

## TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE .....	4
1.1 Assemblage par frettage.....	4
1.2 Assemblage « press fit » .....	5
1.3 Vie en fatigue.....	5
1.4 Facteur de concentration de contrainte .....	7
1.5 Pression de contact.....	8
1.6 Singularité .....	10
1.7 Études par éléments finis .....	11
1.8 Photoélasticité .....	13
1.9 Essai en fatigue .....	13
1.10 Fretting .....	14
CHAPITRE 2 ANALYSE DE L’ASSEMBLAGE PAR FRETTAGE PAR ÉLÉMENTS FINIS.....	17
2.1 Modélisation .....	17
2.1.1 Hypothèses.....	17
2.1.1.1 Propriétés des matériaux .....	18
2.1.1.2 Friction .....	18
2.1.1.3 Géométrie.....	19
2.2 Description du modèle .....	20
2.3 Résultats .....	21
2.3.1 Singularité .....	23
2.3.2 Effet de la friction .....	25
2.3.3 Effet de l’arrondi .....	26
2.4 Résumé.....	27
CHAPITRE 3 ANALYSE DE L’ASSEMBLAGE SOUMIS À UN MOMENT DE FLEXION .....	28
3.1 Analyse en flexion stationnaire.....	28
3.1.1 Modélisation .....	28
3.1.2 Résultats .....	30
3.2 Analyse de flexion rotative .....	34
3.2.1 Modélisation .....	35
3.2.2 Résultats .....	36
3.3 Résumé.....	37
CHAPITRE 4 CONTRAINTE DE FATIGUE DANS LES ASSEMBLAGES PAR FRETTAGE .....	38
4.1 Procédure empirique pour la fatigue des assemblages classiques par frettage .....	38

4.2	Analyse de fatigue par éléments finis des assemblages classiques par frettage .....	40
4.2.1	Modèle des éléments finis.....	40
4.2.2	Résultats.....	41
4.3	Résumé.....	46
<b>CHAPITRE 5 ANALYSE DES ASSEMBLAGES NON CLASSIQUES PAR FRETTAGE</b>		<b>47</b>
5.1	Géométrie.....	47
5.1.1	Modèle des éléments finis.....	48
5.2	Pression de contact.....	49
5.3	Contrainte dans la rainure .....	51
5.4	Contrainte en fatigue.....	53
5.5	Déplacement relatif.....	58
5.6	Résumé.....	58
<b>CHAPITRE 6 INTRODUCTION À L'EXPÉRIMENTATION</b> .....		<b>59</b>
6.1	Caractérisation du matériau .....	59
6.1.1	Description du banc d'essai .....	61
6.1.2	Résultats pour le premier banc d'essai.....	62
6.1.3	Amélioration du banc d'essai.....	63
6.1.4	Résultats après améliorations au banc d'essai .....	65
6.2	Assemblage arbre-rouleau .....	67
6.3	Essai de fatigue de l'assemblage arbre-rouleau .....	68
6.4	Nouvelle conception pour le banc d'essai .....	71
6.4.1	Essais de fatigue de l'assemblage arbre-rouleau .....	72
6.5	Résumé.....	74
<b>CONCLUSION</b> .....		<b>75</b>
<b>RECOMMANDATIONS</b> .....		<b>77</b>
<b>ANNEXE I PROGRAMMES D'ANALYSES D'ANSYS</b> .....		<b>79</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....		<b>95</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Propriétés de l'acier 1018 .....	18
Tableau 2.2 Propriétés de l'acier O1.....	18
Tableau 3.1 Comparaison du facteur de concentration de contrainte.....	33
Tableau 3.2 Facteur de concentration de contrainte en compression .....	34
Tableau 3.3 Facteur de concentration de contrainte en tension .....	34
Tableau 4.1 $S_{a \max} / (E/1000)$ pour le neufs cas d'assemblage par fretage classique (Diamètre de l'arbre $d$ , longueur du rouleau $L$ , pression de Lamé $p$ , contrainte nominale en flexion $\sigma$ ).....	45
Tableau 5.1 Schéma des neuf configurations d'assemblage non classiques .....	49
Tableau 5.2 Contrainte Von-Mises maximum dans la rainure pour 9 cas (MPa).....	53
Tableau 5.3 Comparaison du glissement entre classique et avec rainure .....	58
Tableau 6.1 Déformations mesurées pour le 1 <sup>er</sup> côté.....	60
Tableau 6.2 Déformations mesurées pour le 2 <sup>ième</sup> côté.....	61

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Schéma d'assemblage par frettage .....	4
Figure 1.2 Abaque de Spott [9] pour les assemblages .....	8
Figure 1.3 Photoélasticité de pièces en contact, .....	11
Figure 1.4 Configuration étudiée par Ozel [13].....	12
Figure 1.5 Distribution des contraintes par photoélasticité, Mather [17] .....	13
Figure 1.6 Schéma des zones de fretting, tiré de Hills [23].....	15
Figure 1.7 Schéma de la vie et de l'usure en .....	15
Figure 2.1 Position des jauge de déformation .....	19
Figure 2.2 Paramètres géométriques pour la modélisation.....	21
Figure 2.3 Exemple de maillage de l'arbre et du rouleau .....	21
Figure 2.4 Contrainte radiale en fonction de la distance pour deux maillages .....	22
Figure 2.5 Distribution des contraintes radiales après l'assemblage, selon le plan x-r .....	23
Figure 2.6 Variation de la pression de contact à la surface .....	24
Figure 2.7 Variation de la pression de contact à $0.01d/2$ sous la surface .....	24
Figure 2.8 Comparaison de l'augmentation de la contrainte .....	25
Figure 2.9 Effet de la friction sur la pression de contact .....	26
Figure 2.10 Effet de l'arrondi sur la pression de contact .....	27
Figure 3.1 Géométrie du maillage de l'arbre et du rouleau .....	29
Figure 3.2 Conditions frontières et chargement de l'assemblage .....	30
Figure 3.3 Contrainte axiale lors de l'application du moment de flexion .....	31
Figure 3.4 Variation de la contrainte axiale pour .....	32
Figure 3.5 Variation de la contrainte axiale pour .....	32

Figure 3.6 Facteur d'augmentation de la contrainte axiale.....	33
Figure 3.7 Conditions frontières du modèle 3D en flexion rotative .....	35
Figure 3.8 Étapes de chargement pour une rotation complète.....	36
Figure 3.9 Distribution des contraintes pour deux rotations.....	36
Figure 4.1 Assemblage classique par frettage.....	38
Figure 4.2 Facteur de concentration de contrainte empirique de fatigue des assemblages classiques par frettage, selon Spotts [9].....	39
Figure 4.3 Modèle des E.F. d'un quart d'assemblage classique par frettage.....	41
Figure 4.4 Glissements axiaux près du bord de contact en haut et en bas dus .....	42
Figure 4.5 Distribution de la contrainte alternée au bord du contact.....	44
Figure 4.6 Variation de la contrainte $S_a$ maximale en fonction .....	45
Figure 5.1 Géométrie du rouleau pour un assemblage non-classique .....	47
Figure 5.2 Modélisation de la rainure et détail du maillage au bord du contact.....	48
Figure 5.3 Pression de contact entre l'arbre et le rouleau pour 4 configurations .....	50
Figure 5.4 Contrainte radiale pour la configuration classique, cas C .....	51
Figure 5.5 Contrainte radiale pour une configuration non classique, cas C, $t = d/20$ .....	51
Figure 5.6 Contrainte Von-Mises dans le rouleau pour $t=d/40$ .....	52
Figure 5.7 Contrainte Von-Mises dans le rouleau pour $t=d/20$ .....	52
Figure 5.8 Contrainte alternée dans l'arbre en fonction de la distance du bord du contact, configuration classique et non classique ( $t = d/20$ ) .....	54
Figure 5.9 Contrainte alternée autour du bord du contact .....	55
Figure 5.10 Contrainte alternée dans l'arbre et dans le rouleau .....	55
Figure 5.11 Contrainte alternée et Von-Mises en fonction de l'épaisseur de la lèvre .....	56
Figure 5.12 Contrainte alternée et Von-Mises en fonction du rayon de la rainure.....	57
Figure 6.1 Éprouvette pour la caractérisation .....	59

Figure 6.2	Position de la jauge de déformation .....	60
Figure 6.3	Banc d'essai pour la caractérisation .....	61
Figure 6.4	Banc d'essai pour la caractérisation, vue en coupe .....	62
Figure 6.5	Présence de lubrifiant, caractérisation.....	63
Figure 6.6	Roulement usé .....	63
Figure 6.7	Éprouvette usée après 3 millions de cycles .....	63
Figure 6.8	Banc d'essai pour la caractérisation, deuxième version.....	64
Figure 6.9	Banc d'essai pour la caractérisation, deuxième version, vue en coupe.....	64
Figure 6.10	Usure, deuxième version du banc d'essai.....	66
Figure 6.11	Éprouvette usée, acier O1, après 4.3 millions de cycles .....	66
Figure 6.12	Éprouvette usée, acier 1018 après 70000 cycles .....	67
Figure 6.13	Gabarit d'assemblage arbre-rouleau.....	68
Figure 6.14	Banc d'essai en fatigue, premier banc .....	69
Figure 6.15	Banc d'essai en fatigue, premier banc, vue en coupe.....	70
Figure 6.16	Banc d'essai en fatigue, deuxième banc .....	71
Figure 6.17	Schéma des forces exercées sur l'éprouvette pour le deuxième banc .....	72
Figure 6.18	Éprouvette brisée au bord du contact .....	73
Figure 6.19	Éprouvette brisée à la base du moteur .....	73

## INTRODUCTION

### Mise en contexte

L'assemblage par frette est utilisé dans l'industrie pour assembler deux pièces cylindriques l'une dans l'autre dans le but de transmettre une rotation. L'arbre intérieur ayant un diamètre plus grand que le cylindre extérieur crée une interférence géométrique entre les deux pièces qui permet d'avoir une pression de contact pour les maintenir ensemble. Il suffit de chauffer la pièce extérieure et/ou de refroidir la pièce intérieure pour réaliser l'assemblage. La facilité d'assemblage et le fait qu'il n'y a pas d'autres composantes qui interviennent sont deux avantages de cette technique.

Dans l'industrie des cimenteries, l'utilisation d'assemblage par frette est utilisée pour supporter les fours en rotations. Les nombreux bris en fatigue de rouleaux assemblés par frette proviennent des problèmes de conception. Le manque d'information pour la conception entraîne l'utilisation de la méthode d'essais et erreurs. Lors de la conception d'assemblage par frette, il est difficile d'évaluer la concentration de contrainte ainsi que la vie en fatigue. La modélisation par éléments finis est une bonne technique pour évaluer les concentrations de contraintes, par contre, l'utilisation d'un banc d'essai est nécessaire dans le but de valider les résultats obtenus numériquement.

Le manque d'information sur les assemblages par frette soumis à un moment de flexion, ainsi que sur l'influence de plusieurs autres paramètres sont à l'origine de cette recherche. Dans ce mémoire, deux techniques de modélisation par éléments finis et une introduction à l'analyse expérimentale, incluant des résultats préliminaires, seront présentées pour effectuer l'analyse des contraintes et de la vie en fatigue.

## Objectifs

- Effectuer une revue de la littérature pour actualiser les connaissances et le travail effectué en relation avec les assemblages par frettage et la vie en fatigue.
- Effectuer l'analyse du facteur de concentration de contrainte sur l'assemblage.
- Évaluer les contraintes lorsque l'assemblage est soumis à un moment de flexion dans le but de calculer la vie en fatigue.
- Développer un banc d'essai pour faire la validation de la modélisation

## Organisation du mémoire

Le chapitre 1 présente la revue de la littérature qui couvre l'information sur l'assemblage, le calcul des contraintes, la vie en fatigue et toutes autres informations pertinentes au sujet.

Le chapitre 2 concerne l'analyse par modèle axisymétrique et l'analyse statique de l'assemblage par frettage. La comparaison entre deux méthodes de modélisation est faite et présente leurs avantages et désavantages. La singularité sera démontrée ainsi qu'une méthode pour la contourner. La modélisation axisymétrique est utilisée pour l'assemblage tandis que l'analyse statique en 3D est utilisée lorsque l'assemblage est soumis à une contrainte de flexion. Les effets du coefficient de friction ainsi que de l'arrondi seront étudiés.

Le chapitre 3 couvre l'analyse de l'assemblage lorsqu'il est soumis à un moment de flexion. Les analyses statiques permettent de calculer le facteur de concentration de contrainte pour plusieurs configurations. L'analyse en rotation démontre que le comportement de l'assemblage n'est pas symétrique, il y a un changement dans la distribution des contraintes.

Le chapitre 4 couvre le calcul des contraintes en fatigue et cible l'endroit critique de l'assemblage. Le facteur de concentration de contrainte est calculé pour les mêmes configurations qu'au chapitre 3. Une analyse avec un modèle raffiné permet de situer l'endroit critique et converger avec le modèle empirique.

Le chapitre 5 présente l'analyse d'un assemblage dit non classique, le rouleau comportant une rainure. Cette technique permet de réduire l'effort au bord du contact ainsi que de réduire le risque d'un bris prématué de l'assemblage. Deux paramètres seront étudiés, soit le rayon de la rainure et l'épaisseur de la lèvre. Les résultats seront comparés à ceux de l'assemblage classique des chapitres précédents

Le chapitre 6 présente une introduction à l'expérimentation à l'aide de bancs d'essais pour effectuer des essais en fatigue. L'expérimentation se divise en trois étapes, la première consiste à caractériser le matériau et valider le banc d'essai. La deuxième étape est l'assemblage par frettage du rouleau sur l'arbre. La dernière étape est l'essai avec les éprouvettes pour déterminer le facteur de concentration de contrainte.

# CHAPITRE 1

## REVUE DE LA LITTÉRATURE

Ce chapitre donne un aperçu sur des concepts reliés aux assemblages par frettage soumis à un moment de flexion et fait le lien entre les informations trouvées dans la littérature.

### 1.1 Assemblage par frettage

Plusieurs types d'assemblage existent pour assembler deux pièces cylindriques. Le frettage consiste à assembler un arbre dont le diamètre externe est supérieur au diamètre interne du rouleau et ce par la dilatation thermique. En refroidissant l'arbre et en réchauffant le rouleau, il est possible d'insérer l'arbre dans le rouleau. Lors du retour à la température ambiante, l'arbre et le rouleau entrent en contact et l'interférence initiale ( $\Delta r$ ) entre les deux pièces crée une pression de contact. Cette pression de contact assure la liaison entre les deux pièces et elle est dépendante du coefficient de friction à l'interface. Le frettage permet d'assembler les deux pièces sans autres composantes. Par contre, il y a des limites à l'utilisation du frettage, tel que le couple de rotation pouvant être transmis car la pression de contact doit être suffisante pour transmettre le couple.

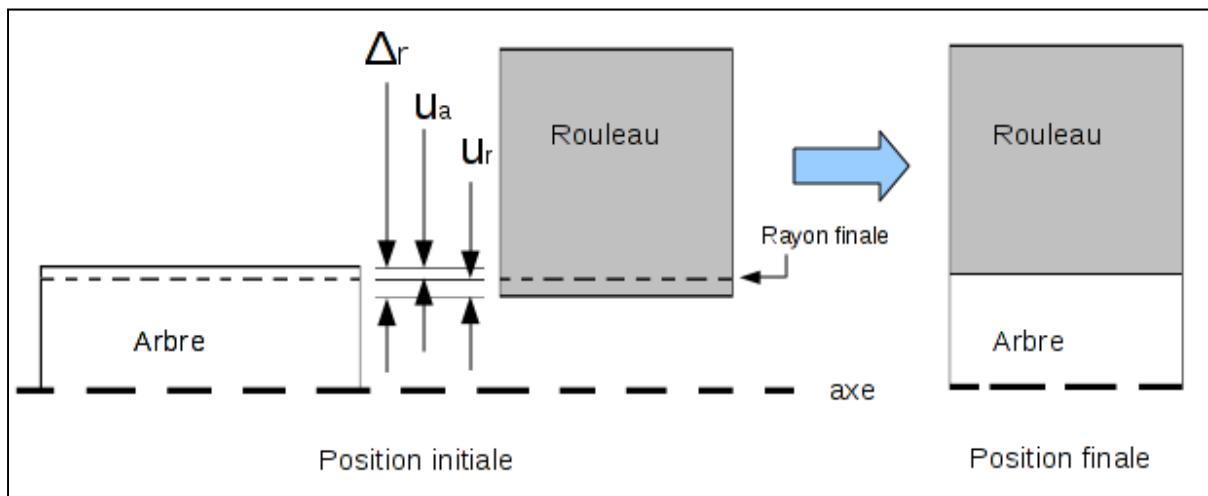


Figure 1.1 Schéma d'assemblage par frettage

Ce type d'assemblage est utilisé dans plusieurs domaines tels que les engrenages, Truman [1]-[2], les arbres de train, Kubota [4] et dans les outils de perçage, Santus [5].

### **1.2 Assemblage « press fit »**

L'assemblage « press fit » a le même but que le frettage mais diffère par l'utilisation de la force pour insérer le rouleau sur l'arbre, à la température ambiante. Cette méthode d'assemblage est une bonne alternative au frettage mais elle est limitée par la force d'assemblage et la limite élastique des matériaux. Une trop grande interférence entraîne une déformation plastique au contact des deux pièces.

Les résultats obtenus par Ramamoorthy [3] montrent que lors de l'assemblage « press fit », une modification du profil de contact entraîne une diminution de l'interférence pouvant atteindre 20% en comparaison avec l'assemblage par frettage. Le frettage est une meilleure méthode lorsque la pression de contact est importante.

### **1.3 Vie en fatigue**

Lorsqu'un assemblage est soumis à des efforts alternés et répétés, un bris peut survenir après un grand nombre de cycles. Le calcul de vie en fatigue, définie par le nombre de cycles avant bris, est très important lors de la conception de pièces. Lors de l'utilisation d'un assemblage par frettage sur lequel un moment de flexion est appliqué, l'arbre est soumis à des contraintes alternées qui ont pour effet de diminuer la vie en fatigue. Le calcul d'un nombre de cycles fait intervenir la variation de la contrainte. La contrainte moyenne et la contrainte alternée sont deux paramètres influençant la durée de vie de la pièce. SHIGLEY [6] présente la méthode de Goodman pour déterminer la contrainte en fatigue.

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \quad (1.1)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (1.2)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (1.3)$$

Où      $\sigma_a$  : Contrainte alternée  
 $\sigma_m$  : Contrainte moyenne  
 $S_e$  : limite d'endurance  
 $S_{ut}$  : limite ultime  
 $\sigma_{\max}$  : Contrainte maximale  
 $\sigma_{\min}$  : Contrainte minimale

Le calcul des contraintes maximales et minimales peut se faire selon plusieurs critères. Le critère de Von Mises est celui qui est le plus souvent présenté dans les livres et il est simple à utiliser. Le calcul des contraintes de Von Mises peut se faire directement à partir des composantes de contrainte suivant n'importe quel système d'axes, comme la formule (1.4).

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]^{1/2} \quad (1.4)$$

La limite d'endurance d'une pièce en service est calculée à partir de la limite d'endurance de l'éprouvette témoin du matériau et des conditions d'utilisation de la pièce.

$$S_e = k_a * k_b * k_c * k_d * k_e * k_f * S'_e \quad (1.5)$$

Où      $k_a$  : fini de surface  
 $k_b$  : dimensions  
 $k_c$  : chargement  
 $k_d$  : température  
 $k_e$  : fiabilité  
 $k_f$  : autre effet  
 $S'_e$  : limite d'endurance de l'éprouvette témoin

La loi de Basquin, Hénaff [7] présente la contrainte alternée en fonction du nombre de cycles et de la limite d'endurance en fatigue.

$$S_a = \sigma'_f * N^b \quad (1.6)$$

Où      N : nombre de cycles à la rupture

b : exposant basé sur les données expérimentales de résistance en fatigue

$\sigma'_f$ : limite d'endurance en fatigue

Sur le plan expérimental, le nombre de cycles en fonction de la contrainte en fatigue est représenté par une courbe S-N. Ces courbes sont tracées selon les résultats expérimentaux et dépendent du matériau et du type de montage. Il est à noter qu'il n'existe pas dans la littérature de courbes de fatigue pour chaque type de pièce ou d'assemblage en service. Le calcul à partir des équations présentées est nécessaire pour transposer les résultats entre la courbe S-N et la configuration utilisée.

#### 1.4      Facteur de concentration de contrainte

Les concentrations de contraintes sont des variations locales de contraintes dues à un changement géométrique. Les facteurs de concentration de contrainte pour plusieurs cas courants peuvent être trouvés dans Peterson [8]. En ce qui concerne les assemblages par frettage soumis à un effort de flexion, Spott [9] présente un abaque, voir la Figure 1.2, pour déterminer le facteur de concentration de contrainte. À l'aide de ce graphique, on peut extraire le facteur de concentration pour plusieurs configurations géométriques, avec le rapport  $\frac{L}{d}$  (largeur du rouleau / diamètre intérieur) et plusieurs configurations de chargement,

avec le rapport  $\frac{p}{\sigma}$  (pression de contact / contrainte appliquée). On peut noter que plus le

rapport  $\frac{p}{\sigma}$  augmente, plus le rapport  $\frac{L}{d}$  a d'impact sur le facteur de concentration de contrainte.

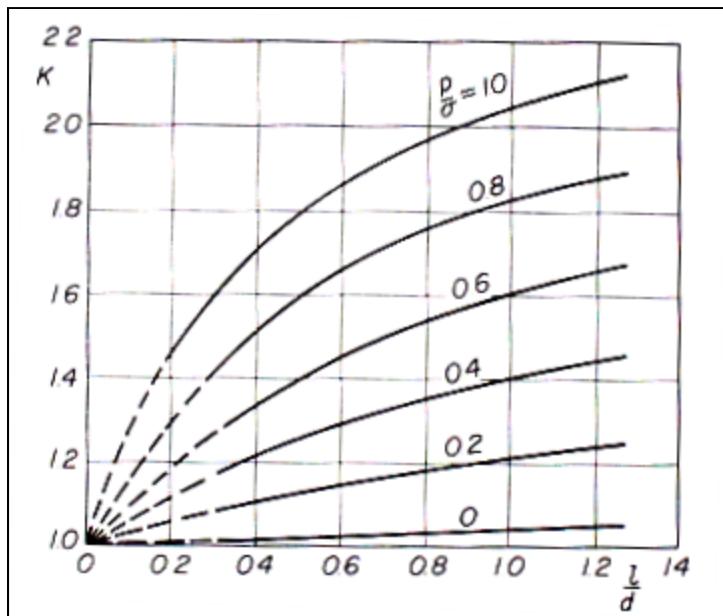


Figure 1.2 Abaque de Spott [9] pour les assemblages par frettage soumis à un effort de flexion

Peterson [8] présente des résultats obtenus lors d'essai (dont  $\frac{p}{\sigma}=1,36$  et  $\frac{L}{d}$  variant entre 0,923 et 1,231) par photoélasticité ( $K_t=1,95$ ) et en essai de fatigue ( $K_t=2,0$ ). En comparant les résultats obtenus avec l'abaque ( $K_t=2,3$ ), on remarque que ce dernier est plus conservateur.

## 1.5 Pression de contact

Le serrage entre le rouleau et l'arbre génère une pression de contact. Cette pression de contact permet de tenir les pièces ensemble en service (transmettre un couple, supporter une charge, etc.). Cette pression est la contrainte radiale à l'interface entre les deux pièces. Il est possible de calculer analytiquement la contrainte radiale à partir de l'équation d'équilibre d'un élément infinitésimal (1.7) et des équations de compatibilité de déformation entre l'arbre et le rouleau (1.8).

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1}{r} \frac{d\tau_{r\theta}}{d\theta} + \frac{d\tau_{xr}}{dx} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r = 0 \quad (1.7)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \text{ et } \varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (1.8)$$

Où  $u$  est le déplacement radial à un rayon  $r$  et  $F_r$  est la force volumique radiale.

Avec les hypothèses d'état plan de contrainte sur le plan  $(r, \theta)$ , la contrainte de cisaillement  $\tau_{r\theta}$  et la force volumique  $F_r$  sont négligeables, l'équation d'équilibre devient:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1.9)$$

Au domaine élastique, les contraintes radiales et tangentielles sont définies, en fonction des déformations, par les équations suivantes :

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-v^2} (\varepsilon_\theta + v \varepsilon_r) \quad (1.10)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-v^2} (\varepsilon_r + v \varepsilon_\theta) \quad (1.11)$$

Où  $E$  est le module d'élasticité et  $v$  le coefficient de poisson.

En appliquant ces équations à un cylindre à paroi épaisse sur lequel sont appliquées une pression interne ( $p_i$ ) et une pression externe ( $p_e$ ), la résolution des équations différentielles (1.8) et (1.9) avec conditions aux limites  $\sigma_r = -p_i$  au rayon intérieur et  $\sigma_r = -p_e$  au rayon extérieur, on obtient les résultats suivants, présentés par Bazergui [10].

$$\sigma_r = \frac{d^2 p_i - D^2 p_e}{D^2 - d^2} - \frac{(p_i - p_e) d^2 D^2}{r(D^2 - d^2)} \quad (1.12)$$

$$\sigma_\theta = \frac{d^2 p_i - D^2 p_e}{D^2 - d^2} + \frac{(p_i - p_e) d^2 D^2}{r(D^2 - d^2)} \quad (1.13)$$

Où  $d$  est le diamètre intérieur,  $D$  le diamètre extérieur.

Pour exprimer la contrainte radiale à la surface intérieure, il suffit de combiner les équations (1.9) à (1.13) pour obtenir la pression lorsque les deux pièces sont du même matériau.

$$p = \frac{E * u}{(d/2) \left[ \left( 1 + \frac{(D/d)^2 + 1}{(D/d)^2 - 1} \right) \right]} \quad (1.14)$$

Où  $u$  est l'interférence radiale entre les deux pièces.

Le déplacement radial en fonction de la pression de contact et des dimensions s'exprime selon l'équation suivante.

$$u = \frac{p * d}{2E} \left[ 1 + \frac{(D/d)^2 + 1}{(D/d)^2 - 1} \right] \quad (1.15)$$

L'hypothèse d'état plan de contrainte n'introduit aucun paramètre de longueur, ce qui fait que lorsque les deux pièces n'ont pas la même longueur, cette équation n'est pas valide près de la discontinuité, comme cela sera démontré au chapitre 2.

## 1.6 Singularité

Le serrage par contact entre le rouleau et l'arbre engendre un phénomène dit « singulier », la contrainte au bord de contact ne peut être déterminée avec certitude. Cette singularité lors de la résolution par la méthode des éléments finis est observée car, en réduisant la taille des éléments, la contrainte au bord de contact est augmentée d'une façon indéterminée. Ceci sera présenté plus en détail au chapitre 2. Ce phénomène a d'ailleurs été démontré par Miniatt et al [11] lorsqu'une pièce est appuyée sur une autre. Les essais réalisés avec la photoélasticité ont d'ailleurs démontré la concentration de contrainte au bord du contact, difficile à déterminer avec certitude, tel qu'il est possible de le constater à la Figure 1.3.

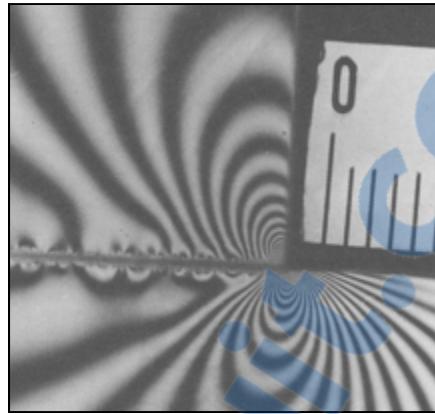


Figure 1.3 Photoélasticité de pièces en contact,  
Miniat et al. [11]

### 1.7 Études par éléments finis

La méthode des éléments finis permet d'effectuer des analyses numériques en peu de temps et ce pour plusieurs configurations. Il y a d'ailleurs plusieurs techniques pour modéliser le contact entre l'arbre et le rouleau. Par exemple, en modélisant la friction, le comportement n'est pas linéaire et l'utilisation d'éléments de contact est essentielle (CONTA173 et TARGE170 d'ANSYS, [30]). Toutefois, en négligeant la friction, le comportement reste linéaire et le déplacement des noeuds entre les deux pièces peut s'écrire à l'aide d'équations qui lient le déplacement radial du rouleau à celui de l'arbre.

$$u_{rouleau} - u_{arbre} = \text{Interférence} \quad (1.16)$$

Les analyses effectuées dans la littérature utilisent une de ces deux techniques.

White et Humpherson [12] et Okamoto [16] ont utilisé des éléments axisymétriques et des couplages entre les noeuds pour étudier l'effet de plusieurs géométries d'arbres sur les contraintes observées lors de l'assemblage par frettage. Les résultats ont montré que l'ajout d'un arrondi sur l'arbre, à la limite du rouleau (Figure 1.4 b) et d) ), aide à réduire la concentration de contrainte dans celui-ci, par contre la configuration sans rayon n'est pas abordée.

Ozel [13] a utilisé des éléments axisymétriques et des éléments de contacts pour étudier l'effet de la géométrie de l'arbre et du rouleau pour l'assemblage par frette et par « press fit ». Une augmentation de la pression de contact de 3,907 pour les paramètres  $\frac{L}{d} = 0,75$ ,  $\frac{d}{D} = 0,333$  et une interférence de  $1\mu\text{m}$  pour une pression de  $4,67 \text{ MPa}$ . Les autres configurations, présentées à la Figure 1.4, donnent une augmentation de pression de contact moins élevée. Les résultats obtenus servent de comparaison entre les différentes configurations. Il n'y a pas de mention sur la singularité ou sur la convergence de résultats.

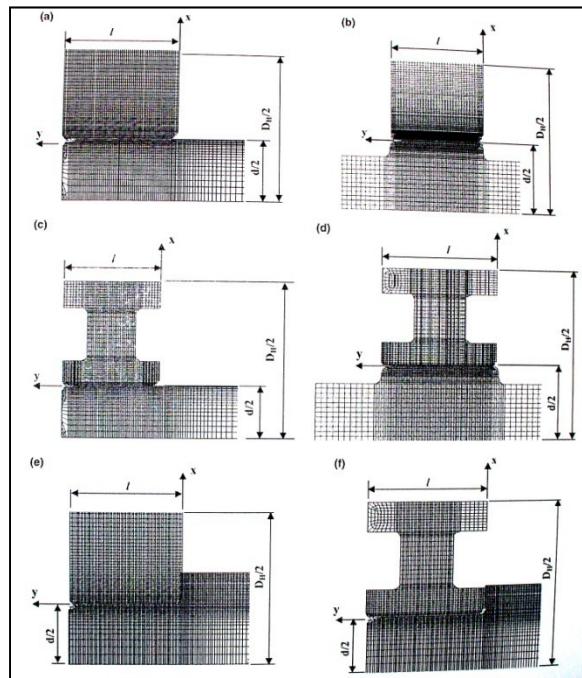


Figure 1.4 Configuration étudiée par Ozel [13]

Truman [1]-[2] a utilisé des éléments axisymétriques et des couplages entre les nœuds pour étudier le bris d'un assemblage engrenages sur un arbre, pour en conclure que l'usure générée par le fretting était la cause du bris prématûré.

Zhang [15] a utilisé des éléments axisymétriques et des éléments de contacts pour évaluer la théorie des cylindres épais et conclu que les équations analytiques ne sont pas suffisantes pour des géométries complexes, la modélisation par éléments finis donne de meilleurs résultats.

## 1.8 Photoélasticité

La technique de photoélasticité permet de visualiser le champ des contraintes. Cette technique utilise des matériaux dont la propagation de la lumière est différente selon les contraintes qui y sont appliquées, permettant ainsi de quantifier les contraintes à l'intérieur de la pièce.

Les résultats présentés par Mather [17] et Lingaiah [18] permettent de visualiser et de quantifier les contraintes à l'intérieur des pièces. La précision des résultats n'est pas très grande lorsque le gradient de contrainte est grand car elle dépend de la manipulation des franges. Le facteur de concentration de contrainte radiale est estimé à 1,5 pour la configuration  $\frac{L}{d} = 0,89$ .

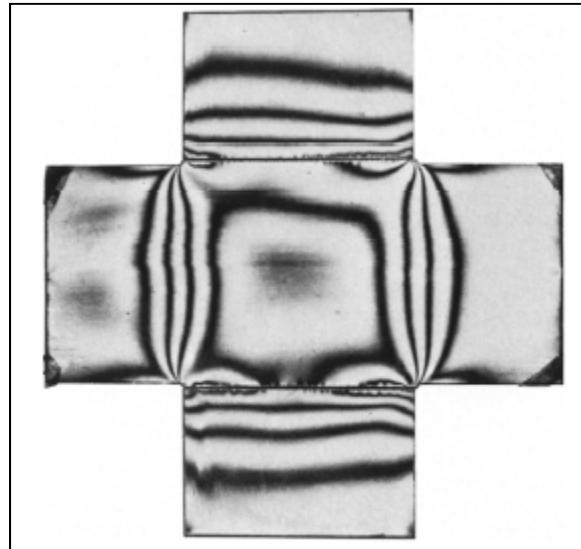


Figure 1.5 Distribution des contraintes par photoélasticité, Mather [17]

## 1.9 Essai en fatigue

Les expériences effectuées par Gutkin and Alfredsson [19] et Juuma [14] montrent que la fatigue par fretting survient lorsque le déplacement relatif est supérieur à 3  $\mu\text{m}$  et augmente avec la pression de contact. Gutkin and Alfredsson ont étudié la propagation des fissures sur un assemblage soumis à un moment de flexion. Juuma présente quant à lui des essais en

torsion où il démontre que le nombre de cycles où il y a propagation des fissures représente entre 30 et 50% du nombre de cycles en fatigue de l'assemblage. Aussi, il mentionne que les dimensions, des diamètres et de l'arrondi, ont une importance sur la vie en fatigue.

### 1.10 Fretting

Le fretting [20]-[28] est un phénomène de petits glissements de va-et-vient entre deux pièces en contact. C'est un mécanisme complexe qui ne sera pas analysé dans le cadre de ce projet. Il est toutefois important de discuter de son implication.

Le mouvement relatif est si petit qu'il n'y a que l'extrémité de la pièce qui se déplace. Ceci peut par conséquent être dommageable puisqu'il y a une importante relation entre l'usure qui est créée par le mouvement et la durée de la vie en fatigue. Le fretting permet d'accélérer l'initiation et la progression des fissures jusqu'à une certaine longueur. La littérature montre que l'influence du fretting sur la vie en fatigue de la pièce est de l'ordre de 40 - 60 %, Waterhouse [29].

Les critères dominants du fretting sont la pression de contact, l'amplitude du déplacement, la largeur de contact, la fréquence et l'environnement. La nature des matériaux a aussi une influence sur ces facteurs.

La Figure 1.6 montre la zone de non déplacement (« stick region ») et la zone de glissement (« slip region »). L'endroit critique se trouve à l'intersection des deux zones, où il y a amorce de fissures qui démarrent à  $45^\circ$  dû au cisaillement qui domine.

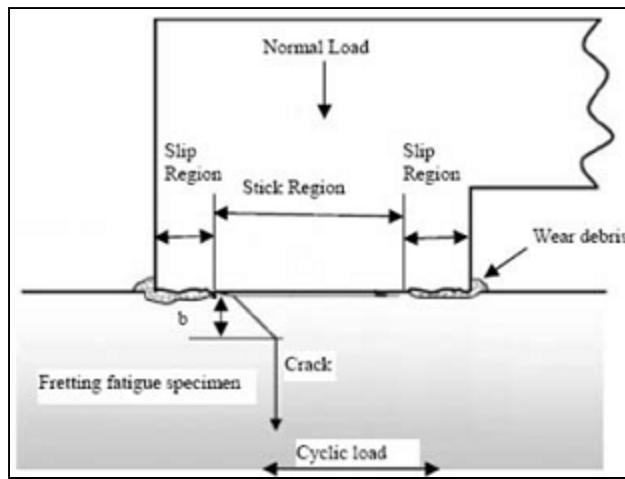


Figure 1.6 Schéma des zones de fretting, tiré de Hills [23]

La Figure 1.7 montre la relation qui existe entre la vie de la pièce et l'amplitude du mouvement. Pour de très petits déplacements, l'usure est faible et la vie est grande; l'importance du fretting est donc moindre. Toutefois, plus l'amplitude des déplacements augmente, plus la vie en fatigue diminue; l'usure augmente très peu et le fretting joue alors un rôle important. Lorsque l'usure commence à être plus présente, les débris engendrés entraînent une diminution du coefficient de friction. Le fait que l'usure soit plus profonde que les fissures diminuent aussi l'effet du fretting.

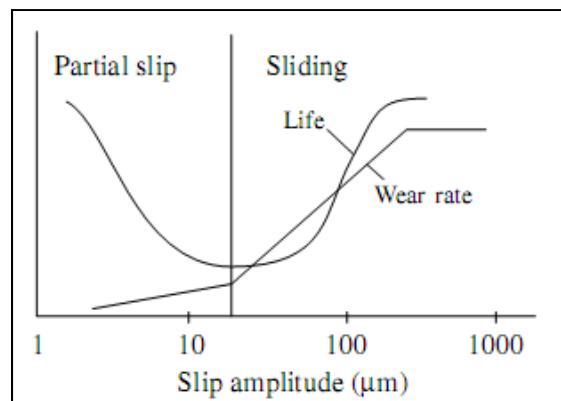


Figure 1.7 Schéma de la vie et de l'usure en fonction du déplacement, tiré Hills [23]

L'assemblage par frettage sera toujours dans la partie de gauche, « partial slip » car il y aura toujours une zone de non déplacement. Donc l'importance pour augmenter la durée de vie de l'assemblage sera de minimiser le glissement.

## **CHAPITRE 2**

### **ANALYSE DE L'ASSEMBLAGE PAR FRETTAGE PAR ÉLÉMENTS FINIS**

Ce chapitre traite de l'assemblage par frettage des deux pièces pour vérifier la distribution de la pression de contact à l'aide de la méthode des éléments finis. La comparaison de la pression de contact avec les valeurs théoriques permettra de valider la modélisation. Le manque de précision dans la littérature sur la pression de contact à la limite de l'assemblage amène à approfondir ce phénomène. De plus, l'influence de différents paramètres, tel que le coefficient de friction et la dimension de l'arrondi du rouleau, sera vérifiée à l'aide de deux techniques de modélisation, linéaire et non-linéaire.

#### **2.1 Modélisation**

L'analyse numérique à l'aide de la méthode des éléments finis permet d'obtenir des résultats en peu de temps. Plusieurs analyses sont faites avec différents paramètres. Pour reproduire l'assemblage des deux pièces, deux techniques peuvent être utilisées: des équations de couplages entre les nœuds des pièces en contact ou l'utilisation d'éléments de contact à l'interface des pièces assemblées. Les équations de couplages permettent de réduire le temps de calcul, mais la friction doit être négligée. En revanche, les éléments de contact modélisent la friction mais augmentent le temps de calcul dû à la solution non linéaire. Ces deux techniques seront expliquées plus en détail dans les sections suivantes.

Les analyses sont faites à l'aide du logiciel ANSYS v11 [30]. Le fichier ANSYS est présenté à l'Annexe 1.

##### **2.1.1 Hypothèses**

Les modèles numériques comportent certaines hypothèses pour simplifier la modélisation. La symétrie permet de réduire le temps de calcul. Aussi, les matériaux sont considérés comme isotropes et restent dans le domaine élastique.

### 2.1.1.1 Propriétés des matériaux

Les propriétés des matériaux sont considérées constantes, la variation de la température est négligeable. De plus, ils sont considérés isotropes, ce qui signifie que les propriétés sont identiques quelle que soit la direction.

L'acier a été choisi dans cette étude parce qu'il est plus couramment employé pour ce genre d'application dans l'industrie. Des éprouvettes d'acier O1 et 1018 sont utilisées, les propriétés du matériau proviennent de l'ASM [31].

Tableau 2.1 Propriétés de l'acier 1018

contrainte ultime ( $S_{ut}$ )	440 MPa
contrainte d'écoulement ( $S_y$ )	370 MPa
endurance à la fatigue ( $\sigma_f$ ) (basée sur $500 10^6$ cycles)	222 MPa
coefficient de poisson ( $\nu$ )	0,3
coefficient de dilatation thermique ( $\alpha$ )	$12 10^{-6}/^\circ\text{C}$
module d'élasticité (E)	205 GPa

Tableau 2.2 Propriétés de l'acier O1

contrainte ultime ( $S_{ut}$ )	1690 MPa
contrainte d'écoulement ( $S_y$ )	1500 MPa
endurance à la fatigue ( $\sigma_f$ ) (basée sur $500 10^6$ cycles)	740 MPa
coefficient de poisson ( $\nu$ )	0,3
coefficient de dilatation thermique ( $\alpha$ )	$12 10^{-6}/^\circ\text{C}$
module d'élasticité (E)	214 GPa

### 2.1.1.2 Friction

La friction entre les deux pièces est présente et son influence est analysée en comparant deux modèles. Ce paramètre est très difficile à quantifier lors des expérimentations car il est impossible d'insérer des capteurs de pression et de mouvement relatifs dans une zone extrêmement réduite. De plus, le coefficient de friction sera différent selon la zone de contact. Le fretting produit des débris qui vont diminuer le coefficient de friction.

### 2.1.1.3 Géométrie

La géométrie des deux pièces, tels que les diamètres, l'arrondi et le fini de surface ont une influence directe sur la pression de contact. Le fini de surface a un impact sur l'usure des pièces et la pression de contact.

Étant donné que la tolérance est du même ordre de grandeur que l'interférence radiale entre deux pièces, il est difficile d'obtenir la valeur précise de l'interférence avec un micromètre. Les tolérances sur la fabrication des éprouvettes influenceront l'interférence entre les deux pièces, et donc la pression de contact. Les jauge de déformation, tels que montrées à la Figure 2.1, aideront à mesurer la pression de contact entre les deux pièces. La jauge sur le diamètre extérieur permet de mesurer les déformations causées par la pression moyenne de contact, et la jauge sur la face permettra de mesurer les déformations près de la discontinuité.

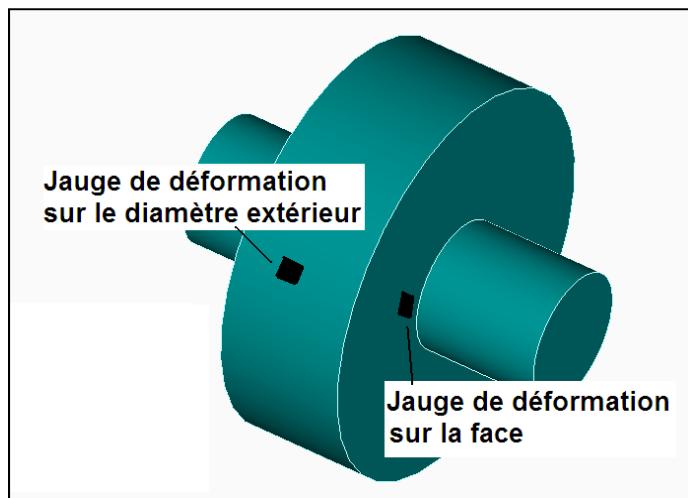


Figure 2.1 Position des jauge de déformation pour mesurer la pression de contact

La géométrie a aussi un effet sur la vie en fatigue. La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux se fera avec une géométrie identique, à l'exception du rayon du diamètre intérieur sur le rouleau qui peut être modifié en cours d'essais par le frottement entre les deux pièces. La géométrie influence la transposition des résultats vers des pièces plus grosses car les essais seront réalisés sur des échantillons plus petits comparativement

aux pièces utilisées dans l'industrie. Pour la vie en fatigue, une pièce de plus grande taille offre un risque plus élevé de présenter un défaut qui amènera à la rupture. Weibull [32] a étudié le risque de rupture en fonction de la contrainte appliquée et de plusieurs autres variables, telles que : la contrainte où la probabilité de rupture est nulle, la variation de la résistance du matériau ainsi que sa résistance moyenne.

## 2.2 Description du modèle

Des éléments axisymétriques à 4 noeuds sont utilisés pour modéliser l'assemblage. Les conditions frontières de symétrie permettent de réduire la taille des modèles en terme de nombre de noeuds et d'éléments ce qui est particulièrement appréciable pour les analyses itératives qui demandent des temps de calculs élevés. La Figure 2.2 montre la géométrie utilisée pour faire le maillage, présenté à la Figure 2.3. Les paramètres  $d$  (diamètre intérieur du rouleau),  $D$  (diamètre extérieur du rouleau),  $L$  (longueur du rouleau) et  $r$  (rayon de l'arondi) seront utilisés lors des analyses. Le maillage assure que les éléments soient plus fins près de la discontinuité pour capter la concentration de contrainte, l'influence du maillage sera discutée plus loin. Deux techniques de modélisation du frettage sont utilisées, soient les équations de couplages et les éléments de contact. Les équations de couplages, telles que présentées à la section 1.7, imposent une relation pour les déplacements radiaux entre les noeuds de l'arbre et ceux du rouleau. Les éléments de contact sont modélisés avec deux types d'élément différents, dont CONTA171 pour l'arbre et TARGE169 pour le rouleau. Les paramètres par défaut sont utilisés pour définir les propriétés du contact.

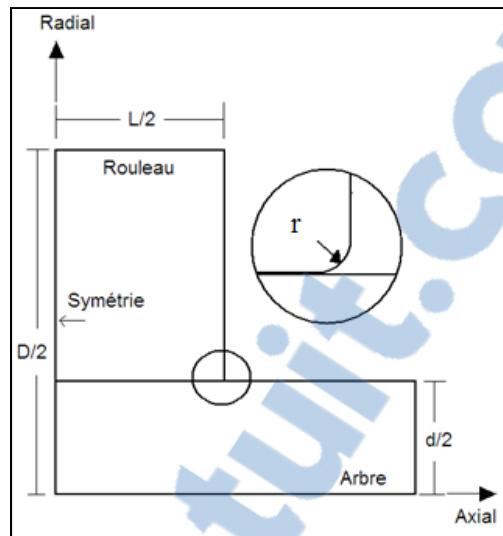


Figure 2.2 Paramètres géométriques pour la modélisation

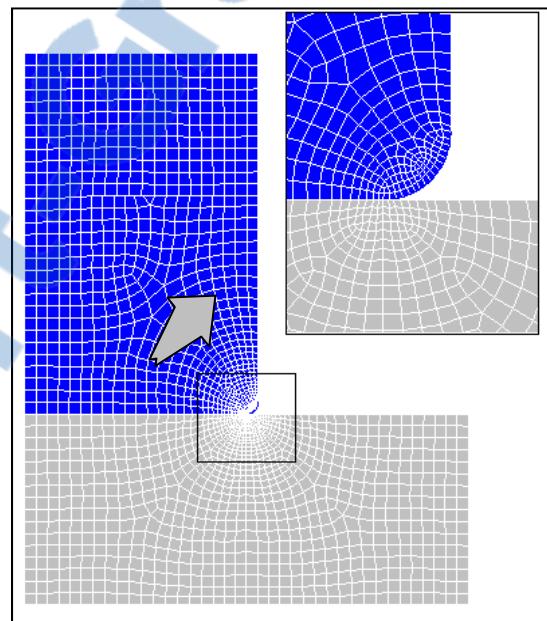


Figure 2.3 Exemple de maillage de l'arbre et du rouleau

## 2.3

### Résultats

L'analyse permet de montrer la distribution de la pression de contact, ou la contrainte radiale, à l'interface des deux pièces. La pression de contact est définie en fonction de la position

axiale. La valeur de la pression est comparée avec la valeur théorique de l'équation de Lamé équation (1.14). Pour une position inférieure à  $0,3 \frac{x}{L}$  la discontinuité n'a pas d'influence, la pression de contact du modèle par éléments finis montre une différence de 3% avec la valeur théorique et ce, pour les deux maillages ce qui confirme la validité des hypothèses faites à la section 2.1.1. La Figure 2.4 présente la variation de la contrainte radiale en fonction de la distance du bord du contact.

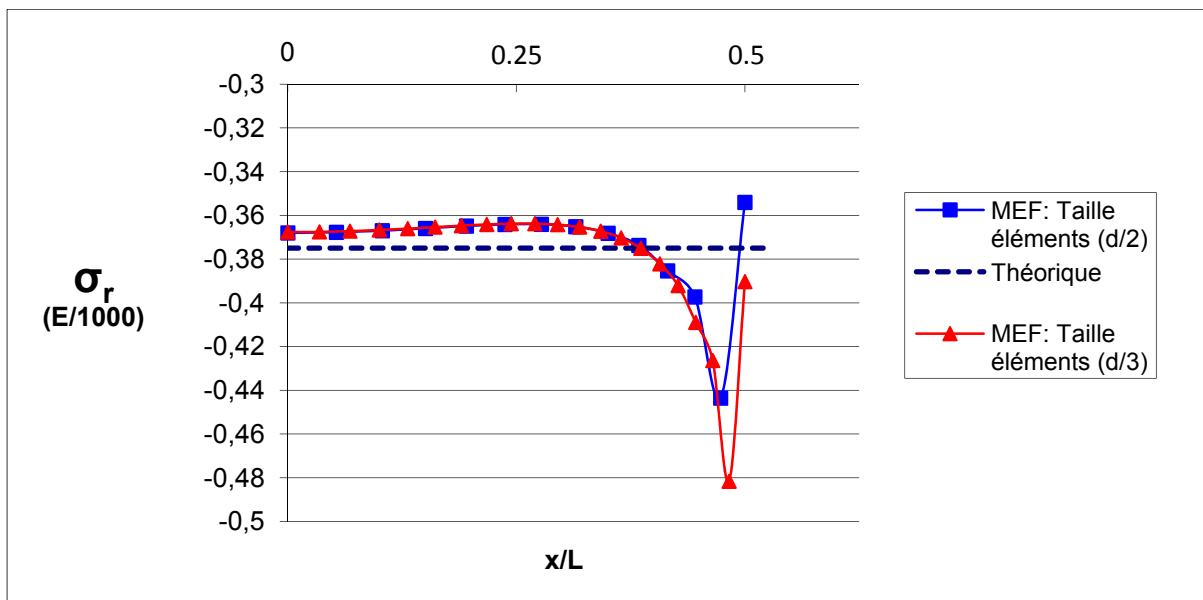


Figure 2.4 Contrainte radiale en fonction de la distance pour deux maillages

Tel que discuté précédemment, la pression de contact augmente près de la discontinuité, soit à partir de  $0,3 \frac{x}{L}$ , l'équation de Lamé n'est pas valide. La pression augmente considérablement au dernier élément, et la pression est plus grande lorsque l'élément est plus petit. La taille des éléments a une influence sur la pression maximale uniquement à l'élément précédent la discontinuité. La pression maximale est dépendante du maillage, ce qui illustre clairement le phénomène de la singularité.

La distribution de la contrainte radiale pour l'ensemble de l'arbre est présentée à la Figure 2.5.

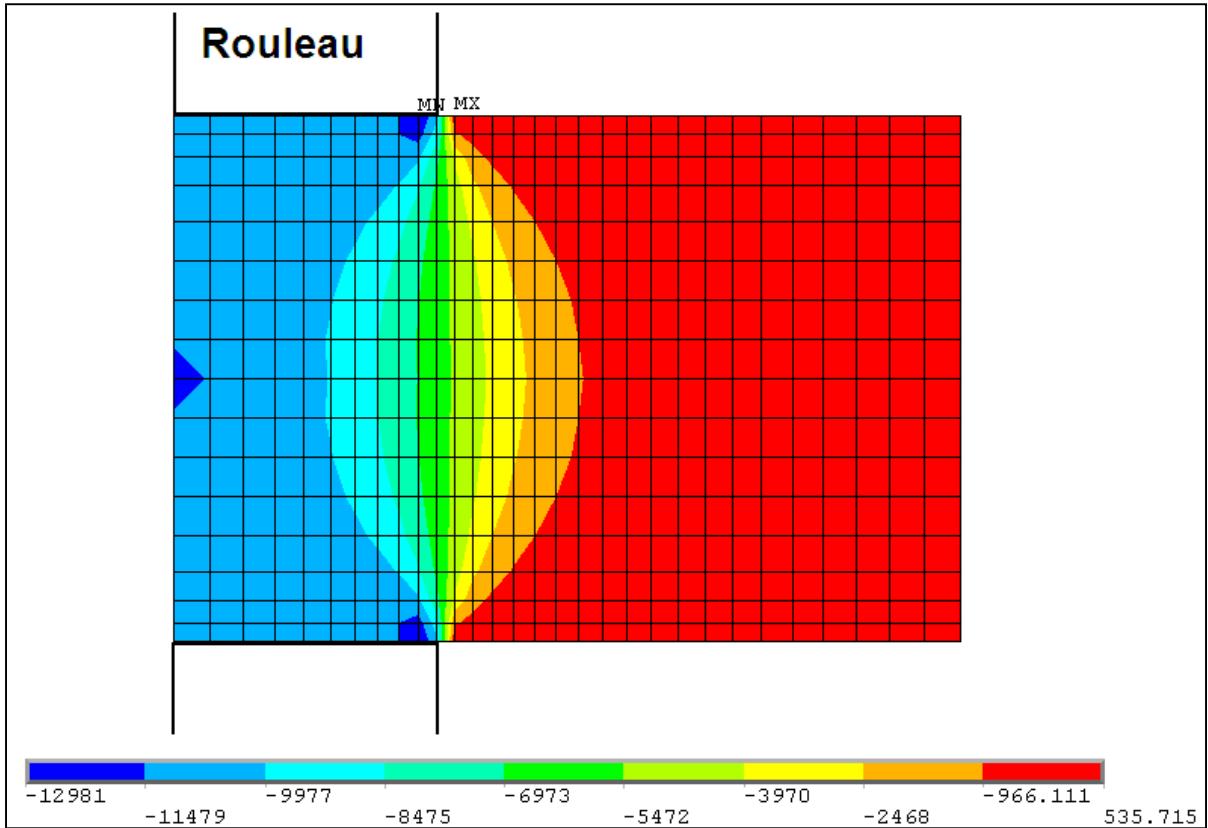


Figure 2.5 Distribution des contraintes radiales après l'assemblage, selon le plan x-r

Cette distribution est comparable à celle obtenue lors d'essais par photoélasticité, [17]-[18]. Les résultats seront présentés plus loin.

### 2.3.1 Singularité

Les résultats de l'analyse numérique ont montré que la notion de pression de contact maximum n'existe pas pour l'assemblage par frettage, car elle augmente indéfiniment en s'approchant du bord de contact. De prime abord, on pourrait penser que la singularité est due à la discontinuité à la limite du rouleau et que l'ajout d'un rayon de congé ( $r$ ) au bord du contact (Figure 2.2) permettra de réduire cette discontinuité. Cependant, malgré ces modifications au modèle, la singularité est toujours présente.

Lorsque la contrainte radiale est examinée à l'intérieur de l'arbre, soit à une distance de 1% du rayon sous la surface de l'arbre, la singularité disparaît alors que les résultats convergent. Les figures suivantes montrent le ratio entre la contrainte de Lamé ( $p$ ) et la contrainte radiale ( $\sigma_r$ ), pour les deux maillages (b étant plus fin que a).

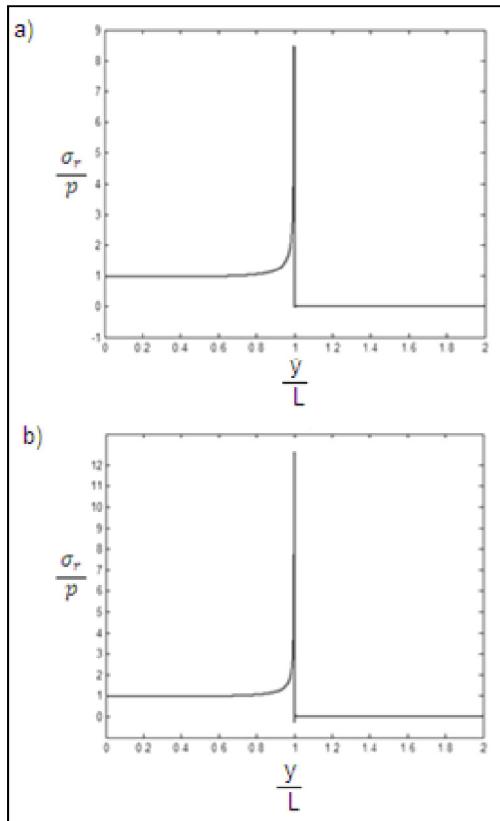


Figure 2.6 Variation de la pression de contact à la surface

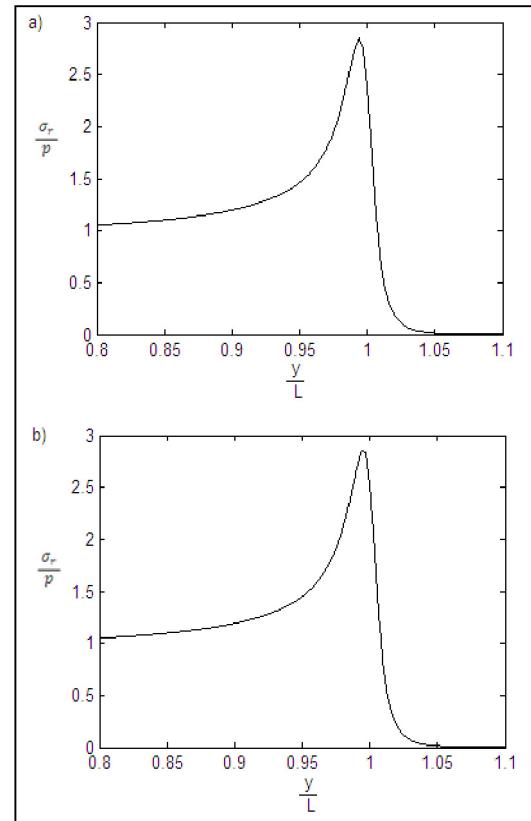


Figure 2.7 Variation de la pression de contact à  $0.01d/2$  sous la surface

L'utilisation des résultats tout juste à l'intérieur de l'arbre peut donc être envisagée pour la comparaison des géométries. Les modèles avec les éléments de contact et le modèle utilisant les équations de couplage des déplacements radiaux montrent des résultats semblables à l'intérieur ( $0.99*d$ ) de l'arbre, tel que présenté à la Figure 2.8.

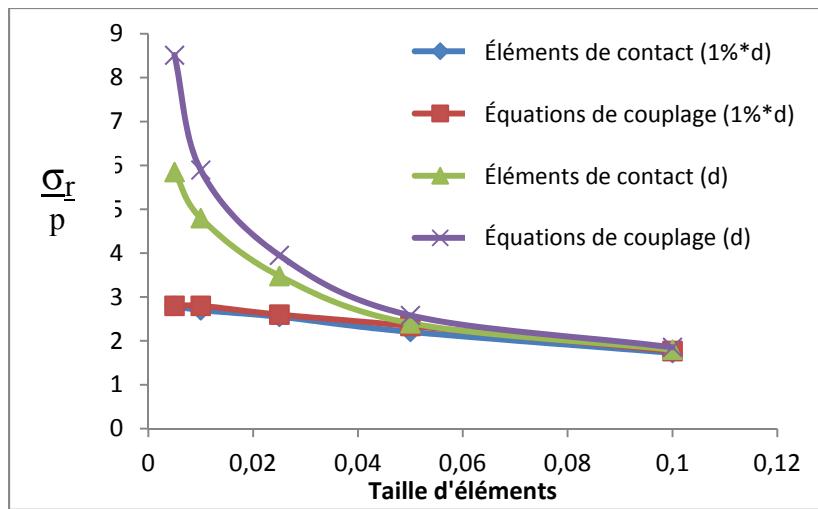


Figure 2.8 Comparaison de l'augmentation de la contrainte pour deux techniques de modélisation

Les deux courbes référant au diamètre extérieur ( $d$ ) pour les deux techniques de modélisation montrent des résultats différents lorsque les éléments sont réduits, par contre les résultats sont convergents à l'intérieur de l'arbre. L'analyse avec les éléments de contact est faite avec un coefficient de friction égal à zéro pour la comparaison avec les équations de couplages. Les résultats obtenus montrent qu'il y a une différence minime entre les deux méthodes de modélisations et ceci est expliqué par le fait que les éléments de contact considèrent les nouvelles coordonnées des nœuds tandis que les équations de couplage se réfèrent aux coordonnées initiales des nœuds seulement.

### 2.3.2 Effet de la friction

L'utilisation des éléments de contact permet de faire l'étude de l'effet du coefficient de friction. La Figure 2.9 présente l'effet de la friction sur l'augmentation de la pression de contact. Lorsque le coefficient de friction varie entre 0,2 et 0,6, le facteur d'augmentation de la pression est de 1,6 à 2,4, ce qui est dans l'ordre de grandeur des essais de Peterson [8] et Spott [9] présentés à la section 1.4.

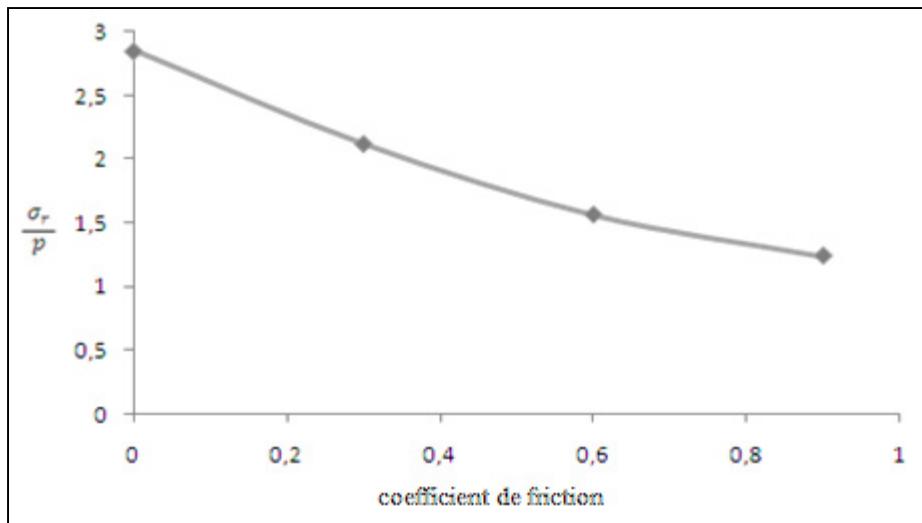


Figure 2.9 Effet de la friction sur la pression de contact

Cette analyse permet de démontrer l'influence du coefficient de friction et qu'il est important d'en tenir compte lors de la conception. L'utilisation de lubrifiant ou de matériau à faible coefficient de friction est à proscrire pour diminuer la concentration de contrainte à la discontinuité.

### 2.3.3 Effet de l'arrondi

Lors de la fabrication du rouleau, un arrondi ( $r$ ) est créé sur le diamètre intérieur, tel que présenté à la Figure 2.1. Le nombre limité d'échantillons ne permet pas de tester ce paramètre, par contre, l'analyse numérique est très rapide et démontre que la taille du rayon a un effet négatif sur la pression de contact. La Figure 2.10 montre l'effet de l'arrondi sur la pression de contact à la discontinuité pour différents coefficient de friction.

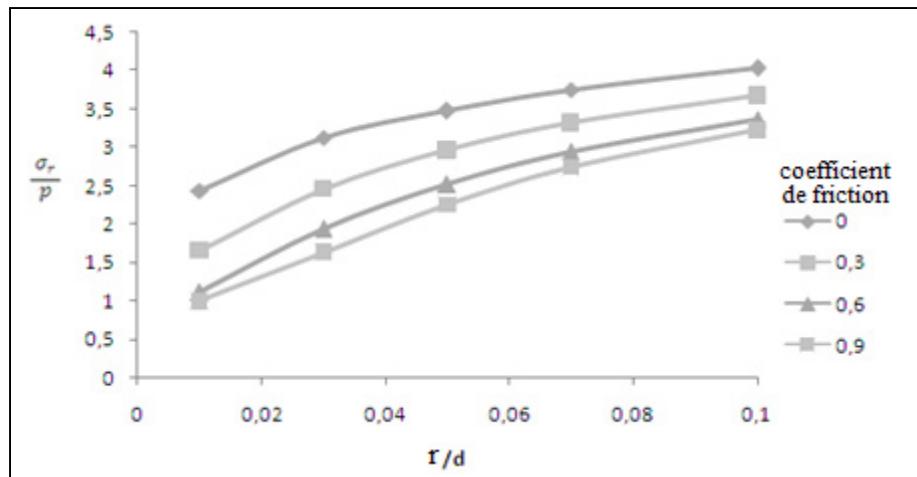


Figure 2.10 Effet de l'arrondi sur la pression de contact

L'augmentation de l'arrondi a pour effet d'augmenter la rigidité au bord du contact, ce qui augmente l'effort au bord du contact pour ainsi augmenter la concentration de contrainte. La pression de contact au centre du contact n'est pas influencée. Au niveau de la conception, un petit rayon est préférable.

## 2.4 Résumé

L'assemblage par fretteage est simple à modéliser avec ou sans la friction, et les résultats loin de la discontinuité sont très près de la valeur théorique. Cependant, la difficulté provient de la validité des résultats près de la discontinuité, la singularité générée à la limite du contact empêche la convergence de résultats. Dans le but de contourner la singularité, il est possible de regarder les résultats à l'intérieur de la pièce, plutôt que sur la surface extérieure. Chacune des deux méthodes présentées pour modéliser le fretteage comporte des avantages. La méthode des équations de couplages a pour avantage la simplicité de modélisation et la rapidité de résolution, par contre la friction ne peut pas être prise en compte. La méthode des éléments de contacts est plus complexe à modéliser et plus longue à résoudre. L'utilisation des éléments de contacts permet de modéliser le coefficient de friction. Cette technique sera utilisée pour les prochaines analyses afin de modéliser le coefficient de friction.

## **CHAPITRE 3**

### **ANALYSE DE L'ASSEMBLAGE SOUMIS À UN MOMENT DE FLEXION**

L'objectif de ce chapitre est d'appliquer le moment de flexion à l'assemblage analysé au chapitre précédent afin d'obtenir les contraintes pour le calcul de la vie en fatigue. L'analyse statique sera tout d'abord utilisée pour obtenir les contraintes en tension et en compression. Par la suite, l'analyse en rotation appliquera le moment en douze étapes, sur une rotation complète. Cette analyse permettra de vérifier l'hypothèse de symétrie des contraintes lors de la rotation.

#### **3.1 Analyse en flexion stationnaire**

L'analyse flexion stationnaire consiste à regarder le comportement de l'assemblage lorsqu'il est soumis à un moment de flexion et ce, sans rotation de la pièce, avec l'hypothèse que les contraintes seront les mêmes après une rotation. Les hypothèses faites au chapitre 2 sont toujours utilisées, soit que les propriétés des matériaux et la température sont constantes. La modélisation est simplifiée par la symétrie ce qui en résulte en un temps de résolution plus court.

##### **3.1.1 Modélisation**

Des éléments cubiques à 8 nœuds, Solid45, sont utilisés. Compte tenu des conditions de symétrie, seulement  $\frac{1}{4}$  du modèle est nécessaire. Les conditions frontières de symétrie par rapport aux plans XY et YZ sont aussi ajoutées. De plus, l'arbre et le rouleau sont partitionnés en plusieurs volumes avant d'être maillés. À noter que l'utilisation de plusieurs solides permet d'avoir un maillage structuré pour obtenir des nœuds coïncidents à la surface de contact et un maillage plus raffiné près de la discontinuité, ce qui sera étudié plus loin. Le programme Ansys est présenté à l'Annexe I. La Figure 3.1 présente les quatre volumes pour mailler le rouleau et les douze volumes pour l'arbre.

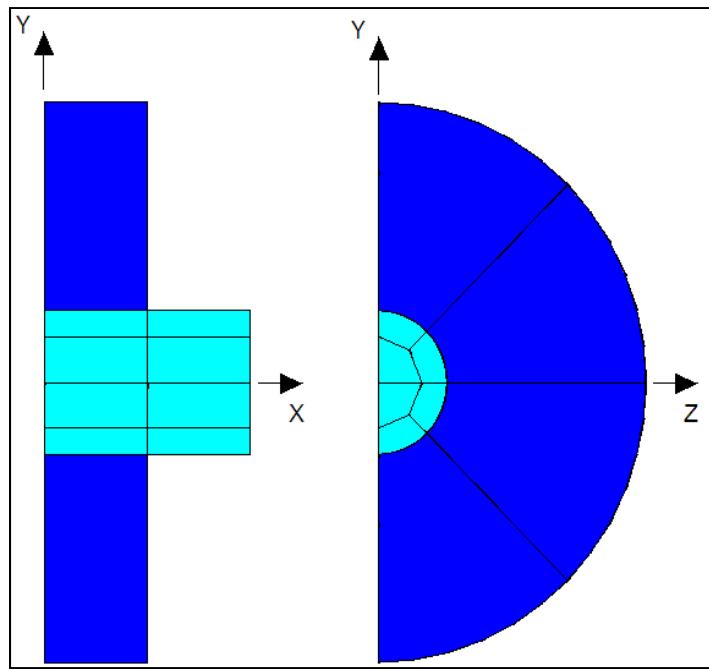


Figure 3.1 Géométrie du maillage de l'arbre et du rouleau

En plus des conditions de symétrie, le blocage d'un nœud, soit celui situé aux coordonnées  $(0, 0, 0)$ , est imposé pour empêcher le déplacement rigide. La Figure 3.2 présente les nœuds et leur degré de liberté bloqué ainsi que le moment appliqué.

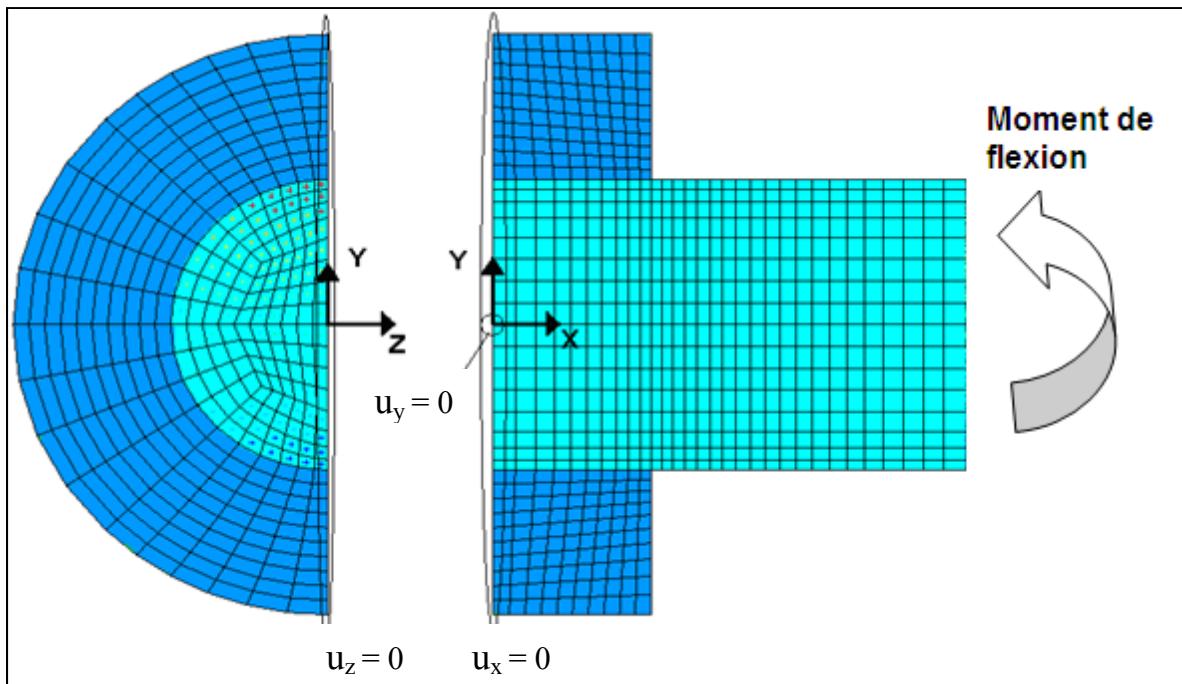


Figure 3.2 Conditions frontières et chargement de l'assemblage

L'arbre et le rouleau sont modélisés à leurs dimensions initiales, incluant l'interférence. Le premier chargement, qui est le frettage uniquement, est automatiquement obtenu en résolvant le modèle avec les éléments de contact, soient CONTA173 pour l'arbre et TARGE170 pour le rouleau en utilisant les paramètres par défaut. Le second chargement consiste à appliquer le moment de flexion à l'aide d'une pression linéaire sur les nœuds au bout de l'arbre.

### 3.1.2 Résultats

Le moment de flexion génère des contraintes axiales dans l'arbre, en compression pour la partie supérieure et en tension pour la partie inférieure. La Figure 3.3 montre la distribution des contraintes axiales dans l'assemblage lorsqu'il est soumis à un moment de flexion. Il y a une variation de la contrainte près de la discontinuité.

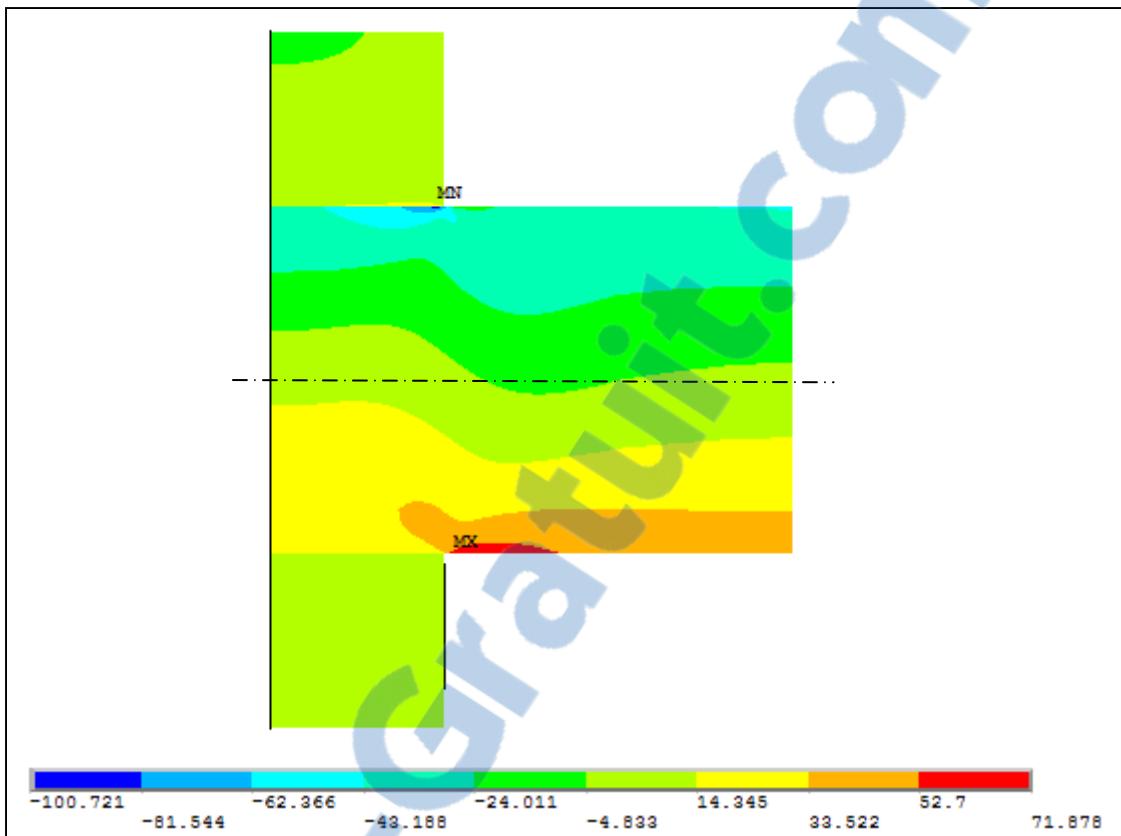


Figure 3.3 Contrainte axiale lors de l'application du moment de flexion

La contrainte maximale, en tension (MX), se trouve à l'extérieur du rouleau et la contrainte minimale, en compression (MN), est très localisée et provient de la singularité. Tel que discuté à la section 2.3.1., la convergence de la contrainte en compression sur la surface extérieure n'est pas atteinte. La Figure 3.4 et la Figure 3.5 montrent la convergence de la contrainte au point inférieur, contrainte en tension, et la singularité au point supérieur, contrainte en compression. Le problème de singularité est le même de précédemment. Les résultats seront examinés à  $0,99*d$  à l'intérieur de l'arbre.

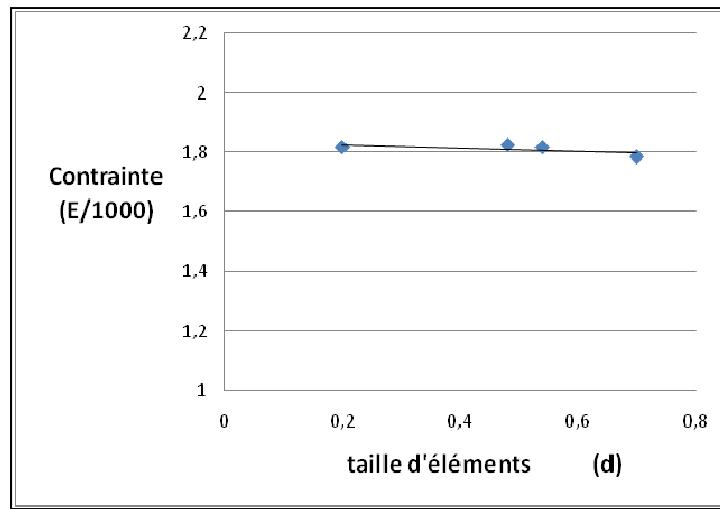


Figure 3.4 Variation de la contrainte axiale pour la section inférieure de l'assemblage

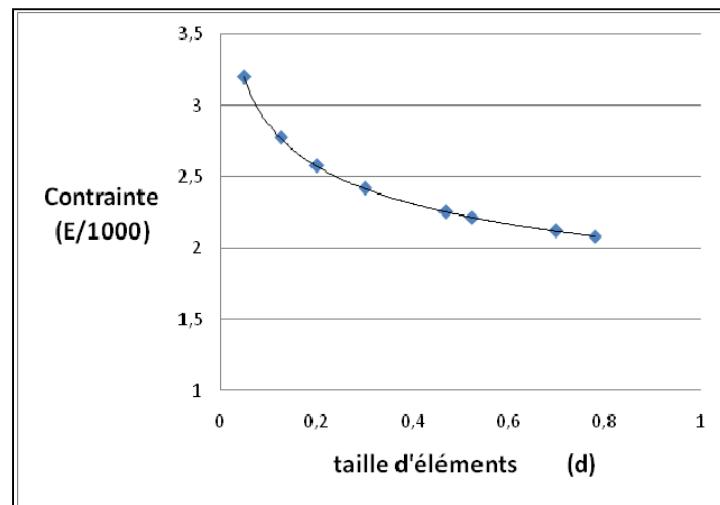


Figure 3.5 Variation de la contrainte axiale pour la section supérieure de l'assemblage

La Figure 3.6 présente la distribution des contraintes axiales à  $0,99*d$  pour une configuration donnée,  $\frac{p}{\sigma} = 1,36$  et  $\frac{L}{d} = 1$ . Lorsque l'on regarde les contraintes axiales dans l'arbre, loin du rouleau,  $\frac{x}{L} > 2$ , elle est égale à la contrainte appliquée,  $k=1$ . En s'approchant du rouleau, la contrainte en tension augmente pour atteindre son maximum tout juste avant d'arriver à la discontinuité,  $\frac{x}{L} = 1,1$ , et la contrainte en compression diminue en arrivant près de la

discontinuité,  $\frac{x}{L} = 1,1$ , mais augmente à la discontinuité. Les facteurs d'augmentation pour la contrainte en tension et compression sont, respectivement, 1,49 et 1,91.

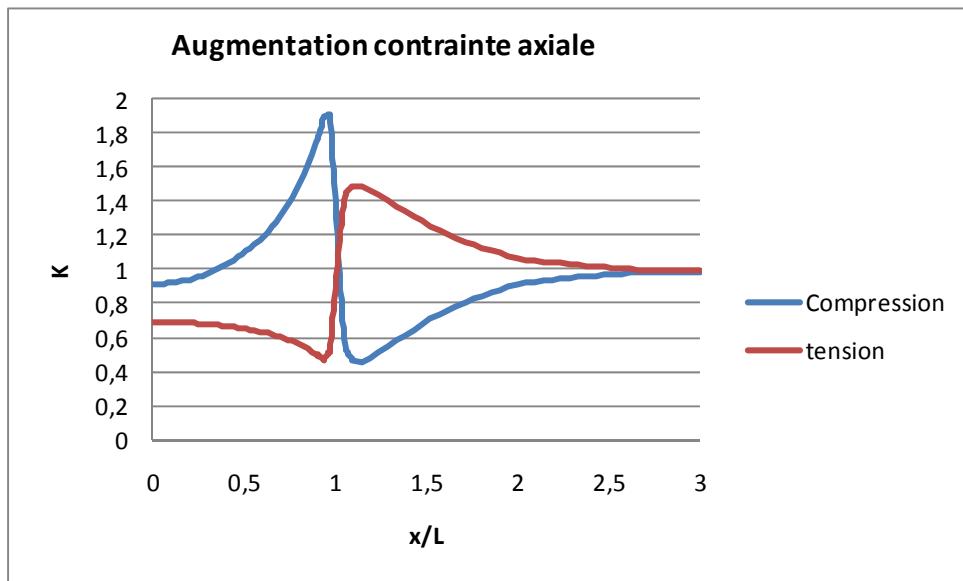


Figure 3.6 Facteur d'augmentation de la contrainte axiale

Afin de comparer les résultats du modèle avec des résultats provenant d'essais, les valeurs de  $\frac{p}{\sigma} = 1,36$  et  $\frac{L}{d} = 1$  sont utilisés pour être comparés avec Peterson [8] et l'abaque de Spott [9].

Le Tableau 3.1 présente le facteur de concentration de contrainte.

Tableau 3.1 Comparaison du facteur de concentration de contrainte

	Facteur de concentration de contrainte
MEF (friction nulle, à 0,99d)	1,91
Peterson (photoélasticité)	1,95
Peterson (essai de fatigue)	2,0
Abaque	2,3

Le résultat obtenu par le modèle d'éléments finis est très près de la valeur fournie par Peterson. La valeur fournie par l'abaque est toutefois plus conservatrice.

Les résultats obtenus pour neuf autres configurations de l'abaque de Spott [9], Figure 1.2, sont présenté au Tableau 3.2 pour la contrainte en compression et au Tableau 3.3 pour la contrainte en tension.

Tableau 3.2 Facteur de concentration de contrainte en compression

$P/\sigma$	$L/d$					
	0,4		0,8		1,2	
	MEF	Abaque	MEF	Abaque	MEF	Abaque
1	1,7	1,7	1,7	1,9	1,7	2,1
0,6	1,3	1,3	1,3	1,5	1,5	1,7
0,2	1,2	1,1	1,3	1,2	1,3	1,3

Tableau 3.3 Facteur de concentration de contrainte en tension

$P/\sigma$	$L/d$					
	0,4		0,8		1,2	
	MEF	Abaque	MEF	Abaque	MEF	Abaque
1	1,3	1,7	1,4	1,9	1,3	2,1
0,6	1,2	1,3	1,2	1,5	1,2	1,7
0,2	1,0	1,1	1,1	1,2	1,1	1,3

Le facteur de concentration de contrainte pour la partie en compression est plus grand que celui de celle en tension, et contrairement à ce que propose l'abaque, le paramètre  $\frac{L}{d}$  n'a pas d'influence. Les facteurs de concentration de contrainte obtenus par les analyses sont inférieurs à celui défini par l'abaque, ce qui laisse croire que ce dernier inclut un facteur pour tenir compte de la fatigue. Puisque la fatigue est influencée par la contrainte en compression et en tension, Éq (1.2), il est important de tenir compte des deux facteurs de concentration de contrainte, tel que discuté au chapitre 4 où seront présentées au chapitre 4.

### 3.2 Analyse de flexion rotative

L'analyse en flexion rotative consiste à tenir compte de l'évolution du chargement dans le temps, où l'application du chargement est faite sur une rotation complète de l'assemblage.

Contrairement à l'analyse flexion stationnaire qui montre une symétrie des contraintes par rapport au plan de la flexion, l'analyse en flexion rotative permet de démontrer que cette symétrie n'existe plus.

### 3.2.1 Modélisation

Pour permettre de prendre en compte la perte de symétrie occasionnée par le chargement, l'assemblage est modélisé sur  $360^\circ$ . Cependant, la symétrie du plan Y-Z est conservée pour alléger la taille du modèle qui est présenté la Figure 3.7.

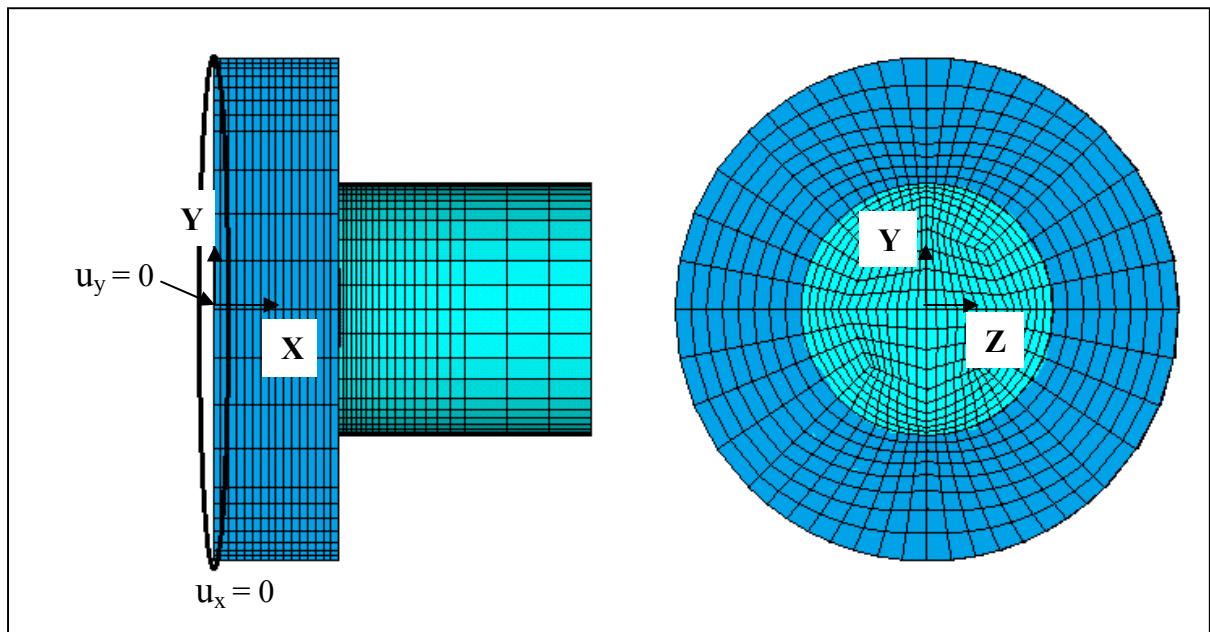


Figure 3.7 Conditions frontières du modèle 3D en flexion rotative

La Figure 3.8 montre les différentes étapes et l'orientation du moment de flexion appliquée. La première étape, LS<sub>1</sub>, consiste à appliquer le serrage entre les deux pièces, par la suite LS<sub>2</sub>, l'application du moment de flexion est faite graduellement. Maintenant, pour démarrer la rotation de l'assemblage LS<sub>3</sub>, le moment est graduellement retiré de l'axe 1 pour être appliqué sur l'axe 2. Cette dernière étape est répétée jusqu'à ce que les résultats soient stabilisés. Le grand nombre d'étapes nécessite au logiciel plusieurs heures de calcul pour compléter la simulation.

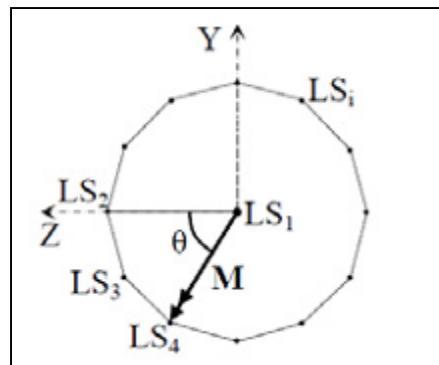


Figure 3.8 Étapes de chargement pour une rotation complète

### 3.2.2 Résultats

L'analyse après le premier tour montre une différence de la distribution et des valeurs de contraintes. La Figure 3.9 présente les résultats des contraintes axiales ( $E/1000$ ).

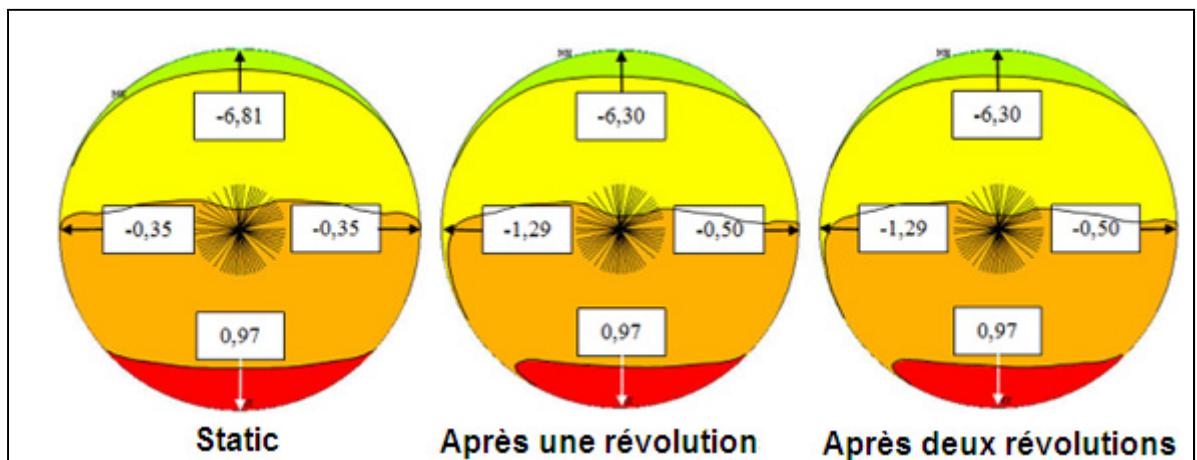


Figure 3.9 Distribution des contraintes pour deux rotations

On peut dénoter sur cette figure que la perte de symétrie est plus significative sur les côtés, une augmentation de 368% de la contrainte sur le côté et une diminution de 8% à la section supérieure. Cette perte de symétrie est due au coefficient de friction, car en considérant un coefficient de friction nul, la symétrie reste intacte.

Ces résultats démontrent que l'hypothèse de symétrie n'est plus valide, par contre, la faible différence de 8% sur la contrainte en compression, permet de conserver l'hypothèse tout en restant conservateur.

### 3.3 Résumé

Les analyses par éléments finis donnent un facteur de concentration de contrainte en ligne avec les expérimentations, ce qui ajoute de la confiance en la modélisation. Parmi les résultats obtenus, le paramètre  $\frac{L}{d}$  n'a pas eu d'effet sur l'augmentation de la contrainte. De plus, le comportement différent pour la section en tension et compression nécessite des analyses supplémentaires en fatigue pour déterminer le facteur d'augmentation de contrainte en fatigue. Cet aspect de l'analyse sera traité dans le chapitre suivant. Finalement, l'analyse en rotation montre des résultats légèrement différents causés par la perte de la symétrie causée par la friction, par contre, l'impact sur les contraintes maximales en tension et compression reste négligeable. De plus, le temps d'analyse est beaucoup plus important que l'analyse statique.

## CHAPITRE 4

### CONTRAINTE DE FATIGUE DANS LES ASSEMBLAGES PAR FRETTEAGE

Le mécanisme de rupture par fatigue des assemblages « arbre-rouleau » est complexe, principalement dû au phénomène de fretting (micro glissement de va-et-vient) et surtout à la singularité des contraintes au bord de contact entre l'arbre et le rouleau. Il n'existe pas à ce jour de procédures universelles d'analyse de fatigue de ces assemblages en se basant sur les calculs de contrainte, mais il existe une procédure empirique proposée par Spotts, [9], limitée uniquement pour l'analyse de fatigue des assemblages classiques par frettage. Un assemblage par frettage est dit classique s'il n'y a pas de rainure et si le bord de contact est sans rayon de congé (voir Figure 4.1). Ce chapitre propose une procédure d'analyse de fatigue de ces assemblages en utilisant les contraintes obtenues des modèles 3D des éléments finis et la comparer avec la procédure empirique proposée par Spotts [9].

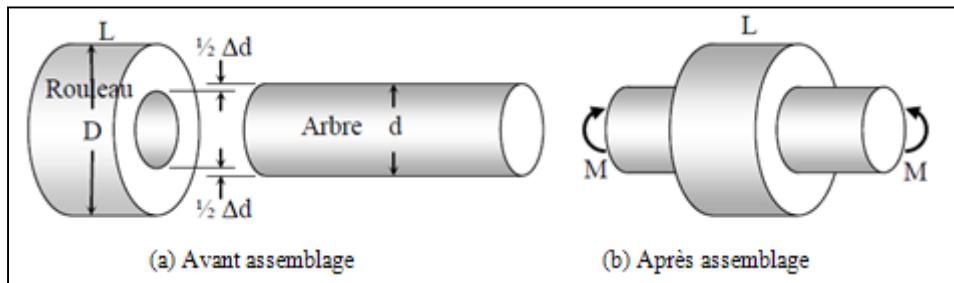


Figure 4.1 Assemblage classique par frettage

#### 4.1 Procédure empirique pour la fatigue des assemblages classiques par frettage

La procédure empirique de Spotts calcule simplement deux contraintes nominales et utilise un abaque pour déterminer le facteur de concentration de contrainte pour l'analyse de fatigue des assemblages classiques par frettage. La première contrainte nominale à calculer est la pression de Lamé ( $p$ ), donnée par la formule (1.13), reproduite en formule (4.1) ci-dessous pour le cas d'un seul matériau pour l'arbre et le rouleau, où  $d$  est le diamètre de l'arbre,  $D$  est

le diamètre du rouleau,  $\Delta d$  est l'interférence diamétrale,  $E$  est le module d'Young du matériau.

$$p = \frac{1}{2} E \frac{\Delta d}{d} \left( 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right) \quad (4.1)$$

La deuxième contrainte nominale à calculer est la contrainte de flexion dans l'arbre donnée par la formule (4.2) tirée de la résistance des matériaux, où  $M$  est le moment de flexion dans l'arbre (Figure 4.1).

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} \quad (4.2)$$

Le facteur de concentration de contrainte en fatigue  $K_t$  est alors obtenu en utilisant un abaque empirique reproduit dans la Figure 4.2, [9], qui est basé sur un nombre limité de données expérimentales de fatigue des assemblages classiques par frettage : Selon cet abaque,  $K_t$

dépend de deux ratios dont  $\frac{L}{d}$  (longueur du rouleau / diamètre de l'arbre) et  $\frac{p}{\sigma}$  (pression de

Lamé / contrainte nominale de flexion dans l'arbre). Les neuf configurations étudiées ( $\frac{L}{d}=0,4; 0,8; 1,2$  et  $\frac{p}{\sigma}=0,2; 0,6; 1,0$ ) sont représentées par les lettres : C, NE, E, SE, S, SW, W,

NW et N.

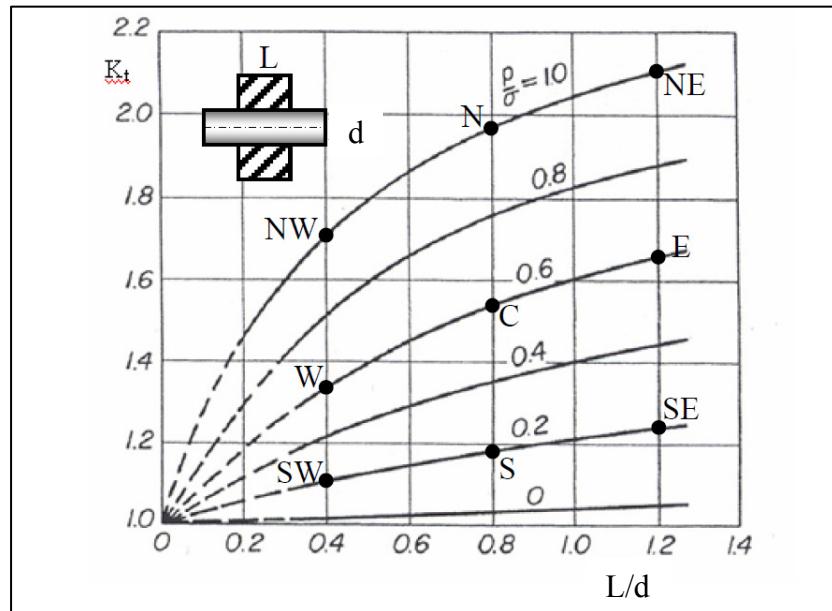


Figure 4.2 Facteur de concentration de contrainte empirique de fatigue des assemblages classiques par frettage, selon Spotts [9].

La contrainte alternée  $S_a$  est finalement calculée par la formule (4.3) et sera utilisée avec la courbe de fatigue S-N du matériau de l'arbre pour prédire la vie en fatigue de celui-ci en nombre de cycles.

$$S_a = K_t \sigma \quad (4.3)$$

#### **4.2 Analyse de fatigue par éléments finis des assemblages classiques par frette**

Dans cette étude par éléments finis, les contraintes en flexion stationnaire sont utilisées pour déterminer la contrainte alternée  $S_a$  à chaque endroit et de chercher le meilleur endroit dans l'arbre où la contrainte alternée donnée par éléments finis ( $S_{a E.F.}$ ) soit la plus proche possible de celle donnée par la procédure empirique ci-dessus.

##### **4.2.1 Modèle des éléments finis**

Le même principe de génération d'éléments solide 3D par l'extrusion en tournant le maillage des éléments 2D sur une section radiale autour de l'axe de l'arbre, décrit en détail à la section 3.2 du chapitre précédent, est utilisé pour créer le modèle d'un quart de l'assemblage. Ici, le maillage de taille fine de l'arbre, de l'ordre du dix millième du diamètre ( $d/10000$ ), est structuré près du bord de contact (Figure 4.3) pour faciliter la recherche du meilleur endroit dans cette région qui donnera des contraintes alternées  $S_a$  à utiliser pour prédire la vie en fatigue de l'arbre.

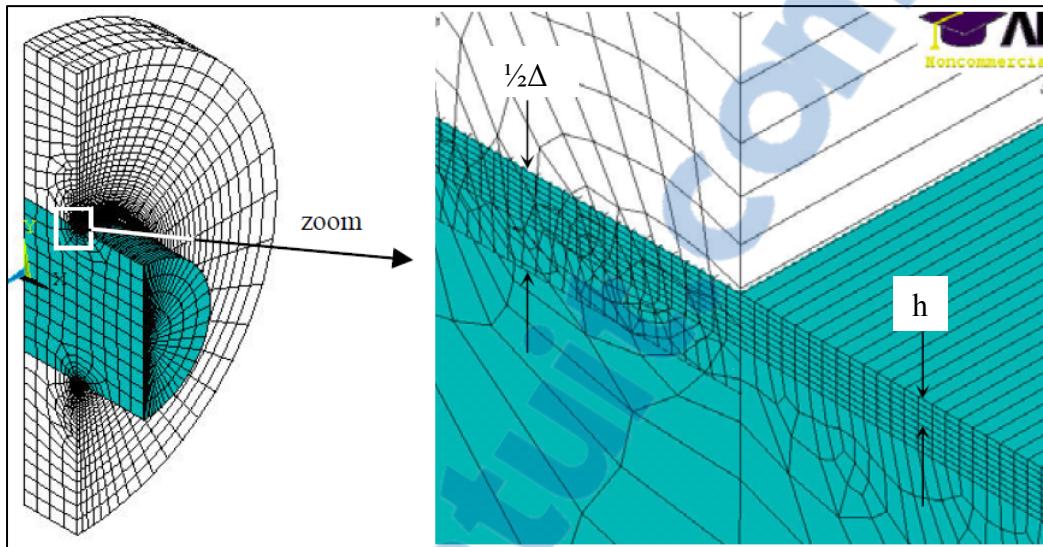


Figure 4.3 Modèle des E.F. d'un quart d'assemblage classique par frettage

Les conditions frontières suivantes sont appliquées au modèle, tel qu'à la section 3.2.1 :

1. Éléments de contact et de cible du type surface-surface couvrant les nœuds sur le rayon intérieur du rouleau et les nœuds sur le rayon extérieur de l'arbre;
2. Conditions de symétrie pour les nœuds sur les plans de symétrie (XY et YZ), voir la Figure 3.2;
3. Moment de flexion remplacé par pression linéaire aux nœuds au bout de l'arbre, équivalent à la formule pour contrainte nominale de flexion.

#### 4.2.2 Résultats

Neuf cas, tels que montrés à la Figure 4.2, sont étudiés pour vérifier la profondeur à partir de la surface ou les résultats de la contrainte en fatigue du modèle numérique sont dans le même

ordre que les résultats empiriques. Les paramètres suivants sont fixes pour tous les cas :  $\frac{D}{d} = 3$ , module d'élasticité égal pour les deux pièces et une interférence de  $\frac{\Delta d}{d} = 0,00075$ . La

pression de Lamé pour tous les cas est constante, soit  $p = \frac{0,333*E}{1000}$ , tel que calculé à partir de l'équation (1.14). Un coefficient de friction de 0,01 est utilisé pour les analyses.

La Figure 4.4 montre le glissement au bord du contact pour le côté en tension et l'autre en compression. La vue de gauche montre le modèle avec un effet de miroir pour afficher la moitié de l'assemblage de l'arbre et du rouleau. Ce glissement doit être regardé lorsque l'on veut la variation des contraintes en un point. Le point se trouvant au bord du contact avant l'application du moment se retrouve à l'intérieur pour le côté en compression et à l'extérieur pour le côté en tension. Puisque la contrainte n'est pas symétrique (contrainte en tension n'égal pas la contrainte en compression), on doit calculer la contrainte en fatigue au même point à partir de la variation des contraintes. De plus le glissement n'est pas complètement inversé, la pression de contact plus faible du côté en tension, tel que présenté à la section 3.1.2, cause un glissement plus grand.

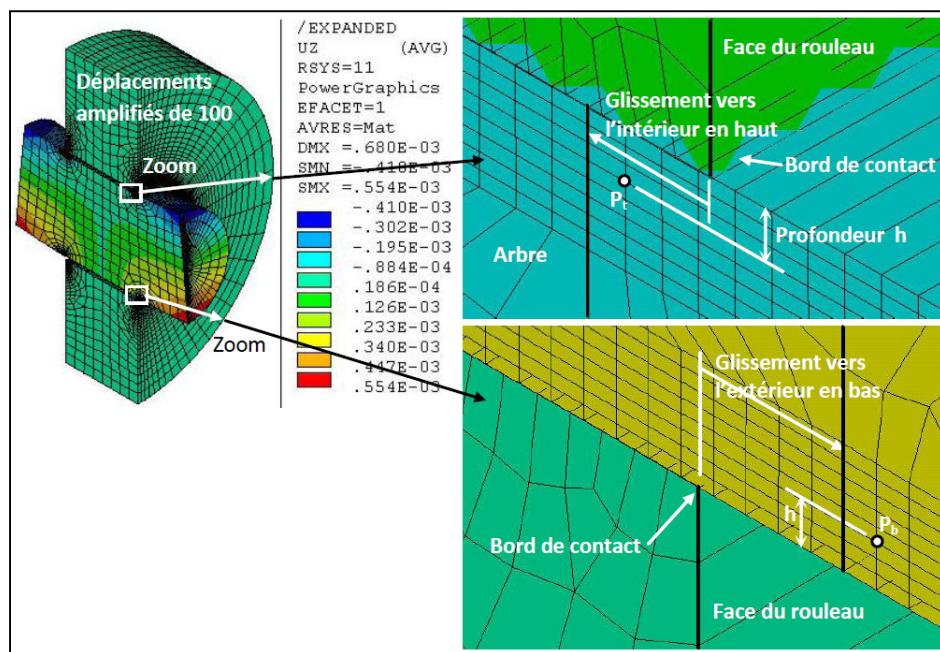


Figure 4.4 Glissements axiaux près du bord de contact en haut et en bas dus au moment de flexion pour le cas C ( $L/d = 0,8$ ,  $p/\sigma = 0,6$ )

La variation des composantes des contraintes se calcule comme suit :

- Contrainte radiale:  $\Delta\sigma_R = \sigma_R(\text{point Pb}) - \sigma_R(\text{point Pt})$
  - Contrainte axiale:  $\Delta\sigma_Z = \sigma_Z(\text{point Pb}) - \sigma_Z(\text{point Pt})$
  - Cisaillement:  $\Delta\tau_{RZ} = \tau_{RZ}(\text{point Pb}) - \tau_{RZ}(\text{point Pt})$
  - Contrainte circonférentielle:  $\Delta\sigma_\theta = \sigma_\theta(\text{point Pb}) - \sigma_\theta(\text{point Pt})$
- (4.4)

Les contraintes principales au point P se calculent comme suit :

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta\sigma_R + \Delta\sigma_Z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Delta\sigma_R - \Delta\sigma_Z}{2}\right)^2 + \Delta\sigma_{RZ}^2}$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{\Delta\sigma_R + \Delta\sigma_Z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\Delta\sigma_R - \Delta\sigma_Z}{2}\right)^2 + \Delta\sigma_{RZ}^2}$$

$$\Delta\sigma_3 = \Delta\sigma_\theta$$
(4.5)

La contrainte alternée de fatigue, présentée à l'équation (1.2), se calcule aussi en utilisant la variation du critère de cisaillement maximal.

$$S_a = \frac{\Delta\sigma_{\max} - \Delta\sigma_{\min}}{2}$$
(4.6)

$\Delta\sigma_{\max}$  et  $\Delta\sigma_{\min}$  étant le maximum et minimum de  $[\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_3]$ .

La Figure 4.5 montre la distribution de la contrainte alternée dans l'arbre pour sept profondeurs pour la région du glissement. La contrainte maximale se trouve à l'extérieur, au bord du contact. Pour les différentes profondeurs (h) étudiées, la contrainte maximale diminue lorsque la profondeur augmente

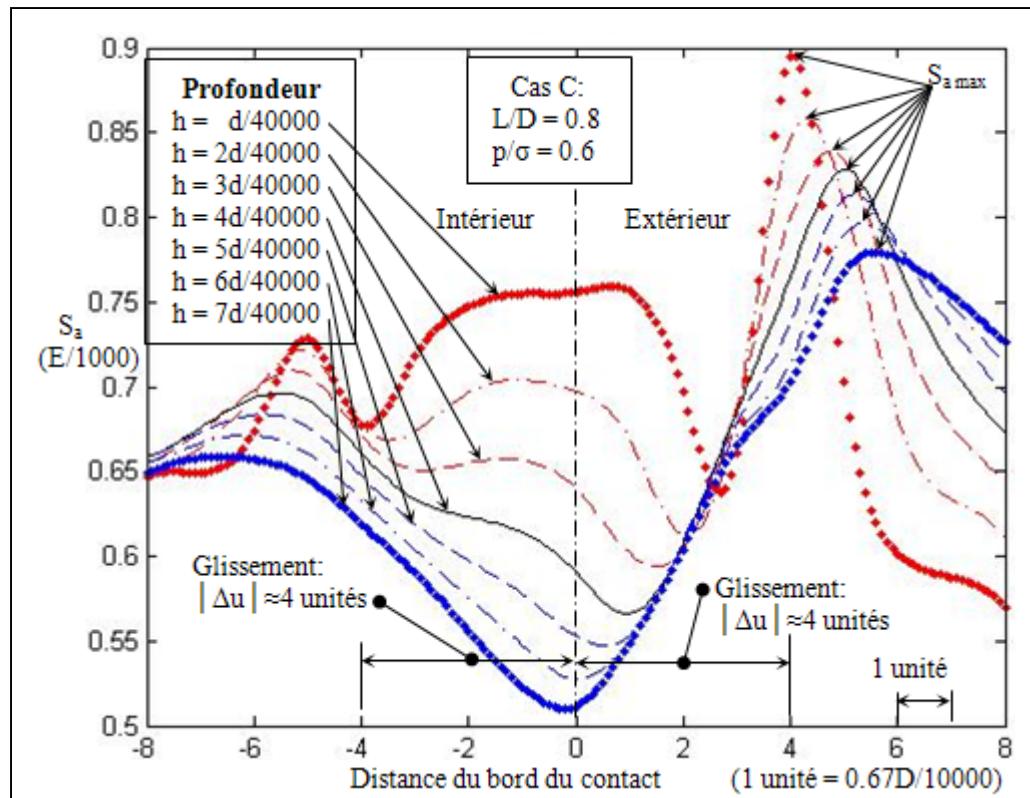


Figure 4.5 Distribution de la contrainte alternée au bord du contact pour différentes profondeurs

La Figure 4.6 montre que la contrainte alternée est dépendante de la profondeur et que lorsque l'on s'approche de la surface extérieure, la contrainte tend vers l'infini. À la profondeur  $d/10000$ , la contrainte alternée obtenue représente celle du graphique de Spott. Le Tableau 4.1 montre les résultats pour les neuf cas analysés.

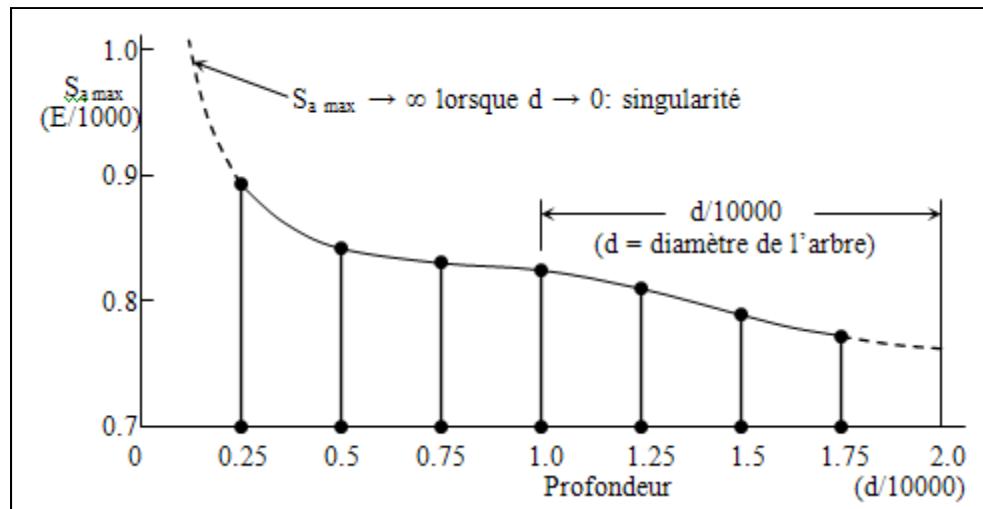


Figure 4.6 Variation de la contrainte  $S_a$  maximale en fonction de la profondeur à l'intérieur de l'arbre

Tableau 4.1  $S_{a \max} / (E/1000)$  pour le neufs cas d'assemblage par frettage classique  
(Diamètre de l'arbre  $d$ , longueur du rouleau  $L$ , pression de Lamé  $p$ , contrainte nominale en flexion  $\sigma$ )

		L/d					
		0,4		0,8		1,2	
		$S_{a F,E}$	$S_{a [9]}$	$S_{a F,E}$	$S_{a [9]}$	$S_{a F,E}$	$S_{a [9]}$
$p/\sigma$	1,0	0,50 (12%)	0,57	0,60 (8%)	0,65	0,63 (10%)	0,70
	0,6	0,75 (1%)	0,74	0,86 (1%)	0,85	0,89 (3%)	0,92
	0,2	1,98 (7%)	1,85	2,16 (9%)	1,97	2,30 (11%)	2,07

Le pourcentage d'écart maximum observé est de 12%, ce qui est bien compte tenu de l'origine de l'abaque. Donc en utilisant les mêmes paramètres de modélisation, les résultats de l'analyse par éléments finis suivent les résultats de l'abaque, et ce pour neuf configurations.

### 4.3 Résumé

Avec une modélisation plus raffinée au bord du contact, il est possible d'observer le glissement vers l'intérieur et vers l'extérieur. Le calcul de la contrainte en fatigue présente tient compte du glissement entre l'arbre et le rouleau. L'analyse en détail a permis d'observer la variation de la contrainte en fatigue autour du contact et la contrainte maximale se situe à l'extérieur du rouleau. Il est possible d'obtenir une convergence de la contrainte en fatigue à partir d'une profondeur de  $d/10000$ . À cette profondeur, les résultats de l'analyse par éléments finis respectent les valeurs empiriques de l'abaque. Maintenant, il reste à valider les résultats à l'aide d'essais.

## CHAPITRE 5

### ANALYSE DES ASSEMBLAGES NON CLASSIQUES PAR FRETAGE

Une méthode pour réduire l'effort au bord du contact consiste à usiner une rainure sur la face du rouleau. Ce chapitre va examiner l'impact d'une telle rainure sur la pression de contact ainsi que la contrainte en fatigue. En comparaison avec les chapitres précédents pour une configuration classique.

#### 5.1 Géométrie

L'ajout d'une rainure sur la face du rouleau est un exemple d'assemblage non classique. Les nouveaux paramètres sont montrés à la Figure 5.1. Deux nouvelles variables sont ajoutées :

$R$  = rayon de la rainure

$t$  = épaisseur de la lèvre

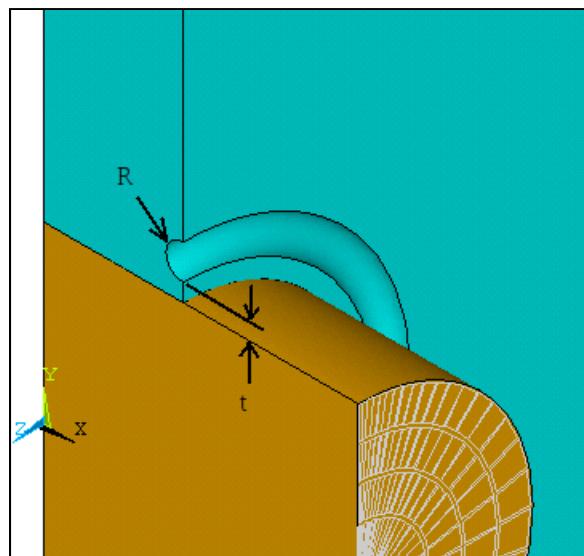


Figure 5.1 Géométrie du rouleau pour un assemblage non-classique

### 5.1.1 Modèle des éléments finis

La modélisation et les conditions frontières sont les mêmes que pour l'assemblage classique. La Figure 5.2 montre le détail pour la rainure et le raffinement au bord du contact, tel que présenté à la section précédente.

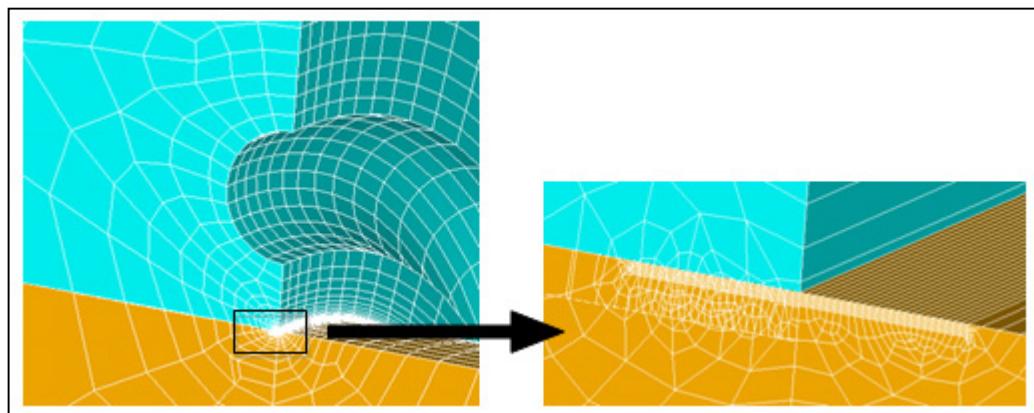
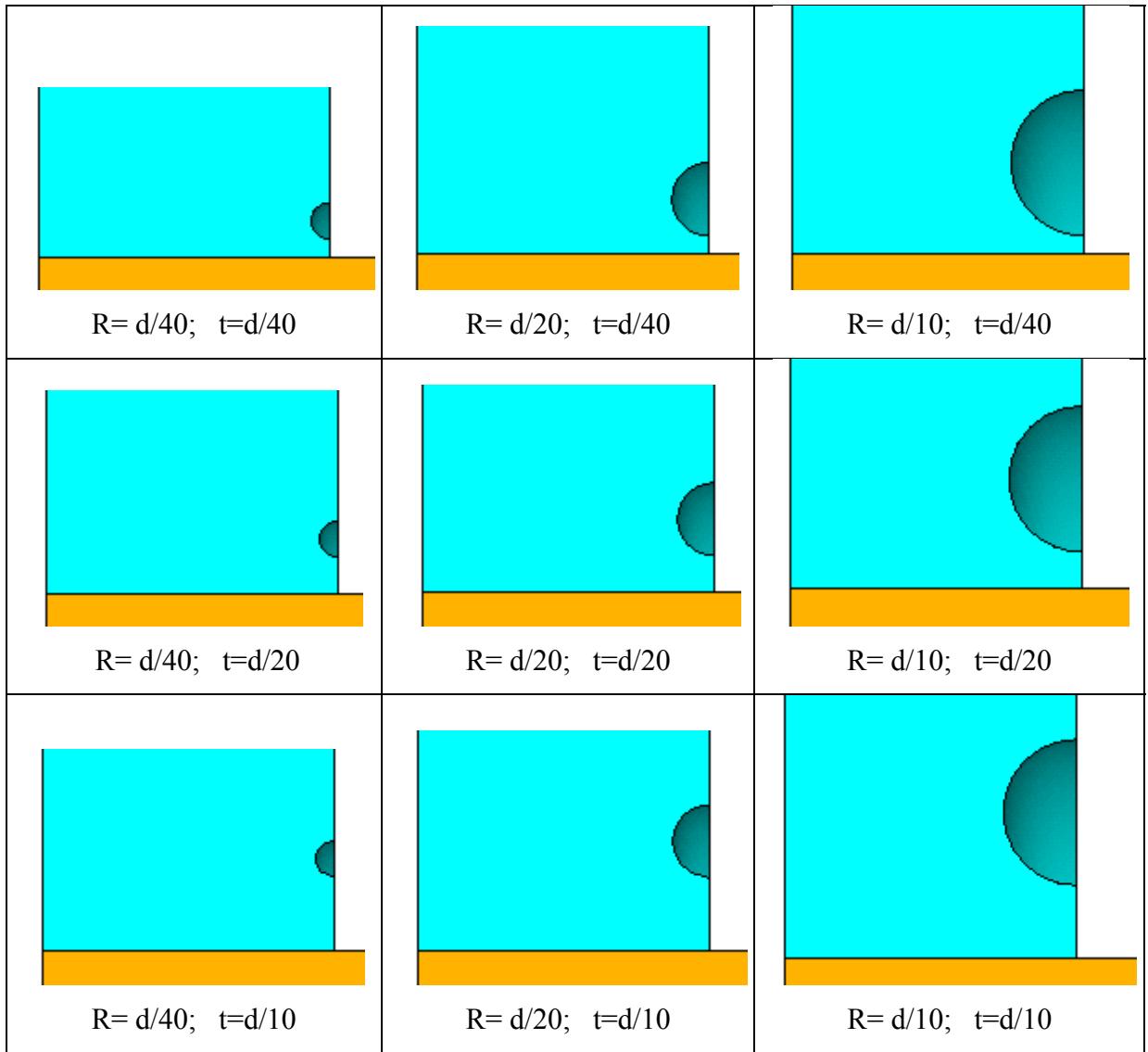


Figure 5.2 Modélisation de la rainure et détail du maillage au bord du contact

L'influence des deux paramètres, rayon de la rainure et l'épaisseur de la lèvre est étudié en comparant les résultats des neuf configurations présentées au Tableau 5.1.

Tableau 5.1 Schéma des neuf configurations d'assemblage non classiques



## 5.2 Pression de contact

La pression de contact est influencée par la rigidité de l'assemblage au bord du contact. Tel que démontré à la section 2.3.3, un arrondi au bord a pour effet d'augmenter la pression de contact. Avec l'ajout d'une rainure, la section sous la rainure est plus flexible comparativement à un assemblage classique. Plus la rainure est près du contact, plus le

rouleau est flexible et plus la pression de contact est faible près du contact. La Figure 5.3 montre la pression de contact pour trois configurations, soit sans rainure, avec une rainure à une distance  $t = d/40$ ,  $t = d/20$  et  $t = d/10$ .

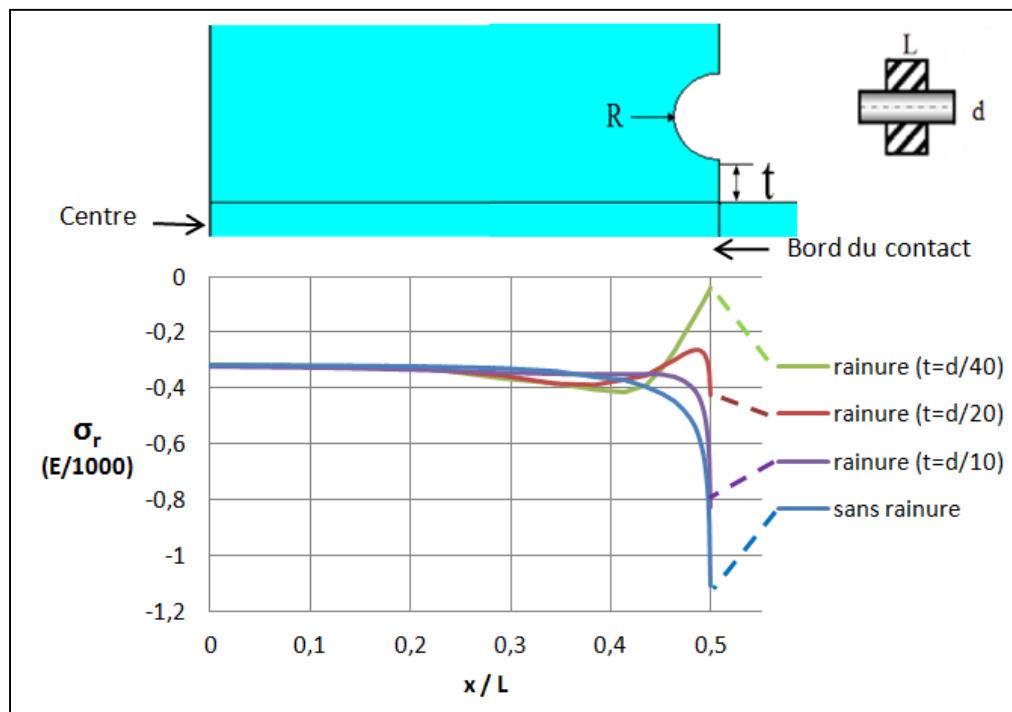


Figure 5.3 Pression de contact entre l'arbre et le rouleau pour 4 configurations

La rainure a une grande influence sur la pression de contact près du bord du contact. La flexibilité ajoutée au rouleau permet de réduire la concentration de contrainte. Plus la lèvre est mince, plus la contrainte est faible. La pression de contact peut même atteindre zéro, ce qui impliquerait une perte de contact.

Lorsque la lèvre est grande, l'effet de la rainure tend vers la configuration classique et la pression maximale se trouve au bord du contact, et lorsque la lèvre est mince, la pression maximale se situe à l'intérieur du rouleau, tout juste avant le fond de la rainure.

La Figure 5.4 et la Figure 5.5 permettent de voir la distribution de la contrainte radiale

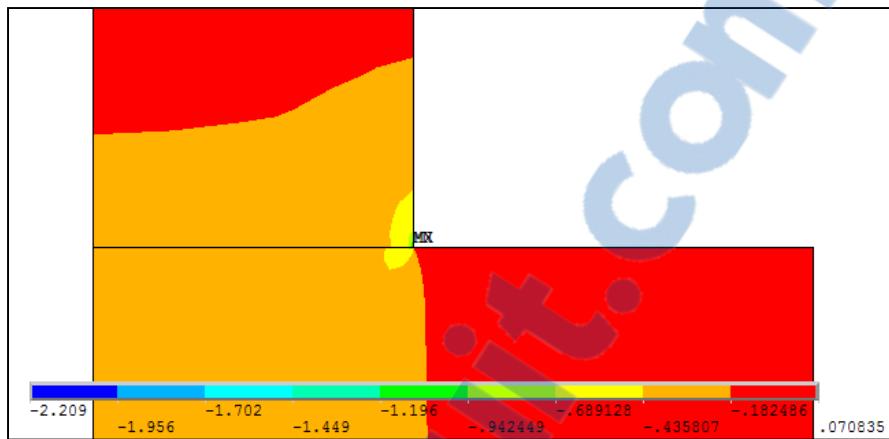


Figure 5.4 Contrainte radiale pour la configuration classique, cas C

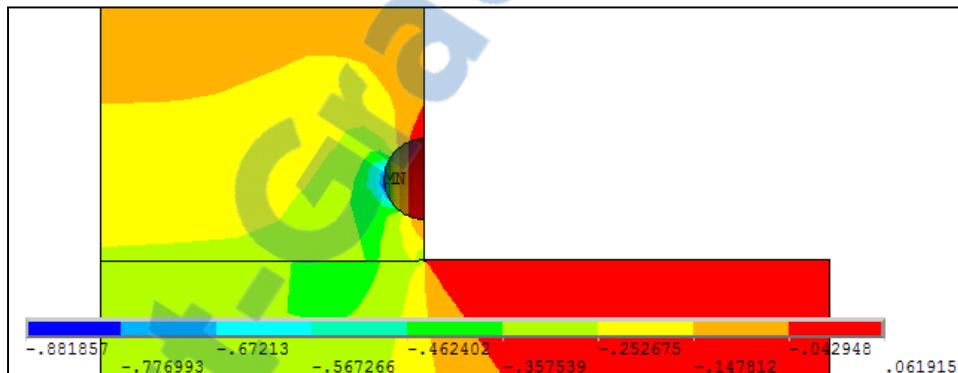


Figure 5.5 Contrainte radiale pour une configuration non classique, cas C,  $t = d/20$

Les distributions de la contrainte radiale avec et sans lèvre sont très différentes. Pour la configuration classique, Figure 5.4, on observe une très grande augmentation de la contrainte au bord du contact. Pour la configuration avec rainure, Figure 5.5, la pression au bord de contact diminue considérablement.

### 5.3 Contrainte dans la rainure

Une rainure diminue la pression de contact mais crée de contraintes plus grandes dans le rouleau. Avant de calculer la contrainte en fatigue, il est important de s'assurer que les déformations dans la rainure restent dans le domaine élastique.

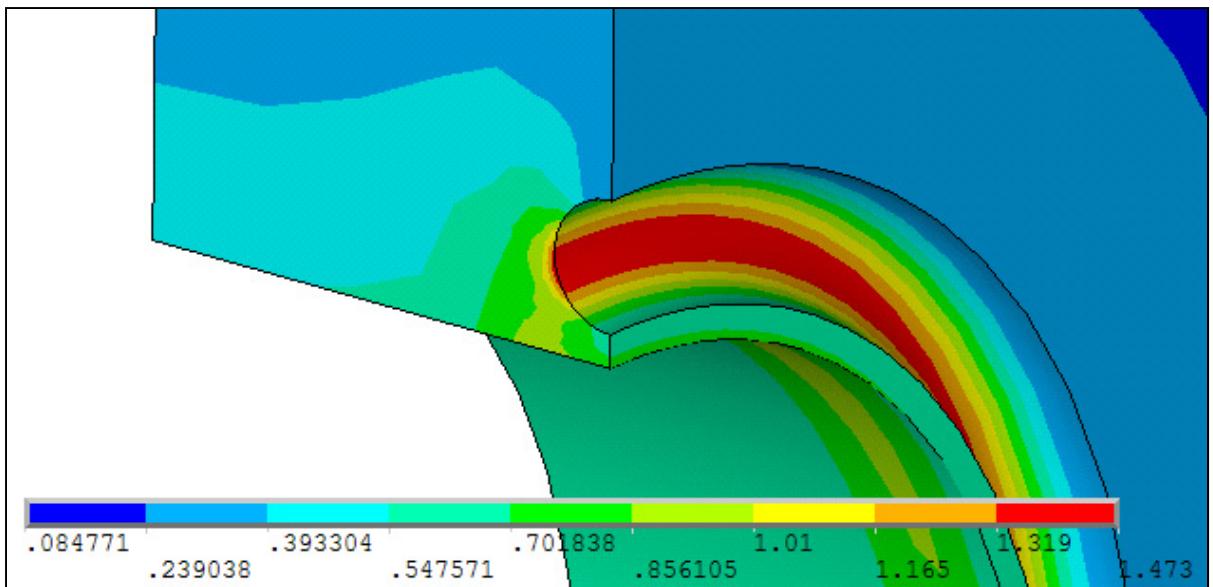


Figure 5.6 Contrainte Von-Mises dans le rouleau pour  $t=d/40$

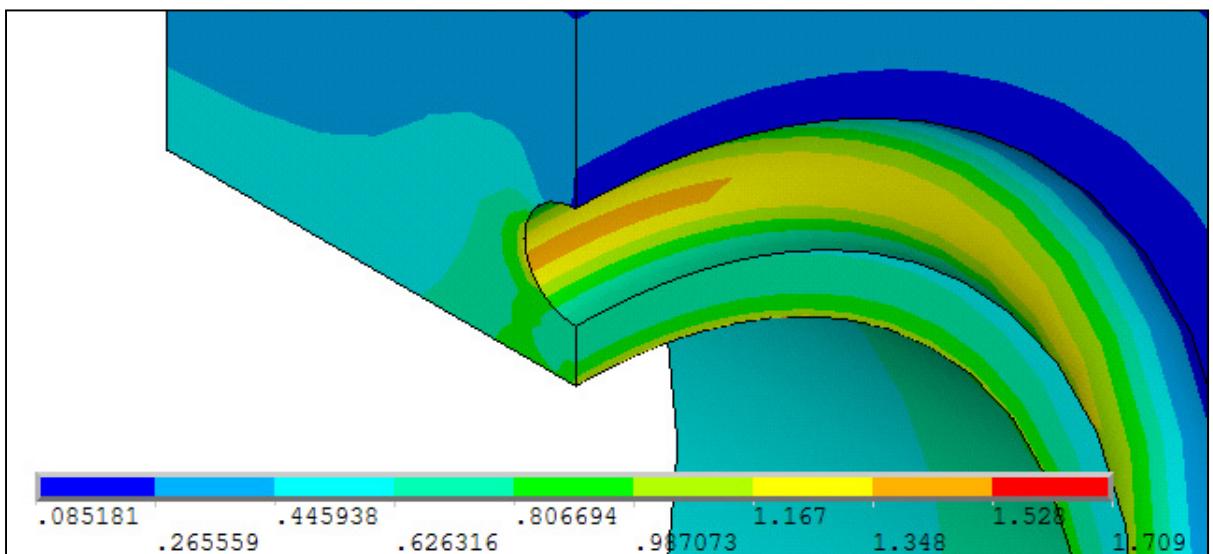


Figure 5.7 Contrainte Von-Mises dans le rouleau pour  $t=d/20$

La Figure 5.6 montre clairement que la contrainte maximale se trouve dans le fond de la rainure. Contrairement à la Figure 5.7 qui montre une contrainte maximale au bord du contact, toutefois, une augmentation de la contrainte dans la rainure est observée.

Tableau 5.2 Contrainte Von-Mises maximum dans la rainure pour 9 cas (MPa)

Contrainte Von-Mises (E/1000)		R		
		R= d/40	R=d/20	R=d/10
t	t= d/40	1,83	1,47	1,06
	t= d/20	1,6	1,37	1,03
	t= d/10	1,3	1,14	0,9

Il est remarqué qu'il y a avantage à avoir une rainure de grand rayon pour diminuer la contrainte dans la rainure, par exemple la colonne de R=d/10 avec la colonne de R=d/40. Le rayon optimal de la rainure doit être déterminé en considérant aussi le coût d'usinage, en effet plus la rainure est grande, plus le coût de l'usinage sera élevé.

#### 5.4 Contrainte en fatigue

Maintenant l'influence de la rainure sur la contrainte en fatigue sera étudiée pour les assemblages non classiques. La Figure 5.8 montre la variation de la contrainte alternée dans l'arbre pour une configuration classique et pour une configuration non classique avec une rainure et une lèvre de d/20. Les résultats convergents, i.e. non singuliers, sont pris à une profondeur de d/10000.

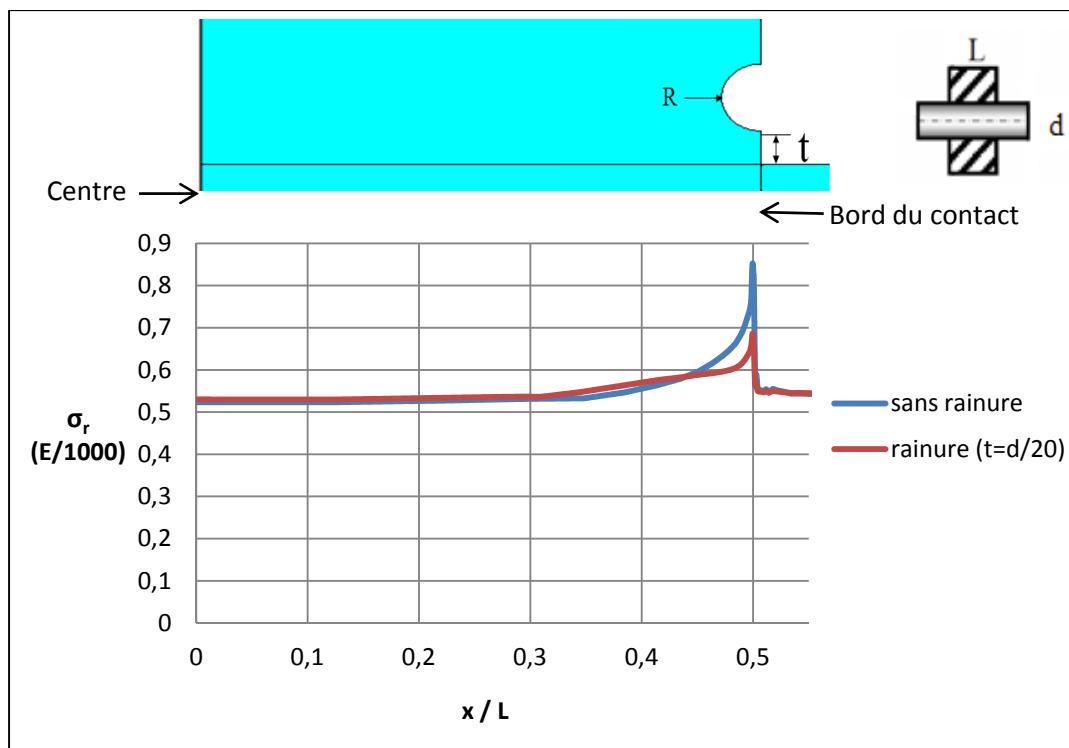


Figure 5.8 Contrainte alternée dans l’arbre en fonction de la distance du bord du contact, configuration classique et non classique ( $t = d/20$ )

Les deux courbes se suivent très bien à l’intérieur de l’arbre. À partir de la position à 3 fois la profondeur la rainure, les deux courbes ne se suivent plus, et la contrainte maximale pour la configuration avec rainure est diminuée par rapport à celle de la configuration classique de l’ordre de 25%.

La Figure 5.9 montre avec plus de précision la variation autour du bord de contact, tel que présenté au chapitre précédent.

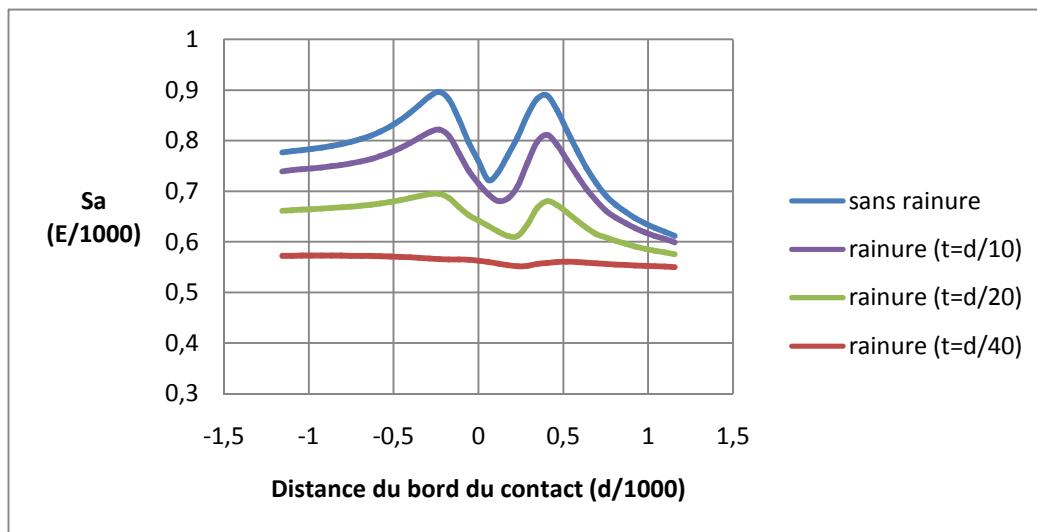


Figure 5.9 Contrainte alternée autour du bord du contact

La position de la rainure a une influence directe sur la contrainte alternée dans l'arbre. Tel que présenté à la section précédente, l'ajout d'une flexibilité a l'effet d'augmenter la contrainte dans le rouleau mais diminue la contrainte dans l'arbre. La Figure 5.10 montre bien que lorsque la rainure s'approche de l'arbre, la contrainte alternée dans l'arbre diminue plus rapidement que l'augmentation de contrainte dans le rouleau.

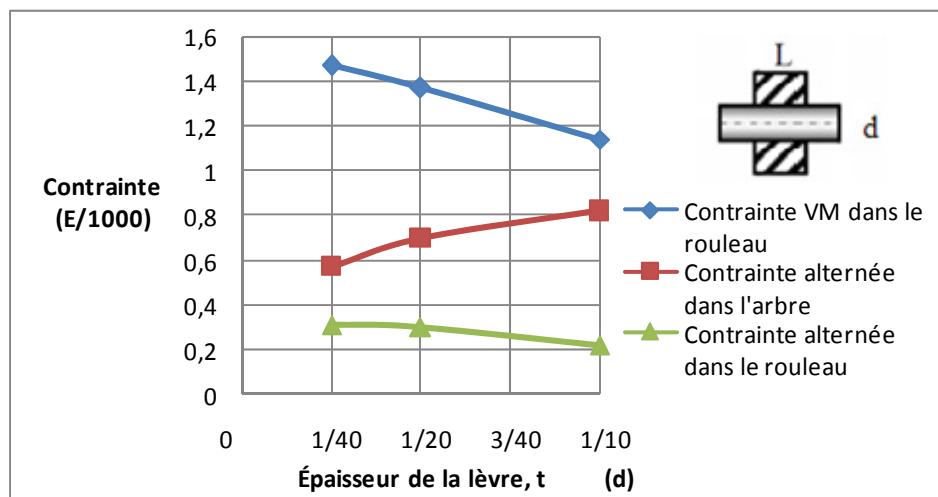


Figure 5.10 Contrainte alternée dans l'arbre et dans le rouleau pour trois configurations ( $t = d/40, d/20$  et  $d/10$ ),  $R = d/20$

La contrainte alternée n'est pas l'unique paramètre à considérer pour définir la configuration optimale. La contrainte Von-Mises permet d'évaluer la contrainte maximale dans le but d'éviter d'avoir des déformations plastiques.

La figure suivante trace la variation de la contrainte alternée ainsi que la contrainte Von-Mises, pour les neuf configurations, en fonction de l'épaisseur de la lèvre, ainsi que le rayon de la rainure.

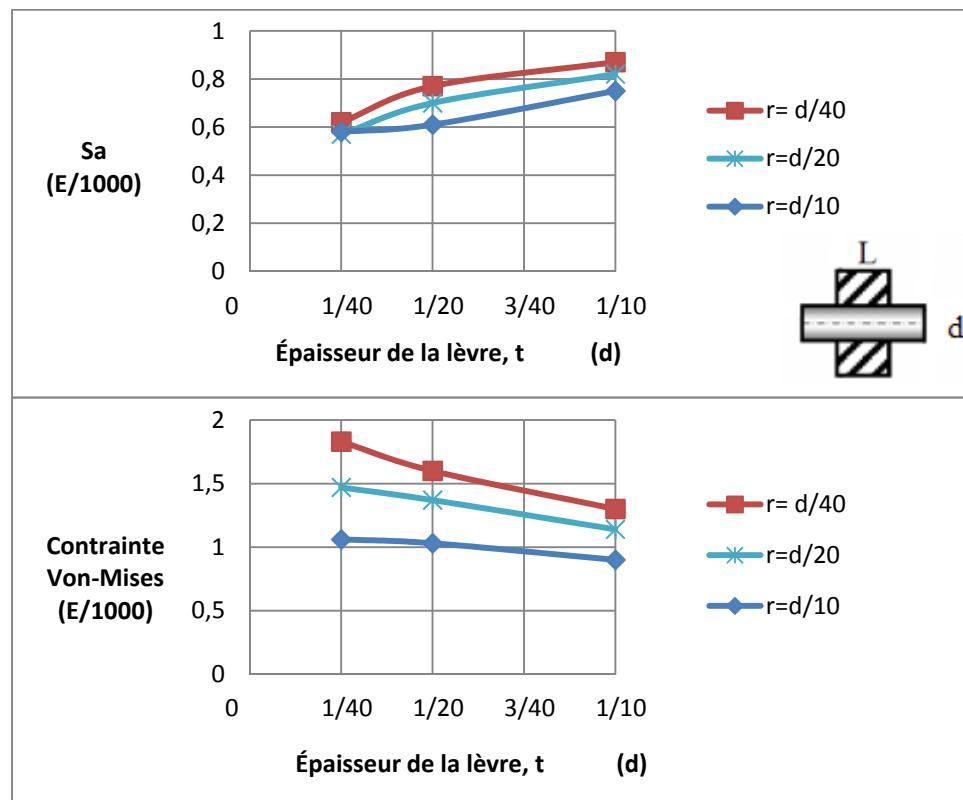


Figure 5.11 Contrainte alternée et Von-Mises en fonction de l'épaisseur de la lèvre

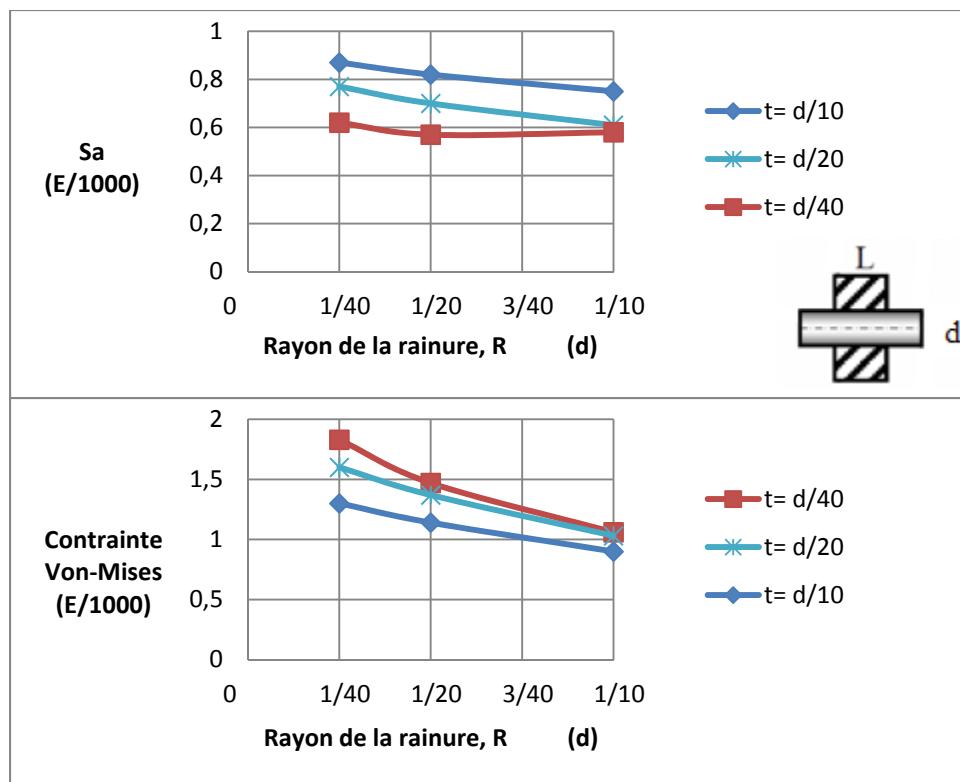


Figure 5.12 Contrainte alternée et Von-Mises en fonction du rayon de la rainure

La contrainte alternée augmente avec l'épaisseur de la lèvre tandis que la contrainte de Von-Mises diminue. Il est à noter que le rayon de la rainure n'a pas d'influence significative sur la contrainte alternée, une faible variation est observée. Tandis que la contrainte Von-Mises est grandement influencée par le rayon de la rainure et ce pour toutes les épaisseurs de la lèvre.

Il est impossible de déterminer une configuration optimale sans faire intervenir de nouveaux paramètres. L'endurance à la fatigue et la limite élastique sont des propriétés qui dépendent des matériaux et des traitements thermiques. La sélection des matériaux et le coût d'usinage de la rainure auront une influence importante.

## 5.5 Déplacement relatif

Le Tableau 5.3 présente le glissement au bord du contact, pour les neuf configurations avec rainure en comparaison avec la configuration classique et ce pour une rotation complète. Le glissement est calculé pour une rotation complète se défini selon l'équation suivante.

$$\text{Glissement} = |\text{Glissement intérieur}| + \text{Glissement extérieur} \quad (5.1)$$

où les glissements vers l'intérieur et vers l'extérieur sont illustrés dans la Figure 4-4

Tableau 5.3 Comparaison du glissement entre classique et avec rainure

Glissement ( $\mu\text{m}$ )			
Assemblage classique	11,75		
Assemblage avec rainure	$R = d/40$	$R = d/20$	$R = d/10$
$t = d/40$	11,94	12,06	12,15
$t = d/20$	11,90	12,08	12,26
$t = d/10$	11,84	11,97	12,17

Il est remarqué que la rainure augmente très légèrement le glissement au bord de contact, de l'ordre de 3% comparativement à un assemblage classique (sans rainure).

## 5.6 Résumé

L'ajout d'une rainure dans le rouleau près du bord de contact a un effet bénéfique en réduisant considérablement la contrainte de fatigue dans l'arbre tout en augmentant très légèrement le glissement au bord de contact.

## CHAPITRE 6

### INTRODUCTION À L'EXPÉRIMENTATION

L'objectif principal de l'analyse expérimentale est de comparer les résultats expérimentaux et numériques afin de corrélérer le modèle numérique. Ce chapitre présentera deux bancs d'essais pouvant être utilisés pour effectuer des essais en flexion rotative d'assemblage par frettage. Le premier représente les conditions réelles, en incluant l'effort tranchant, et le deuxième représente les conditions d'analyses théoriques, flexion pure. Les essais se séparent en différentes étapes. La première étape est de tester des éprouvettes en flexion pure à l'aide d'un banc d'essai afin de caractériser la résistance en fatigue et ainsi valider le banc d'essai. La deuxième étape consiste à l'assemblage par frettage du rouleau et de l'arbre. Finalement, la dernière étape est de réaliser les tests de fatigue en appliquant le chargement à l'assemblage arbre-rouleau pour en obtenir des résultats qui seront ensuite comparés aux modèles numériques précédents.

#### 6.1 Caractérisation du matériau

La caractérisation permet d'obtenir de l'information sur la résistance en fatigue du matériau et sur les performances du banc d'essai. L'éprouvette utilisée pour les essais comporte une réduction du diamètre au centre pour prévoir la position du bris ainsi qu'un grand rayon afin d'éviter la concentration de contrainte. La Figure 6.1 présente la section et les conditions frontières de l'éprouvette.

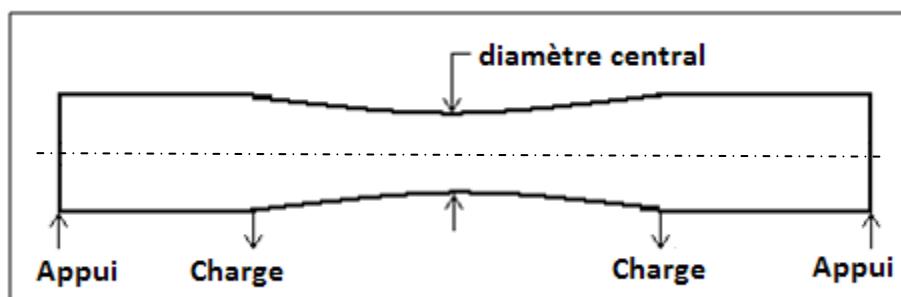


Figure 6.1 Éprouvette pour la caractérisation

Le nombre de cycles fait avant le bris permettra de comparer avec les calculs analytiques et d'ajuster la résistance en fatigue du matériau.

Avant de début les essais de caractérisation, une éprouvette cylindrique munie d'une jauge de déformations est collée, tel qu'ilustré à la Figure 6.2, dans le but de s'assurer que l'éprouvette voit les contraintes prédictes analytiquement. La jauge n'est pas positionnée au centre de l'éprouvette; de cette manière, en retournant l'éprouvette, il est ainsi possible de vérifier si les déformations sont constantes entre les deux roulements.

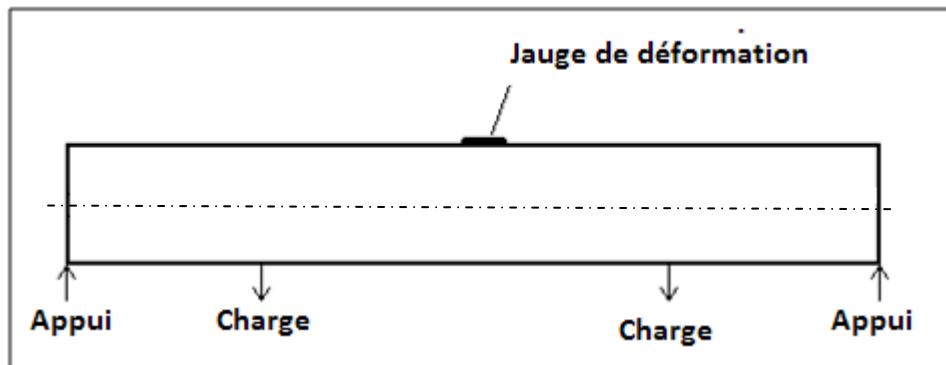


Figure 6.2 Position de la jauge de déformation

L'application d'une charge permet de valider les résultats obtenus. Les pourcentages d'erreur obtenus, présenté aux Tableau 6.1 et Tableau 6.2, ne sont pas constants et ils varient entre 5 et 22%. Les pourcentages d'erreur obtenus sont relativement acceptables compte tenu de la sensibilité du montage et du fait que la précision de la position angulaire est très difficile à obtenir. Les déformations théoriques ( $\epsilon$ ) sont calculées avec la loi de Hooke ( $\sigma=E \epsilon$ ).

Tableau 6.1 Déformations mesurées pour le 1<sup>er</sup> côté

Chargement (kg)	Déformation (e-6)		
	Théorique	Mesuré	% erreur
1	4,51	5	-10,78
2	9,03	10	-10,78
3,5	13,54	16,5	-21,86
7,42	33,5	37,5	-11,94
25,81	116,5	112	3,86

Tableau 6.2 Déformations mesurées pour le 2<sup>ième</sup> côté

Chargement (kg)	Déformation (e-6) Théorique	Déformation (e-6) Mesuré	% erreur
3,66	16,5	16	3,03
3,77	17	16	5,88
5,55	25	24	4

### 6.1.1 Description du banc d'essai

L'éprouvette, présenté à la Figure 6.1, est montée sur le banc d'essai avec quatre roulements, tel que présenté aux Figure 6.3 et Figure 6.4. Un moteur l'entraîne en rotation pour générer le chargement complètement renversé. Les deux roulements centraux sont reliés rigidement à une tige verticale supportant le chargement. Cette tige passe par un roulement linéaire servant à conserver l'alignement du chargement. Les deux roulements aux extrémités servent à supporter la pièce. De plus, le montage est muni d'un compte-tour qui permet de signaler le bris de l'éprouvette.

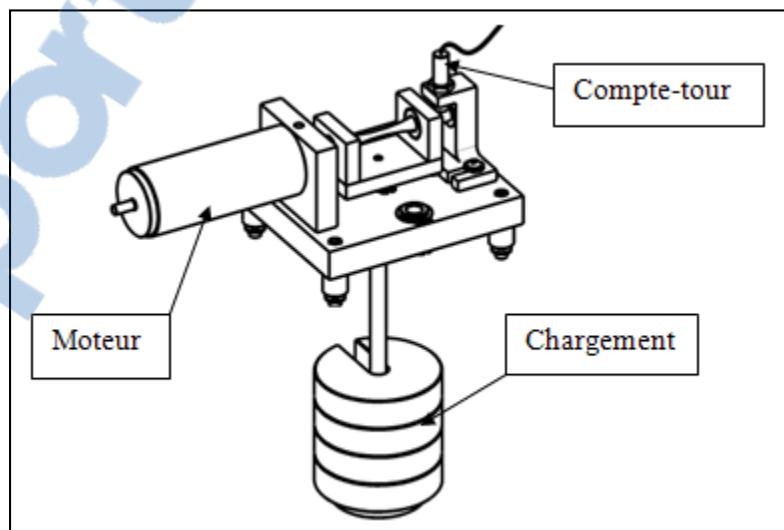


Figure 6.3 Banc d'essai pour la caractérisation

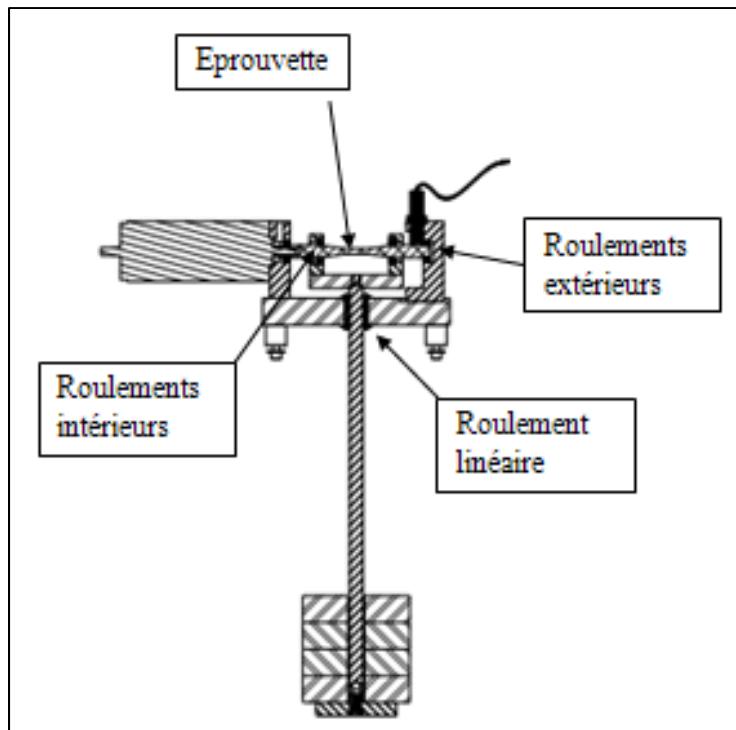


Figure 6.4 Banc d'essai pour la caractérisation, vue en coupe

### 6.1.2 Résultats pour le premier banc d'essai

Le premier essai pour la caractérisation du matériau effectué sur le banc d'essai est fait avec une éprouvette en acier 1018. Pour un chargement de 25 kg, le nombre de cycles théorique est de 68000 cycles. L'éprouvette a survécu à plus de 2 millions de cycles. Les problèmes rencontrés sont l'usure des roulements, l'usure de l'éprouvette au contact des roulements et l'absence de bris.

L'usure des roulements se voit par la présence de lubrifiant sur le montage, Figure 6.5 et par les rainures sur le joint d'étanchéité, Figure 6.6. Le roulement réagit au moment créé par le montage, ce qui ne respecte plus les conditions frontières. Avec un moment pris en partie par le roulement, l'effort sur l'éprouvette est réduit de beaucoup. L'usure sur l'éprouvette, Figure 6.7, est plus difficile à expliquer. La première hypothèse est reliée à la fatigue de contact et la deuxième hypothèse est reliée au montage et au moment pris par le roulement. L'utilisation

d'acier O1, dont sa résistance est plus grande permettra de vérifier la première hypothèse et des modifications sont apportés pour vérifier la deuxième hypothèse.

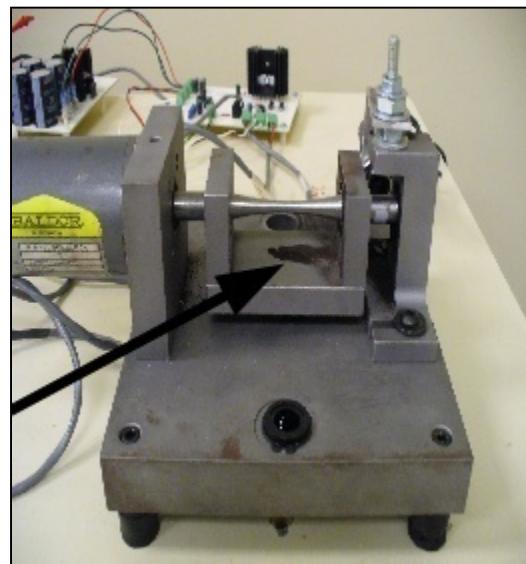


Figure 6.5 Présence de lubrifiant, caractérisation

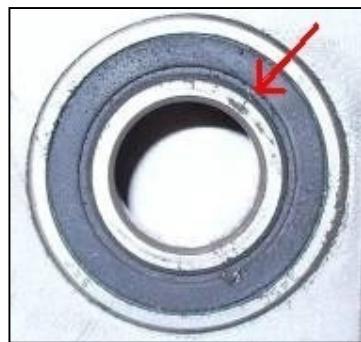


Figure 6.6 Roulement usé



Figure 6.7 Éprouvette usée après 3 millions de cycles

### 6.1.3 Amélioration du banc d'essai

Les améliorations apportées pour la deuxième version du banc d'essai se situent au niveau des paliers et de l'accouplement entre le moteur et l'éprouvette. Elles sont présentées à la Figure 6.8 et Figure 6.9. L'ajout de roulements sphériques a pour but d'éliminer le moment

de réaction aux appuis et aux points d'application de charge. La faible déflexion de l'éprouvette sous l'effet du chargement est alors prise par les roulements sphériques. L'ajout d'un accouplement flexible facilite le changement d'éprouvette lorsqu'un bris se produit et permet de corriger le défaut d'alignement entre le moteur et l'éprouvette.

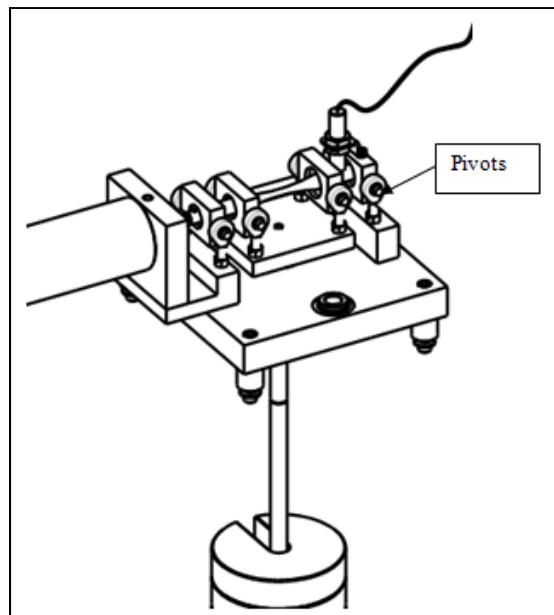


Figure 6.8 Banc d'essai pour la caractérisation, deuxième version

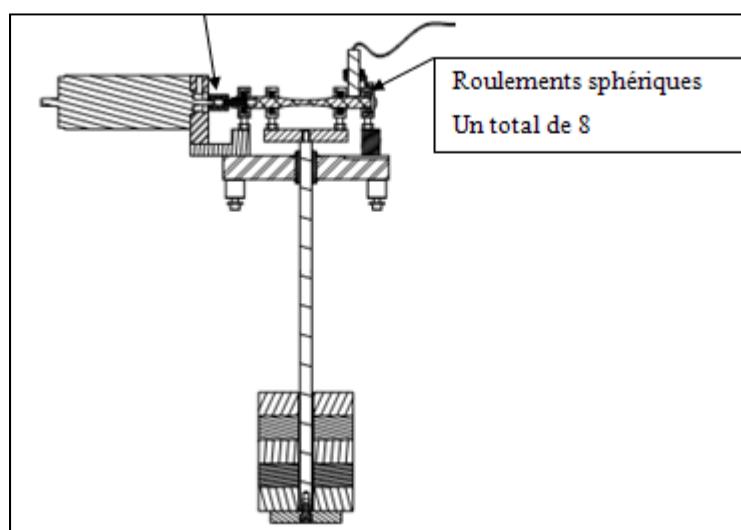


Figure 6.9 Banc d'essai pour la caractérisation, deuxième version, vue en coupe

Malgré les modifications apportées, l'usure des éprouvettes est toujours présente. Les résultats sont présentés à la section suivante. Le problème d'usure n'a pas été réglé ce qui compromet la suite des expérimentations du premier banc d'essai. D'autres propositions de modification pour résoudre le problème d'usure sont présentées dans la section Recommandations à la fin de ce document.

La méthodologie prévue est tout de même présentée dans ce qui suit.

Les étapes pour les essais sont les suivantes:

1. Les roulements sont installés sur l'arbre et l'assemblage est monté sur le banc d'essai.
2. Le contrôleur Labview est remis à zéro. Le moteur est démarré et l'acquisition de données commence sans qu'il n'y ait de charge ajoutée.
3. Lorsque le moteur atteint la vitesse désirée, les masses sont ajoutées graduellement.
4. Le nombre de cycles pour le démarrage est noté, car il sera soustrait du nombre total de cycles.
5. Le moteur tournera jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

#### **6.1.4 Résultats après améliorations au banc d'essai**

Le premier échantillon avec le banc d'essai amélioré est fait avec de l'acier O1 avec une masse de 25kg, la prévision est de 37 millions de cycles. Après 4,3 millions, l'usure de la pièce force l'arrêt du test, Figure 6.10 et Figure 6.11.

Le deuxième échantillon est fait avec de l'acier 1018 avec une masse de 18 kg, pour une prévision de 2,3 millions de cycles. L'essai est arrêté après 70000 cycles et l'éprouvette montre la même usure, Figure 6.12.

Les modifications au banc d'essai ont permis de régler le problème de l'usure des roulements. Les mesures des déformations, présentées à la section 6.1, démontrent bien que le moment

est entièrement pris par l'éprouvette. Par contre, les figures suivantes montrent l'usure sur les éprouvettes.

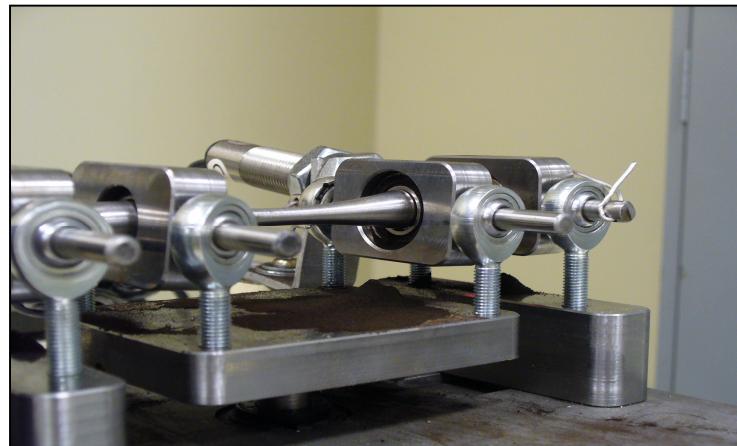


Figure 6.10 Usure, deuxième version du banc d'essai



Figure 6.11 Éprouvette usée, acier O1, après 4.3 millions de cycles



Figure 6.12 Éprouvette usée, acier 1018 après 70000 cycles

La modification du banc d'essai a permis d'éliminer l'usure sur les roulements, par contre, l'usure de l'éprouvette est toujours présente. Les hypothèses faites précédemment ne tiennent plus.

Pour les deux versions du banc d'essai, le contact des échantillons avec les roulements a créé de l'usure; un problème qui n'était pas prévu. La différence de diamètre entre l'éprouvette et le roulement a réduit la surface de contact et ainsi la contrainte de compression locale a été très élevée. Le glissement entre le roulement et l'éprouvette crée du fretting qui abime sévèrement l'éprouvette.

Des recommandations pour améliorer le banc d'essai sont présentées à la fin de ce mémoire.

## 6.2 Assemblage arbre-rouleau

L'assemblage par frettage ne demande pas de montage particulier, mais pour faciliter les manipulations, un gabarit de montage sera utilisé. Ce dernier, présenté à la Figure 6.13, est composé d'un appui supérieur où le rouleau vient s'asseoir; les rainures laissent l'espace nécessaire pour les jauge de déformation préalablement installée. L'appui inférieur est réglé

à l'aide d'un filet pour s'assurer que le rouleau est positionné au centre de l'arbre. Le gabarit d'assemblage peut être utilisé pour l'assemblage par frettage ou « press fit ».

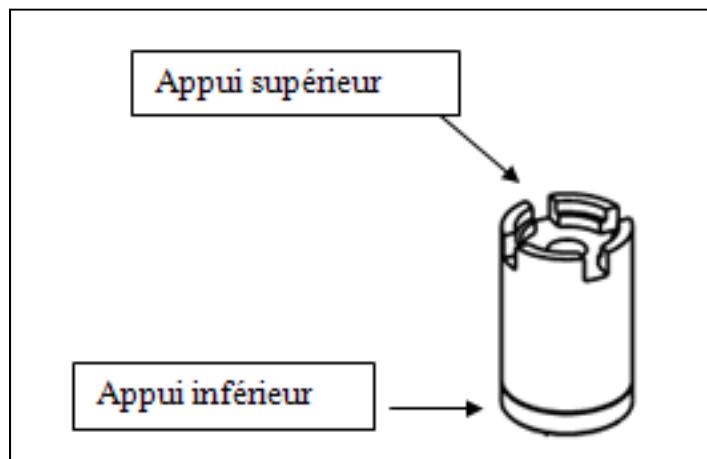


Figure 6.13 Gabarit d'assemblage arbre-rouleau

Les étapes pour les essais sont les suivantes:

1. Ajuster la hauteur de l'appui inférieur pour s'assurer la position centrale du rouleau sur l'arbre.
2. Chauffer le rouleau et si nécessaire, refroidir l'arbre pour permettre l'assemblage sans contrainte.
3. Insérer l'arbre dans le rouleau.
4. Laisser refroidir l'assemblage.

### 6.3 Essai de fatigue de l'assemblage arbre-rouleau

Les problèmes rencontrés avec le banc d'essai lors de la caractérisation n'ont pas permis d'effectuer d'essai pour un assemblage arbre-rouleau. Le banc d'essai est tout de même présenté.

Le banc d'essai pour l'assemblage arbre-rouleau est présenté à la Figure 6.14. L'assemblage de l'arbre et du rouleau est monté sur deux roulements fixes et un compte-tour est installé à

la même position que le montage de la caractérisation. La partie mobile applique le chargement à l'aide d'un rouleau d'entrainement qui est fixé au moteur. Le contrepoids permet de balancer la partie mobile. Les tiges supportant le chargement sont situées de chaque côté de l'éprouvette et passent par des roulements linéaires pour conserver l'alignement. La Figure 6.15 montre quant à elle une vue coupée du banc d'essai.

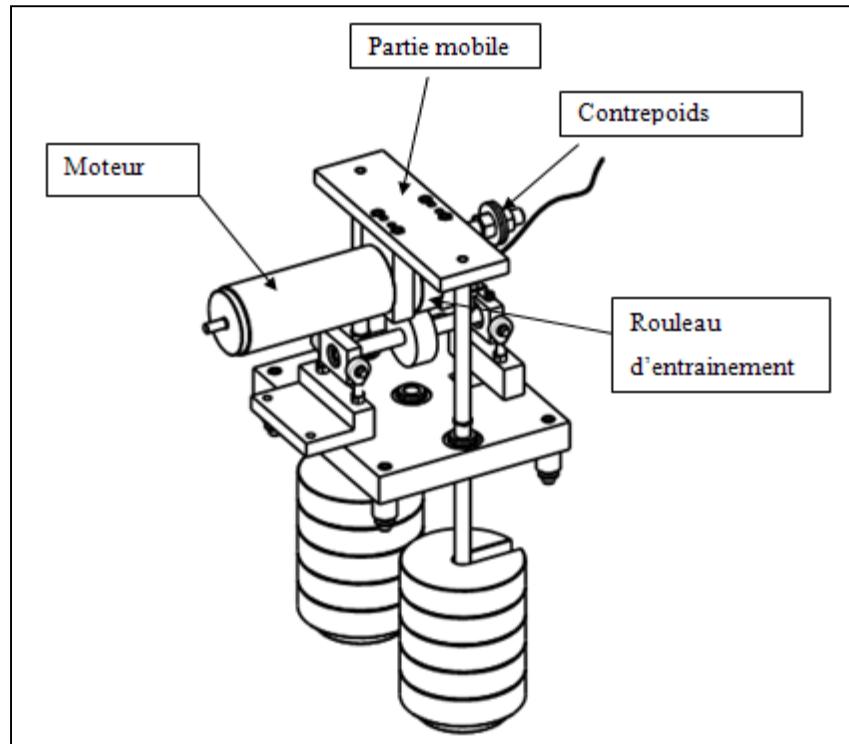


Figure 6.14 Banc d'essai en fatigue, premier banc

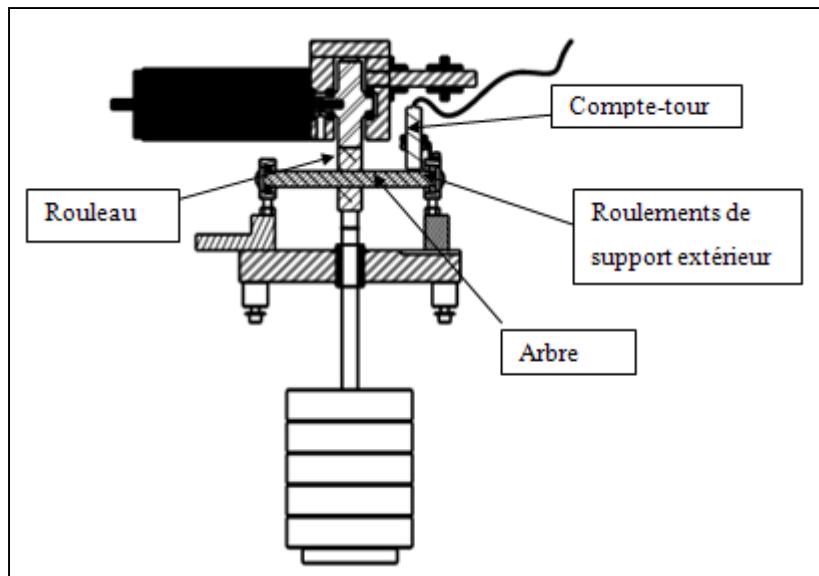


Figure 6.15 Banc d'essai en fatigue, premier banc, vue en coupe

Le chargement est appliqué sur le rouleau tel qu'il est dans l'industrie. Ce chargement est légèrement différent de ce qui se fait analytiquement car il inclut un effort de cisaillement sur l'arbre en plus du moment de flexion. Les résultats pourront être comparés avec le calcul analytique. En cas d'une différence importante entre les résultats, un modèle par éléments finis représentant toutes les conditions frontières pourra être étudié.

Les étapes pour les essais sont les suivantes:

1. Les roulements sont installés sur l'arbre et l'assemblage est monté sur le banc d'essai.
2. Le contrôleur Labview est remis à zéro. Le moteur est démarré et l'acquisition de données commence sans qu'il n'y ait de charge ajoutée.
3. Lorsque le moteur atteint la vitesse désirée, les masses sont ajoutées graduellement.
4. Le nombre de cycles pour le démarrage est noté, car il sera soustrait du nombre total de cycles.
5. Le moteur tournera jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

#### 6.4 Nouvelle conception pour le banc d'essai

Suite aux problèmes rencontrés avec le banc d'essai, un nouveau banc d'essai pour les assemblages arbre-rouleau a été conçu par M. Jean-Christophe Bélanger<sup>1</sup>. Ce banc d'essai ainsi que les résultats, présentés à la section suivante, proviennent d'un rapport de projet de fin d'étude de M. Jean-Christophe Bélanger. Toutes les informations concernant ce banc d'essai proviennent de ce rapport.

Le montage est composé de deux moteurs, d'un tachymètre, d'un actuateur et d'une jauge de déformation, tel que présenté aux Figure 6.16 et Figure 6.17.

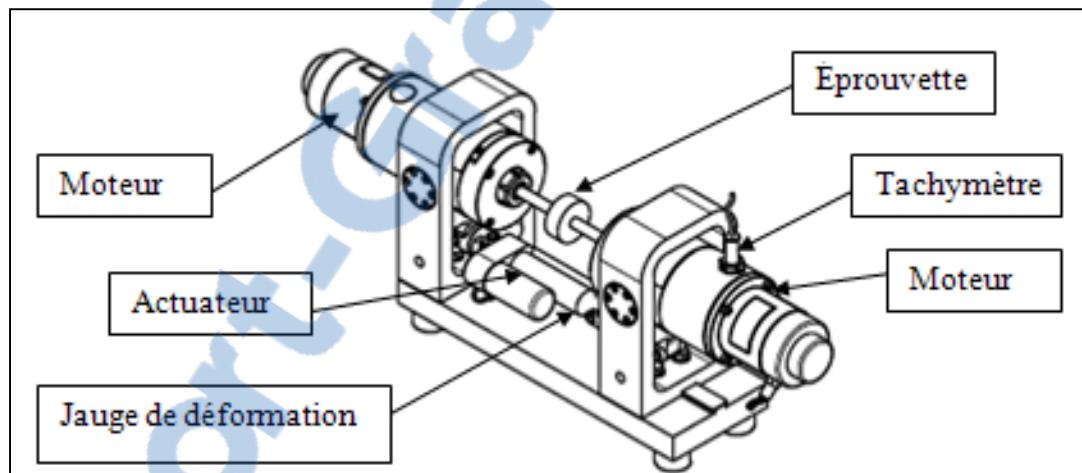


Figure 6.16 Banc d'essai en fatigue, deuxième banc

<sup>1</sup> Projet de fin d'étude, Jean-Christophe Bélanger, École de technologies supérieures, Avril 2011.

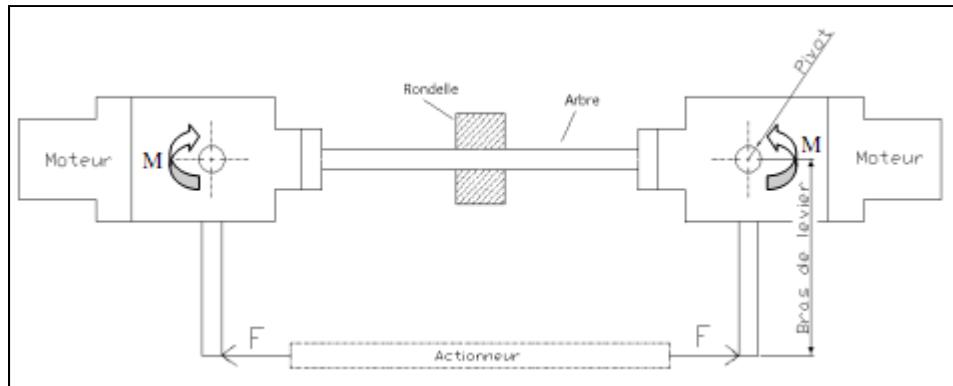


Figure 6.17 Schéma des forces exercées sur l'éprouvette pour le deuxième banc

L'actuateur exerce une force sur les deux bras de levier qui contrôle la rotation des moteurs montés sur un pivot. La jauge de déformation permet de mesurer et contrôler la force appliquée sur les bras de levier. Un tachymètre est aussi installé pour mesurer la vitesse de rotation et pour compter le nombre de rotations de l'éprouvette.

Les étapes pour les essais sont les suivantes:

1. L'éprouvette est installée sur le banc d'essai.
2. Le contrôleur Labview est remis à zéro. Le moteur est démarré et l'acquisition de données commence sans qu'il n'y ait de charge ajoutée.
3. Lorsque le moteur atteint la vitesse désirée, la force de l'actuateur est ajoutée graduellement.
4. Le nombre de cycles pour le démarrage est noté, car il sera soustrait du nombre total de cycles.
5. Le moteur tournera jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

#### **6.4.1 Essais de fatigue de l'assemblage arbre-rouleau**

Quelques essais ont été faits avec ce banc d'essai. Les essais avec des assemblages classiques et non classiques ont été réalisés par M. Bélanger. Les paramètres utilisés sont :

$$L/d = 1.5 \text{ et } 2; \quad p/\sigma = 0.06 \text{ à } 0.29 \quad R = d/4 \quad t = d/4 \text{ et } d/2$$

Les résultats n'ont pas été un succès. Trois éprouvettes ont brisé au bord du contact, tandis que deux éprouvettes ont brisé près du moteur, tel que présenté à la Figure 6.18 et Figure 6.19.

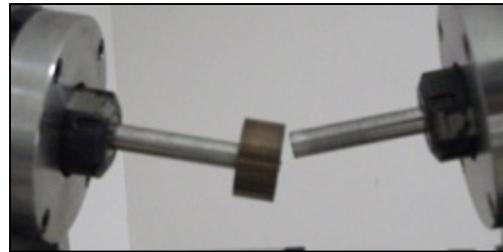


Figure 6.18 Éprouvette brisée au bord du contact



Figure 6.19 Éprouvette brisée à la base du moteur

Le nombre de cycles effectués lors des essais n'est pas suffisant pour tirer des conclusions sur l'influence des différents paramètres et pour valider la méthode analytique. Le fait que deux échantillons aient brisé au mauvais endroit indique qu'il y a des modifications à apporter au montage. Les difficultés rencontrées lors des essais sont les suivantes :

- Contrôle du serrage : les tolérances d'usinage doivent être bien contrôlées pour avoir un bon serrage entre les deux pièces.
- Assemblage de l'éprouvette : la rotation du montage entraîne un desserrage sur un côté de l'éprouvette et l'inverse de l'autre côté. Il est arrivé à quelques reprises que l'éprouvette se desserre complètement entraînant l'arrêt de l'essai. Les bris près du moteur sont arrivés sur le côté où le serrage augmente, ce qui peut entraîner une augmentation de la contrainte plus grande qu'au contact avec le rouleau.

- Puissance du moteur : le moment appliqué sur l'arbre ajoute de l'effort sur le moteur et ralentit sa vitesse de rotation, augmentant ainsi le temps des essais.
- Absence de calibration : des essais de calibration n'ont pas été réalisés pour s'assurer que le moment de flexion appliqué sur l'éprouvette était bien contrôlé.

Des recommandations pour améliorer le banc d'essai sont présentées à la fin de ce mémoire.

## 6.5 Résumé

Le banc d'essai pour la caractérisation a montré que le chargement exercé sur l'éprouvette est bien appliqué. Les déformations observées représentaient bien les valeurs théoriques. Les problèmes rencontrés lors des essais ont compromis la suite des événements. Le problème d'usure de l'éprouvette doit être réglé avant de continuer les essais. L'hypothèse principale pour l'usure est l'assemblage des roulements sur l'arbre qui devrait être mieux contrôlé.

Le banc d'essai réalisé par M. Bélanger a montré un bon potentiel, mais l'absence de la caractérisation et le faible nombre d'échantillons rendent impossible la conclusion sur les résultats.

Les deux bancs d'essai ont montré qu'il est possible d'effectuer des essais en flexion pour l'assemblage par frette. Cependant il reste encore des améliorations à apporter pour s'assurer que le bris de l'arbre se produit toujours au bord de contact avec le rouleau et non au contact avec les mors.

## CONCLUSION

L'assemblage par frettage est très utile pour assembler un rouleau sur un arbre. La simplicité et facilité de montage rend cette technique très avantageuse, par contre le manque d'informations sur la résistance en fatigue peut entraîner des bris inattendus. Une conception mieux contrôlée permettra d'augmenter la durée de vie d'un tel assemblage.

Ce mémoire a permis de :

- Définir une modélisation convergente par éléments finis, malgré la singularité inhérente à ce type d'assemblage, pour déterminer la contrainte en fatigue dans l'arbre et le rouleau.
- Localiser très précisément la position de la contrainte maximale en fatigue dans l'arbre, située à l'extérieur de la zone de contact initiale avec le rouleau.
- Proposer des modifications locales à la géométrie du rouleau (rainure) afin de réduire la contrainte en fatigue dans l'arbre.
- Identifier les modifications à apporter à l'expérimentation, notamment la technique de fixation de l'éprouvette, afin d'assurer la répétabilité des tests.

L'analyse statique a démontré que l'augmentation de la contrainte de compression à la discontinuité a pour effet de réduire la vie en fatigue. L'analyse en rotation a permis d'observer une perte de symétrie par la variation des contraintes après la première rotation. Cette observation amène un questionnement sur la validité de l'hypothèse de symétrie utilisée. Toutefois, la perte de symétrie n'a eu qu'un faible impact sur les contraintes, qui peut être négligée.

Le calcul de la vie en fatigue se base sur plusieurs paramètres, dont la contrainte alternée. En tenant compte de la position lors du glissement, la zone critique se trouve à la limite du déplacement relatif entre les deux pièces. Avec la modélisation présentée, les facteurs de concentration de contraintes sont près de ceux fournis par l'abaque. Ce qui permet d'utiliser le modèle pour des géométries plus complexes et l'abaque pour des assemblages simples.

L'ajout d'une rainure sur le rouleau a bien été démontré comme étant une méthode pour réduire l'effort. L'effet positif de la rainure sur la contrainte en fatigue est opposé à la contrainte au fond de la rainure. L'effet des paramètres utilisés, soit le rayon de la rainure et l'épaisseur de la lèvre, n'ont pas permis d'obtenir une configuration optimale. Un travail d'optimisation incluant plus de paramètres, tel que les propriétés des matériaux, devra être étudié.

Les essais expérimentaux n'ont pas été concluants dû aux problèmes d'usure dans le montage. Par contre, les observations faites ont permis d'identifier des modifications à faire au banc d'essai pour obtenir des résultats cohérents avec les analyses classiques de durées de vie en fatigue.

Finalement, ce mémoire a bien rempli ces objectifs en évaluant la concentration de contraintes dans un assemblage par frettage, en comparant la contrainte en fatigue avec la littérature et par la conception préliminaire de bancs d'essais pour effectuer des essais. De plus, le travail effectué dans ce mémoire a permis de publier un article de journal<sup>1</sup> ainsi que deux articles de conférences<sup>2,3</sup>.

---

<sup>1</sup> Nguyen H.N., Lê V.N., Champliaud H., Martin F. 2008. « Waving Behaviour of Fatigue Stress Fluctuation in Shrink-fit Assemblies Using 3D Finite Elements », High Performance Structures and Materials IV, WIT Transactions on the Built Environment, vol. 97, p. 459-469.

<sup>2</sup> Martin F., Le V.N., Champliaud H., Nguyen H.N. 2007, « Stress Concentration of Shrink Fit Assembly Using Finite Element Method », The IASTED Asian Conference on Modeling and Simulation, (Beijing, October 8-10).

<sup>3</sup> V.N. Lê, H. Champliaud, F. Martin & B. Amri, 2009 « Rotating Bending Stresses in Shrink-Fit Assemblies using FEM », NAFEMS World Congress, (Crete, Greece, July 16-19).

## **RECOMMANDATIONS**

### **Amélioration au banc d'essai, en flexion pure**

Ce banc d'essai a eu des problèmes mineurs. Il serait nécessaire d'effectuer une calibration à l'aide de jauge de déformation avant de modifier le montage. Lors des tests effectués, voici ce qui pourrait être amélioré :

- Utiliser un filet à gauche sur un côté fin d'éviter le desserrage de l'éprouvette.
- Effectuer un meilleur contrôle de l'interférence entre l'arbre et le rouleau lors de la fabrication des pièces.
- Utiliser un moteur plus puissant.
- Effectuer des essais dont le nombre de cycles sera supérieur à 10000 cycles.

### **Mesure des contraintes dues au fretteage**

De nouvelles techniques non destructives existent pour mesurer les contraintes dans une pièce. Ces techniques, quoique très dispendieuses, pourraient être utilisées pour mesurer les contraintes lors de l'assemblage et pendant des essais en fatigue pour mesurer l'évolution des contraintes. Parmi ces méthodes, il y a la diffraction des rayon-X, les ultrasons et la diffraction des neutrons

### **Amélioration au banc d'essai, incluant l'effort tranchant**

Le problème majeur du banc d'essai fut l'usure de l'éprouvette au contact avec les roulements. Plusieurs modifications au banc d'essai permettraient d'améliorer les résultats :

- Assurer un meilleur alignement entre le moteur et l'éprouvette.
- Utiliser un serrage entre les roulements et l'éprouvette. L'assemblage sera plus difficile, mais le risque de glissement entre l'éprouvette et les roulements sera diminué.
- Diminuer les tolérances de fabrication pour avoir moins de jeu entre les pièces.

## **Utilisation d'autres matériaux**

L'utilisation de matériaux moins résistants en fatigue, tels que les matériaux plastiques, permettrait de diminuer le nombre de cycles ainsi que la charge appliquée.

L'aluminium pourrait aussi être utilisé pour son usinabilité, le coefficient de dilatation et ses bonnes propriétés mécaniques. Le coefficient de dilatation relativement élevé faciliterait l'assemblage des deux pièces.

## **Propagation des fissures**

Pour vérifier la progression des fissures, l'utilisation de liquide pénétrant pourrait permettre de quantifier le nombre de cycles pour les différentes étapes de fissuration.

## ANNEXE I

### PROGRAMMES D'ANALYSES D'ANSYS

#### Programme d'Analyse axisymétrique d'ANSYS

```
FINISH
/CLEAR
!/UIS,MSGPOP,3                                     ! print error only
!/TITLE,ANALYSE , Application d'un moment/contact surface-surface

/DSCALE,1,1.0

/input,banc_essai_2_metric.txt
!Materiau

Young=68.9e3
alpha=23E-6
dT = dy1/(y1*alpha) ! Press fit temperature of roller
*AFUN,DEG
/REP7
y11=y1-dy1
*AFUN,DEG
EX,1,Young
NUXY,1,0.33
ALPX,1,alpha
ET,1,plane42,,,1
/VIEW,1,,,1
/rep
CSYS,0
K,1,0,0
K,2,0,x1 $ K,3,y1*0.5,x1 $ K,4,Y1*0.95,x1 $ K,5,y1,x1
K,6,y1,x1-0.5 $ K,7,y1,x1*0.5 $ K,8,y1,0
K,9,0,x2 $ K,10,y1,x2
K,11,y1,x1*1.5 $ K,12,y1,x1+0.015
A,1,2,3,4,5,6,7,8 $ A,2,3,4,5,12,11,10,9
CM,shaft,AREA $ /COLOR,AREA,DGRA $ ASEL,NONE
K,101,y11,0
K,102,y11,x1*0.5 $ K,103,y11,x1-0.5 $ K,104,y11,x1
K,106,y11*1.15,x1 $ K,107,y11*1.5,x1 $ K,108,y2,x1 $ K,109,y2,0
A,101,102,103,104,106,107,108,109
CM,roller,AREA $ /COLOR,AREA,CBLU
```

```

ASEL,ALL

taille1=0.02
taille2=0.05

KESIZE,5,taille1
KESIZE,104,taille1
KESIZE,105,0.07
KESIZE,4,taille2
KESIZE,6,taille1
KESIZE,12,taille1
KESIZE,103,taille1
KESIZE,106,taille2

esize,1
type,1 $ real,1

AMESH,shaft $ CM,shaftE,ELEM $ ESEL,NONE $ CM,shaftN,NODE $ NSEL,NONE
AMESH,roller $ CM,rollerE,ELEM $ ESEL,ALL $ CM,rollerN,NODE
EPLOT
alls

tol=0.00001
!constraint equation
CMSEL,s,shaftn
NSEL,R,LOC,X,y1-tol,y1+tol
NSEL,R,LOC,Y,0,x1+tol
CM,cenode1,NODE
CMSEL,s,rollern
NSEL,R,LOC,X,y11-tol,y11+tol
cmsel,a,cenode1
CM,cenode,NODE
*GET,nn,NODE,0,COUNT
*DO,I,1,nn/2
    cmsel,u,rollerN
    ni=NODE(y1,0,0)
    CMsel,s,cenode
    NSEL,U,NODE,,ni
    nj=NODE(y11,NY(ni),NZ(ni))
    NSEL,U,NODE,,nj
    CE,I,-DY1,ni,UX,1,nj,UX,-1
    CM,cenode,NODE
*ENDDO
ALLSEL

ESEL,ALL $ NSEL,ALL

```

```
FINISH

/SOLU
  ! Symmetry

CSYS,0 $ NSEL,S,LOC,Y,0 $ D,ALL,UY,0 $ alls
cmsel,s,rollere
!BFE,all,TEMP,1,-dt, , ,
alls

SOLVE
FINISH

Pc=dy1*Young/ (y1*(1+((y2/y1)**2+1)/((y2/y1)**2-1)))
!PsurSigma=Pc/SigNom
!LsurD=2*x1/(2*y1)

esel,s,ename,,shaftE
```

## Programme d'Analyse 3D d'ANSYS

```

FINISH
/CLEAR
! /UIS,MSGPOP,3                                     ! print error only
!/TITLE,ANALYSE , Application d'un moment/contact surface-surface

/DSCALE,1,1.0
!Materiau
Young=214000  !MPa
alpha=23E-6
    ! Dimensions
/input,dimensions_these,txt
    ! Element sizes
!/input,maillage_moyen,txt
/input,maillage_fin,txt
dT = dy1/(y1*alpha) ! Press fit temperature of roller
*AFUN,DEG
/PREP7

EX,1,Young
NUXY,1,0.33
ALPX,1,alpha
MP,MU,1,0.3
ET,1,SOLID45
LOCAL,11,1,0,0,0,0,0,90 ! Cylindrical for shaft axis
LOCAL,12,0,x1,0,0,0,0,90 ! workplane pour création surface
/VIEW,1,,,1
/rep
CSYS,12
WPCSYS,-1
ratio=0.8
K,1,0,0 $ K,2,y1,0 $ K,3,0,y1 $ K,4,2**0.5/2*y1,2**0.5/2*y1
K,5,y1*ratio**2,0 $ K,6,0,ratio**2*y1 $ K,7,2**0.5/2*y1*ratio**2,2**0.5/2*y1*ratio**2
y11=y1!-dy1
K,12,y11,0 $ K,13,0,y11 $ K,14,2**0.5/2*y11,2**0.5/2*y11
K,15,y2,0 $ K,16,0,y2 $ K,17,2**0.5/2*y2,2**0.5/2*y2
L,1,5 $ L,5,2 $ L,1,6 $ L,6,3
L,5,7 $ L,6,7 $ L,7,4
LARC,2,4,1,y1 $ LARC,4,3,1,y1
L,12,15 $ L,13,16 $ L,14,17
LARC,12,14,1,y1 $ LARC,14,13,1,y1
LARC,15,17,1,y2 $ LARC,17,16,1,y2

A,1,5,7,6 $ A,5,2,4,7 $ A,6,7,4,3
ARSYM,Y,all, , , ,0,0
AGEN,2,all, , ,0,0,x1

```

```

Asel,s,area,,1,6
VEXT,all, , ,0,0,-x1,,,
Asel,s,area,,1,6
VEXT,all, , ,0,0,x1,,,
Asel,s,area,,7,12
VEXT,all, , ,0,0,(x2-x1-x1),,,,
alls
vglue,all
CM,shaft,VOLU $ VSEL,NONE $ ASEL,none
A,12,15,17,14 $ A,14,17,16,13
ARSYM,Y,all, , ,0,0
VEXT,all, , ,0,0,-x1,,,
vglue,all
CM,roller,VOLU $ /COLOR,VOLU,CBLU

CSYS,11
WPCSYS,-1
!ligne radial shaft
LSEL,S,loc,x,y1*(ratio+0.01),y11-tol
LSEL,U,loc,y,-85,85
LESIZE,all,s2,,,grad2
alls

!ligne axial sous contact
LSEL,S,loc,z,0+tol,x1-tol $ LSEL,U,loc,x,y2-tol,y2+tol
!LSEL,U,loc,x,0,y1*ratio
LESIZE,all,s3,,,1/grad3
alls

!ligne axial dia ext, pas au contact
LSEL,S,loc,z,x1+tol,2*x1-tol
!LSEL,U,loc,x,0,y1*ratio
LESIZE,all,s3,,,1/grad3
alls

!ligne radial roller au pt critique
LSEL,S,loc,x,(y1+y2)/2 $ LSEL,U,loc,y,-85,85 !$ Lsel,u,loc,z,0
LESIZE,all,s4,,,1/grad4
alls

!segment critique theta dessus
LSEL,S,loc,y,50,85 $ LSEL,R,loc,x,y1 $ LSEL,U,loc,x,y2-tol,y2+tol
LESIZE,all,,,nd3,grad_theta
LSEL,S,loc,y,50,85 $ LSEL,R,loc,x,0,y11-0.1
LESIZE,all,,,nd3,1/grad_theta
alls

```

```

!segment critique theta dessous
LSEL,S,loc,y,-85,-50 $ LSEL,U,loc,x,y2-tol,y2+tol
LEsize,all,,,nd3,grad_theta
alls

!segment theta autre
LSEL,S,loc,y,5,40 $ LSEL,A,loc,y,-40,-5 $ LSEL,U,loc,x,y2-tol,y2+tol
LEsize,all,,,nd4
alls
ESIZE,s1
VMESH,shaft $ CM,shaftE,ELEM $ ESEL,NONE $ CM,shaftN,NODE $ NSEL,NONE
VMESH,roller $ CM,rollerE,ELEM $ ESEL,ALL $ CM,rollerN,NODE
EPLOT
! /EXPAND,2,RECT,HALF,0,0,0.001,2,RECT,HALF,0.001,0,0
! /EXPAND,2,RECT,HALF,0,0,0.001
! /EXPAND,2,RECT,HALF,0.001,0,0

! Generate the contact surface
ET,2,CONTA173                               !arbre
ET,3,TARGE170                               !rouleau
ASEL,S,,,20
ASEL,A,,,23
ASEL,A,,,91
ASEL,A,,,36
CM,_CONTACT,AREA
TYPE,2
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF

alls

ASEL,S,,,54
ASEL,A,,,30
ASEL,A,,,25
ASEL,A,,,64
CM,_TARGET,AREA
TYPE,3
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF

ALLSEL
CSYS,11 $ NSEL,S,LOC,X,0,0.0001*in $ CM,center,NODE
NSEL,INVE $ NROTAT,ALL

```

```
ESEL,ALL $ NSEL,ALL
FINISH

/SOLU
  ! Symmetry
CSYS,11 $ NSEL,R,LOC,Z,0 $ D,ALL,UZ,0 $ alls
CSYS,11 $ NSEL,S,LOC,Y,-90.0 $ NSEL,A,LOC,Y,90.0 $ D,ALL,UY,0 $ alls
CSYS,11 $ NSEL,S,LOC,X,0.0 $ D,ALL,UZ,0
CSYS,0 $ NSEL,S,node,,node(0,0,0) $ D,all,UX,0
alls
  ! condition frontiere
csys,11
Nsel,s,loc,z,x2 $ NSEL,R,loc,x,y1
D,ALL,UX,0
alls
  ! Temperature
ESEL,S,ename,,rollerE
NSLE,S,all
BF,all,TEMP,-dT
alls
csys,0
SOLVE

  ! Load applied as bending moment
csys,0
NSEL,S,LOC,x,x2-tol,x2+tol
SFGRAD,PRES,0,y,0,2*signom/(2*y1)
SF,ALL,PRES,p
alls
EPLOT
SOLVE
FINISH
```

## Programme d'Analyse 3D en rotation avec friction d'ANSYS

```

! Normalized Shrink + Bend Roller Shaft
! ----

FINISH $ /CLEAR $ /UIS,MSGPOP,3
D = 1.0                                     ! Normalized diameter of shaft
dum = 2.368E-04*D ! Mean duz
mu = 0.01

! Cas I -----
L = 0.4*D
bend = 1/1
Kt = 1.71

! Cas N -----
L = 0.8*D
bend = 1/1
Kt = 1.74

! Cas J -----
L = 1.2*D
bend = 1/1
Kt = 2.11

! Cas W -----
L = 0.4*D
bend = 1/0.6
Kt = 1.33

! Cas C -----
L = 0.8*D
bend = 1/0.6
Kt = 1.53

! Cas E -----
L = 1.2*D
bend = 1/0.6
Kt = 1.66

! Cas K -----
L = 0.4*D
bend = 1/0.2
Kt = 1.11

```

```

! Cas S -----
L = 0.8*D
bend = 1/0.2
Kt = 1.18

! Cas L -----
L = 1.2*D
bend = 1/0.2
Kt = 1.24

ndu = 6 ! times dum
refine = 4
ten = 1

id = ten*D/10000 ! Inside distance from surface of shaft
nid = NINT(refine*id/dum/2) ! number of divisions of id
*IF,nid,LT,1,THEN $ nid=1 $ *ENDIF

nid=nid*4
mul00=100*mu

/FILNAM,FL%mu100%

nndu = ndu*refine ! number of divisions along nsd
nref = ndu*refine ! Number of refined segents
nsd = ndu*dum ! Near singularity distance

/PREP7
n90 = 18 ! Nbr of extrusions in 90 degrees
ratio = 0.125 ! Esize at top / Esize at neutral axis
n180 = 36 ! Nbr of extrusions in 180 degrees
intf = 0.00075 ! Interference delta(D)/D
Di = 0.0*D ! Inside diameter of shaft
Do = 3.0*D ! Outside diameter of hub
f = 0.1*D ! Flange thickness
c = 0.0*D ! Round off corner radius
r = 0.0*(Do-D)/2 ! Grove radius
tol = D/10000000 ! Arbitrarily small tolerance

s1 = D/10*2 ! Coarse mesh size
s2 = 2*id ! for K points inside
s3=2*dum/refine
Ls = L+D ! Shaft length

alpha = 10E-6 ! Arbitrary thermal expansion

```

```

du = intf*D/2      ! Radial interference
rs = D/2           ! Radius of shaft
rh = rs - du       ! Inside radius of hub before fitting
dT = intf/alpha    ! Shrink fit temperature
E = 200000         ! Young's modulus (N/mm2)
nu = 0.3
pLame = E*intf/((Do**2+D**2) / (Do**2-D**2)+(D**2+Di**2)/(D**2-Di**2))

! Normalized stress = stress/(E/1000)
! -----
nE = 1000          ! Normalized Young's modulus
npLame = pLame*nE/E
nbends = bend*npLame ! Normalized bend stress
nmaxs = Kt*nbends

MP,EX,1,nE $ MP,NUXY,1,nu $ MP,ALPX,1,alpha
MP,MU,1,mu

ET,1,SOLID45 ! 8-node brick
ET,2,SHELL63 ! 4-node-shell brick generator
ET,3,TARGE170
ET,4,CONTA173
! KEYOPT,4,7,2
! KEYOPT,4,10,2
ET,5,LINK8

fkn = 1 ! Default = 1, more accuracy and slow convergence: 0.01
ftoln = 0.1
R,1, 2*du, ! , fkn, ftoln
R,2,du**2/1000 ! weak spring

LOCAL,11,1, 0,0,0, 0,0,90 ! Cylind.coord.
LOCAL,12,0, 0,0,0, 0,-90,0 ! Vertical Z cartesian
/VIEW,1,1,1,1 ! Isometric view

N,1,0,-10*du,0 ! Weak spring ancor point

CSYS,12 ! Z vertical
K,1,0,0 $ K,2,Ls/2,0
K,3,0,Di/2 $ K,4,L/2-c-nsd,Di/2 $ K,5,Ls/2,Di/2
KGEN,2, 3,5,1, 0,s1,0
K,9,0,rs
K,10,L/2-c-nsd,rs $ K,11,L/2-c,rs $ K,12,L/2-c+nsd,rs $ K,13,Ls/2,rs
K,14,0,rh $ K,15,L/2-c-nsd,rh
K,16,L/2-c,rh $ K,17,L/2,rh+c
yc = rs+f+r

```

```

K,18,L/2,yc-r $ K,19,L/2-r,yc $ K,20,L/2,yc+r
K,21,L/2,Do/2 $ K,22,0,Do/2
K,23,L/2-c-nsd,rs-s2 $ K,24,L/2-c,rs-s2 $ K,25,L/2-c+nsd,rs-s2

! Arc lines if applicable
! -----
*IF,c,GT,0,THEN
LARC,16,17,14,c
*ENDIF
*IF,r,GT,0,THEN
LARC,18,19,20,r $ LARC,19,20,18,r
*ENDIF
! Areas of shaft
! -----
A,3,4,7,6 $ A,4,5,8,7
A,6,7,24,23,10,9 $ A,7,8,13,12,25,24
A,23,24,11,10 $ A,24,25,12,11
! Area of hub if c = 0 and r = 0
! -----
*IF,c+r,EQ,0,THEN
A,14,15,16,21,22
*ENDIF
! Area of hub if c = 0 and r > 0
! -----
*IF,c,EQ,0,THEN
*IF,r,GT,0,THEN
A,14,15,16,18,19,20,21,22
*ENDIF
*ENDIF
! Area of hub if c > 0 and r = 0
! -----
*IF,r,EQ,0,THEN
*IF,c,GT,0,THEN
A,14,15,16,17,21,22
*ENDIF
*ENDIF
! Area of hub if c > 0 and r > 0
! -----
*IF,r,GT,0,THEN
*IF,c,GT,0,THEN
A,14,15,16,17,18,19,20,21,22
*ENDIF
*ENDIF

CSYS,12
LSEL,S,LOC,X,L/2-c-nsd+tol,L/2-c-tol

```

```

LSEL,A,LOC,X,L/2-c+tol,L/2-c+nsd-tol
LSEL,R,LOC,Y,rs-100*s2,rs+tol
LESIZE,ALL,,,nndu

LSEL,s,LOC,Y,rs-s2+tol,rs-tol
LSEL,U,LOC,Y,rh-tol,rh+tol
LESIZE,ALL,,,2*nid
LSEL,ALL

! /PNUM,LINE,ON $ LPLLOT $ /EOF

KESIZE,ALL,s1
KESIZE,9,L/8 $ KESIZE,14,L/8
KESIZE,10,s3 $ KESIZE,11,s3 $ KESIZE,12,s3
KESIZE,23,s3 $ KESIZE,24,s3 $ KESIZE,25,s3
KESIZE,15,s3 $ KESIZE,16,s3
KESIZE,17,c/4
KESIZE,18,(f-c)/4
*IF,r,GT,0,THEN
    KESIZE,19,r/4 $ KESIZE,20,r/4
*ENDIF
TYPE,2 $ AMESH,ALL

! EXTOP,ESIZE,No.Secteurs,DernierSecteur/Premier
EXTOPT,ESIZE,n90,ratio      ! n90 étant définis en haut
! Rotate A1,A2,A3 180 degres about K1-K22
! VROTAT,A1,A2,A3,A4,A5,A6,K1,K2,angle,No.volumes
! -----
MAT,1 $ TYPE,1           ! Solid
VROTAT,1,2,3,4,5,6,1,2,90,1
VROTAT,1,2,3,4,5,6,1,2,-90,1
ESEL,U,TYPE,,2
CM,shaft,ELEM
/COLOR,ELEM,ORAN
/eof
ESEL,S,TYPE,,2
VROTAT,7,,,,,,1,2,90,1
VROTAT,7,,,,,,1,2,-90,1
ESEL,U,TYPE,,2
CM,hub,ELEM

ESEL,ALL
MODMESH,DETACH
VDEL,ALL $ ADEL,ALL $ LDEL,ALL $ KDEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2 $ EDEL,ALL
ALLS

```

```

*GET,nn,NODE,,NUM,MAX
/TITLE,FL%mul100%
EPLOT

! Target elements on hub
! -----
CMSEL,S,HUB $ NSLE
CSYS,11 $ NSEL,R,LOC,X,d/2-du-tol,d/2-du+tol
TYPE,3 $ ESURF

! Contact elements on shaft
! -----
CMSEL,S,SHAFT $ NSLE
CSYS,11 $ NSEL,R,LOC,X,d/2-tol,d/2+tol
NSEL,R,LOC,Z,-tol,L/2-c+nsd+tol
TYPE,4 $ ESURF
ESEL,ALL $ NSEL,ALL

! Weak spring
! -----
TYPE,5 $ REAL,2
E,1,NODE(0,0,0)
D,1,ALL,0 ! Ancor point

/SOLU
! NLGEOM,ON
SOLCONTROL,ON,ON ! 2nd ON is for contact status
AUTOTS,ON

/PBC,U,ON
CSYS,0
NSEL,S,LOC,Z,-tol,tol $ D,ALL,UZ,0
NSEL,S,LOC,X,-tol,tol $ D,ALL,UX
NSEL,ALL
D,NODE(0,0,-Do/2),UY,0

TIME,1
!NSUBST,1
!OUTRES,ALL,LAST
!SOLVE ! Shrink-fit without bending =====

!/POST1
!RSYS,11
!PLNS,S,X
!/EOF

```

```

!TIME,2

NSUBST,1
! Add bending moment
! -----
! SFGRAD, Lab, SLKCN, Sldir, SLZER, SLOPE
slope = 2*nbends/D
SFGRAD,PRES,0,Y,0,slope
CSYS,0
NSEL,S,LOC,X,Ls/2
SF,ALL,PRES,0
NSEL,ALL
SOLVE
FINISH

/POST1
! /PSF,PRES,NORM,2
/PLOPTS,MINM,0 $ /TRIAD,OFF

! initial sigma radial near singularity
! -----
! SET,FIRST $ RSYS,11
! *GET,isrnstop,NODE,nstop,S,X
! *GET,isrnsbot,NODE,nsbot,S,X

SET, LAST
RSYS,11
CSYS,11

! Calculate fretting duz
! -----
tops = NODE(rs,90,L/2-c)
toph = NODE(rh,90,L/2-c)
bots = NODE(rs,-90,L/2-c)
both = NODE(rh,-90,L/2-c)
NSEL,ALL
*GET,topsuz,NODE,tops,U,Z
*GET,tophuz,NODE,toph,U,Z
*GET,botsuz,NODE,bots,U,Z
*GET,bothuz,NODE,both,U,Z
duz = (tophuz-topsuz+botsuz-bothuz)/2

PLNS,S,Z
!/EOF

! Around singularity at top

```

```

! -----
np = 2*ndu*refine+1
*DIM,srtop,ARRAY,np $ *DIM,sztop,ARRAY,np
*DIM,srztop,ARRAY,np $ *DIM,shtop,ARRAY,np
CMSEL,S,shaft $ NSLE
NSEL,R,LOC,X,rs-id-tol,rs-id+tol
NSEL,R,LOC,Y,89.99,90.01
NSEL,R,LOC,Z,L/2-c-nsd-tol,L/2-c+nsd+tol
*DO,i,1,np
n=NODE(rs,90,0)
*GET,srtop(i),NODE,n,S,X $ *GET,sztop(i),NODE,n,S,Z
*GET,srztop(i),NODE,n,S,XZ $ *GET,shtop(i),NODE,n,S,Y
NSEL,U,NODE,,n
*ENDDO

! Around singularity at bot
! -----
*DIM,srbot,ARRAY,np $ *DIM,szbot,ARRAY,np
*DIM,srzbot,ARRAY,np $ *DIM,shbot,ARRAY,np
CMSEL,S,shaft $ NSLE
NSEL,R,LOC,X,rs-id-tol,rs-id+tol
NSEL,R,LOC,Y,-90.01,-89.99
NSEL,R,LOC,Z,L/2-c-nsd-tol,L/2-c+nsd+tol
*DO,i,1,np
n=NODE(rs,-90,0)
*GET,srbot(i),NODE,n,S,X $ *GET,szbot(i),NODE,n,S,Z
*GET,srzbot(i),NODE,n,S,XZ $ *GET,shbot(i),NODE,n,S,Y
NSEL,U,NODE,,n
*ENDDO

! Stress Intensity Range
! -----
*DIM,Sa,ARRAY,np
*DO,i,1,np
dsr = srbot(i)-srtop(i)
dsz = szbot(i)-sztop(i)
dsrz= srzbot(i)-srztop(i)
Mohr = SQRT((dsr-dsz)**2/4 + dsrz**2)
ds1 = (dsr+dsz)/2 + Mohr
ds2 = (dsr+dsz)/2 - Mohr
ds3 = shbot(i) - shtop(i)
dsmin = ds2
*IF,ds3,LT,ds2,THEN
  dsmin = ds3
*ENDIF
Sa(i) = 0.5*(ds1-dsmin)

```

```
*ENDDO

/OUTPUT,FL%mul100%,txt
*STAT,Sa,1,np
*STAT,srstop,1,np $ *STAT,srbot,1,np
*STAT,sztop,1,np $ *STAT,szbot,1,np
*STAT,srztop,1,np $ *STAT,srzbot,1,np
*STAT,shtop,1,np $ *STAT,shbot,1,np
*STAT,Di $ *STAT,Do $ *STAT,L
*STAT,c $ *STAT,r $ *STAT,f
*STAT,intf $ *STAT,nplame $ *STAT,nbends
*STAT,s3 $ *STAT,nn
/OUTPUT

/TITLE,FL%mul100% Ndu=%ndu% REFINE=%refine% NID=%nid% NN=%nn% DUZ=%duz% SMAX=%nmaxs%
PLNSOL,S,Z

SAVE
```

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Truman, C. E. and J. D. Booker (2003). Failure analysis of shrink-fitted shafts, Glasgow, UK, Trans Tech Publications.
- [2] Truman, C. E. and J. D. Booker (2007). "Analysis of a shrink-fit failure on a gear hub/shaft assembly." Engineering Failure Analysis 14(4): 557-572.
- [3] B. Ramamoorthy and V. Radhakrishnan (1994), A study of the surface deformations in press and shrink fitted assemblies, Wear, Volume 173, Issues 1-2, Pages 75-83
- [4] Kubota, M., S. Niho, et al. (2003). Effect of understress on fretting fatigue crack initiation of press-fitted axle, Honolulu, HI, USA, JSME.
- [5] Santus, C. (2008). "Fretting fatigue of aluminum alloy in contact with steel in oil drill pipe connections, modeling to interpret test results." International Journal of Fatigue 30(4): 677-688.
- [6] Shigley, J.E. (1989), Mechanical engineering design, New York, McGraw-Hill.
- [7] Hénaff, G. and F. Morel (2005). Fatigue des structures : endurance, critères de dimensionnement, propagation des fissures, rupture. Paris, Ellipses.
- [8] Peterson, R. E. (1953). Stress concentration design factors : charts and relations useful in making strength calculations for machine parts and structural elements. New York, J. Wiley.
- [9] Spotts, M. F., T. E. Shoup, et al. (2004). Design of machine elements. Upper Saddle River, N.J., Pearson Prentice Hall.
- [10] Bazergui, A. (2003). Résistance des matériaux. Montréal, Presses internationales Polytechnique.
- [11] Miniatt, E. C., A. M. Waas, et al. (1990). "An experimental study of stress singularities at a sharp corner in a contact problem." Experimental Mechanics 30(3): 281-5.

- [12] White, D. J. and J. Humpherson (1969). "Finite-element analysis of stresses in shafts due to interference-fit hubs." Journal of Strain Analysis 4(2): 105-114.
- [13] Ozel, A., S. Temiz, et al. (2005). "Stress analysis of shrink-fitted joints for various fit forms via finite element method." Materials & Design 26(4): 281-289.
- [14] Juuma, T. (1999). "Torsional fretting fatigue strength of a shrink-fitted shaft." Wear 231(2): 310-318.
- [15] Zhang, Y., B. McClain, et al. (2000). "Design of interference fits via finite element method." International Journal of Mechanical Sciences 42(9): 1835-1850.
- [16] Okamoto, N. and M. Nakazawa (1979). "Finite element incremental contact analysis with various frictional conditions." International Journal for Numerical Methods in Engineering 14(3): 337-57.
- [17] Mather, J. and B. H. Baines (1972). "Distribution of stress in axially symmetrical shrink-fit assemblies." Wear 21(2): 339-360.
- [18] Lingaiah, K. and G. Gargesa (1976). "PHOTOELASTIC INVESTIGATION OF A SHRINK-FIT PROBLEM." Experimental Mechanics 16(2): 75-80.
- [19] Gutkin, R. and B. Alfredsson (2008). "Growth of fretting fatigue cracks in a shrink-fitted joint subjected to rotating bending." Engineering Failure Analysis 15(5): 582-596.
- [20] Waterhouse R.B., Fretting fatigue, Applied science publishers, 1981.
- [21] Borai Y.E., A critical review of the process of fretting fatigue, thèse Ph. D., université Concordia, 1986.
- [22] Foury S., Fridrici V., Langlade C., Kapsa Ph., Vincent L., Palliatives in fretting : A dynamical approach, Tribology International, 39, 2006, 1005-1015.
- [23] Hills D.A., Novell D., Mechanics of fretting fatigue, Kluwer Academic Publishers, 1994

- [24] Novell D., Dini D., Hills D.A., Recent developments in the understanding of fretting fatigue, Engineering fracture mechanics, 73, 2006, 207-222.
- [25] Pape J.A., Neu R.W., Subsurface damage development during fretting fatigue of high strength steel, Tribology international, 40, 2007, 111-1119.
- [26] Kinyon S. E., Hoeppner D. W., Mutoh, Y., Fretting fatigue : Advances in the basic understanding and applications, ASTM international, STP 1425, 2003.
- [27] Pape J.A., Fretting fatigue damage accumulation and crack nucleation in high strength steels, thèse Ph. D., Georgia institute of technology, 2002.
- [28] Faanes S., Inclined cracks in fretting fatigue, Engineering fracture mechanics, 52 (1), 1995, 71-82.
- [29] Waterhouse, R.B.(1972), Fretting corrosion, New York, N.Y.Pergamon press.
- [30] Ansys Theory Manual (2007), Version 11.0
- [31] ASM International. Handbook Committee. (2002). ASM handbooks online. Materials Park, OH, ASM International.
- [32] Hertzberg, R. W. (1996). Deformation and fracture mechanics of engineering materials. New York, N.Y., J. Wiley and Sons.
- [33] Conway, J. B. and L. H. Sjodahl (1991). Analysis and representation of fatigue data. Materials Park, Ohio, ASM International.
- [34] Couroneau, N. and J. Royer (2000). "Simplifying hypotheses for the fatigue growth analysis of surface cracks in round bars." Computers & Structures 77(4): 381-389.
- [35] da Fonte, M. and M. de Freitas (1999). "Stress Intensity Factors for semi-elliptical surface cracks in round bars under bending and torsion." International Journal of Fatigue 21(5): 457-463.
- [36] Gamer, U. and R. H. Lance (1983). "Residual stress in shrink fits." International Journal of Mechanical Sciences 25(7): 465-470.

- [37] Guven, U. (1993). "Stress distribution in shrink fit with elastic-plastic hub exhibiting variable thickness." International Journal of Mechanical Sciences 35(1): 39-46.
- [38] Kanber, B. (2006). "Boundary element analysis of interference fits." Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences 30(5): 323-330.
- [39] Kaufman, J. G. and Knovel (firme) (2004). Aluminum alloy database. Norwich, N.Y., Knovel.
- [40] Lewis, R., M. Marshall, et al. (2005). "Measurement of interface pressure in interference fits." Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science 219(2): 127-139.
- [41] Mugadu, A. and D. A. Hills (2001). "A shrink-fitted peg subjected to a tensile load." International Journal of Mechanical Sciences 43(7): 1629-1641.
- [42] Navarro, C., M. Garcia, et al. (2003). "A procedure for estimating the total life in fretting fatigue." Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 26(5): 459-468.
- [43] Pedersen, P. (2006). "On Shrink Fit Analysis and Design." Computational Mechanics 37(2): 121-130.
- [44] Sadeler, R. (2006). "Influence of contact pressure on fretting fatigue behaviour of AA 2014 alloy with dissimilar mating material." Fatigue and Fracture of Engineering Material and Structures 29(12): 1039-44.
- [45] Sharp, M. L., G. E. Nordmark, et al. (1996). Fatigue design of aluminum components and structures. New York ; Toronto, McGraw-Hill.
- [46] Steven, G. P. (1975). "The shrink-fit problem with both components being elastic." International Journal of Engineering Science 13(7-8): 663-673.
- [47] Wang, Y.-Y. and W.-X. Yao (2004). "Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria." International Journal of Fatigue 26(1): 17-2.