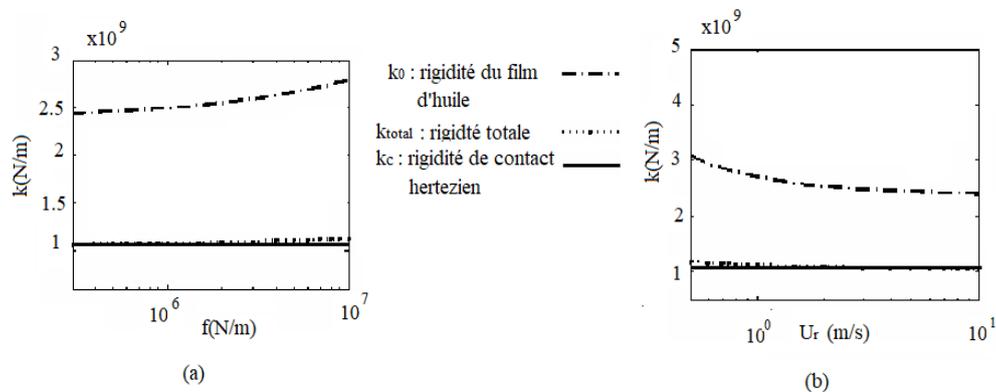


Figure IV.7 : Rigidités en fonction de la charge (a) et en fonction de la vitesse (b) [161].

Gopalakrishnan et al. [162] ont réalisé une étude sur la modélisation des phénomènes de lubrification élastohydrodynamique pour les engrenages coniques à denture spirale. L'amortissement et le coefficient de frottement générés par la zone de contact lubrifiée auront des effets profonds sur la dynamique des engrenages coniques à denture spirale. Ainsi, la valeur d'amortissement générée par ce modèle de friction variera en fonction du temps. Cela rend douteuse l'utilisation d'une valeur d'amortissement constante et empirique dans la dynamique des engrenages coniques à denture spirale. Les données géométriques et cinématiques d'entrée requises pour les simulations de lubrification élastohydrodynamique (EHD) sont obtenues à l'aide d'analyse de contact des dents. Des simulations numériques complètes de lubrification élastohydrodynamique sont effectuées à l'aide de l'algorithme AICV (asymmetric integrated control volume) pour calculer les pressions de contact. La transformée de Fourier rapide est utilisée pour calculer les déformations élastiques sur les surfaces des engrenages dues à la charge de contact. Les pressions calculées et la viscosité effective sont utilisées pour calculer l'amortissement variant dans le temps pour les engrenages coniques à denture spirale. Des études paramétriques sont également effectuées en

faisant varier les vitesses de laminage, les propriétés du lubrifiant et la charge de couple pour expliquer l'effet de la lubrification sur la réponse dynamique de la roue conique à denture spirale.

Un modèle théorique de lubrification élastohydrodynamique mixte a été proposé par Li et al [163] dans lequel un volume de contrôle intégré asymétrique a été utilisé.

IV.3.3 Régime limite :

La lubrification limite est le régime de lubrification dans lequel les déformations élastiques des aspérités sont le plus souvent en contact avec un fluide, même si celui-ci est présent.

IV.3.4 Régime mixte :

La zone II (figure IV.2) correspond la lubrification mixte est le régime de lubrification dans lequel l'épaisseur moyenne du film est dans l'ordre de la rugosité des surfaces et la charge de contact est supportée à la fois par un contact aspérité et un film d'huile.

Dans les engrenages, la rugosité élevée des dentures, ce qui implique que le taux de glissement élevé (au début et à la fin d'engrènement).

Afin de déterminer le niveau d'interaction entre aspérité, le paramètre Δ qui relie l'épaisseur de film de lubrifiant et la rugosité des surfaces peut être défini comme suit [164] :

$$\Delta = \frac{h}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \quad (\text{IV.11})$$

Avec :

h : épaisseur de film de lubrifiant [μm] ;

σ_1, σ_2 : moyennes quadratiques de la rugosité (Rms) des surfaces 1 et 2 [μm].

Un tableau (IV.1) qui englobe la rugosité des surfaces qui permet de définir les différents régimes de lubrification [165] :

Rugosité des surfaces	Différents régimes de lubrification
$\Delta \approx 1$ (proche à 1)	Il y a interaction entre les aspérités des deux surfaces et la charge normale n'est alors plus supportée seulement par le fluide mais également par les rugosités
$\Delta < 1$	Régime de lubrification limite
$0.5 \approx 1 < \Delta < 2.5 \approx 3$	Régime de lubrification mixte
$\Delta > 3$	Régime de lubrification en film complet

Tableau IV. 1 : Rugosité des surfaces des différents régimes

Li et Kahraman [166] ont incorporé un modèle dynamique à engrenage à denture droite purement torsionnelle à deux degrés de liberté pour obtenir un amortisseur équivalent approximatif dans la direction de la ligne d'action en contact entre les dents. La variation de la valeur d'amortissement avec la position d'engrènement (rotation de l'engrenage) est étudiée et les influences des différentes conditions de contact, notamment la vitesse, le couple et la température du lubrifiant, sont démontrées. Ensuite, un modèle de contact de ligne de lubrification mixte déterministe transitoire est appliqué à l'engrenage droit pour étudier les effets de la rugosité par Liu et al [167].

IV.4 Dissipation d'énergie :

L'énergie dans un système vibrant est dissipée en chaleur. Généralement, elle est déterminée dans des conditions d'oscillation cyclique. Une caractérisation de la dissipation d'énergie du film de lubrifiant entre les dents correspondantes dans les paires d'engrenages (figure IV.8). Selon le type d'amortissement présent, la relation force-déplacement peut être très différente. Dans tous les cas, cependant, la courbe force-déplacement entourera une zone, appelée boucle d'hystérésis, qui est proportionnelle à la perte d'énergie par cycle. L'énergie perdue par cycle due à une force d'amortissement dF est calculée à partir de l'équation générale :

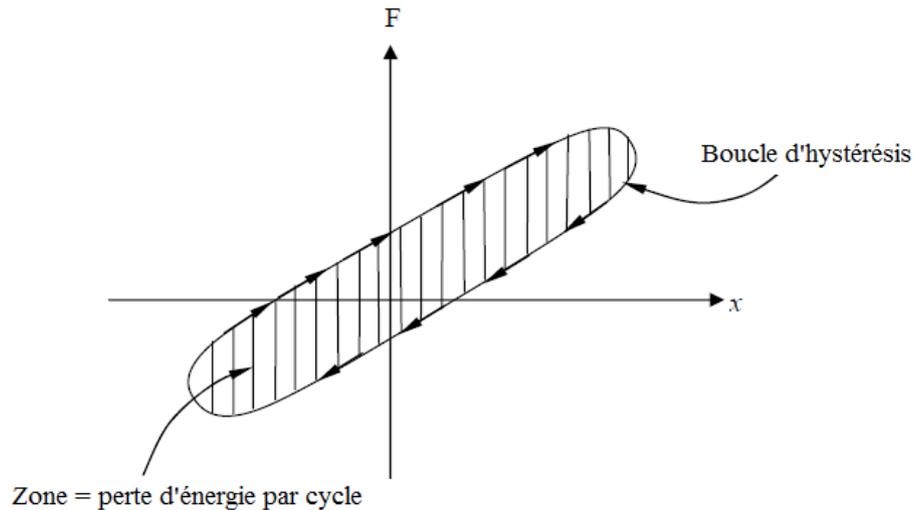


Figure IV.8 : Courbe force-déplacement – boucle hystérésis

$$W_d = \int F_d dx \quad (\text{IV.12})$$

Avec $\dot{x} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = \dot{x} dt$ et $F_d = c\dot{x}$

On remplace, \dot{x} et F_d dans l'équation (IV.12) :

$$W_d = \int c \dot{x} (\dot{x}) dt = \int c \dot{x}^2 dt \quad (\text{IV.13})$$

Nous considérons dans cette section le cas le plus simple de la dissipation d'énergie, celui d'un système masse-ressort avec amortissement visqueux $F_d = c\dot{x}$. La force d'amortissement dans ce cas est dF Avec le déplacement et la vitesse en régime permanent :

$$x = X \sin(\omega t - \phi) \quad (\text{IV.14})$$

$$\dot{x} = \omega X \cos(\omega t - \phi) \quad (\text{IV.15})$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 X \sin(\omega t - \phi) \quad (\text{IV.16})$$

Pour obtenir l'énergie dissipée par cycle, on remplace l'équation (IV.15) dans l'équation (IV. 13), devient :

$$\begin{aligned} W_d &= \int c \dot{x}^2 dt = c\omega^2 X^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\omega t - \phi) dt \\ &= c\omega^2 X^2 \frac{\pi}{\omega} \\ W_d &= \pi c\omega X^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

IV.5 Engrenement comme source de dissipation :

La caractérisation des dissipations associées à l'engrenement est un problème constant dans la bibliographie [74] :

- que pour un régime de fonctionnement élastohydrodynamique avec film de lubrification complet la contribution des efforts tangentiels soit négligeable devant celle des efforts normaux aux profils en contact.
- qu'une part importante de la dissipation provienne de l'effet dégrassement du lubrifiant, cet effet étant plus marqué en présence du choc.

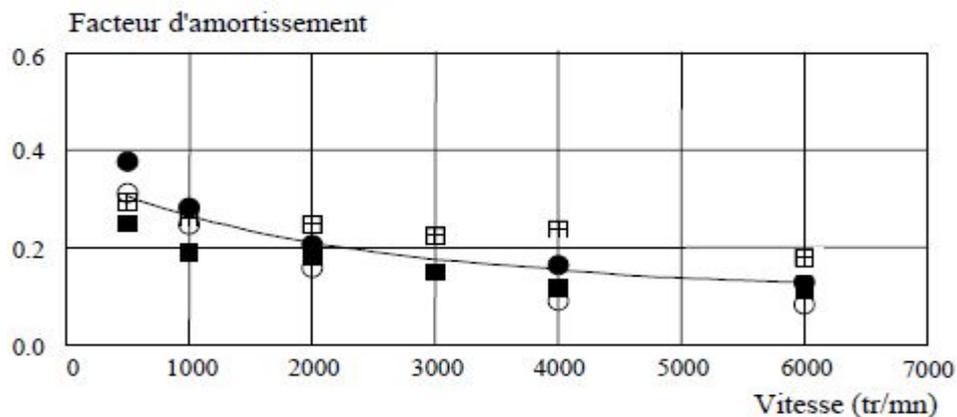


Figure IV.9 : Evolution de facteur d'amortissement avec la vitesse

Rémond et al. [74] signalent les travaux expérimentaux de Harpersheidt [168] qui a montré que le facteur d'amortissement est principalement influencé par la vitesse et qu'il est toujours supérieur à 10% ; cette valeur est dix fois supérieure aux valeurs classiquement utilisées en dynamique des structures [34] (figure IV.9).

IV.6 Equation de Reynolds généralisée en lubrification hydrodynamique :

L'équation de Reynolds en lubrification peut être déduite des équations de la mécanique des milieux continus et la loi de comportement de fluides newtoniens, en tenant compte de la forme particulière du film lubrifiant, pour lequel l'épaisseur est très faible devant la largeur et la longueur du contact [169].

En prenant pour hypothèses un régime isotherme, un lubrifiant incompressible et une viscosité ne variant pas selon l'épaisseur du film, l'équation généralisée de la mécanique des films minces visqueux se réduit alors à l'équation de Reynolds qui, dans un repère cartésien (figure IV.10), prend la forme suivante [170] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6(W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 6h \frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2) + 6h \frac{\partial}{\partial z} (W_1 + W_2) + 12 V_2 \quad (\text{IV.18})$$

où U_1, U_2, V_2, W_1, W_2 sont les vitesses des surfaces (1) et (2) selon les axes x, y, z et h est l'épaisseur du film ; p est la pression hydrodynamique et μ est la viscosité du lubrifiant.

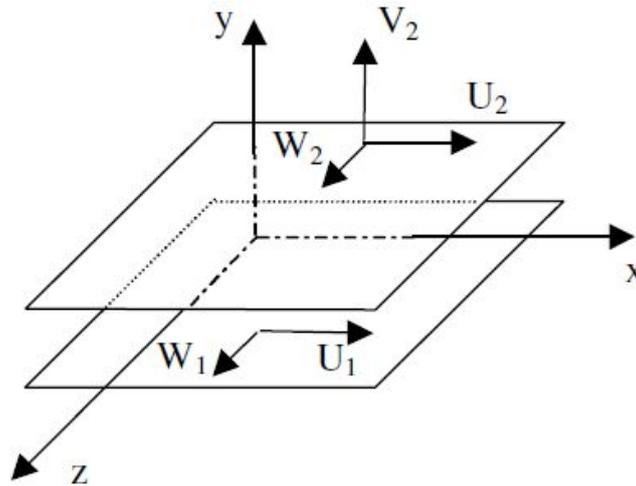


Figure IV.10 : Repère cartésien

Les hypothèses associées à l'équation de REYNOLDS, acceptées pour la modélisation de la lubrification sont les suivantes :

- L'épaisseur du film fluide est faible devant les dimensions du contact,
- La courbure des surfaces peut être négligée,
- L'écoulement est laminaire : dans le cas contraire, il faudra utiliser une équation autre que l'équation de Reynolds.
- Le fluide est incompressible,
- l'absence de glissement entre le fluide et les parois,
- Les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression ; cela est vérifié dans le cas des films minces tant que l'écoulement est laminaire.

L'équation de Reynolds pour la théorie de la lubrification hydrodynamique peut être donnée comme Williams [148], utilisé dans le travail Huang et al [149], l'équation sous forme :

$$\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \bar{u} \frac{\partial h}{\partial x} + \dot{h} \quad (\text{IV.19})$$

Avec :

est la coordonnée centrée sur le point de contact.

$\dot{h} = \frac{\partial h}{\partial t}$ est la dérivée partielle du film d'huile sur le temps.

Pour calculer la pression, on fait l'intégralité de l'équation (IV.19), on obtient :

$$\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} = \bar{u}h + \dot{h}x + c_1 \quad (\text{IV.20})$$

Même chose on intègre l'équation (IV.20), on obtient :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 12\mu \left[\bar{u} \frac{1}{h^2} + \frac{1}{h^3} \dot{h}x + \frac{1}{h^3} c_1 \right] \quad (\text{IV.21})$$

Pour calculer l'épaisseur du film d'huile h dans le modèle hydrodynamique comme représenté sur la figure IV.11 égale à :

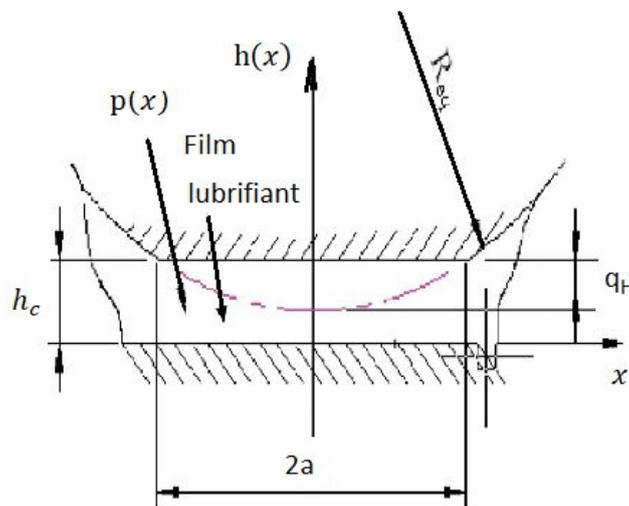


Figure IV.11 : Modèle géométrique du film lubrifiant entre une paire d'engrenage droit [149]

$$h = h_c + \frac{x^2}{2R_{eq}} \quad (\text{IV.22})$$

Avec

$\frac{x^2}{2R_{eq}}$ représente les propriétés de profil des surfaces en contact.

h_c est calculée selon l'équation (IV.1).

En remplaçant l'équation (IV.22) dans l'équation (IV.21), puis on fait l'intégralité de la pression basée sur la théorie de la lubrification hydrodynamique et du film d'huile, la pression est obtenue par l'équation suivante :

$$p(x) = 12 \mu \left[\bar{u} \int \frac{dx}{\left(h_c + \frac{x^2}{2R_{eq}}\right)^2} + \dot{h} \int \frac{xdx}{\left(h_c + \frac{x^2}{2R_{eq}}\right)^3} + c_1 \int \frac{dx}{\left(h_c + \frac{x^2}{2R_{eq}}\right)^3} \right] + c_2 \quad (IV.23)$$

où

Les constantes c_1 et c_2 s'obtiennent à partir des conditions aux limites.

En dérivant analytiquement les trois termes intégraux de l'équation (IV.23) qui peut être données comme suit :

$$\int \frac{dx}{\left(h_c + \frac{x^2}{2R_{eq}}\right)^2} = (2R_{eq})^2 \left[\frac{x}{4R_{eq}h_c(2R_{eq}h_c+x^2)^2} + \frac{1}{2(\sqrt{2R_{eq}h_c})^3} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2R_{eq}h_c}} \right) \right] \quad (IV.24)$$

$$\int \frac{xdx}{\left(h_c + \frac{x^2}{2R_{eq}}\right)^3} = \frac{-2R_{eq}}{(2R_{eq}h_c+x^2)^2} \quad (IV.25)$$

$$\int \frac{dx}{\left(h_c + \frac{x^2}{2R_{eq}}\right)^3} = \frac{R_{eq}^2}{h_c} \left[\frac{x}{(2R_{eq}h_c+x^2)^2} + \frac{3x}{4R_{eq}h_c(2R_{eq}h_c+x^2)} + \frac{3}{2\sqrt{(2R_{eq}h_c+x^2)^3}} \tan^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{2R_{eq}h_c}} \right) \right] \quad (IV.26)$$

Guilbault et al. [171] ont étudié les sources d'amortissement de la dynamique des engrenages (figure IV.12). La condition de lubrification élastohydrodynamique existe lorsque les flancs des dents d'engrenages sont en contact et les équations dérivées pour le calcul de l'amortissement normal des films d'huile à partir des équations de Reynolds sous forme :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12 \mu \bar{u} \frac{\partial h}{\partial y} + 12 \mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (IV.27)$$

est la coordonnée parallèle à la tangente du profil, p est la pression (Pa), h est l'épaisseur du film (m), \bar{u} est la vitesse d'entraînement du fluide en (m/s).

Avec

$$\bar{u} = (u_1 + u_2)/2 \quad (IV.28)$$

u_{1-2} sont les vitesses tangentielles de la surface de la dent ;

μ est la viscosité dynamique (Pas).

La représentation du type Grubin (figure IV.12 (b)) est supposée être adéquate (la zone de contact est considérée comme la zone Hertz, et une séparation de surface supplémentaire h_0 est ajoutée pour l'épaisseur du film). Les conditions aux limites sont alors $p(y) = 0$ à

$y = \pm a$. Les intégrations successives de l'équation (IV.27) (négligeant la contribution du coin physique) sur la zone de contact de Hertz ($-a < y < a$), et considérant $h(y, t) = h_0$, (figure IV.12 (a)).

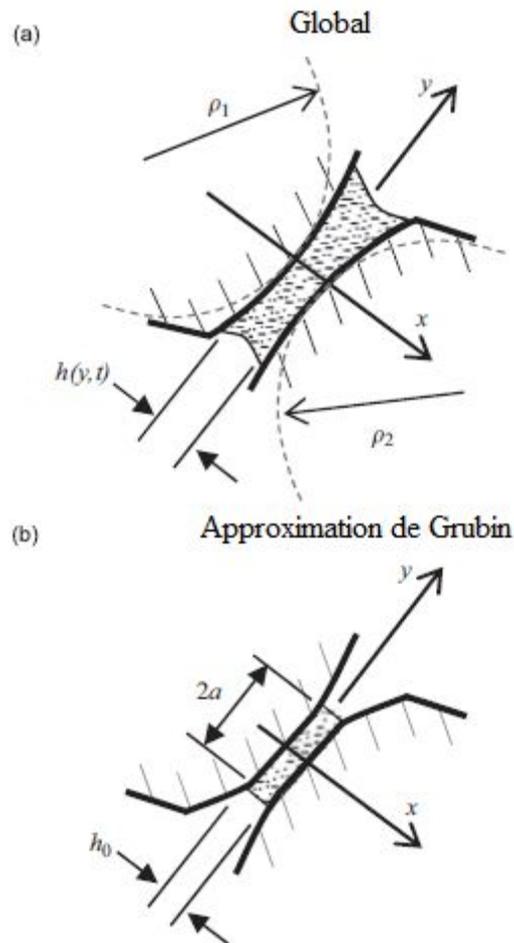


Figure IV.12 : Film d'huile

IV.7 Modèle tribo-dynamique :

Les réponses tribo-dynamiques (choc, vibration, bruit, chaleur, etc.) des entraînements par engrenages sont étroitement liées à la rigidité et à l'amortissement du lubrifiant et de la denture. Li et Kahraman [172] (figure IV.13) et Ouyang et al.[173] (figure IV.14) ont proposé la même chose, une approche efficace pour analyser la tribo-dynamique des paires d'engrenages cylindriques en couplant un modèle EHD mixte avec un modèle dynamique transversal-torsionnel et quantifié les impacts des conditions de travail, de la rugosité et des propriétés de lubrification sur les réponses tribo-dynamiques.

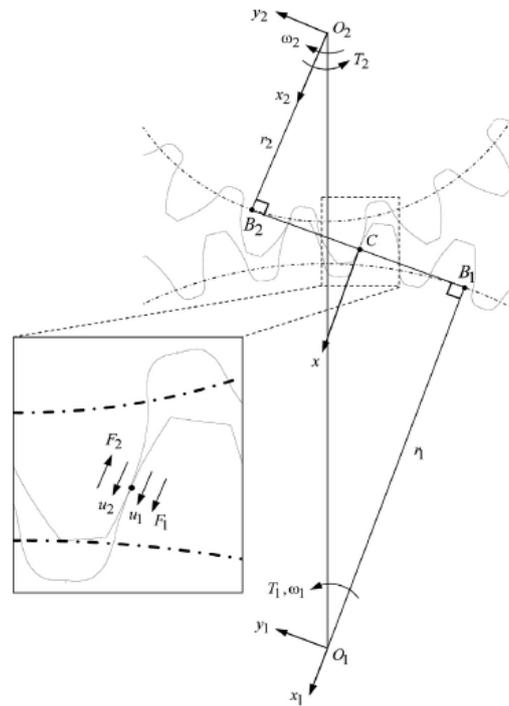


Figure IV. 13: Paire d'engrenages cylindriques montrant un point de contact instantané le long de sa ligne d'action. [172]

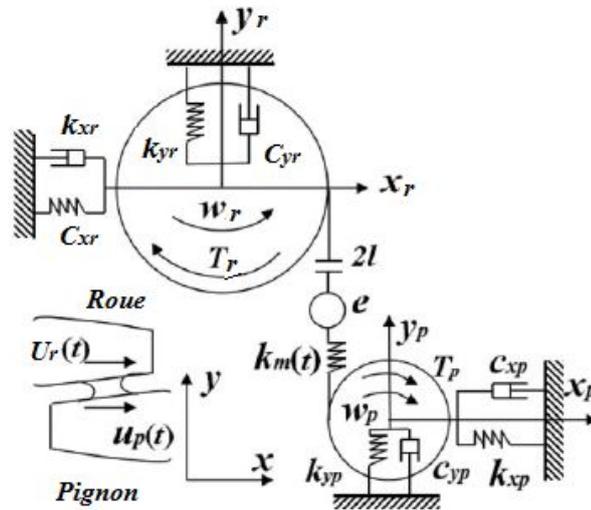


Figure IV.14 : Interactions mutuelles entre un modèle dynamique à 6ddl et un modèle Elastohydrodynamique mixte [173]

Sur la base de la deuxième loi du mouvement de Newton, les équations de mouvement de six degrés de liberté, le modèle dynamique inclus mouvements de translation et de rotation peuvent être résumées comme :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_p \ddot{x}_p(t) + c_{xp} \dot{x}_p(t) + k_{xp} x_p(t) = \sum_{i=1}^n A_i F_i(t) \\ m_p \ddot{y}_p(t) + c_{yp} \dot{y}_p(t) + k_{yp} y_p(t) + k_m(t) \delta(t) = 0 \\ j_p \ddot{\theta}_p(t) + c_{\theta p} \dot{\theta}_p(t) + r_{\theta p} \theta_p(t) + r_{bp} k_m(t) \delta(t) = T_p + \sum_{i=1}^n A_i R_{pi}(t) F_i(t) \\ m_r \ddot{x}_r(t) + c_{xr} \dot{x}_r(t) + k_{xr} x_r(t) + k_m(t) \delta(t) = - \sum_{i=1}^n A_i F_i(t) \\ m_r \ddot{y}_r(t) + c_{yr} \dot{y}_r(t) + k_{yr} y_r(t) - k_m(t) \delta(t) = 0 \\ j_r \ddot{\theta}_r(t) + c_{\theta r} \dot{\theta}_r(t) + r_{\theta r} \theta_r(t) - r_{br} k_m(t) \delta(t) = - T_r - \sum_{i=1}^n A_i R_{ri}(t) F_i(t) \end{array} \right. \quad (\text{IV.29})$$

Li [174] a proposé une formulation de paires d'engrenages cylindriques basée sur le modèle thermique tribo-dynamique pour discuter de l'influence de la température d'entrée du lubrifiant, du couple d'entrée et de la rugosité de surface sur la perte de puissance mécanique.

Sheng et al. [175] ont étudié l'élévation de la température flash des contacts à engrenage cylindrique dans les conditions tribo-dynamique. Un modèle dynamique d'engrenage discret et transversal-torsionnel est couplé avec une formulation de lubrification élastohydrodynamique mixte pour inclure les interactions entre la dynamique d'engrenage et le comportement tribologique d'engrenage. Les augmentations de température sont quantifiées dans une large gamme de vitesses dans les différentes conditions de fonctionnement et de surface. En comparant les résultats de la simulation entre les conditions tribo-dynamiques et quasi-statiques, des écarts évidents sont observés, ce qui montre le rôle important de la dynamique des engrenages dans l'augmentation de la température flash. Très intéressant, on trouve non seulement la réponse dynamique de la ligne d'action mais aussi le mouvement vibratoire hors ligne d'action qui affecte la température flash de la surface.

IV.8 Amortissement :

Le modèle d'amortissement du film d'huile permet une compréhension approfondie des propriétés de lubrification dynamique dans les engrenages. Par conséquent, afin d'établir un modèle d'amortissement réaliste du film d'huile, de nombreux travaux précieux ont été réalisés par des recherches.

IV.8.1 Différents types de l'amortissement :

IV.8.1.2 Amortissement visqueux :

En physique, le taux d'amortissement (damping ratio) est une grandeur sans dimension caractérisant l'évolution et la décroissance au cours du temps des oscillations d'un système physique. Il prend en compte notamment l'effet des frottements et la nature des matériaux (systèmes mécaniques) ou, plus généralement, les déperditions d'énergie. Il dépend éventuellement de la température. Le taux d'amortissement permet notamment de déterminer complètement la nature du régime transitoire du système.

▪ **Cas de l'oscillateur harmonique amorti :**

Pour un oscillateur harmonique amorti (figure IV.15) , constitué d'une masse m , amorti par frottement fluide de coefficient c et soumis à une force de rappel élastique de constante de raideur k , l'équation différentielle en second ordre modélisant le comportement de l'oscillateur est :

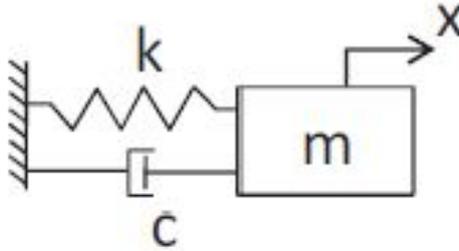


Figure IV.15 : Régime amorti pour un système à un degré de liberté

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (\text{IV.30})$$

Forme générale d'après l'équation (IV.30) est donné par :

$$\ddot{q} + 2\delta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0 \quad (\text{IV.31})$$

D'où le facteur d'amortissement [1/s] est :

$$\delta = \frac{c}{2m} \quad (\text{IV.32})$$

Et pulsation propre du système est de :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{IV.33})$$

▪ **Coefficient d'amortissement :**

Les propriétés d'amortissement du lubrifiant jouent un rôle important dans la dynamique des paires d'engrenages. Pour des conditions de fonctionnement légèrement sollicitées, on peut généralement estimer que le coefficient d'amortissement visqueux critique ξ est inversement proportionnel à la rigidité de l'engrènement des dents d'engrenage :

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (\text{IV.34})$$

où c est l'amortissement du lubrifiant visqueux pendant l'engrènement, k est la rigidité moyenne et m est la masse.

▪ Taux d'amortissement (physique) :

Il est entendu que le taux d'amortissement dépend implicitement des conditions opératoires (vitesse de rotation, charge et température) qui influencent la rigidité du film de lubrifiant développé entre les dents [3].

Dans les modèles linéaires, les données en termes de taux d'amortissement visqueux équivalent trouvées dans la littérature par plusieurs auteurs, varient dans des plages considérables : 0.5 % [176], 1.3 à 2.6 % [177], 4 % [178], 7 % [179], 10 % [180], de 0, 5% [93] à 17% [181], ce qui traduit la difficulté à quantifier de manière rigoureuse et précise cet amortissement.

IV.8.1.2 Amortissement structural :

Amortissement structural dit aussi amortissement hystérétique. Une courbe plus réaliste pour le processus de chargement-déchargement est illustrée à la figure (IV.16(a)). La courbe illustrée sur la même figure est une boucle d'hystérésis (figure IV.16(a)). La zone délimitée par la boucle à partir d'une courbe force-déplacement est l'énergie de déformation totale dissipée au cours d'un cycle de chargement-déchargement. En général, l'aire sous une courbe d'hystérésis est indépendante de la vitesse du cycle de chargement et de déchargement. Dans un système mécanique vibrant l'élément (figure IV.16(b)) élastique subit des chargements cycliques. L'existence de la boucle d'hystérésis conduit à la dissipation d'énergie à partir du système pendant chaque cycle, ce qui provoque un amortissement naturel (hystérétique).

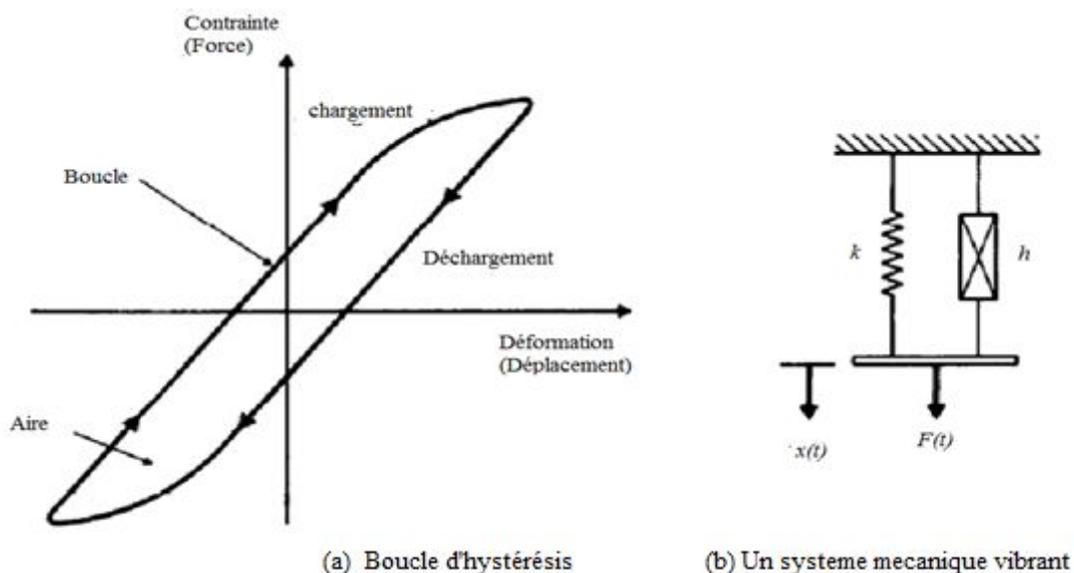


Figure IV.16 : Système avec un amortissement hystérétique

Cette notion est souvent décrite par une rigidité complexe lorsque l'équation est exprimée dans le domaine fréquentiel.

Soit un modèle visqueux :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (\text{IV.35})$$

Si on suppose un mouvement harmonique, tel que :

$$x(t) = X e^{i\omega t} \text{ et } f(t) = F e^{i\omega t} \quad (\text{IV.36})$$

L'équation (IV.35) dans ce domaine régissant le mouvement en régime permanent sous la forme:

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k)X = F \quad (\text{IV.37})$$

Le terme d'amortissement sera traduit sous forme de rigidité imaginaire sous forme :

$$\left(-\omega^2 m + k \left(1 + i \frac{\omega c}{k}\right)\right)X = F \quad (\text{IV.38})$$

Ainsi, l'équation (IV.39) fait apparaître la rigidité complexe.

$$\tilde{k} = k \left(1 + i \frac{c\omega}{k}\right) = k(1 + i\eta) \quad (\text{IV.39})$$

\tilde{k} représente la rigidité complexe.

η est le facteur d'amortissement structural (ou de perte égale) à $\frac{c\omega}{k}$.

La forme de rigidité du matériau est égale à :

$$f = k(1 + i\eta)x \quad (\text{IV.40})$$

L'équation (IV.38) s'écrit :

$$(-\omega^2 m + \tilde{k})X = F \quad (\text{IV.41})$$

Si la force est harmonique, on obtient :

$$m\omega^2 + (1 + i\eta)kx = F_0 e^{i\omega t} \quad (\text{IV.42})$$

L'amortissement visqueux équivalent nous est donné par :

$$C_{eq} = \frac{k\eta}{\omega} \quad (\text{IV.43})$$

Pour un cycle sinusoïdal $\theta = \omega t$, Le coefficient d'amortissement hystérétique η est indépendant de ω .

Et le taux d'amortissement équivalent calculé sous forme :

$$\xi = \frac{C_{eq}}{2m \omega_n} = \frac{k\eta}{2m \omega_n \omega} = \frac{\eta}{2r} \quad (\text{IV.44})$$

où $r = \frac{\omega}{\omega_n}$

L'amortissement visqueux équivalent C_{eq} est alors obtenu en stipulant que l'énergie dissipée par un amortisseur structural est égale à l'énergie dissipée par amortisseur visqueux :

$$C_{eq} \omega x^2 \pi = k\eta x^2 \pi \quad (\text{IV.45})$$

L'énergie dissipée de l'amortissement hystérétique est :

$$W_d = k\eta x^2 \pi \quad (\text{IV.46})$$

IV.8.1.3 Amortissement de coulomb :

Force de frottement ou de (friction) est une interaction qui s'oppose au mouvement relatif entre deux systèmes en contact est généralement modélisée par une force tangentielle F nécessaire pour provoquer un déplacement est proportionnelle à la charge normale N et est donnée par :

$$F(t) = \mu N \quad (\text{IV.47})$$

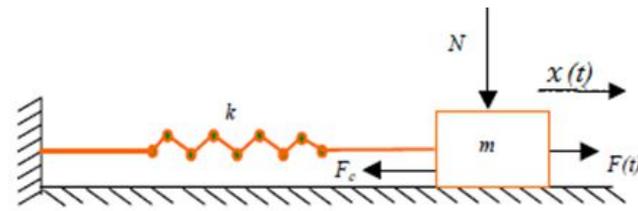
où μ est un coefficient de proportionnalité appelé coefficient de frottement statique.

Les lois de la friction établies par Amontons en 1699 et Coulomb en 1781 qui ont les propriétés suivantes :

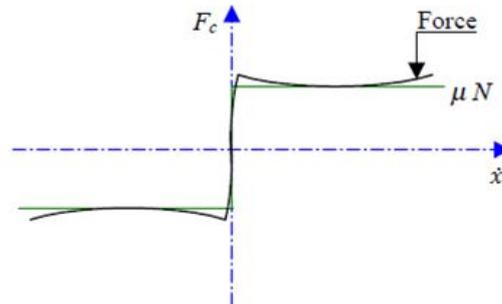
- La force de friction statique $F(t)$ dépend de la charge normale N ,
- le coefficient de friction statique ne dépend pas de l'aire de contact ;
- le coefficient de friction augmente logarithmiquement avec le temps d'attente.

La figure (figure IV.17 (a)) présente un système de 1ddl. Dès que la force tangentielle dépasse la valeur maximale du frottement statique $F(t) < \mu N$, l'objet se met à glisser, entraîné par la force appliquée (figure IV.17 (b)). Si $F(t) > \mu N$, le mouvement a lieu sans arrêt, le signe de la force de friction changeant avec le signe de la vitesse \dot{x} , de sorte que l'équation du mouvement devient :

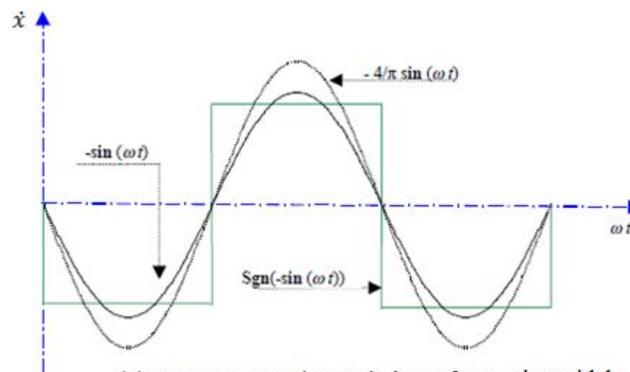
$$m\ddot{x} + kx = F(t) - \mu N \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (\text{IV.48})$$



(a) Un système de 1ddl



(b) Force de friction en fonction de la vitesse



(c) Système amorti soumis à une force sinusoïdale

Figure IV. 17 : Amortissement par friction [182]

Si la force est harmonique (figure IV.17 (c)), $F = F_0 \cos(\omega t)$, la solution se recherche sous forme :

$$x(t) = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) \pm \frac{\mu N}{k} + \frac{F_0}{k(1-(\omega/\omega_0)^2)} \cos(\omega t) \quad (\text{IV.49})$$

où C_1, C_2 sont les constantes de l'intégration. ω est la fréquence.

L'amortissement visqueux équivalent C_{eq} est alors obtenu en formulant l'énergie dissipée par frottement est égale à l'énergie dissipée dans l'amortisseur visqueux. Nous obtenons alors :

$$C_{eq} \omega x^2 \pi = 4x \mu N \quad (\text{IV. 50})$$

d'où :

$$C_{eq} = \frac{4 \mu N}{\omega x \pi} \quad (IV. 51)$$

Ce qui nous donne le taux d'amortissement équivalent suivant :

$$\xi_{eq} = \frac{C_{eq}}{2m \omega_n} = \frac{4\mu N}{2m \omega_n \omega x \pi} \quad (IV. 52)$$

Si $N = m g$, alors :

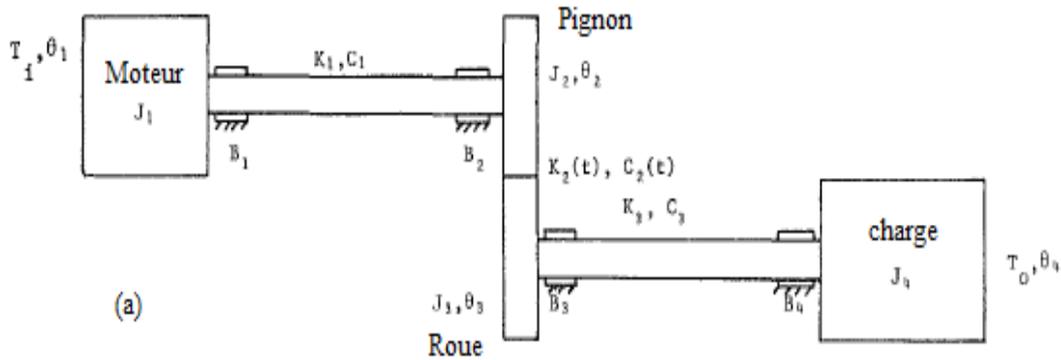
$$\xi_{eq} = \frac{4\mu m g}{2m \omega_n \omega x \pi} = \frac{2\mu g}{\omega_n \omega x \pi} \quad (IV. 53)$$

IV.8.2 Modèle dynamique de l'amortissement :

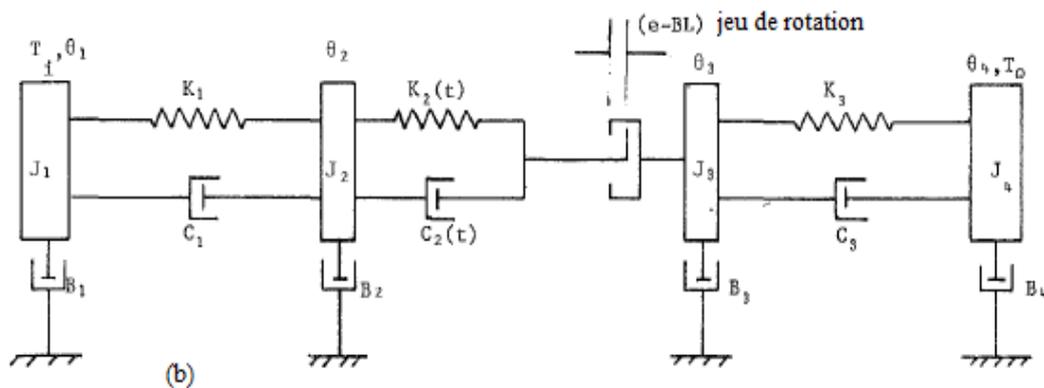
IV.8.2.1 Modèle visqueux :

Un amortissement visqueux est normalement requis dans les modèles dynamiques à engrenages pour tenir compte de la perte d'énergie (due à la lubrification, à la friction) à l'interface de l'engrenage. Normalement, un rapport d'amortissement visqueux constant défini par l'utilisateur (allant de valeurs aussi faibles que 1-2% [183] à des valeurs aussi élevées que 10% [184]) est utilisé pour représenter l'élément d'amortissement. Amabili et Rivola [185] ont proposé un modèle à un seul degré de liberté (1ddl) d'une paire d'engrenages droits à faible rapport de contact. Les principales différences de ce modèle avec les modèles 1ddl précédents incluent la prise en compte de l'amortissement variable dans le temps et l'inclusion d'erreurs de transmission pour chaque paire de dents en prise (pour simuler le phénomène de contact partiel). L'amortissement variant dans le temps a été obtenu en supposant un amortissement visqueux proportionnel à la rigidité.

Kumar et al. [186] ont développé une nouvelle approche d'espace d'état pour résoudre le modèle torsionnel d'engrenages à un seul étage (figure IV.18 (a)). Dans leur étude, la rigidité d'engrènement a été exprimée comme une série de puissance de cinq termes. L'amortissement entre les dents engagées a été décrit en termes de taux d'amortissement critique. Ils ont mentionné que cette méthode doit considérablement réduire le temps de calcul pour l'obtention d'une solution dans le domaine temporel du modèle étudié en sélectionnant correctement les valeurs initiales. Le système d'engrenage est modélisé comme indiqué sur la (figure IV.18 (b)). Grâce à ce modèle, ils ont étudié les effets de variation de la vitesse de fonctionnement, la position de contact, l'amortissement et la rigidité sur la charge dynamique. Ainsi, il a été trouvé que l'amortissement dans les engrenages a une grande influence sur la stabilité du système d'engrenage. Et cette stabilité peut être réalisée de manière simple et directe, en utilisant la méthode théorique de Floquet.



(a) Un système typique à engrenage droit à un étage.



(b) Modèle mathématique du système d'engrenage

Figure IV.18 : Modèletorsionnel d'engrenages à un seul étage

Li et al. [187] ont étudié le mécanisme d'amortissement à l'interface des dents de l'engrenage cylindrique, à un modèle non linéaire à deux degrés de liberté (figure IV.19). En combinant un modèle EHD mixte avec un modèle dynamique de torsion, prenant en compte diverses conditions de contact telles que la vitesse, la charge et la température du lubrifiant. Plus tard, les mêmes auteurs [172] ont étendu leur stratégie de modélisation pour étudier la combinaison des degrés de libertés transversales et torsionnels en utilisant un modèle tribo-dynamique.

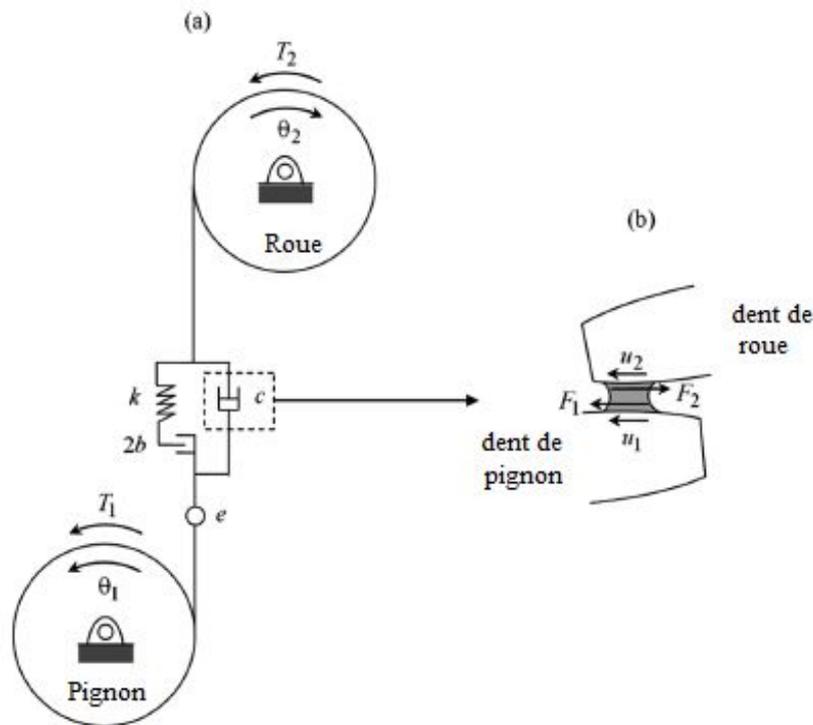


Figure IV.19 : Modèle dynamique discret d'une paire de pignons droits

Toujours dans le travail de Li [187], a utilisé un rapport d'amortissement équivalent ξ correspondant à l'amortissement visqueux dans la direction de la ligne d'action est obtenu comme suit :

$$\xi = \frac{\tan^2 \phi}{2\sqrt{k_m m_e}} \sum_{n=1}^N D_n \quad (\text{IV. 54})$$

Avec ϕ angle de pression, D_n amortissement visqueux.

Concernant le travail de Huang et al. [149], ont étudié sur le facteur d'amortissement $C_g(t)$ des paires d'engrenages en incluant un facteur d'amortissement invariant dans le temps C , qui tient compte des propriétés du matériau d'engrenage et un facteur d'amortissement de la lubrification à durée variable $C_0(t)$ pour l'effet de la lubrification, la formule du facteur d'amortissement s'écrit :

$$C_g(t) = C + C_0(t) \quad (\text{IV. 55})$$

En injectant l'équation (III.11) dans l'équation (IV.55). Pour calculer le facteur d'amortissement de la lubrification à durée variable $C_0(t)$ dans une paire de dent d'engrenage, en tenant compte de la capacité de charge du film d'huile w_i , l'équation $C_0(t)$ s'écrit :

$$C_0(t) = \left| \frac{\partial w_i}{\partial \dot{h}} \right| = \int_{-R_{eq}}^{R_{eq}} \frac{\partial p(x) \cos \beta}{\partial \dot{h}} dx \quad (\text{IV. 56})$$

Temis et al. [188] présentent deux méthodes différentes pour simuler le comportement dynamique des engrenages. Les vibrations de torsion non linéaires des systèmes à engrenages sont étudiées à la fréquence de résonance avec la perte de contact des dents engrenées. Dans le modèle proposé, on considère une rigidité de variable dans le temps des paires d'engrenages et un amortissement visqueux proportionnel à la rigidité de l'engrènement. Les erreurs d'engrenage de chaque paire de dents engrenées sont également incluses. Le mouvement dynamique des paires d'engrenages droits sur une large gamme de fréquences d'excitation en utilisant la méthode des éléments finis a été simulé. Les résultats de la distribution des contraintes de flexion pendant les vitesses de fonctionnement globales ont été obtenues par FEA. Il peut servir d'outil pour aider le diagnostic de défaut d'engrenage.

Saxenaa et al. ont [189] étudié principalement sur l'effet de la rigidité et de l'amortissement dû à une paire d'engrenages sur les caractéristiques modales du système d'arbre de rotor flexible à engrenages supporté sur un roulement conforme. L'arbre du rotor est modélisé à l'aide d'éléments de poutre Timoshenko; tandis que le modèle d'amortissement visqueux non proportionnel est utilisé pour représenter l'amortissement des paliers et des engrenages. Le chargement de fatigue provoque le développement d'une dent d'engrenage fissurée, ce qui entraîne une réduction de la rigidité. L'effet de divers cas de dents d'engrenages fissurés a également été étudié sur les caractéristiques modales et les fonctions de réponse en fréquence du système. Les changements dans les caractéristiques de réponse modale et fréquentielle dues à la denture de l'engrenage fissuré ont été comparés à ceux du système de rotor à engrenage sain. L'étude peut s'avérer utile pour détecter les défauts se développant dans la dent d'engrenage en observant les changements dans les caractéristiques dynamiques du système.

IV.8.2.2 Modèle visqueux équivalent :

La fonction la plus importante de l'amortissement vise à limiter l'amplitude de la résonance. Etant donné qu'en résonance, les forces d'inertie et celles du ressort sont très élevés par rapport à la force d'amortissement, il nous est permis de chercher une expression approximative simulant l'effet d'un amortissement non visqueux en supposons que :

- le mouvement est harmonique ;
- l'énergie perdue dans n'importe quel type d'amortissement est égale à celle d'un amortisseur visqueux équivalent, de coefficient $C_{\text{éq}}$.

Ainsi, dans le cas de n'importe lequel des genres d'amortissement, on peut évaluer l'énergie dissipée à $W_d = \int F dx$ et de la sorte, calculer l'amortissement visqueux équivalent en appliquant la formule suivante :

$$C_{\acute{e}q} = \frac{W_d}{\pi \omega x^2} \quad (\text{IV.57})$$

Pour évaluer la capacité d'amortissement, cette énergie dissipée par cycle sous chargement harmonique est comparée à l'énergie potentielle maximale, en calculant le rapport de ces deux quantités, on obtient le coefficient équivalent :

$$\frac{W_d}{E_p} = \frac{\pi \omega C_{\acute{e}q} x^2}{\frac{1}{2} k x^2} = 4\pi \xi \quad (\text{IV.58})$$

On obtient une formule énergétique du coefficient d'amortissement, est le rapport des énergies dissipées sur l'énergie totale apportée au système pendant un cycle. On met ainsi en place la notion de taux d'amortissement équivalent :

$$\xi = \frac{W_d}{4\pi E_p} \quad (\text{IV.59})$$

IV.8.2.3 Modèle de Rayleigh :

L'amortissement Rayleigh connu sous le nom d'amortissement proportionnel ou modèle d'amortissement classique. L'utilisation de l'amortissement de Rayleigh est d'écrite par Liu et Gorman [190]. c'est-à-dire, cet amortissement permet de définir la matrice d'amortissement [C] comme combinaison linéaire des matrices de masse [M] et de rigidité [K]:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (\text{IV.60})$$

α et β sont des coefficients constants

La matrice [C] est orthogonale par rapport aux vecteurs propres du système. En appliquant la transformation de coordonnées modales, la matrice d'amortissement modal [C] devient diagonale :

$$\begin{aligned} [\Phi]^T [C] [\Phi] &= [\text{diag}(C_{ii})] \\ &= [\text{diag}(2m_i \omega_i \xi_i)] \end{aligned} \quad (\text{IV.61})$$

[Φ] la matrice des vecteurs propres du système non amorti, m_i la masse modale du mode i de pulsation ω_i , ξ_i est le facteur d'amortissement du mode i .

Parker et al. [191] ont étudié la réponse dynamique d'une paire d'engrenages cylindrique, en utilisant un modèle mécanique par éléments finis. Pour effectuer les calculs de

l'amortissement, ont utilisé le modèle d'amortissement de Rayleigh, où la matrice d'amortissement est proportionnelle à la matrice de rigidité et à la matrice de masse. Cette méthode permet de faciliter les calculs, mais aussi de se rapprocher de la réalité, car en fonction du nombre de dents en contact, la rigidité varie, et il est logique de penser que l'amortissement en fait de même.

IV.8.2.4 Modèle structural (hysteritétique) :

Amortissement structural est dit amortissement hysteritétique ou bien amortissement hystérésis est dû aux frottements internes à la structure intrinsèque dans les matériaux.

Ankouni et al. [192] ont étudié les différents mécanismes d'amortissement dans les contacts de lubrification élasto-hydrodynamiques, dans le but de dériver des modèles d'amortissement représentatifs des contributions de lubrifiant qui peuvent être facilement utilisés dans des simulations dynamiques d'engrenages. Plusieurs modèles simplifiés sont proposés qui permettent de simuler l'amortissement provoqué par le frottement des dents et le serrage du lubrifiant par les dents avec et sans pertes et impacts momentanés de contact. Un modèle dynamique à engrenage à un degré de liberté est mis au point qui combine ces sources de lubrifiant d'amortissement avec un amortissement structural. Un certain nombre de comparaisons avec des preuves expérimentales de référence sont présentées pour une gamme de conditions de fonctionnement et de géométries d'engrenages qui prouvent que l'approche proposée est solide dans le cas d'engrenages droits. Ils ont montré que l'amortissement associé à la compression du lubrifiant contribue pour une large part lorsque les pertes de contact et les chocs entre les dents se produisent à des vitesses critiques. Pour les conditions de contact permanent, cependant, l'amortissement structural apparaît comme le principal contributeur à l'amortissement global du système.

L'effet des coefficients d'amortissement a été pris en compte pour estimer la torsion vibration des systèmes d'engrenages à plusieurs branches.

Firouzi et al. [193] ont étudié l'effet de l'amortissement visqueux entre les engrenages et le fluide, l'effet de l'amortissement structural des arbres dans un système d'engrenage à trois branches. Initialement, les équations directrices ont été dérivées, puis les effets d'amortissement ont été étudiés en utilisant le logiciel MATLAB. Afin de valider les résultats qui sont préparés par le logiciel MATLAB sont comparés avec les autres méthodes de calcul. Pour étudier les effets de la rigidité et de l'amortissement sur les arbres et les engrenages, différents systèmes de dérivation sont considérés. Certains des résultats de vibration sur les

systèmes ramifiés à engrenages amortis avec un amortisseur visqueux et un amortisseur structurel sont analysés et discutés.

IV.8.2.5 Modèle de Coulomb :

L'amortissement de Coulomb (frottement de Coulomb) ou amortissement de friction peut être considéré comme existant quand la force d'amortissement est constante (dépendant seulement de la réaction normale) et s'oppose au mouvement du corps en mouvement.

Vaishya et Singh [194, 195] ont utilisé le modèle à contact direct avec frottement de Coulomb entre les dents d'engrenage, et ont rapporté que le frottement n'a qu'un effet minime sur les instabilités de torsion du système d'engrenage dynamique. Ils ont étudié les effets dynamiques de la non-linéarité induite par frottement en utilisant des systèmes linéaires et non linéaires variant dans le temps et ont montré que le frottement est capable de réduire les grandes oscillations dans certaines conditions de résonance.

IV.9 Raideur d'engrènement et les phénomènes d'instabilité de denture :

Comme on a expliqué au chapitre II, que les variations de raideur d'engrènement sont principalement causées par l'évolution du nombre instantané dents en contact et constitue une excitation interne dans le cas de dentures droites. Cette variation est associée à la fréquence d'engrènement qui peut conduire à l'apparition de régimes critiques de fonctionnement pour lesquels l'amplitude vibratoire augmente fortement. A l'approche de ces vitesses critiques, des phénomènes de type vibro-impact peuvent se produire indiquant un comportement dynamique non-linéaire et des pertes de contacts partielles ou totales entre les dentures.

Les équations différentielles associées à des systèmes mécaniques à raideur et amortissement variables sont habituellement appelées équations de Hill qui s'expriment :

$$m \ddot{u} + c(t)\dot{u} + k(t)u = F(t) \quad (\text{VI.62})$$

Ces équations n'admettent pas de solutions analytiques exactes. Floquet [196] a montré qu'il y a possibilité d'apparition de résonances lorsque les fonctions $c(t)$ et $k(t)$ sont périodiques de période T à partir de l'équation homogène plus connue sous le nom d'équation de Mathieu-Hill. Le comportement d'un système à un degré de liberté comportant une raideur variable est gouverné par une équation différentielle à coefficients périodiques (équation de Mathieu-Hill) pour laquelle le terme d'amortissement est nul est de la forme suivante :

$$m \ddot{u} + k(t)u = F(t) \quad (\text{VI.63})$$

Bien que, dans la réalité, les instabilités soient limitées par des phénomènes de séparation de dentures, Benton et Seireg [197] (figure IV.20) montrent l'importance de l'amortissement qui tend à réduire les zones d'instabilité.

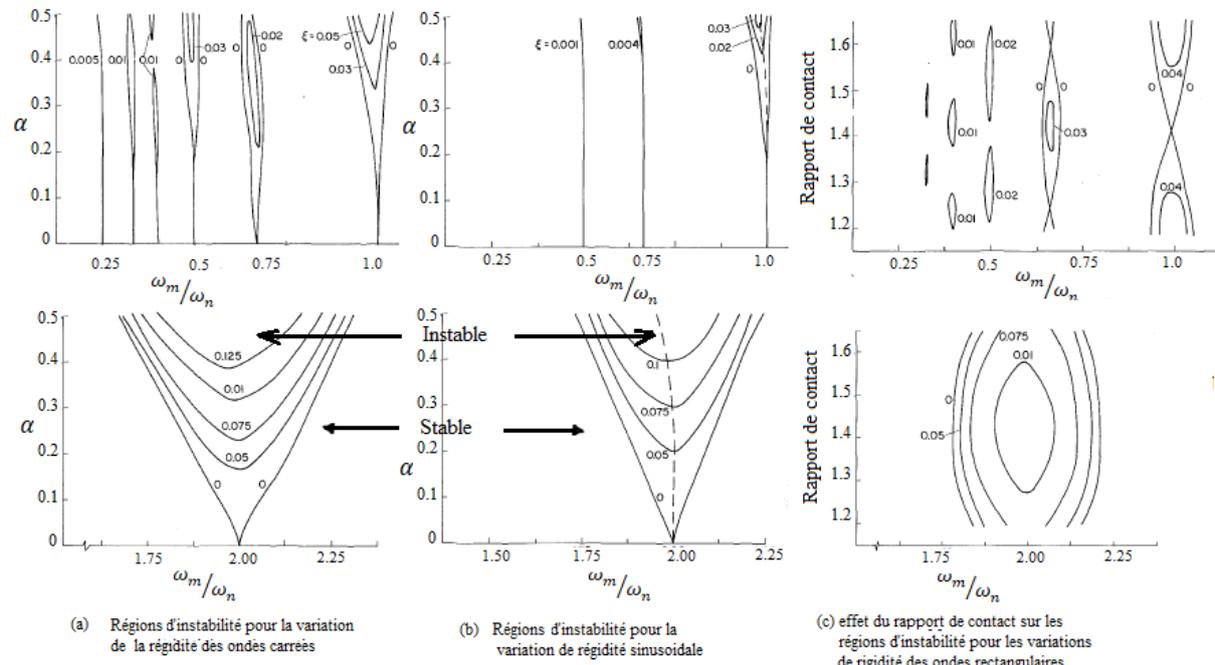


Figure IV.20 : Influence de l'amortissement sur les zones d'instabilité Benton et Seireg [197]

La forme et l'amplitude de la fonction de variation de rigidité déterminent la stabilité du système d'engrenage. Deux formes de variation de rigidité sont examinées dans l'étude de Benton et Seireg; rectangulaire (figure IV.20 (a)) et sinusoïdale (figure IV.20 (b)). Ces deux formes agissent comme des limites sur les types de variations de rigidité réelles attendues dans les entraînements à engrenages pratiques.

Pour une raideur sinusoïdale, la variation $K(t)$ est de la forme :

$$K(t) = K_{ave}(1 + \alpha \sin \omega_m t) \tag{VI.64}$$

Avec

$$\alpha = K_{var}/K_{ave}$$

K_{var} : amplitude de la variation de rigidité à peu près moyenne

K_{ave} : rigidité moyenne qui est la rigidité d'une paire de dents multipliée par le rapport de contact dans les engrenages cylindriques

ω_m : fréquence d'engrènement

La figure IV.20 (a) montre les régions d'instabilité pour une variation d'onde carrée où:

ω_n : fréquence propre d'une paire d'engrenages égale : $[K_{ave}/I_{eff}]^{1/2}$

avec $I_{eff} = \frac{I_p I_g}{I_p + I_g}$ pour une paire d'engrenage

La figure IV.20 (c) montre l'effet du rapport de contact sur les régions de stabilité dans le cas extrême d'une variation rectangulaire avec $K_{max} = 2 K_{min}$. Notez que pour un ω_m donné, la modification du rapport de contact change également de ω_n et par conséquent de ω_m/ω_n .

Dans le travail de Benton et Seireg que les facteurs affectant la stabilité sont:

- Le rapport entre la fréquence d'engrènement et la fréquence naturelle (ω_m/ω_n) pour la rigidité en ondes carrées et pour les sinusoïdes variations de rigidité).
- La forme et l'ampleur de la variation de la rigidité.
- Le rapport de contact: il semble exister certains rapports de contact qui nécessitent moins d'amortissement pour la stabilité que d'autres à une valeur ω_m/ω_n particulière.
- Le rapport d'amortissement: Pour $\xi > 0,03$ dans la variation de rigidité la plus critique de la rigidité des ondes carrées, toutes les régions d'instabilité disparaissent à l'exception de la région proche de $\omega_m/\omega_n = 2$. Cela peut aussi être stabilisé pour $\xi > 0.11$

L'influence de l'amortissement sur les zones d'instabilité est fondamentale, et les valeurs usuelles (comprises entre 2 et 10%) indiquent que ce type de fonctionnement ne peut se rencontrer que pour des engrenages droits de faible rapport de conduite ($\varepsilon \leq 2.0$). Toutefois le fonctionnement de la transmission au voisinage de ces zones est systématiquement associé à des vibrations peuvent conduire à des cycles limites de pertes de contact et donc à des chocs, ce qui est particulièrement dangereux pour la tenue des dentures et présente une source importante de vibration.

Velex [105] a étudié un modèle tridimensionnel d'engrenages, qui a approuvé que :

- certaines formes de raideur d'engrènement sont plus dangereuses que d'autres (typiquement une raideur en créneau provoque des zones d'instabilité plus vastes qu'une raideur sinusoïdale) ;
- l'amortissement a un effet stabilisant : son augmentation tend à supprimer les zones d'instabilité basse-fréquence et a réduire les zones haute-fréquence ;
- le rapport de conduite a une influence sur la taille de ces zones.

IV.10 Résultats et analyses de l'effet de l'amortissement sur l'erreur de transmission dynamique :

Le cas étudié dans notre travail est toujours un système d'engrenage à denture droite à deux degrés de liberté (voir figure III.2), en utilisant les mêmes paramètres que dans le tableau (III.1), mais avec variation du coefficient d'amortissement.

Notre analyse à été fait sur l'erreur de transmission dynamique pour étudier l'effet du coefficient d'amortissement sur le comportement dynamique des engrenages à dentures droites avec et sans défauts est réalisé en variant le coefficient d'amortissement $\xi = [0 - 0.15 - 0.6 - 2.0]$.

IV.10.1 Engrenage sans défaut :

La figure 21, représente l'erreur de transmission dynamique en fonction du temps dans le cas sain. On a constaté pour des coefficients d'amortissements $\xi = [0.15 - 0.6 - 2.0]$ correspond à peu près à une absence d'oscillation, pour un coefficient d'amortissement nul $t=[7.4 \cdot 10^{-3} \text{ s} - 3.61 \cdot 10^{-2} \text{ s}]$ une augmentation légère de l'erreur de transmission dynamique de 69.40%. A alors que pour $t=[3.77 \cdot 10^{-2} \text{ s} - 0.05 \text{ s}]$ l'augmentation est exponentiellement de l'erreur de transmission dynamique (ETD), de 69.40% Jusqu'au 94.55 % .

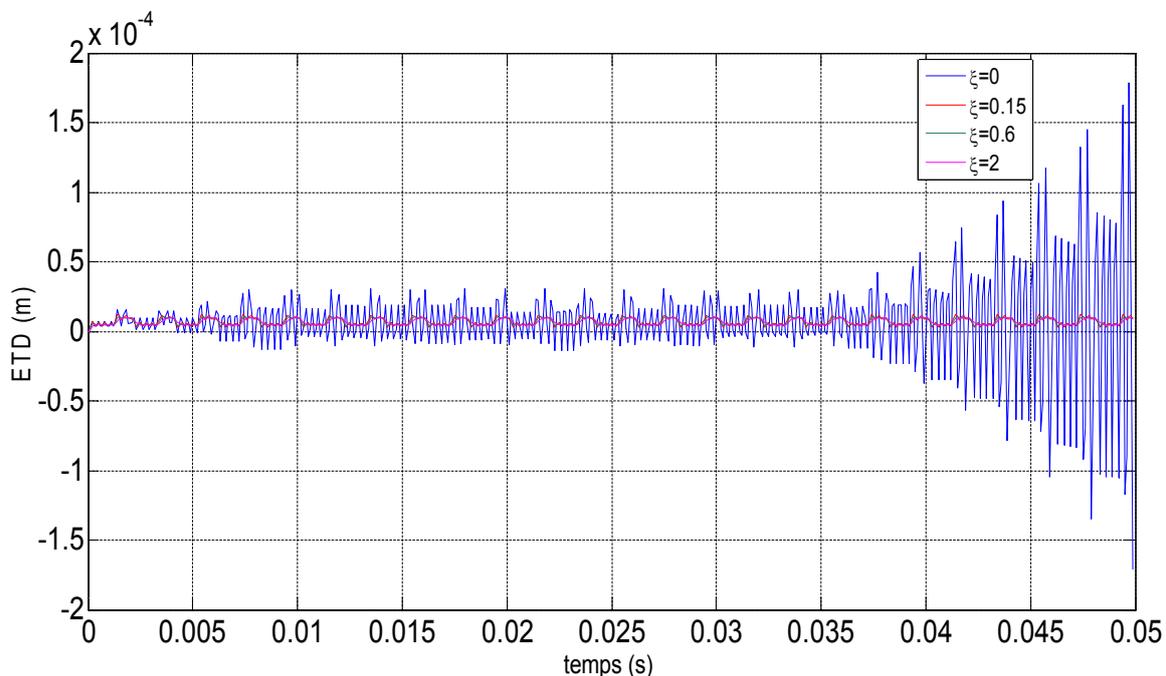


Figure IV. 21: Erreur de transmission dynamique sans défaut

Les résultats dans le domaine fréquentiel de l'erreur de transmission dynamique sans défaut sont illustrés dans la figure IV.22. On constate quand on augmente le coefficient

d'amortissement l'erreur de transmission dynamique diminue. Les amplitudes à basse fréquences et à haute fréquence sont résumées dans le tableau IV.2. On remarque que à basse fréquence l'amplitude de 520Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 0.48%, à haute fréquence amplitude de 3120Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 99.70%.

Coefficient d'amortissement ξ	Fréquences	
	f= 520Hz	f= 3120Hz
	Amplitudes (m)	Amplitudes (m)
0	$6.366 \cdot 10^{-4}$	$4.738 \cdot 10^{-3}$
0.6	$6.335 \cdot 10^{-4}$	$1.418 \cdot 10^{-5}$

Tableau IV.2 : Amplitudes de basse et haute fréquence sans défaut

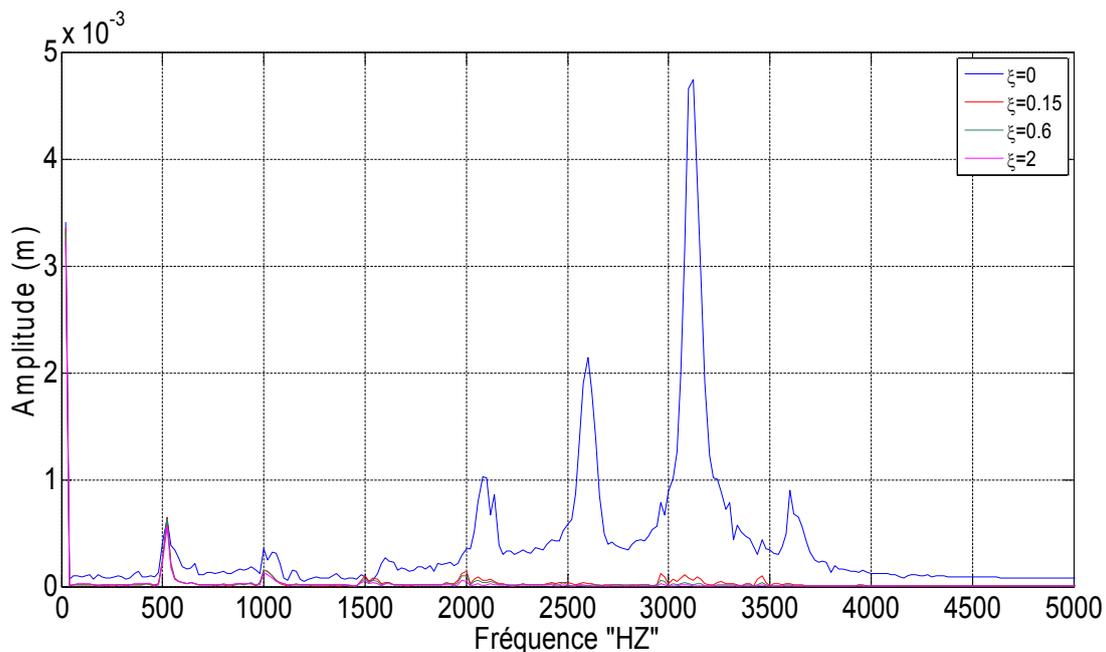


Figure IV.22 : Spectre de l'erreur de transmission dynamique sans défaut

IV.10.2 Engrenage avec défaut reparté (usure) :

La figure IV.23, représente l'erreur de transmission dynamique avec défaut reparté, qui signifie que pour un coefficient d'amortissement nul, une forte amplitude existante ce qui implique que y aura un contact métal – métal entre denture et une absence du film d'huile donc on obtient une augmentation de l'erreur de transmission dynamique (ETD) de l'ordre de $4.68 \cdot 10^{-5}$ m . Par contre les valeurs des coefficients d'amortissements $\xi = [0.15 - 0.6 - 2.0]$, on aura une diminution de l'erreur de transmission dynamique (ETD) de 80.75%. On constate

aussi que la forme du spectre est presque le même pour tout le temps ; de plus l'enveloppe du spectre a une forme sinusoïdale ce qui prouve la nature du défaut.

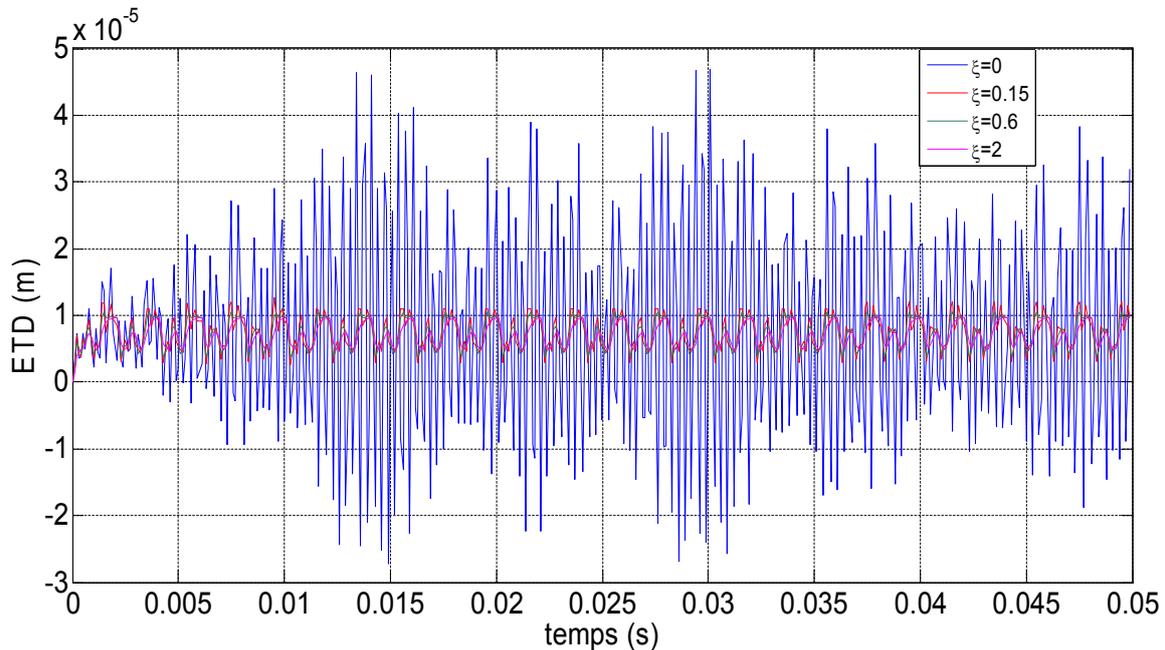


Figure IV.23 : Erreur de transmission dynamique avec défaut réparti (usure)

Le spectre de l'erreur de transmission dynamique avec défaut réparti est représenté par la figure IV.24. On constate que l'augmentation du coefficient d'amortissement, implique une diminution de l'erreur de transmission dynamique (ETD). Les amplitudes à basse fréquences et à haute fréquence sont illustrées dans le tableau IV.3. On remarque que l'amplitude à basse fréquence de 520Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 17.48%, à haute fréquence amplitude de 3040Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 99.76%.

Coefficient d'amortissement ξ	Fréquences	
	Basse fréquence $f= 520\text{Hz}$	Basse fréquence $f= 520\text{Hz}$
	Amplitude (m)	Amplitude (m)
0	$4.29 \cdot 10^{-4}$	$3.56 \cdot 10^{-3}$
0.15	$3.54 \cdot 10^{-4}$	$8.50 \cdot 10^{-6}$

Tableau IV.3 : Amplitudes de basse et haute fréquence avec défaut réparti (usure)

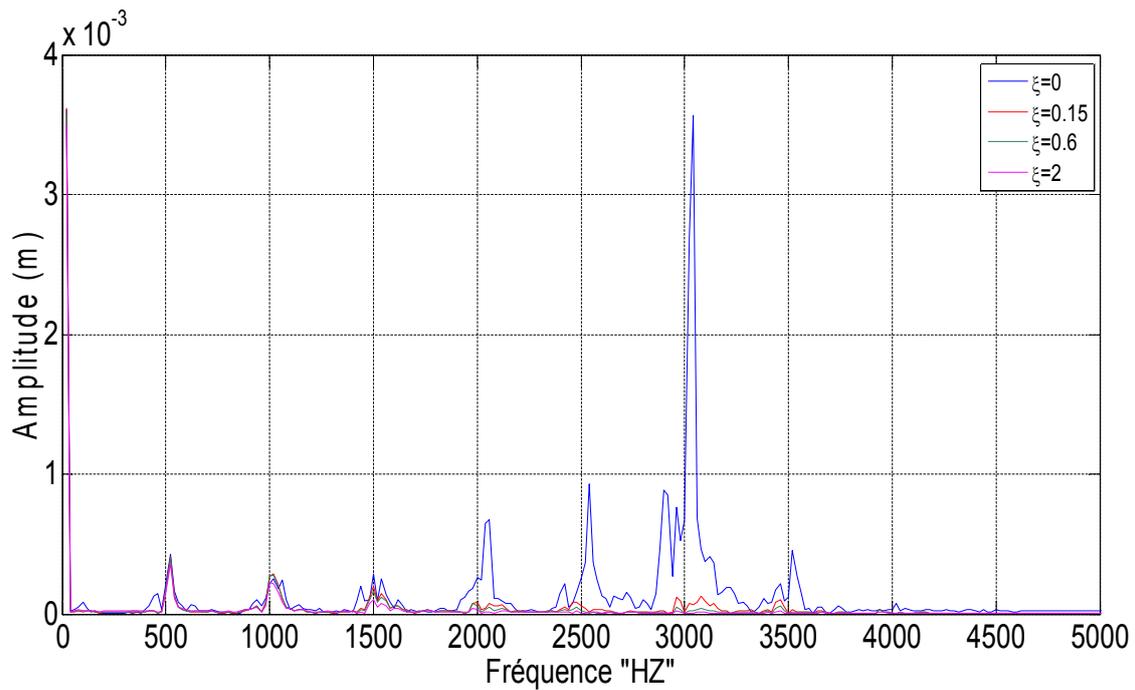


Figure IV. 24 : Spectre de l'erreur de transmission dynamique avec défaut réparti (usure)

IV.10.3 Engrenage avec défaut localisé (fissure) :

L'erreur de transmission dynamique dans le domaine temporel avec défaut localisé est illustrée par la figure IV.25. On constate que pour $t = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ y a une diminution de l'erreur de transmission dynamique de 44.12% entre $\xi = [0 - 0.6]$ selon le tableau IV.4, puis le défaut se répète pour un temps de $4.35 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, on aura une diminution de l'erreur de transmission dynamique de 69.82%.

Coefficient d'amortissement ξ	Temps (s)	
	$t_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$	$t_1 = 4.35 \cdot 10^{-2} \text{ s}$
	ETD (m)	ETD (m)
0	$3.49 \cdot 10^{-5}$	$6.23 \cdot 10^{-5}$
0.6	1.9510^{-5}	$1.88 \cdot 10^{-5}$

Tableau IV.4 : ETD pour les deux temps avec défaut localisé (fissure)

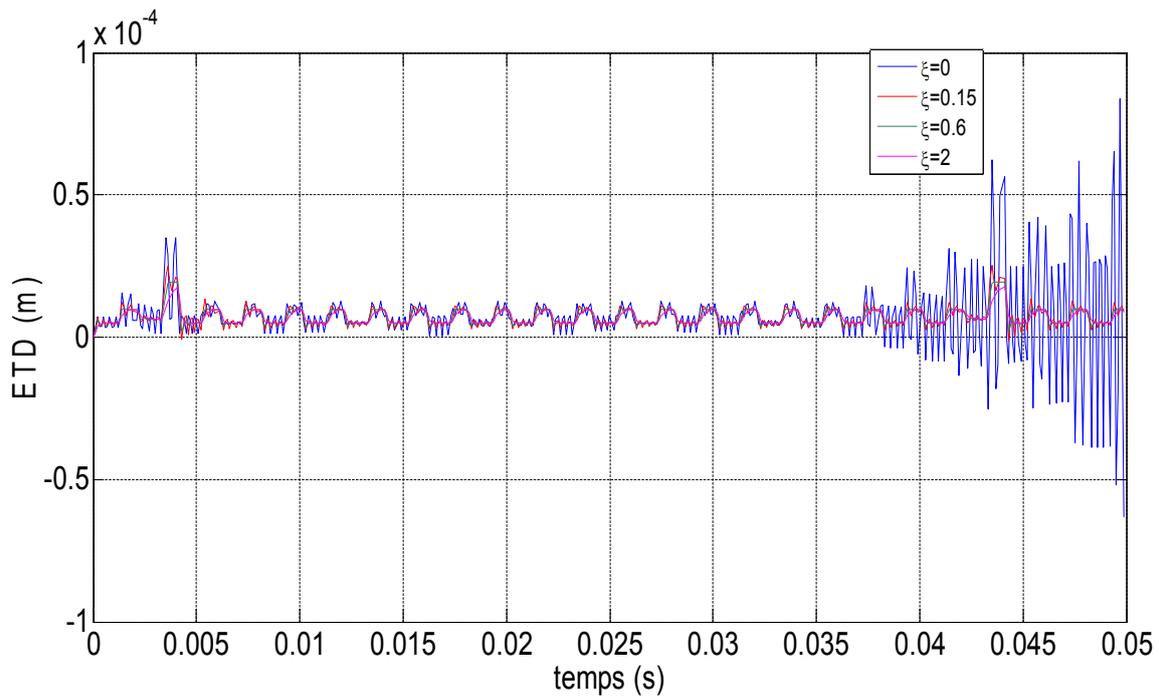


Figure IV.25: Erreur de transmission dynamique avec défaut localisé (fissure)

Les résultats dans le domaine fréquentiel de l'erreur de transmission dynamique avec défaut localisé sont illustrés par la figure IV.26. On remarque que à basse fréquence l'amplitude de 520Hz l'erreur de transmission dynamique à diminué de 2.22%, à haute fréquence l'amplitude de 3120Hz l'erreur de transmission dynamique à diminué de 98.33%.

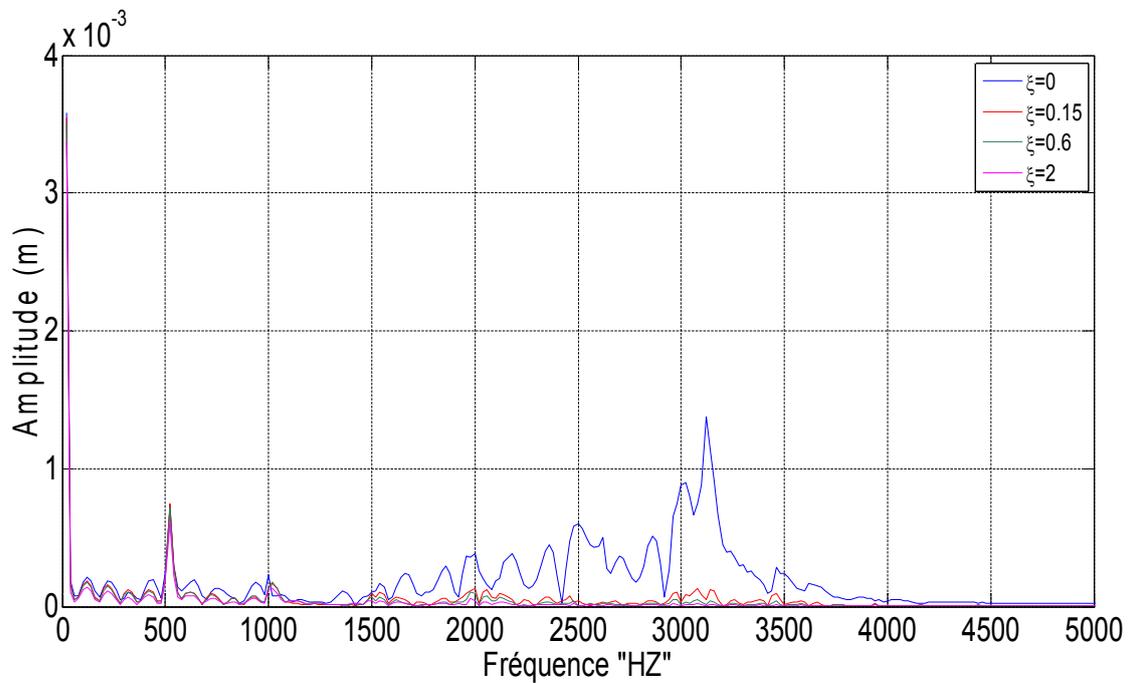


Figure IV.26 : Spectre de l'erreur de transmission dynamique avec défaut localisé (fissure)

Tous les résultats de l'erreur de transmission dynamique dans le domaine temporel et fréquentiel avec et sans défaut sont regroupé dans le tableau IV.5.

	Domaine temporel	Domaine fréquentiel	
		Basse fréquence	Haute fréquence
Sans défaut	ETD stable de 69.40% Augmentation exponentiel jusqu'à 94.55%	0.48%	99.70%
Défaut réparti	80.75%	17.48%	99.76%
Défaut localisé	$t_1 = 44.12\%$ $t_2 = 69.82\%$	2.22%	98.33%

Tableau IV.5 : Résumé de l'erreur de transmission dynamique avec et sans défaut

On conclut que le défaut d'usure est plus important dans le domaine fréquentiel à haute fréquence, ainsi que dans le domaine temporel.

IV.11 Conclusion :

Nous avons abordé une recherche théorique sur la lubrification et l'amortissement, qui ont une grande importance dans le comportement dynamique du système d'engrenage. Lorsque deux surfaces lubrifiées sont en frottement, il existe trois régimes de lubrification, qui dépendent de la charge appliquée, de la vitesse de glissement des deux surfaces, de la viscosité du lubrifiant, de la géométrie du contact et de l'état de rugosité des surfaces. Dans le régime hydrodynamique, le film d'huile épais, qui va supporter la pression à l'interface, on aura un effet très important sur le comportement des systèmes de transmission par engrenages qui est la viscosité, ce qui implique un frottement faible. Dans le régime elasto-hydrodynamique, les performances de ce régime sont principalement évaluées à partir de l'épaisseur minimale du film et de la pression maximale, ainsi que le lubrifiant avec une viscosité plus élevée entraîne un facteur d'amortissement plus important, et il diminue les vibrations de manière plus significative. Des interfaces de lubrification avec une contrainte de contact élevée ont été largement adoptées pour la friction entre les deux surfaces, telles que les transmissions par engrenages. Dans le système d'engrenage, l'amortissement du film d'huile diminue avec l'augmentation de la charge normale et l'augmentation de la vitesse, la rigidité du film d'huile augmente avec la charge normale et diminue avec la vitesse. A propos le régime mixte, des analyses avec des rugosités mesurées de la surface des engrenages, ont

démontré l'efficacité des modèles dans la gestion des conditions de contact d'aspérités excessives.

Nous avons modélisé un système d'engrenage à un étage à deux degrés de liberté avec et sans défaut, en variant le coefficient d'amortissement. La résolution numérique de l'équation différentielle est obtenue en utilisant le schéma de Newmark.

Résultats et analyses de l'effet de l'amortissement sur l'erreur de transmission sont :

a) Pour le cas sain :

- Dans le domaine temporel : une augmentation légère de l'erreur de transmission dynamique (ETD) de 69.40%. Puis une augmentation exponentielle de ETD jusqu'au de 94.55 %.
- Dans le domaine fréquentiel : à basse fréquence amplitude de 520Hz l'erreur de transmission dynamique a augmenté de 0.48%, à haute fréquence amplitude de 3120Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 99.70%.

b) Pour le défaut réparti (usure):

- Dans le domaine temporel : une diminution de l'erreur de transmission dynamique (ETD) de 80.75%.
- Dans le domaine fréquentiel : l'amplitude à basse fréquence de 520Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 17.48%, à haute fréquence amplitude de 3040Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 99.76%.

c) Pour le défaut localisé (fissure) :

- Dans le domaine temporel : Domaine temporel : une dent détérioré on aura une diminution de l'erreur de transmission dynamique de 44.12% entre $\xi = [0 - 0.6]$, après un cycle le défaut se répète, l'erreur de transmission dynamique diminue de 69.82%.
- Dans le domaine fréquentiel : à basse fréquence l'amplitude de 520Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 2.22%, à haute fréquence l'amplitude de 3120Hz l'erreur de transmission dynamique a diminué de 98.33%.

On conclut que le défaut d'usure est plus important dans le domaine fréquentiel à haute fréquence, ainsi que dans le domaine temporel.

CONCLUSION GENERALE
ET
PERSPECTIVES

Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail, nous avons présenté une étude bibliographique sur la modélisation du comportement dynamique des engrenages et sur les défauts dans les systèmes mécaniques à engrenages (défauts de fabrication, les défauts de montages) et les défauts traités dans les engrenages.

La modélisation du comportement dynamique des engrenages repose essentiellement sur la représentation des propriétés de déformations élastiques des engrenages au cours du mouvement. Cette déformation est due à la rigidité. D'autre part le mode élastique est la conséquence directe de l'élasticité des dents qui est à l'origine de l'erreur de transmission. La modélisation de la dynamique des engrenages qui expose des différents modèles linéaires et non linéaires. Ils existent les modèles linéaires à raideur d'engrènement constante, les modèles linéaires à raideur d'engrènement variable périodique, les modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable. Les fluctuations de l'erreur statique de transmission et de la raideur d'engrènement dont les composantes fréquentielles sont liées à la fréquence d'engrènement et à ses harmoniques.

En utilisant la variation de la rigidité en fonction du temps, le calcul de l'erreur de transmission dynamique (ETD) est réalisé pour un engrenage sain et avec défaut (locale et réparti). La contribution de cette thèse réside dans le calcul du rapport de contact. La résolution numérique de l'équation différentielle est obtenue en utilisant le schéma d'intégration pas à pas de Newmark. Cette méthode d'intégration est utile pour la simulation du comportement dynamique.

Deux éléments importants dans la modélisation de la dynamique des engrenages sont la lubrification et l'amortissement. Bien que l'amortissement du système augmente presque proportionnellement à la force de contact. D'autre part, la présence de lubrifiant augmente l'amortissement. Les quatre régimes de lubrification sont caractérisés par l'épaisseur réduite (épaisseur du film d'huile/rugosité des surfaces). La connaissance du régime de lubrification

permet d'utiliser la théorie appropriée pour calculer l'épaisseur du film d'huile et la durée de vie du contact.

D'après les études réalisées dans cette thèse on peut tirer une conclusion générale suivante :

1) Pour un amortissement constant :

a) Dans le cas sain :

- L'erreur de transmission diminue avec l'augmentation de la rigidité ;
- La variation de rigidité est associée à la fréquence d'engrènement f_e .

b) Dans le cas des défauts :

Pour le défaut local, les réponses de l'erreur de la transmission dynamique (ETD) augmentent proportionnellement avec un pourcentage de 97,24%. Cependant, pour le défaut distribué on a remarqué que le nombre d'amplitude a doublé, et son amplitude a augmenté de 68,58%.

Le rapport de contact élevé augmente la durée de rigidité pour deux paires de dent en contact, ce qui implique que l'erreur de transmission dynamique faible. Donc les défauts d'engrenages et ces paramètres ont une grande influence sur l'instabilité du système.

2) Pour un amortissement variable :

Résultats et analyses de l'effet de l'amortissement sur l'erreur de transmission sont :

- Diminution de l'erreur de transmission dynamique avec l'augmentation du coefficient d'amortissement ;
- Diminution de l'erreur de transmission dynamique à haute fréquence est plus important que à basse fréquence ;

On peut conclure que les défauts (local et réparti) ont un très grand effet sur le comportement dynamique.

Plusieurs perspectives peuvent être proposées dans notre prochaine étude pour améliorer et étendre l'étude de simulation numérique des engrenages :

- Utiliser un modèle tribo-dynamique en tenant compte de l'influence des paramètres du lubrifiant tels que: la viscosité, la pression, la température et la contrainte de cisaillement ;
- Augmenter les nombres des degrés de liberté du système d'engrenage à plusieurs étages, qui nous permettent d'obtenir à une solution approchée.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

- [1] **Benmohamed H, Khadri Y.** “Étude de l’usure des engrenages par analyse vibratoire”. 2^{ème} Conférence Internationale de Mécanique (ICM’15), 25 et 26 Novembre 2015, Constantine.
- [2] **Tounsi M, Driss Y, Chaari F, Fakhfakh T, Haddar M.** “Nonlinear dynamic behaviour of a cam mechanism with oscillating roller”. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2013, Vol. 8, N°. 2, pp. 127–136.
- [3] **Guilbault R. Sébastien L and Thomas M.** “Non-linear damping calculation in cylindrical gear dynamic modeling”. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, Vol. 331, N°. 9, pp. 2110–2128.
- [4] **Fakhfakh T, Chaari F, Haddar M.** “Numerical and experimental analysis of a gear system with teeth defects”. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2005, Vol. 25 N°. 5, pp. 542-550.
- [5] **Guilbault R. and Thomas M.** “Prediction of resonances of thin-rimmed cylindrical gears from a sub-structuring approach”. *Proceedings of the CSME*. 2008, N°. 1569100493, 8 p.
- [6] **Feki N.** “Modélisation électromécanique de transmissions par engrenages : Applications a la détection et au suivi des avaries”. Thèse de doctorat, L’institut national des sciences appliquées de Lyon, 2012, 61p.
- [7] **Bartelmus W.** “Mathematical modeling and computer simulations as an aid to gearbox diagnostics”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2001, Vol.15, N° 5, pp. 855-871.
- [8] **Lida H, Tamura A, Yamada Y.** “Vibrational characteristics of friction between gear teeth”. *Bulletin of the Japanese Society of Mechanical Engineers*, 1985, Vol. 28, N°. 241, pp. 1512-1519.
- [9] **Omar D. Mohammed, Rantatalo M, Aidanpää J. O, Kumar U.** “Vibration signal analysis for gear fault diagnosis with various crack progression scenarios”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, Vol. 41°, N. 1-2, pp. 176–195.

-
- [10] **Yang D. C. H, Lin J. Y.** “Hertzian damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics”. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 1987, Vol. 109, N°2, pp. 189-196.
- [11] **Lalonde S, Guilbault R.** “Dynamic analysis of spur gears by nonlinear modelisation”. *Proceedings of the 24nd Seminar on machinery vibration*, Canadian Machinery Vibration Association, 2006, pp. 15-35.
- [12] **Omar D. M, Matti R, Jan-Olov A.** “Dynamic modelling of a one-stage spur gear system and vibration-based tooth crack detection analysis”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, Vol.54-55. pp. 293–305.
- [13] **Singh R, Xie H, Comparin R.** “Analysis of automotive neutral gear rattle”. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, Vol. 131, N°2, pp.177-196.
- [14] **Bonori G, Pellicano F.** “Non-smooth dynamics of spur gears with manufacturing errors”. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, Vol. 306, N°1, pp. 271-283.
- [15] **Gill-Jeong C.** “Analysis of the nonlinear behavior of gear pairs considering hydrodynamic lubrication and sliding friction”, *J. Mech. Sci. Tech*, 2009, Vol. 23, N°8, pp. 2125-2137.
- [16] **El badaoui M.** “Contribution au Diagnostic Vibratoire des Réducteurs Complexes à Engrenages par l’Analyse Cepstrale”. Thèse doctorat à L’Université Jean-Monnet. 1999.
- [17] **Palaisi D, Guilbault R, Marc T, Lakis A, Mureithi N.** “Numerical simulations of damaged gear vibrations”. *Proceedings of the 27th seminar on machinery vibration*. CMVA, 2009.
- [18] **Ville F, Vexlex P.** “Introduction du frottement sur les dentures dans la simulation du comportement dynamique de transmissions par engrenages”. *Mécanique & Industries*, 2007, Vol. 8, N° 3, pp. 299 – 303.
- [19] **Chaari F, Fakhfakh T, Haddar M.** “Simulation numérique du comportement dynamique d'une transmission par engrenages en présence de défauts de dentures”. *Mécanique & Industries*, 2005, Vol. 6, N°6, pp. 625-633.
- [20] **Parey A, El Badaoui M, Guillet F, Tandon N.** “Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for

- early detection of localized tooth defect”. *Journal of Sound and Vibrations*, 2006, Vol. 294, N°. 3, pp. 547-561.
- [21] **Divandari M, Aghdam B. H, Barzamini R.** “Tooth profile modification and its effect on spur gear Pair vibration in presence of localized tooth defect”. *Journal of Mechanics*, 2012, Vol. 28, N°. 2, pp. 373 - 381.
- [22] **Rigaud E,** “interactions dynamiques entre denture, lignes d'arbres, roulements et carter dans les transmissions par engrenages”. thèse de doctorat, INSA de Lyon en Génie Mécanique et Développement, 1998, N°.18, 29p.
- [23] **Reboul E.** “Vibroacoustique des mécanismes à hautes fréquences : application aux transmissions par engrenages”. Thèse de doctorat à l’Ecole centrale de LYON, 2005, 10p.
- [24] **Harris S.** “Dynamic loads on the teeth of spur gears”. *Proceedings of Institution of Mechanical Engineering*, 1958. Vol.172, N°.1, pp.87–112.
- [25] **Pfeiffer F, Prestl W.** “Hammering in gears”. 3^{ème} congrès mondial des engrenages et des transmissions”. Paris, 1992, 93 p.
- [26] **Kahraman A, Singh R.** “Non-linear dynamics of a spur gear pair”. *Journal of Sound and Vibration*, 1990, Vol. 146, N°.1, pp. 49-75.
- [27] **Houser D. R.** “Gear Noise- State of the Art”. *Proceedings of the 17th International Conference on Noise Control Engineering*, 1988, Vol.88, pp. 601-606.
- [28] **Guerine H.** “Contribution à l'étude du comportement dynamique d'un système d'engrenage en présence d'incertitudes”. *Génie mécanique*, INSA de Rouen, 2016. pp.32 - 36.
- [29] **Breneur C.** “ Eléments de maintenance préventive de machines tournantes dans le cas de défauts combinés d'engrenages et de roulements”. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2003.
- [30] **Wojnarowski J, Onishchenko V.** “Tooth wear effects on spur gear dynamics”. *Mechanism and Machine Theory*, 2003, Vol. 38, N°. 2, pp. 161–178.
- [31] **Walha L, Fakhfakh T, Haddar M.** “Nonlinear dynamics of a two-stage gear system with mesh stiffness fluctuation, bearing flexibility and backlash”. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, Vol. 44, N° 5, pp.1058-1069.

- [32] **Chaari F, Fakhfakh T, Hbaieb R, Louati J, Haddar M.** “Influence of manufacturing errors on the dynamic behavior of planetary gears”. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2006, Vol. 27, N° 7, pp.738-746.
- [33] **Walha L, Tounsi M, Driss Y, Chaari F, Fakhfakh T, Haddar M.** “Nonlinear dynamic behaviour of a cam mechanism with oscillating roller follower in presence of profile error”. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2013, Vol. 8, N° 2, pp. 127–136.
- [34] **Bard C.** “Modélisation du comportement dynamique des transmissions par engrenages”. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 1995, 155p.
- [35] **Remond D.** “Contribution à l’étude et l’analyse expérimentale du bruit d’engrènement. Développement et application de la transformée en ondelettes rapide”. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1991.
- [36] **Henriot G.** “Traité théorique et pratique des engrenages”. Dunod paris, 1961, tome 2, pp.1-543.
- [37] **Fakhfakh T, Walha L, Louati J, Haddar M,** “Effect of manufacturing and assembly defects on two-stage gear system vibration”. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* , 2006, Vol. 29, N° 9, pp.1008-1018.
- [38] **Chaari F,** “Contribution à l’étude du comportement dynamique des trains épicycloïdaux à denture droite en présence de défauts”. Thèse de doctorat, Ecole Nationale d’Ingénieurs de Sfax, 2005.
- [39] **Umezawa K, Suzuki T , Sato T.** “Influence of misalignment on vibration of helical gear”. In 2nd World Congress on Gearing, 1986, pp. 615–626.
- [40] **Smith J D.** “Helical Gear Vibration Excitation with Misalignment”. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 1994, Vol. 208, N° 2, pp. 71–79.
- [41] **Walha L, Driss Y, Khabou M. T, Fakhfakh T, Haddar M.** “Effects of eccentricity defect on the nonlinear dynamic behavior of the mechanism clutch-helical two stage gear”. *Mechanism and Machine Theory*, 2011, Vol. 46, N° 7, pp. 986–997.
- [42] **Hidaka T, Terauchi Y, Fuji M.** “Analysis of Dynamic Tooth Load on Planetary Gear”. *Bulletin of the JSME*, 1980, Vol. 23, N° 176, pp. 315-323.

- [43] **Marc T.** “ Fiabilité, maintenance prédictive et vibration des machines”. 2011, ISBN 978-2-7605-3357-8, 633p.
- [44] **Benchaabane C, Djebala A, Ouelaa N, Guenfoud S.** “ Diagnostic vibratoire des défauts d'engrenages base sur les indicateurs scalaires”. Groupe Comportement Dynamique des structures et Maintenance Industrielle, Guelma, Algerie, 2008, 10p.
- [45] **Ashraf A, Rahim A.** “Center-Hung Induced Draft Fan Axial Vibration”. *Vibrations*, 2007, Vol. 23, N°. 2. pp. 14-16.
- [46] **Meyer Y.** “ L’analyse par ondelette pour la science”. 1987, N°119, pp. 28-37.
- [47] **Meyer Y.** “Ondelettes et Operateur, tome I, Paris : herrmann, 1990.
- [48] **Daubechies.** “I, Ten lectures on wavelets, Philadelphia, society for industrial and applied mathematics”. SIAM, 1992.
- [49] **Meyer Y.** “Les ondelettes, algorithmes et applications”. Colin Ed., Paris 2nd edition. (English translation: waveletes : Algorithms and Applications, SIAM), 1993.
- [50] **Mallet S.** “A wavelet tour of signal processing, china Machine Press, 2^{ème} edition, 2003.
- [51] **Boulahbal D, Golnaraghi M. F, Ismail F.** “Amplitude and phase wavelet maps for the detection of cracks in geared systems”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1999, Vol. 13, N°. 3, pp. 423–436.
- [52] **Zheng H, Li Z, Chen X,** “Gear fault diagnosis based on continuous wavelet transforms”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2002, Vol. 16, N°. 2-3, pp. 447–457.
- [53] **Merzoug M, Miloudi A, Chimentin X.** “Détection des défauts d’excentricités d’une transmission à engrenages par analyse en ondelettes”. *Congrès International sur les Risques Industriels, CIRI*, 2009.
- [54] **Schenk S. A,** “Vibrations équilibrage sur le site : Application à la maintenance industrielle”. Edition Schenk S A. 1994.
- [55] **Kaneta M, Yatsuzuka H, Murakami Y.** “Mechanism of crack growth in lubricated rolling/sliding contact”. *ASLE Transactions*, 1985, Vol. 28, N°. pp. 407–414.

-
- [56] **Zhou R. S, Cheng H. S, Mura T.** “ Micropitting in rolling and sliding contact under mixed lubrication”. ASME, Journal of Tribology, 1989, Vol. 111, N°.4, pp. 605–613.
- [57] **Lester E. A.** “Systematic analysis of gear failures”. Metals Park, Ohio: American Society for Metals, viii, 1985, 232 p.
- [58] **Glodez S, Winter H, Stuwe H. P.** “Fracture mechanics model for the wear of gear flanks by pitting”. Wear. 1997, Vol. 208, N°. 1-2, pp. 177-183
- [59] **Glodez S, Ren Z, Fajdiga G.** “Computational modeling of the surface fatigue crack growth on gear teeth flanks”. International Journal for Numerical Methods engineering, 2001, Vol, 17, N°. 8, pp. 529-541.
- [60] **Lester E. A.** “ Number one gear failure –tooth bending fatigue”. In international off – Highway § Power plant Congress § Exposition. SAE, Warren dale, PA, USA, 1984.
- [61] **Farmandes P. J. L.** “Tooth bending fatigue in gears”. Engineering Failure Analysis, 1996, Vol. 3, N°. 3, pp. 219-225.
- [62] **Kramberger J, M Sraml M, Potrcet I, Flasker J.** “Numerical calculation of bending fatigue life of thin-rim spur gears”. In Second International Conference on Fracture and Damage Mechanics, 2004, Vol. 71, N°. 4-6, pp. 647-656.
- [63] **Lewicki D. G, Ballarini R.** “ Rim thickness effects on gear crack propagation life”. International Journal of Fracture, 1997, Vol. 87, N°. 1, pp. 59-86.
- [64] **Shaniavski, A. A. et G. V. Skvortsov.** “Crack growth in the giga cycle fatigue régime for helicopter gears”. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1999, Vol. 22, N°. 7, pp. 609-619.
- [65] **Faure L.** “Aspect des dentures d’engrenages après fonctionnement”. Mécanique et maintenance CETIM Senlis, 1992.
- [66] **Lavoie P.** “Analyse de l’effet d’une fissure dans un engrenage”. Rapport de projet de fin d’études. École de technologie supérieure. Montréal (Qc), Canada.
- [67] **Flodin A, Andersson S.** “Simulation of Mild Wear in Spur Gears”. Wear, 1997, Vol. 207, N°. 1-2, pp.16-23.

-
- [68] **Flodin A, Andersson S.** “Simulation of mild wear in helical gears”. *Wear*, 2000, Vol. 241, N°.2, pp. 123-128.
- [69] **Bajpai P, kahraman A, Anderson N. E.** “A surface wear prediction methodology for parallel-axis gear pairs”. *ASME, Journal of Tribology*, 2004, Vol. 126, N°.3, pp. 597- 605.
- [70] **Osman T.** “Simulation de l'usure et d'avaries sur des dentures d'engrenages cylindriques : Influence sur le comportement statique et dynamique de transmission par engrenages”. Thèse de doctorat à l’Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2012, 222p.
- [71] **Park D, karahman A.** “A surface wear model for hypoid gear pairs”. *Wear*, 2009, Vol.267, N° 9-10, pp. 1595-1604.
- [72] **Kuang J. H, Lin A. D.** “The effect of tooth wear on the vibration spectrum of a spur gear pair”. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, Vol.123, N°.3, pp. 311-317.
- [73] **Özguven H, Houser D. R.** "Mathematical models used in gear dynamics - a review". *Journal of Sound and Vibration*, 1988, Vol. 121, N°.3, pp. 383-411.
- [74] **Remond D, Valex P, Sabot J.** “Comportement dynamique et acoustique des transmissions par engrenages. Synthèse bibliographique”. Senlis : Publication CETIM, 1993, pp.189.
- [75] **Omar D. Mohammed, Matti Rantatalo, Uday Kumar.** “Analytical Crack Propagation Scenario for Gear Teeth and Time-Varying Gear Mesh Stiffness”. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2012, Vol.6, N°.8, pp. 1544 – 1549.
- [76] **Chen Z, Shao Y.** “Dynamic simulation of spur gear with tooth root crack propagating along tooth width and crack depth”. *Engineering Failure Analysis*, 2011, Vol. 18, N°. 8, pp. 2149-2164.
- [77] **Pandya Y, Parey A.** “Failure path based modified gear mesh stiffness for spur gear pair with tooth root crack”. *Engineering Failure Analysis*, 2013, Vol 27, pp. 286–296.

- [78] **Pandya Y, Parey A.** “Simulation of crack propagation in spur gear tooth for different gear parameter and its influence on mesh stiffness”. *Engineering Failure Analysis*, 2013, Vol 30, pp .124–137.
- [79] **Saxena A, Parey A, Chouksey M.** “ Effect of shaft misalignment and friction force on time varying mesh stiffness of spur gear pair”. *Engineering Failure Analysis*, 2015, Vol 49, pp. 79–91.
- [80] **Saxena A, Parey A, Chouksey M.** “ Time varying mesh stiffness calculation of spur gear pair considering sliding friction and spalling defects”. *Engineering Failure Analysis*, 2016, Vol. 70, pp. 200–211.
- [81] **Chen Z, Shao Y.** “Mesh stiffness calculation of a spur gear pair with tooth profile modification and tooth root crack”. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, Vol. 62, pp. 63–74.
- [82] **Chaari F, Baccar W, Slim Abbes M, Haddar M.** “Effect of spalling or tooth breakage on gearmesh stiffness and dynamic response of a one-stage spur gear transmission”. *European Journal of Mechanics - A/Solids* , 2008, Vol. 27, N°. 4, pp. 691-705
- [83] **Chaari O. F, Fakhfakh T, Haddar M.** “Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness”, *European journal of mechanics A/Solids*. 2009, Vol.28. pp. 461-468
- [84] **Jia S, Howard I.** “Comparison of localized spalling and crack damage from dynamic modeling of spur gear vibrations”. *Mech. Syst and Signal Proc*, 2006, Vol. 20, N°. 2, pp. 342 -349.
- [85] **Mohamed A, Sassi S, Roshun Paurobally M.** “ Numerical Simulation Of One-Stage Gearbox Dyamics In The Presence Of Simultaneous Tooth Cracks”. 24 th International congress on sound and vibration, 2017, pp.23-27.
- [86] **Chen Y, Jin Y, Kang R,GongW,Yang Y.** “ The time-varying mesh stiffness modeling of gear system with spalling defects in different positions”. 4th International Conference on Transportation Information and Safety (ICTIS), 2017, pp. 1-10.

-
- [87] **Fernández D. R. A, Viadero F, Iglesias M, García P, De Juan A, Sancibrián R.** “A model for the study of meshing stiffness in spur gear transmissions”, *Mech. Mach. Theory*, 2013, Vol.61, pp.30–58.
- [88] **Li S.** “Effects of misalignment error, tooth modifications and transmitted torque on tooth engagements of a pair of spur gears”, *Mech. Mach. Theory*, 2015, Vol. 83, pp. 125-136.
- [89] **Raoudi M. E, Diany M, Aissaoui H, Mabrouki M.** “Numerical gear vibration simulation in the presence of localized and distributed defects”, *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology*, 2015, Vol. 2, N°. 4 pp. 576 – 581.
- [90] **Yimin S, Xi W, Zaigan C, Tei C. L.** “Effect of Gear Tooth Crack on Spur Gear Dynamic Response by simulation”. *Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*. 2011, pp.28-31
- [91] **Dimitriou K, Fokas N.** “Calculation of Spur Gear Dynamic Transmission Error in Consideration of the Progressive Engagement of Compliant Profile-modified Teeth”. *MATEC Web of Conferences*, 2015, Vol.28, 02004.
- [92] **Duverger O, Vexel P, Vedmar L, Sainsot P.** A “model of the dynamic behaviour of spur gears with consideration of off-line-of-action contacts”. *Proc. of the ASME Des. Eng., Tech. Conf*, 2003, Vol. 4, pp. 417- 424.
- [93] **Kasuba R, Evans J. W.** “An extended model for determining dynamic loads in spur gearing”. *J Mech Des Trans ASME*, 1981, Vol. 103, N°.2, pp. 398-409.
- [94] **Honda S.** “Rotational vibration of a helical gear pair with modified tooth surfaces”. *Hiroshima: Proc. of the 3rd JSME International Conference on Motion and Power transmissions*, 1991, pp. 78-84.
- [95] **Yang D.C.H, Sun Z.S.** “A rotary model for spur gear dynamics”. *J. Mech., Transm., Autom. Des.*, 1985, Vol.107, N°.4, pp.529–535.
- [96] **Yang D. C. H, Lin J. Y.** “Hertzian damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics”. *J. Mech., Trans., Autom. Des.*, 1987, Vol. 109, N°.2, pp.189–196.

- [97] **Omar D. M, Matti R, Uday K.** “Analytical Crack Propagation Scenario for Gear Teeth and Time-Varying Gear Mesh Stiffness”. World Academy of Science, Engineering and Technology, 2012, Vol:6 pp. 08-24
- [98] **Omar D. M, Matti R, Jan-Olov A, Uday K.** “Vibration signal analysis for gear fault diagnosis with various crack progression scenarios”. Mechanical Systems and Signal Processing. 2013, Vol.41, pp. 176–195
- [99] **Omar D. M, Matti R, Jan-Olov A.** “Improving mesh stiffness calculation of cracked gears for the purpose of vibration-based fault analysis”. Engineering Failure Analysis. 2013, Vol.34, pp. 235–251
- [100] **Karma V, Agarwal A. K.** “Calculation Of High Contact Ratio Spur Gear Mesh Stiffness And Load Sharing Ratio Using Matlab & Excel Spread Sheet”. 7th international conference on recent innovations in science, Engineering and management. 2016.
- [101] **Yang D. C. H, Sun Z. S.** “Rotary model for spur gear dynamics”. Paper - American Society of Mechanical Engineers. 1985.
- [102] **Umezawa K, Suzuki T. Sato T.** "Vibration of Power Transmission Helical Gears. Approximate Equation of Tooth Stiffness". Bulletin of JSME. 1986, Vol. 29, N°.251, pp. 1605-1611.
- [103] **Lin H, Huston R. L, Coy J. J.** “On Dynamic Load in Parallel Shaft Transmissions. Part 1, Modelling and Analysis. Part 2, Parameter Study”. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1988, Vol. 110, p. 221-229.
- [104] **Mark W.** “Gear Noise Origins”. AGARD Conference Proceedings N°369, Propulsion and Energetics Panel Symposium, Lisbonne, p. 30.
- [105] **Velex P,**“Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages à axes parallèles". Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1988, p 188.
- [106] **Walha L, Fakhfakh T, Haddar M.** “Nonlinear dynamics of a two-stage gear system with mesh stiffness fluctuation, bearing flexibility and backlash”. Mechanism and Machine Theory, 2009, Vol. 44, n°5, p.1058-1069
- [107] **Hilali Y, Lahmam H, Braikat , Damil N.** “Dynamique non linéaire d’un système système d’engrenage a deux étages”. 12^{eme} congrès de mécanique, 21-24 avril 2015 casablanca (maroc)

-
- [108] **Delhoume P, Vercammen M, Heringa P, Lovat, G, Thome J, Arbey,H.** “ L’analyse des mécanismes de génération de bruit : un outil pour la réduction du bruit à la source. cas des engrenages”. INRS - Cahier de notes documentaires, 1993, Vol. 151, pp. 279–292.
- [109] **Maatar M.** “ Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages simple étage : Influence des écarts de forme et des défauts de montage”. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1995.
- [110] **Lin J, Parker R. G.** “Structured Vibration Characteristics of Planetary Gears with Unequally Spaced Planets”, *Journal of Sound and Vibration*, 2000, Vol. 233, N°5, pp. 921-928.
- [111] **Lin J, Parker R. G.** “Mesh Stiffness Variation Instabilities in Two-Stage Gear Systems”. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2002, Vol. 124, pp. 68-76.
- [112] **Lin J, Parker R.** “Parametric Resonance in Two-Stage Gears from Fluctuating Mesh Stiffness”, *International Journal of Gearing and Transmissions*, 2001, Vol. 3, pp. 127-134.
- [113] **Kuang J. H, Lin A. D.** “Theoretical aspects of torque responses in spur gearing due to mesh stiffness variation”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2003, Vol. 17, N°2, pp. 255-271.
- [114] **Henriot G.** “ Engrenages parallèles Étude géométrique. Techniques de l’ingénieur Transmission de puissance mécanique : engrenages et liens souples".vol. base documentaire : TIB182DUO, no. ref. article : bm5620, 2013.
- [115] **Rossat M.** “Cours : Conception des transmissions de puissance. Les engrenages”, 2014, M3101b, p. 31.
- [116] **Sabah M, Ali J, Omar D. M.** “Load Sharing On Spur Gear Teeth And Stress Analysis When Contact Ratio Changed”. [Researchgate.net/publication](https://www.researchgate.net/publication), 2008.
- [117] **Ali R. H.**“Contact Stress Analysis of Spur Gear Teeth Pair”. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2009, Vol.58.
- [118] **John J, Coy, Townsend D.P, Erwin V. Zaretsky.** “Gearing [electronic resource]”. National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Branch, 1985, Ref : 1152. 5p.

-
- [119] **Liou C H, Lin H. H, Fred B. Oswald, Townsend D.P.** “Effect of contact ratio on spur gear dynamic load”. Rapport technique 91-C-025, NASA, 1992.
- [120] **Podzharov E, Syromyatnikov V, Navarro J, Navarro R.** “Static and Dynamic Transmission Error in Spur Gears”, The Open Industrial and Manufacturing Engineering Journal, 2008, Vol. 1, pp. 37-41.
- [121] **Kim W, Yoo H , Chung J.** “Dynamic Analysis for a Pair of Spur Gears with Translational Motion due to Bearing Deformation”, Journal of Sound and Vibration, 2010, Vol. 329, pp. 4409 - 4421.
- [122] **Kahraman A, Blankenship G W.** "Effect of involute tip relief on dynamic response of spur gear pairs." Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME. 1999, 121(2), p. 313-315.
- [123] **Wang J, Zhang Q, Ren H.** "Effect of involute contact ratio on the dynamic performance of spur gear with no tooth profile modification." Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, Vol.16, N°.4, p. 417-419.
- [124] **Liou, C.H, H. H. Lin, Oswald F.B, Townsend D.P.** "Effect of contact ratio on spur gear dynamic load with no tooth profile modifications." 1996, Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME Vol.118, N°.3, pp. 439-443.
- [125] **Cai Y, Hayashi T.** "Linear approximated equation of vibration of a pair of spur gears (theory and experiment)." Journal of Mechanical Design. Transactions of the ASME, 1994, Vol. 116, N°.2, pp. 558-564.
- [126] **Welbourn, D.** “Fundamental knowledge of gear noise - a survey". Inst. Mech. Eng Conference on Noise and Vibrations of Engines and Transmissions, 1979 p. 09–29.
- [127] **Wang G, Lin C, Li Y, Zou S.**“Research on the dynamic transmission error of a spur gear pair with eccentricities by finite element method”. Mechanism and Machine Theory, 2017, Vol.109, pp. 1-13.
- [128] **Iida H, Tamura A.** “Coupled torsional-flexural vibration of a shaft in a geared system”. Proc. of the 3rd Institution of Mechanical Engineers, International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, 1984, paper C272/84, pp. 67-69.
- [129] **Kahraman A.** “Effect of axial vibrations on the dynamics of a helical gear pair”. Journal of Vibration and Acoustics, 1993, Vol. 115, N°.1, pp. 33-39.

-
- [130] **Gu X, Velex P.** “A lumped parameter model to analyse the dynamic load sharing in planetary gears with planet errors”. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, ISSN: 1662-7482, Vol. 86, pp. 374-379.
- [131] **Sener O. S, Özgüven H. N.** “Dynamic analysis of geared shaft systems by using continuous system model”. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1993, Vol. 166, N°3, pp. 539-556.
- [132] **Vinayak H, Singh R, Padmanabhan C.** “Linear dynamic analysis of multi-mesh transmissions containing external, rigid gears”. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1995, Vol. 185, N°1, pp. 1-32.
- [133] **Lin H. H, Oswald F. B, Townsend D. P.** “Dynamic loading of spur gears with linear or parabolic tooth profile modifications”, *Mechanism and Machine Theory*, 1994, Vol. 29, N°8, p. 1115–1129.
- [134] **Benton M, Seireg A.** “Simulation of resonances and instability conditions in pinion-gear systems”. *Journal of Mechanical Design*, 1978, Vol. 100, N°1, pp. 26-32.
- [135] **Wang K. L, Cheng H. S.** “Numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, part 1 analysis”, part 2 results. *J Mech Des Trans ASME*, 1981, Vol. 103, N°4, pp. 177-194.
- [136] **Masuda T, Abe T, Hattori K.** “Prediction method of gear noise considering the influence of the tooth flank finishing method”. *Journal of Mechanical Design*, 1986, Vol. 108, N°1, pp. 95-100.
- [137] **Choi S. T, Mau S. Y.** “Dynamic analysis of geared rotor-bearing systems by the transfer matrix method”, *J Mech Des*, 2001, Vol. 123, N°4, pp. 562-568.
- [138] **Kubur M, Kahraman A, Zini D. M, Kienzle K.** “Dynamic analysis of a multi-shaft helical gear transmission by finite elements: model and experiment”. *Journal of Mechanical Design*, 2004, Vol. 126, N°3, pp. 398-406.
- [139] **Wang C. C.** “Rotational vibration with backlash: part II”. *Journal of Mechanical Design*, 1981, Vol.103, pp. 387-397.
- [140] **Wang C. C.** “Calculating natural frequencies with extended Tuplin’s method”. *Journal of Mechanical Design*, 1981, Vol. 103, pp. 379-386.

- [141] **Velex P, Maatar M.** “A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behaviour,” *Journal of Mechanical Design*, 1995, Vol. 191, N°.5, pp. 629-660.
- [142] **Maatar M, Velex P.** “Quasi-static and dynamic analysis of narrow-faced helical gears with profile and lead modifications”. *Journal of Mechanical Design*, 1997, Vol. 119, N°.4, pp. 474-480.
- [143] **Ajmi M, Velex P.** “A model for simulating the quasi-static and dynamic behaviour of solid wide-faced spur and helical gears”. *Journal of Mechanical Design*, 2005, Vol. 40, N° 2, pp. 173-190.
- [144] **Gu C. ZH, Wu X. Y.** “Study of the modelling of the gear dynamics considering mesh stiffness and sliding friction”. *Applied Mechanics and Materials*, 2001, Vols. 29-32, pp. 618 - 623.
- [145] **Baud S, Velex P.** “Static and dynamic tooth loading in spur and helical geared systems-experiments and model validation”. *J Mech Des Trans ASME*, 2002, Vol. 124, N°.2, pp. 334-346.
- [146] **Hui M, Jin Z, Ranjiao F, Xu P, Qibin W, Bangchun W.** “Review on dynamics of cracked gear systems”. *Engineering Failure Analysis*. 2015, Vol.55. pp. 224 –245.
- [147] **GHANEM A.** “Contributions à la modélisation avancée des machines tournantes en dynamique transitoire dans le cadre Arlequin”. Thèse doctorat, l’Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2013, pp. 27-29.
- [148] **Williams J. A.** “Engineering Tribology”, Oxford, New York, 1994.
- [149] **Huang K. J, Wu M. R, Tseng J. T.** “dynamic analyses of gear pairs incorporating the effect of time-varying lubrication damping”. *Journal of Vibration and Control*, 2010, Vol. 17. N°. 3 pp. 355–363.
- [150] **Brancati R, Rocca E, Russo R.** “A gear rattle model accounting for oil squeeze between the meshing gear teeth”. *Proc. IMechE, Part D: J. Automobile Engineering*, 2005, Vol .219, N°. 9, pp. 1075- 1083.
- [151] **Zarbane k.** “Etude numérique et expérimentale du comportement d’un film Lubrifiant soumis a un chargement périodique”. Thèse doctorat à l’université de poitiers, 2009, pp. 17- 18.

-
- [152] **Stribeck R.** “Characteristics of plain and roller bearings,” *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, Vol. 46, N°37, pp. 1341–1348.
- [153] **Björling M.** “Friction in Elastohydrodynamic Lubrication”. Thesis doctoral, Luleå University of Technology, 2014, pp.46.
- [154] **Cheon G. J.** “Analysis of the nonlinear behavior of gear pairs considering hydrodynamic lubrication and sliding friction”. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2009, Vol. 23, pp. 2125~2137.
- [155] **Wu S, Cheng H. S.** “A friction model of partial-EHL contacts and its application to power loss in spur gears.” *Tribology Transactions*, 1991, Vol.34, N°3, pp.398-407.
- [156] **Dowson D, Higginson G. R.** “Elasto-Hydrodynamic Lubrication”. Pergamon Press, New York, 1977.
- [157] **Larsson R.** “Transient Non-Newtonian Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gear”, *Wear*, 1997, Vol. 207, N°. 1-2, pp. 67-73.
- [158] **Kumar P, Saini P. K, Tandon P.** “Transient Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gear Using Couple-Stress Fluid”. *Proc. IMechE Part J: J. Engineering Tribology*, 2007, Vol. 221, pp. 743-754.
- [159] **Liu H, Mao K, Zhu C, Xu X, Liu M.** “Parametric studies of spur gear lubrication performance considering dynamic loads”. *Proc. IMechE Part J: J Engineering Tribology*, 2012, Vol. 226, N°.9, pp.731–737.
- [160] **Zhou C, Xiao Z.** “Stiffness and damping models for the oil film in line contact elastohydrodynamic lubrication and applications in the gear drive”. *Applied Mathematical Modelling*, 2018.
- [161] **Zhu C, Liu M, Song C.** “Oil film stiffness and damping in an elastohydrodynamic lubrication line contact-vibration”. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2016, Vol.30, N°.7, pp 3031–3039
- [162] **Gopalakrishnan S. C, Lim T. C.** “Elastohydrodynamic Lubrication Damping of Spiral Bevel Gears at Moderate Loads”. *Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.* 2015, Vol.8, N°.2, pp. 721-725.
- [163] **Li S, Kahraman A.** “A mixed EHL model with asymmetric integrated control volume discretization”. *Tribology International*, 2009, Vol.42, N°.8, pp.1163-1172.

- [164] **Diab Y.** “Analyse des pertes de puissance dans les transmissions par engrenages à grande vitesse. Applications aux réducteurs industriels et aux machines textiles”. Thèse doctorat, à l’Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, pp. 83- 84.
- [165] **Tallian T. E. McCool J. I, Sibley L. B.** “ Practical elastohydrodynamic lubrication in rolling contact”. Proc. Inst. Mech. Eng., London, 1965/1966, Vol. 180, pp. 169-184.
- [166] **Li S, Kahraman A.** “A transient mixed elastohydrodynamic lubrication model for spur gear pairs”. Journal of Tribology, 2010, Vol. 132, No. 1, 011501, 9p.
- [167] **Liu H, Mao K, Zhu C. C.** “Mixed Lubricated Line Contact Analysis for Spur Gears Using a Deterministic Model”. ASME J. Tribol, 2012, Vol.134, N°.2, p. 021501.
- [168] **HarpersheidtJ,** "Untersuchungen des schwingungsverhaltens und der einfluss der zahndämpfung bei schrägverzahnten stirnradgetrieben unter berucksichtigung der radkonstruktion", Dissertation, Tech. Univ. Aachen, 1984, 182 p.
- [169] **Mehala K.** “Etude de l’évolution du régime de lubrification au cours de la phase transitoire dans les paliers hydrodynamiques”. These doctorat, l’Université des Sciences et de La Technologie d’Oran « Mohammed Boudiaf. 2015, 25p.
- [170] **Optasanu V.** “Modélisation expérimentale et numérique de la lubrification des paliers compliants sous chargement dynamique”. Thèse De Doctorat A La Faculte Des Sciences Fondamentales Et Appliquées. France, 2000, pp.44-45.
- [171] **Guilbault R, Lalonde S, Thomas M.** “Nonlinear damping calculation in cylindrical gear dynamic modeling”. Journal of Sound and Vibration, 2012, Vol.331, pp.2110–2128.
- [172] **Li S, Kahraman A.** “A tribo-dynamic model of a spur gear pair”. Journal of Sound and Vibration, 2013, Vol.332, N°.20, pp. 4963-4978.
- [173] **Ouyang T, Chen , Huang J, Huang H.** “Analysis of lubricating performance for spur gear pairs applying tribo-dynamic model”. Proc IMechE Part J: J Engineering Tribology, 2016, pp. 1 –14.
- [174] **Li S.** “A thermal tribo-dynamic mechanical power loss model for spur gear pairs”. Tribol Int, 2015, Vol. 88, pp. 170–178.
- [175] **Sheng Li, Anisetti A.** “On the flash temperature of gear contacts under the tribo-dynamic condition”. Tribology International, 2016, Vol. 97, pp. 6-13.

-
- [176] **Kasuba R, Evans, J.** “An extended model for determining dynamic loads in spur gearing”. *Journal of Mechanical Design*, 1981. Vol.103, N°. 2, pp.853–864.
- [177] **Gregory, R. W., Harris, S. L. and Munro, R.G.** “Dynamic Behaviour of Spur Gears”, *Proc. of the I. Mech E*, 1963, Vol. 178, N°.8, pp.207-226.
- [178] **Blankenship G.W, Kahraman A.** “Steady state forced response of a mechanical oscillator with combined parametric excitation and clearance type nonlinearity”, *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol. 185, No. 5, pp.743–765.
- [179] **Umezawa K, Houjoh H, Ichikawa N, Matsumura S.** "simulation of rotational vibration of a helical gear pair transmitting light loads", 1991, **Proc. 3rd J.S.M.E., Int. Conf. On motion and Powertransmissions, mpt'91**, Hiroshima, Japan, 1991, pp. 85-91.
- [180] **Umezawa K, Houjoh H, Matsumura S.** "The influence of flank deviations on the vibration of helical gear pair transmitting light load", *Proc. of the 6th A.S.M.E. Int. Conf. Power Transmissions and Gearing*, Phoenix, 1992, Vol. 2, pp. 681-688.
- [181] **Ishimaru, K. and Hirano, F.** “Dynamic behaviour of heavy loaded spur gears”. *ASME Journal of Engineering for Industry*, 1974, Vol. 96, pp.373–381.
- [182] **Muszynska A, Jones D.** “Amortissement des structures”. Rapport de stage. Lyon : « CAST » Centre d’actualisation scientifique et technique, INSA de Lyon, LMSt, 1976, 350 p.
- [183] **Kahraman A, Blankenship G.W.** “Experiments on nonlinear dynamic behaviour of an oscillator with clearance and periodically time-varying parameters”. *Journal of Applied Mechanics*, 1997, Vol. 64, N°. 1, pp. 217-226.
- [184] **Umezawa K, Ajima T, Houjoh D.H.** Vibration of three axis gear system, *Bulletin of JSME*. 1985, Vol. 51, N°. 467, pp. 1523-1531.
- [185] **Amabili M, Rivola A..** “Dynamic analysis of spur gear pairs: steady-state response and stability of the SDOF model with time-varying meshing damping”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1997, Vol. 11, N°. 3, pp. 375-390.
- [186] **Kumar A. S, Sankar T. S, Osman M. O. M.** “On dynamic tooth load and stability of a spur-gear system using the state-space approach”. *Journal of Mechanisms, Transmission, and automation in Design*, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1985, Vol.107, pp. 54-60.

-
- [187] **Li S, Kahraman A.** “A spur gear mesh interface damping model based on elastohydrodynamic contact behavior”. *Int. J. Powertrains*, 2011, Vol.1, N°1, pp.4-21.
- [188] **Temis Y, Kozharinov E, Kalinin D.** “Simulation of Gear Systems with Dynamic Analysis”. The 14th IFToMM World Congress, Taipei, Taiwan, October 25-30, 2015 DOI Number: 10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS6.029
- [189] **Saxena A, Chouksey M, Parey A.** “Effect of mesh stiffness of healthy and cracked gear tooth on modal and frequency response characteristics of geared rotor system”. *Mechanism and Machine Theory*, 2017, Vol.107, pp. 261–273.
- [190] **Liu M, Gorman D.G.** “Formulation of Rayleigh damping and its extensions”, *Journal of computers and structures*, 1995, Vol.57, N° 2, pp. 277-285.
- [191] **Parker R. G, Vijayakar S. M, Imajo T.** "Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons." *Journal of Sound and Vibration*. 2000, Vol. 237, N°3, pp. 435 - 455.
- [192] **Ankouni M, Lubrecht A.A, Velez P.** “Applications to spur gear dynamic simulations”. *Journal of mechanical Engineering science*. 2016, pp. 1-11.
- [193] **Firouzi J, Ghassemi H, Vakilabadi K. A, Khalilnezhad H.** “The effect of damping coefficients on the torsional vibration Of the damped multi-branch gears system”. *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*, 2017, Vol. 16, N°4, pp.5-16.
- [194] **Vaishya M, Singh R.** “Analysis of Periodically Varying Gear Mesh Systems with Coulomb Friction Using Floquet Theory”. *J. of Sound and Vibration*, 2001, Vol. 243, N° 3, pp. 525-545.
- [195] **Vaishya M, Singh R.** “Sliding Friction-Induced Non-Linear and Parametric Effects in Gear Dynamics”. *J. of Sound and Vibration*, 2001, Vol. 248, N° 4, pp. 671- 694.
- [196] **Floquet M.G.** “Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques”. *Annales de l’Ecole Normale*, 2^{ème} série, Tome XII, 1883, pp. 47-89.
- [197] **Benton M, Seireg A.** “Factors influencing instability and resonances in geared systems”. *Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design*, 1981, Vol. 103, N°2, pp.372-378.