

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	ii
LISTE DES FIGURES	v
LISTE DES TABLEAUX.....	vi
RÉSUMÉ.....	vii
REMERCIEMENTS.....	ix
 Chapitre 1	1
INTRODUCTION.....	1
1.1 Problématique.....	2
1.2 Objectifs	6
1.3 Méthodologie.....	7
 Chapitre 2	10
REVUE DES LITTÉRATURES.....	10
2.1 Effet du mouvement du liquide	10
2.1.1 Interaction liquide-véhicule	10
2.1.2 Comportement du liquide dans une citerne	13
2.2 La géométrie de la citerne	14
2.2.1 Géométrie extérieure.....	14
2.2.2 Géométrie intérieure et utilisation des chicanes	17
2.3 Résistance des parois.....	18
2.4 Synthèse.....	20
 Chapitre 3	22

MODÉLISATION DU MOUVEMENT DU LIQUIDE	22
3.1 Introduction	22
3.2 Différents modèles mécaniques équivalents	22
3.2.1 Système masse-ressort	23
3.2.2 Système du pendule simple.....	24
3.2.3 Autres systèmes	25
3.3 Nouveau système élaboré	27
3.3.1 Présentation du système.....	27
3.3.2 Formulation des équations	31
3.3.3 Obtention des paramètres.....	34
Chapitre 4	57
DÉPLACEMENTS ET FORCES DE PRESSION	57
4.1 Calcul des paramètres.....	57
4.2 Déplacements	60
4.3 Fréquences naturelles	62
4.4 Forces de pression interne	64
Chapitre 5	66
OPTIMISATION DES CITERNES.....	66
5.1 Calcul de l'épaisseur d'une citerne:	66
5.2 Choix des matériaux :.....	70
5.3 Épaisseurs minimales des parois	74
5.4 Poids des citernes	76
Chapitre 6	79
CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....	79

RÉFÉRENCES :..... 82

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: Camion-citerne d'unité [1].....	2
Figure 1.2: Camion-citerne à une remorque [2].	2
Figure 1.3: Camion-citerne à deux remorques [3].....	3
Figure 1.4: Camion-citerne à plusieurs remorques (train routier) [4].....	3
Figure 1.5: Renversement des camions citernes [8,9].	5
Figure 2.1: Table d'inclinaison pour véhicules lourds [14].	12
Figure 2.2: Étude expérimentale d'une citerne [19].	14
Figure 2.3: Formes de citernes optimales pour différents taux de remplissage [21].	15
Figure 2.4: Sections latérales étudiées par Kang [22].	16
Figure 2.5: type de chicanes étudiées [25].....	17
Figure 2.6: La citerne ISO [32].....	20
Figure 3.1: Modèle mécanique équivalent à une citerne ellipsoïdale [34].	23
Figure 3.2: Modèle mécanique du pendule dans une citerne cylindrique [35].....	24
Figure 3.3: Modèles mécaniques équivalents à des réservoirs longs et profonds [34].....	25
Figure 3.4: Modèle mécanique représentant une citerne conique [34].....	26
Figure 3.5: Schéma expliquant la répartition de la masse du liquide.	28
Figure 3.6: Schéma représentant le système en repos.	29
Figure 3.7: Schéma représentant le système en mouvement.	30
Figure 3.8: Paramètres de la citerne à section circulaire.	35
Figure 3.9 : Schéma expliquant le calcul des déplacements maximaux.	39
Figure 3.10: Paramètres de la citerne à section elliptique.	41
Figure 3.11: Dimensions de la section ovale modifiée.	45
Figure 3.12: Paramètres de la citerne à section ovale modifiée.....	47
Figure 3.13: Dimensions de la section trapézoïdale modifiée [21].	50
Figure 3.14: Paramètres de la citerne à section trapézoïdale.	54
Figure 5.1: Train de laminoir d'aluminium [37].	72

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1: Nombre de véhicules lourds impliqués dans des accidents mortels [5].	3
Tableau 1.2: Nombre de camions-citernes impliqués dans des accidents mortels en 2007 [5].....	4
Tableau 4.1: Conditions critiques de renversement.....	58
Tableau 4.2: Paramètres du système mécanique pour les différentes formes de citernes. ...	59
Tableau 4.3: Déplacements des centres de masses en <i>cm</i>	61
Tableau 4.4: Fréquences naturelles du système mécanique en <i>Hz</i>	63
Tableau 4.5: Forces latérales pour les différentes formes de section en <i>N</i>	65
Tableau 5.1: Matériaux choisis et leurs propriétés.	74
Tableau 5.2: Comparaison des épaisseurs de différentes formes de citernes pour des conditions CO et CC.	75
Tableau 5.3: Comparaison des poids de citernes pour différents matériaux dans des conditions CO et CC.	77

RÉSUMÉ

La stabilité des camions citernes a été le sujet de plusieurs études dans les dernières décennies, les accidents de ces véhicules lourds peuvent causer des ravages affectant la nature et l'humanité. Le renversement est l'un des facteurs les plus influents dans les accidents des camions citernes. Les performances dynamiques de la charge transportée jouent un rôle considérable sur la stabilité du véhicule. La géométrie, le taux de remplissage et le poids de la citerne sont tous des facteurs qui influent directement sur le comportement dynamique du véhicule. Malgré les recherches qui ont été consacrées à l'étude du comportement du liquide à l'intérieur des citernes, peu d'études ont visé l'optimisation du poids du réservoir en utilisant des matériaux légers et résistants tels que l'aluminium.

Dans le cadre de cette étude, un nouveau modèle mécanique est développé afin de simuler le mouvement du liquide dans une citerne partiellement remplie, le but de ce modèle est d'évaluer les déplacements latéraux et les fréquences naturelles de la surface libre et du reste du liquide, ainsi que les forces de pression critiques exercées sur les parois de la citerne. Quatre formes de sections latérales ont été abordées et analysées dans le but d'obtenir la meilleure représentation de chacune d'elles et ainsi acquérir des résultats distincts et précis. Par la suite, les valeurs des forces latérales de pression sont utilisées comme étant les forces maximales qui peuvent être générées par le déplacement du liquide dans des conditions opérationnelles. Après avoir sélectionné certains matériaux appropriés à la conception des citernes selon les critères exigés, les épaisseurs des parois sont alors évaluées et comparées aux épaisseurs satisfaisant les conditions de construction imposées par l'ASME (American Society of Mechanical Engineers) et le département américain de transport. Ainsi, les poids des différentes formes de réservoirs sont obtenus en fonction des matériaux sélectionnés. Les résultats acquis par le modèle développé dans cette étude ont démontré qu'il est possible de diminuer le poids du réservoir des camions citernes par

l'utilisation de certains alliages d'aluminium en laissant une marge importante avec les conditions et normes imposées.

Les résultats de cette recherche permettraient de discuter la possibilité de diminuer le poids de la citerne pour les véhicules routiers afin d'améliorer leur performance dynamique et réduire la consommation du carburant.

Rapport-Gratuit.Com

REMERCIEMENTS

Je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail de recherche dans les meilleures conditions.

Je tiens à exprimer ma gratitude et ma reconnaissance envers mon directeur de recherche, Monsieur Mohamed Bouazara, professeur au département des sciences appliquées à l'Université du Québec à Chicoutimi, qui s'est toujours montré à l'écoute et très disponible tout au long de la réalisation de ce projet malgré ses engagements professionnels. Son orientation judicieuse et son engagement sincère m'ont permis d'avoir un encadrement remarquable pour l'accomplissement de mon projet.

Mes sincères remerciements à mon codirecteur, Monsieur Marc J. Richard, professeur à l'université Laval à Québec, pour ses conseils enrichissants et ses remarques pertinentes qui ont été pour moi une aide précieuse.

Je tiens à remercier le professeur Fouad Erchiqui, de l'université du Québec à l'Abitibi-Témiscamingue et le professeur Ramdane Younsi, de l'école polytechnique de Montréal d'avoir accepté de consacrer leurs temps précieux pour évaluer ce mémoire.

J'exprime ma profonde reconnaissance à mes chers parents et mon cher frère pour tous leurs sacrifices et leurs patiences, pour toute peine qu'ils se sont donnée à me guider et me soutenir même dans les pires circonstances.

Mes plus sincères sentiments à ma femme pour son soutien, son sacrifice et son encouragement durant toute la période de la réalisation de ce travail.

Je remercie finalement mes amis et collègues avec lesquels nous avons partagé des moments inoubliables et une ambiance de travail exceptionnelle. Je les remercie pour leur aide et leur appui.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

De nos jours, le transport des liquides est un besoin économique essentiel, l'utilisation des camions citernes est un moyen efficace pour le transport terrestre des liquides. Cependant, le risque des accidents routiers est omniprésent et peut causer de graves dégâts. Les liquides transportés sont souvent des produits inflammables ou contiennent des substances chimiques dangereuses pour la nature et l'humanité. Les accidents des camions citernes peuvent causer d'énormes pertes humaines et économiques. De plus, les explosions, les incendies et la dissipation de produits chimiques sont capables de provoquer des ravages et ainsi affecter la nature et l'environnement.

Le renversement est l'un des facteurs qui engendrent le plus d'accidents de camions citernes. Plusieurs paramètres peuvent influencer le comportement dynamique du véhicule tel que les dimensions, la géométrie, le poids et le taux de remplissage de la citerne. Certains de ces paramètres ont été étudiés profondément dans des travaux antérieurs. Cependant, l'étude de la possibilité de diminuer le poids de la citerne en utilisant des matériaux légers tels que l'aluminium n'a pas été profondément abordée. En effet, l'usage des alliages d'aluminium est de plus en plus répandu dans le domaine du transport. Les diverses propriétés physiques et mécaniques des différents alliages d'aluminium procurent une multitude de possibilités de conception des pièces automobiles. Notamment, la fabrication des citernes mobiles en aluminium peut diminuer le poids du véhicule, ce qui permet de charger davantage de marchandises. De plus, le véhicule consomme moins de carburant lorsqu'il est plus léger. Il en découle une minimisation du coût et de l'émission

de CO₂. D'autre part, la très bonne résistance à la corrosion de l'aluminium contribue à une longue durée de vie des véhicules. Par ailleurs, les alliages d'aluminium sont faciles à mettre en œuvre, ils se prêtent sans difficulté à toutes sortes de mise en forme et de modes d'assemblage. D'un point de vue mécanique, la diminution du poids du réservoir réduit la hauteur du centre de masse global du véhicule, cela affecte positivement sa stabilité et minimise le risque de renversement.

Ces avantages nous laissent étudier la possibilité d'usage de certains alliages d'aluminium dans la conception des citernes pour les véhicules routiers dans l'intention de contribuer à la minimisation des accidents dus au renversement, la réduction de l'émission de CO₂ et le prolongement de la durée de vie du véhicule.

1.1 Problématique

Les camions citernes demeurent un moyen de transport terrestre important pour des masses liquides. Tout au long du XX^e siècle, ils ont subi plusieurs modifications et améliorations. Aujourd'hui, il existe une multitude de configurations de ce type de véhicule. Certains besoins économiques ont conduit à des conceptions personnalisées de plus en plus complexes et imprévisibles. On retrouve des véhicules d'unité, d'autres articulés à une ou plusieurs remorques. Les configurations les plus employées sont présentées par les images des figures 1.1, 1.2, 1.3 et 1.4 :



Figure 1.1: Camion-citerne d'unité [1].



Figure 1.2: Camion-citerne à une remorque [2].



Figure 1.3: Camion-citerne à deux remorques [3].



Figure 1.4: Camion-citerne à plusieurs remorques (train routier) [4].

Les véhicules lourds sont de plus en plus impliqués dans des accidents routiers à cause de leurs géométries complexes. En effet, les statistiques recueillies par l'administration nationale de la sécurité routière NHTSA entre 2003 et 2007 [5] indiquent que le nombre de véhicules lourds impliqués dans des accidents mortels aux États-Unis dans une période de 5 ans a atteint 26059 et que les véhicules articulés sont les plus impliqués dans les accidents comme l'indique le Tableau 1.1:

Tableau 1.1: Nombre de véhicules lourds impliqués dans des accidents mortels [5].

Configuration du camion	2003	2004	2005	2006	2007
Camion d'unité	1499	1622	1647	1600	1546
Camion d'unité + remorque	218	221	215	252	247
Tracteur routier	87	111	93	102	104
Tracteur + semi-remorque	3005	3160	3159	3054	2953
Tracteur + deux remorques	157	156	185	156	162
Autres combinaisons	38	33	32	36	26
Inconnu	100	10	12	50	11
Total	5104	5313	5343	5250	5049

Au Canada, on a enregistré 11654 accidents de véhicules lourds et de tracteurs routiers en 2009 qui ont tué 99 personnes et blessé 2528 autres [6]. Les véhicules articulés sont les plus exposés au renversement. En 2006, plus de 15000 accidents de véhicules lourds dus au renversement ont été enregistrés aux États-Unis, 10000 d'entre eux étaient des véhicules articulés [7].

Le nombre de camions citernes sur les routes augmente de jour en jour à cause de l'accroissement de la demande sur les marchés économiques tels que les produits pétroliers et alimentaires. Néanmoins, les impondérables réactions de ce type de véhicule peuvent provoquer de graves accidents. D'ailleurs, en 2007, 356 camions-citernes transportant des liquides ont été impliqués dans des accidents mortels aux États-Unis [5], 269 d'entre eux étaient des véhicules articulés à une remorque (Figure 1.2). Le Tableau 1.2 indique le nombre de camions citernes impliqués dans des accidents mortels en 2007 :

Tableau 1.2: Nombre de camions-citernes impliqués dans des accidents mortels en 2007 [5].

Configuration du camion-citerne	Nombre d'accidents	Camions renversés comme premier évènement	Camions renversés comme évènement subséquent
Véhicule d'unité	69	6	17
Véhicule d'unité + remorque	14	1	2
Tracteur + semi-remorque	315	29	55
Tracteur + deux remorques	11	0	5

D'après ce tableau, on remarque que les camions citernes à semi-remorques sont les plus exposés aux accidents et que le taux de renversement est assez élevé pour toutes les configurations.

Les véhicules lourds transportent souvent des matières dangereuses (essence, gazole, kérosène, produits chimiques...), des statistiques ont montré qu'au Canada:

- 43% des accidents de camions transportant des matières dangereuses demeuraient à cause du renversement.
- 83% des camions renversés étaient des camions-citernes, soit 36% de tous les camions transportant des matières dangereuses.

Les images de la Figure 1.5 montrent des accidents de camions citernes dus au renversement :



Figure 1.5: Renversement des camions citernes [8,9].

Le renversement est alors l'un des facteurs les plus influents dans les accidents des camions citernes. Parmi les causes de ce renversement, reste la vitesse excessive du véhicule, l'état du conducteur et le design de la route souvent inapproprié pour les véhicules lourds possédant un risque de renversement élevé. Cependant, des véhicules roulant à des vitesses égales dans la même route peuvent avoir un comportement dynamique différent selon la forme, le poids et les dimensions de la charge transportée. Les performances dynamiques de la citerne jouent alors un rôle important sur la stabilité du véhicule. La géométrie extérieure (elliptique, cylindrique...) et intérieure (chicanes, cloisons...), le taux de remplissage et le poids de la citerne sont des facteurs qui influent directement sur la stabilité du véhicule. Malgré les recherches qui ont été consacrées à

l'étude du comportement du liquide à l'intérieur des citernes en fonction de la géométrie et du taux de remplissage, peu d'études ont visé l'optimisation de la citerne en utilisant des matériaux légers et résistants dans le but de diminuer le poids de la citerne demeurant un facteur important sur la stabilité des camions citernes et sur la consommation du carburant.

Afin d'améliorer la conception des citernes pour les véhicules routiers, il est nécessaire de consacrer des recherches sur l'optimisation des performances du réservoir afin d'obtenir une citerne plus légère tout en gardant la robustesse souhaitée. Ceci influencera directement le comportement dynamique du véhicule et ainsi diminuer le nombre d'accidents des camions citernes.

1.2 Objectifs

Dans le cadre de cette recherche, nous avons pour but d'atteindre plusieurs objectifs qui sont :

- Améliorer les connaissances sur l'utilisation de l'aluminium et de certains alliages légers dans le domaine du transport terrestre.
- Élaborer un modèle mécanique pour la simulation du mouvement du liquide dans une citerne partiellement remplie.
- Étudier l'effet de la forme du réservoir sur le comportement dynamique du liquide.
- Calculer les déplacements et les forces de pression exercées par le liquide sur les parois de la citerne.
- Étudier la possibilité de minimiser le poids de la citerne tout en gardant une résistance aux vibrations et aux forces exercées par le liquide.
- Analyser les contraintes sur certaines zones de la citerne.

1.3 Méthodologie

Afin de répondre à la problématique et atteindre les objectifs de ce travail, il est important de suivre une méthodologie. Celle-ci se répartie en quatre chapitres dont deux sont à caractère théorique, les deux autres présentent et commentent les résultats obtenus.

D'abord, le deuxième chapitre est consacré à la revue des littératures. En effet, il rassemble plusieurs travaux réalisés précédemment comportant des informations reliées à notre sujet de recherche. Ce chapitre est réparti en trois sections:

- L'influence du mouvement du liquide dans la citerne sur la stabilité du véhicule.
- L'effet de la géométrie extérieure et intérieure de la citerne sur le comportement dynamique du liquide.
- L'étude de la résistance des parois et l'optimisation des performances dynamiques du réservoir.

Ensuite, le troisième chapitre présente un nouveau modèle mécanique simple permettant de simuler le mouvement latéral du liquide dans une citerne partiellement remplie. L'élaboration de ce modèle se fait suivant les étapes suivantes :

- Revoir les modèles mécaniques qui ont été réalisés dans des travaux antérieurs conçus pour représenter le mouvement du liquide dans différents types de réservoirs.
- Proposer des modifications permettant une simulation plus appropriée du mouvement latéral du liquide dans une citerne horizontale.
- Établir un nouveau modèle mécanique en s'inspirant des études antérieures et des modifications discutées.
- Définir les paramètres et formuler les équations de mouvement du système mécanique développé.
- Calculer les paramètres du système en fonction des dimensions de quatre sections latérales de citerne (circulaire, elliptique, ovale modifiée et trapézoïdale modifiée).

Le quatrième chapitre expose les résultats des déplacements, des fréquences et des forces de pressions obtenus en employant le nouveau modèle mécanique. L'enchaînement de ce chapitre se fait comme suit :

- Attribuer des valeurs numériques aux dimensions des quatre sections de citerne et déduire les valeurs des paramètres du système mécanique correspondant à chaque forme.
- Élaborer un programme en utilisant le logiciel de calcul scientifique MAPLE afin de solutionner les équations de mouvement.
- Calculer les déplacements maximaux du liquide dans les différentes formes de citerne.
- Déterminer les fréquences propres du modèle élaboré par rapport à chaque type de réservoir.
- Évaluer les forces de pression latérales maximales engendrées par le déplacement du liquide sur les parois de la citerne.
- Discuter et comparer les résultats obtenus.

Par ailleurs, le cinquième chapitre est consacré à l'optimisation des performances de la citerne en utilisant des matériaux légers et performants. Ce chapitre suit un raisonnement spécifique qui réside dans les points suivants :

- Élaborer une formule permettant de calculer l'épaisseur minimale des parois d'une citerne en prenant en considération les effets imprévisibles de la conception (facteur de sécurité, coefficient d'efficacité).
- Sélectionner des matériaux appropriés à la fabrication des parois de citernes et satisfaisant les critères imposés par les organismes gouvernementaux.
- Comparer les conditions de conception imposées par l'ASME avec les conditions de conception opérationnelles retrouvées en employant le nouveau modèle mécanique.
- Évaluer les épaisseurs minimales des parois en fonction des matériaux sélectionnés, des conditions de conception et des formes de citerne.

- Estimer les poids moyens des citernes.
- Comparer les résultats obtenus et discuter la possibilité de minimisation du poids.

Finalement, le sixième chapitre comporte les discussions et les conclusions générales tirées de cette présente étude. Il propose aussi des recommandations concernant des projets futurs dans les domaines reliés à ce travail.

Rapport-Gratuit.Com

CHAPITRE 2

REVUE DES LITTÉRATURES

Dans ce chapitre, nous allons présenter une idée générale sur les travaux les plus récents qui se rapportent à cette présente recherche. La revue de la littérature est répartie en trois sections. La première section concerne les principales recherches qui ont été dédiées à l'étude du comportement du liquide dans les citernes et son impact sur la stabilité du véhicule. La deuxième section propose des travaux consacrés à l'étude de l'effet de la géométrie de la citerne sur le mouvement du liquide. La troisième section comporte certaines recherches dédiées à l'étude de la résistance des parois et au choix du matériau désigné pour la conception des citernes.

2.1 Effet du mouvement du liquide

2.1.1 Interaction liquide-véhicule

La stabilité des camions citernes a été le sujet de plusieurs recherches dans ces dernières années, l'impact du mouvement du liquide dans la citerne sur le véhicule reste l'un des facteurs les plus influents sur leur stabilité. Dans sa thèse, Toumi [10] a développé un modèle analytique et numérique complet sur l'interaction liquide-véhicule, il a modélisé les efforts statiques et dynamiques exercés par le liquide sur le comportement global du véhicule. Il a commencé par l'étude du décalage latéral du liquide pour une citerne à section elliptique subie à des mouvements délicats du véhicule. Ensuite, il aborde le

décalage longitudinal sur une citerne cylindrique avec et sans chicanes à orifices. Dans les deux cas, la réponse transitoire du mouvement du liquide est évaluée par le déplacement instantané des coordonnées du centre de masse, des moments d'inertie et de la pression du liquide sur les parois de la citerne. Il remarqua que l'utilisation des chicanes à orifices permet de diminuer de 10% le déplacement longitudinal du centre de masse pour une citerne remplie à 50% et de 30% pour une citerne remplie à 70%. Par contre, le déplacement vertical du centre de masse et les forces de pression sur les parois ne diminuent que de 5% dans les deux cas. Toumi [11] a aussi utilisé les équations de Navier-Stokes pour caractériser analytiquement et numériquement l'impact du mouvement du liquide dans la citerne sur le comportement du véhicule en affectant des forces latérales externes simulant un virage ou un changement de voie simple ou double. Enfin, il compare avec un véhicule transportant une masse rigide et conclue que le mouvement du liquide dans la citerne est un facteur très influent sur le comportement d'un véhicule.

Une autre approche par Romero [12] a été développée dans le but de modéliser l'interaction du système véhicule-citerne. Celle-ci a assemblé trois modèles mathématiques pour simuler cette interaction. Le premier modèle consiste à prédire les fréquences naturelles du ballonnement du liquide à l'intérieur de la citerne partiellement remplie. Le deuxième est une formule permettant de calculer le moment d'inertie de la masse suspendue du véhicule dérivé du mouvement du liquide dans la citerne. Le troisième modèle est un système dynamique multicorps servant à simuler la réponse de la moitié du véhicule par rapport au déplacement de la charge. Quand on simule les fréquences d'oscillation du liquide, le moment d'inertie de la masse suspendue est calculé simultanément et appliqué directement sur la moitié du camion. En appliquant cette approche sur une citerne à section elliptique, les résultats obtenus ont montré que le mouvement du liquide peut représenter une augmentation de 40% de la tendance de renversement, l'effet maximum est obtenu quand la citerne est remplie complètement à cause de la masse importante suspendue.

Dans le cadre du comportement dynamique non linéaire du liquide dans des citernes partiellement remplies, une approche a été développée afin d'étudier l'impact du ballonnement non linéaire du liquide sur le mouvement longitudinal du véhicule [13]. Le modèle élaboré permet de calculer les forces exercées sur la sellette et les essieux du véhicule en tenant compte des effets du ballonnement du liquide dans la citerne et de l'effet de la rugosité de la route sur la structure du véhicule. En appliquant ce modèle sur une citerne de forme cylindrique et en faisant subir le véhicule à des excitations périodiques d'une route fortement rugueuse, on peut obtenir des résultats plus significatifs en comparant avec le modèle linéaire équivalent surtout si les amplitudes du ballonnement du liquide sont de plus en plus grandes. Les résultats obtenus dans cette étude peuvent être très utiles dans l'étude de la robustesse et la fatigue des camions-citernes.

Plusieurs configurations de camions citernes de différents pays ont subi des tests expérimentaux afin de déterminer l'accélération minimale menant au renversement [14]. Ces tests ont été réalisés en employant une table d'inclinaison assez longue et solide afin de supporter le poids des véhicules comme l'indique l'image de la Figure 2.1 :



Figure 2.1: Table d'inclinaison pour véhicules lourds [14].

L'accélération latérale minimale est calculée comme étant la tangente de l'angle maximale d'inclinaison de la table que peut supporter le véhicule. Les résultats ont montré que 76% des véhicules testés ont un seuil de renversement moyen inférieur à 0.40 g et 46%

d'entre eux admettent un seuil de renversement en dessous de 0.35 g. Ceci est dû au poids élevé autorisé au Canada et aux caractéristiques de conception des camions citernes utilisés ayant un haut centre de gravité.

2.1.2 Comportement du liquide dans une citerne

Le développement d'un modèle mathématique efficace permettant d'étudier le mouvement d'un liquide dans une citerne soumise à des excitations longitudinales nécessite des outils mathématiques avancés. Le problème n'est pas séparable dans le cas d'une citerne de forme cylindrique à moitié remplie [15]. La solution générale est écrite sous la forme d'un double développement en série de la fonction de temps associée à des fonctions spatiales. La solution est alors réduite à une série de systèmes d'équations différentielles linéaires pour permettre la résolution numérique, cette simplification donne des résultats assez précis en termes de fréquences et forces hydrodynamiques du ballonnement. Enfin, la comparaison des résultats sur une citerne de forme cylindrique avec son équivalente en forme rectangulaire a montré qu'il y a une similitude dans les résultats, surtout pour les plus longs réservoirs. Par conséquent, la citerne rectangulaire équivalente peut être utilisée comme approximation d'une citerne cylindrique à moitié remplie.

La méthode des différences finies indépendante du temps a été élaborée et utilisée pour étudier le mouvement non linéaire bidimensionnel d'un liquide dans une citerne rectangulaire [16]. On en a déduit que pour une fréquence d'excitation fixe, le déplacement de la surface libre et le déplacement horizontal dû à l'excitation sont linéairement proportionnels. De ce modèle, on peut aussi déduire une formule simple pour évaluer les forces de pression exercées par le liquide sur les parois de la citerne. Ces forces sont provoquées par les effets de la masse ajoutée lorsque la fréquence d'excitation est grande. La méthode peut aussi être étendue pour une analyse tridimensionnelle de la citerne à six degrés de liberté.

Des études expérimentales ont été réalisées afin d'approfondir les connaissances sur le comportement des liquides dans des citernes de différentes formes partiellement remplies

[17-18-19]. Les résultats sont comparés avec des simulations numériques en utilisant diverses méthodes pour le calcul de la réponse non linéaire du ballonnement du liquide. La Figure 2.2 indique l'un des montages expérimentaux conçus quant à l'observation du comportement du liquide dans une citerne :



Figure 2.2: Étude expérimentale d'une citerne [19].

La méthode des solutions fondamentales est une méthode de simulation numérique permettant la résolution des problèmes linéaires. L'avantage de cette méthode est qu'elle n'utilise pas de maillage sur un corps spécifique comme la méthode des éléments finis. Son utilisation a permis de développer un modèle analysant les vibrations libres d'un liquide dans n'importe quelle forme de citerne [20] en trouvant les fréquences vibratoires naturelles des surfaces libres du liquide.

2.2 La géométrie de la citerne

2.2.1 Géométrie extérieure

Plusieurs recherches ont été consacrées à l'égard de l'optimisation de la géométrie des citernes partiellement remplies. Dans sa thèse, Kang [21] a développé un modèle permettant d'obtenir une section optimale pour chaque taux de remplissage en utilisant des

méthodes d'optimisation avancées. Le but est d'acquérir une citerne ayant une hauteur minimale de centre de masse et réduisant le mouvement latéral du liquide afin de diminuer le moment de renversement du véhicule. Ensuite, il a analysé les performances dynamiques de ces citernes en étudiant le comportement du liquide et son influence sur la stabilité du véhicule et en comparant avec certaines formes conventionnelles. La Figure 2.3 représente certaines formes optimales obtenues par Kang pour différents taux de remplissage :

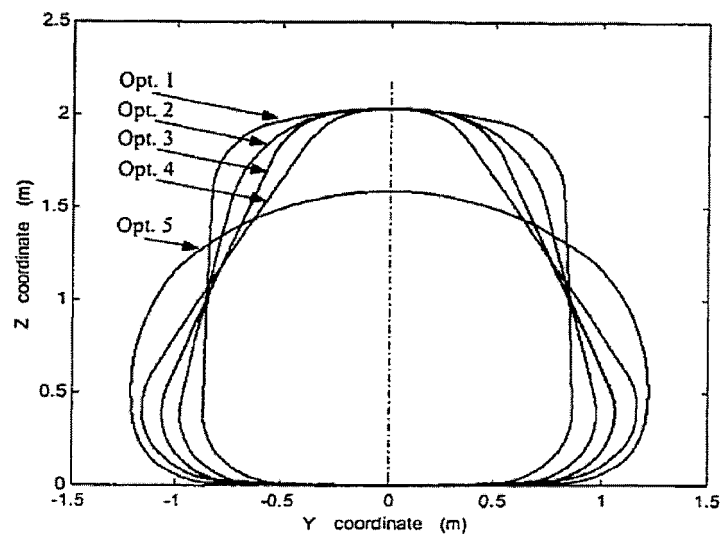


Figure 2.3: Formes de citernes optimales pour différents taux de remplissage [21].

Les formes opt.1, opt.2, opt.3, opt.4 et opt.5 (Figure 2.3) sont respectivement les citernes optimales pour les taux de remplissage de 40%, 50%, 60%, 70% et 100%. Dans une autre étude, Kang [22] a comparé l'effet du mouvement du liquide sur le comportement du véhicule par rapport à quatre géométries différentes présentées dans la Figure 2.4:

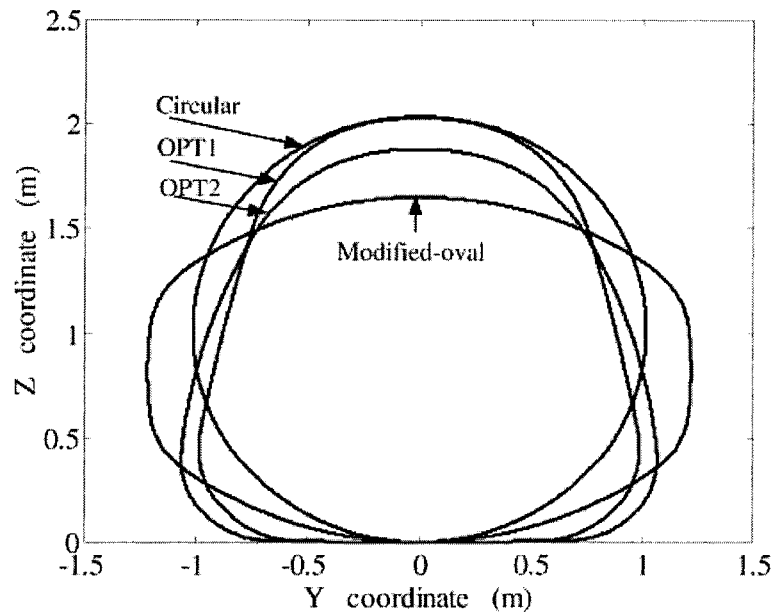


Figure 2.4: Sections latérales étudiées par Kang [22].

En effet, ces modèles optimaux sont plus performants au niveau de la réduction de la réponse latérale du liquide en mouvement tout en gardant un centre de masse assez bas. Cela mène à la réduction de son influence sur la stabilité du véhicule.

Ziarani [23] a développé une nouvelle méthode d'optimisation en employant l'algorithme génétique connu pour sa robustesse et son utilité dans le cas des fonctions multimodales, discontinues et non différentiables. Il a été appliqué afin de minimiser le moment de renversement du véhicule dû au déplacement de la charge dans la citerne partiellement remplie et à la hauteur du centre de masse de la section. Il a aussi utilisé les courbes de B-Spline dans l'intention de fournir la flexibilité nécessaire pour la section latérale de la citerne, il a obtenu un modèle optimal pour chaque taux de remplissage, les résultats sont comparés aux formes les plus utilisées. Ziarani a finalement retrouvé les mêmes résultats obtenus par Kang [21]. En effet, une citerne ayant sa base plus large que son sommet permet de réduire le mouvement latéral du liquide tout en ayant un centre de masse bas.

2.2.2 Géométrie intérieure et utilisation des chicanes

Afin de limiter le mouvement du liquide dans les citernes partiellement remplies, certains chercheurs ont étudié la possibilité de modifier la géométrie intérieure de la citerne en utilisant des chicanes transversales ou longitudinales. L'utilisation des chicanes rigides longitudinales dans une citerne à section elliptique [24] permet de limiter les oscillations sur la surface du liquide. En variant la longueur des semi-axes et la largeur des chicanes installées directement sur la surface libre du liquide dans le cas d'un taux de remplissage de 50%, il est possible de comparer différents résultats et observer l'effet de la géométrie de la citerne et la longueur des chicanes sur la limitation des oscillations sous différents modes. L'étude de la convergence en utilisant une approche par les séries de Fourier a permis d'avoir une convergence rapide avec un temps de calcul minimal dans le cas de citerne avec chicanes. Cependant, ce type de chicanes n'est efficace que pour des taux de remplissage précis.

Trois différents types de chicanes, présentés dans la Figure 2.5, ont été ajoutés à une citerne à section circulaire [25] dans le but de limiter les oscillations latérales du liquide.

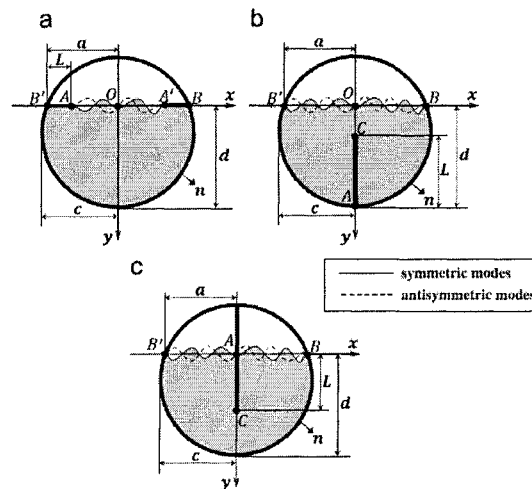


Figure 2.5: type de chicanes étudiées [25].

La méthode consiste à comparer l'impact du taux de remplissage, le positionnement et la longueur des chicanes sur la fréquence, symétrique et antisymétrique, du ballotement du liquide et la pression hydrodynamique associée. Cette approche semi-analytique se base sur la linéarisation théorique des surfaces en utilisant une technique de mappage puissante afin de se focaliser sur la section latérale de la citerne en deux dimensions. Pour les chicanes de type **a**, si on augmente leur largeur, les fréquences antisymétriques tendent vers des fréquences symétriques. D'autre part, les chicanes de type **b** (Figure 2.5) n'ont pas d'effet considérable sur les fréquences du ballotement si la surface libre du liquide dépasse la hauteur de la chicane. De même, les chicanes de type **c** (Figure 2.5) n'affectent pas les fréquences du ballotement si le taux de remplissage est faible. On en conclut finalement que les chicanes de type **a** sont les plus appropriées dans le cas d'une citerne remplie légèrement et qui est soumise à des excitations moyennement petites, celles de type **c** ont le plus d'influence sur les fréquences du ballotement si le taux de remplissage est plus élevé.

Des études approfondies ont été consacrées au mouvement du liquide à l'intérieur des citernes de plusieurs formes différentes, notamment dans le livre [26] où nombreuses recherches antérieures ont été rassemblées. Le mouvement latéral du liquide est simulé par des modèles mécaniques tels que le pendule, qui représente le mouvement du centre de masse, et le système masse-ressort, qui représente le mouvement du liquide sur la surface libre. Ces modèles sont appliqués sur différents types de réservoirs dont les formes cylindrique, sphérique, toroïdale et rectangulaire. Dans un autre chapitre, des propositions concernant l'amortissement du mouvement du liquide ont été abordées telles que l'utilisation des chicanes rigides et flexibles pour les citernes cylindriques et sphériques, l'utilisation de dispositifs flottants ou mobiles, notamment des couvercles flottants et des diaphragmes flexibles, et l'utilisation des cloisons perforées.

2.3 Résistance des parois

L'utilisation des matériaux légers pour la conception des citernes permet de réduire le poids et la consommation du carburant. Des études dans ce domaine ont permis d'élaborer

un modèle numérique qui permet d'évaluer la pression sur les parois d'une citerne causée par l'effet du ballonnement du liquide à l'intérieur du réservoir dû aux différentes manœuvres des camions-citernes [27]. La force de pression latérale et longitudinale calculée est comparée à la force vibratoire de différents matériaux légers. Cette analyse a été appliquée aux trois formes de citernes les plus répandues telles que les formes circulaire, elliptique et ovale modifiée. Les résultats obtenus ont démontré que le poids et l'épaisseur de la citerne peuvent être réduits en laissant une marge importante avec les conditions et normes imposées.

Une autre étude s'est intéressée à la conception des citernes pour les véhicules routiers et ferroviaires en réduisant l'épaisseur des parois afin de diminuer le poids de la citerne en conservant une robustesse suffisante [28,29]. Cette étude a permis d'élaborer un modèle qui analyse la résistance aux dégâts et à l'exposition aux accidents au fur et à mesure afin de donner une épaisseur optimale. Dans le cas de wagon-citerne, toute configuration particulière fournit une épaisseur optimale de citerne, il n'existe pas de modèle idéal pour toutes les configurations.

Dans d'autres études, des critères d'optimisation différents ont été le sujet d'élaboration tel que la résistance à la pression interne et externe en tenant compte de la masse de la citerne [30]. Les résultats de l'analyse nous apportent un rapport optimal entre les dimensions de la citerne qui permet de garder une robustesse convenable.

La citerne ISO est un modèle optimal qui est utilisée dans le transport ferroviaire, routier ou maritime. Ce type de réservoir est équipé d'un cadre externe qui permet de faciliter sa manipulation comme le montre la Figure 2.6:



Figure 2.6: La citerne ISO [32].

Ce modèle a été élaboré en tenant compte des normes imposées par l'ASME [31] (American Society of Mechanical Engineers). Par contre, le modèle du cadre externe de la citerne a été développé expérimentalement [32,33]. L'objectif de cette conception était d'optimiser le poids du réservoir en gardant une robustesse suffisante en vue d'augmenter le volume de la charge liquide. Cependant, les tests sur ces citernes ont été réalisés d'une manière statique sans tenir compte de leur comportement dynamique. Une modélisation de la citerne ISO par la méthode des éléments finis a été conçue dans le but d'étudier le comportement statique et dynamique de celle-ci. Un prototype a été réalisé en se basant sur le modèle mathématique et testé expérimentalement afin de valider le modèle informatique. Les modifications que la citerne a subies sont basées sur le résultat du test de collision. Les changements les plus importants ont touché l'épaisseur des parois dans certaines parties critiques.

2.4 Synthèse

L'effet du mouvement du liquide dans la citerne sur le véhicule reste l'un des facteurs les plus influents sur la stabilité des camions-citernes. Afin de mieux comprendre l'interaction véhicule-liquide, différents modèles analytiques et numériques ont été réalisés dans le but d'évaluer les efforts statiques et dynamiques du liquide et leur impact sur le comportement du véhicule. Cependant, l'élaboration d'un modèle avancé permettant

d'obtenir des résultats favorables nécessite des outils mathématiques complexes et des logiciels de simulation coûteux.

D'autre part, des études expérimentales dédiées à l'analyse du comportement dynamique du liquide dans une citerne partiellement remplie ont validé certains résultats numériques obtenus auparavant. Néanmoins, des expériences de la sorte sont avérées coûteuses et délicates.

La géométrie de la citerne joue un rôle considérable sur la stabilité du véhicule. L'utilisation de réservoirs larges permet d'avoir un centre de masse relativement bas, mais aussi, un plus grand déplacement latéral de la charge liquide. Des recherches ont permis d'acquiescer de nouvelles formes de citernes limitant le déplacement latéral du liquide et ayant un centre de masse plus bas que les formes conventionnelles. L'usage des chicanes transversales et longitudinales reste un autre moyen permettant de limiter le ballonnement du liquide dans une citerne partiellement remplie. Toutefois, des recherches ont montré que la plupart des chicanes n'ont de l'effet que sur des taux de remplissage spécifiques.

Peu d'études ont été dédiées à l'utilisation des matériaux légers dans la conception des citernes. Il en a été déduit que l'on pourrait diminuer l'épaisseur des parois de la citerne afin de réduire son poids tout en laissant une marge considérable avec les normes imposées par l'ASME.

Remplacer les ballonnements du liquide par les oscillations d'un modèle mécanique simple tel qu'un système masse-ressort ou un pendule est une des solutions proposées par certains chercheurs dans le but de simplifier l'analyse du comportement dynamique de la charge liquide dans une citerne. Dans le prochain chapitre (section 3.2), nous présenterons plusieurs modèles qui ont été développés pour des formes de citernes spécifiques. En général, le mouvement de la surface libre est le plus dominant pour des réservoirs profonds, tandis que pour des citernes horizontales, le déplacement latéral du centre de masse du liquide n'est pas négligeable. Les oscillations du centre de masse peuvent aussi être représentées par un système mécanique simple.

CHAPITRE 3

MODÉLISATION DU MOUVEMENT DU LIQUIDE

3.1 Introduction

L'utilisation des approximations numériques des équations de Navier-Stokes dans le but d'analyser le mouvement latéral du liquide nécessite des outils mathématiques et informatiques avancés employant des logiciels de simulation coûteux. D'autre part, les recherches expérimentales dédiées à l'étude du comportement dynamique du liquide s'avèrent coûteuses et délicates. Cependant, des chercheurs ont utilisé des modèles mécaniques équivalents relativement simples permettant de simuler le mouvement latéral du liquide dans des citernes tel qu'un système masse-ressort ou un système de pendule simple. Dans ce chapitre, nous allons discuter certains modèles mécaniques réalisés ultérieurement, et en s'inspirant de ces derniers, nous allons élaborer un nouveau modèle mécanique qui permet une simulation plus concrète du déplacement du liquide dans une citerne.

3.2 Différents modèles mécaniques équivalents

L'étude du mouvement du liquide dans des réservoirs par les méthodes numériques d'approximation des équations de Navier-Stokes nécessite beaucoup de développement mathématique et informatique. Ceci a motivé certains chercheurs à concevoir des méthodes

analytique relativement simples et efficaces afin d'étudier le mouvement des liquides dans les citernes. L'idée consiste à remplacer les oscillations du liquide par les oscillations d'un système mécanique simple tel qu'un système masse-ressort ou un système de pendule.

3.2.1 Système masse-ressort

En 1966, Abramson [34] a rassemblé plusieurs travaux effectués précédemment discutant l'utilisation de modèles mécaniques simples dans la simulation du ballonnement du liquide dans différentes formes de réservoirs verticaux (cylindrique, sphérique, ellipsoïdale, rectangulaire, conique...). La simulation des modes de vibration se fait à l'aide d'un système masse-ressort ou un pendule simple. Toutefois, Abramson n'a employé que le système masse-ressort, car il a remarqué que les deux systèmes procurent le même résultat. Ensuite, il a déduit que le premier mode de vibration (Figure 3.1) du liquide demeure le plus dominant à cause de la surface libre quant à n'importe quelle forme de citerne. La Figure 3.1 représente les différents modes de vibration du liquide modélisées par des systèmes masse-ressort :

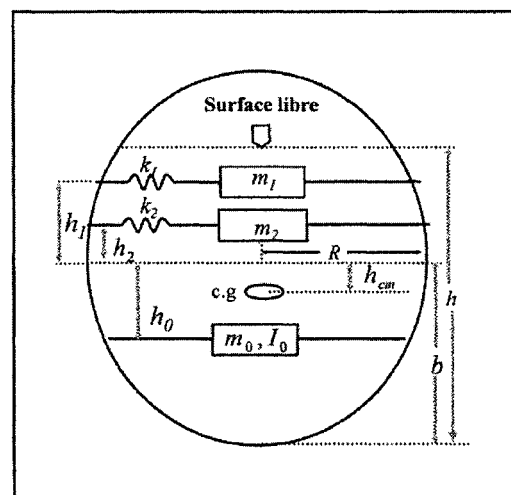


Figure 3.1: Modèle mécanique équivalent à une citerne ellipsoïdale [34].

Dans une autre section, Abramson a simulé la résistance au mouvement d'un liquide (viscosité) en ajoutant un amortisseur au système masse-ressort dans le but d'amortir les

oscillations de la masse. Finalement, il a conclu que le système élaboré peut représenter plusieurs formes de citernes avec des taux de remplissage variés, il suffit de chercher les paramètres adéquats tels que la masse, le coefficient d'amortissement, la hauteur et la raideur du ressort.

3.2.2 Système du pendule simple

Le déplacement du centre de masse d'un liquide dans une citerne horizontale partiellement remplie a une influence considérable sur la stabilité des camions-citernes. Pour certains chercheurs, l'étude du ballottement du liquide revient à étudier le mouvement de son centre de masse. Ranganathan [35] a simulé le mouvement du centre de masse du liquide dans une citerne cylindrique par le mouvement d'un pendule simple où la masse du pendule est soumise à une accélération externe et oscille sans friction. La Figure 3.2 présente le système mécanique considéré :

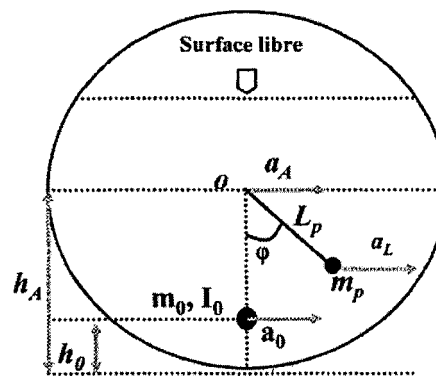


Figure 3.2: Modèle mécanique du pendule dans une citerne cylindrique [35].

En effet, la masse oscillante désigne le centre de masse du liquide, l'angle φ représente le déplacement du pendule tandis que la masse fixe simule l'inertie et le poids de la partie restante du liquide qui n'est pas en mouvement. Cette masse est négligeable dans le cas de réservoirs horizontaux. Pour tous les taux de remplissage, le pendule oscille autour de l'axe central de la citerne. Les deux masses sont calculées à l'aide d'une relation entre les

équations obtenues par le modèle mécanique et les équations décrivant le mouvement dynamique du liquide, la longueur du pendule est calculée en se basant sur les fréquences du ballonnement et les résultats numériques. Néanmoins, ce modèle de pendule ne tient pas compte du mouvement du liquide sur la surface libre.

3.2.3 Autres systèmes

D'autres systèmes mécaniques ont été élaborés afin d'obtenir des résultats plus précis pour de certaines formes spécifiques de réservoirs. Par exemple, pour un réservoir rectangulaire long et profond [34], on a utilisé un système à deux degrés de liberté constitué d'un pendule inversé en forme de T et d'un système masse-ressort attaché sur la partie horizontale du pendule comme le montre la Figure 3.3:

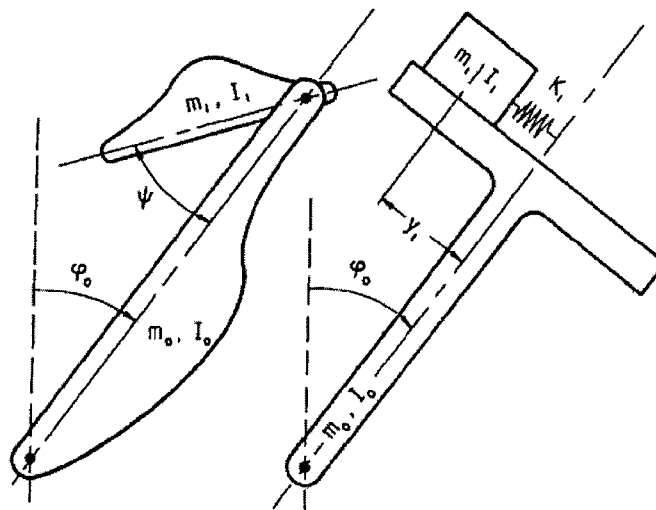


Figure 3.3: Modèles mécaniques équivalents à des réservoirs longs et profonds [34].

En effet, selon ce modèle, l'axe de rotation du pendule représente la partie du liquide qui se trouve au fond du réservoir. On remarque que le mouvement du liquide est de plus en plus faible quand on s'approche du fond de la citerne. Par contre, le système masse-ressort symbolise le mouvement important du liquide sur la surface libre.

Un autre modèle simplifié représente le mouvement du liquide dans le même type de réservoir. Ce système est constitué d'un pendule combiné ayant deux axes de rotation (Figure 3.3 à gauche). La barre la plus longue est en forme de pendule inversé possédant un axe en bas et représente le liquide en profondeur. L'autre barre oscille autour d'un axe situé au bout supérieur de la barre la plus longue et représente le liquide sur la surface libre.

Dans certains cas, il est difficile de mettre au point un système simple qui représente le mouvement du liquide dans des citernes de formes spécifiques. Par exemple, en ce qui concerne des citernes sphériques, le mouvement du liquide sur la surface libre est plus complexe que dans des citernes avec des parois parallèles telles que les citernes rectangulaires, cylindriques ou elliptiques. Dans ce cas, un pendule simple à deux dimensions ne suffit pas pour donner de bons résultats.

D'autre part, les modèles mécaniques correspondant à des formes arbitraires de citernes coniques ne sont pas possibles. Cependant, on peut obtenir des résultats satisfaisants en employant un système de pendule simple simulant le mouvement sur la surface libre d'une citerne de forme conique avec un angle fixe de 45° présenté dans la Figure 3.4:

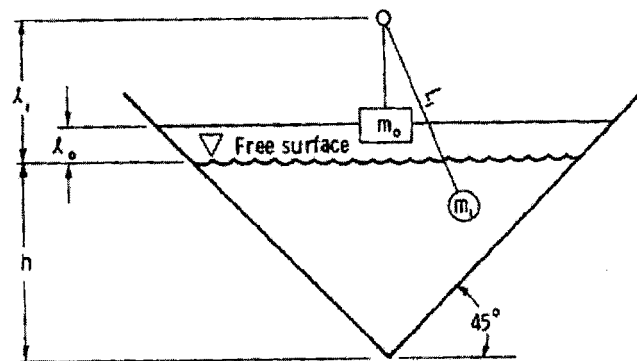


Figure 3.4: Modèle mécanique représentant une citerne conique [34].

Dans le cas d'une citerne conique, le liquide qui oscille sur la surface représente 75% de tout le liquide se trouvant dans la citerne.

En s'inspirant des modèles discutés dans cette section, il est possible d'élaborer un modèle mécanique représentant plus convenablement le mouvement latéral du liquide dans une citerne horizontale et adapté à plusieurs formes. En effet, dans le cas de citerne horizontale, le liquide est totalement en mouvement, le ballonnement du centre de masse du liquide ne suffit pas pour simuler correctement le mouvement global. Les oscillations de la surface libre ne sont pas négligeables et peuvent avoir une influence considérable sur le comportement total du liquide.

3.3 Nouveau système élaboré

3.3.1 Présentation du système

Des chercheurs ont utilisé des modèles mécaniques simples permettant de simuler le mouvement latéral du liquide dans des citernes tels qu'un système masse-ressort ou un pendule simple. Ces modèles ont engendré des résultats satisfaisants. Cependant, ils ne représentent pas convenablement le mouvement global du liquide. Par exemple, dans le cas d'une citerne horizontale soumise à des accélérations latérales, le mouvement du liquide sur la surface libre est aussi important que le déplacement de la partie restante, on ne peut pas négliger les deux déplacements. En se basant sur les modèles mécaniques déjà développés, il est possible de concevoir des modèles performants adaptés à plusieurs formes de citerne et permettant de représenter à la fois le mouvement sur la surface libre et le mouvement du centre de masse.

Dans le cadre d'une étude plus approfondie, nous avons élaboré un nouveau système mécanique qui représente d'une façon plus appropriée le mouvement latéral du liquide dans une citerne horizontale partiellement remplie. En effet, nous avons remarqué qu'il était nécessaire de simuler à la fois le mouvement du liquide sur la surface libre et le déplacement du centre de masse de la partie restante et cela dans un seul modèle mécanique. La raison pour laquelle nous avons choisi de combiner ces deux mouvements dans un seul système mécanique sont que l'ensemble du liquide est excité par la même

force, le centre de masse ne peut pas être en mouvement sans que la surface libre le soit et vice-versa.

Les citernes étudiées sont horizontales, la charge liquide se déplace complètement. Dans ce cas, en plus du premier mode de vibration (mouvement de la surface libre), le déplacement du centre de masse du liquide ne peut pas être négligé. La masse totale du liquide est alors séparée en deux masses, une partie qui oscille sur la surface libre (m_1) et l'autre partie (m_2) qui est centrée dans le mouvement du centre de masse G_2 comme il est illustré dans la Figure 3.5:

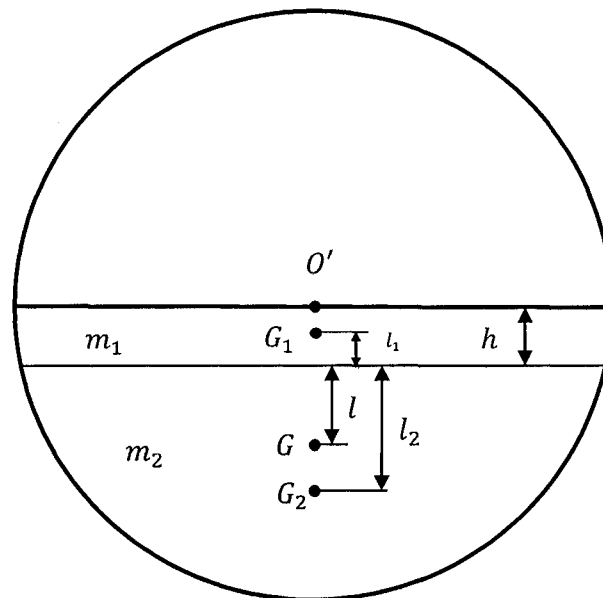


Figure 3.5: Schéma expliquant la répartition de la masse du liquide.

Les points G_1 , G_2 et G représentent respectivement les centres de masse de m_1 , m_2 et m la masse global du liquide, la longueur l_1 est la distance entre G_1 et la masse m_2 , la longueur l_2 est la distance entre G_2 et la masse m_1 , la longueur l est la distance entre G et la masse m_1 (Figure 3.5).

D'après des études antérieures dans notre équipe de recherche [10], la partie du liquide en mouvement sur la surface libre peut avoir une profondeur d'environ 10% de la

profondeur de tout le liquide qui se trouve à l'intérieur de la citerne. En effet, cette profondeur dépend du taux de remplissage et du liquide étudié. Dans notre cas, sa valeur sera fixée afin de simplifier certains calculs ultérieurs. La masse m_1 symbolise la masse de la partie du liquide qui oscille sur la surface libre, soit la masse du liquide comprise entre la surface libre et une profondeur h , tandis que la masse m_2 représente la masse du liquide restante. Le modèle mécanique élaboré sera ainsi composé de deux masses oscillantes.

Le système développé dans notre étude est un modèle mécanique « hybride » inspiré des systèmes discutés dans la section précédente (3.2). D'ailleurs, ce modèle combine un système masse-ressort et un pendule dans le but de donner de meilleurs résultats de simulation et une représentation plus concrète du liquide dans le cas de citernes horizontales.

Le schéma de la Figure 3.6 représente le système en repos :

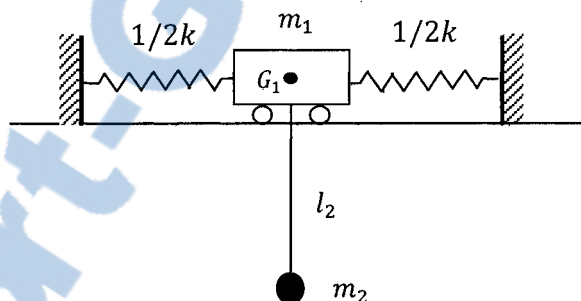


Figure 3.6: Schéma représentant le système en repos.

La masse m_1 représente la masse du liquide sur la surface libre. D'après Abramson [34], le premier mode de vibration est le plus dominant, il est nécessaire de modéliser le mouvement du liquide sur la surface libre par un système mécanique simplifié tel qu'un système masse-ressort. La masse m_1 est attachée à deux ressorts d'une rigidité totale k et oscille horizontalement sans frottement. Le positionnement de son centre de masse G_1 est nécessaire pour la formulation des équations de mouvement. En effet, G_1 est situé d'une distance l_1 de l'axe de rotation du pendule. D'autre part, la masse m_2 représente le centre

de masse du liquide. Le choix du pendule est inspiré de l'étude de Ranganathan [35] qui a simulé le mouvement du centre de masse du liquide par un pendule simple. Les ressorts ont pour but de laisser les deux masses m_1 et m_2 osciller en permanence et leurs élasticités seront calculées ultérieurement en se basant sur les déplacements critiques du liquide et les seuils de renversement.

Lorsque la citerne subit une force externe due au déplacement du véhicule tel qu'un changement de voie ou un virage, une force latérale $f(t)$ est alors appliquée sur les deux masses afin d'exciter le système. Ainsi, les masses se déplacent simultanément. Le schéma de la Figure 3.7 représente le système en mouvement excité par une force d'entrée :

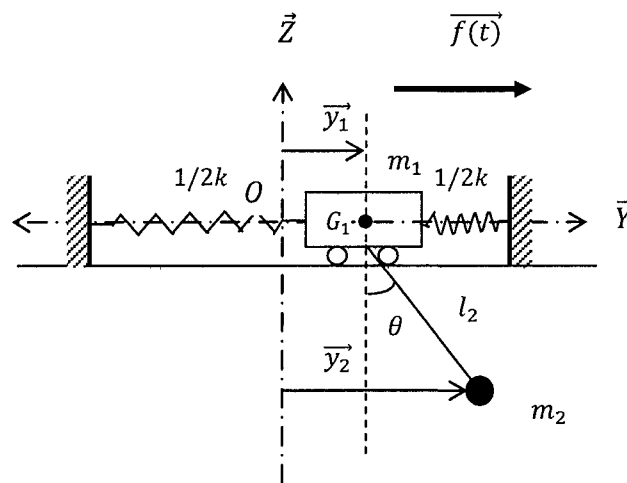


Figure 3.7: Schéma représentant le système en mouvement.

La masse m_1 se déplace latéralement suivant l'axe \vec{Y} avec un déplacement noté \vec{y}_1 pendant que le pendule de masse m_2 oscille d'un angle θ autour d'un axe attaché à la masse m_1 et se déplace latéralement avec un déplacement noté \vec{y}_2 . Ainsi, le nouveau système présenté est à deux degrés de liberté, dans ce cas, nous obtiendrons deux équations de mouvement.

3.3.2 Formulation des équations

Dans cette partie, nous allons rechercher les équations de mouvement du système mécanique afin d'analyser son comportement. La résolution de ces équations pour des paramètres spécifiques va permettre d'obtenir des résultats essentiels dans cette recherche. Les deux équations de mouvement seront obtenues en procédant par la méthode des équations de Lagrange. Cette méthode est très robuste et efficace dans le cas d'un système mécanique à plusieurs degrés de liberté. Pour cela, nous allons débiter par le calcul des énergies cinétique T et potentielle V :

L'énergie cinétique de la masse m_1 est donnée par :

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 \quad (3.1)$$

L'énergie cinétique du pendule m_2 est donnée par :

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 \dot{r}^2 \quad (3.2)$$

tel que r est la distance entre O l'origine du repère (O, \vec{Y}, \vec{Z}) et la masse m_2 (Figure 3.7).

Projetons la distance r sur le repère (O, \vec{Y}, \vec{Z}) , on a alors :

$$r = (y + l_2 \sin\theta) \vec{Y} + (-l_2 \cos\theta) \vec{Z} \quad (3.3)$$

$$\dot{r} = (\dot{y}_1 + l_2 \dot{\theta} \cos\theta) \vec{Y} + (l_2 \dot{\theta} \sin\theta) \vec{Z} \quad (3.4)$$

Ce qui nous permet d'obtenir :

$$\dot{r}^2 = \dot{y}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}^2 + 2\dot{y}_1 l_2 \dot{\theta} \cos\theta \quad (3.5)$$

Substituons \dot{r}^2 dans l'expression (3.2), nous obtenons :

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 [\dot{y}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}^2 + 2\dot{y}_1 l_2 \dot{\theta} \cos\theta] \quad (3.6)$$

Ainsi

$$T_2 = \frac{1}{2}m_2\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\theta}^2 + m_2\dot{y}_1l_2\dot{\theta}\cos\theta \quad (3.7)$$

L'énergie cinétique totale T du système est la somme de T_1 et T_2 :

$$T = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\theta}^2 + m_2\dot{y}_1l_2\dot{\theta}\cos\theta \quad (3.8)$$

L'énergie potentielle totale V du système est :

$$V = \frac{1}{2}ky_1^2 - m_1gh_1 - m_2gh_2 \quad (3.9)$$

avec $h_1 = 0$ et $h_2 = -l_1 - l_2(1 - \cos\theta)$.

Quand on remplace dans (3.9) on obtient :

$$V = \frac{1}{2}ky_1^2 + m_2g[l_1 + l_2(1 - \cos\theta)] \quad (3.10)$$

Dans le cas d'un système mécanique à deux degrés de liberté sans coefficient de frottement ni amortissement (système conservatif) excité par des forces externes, les équations de Lagrange sont définies comme suit :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial y_1} + \frac{\partial V}{\partial y_1} = f_1(t) \quad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} = l_2 \cdot f_2(t) \quad (3.12)$$

tel que $f_1(t)$ et $f_2(t)$ sont les forces d'excitation du système. Calculons chacun des termes des équations de Lagrange. Pour cela, on dérive l'expression de T , donnée par la formule (3.8), par rapport à \dot{y}_1 :

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = (m_1+m_2)\dot{y}_1 + m_2l_2\dot{\theta}\cos\theta \quad (3.13)$$

Ensuite, on dérive (3.13) par rapport au temps t :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} \right) = (m_1 + m_2) \ddot{y}_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta} \cos \theta - m_2 l_2 \dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (3.14)$$

On dérive après les expressions de T (3.8) et V (3.10) par rapport à y_1 .

$$\frac{\partial T}{\partial y_1} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y_1} = k y_1 \quad (3.16)$$

On déduit d'après l'équation (3.11), ainsi on obtient la première équation de mouvement :

$$(m_1 + m_2) \ddot{y}_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta} \cos \theta - m_2 l_2 \dot{\theta}^2 \sin \theta + k y_1 = f_1(t) \quad (3.17)$$

De la même manière, on calcule les expressions de chaque terme de la deuxième équation de Lagrange (3.12) et on dérive l'expression (3.8) par rapport à $\dot{\theta}$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = m_2 l_2 \dot{y}_1 \cos \theta + m_2 l_2^2 \dot{\theta} \quad (3.18)$$

Ce qui nous permet d'obtenir :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) = m_2 l_2 \ddot{y}_1 \cos \theta - m_2 l_2 \dot{y}_1 \dot{\theta} \sin \theta + m_2 l_2^2 \ddot{\theta} \quad (3.19)$$

Ensuite, on dérive (3.8) et (3.10) par rapport à θ :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -m_2 l_2 \dot{y}_1 \dot{\theta} \sin \theta \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = m_2 l_2 g \sin \theta \quad (3.21)$$

En remplaçant dans la deuxième équation de Lagrange (3.12), on retrouve la deuxième équation de mouvement :

$$m_2 l_2 \ddot{y}_1 \cos \theta + m_2 l_2^2 \ddot{\theta} + m_2 l_2 g \sin \theta = l_2 \cdot f_2(t) \quad (3.22)$$

Les déplacements du centre de masse de la charge liquide sont très petits. Alors, il est possible de linéariser les équations du mouvement en posant l'hypothèse que le

déplacement angulaire θ est petit. Ainsi, il est possible de considérer les simplifications suivantes:

$$\cos\theta \approx 1 \quad \text{et} \quad \sin\theta \approx \theta$$

et en supposant que si θ est petit, alors $\dot{\theta}$ tend vers 0, ainsi $\dot{\theta}^2 \approx 0$.

Finalement, après simplification des équations (3.17) et (3.22), on obtient le système d'équations de mouvement:

$$\begin{cases} (m_1+m_2)\ddot{y}_1+m_2l_2\ddot{\theta}+ky_1=f_1(t) \\ \ddot{y}_1+l_2\ddot{\theta}+g\theta=f_2(t) \end{cases} \quad (3.23)$$

3.3.3 Obtention des paramètres

Les paramètres sont des valeurs nécessaires pour la résolution du système d'équations du mouvement (3.23). L'obtention de ces paramètres revient d'abord à poser certaines hypothèses et notations :

- Toutes les formes de citernes sont remplies à 50%, nous allons étudier ce taux de remplissage car il est le plus dangereux. En effet, d'après des études antérieures dans notre équipe de recherche [10], quand le taux de remplissage est supérieur à 50%, il y a plus de masse mais moins de mouvement. Dans le cas où le taux de remplissage est inférieur à 50%, il y a plus de mouvement du liquide mais moins de masse.
- la partie du liquide qui oscille sur la surface libre est évaluée à une profondeur h de 10% de la profondeur totale du liquide. Ceci correspond au taux de remplissage de 50%. En général, cette valeur varie en fonction du taux de remplissage et des propriétés physiques du liquide dans la citerne. Nous allons fixer la valeur à 10% afin de simplifier la formulation des expressions de chaque paramètre.
- ρ est la densité du liquide.
- L est la longueur de la citerne.

Afin d'acquérir une meilleure comparaison, la longueur L et la densité ρ seront identiques pour toutes les formes étudiées. Dans cette partie, nous allons obtenir les expressions des paramètres pour quatre formes de section. D'abord, les sections circulaire, elliptique et ovale modifiée qui sont les plus utilisées dans la fabrication des citernes pour les véhicules routiers. Ensuite, la section trapézoïdale modifiée qui est une forme conceptuelle de citerne possédant un centre de masse bas tout en limitant le déplacement latéral du liquide [21]. Les paramètres recherchés sont : m_1, m_2, l, l_1, l_2 et k .

a) Citerne à section circulaire

Une citerne cylindrique admet comme dimensions un rayon R et une longueur L , $h = \frac{1}{10}R$. La Figure 3.8 explique le calcul des paramètres du système mécanique pour une citerne à section circulaire :

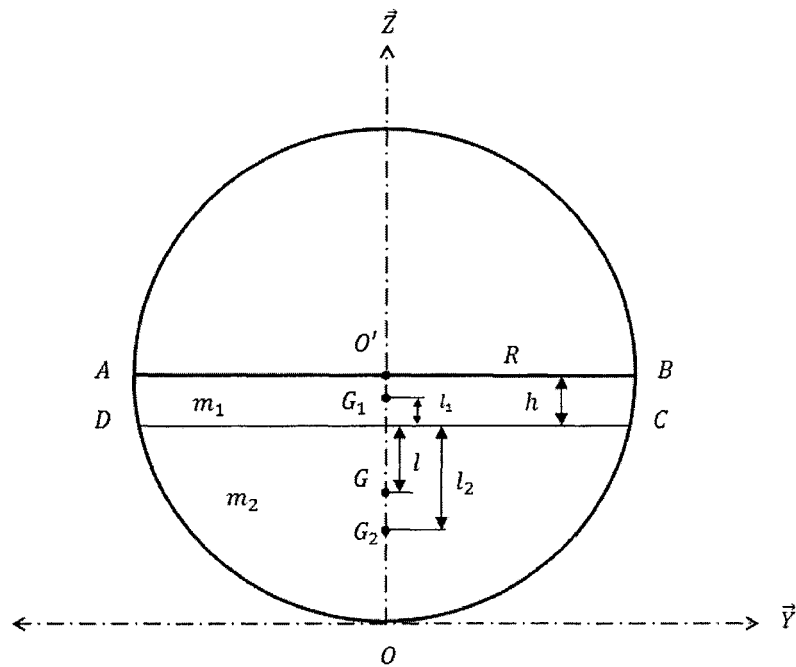


Figure 3.8: Paramètres de la citerne à section circulaire.

* **La masse m_1 :**

La masse m_1 représente la masse de la partie supérieure du liquide qui oscille sur la surface libre, il suffit de calculer la surface entre le diamètre horizontal de la section latérale $[AB]$ de la citerne et le segment $[DC]$ comme le montre la Figure 3.8.

Calculons la surface S_1 qui correspond à la masse m_1 :

L'équation d'un cercle est donnée par :

$$(Y - Y_{O'})^2 + (Z - Z_{O'})^2 = R^2 \quad (3.24)$$

Alors

$$Y = Y_{O'} + \sqrt{R^2 - (Z - Z_{O'})^2} \quad (3.25)$$

avec $(Y_{O'}, Z_{O'})$ sont les coordonnées du centre O' du cercle et R son rayon. Dans notre cas, les coordonnées de O' sont $(0, R)$, alors l'équation (3.25) devient :

$$Y = \sqrt{R^2 - (Z - R)^2} \quad (3.26)$$

La hauteur du segment $[DC]$ est $R - h$.

Ainsi, afin de calculer la surface S_1 , nous allons utiliser le calcul intégral suivant :

$$S_1 = 2 \cdot \int_{R-h}^R f(z) \cdot dz \quad (3.27)$$

tel que $f(z) = \sqrt{R^2 - (z - R)^2}$.

Étant donnée la longueur L de la citerne, le volume $V_1 = L \cdot S_1$ et la densité ρ du liquide on obtient $m_1 = \rho \cdot V_1$. On en déduit que :

$$m_1 = 2 \cdot \rho \cdot L \cdot \int_{R-h}^R f(z) \cdot dz \quad (3.28)$$

* **La masse m_2 :**

Connaissant la masse m_1 , il suffit de calculer la masse totale du liquide et en déduire m_2 ou calculer directement de la même manière la masse m_2 à l'aide d'un calcul intégral.

Soit m la masse totale du liquide tel que $m = m_1 + m_2$.

$$m = L \cdot \rho \cdot \frac{\pi R^2}{2} \quad (3.29)$$

avec $\frac{\pi R^2}{2}$ est la surface S du demi-disque plein.

Alors la masse m_2 est donnée par :

$$m_2 = L \cdot \rho \cdot \left[\frac{\pi R^2}{2} - 2 \cdot \int_{R-h}^R f(z) \cdot dz \right] \quad (3.30)$$

tel que $f(z) = \sqrt{R^2 - (z - R)^2}$.

*** Les longueurs l , l_1 et l_2 :**

La longueur l_1 représente la distance entre le centre de masse G_1 et l'axe du pendule du système, autrement dit, l_1 est la distance entre le centre de masse de m_1 et la masse m_2 . D'autre part, l_2 est la longueur du pendule m_2 , en d'autres termes, la distance entre la masse m_1 et le centre de masse de m_2 . Par ailleurs, la longueur l est la distance entre l'axe du pendule et le centre de masse global du liquide G . N'étant pas un paramètre direct dans le modèle mécanique développé, cette longueur permet de déterminer la position du centre de globale du liquide pour des calculs ultérieurs.

Nous devons d'abord calculer Z_G , Z_{G_1} et Z_{G_2} les hauteurs (ordonnés) des centres de masses G , G_1 et G_2 respectivement à l'aide des calculs intégraux suivants :

$$Z_G = \frac{2}{S} \int_0^R z \cdot f(z) \cdot dz \quad (3.31)$$

$$Z_{G_1} = \frac{2}{S_1} \int_{R-h}^R z \cdot f(z) \cdot dz \quad (3.32)$$

$$Z_{G_2} = \frac{2}{S_2} \int_0^{R-h} z \cdot f(z) \cdot dz \quad (3.33)$$

avec $S_2 = S - S_1$ est la surface de la partie de la section correspondante à la masse m_2 .

Ensuite on obtient

$$l = R - Z_G - h \quad (3.34)$$

$$l_1 = Z_{G_1} + h - R \quad (3.35)$$

$$l_2 = R - Z_{G_2} - h \quad (3.36)$$

*** La raideur du ressort k :**

La constante k est la somme des raideurs des deux ressorts attachés à la masse m_1 . Afin de calculer cette constante, nous avons besoin de déterminer les déplacements maximaux du système mécanique. Connaissant les déplacements latéral et vertical critiques du centre de masse global du liquide notés y_{max} et z_{max} respectivement, il est possible de déduire le déplacement latéral maximal y_{1max} de la masse m_1 et le déplacement angulaire maximal θ_{max} du pendule m_2 (nous supposons que G et G_2 ont le même déplacement angulaire θ) de telle sorte que lorsque le déplacement du centre de masse du liquide dépasse ces valeurs, le système mécanique ne fonctionne plus, autrement dit, il y a renversement du véhicule. Nous allons alors se baser sur cette hypothèse dans l'intention de chercher la raideur du ressort k . En effet, la valeur de k joue un rôle considérable dans le déplacement du liquide.

À l'aide du schéma de la Figure 3.9, nous allons formuler les expressions des déplacements y_{1max} et θ_{max} :

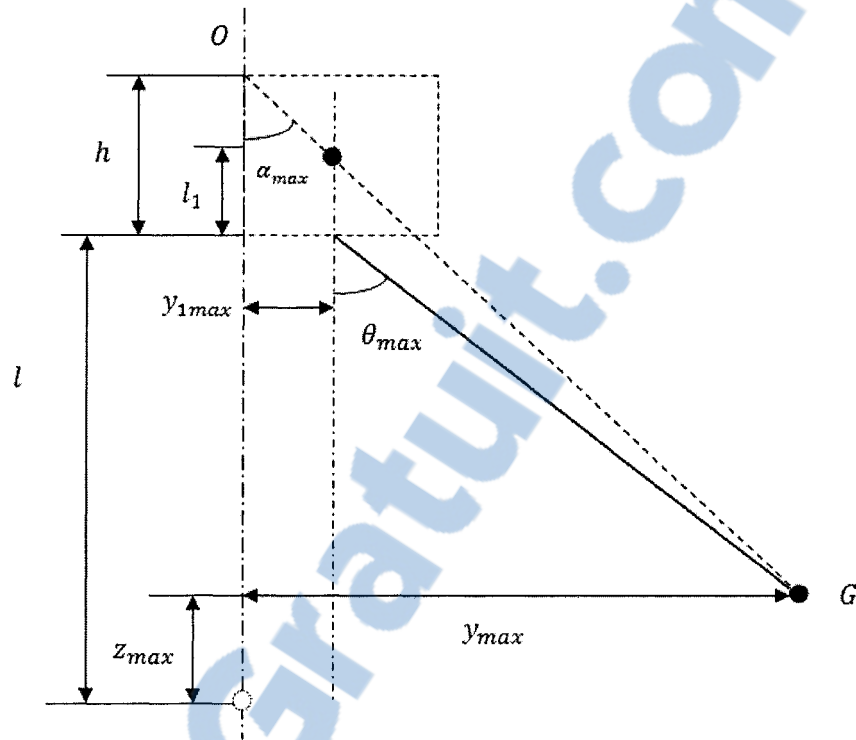


Figure 3.9 : Schéma expliquant le calcul des déplacements maximaux.

Afin de calculer la valeur de la raideur k , nous avons supposé que le centre de masse global du liquide G se déplace d'un angle α par rapport à l'axe central de la section. Au même temps, G se déplace d'un angle θ et un mouvement latéral y_1 par rapport au modèle élaboré. De ce fait, quand le déplacement latéral de G est maximal, on a :

$$\begin{aligned} y_{max} &= (l + h - z_{max}) \cdot \tan \alpha_{max} \\ &= y_{1max} + (l - z_{max}) \cdot \tan (\theta_{max}) \end{aligned} \quad (3.37)$$

D'autre part, on a

$$\tan \alpha_{max} = y_{1max} / (h - l_1) \quad (3.38)$$

Par la suite, on obtient l'expression de y_{1max} à partir de (3.38) :

$$y_{1max} = \frac{y_{max}(h - l_1)}{l + h - z_{max}} \quad (3.39)$$

En conséquence, l'expression de θ_{max} s'écrit :

$$\theta_{max} = \arctan\left(\frac{y_{max} - y_{1max}}{l - z_{max}}\right) \quad (3.40)$$

Le calcul de la valeur de la raideur k consiste à supposer qu'un ressort horizontal de raideur k est attaché à l'endroit où se situe le centre de masse G_1 de telle façon que le déplacement angulaire du centre de masse G ne dépasse pas y_{max} (Figure 3.9). Lorsqu'on excite le centre de masse G par l'accélération latérale maximale a_{ymax} représentant le seuil de renversement, on obtient l'équation suivante :

$$ky_{1max} - m_1 a_{ymax} \cos(\theta_{max}) = 0 \quad (3.41)$$

Ainsi, on obtient l'expression de la raideur k à partir de l'équation (3.41) :

$$k = \frac{m_1 a_{ymax} \cos(\theta_{max})}{y_{1max}} \quad (3.42)$$

b) Citerne à section elliptique

Dans le cas d'une citerne elliptique, on note les deux rayons R_1 et R_2 avec $R_1 < R_2$, et L la longueur de la citerne. R_1 est le demi-axe vertical et R_2 est le demi-axe horizontal. Le schéma de la Figure 3.10 explique le calcul des paramètres de la section elliptique :

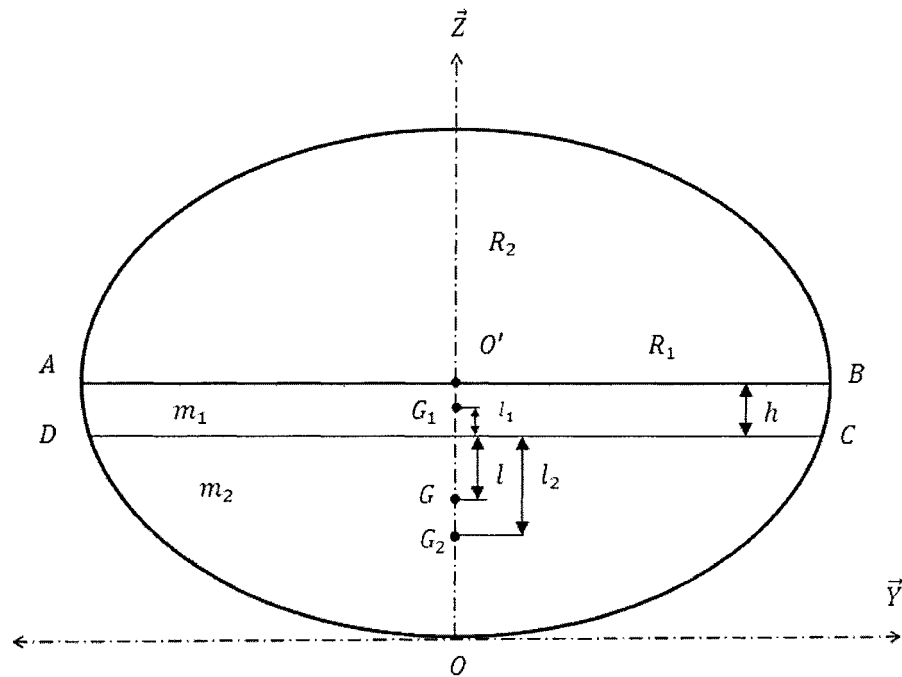


Figure 3.10: Paramètres de la citerne à section elliptique.

* La masse m_1 :

La masse m_1 représente la partie du liquide qui oscille sur la surface libre de la citerne. Calculons d'abord la surface S_1 de la partie du liquide comprise entre les segments $[AB]$ et $[DC]$. Pour cela, nous allons utiliser l'équation d'une ellipse et le calcul intégral habituel.

Soit l'équation de l'ellipse :

$$\frac{(Y - Y_{O'})^2}{R_1^2} + \frac{(Z - Z_{O'})^2}{R_2^2} = 1 \quad (3.43)$$

En explicitant Y , on aura

$$Y = Y_{O'} + R_1 \sqrt{1 - \left(\frac{Z - Z_{O'}}{R_2}\right)^2} \quad (3.44)$$

avec $(Y_{O'}, Z_{O'})$ sont les coordonnées du centre O' de l'ellipse et R_1 et R_2 ses deux rayons. Dans notre cas, les coordonnées du centre O' sont $(0, R_2)$, alors l'équation devient :

$$Y = R_1 \sqrt{1 - \left(\frac{Z - R_2}{R_2}\right)^2} \quad (3.45)$$

La hauteur du segment $[DC]$ est $R_2 - h$. Ainsi, pour calculer la surface S_1 , nous allons utiliser le calcul intégral suivant :

$$S_1 = 2 \cdot \int_{R_2-h}^{R_2} f(z) \cdot dz \quad (3.46)$$

tel que

$$f(z) = R_1 \sqrt{1 - \left(\frac{z - R_2}{R_2}\right)^2} \quad (3.47)$$

Étant donnée la longueur L de la citerne le volume $V_1 = L \cdot S_1$ et la densité ρ du liquide, on obtient $m_1 = \rho \cdot V_1$. Par conséquent :

$$m_1 = 2 \cdot \rho \cdot L \cdot \int_{R_2-h}^{R_2} f(z) \cdot dz \quad (3.48)$$

*** La masse m_2 :**

La masse m_2 représente la partie restante du liquide dans la citerne, en d'autres termes, la masse totale du liquide m moins la masse m_1 ($m_2 = m - m_1$)

La masse totale m du liquide se calcule comme suit :

$$m = L \cdot \rho \cdot \frac{\pi R_1 R_2}{2} \quad (3.49)$$

avec $\frac{\pi R_1 R_2}{2}$ est la surface S de la moitié d'une ellipse puisque la citerne est remplie à 50%.

Par la suite :

$$m_2 = L \cdot \rho \cdot \left[\frac{\pi R_1 R_2}{2} - 2 \cdot \int_{R_2-h}^{R_2} f(z) \cdot dz \right] \quad (3.50)$$

* **Les longueurs l , l_1 et l_2 :**

La longueur l_1 représente la distance entre le centre de masse G_1 et l'axe du pendule du système, autrement dit, l_1 est la distance entre le centre de masse de m_1 et la masse m_2 . D'autre part, l_2 est la longueur du pendule m_2 , en d'autres termes, la distance entre la masse m_1 et le centre de masse de m_2 . Par ailleurs, la longueur l est la distance entre l'axe du pendule et le centre de masse global du liquide G . N'étant pas un paramètre direct dans le modèle mécanique développé, cette longueur permet de déterminer la position du centre de globale du liquide pour des calculs ultérieurs.

Nous devons d'abord calculer Z_G , Z_{G_1} et Z_{G_2} les hauteurs (ordonnés) des centres de masses G , G_1 et G_2 respectivement à l'aide des calculs intégraux suivants :

$$Z_G = \frac{2}{S} \int_0^{R_2} z \cdot f(z) \cdot dz \quad (3.51)$$

$$Z_{G_1} = \frac{2}{S_1} \int_{R_2-h}^{R_2} z \cdot f(z) \cdot dz \quad (3.52)$$

$$Z_{G_2} = \frac{2}{S_2} \int_0^{R_2-h} z \cdot f(z) \cdot dz \quad (3.53)$$

Avec $S_2 = S - S_1$ est la surface de la partie de la section correspondante à la masse m_2 .

Ensuite on obtient

$$l = R_2 - Z_G - h \quad (3.54)$$

$$l_1 = Z_{G_1} + h - R_2 \quad (3.55)$$

$$l_2 = R_2 - Z_{G_2} - h \quad (3.56)$$

La raideur du ressort k sera calculée de la même manière que pour la section circulaire en utilisant la formule (3.42).

c) Citerne à section ovale modifiée

Cette section de citerne est parmi les plus employées dans la conception des véhicules routiers. L'utilisation de cette forme permet de transporter une plus grande quantité de liquide. Dans ce cas, nous avons besoin des dimensions de la citerne afin d'obtenir les paramètres adéquats du système mécanique élaboré et permettre une représentation plus convenable.

En prenant en considération que la section est symétrique par rapport à l'axe \overline{OZ} et à la droite (AB) (Figure 3.11), il est possible de définir les paramètres d'un quart de section et en déduire les autres par symétrie. Ainsi, le quart de section se trouvant en bas et à droite du point O' est formé par trois arcs de centres O_1 , O_2 et O_3 et de rayons R_1 , R_2 et R_3 respectivement (Figure 3.11).

Les paramètres définissant la citerne ovale modifiée sont :

- R_1, R_2 et R_3 les rayons des trois arcs définissant un quart de la section.
- H_1 La largeur de la citerne.
- H_2 la hauteur de la citerne.
- L la longueur de la citerne.

La Figure 3.11 représente les dimensions et notations d'un quart de la section ovale modifiée dans le but de faciliter le calcul des paramètres :

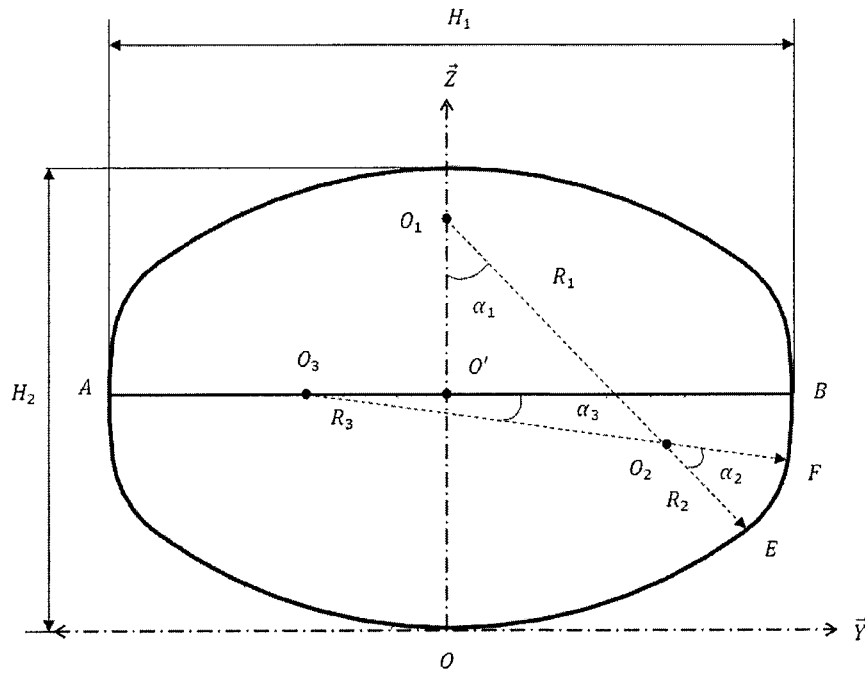


Figure 3.11: Dimensions de la section ovale modifiée.

Les angles α_1 , α_2 et α_3 qui délimitent les trois arcs formant le quart de section peuvent être calculés en fonction des autres dimensions et seront calculés.

L'équation de chaque arc peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(Y - Y_{O_i})^2 + (Z - Z_{O_i})^2 = R_i^2 \quad (3.57)$$

avec $i = 1, 2, 3$ et tel que (Y_{O_i}, Z_{O_i}) sont les coordonnées des centres O_i que nous allons calculer par la suite et (Y, Z) sont les coordonnées d'un point quelconque du quart de section. En explicitant Y dans l'équation (3.57), nous retrouvons la fonction $f_i(z)$ pour chaque arc i :

$$f_i(z) = Y_{O_i} + \sqrt{R_i^2 - (z - Z_{O_i})^2} \quad (3.58)$$

Nous allons aussi avoir besoin des expressions des coordonnées des points O, E, F et B qui représentent les extrémités de chaque arc (Figure 3.11). Soient (Y_i, Z_i) avec $i =$

0, 1, 2, 3 les coordonnées des points O, E, F et B respectivement. Ces expressions seront obtenues en ayant recours à certaines formules géométriques et trigonométriques et seront données comme suit :

$$\begin{aligned}
 Y_0 &= 0 ; Z_0 = 0 \\
 Y_1 &= R_1 \sin \alpha_1 ; Z_1 = R_1 (1 - \cos \alpha_1) \\
 Y_2 &= Y_3 - R_3 (1 - \cos(\alpha_3)) ; Z_2 = Z_3 - R_3 \sin(\alpha_3) \\
 Y_3 &= H_1/2 ; Z_3 = H_2/2
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

Ensuite, nous allons rechercher les expressions des coordonnées (Y_{O_i}, Z_{O_i}) des centres O_i avec $i = 1, 2, 3$:

$$\begin{aligned}
 Y_{O_1} &= 0 ; Z_{O_1} = R_1 \\
 Y_{O_2} &= Y_2 - R_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) ; Z_{O_2} = Z_2 + R_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \\
 Y_{O_3} &= H_1/2 - R_3 ; Z_{O_3} = H_2/2
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

Il est possible d'obtenir les angles α_1, α_2 et α_3 en fonction de R_1, R_2, R_3, H_1 et H_2 à l'aide d'un système de trois équations, il existe plusieurs équations qui permettent de trouver ces angles et nous allons en choisir 3. D'abord, on a la somme des angles est égale à $\pi/2$:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \frac{\pi}{2} \tag{3.61}$$

En effet, cette expression est obtenue en traçant les deux droites parallèles à (O_1E) et (O_3F) passant par le centre O' de la section (Figure 3.11). Dans le cas où $R_1 = R_2 = R_3$, on retrouve $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$, le quart de section devient alors un quart de cercle.

Ensuite, on peut calculer les coordonnées (Y_2, Z_2) du point F à l'aide des formules (3.59) Cependant il est possible aussi de les calculer autrement en fonction de R_1, R_2, α_1 et α_2 en utilisant les formules ci-dessous:

$$Y_2 = Y_1 + 2R_2 \sin(\alpha_2/2) \cos(\alpha_1 + \alpha_2/2) \quad (3.62)$$

$$Z_2 = Z_1 + 2R_2 \sin(\alpha_2/2) \sin(\alpha_1 + \alpha_2/2) \quad (3.63)$$

En regroupant les équations (3.61), (3.62) et (3.63), on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \frac{\pi}{2} \\ Y_3 - R_3(1 - \cos(\alpha_3)) = Y_1 + 2R_2 \sin(\alpha_2/2) \cos(\alpha_1 + \alpha_2/2) \\ Z_3 - R_3 \sin(\alpha_3) = Z_1 + 2R_2 \sin(\alpha_2/2) \sin(\alpha_1 + \alpha_2/2) \end{cases} \quad (3.64)$$

Ainsi on retrouve les angles α_1 , α_2 et α_3 .

À l'aide de ces formules, nous pourrions calculer les paramètres adéquats du modèle mécanique élaboré afin de mieux représenter la section ovale modifiée. La Figure 3.12 représente les paramètres du système par rapport à la section ovale :

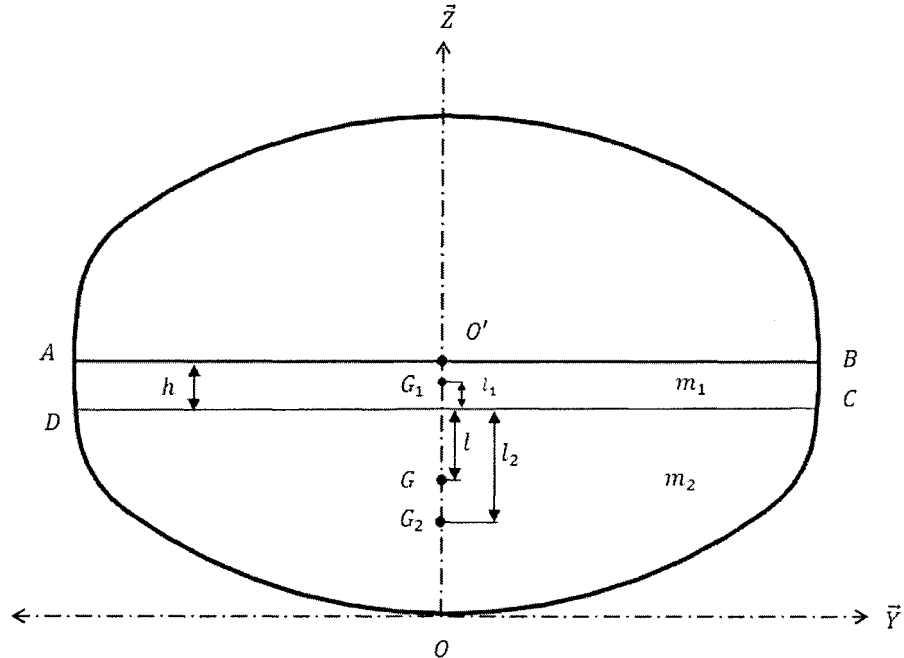


Figure 3.12: Paramètres de la citerne à section ovale modifiée.

* **La masse m_1 :**

Afin de calculer la masse m_1 nous avons besoin de calculer le volume du liquide se situant à une profondeur de 10% de la profondeur globale du liquide à partir de la surface libre. On doit d'abord calculer la surface S_1 de la section se situant entre les segments $[AB]$ et $[DC]$. À l'aide du calcul intégral suivant et en prenant comme hypothèse que 10% de la profondeur globale ne dépassera pas l'arc 3 on obtient la valeur de S_1 :

$$S_1 = 2. \int_{z_3-h}^{z_3} f_3(z) dz \quad (3.65)$$

avec $h = H_2/20$ et $f_3(z)$ est la fonction correspondante à l'arc 3.

Ainsi, on obtient la masse m_1 :

$$m_1 = 2\rho L. \int_{z_3-h}^{z_3} f_3(z) dz \quad (3.66)$$

* **La masse m_2 :**

La masse m_2 est la masse du pendule qui représente la masse restante du liquide. On calcule la surface S de la moitié de section, puis on soustrait la surface S_1 ou bien on calcule directement la surface S_2 .

D'après la Figure 3.11, on a

$$S_2 = 2. \left[\int_{z_0}^{z_1} f_1(z) dz + \int_{z_1}^{z_2} f_2(z) dz + \int_{z_2}^{z_3-h} f_3(z) dz \right] \quad (3.67)$$

Ainsi, obtient

$$m_2 = 2\rho L. \left[\int_{z_0}^{z_1} f_1(z) dz + \int_{z_1}^{z_2} f_2(z) dz + \int_{z_2}^{z_3-h} f_3(z) dz \right] \quad (3.68)$$

* **Les longueurs l , l_1 et l_2 :**

La longueur l_1 représente la distance entre le centre de masse G_1 et l'axe du pendule, la longueur l_2 représente la longueur du pendule de notre système et la longueur l qui nous

déterminera la position du centre de masse globale de la charge liquide est calculée par rapport à la position du centre de masse d'une moitié de section.

On calcule d'abord Z_G , Z_{G_1} et Z_{G_2} les hauteurs des centres de masses G , G_1 et G_2 respectivement à l'aide des calculs intégraux suivants :

$$Z_G = \frac{2}{S} \left[\int_{z_0}^{z_1} z \cdot f_1(z) dz + \int_{z_1}^{z_2} z \cdot f_2(z) dz + z \cdot \int_{z_2}^{z_3} z \cdot f_3(z) dz \right] \quad (3.69)$$

$$Z_{G_1} = \frac{2}{S_1} \left[\int_{z_3-h}^{z_3} z \cdot f_3(z) dz \right] \quad (3.70)$$

$$Z_{G_2} = \frac{2}{S_2} \left[\int_{z_0}^{z_1} z \cdot f_1(z) dz + \int_{z_1}^{z_2} z \cdot f_2(z) dz + z \cdot \int_{z_2}^{z_3-h} z \cdot f_3(z) dz \right] \quad (3.71)$$

avec $S = S_1 + S_2$. Ensuite on obtient :

$$l = H_2/2 - Z_G - h \quad (3.72)$$

$$l_1 = Z_{G_1} + h - H_2/2 \quad (3.73)$$

$$l_2 = H_2/2 - Z_{G_2} - h \quad (3.74)$$

La raideur du ressort sera évaluée de la même manière que pour la section circulaire en utilisant la formule (3.42).

d) Citerne à section trapézoïdale modifiée

Dans sa thèse, Kang [21] a établi un modèle de section latérale de citerne qui permet d'obtenir une citerne optimale au niveau de la minimisation de la hauteur et du déplacement latéral du centre de masse de la charge liquide en fonction du taux de remplissage tout en gardant un volume identique aux sections les plus utilisées (circulaire, ovale, elliptique). En effet, la hauteur du centre de masse et l'amplitude du ballonnement du liquide dans une citerne partiellement remplie jouent un rôle considérable dans la détermination du moment de renversement du véhicule. Ces valeurs peuvent changer d'une forme de citerne à une autre. Les citernes larges telles que les formes elliptique, ovale ou rectangulaire ont une

hauteur de centre de masse relativement basse, mais l'amplitude du mouvement latéral du liquide est plus grande, car la surface libre est plus large. Par contre, la citerne cylindrique diminue le ballonnement du liquide, mais son centre de masse est plus haut. Kang a constaté qu'une forme de citerne admettant sa base plus large que son sommet permet d'avoir un centre de masse plus bas et de diminuer l'amplitude du ballonnement du liquide telle qu'une forme triangulaire ou trapézoïdale.

En se basant sur cette hypothèse, Kang a élaboré un modèle de section de citerne (Figure 3.13) dépendant de plusieurs paramètres. Ce modèle permet de générer des sections optimales pour différents taux de remplissage à l'aide d'un algorithme d'optimisation. Ce dernier génère les valeurs des dimensions du modèle appropriées au taux de remplissage sélectionné. Les formes générées par rapport aux différents taux de remplissage possèdent toutes une base plus large que le sommet. Ceci confirme effectivement l'hypothèse de Kang. Dans le cadre de cette étude, nous allons choisir la section optimale obtenue pour un taux de remplissage de 50%. Cette section est presque trapézoïdale possédant certaines courbures représentées par des arcs de cercle. La Figure 3.13 présente les dimensions de la section trapézoïdale modifiée :

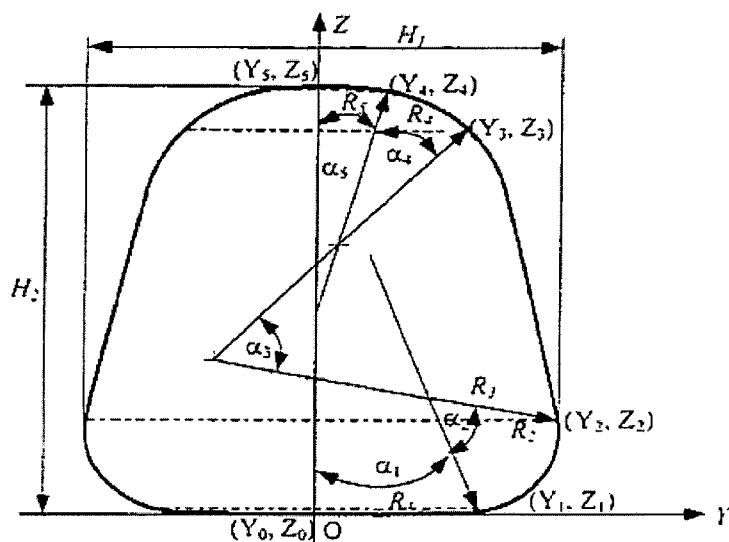


Figure 3.13: Dimensions de la section trapézoïdale modifiée [21].

La section trapézoïdale modifiée est composée de 8 arcs de cercles permettant un maximum de flexibilité et des résultats plus précis. Étant symétrique par rapport à l'axe \overline{OZ} , le modèle générique est défini par 12 paramètres qui sont les angles α_i et les rayons R_i ($i = 1,2,3,4,5$) définissant les 5 arcs de la demi-section en plus de la largeur maximale H_1 et la hauteur maximale H_2 de la section.

Les coordonnées (Y_i, Z_i) des extrémités de chaque arc formant la demi-section ($i = 0,1,2,3,4,5$) sont obtenues à partir des formules suivantes :

$$\begin{aligned}
 Y_0 &= 0 ; Z_0 = 0 \\
 Y_1 &= R_1 \sin \alpha_1 ; Z_1 = R_1 (1 - \cos \alpha_1) \\
 Y_2 &= Y_1 + L_{12} \cos(\alpha_1 + \alpha_2/2) ; Z_2 = Z_1 + L_{12} \sin(\alpha_1 + \alpha_2/2) \\
 Y_4 &= R_5 \sin \alpha_5 ; Z_4 = H_2 - R_5 (1 - \cos \alpha_5) \\
 Y_3 &= Y_4 + L_{34} \cos(\alpha_5 + \alpha_4/2) ; Z_3 = Z_4 - L_{34} \sin(\alpha_5 + \alpha_4/2) \\
 Y_5 &= 0 ; Z_5 = H_2
 \end{aligned} \tag{3.75}$$

avec $L_{12} = 2R_2 \sin(\alpha_2/2)$ et $L_{34} = 2R_4 \sin(\alpha_4/2)$.

Les expressions des coordonnées (Y_{O_i}, Z_{O_i}) des centres O_i de chaque arc ($i = 1,2,3,4,5$) sont présentées comme suit :

$$\begin{aligned}
 Y_{O_1} &= 0 ; Z_{O_1} = R_1 \\
 Y_{O_2} &= Y_2 - R_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) ; Z_{O_2} = Z_2 + R_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \\
 Y_{O_3} &= Y_2 - R_3 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) ; Z_{O_3} = Z_2 + R_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \\
 Y_{O_4} &= Y_3 - R_4 \sin(\alpha_4 + \alpha_5) ; Z_{O_4} = Z_3 - R_4 \cos(\alpha_4 + \alpha_5) \\
 Y_{O_5} &= 0 ; Z_{O_5} = H_2 - R_5
 \end{aligned} \tag{3.76}$$

Le périmètre L_p , l'aire totale A_c et la hauteur Z_{cg} du centre de masse de la section sont calculés respectivement :

$$L_p = 2 \sum_{i=1}^5 R_i \alpha_i \tag{3.77}$$

$$A_c = 2 \sum_{i=1}^5 \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} f_i(z) dz \quad (3.78)$$

$$Z_{cg} = \frac{2}{A_c} \sum_{i=1}^5 \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} f_i(z) z dz \quad (3.79)$$

Avec (Y_i, Z_i) et (Y_{i-1}, Z_{i-1}) sont respectivement les coordonnées des extrémités de l'arc i , la fonction $f_i(z)$ qui correspond à chaque arc i s'écrit :

$$f_i(z) = Y_{O_i} + \sqrt{R_i^2 - (z - Z_{O_i})^2} \text{ avec } i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (3.80)$$

Dans ses résultats, Kang n'a pas mentionné les valeurs des angles α_i qu'il a obtenues quant à chaque section. Cependant, à l'aide des autres résultats, nous sommes capables de formuler un système d'équations permettant de rechercher les valeurs de chaque α_i .

La première équation est que la somme des angles α_i est égale à π . Ensuite, connaissant la valeur numérique du périmètre de la section L_p et des rayons R_i nous sommes en mesure d'utiliser la formule (3.77) comme deuxième équation. D'autre part, il est possible d'obtenir les coordonnées (Y_{c3}, Z_{c3}) du centre de l'arc 3 à l'aide d'une tierce formule :

$$Y_{c3} = Y_3 - R_3 \sin(\alpha_4 + \alpha_5) ; \quad Z_{c3} = Z_3 - R_3 \cos(\alpha_4 + \alpha_5) \quad (3.81)$$

Ceci fournit une troisième et quatrième équation. Finalement, connaissant les valeurs numériques de la largeur maximale H_1 , la hauteur maximale H_2 et la hauteur du centre de masse Z_{cg} pour chaque forme générée, et que toutes les formules des coordonnées des extrémités (3.75) et des centres d'arcs (3.76) formant la section sont en fonction des angles α_i et des rayons R_i , l'expression (3.79) de Z_{cg} peut être considérée comme cinquième équation. Par la suite, le système devient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 = \pi \\ L_p = 2 \sum_{i=1}^5 R_i \alpha_i \\ Y_2 - R_3 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) = Y_3 - R_3 \sin(\alpha_4 + \alpha_5) \\ Z_2 + R_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) = Z_3 - R_3 \cos(\alpha_4 + \alpha_5) \\ Z_{cg} = \frac{2}{A_c} \sum_{i=1}^5 \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} f_i(z) z dz \end{array} \right. \quad (3.82)$$

Après avoir obtenu les valeurs des angles α_i , nous allons utiliser ces données et dimensions afin de rechercher les formules permettant de calculer les paramètres du modèle mécanique élaboré dans notre étude appropriées à ce type de section.

En prenant en considération que la citerne est remplie à 50%, nous devons rechercher la hauteur de la surface libre pour ce taux de remplissage, car la section n'est pas symétrique horizontalement. Dans d'autres termes, nous devons trouver la hauteur Z_h de la droite horizontale séparant la section de la citerne en deux surfaces égales, la Figure 3.14 représente les paramètres recherchés par rapport à la section trapézoïdale :

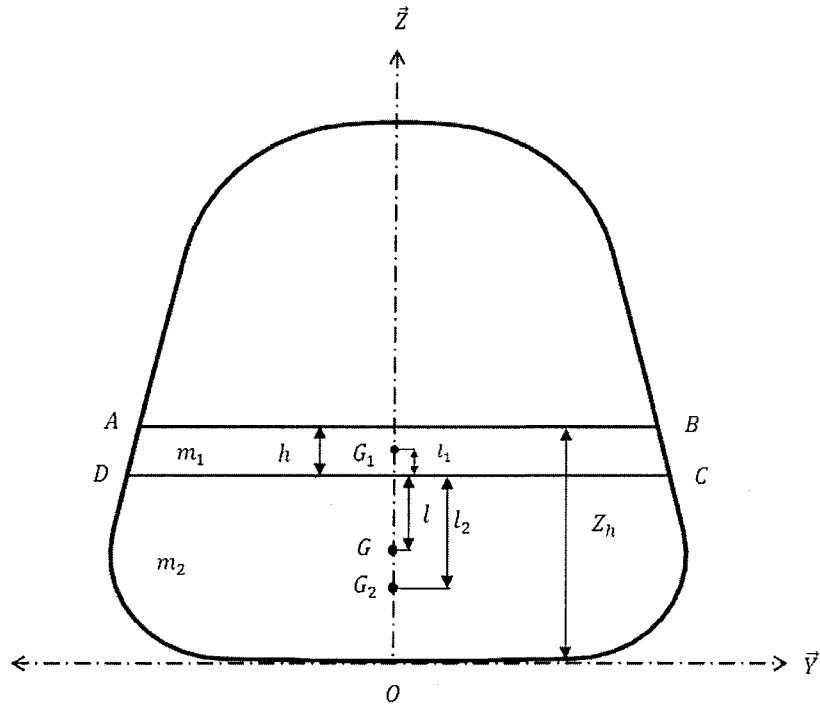


Figure 3.14: Paramètres de la citerne à section trapézoïdale.

En effet, nous allons poser comme hypothèse que Z_h est situé entre Z_2 et Z_3 qui sont les ordonnées des extrémités de l'arc 3 de la citerne. Il est possible alors de réécrire la formule (3.78) de la surface A_c de telle manière que Z_h soit la hauteur du segment $[AB]$ qui sépare la section en deux surfaces égales :

$$\begin{aligned} & \int_{z_0}^{z_1} f_1(z) dz + \int_{z_1}^{z_2} f_2(z) dz + \int_{z_2}^{z_h} f_3(z) dz \\ &= \int_{z_h}^{z_3} f_3(z) dz + \int_{z_3}^{z_4} f_4(z) dz + \int_{z_4}^{z_5} f_5(z) dz \end{aligned} \quad (3.83)$$

avec $f_i(z)$ donnée par l'expression (3.80).

L'équation (3.83) nous permettra d'acquérir la valeur de Z_h . Par conséquent, on peut calculer les masses m_1 et m_2 .

* **La masse m_1 :**

Afin de rechercher la masse m_1 , nous devons calculer la surface S_1 qui représente la surface de la partie de la section située entre les segments $[AB]$ et $[DC]$ (Figure 3.14). Pour cela, nous allons procéder par un calcul intégral. En effet, la hauteur $h = Z_h/10$ car m_1 représente la masse de la surface libre estimée à une profondeur de 10% de la profondeur totale du liquide. On peut ainsi calculer la surface S_1 comme suit :

$$S_1 = 2. \int_{Z_h-h}^{Z_h} f_3(z) dz \quad (3.84)$$

La masse m_1 est alors calculée :

$$m_1 = 2\rho L \int_{Z_h-h}^{Z_h} f_3(z) dz \quad (3.85)$$

* **La masse m_2 :**

La masse m_2 représente la masse restante du liquide centré dans le centre de masse G_2 de la charge totale. Calculons S_2 la surface de la partie inférieure de la section en dessous du segment $[CD]$ (Figure 3.14), on calcule d'abord la surface totale de la moitié de section puis on en soustrait la surface S_1 .

$$S = 2. \left[\int_{Z_0}^{Z_1} f_1(z) dz + \int_{Z_1}^{Z_2} f_2(z) dz + \int_{Z_2}^{Z_h} f_3(z) dz \right] \quad (3.86)$$

alors

$$S_2 = 2. \left[\int_{Z_0}^{Z_1} f_1(z) dz + \int_{Z_1}^{Z_2} f_2(z) dz + \int_{Z_2}^{Z_h-h} f_3(z) dz \right] \quad (3.87)$$

ainsi

$$m_2 = 2\rho L. \left[\int_{Z_0}^{Z_1} f_1(z) dz + \int_{Z_1}^{Z_2} f_2(z) dz + \int_{Z_2}^{Z_h-h} f_3(z) dz \right] \quad (3.88)$$

* **Les longueurs l , l_1 et l_2 :**

Afin de rechercher les expressions des longueurs l , l_1 et l_2 , nous devons d'abord calculer les hauteurs Z_G , Z_{G_1} et Z_{G_2} des centres de masse G , G_1 et G_2 respectivement en utilisant les formules intégrales suivante : à

$$Z_G = \frac{2}{S} \left[\int_{z_0}^{z_1} f_1(z).zdz + \int_{z_1}^{z_2} f_2(z).zdz + \int_{z_2}^{z_h} f_3(z).zdz \right] \quad (3.89)$$

$$Z_{G_1} = \frac{2}{S_1} \left[\int_{z_h-h}^{z_h} f_3(z).zdz \right] \quad (3.90)$$

$$Z_{G_2} = \frac{2}{S_2} \left[\int_{z_0}^{z_1} f_1(z).zdz + \int_{z_1}^{z_2} f_2(z).zdz + \int_{z_2}^{z_h-h} f_3(z).zdz \right] \quad (3.91)$$

Par la suite, on aura:

$$l = Z_h - Z_G - h \quad (3.92)$$

$$l_1 = Z_{G_1} + h - Z_h \quad (3.93)$$

$$l_2 = Z_h - Z_{G_2} - h \quad (3.94)$$

La raideur du ressort sera calculée de la même manière que pour la section circulaire en utilisant la formule (3.42).

Il est important de mentionner que les formules élaborées quant à la section trapézoïdale sont aussi appropriées aux autres formes optimales réalisées dans la thèse de Kang [21] et à n'importe quelle forme qui peut être représentée par des arcs de cercle. Il suffit de choisir les dimensions et paramètres adéquats et prendre en considération les hypothèses fixées. D'ailleurs, en considérant $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$ et $H_1 = H_2 = 2R$, on retrouve la section circulaire. D'autre part, en prenant $R_1 = R_5$ et $R_2 = R_4$, on retrouve la section ovale modifiée.

Ainsi, on obtient tous les paramètres nécessaires permettant la résolution du système d'équations (3.23) et ainsi évaluer les déplacements et les accélérations du système mécanique développé pour les quatre formes de sections discutées dans ce chapitre.

CHAPITRE 4

DÉPLACEMENTS ET FORCES DE PRESSION

Dans ce chapitre, nous allons calculer les valeurs numériques des paramètres pour les quatre formes de citerne discutées dans le chapitre précédent, puis les attribuer aux équations de mouvement (3.23) du modèle mécanique élaboré. Ensuite nous allons comparer les déplacements, les fréquences propres et les forces de pression critiques entre les différentes sections. Les dimensions choisies seront données de telle sorte que les sections latérales possèdent la même surface afin de permettre une meilleure comparaison.

4.1 Calcul des paramètres

Les paramètres du système mécanique sont acquis directement en utilisant les formules élaborées dans la section 3.3.3. Afin d'obtenir les paramètres adéquats pour chaque section de citerne discutée, nous allons poser les valeurs numériques des dimensions de chaque citerne. En effet, les réservoirs ont tous la même longueur $L = 7.5 \text{ m}$, l'accélération de la gravité est $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ et la densité du liquide à l'intérieur de la citerne est $\rho = 960 \text{ kg/m}^3$ (nous allons prendre comme exemple l'huile domestique). La surface de chaque section est de 3.262 m^2 . En ce qui concerne la section circulaire, le rayon est $R = 1.019 \text{ m}$. La section elliptique admet comme dimensions $R_1 = 0.96 \text{ m}$ et $R_2 = 1.082 \text{ m}$. Les trois rayons de la section ovale sont $R_1 = 1.79 \text{ m}$, $R_2 = 0.39 \text{ m}$ et $R_3 = 1.78 \text{ m}$, ses largeur et hauteur sont respectivement $H_1 = 2.44 \text{ m}$ et $H_2 = 1.65 \text{ m}$. Pour la citerne trapézoïdale, les dimensions sont $R_1 = 25 \text{ m}$, $R_2 = 0.39 \text{ m}$, $R_3 = 50 \text{ m}$, $R_4 =$

0.63 m, $R_5 = 1.84$ m, $H_1 = 1.96$ m et $H_2 = 2.03$ m. Ces paramètres sont tirés de la thèse de Kang [21], la citerne trapézoïdale choisie est celle qui correspond à un taux de remplissage de 50%, la hauteur du centre de masse de cette section est $Z_g = 0.92$ m, son périmètre est $L_p = 6.69$ m. Les citernes conventionnelles possèdent leurs propres performances dynamiques, les sections circulaire et elliptique ont un centre de masse plus haut que celui de la section ovale, mais cette dernière permet un plus grand déplacement du liquide. Ceci est dû à cause de la largeur de la surface libre de chaque section, d'ailleurs, d'après les dimensions des sections, on remarque que la section ovale est celle qui possède la plus large surface libre. Par ailleurs, la hauteur du centre de masse de la section trapézoïdale est relativement basse, car sa base reste plus large que son sommet, en raison de l'inclinaison des parois transversales, la largeur de sa surface libre demeure la plus petite. On pourrait ainsi classer les surfaces libres des quatre formes étudiées comme suit :

$$\text{trapézoïdale} < \text{cylindrique} < \text{elliptique} < \text{ovale}$$

Afin de calculer la raideur des ressorts k , nous avons besoin des déplacements critiques et du seuil de renversement de chaque section étudiée. Le Tableau 4.1 représente le déplacement latéral et vertical maximal du centre de masse du liquide et l'accélération latérale maximale marquant le seuil de renversement :

Tableau 4.1: Conditions critiques de renversement.

Section	Circulaire	Elliptique	Ovale	Trapézoïdale
Accélération maximale en g	0.48	0.465	0.45	0.53
Déplacement latéral max en cm	15.8	20.3	31.2	15.5
Déplacement vertical max en cm	6.13	7.18	8.80	5.84

Ces valeurs sont tirées de la thèse de Kang [21]. En effet, elles sont obtenues d'une manière analytique en recherchant une expression générale du moment de renversement du véhicule par rapport aux dimensions de la citerne.

Ainsi, en remplaçant ces valeurs dans les expressions des paramètres du modèle mécanique élaborés dans le chapitre précédent, on obtient les valeurs présentées dans le Tableau 4.2 :

Tableau 4.2: Paramètres du système mécanique pour les différentes formes de citernes.

Section	Circulaire	Elliptique	Ovale	Trapézoïdale
m_1 en <i>kg</i>	1492.74	1492,75	1448,40	1138.85
m_2 en <i>kg</i>	10250.84	10250,80	10291.35	10604.69
l en <i>m</i>	0.3306	0.3114	0.2696	0.3435
l_1 en <i>m</i>	0.0510	0.0480	0.0413	0.0437
l_2 en <i>m</i>	0.3861	0.3638	0.3133	0.3851
k en <i>N/m</i>	2276689	1494414	604302	3004716
Z_G en <i>m</i>	0.5865	0.5526	0.4729	0.4468
L_p en <i>m</i>	6.40	6.42	6.63	6.69

D'après le Tableau 4.2, on remarque que la masse m_1 qui correspond à la section trapézoïdale est plus petite que celles obtenues pour les sections conventionnelles. Ceci est dû à la surface libre qui est plus petite dans le cas de cette section. En ce qui concerne la raideur des ressorts k , on remarque que la section ovale possède la plus faible valeur, car les oscillations du liquide sont plus grandes. Il est clair que lorsque la raideur des ressorts est petite, le déplacement est plus important et vice-versa. D'autre part, le périmètre des sections L_p est plus long quand la hauteur du centre de masse est plus basse. Ceci implique que lorsqu'on gagne dans la hauteur du centre de masse de la citerne, la quantité du matériau utilisé pour sa fabrication augmente relativement.

En utilisant les valeurs de ces paramètres, nous allons solutionner les équations de mouvement du système mécanique (3.23) dans le but de calculer les déplacements maximaux de la surface libre et du centre de masse du liquide pour ces quatre formes de

citerne. Ensuite, nous allons évaluer les forces latérales de pression exercées par le liquide sur les parois de la citerne.

4.2 Déplacements

Les autorités réglementaires nationales du Canada ont imposé un seuil minimal de renversement concernant les camions-citernes [14]. En effet, tout véhicule doit être en mesure de résister à une accélération latérale minimale menant au renversement qui est de $0.4 g$. Dans notre étude, nous allons utiliser cette valeur comme étant l'accélération latérale maximale qui peut être exercée sur le liquide dans la citerne. De ce fait, les deux masses du système mécanique développé sont excitées par une accélération latérale $a_y = 0.4g$. En général, les forces latérales exercées sur le liquide sont en forme d'impulsions sur un intervalle de temps relativement court. Ces impulsions peuvent représenter un changement de voie ou un virage. Les forces $f_1(t)$ et $f_2(t)$ appliquées sur les deux masses m_1 et m_2 respectivement sont alors données par les fonctions suivantes :

$$f_1(t) = \begin{cases} m_1 a_y & 0 \leq t \leq 0.1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad f_2(t) = \begin{cases} m_2 a_y & 0 \leq t \leq 0.1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

En possédant toutes les informations nécessaires et en utilisant le logiciel de calcul MAPLE [36], on solutionne analytiquement les équations du mouvement par rapport aux paramètres de chaque forme de citerne. Ensuite, on applique un algorithme d'optimisation non linéaire sur les fonctions $y_1(t)$ et $\theta(t)$ afin de déterminer les déplacements latéral et vertical maximaux correspondant à chaque section.

D'abord, le déplacement latéral de G_1 est y_1 . Ensuite, les déplacements latéral et vertical de G_2 sont représentés respectivement par $y_2 = y_1 + l_2 \cdot \sin\theta$ et $z_2 = l_2(1 - \cos\theta)$. Enfin, les déplacements virtuels du centre de masse global G sont exprimés par $y = y_1 + l \cdot \sin\theta$ et $z = l(1 - \cos\theta)$. Les résultats obtenus sont ainsi présentés dans le Tableau 4.3 :

Tableau 4.3: Déplacements des centres de masses en *cm*.

Section	Circulaire	Elliptique	Ovale	Trapézoïdale
Déplacement latéral de G_1	3.19	5.03	9.44	1.63
Déplacement latéral de G_2	12.17	14.81	20.62	9.34
Déplacement vertical de G_2	1.06	1.34	2.06	0.78
Déplacement latéral de G	10.90	13.40	19.06	8.51
Déplacement vertical de G	0.91	1.15	1.78	0.69

D'après ces résultats, nous constatons que les déplacements des masses m_1 et m_2 sont de plus en plus importants quand la surface libre est plus large. En effet, la citerne à section ovale permet un plus grand déplacement latéral. Par contre, la section optimale permet de diminuer le déplacement du liquide d'une manière considérable malgré que son centre de masse demeure plus haut que celui de la section ovale. Les résultats montrent ainsi que le nouveau modèle mécanique élaboré s'avère efficace au niveau des déplacements en comparant avec les résultats obtenus dans des études antérieures. D'ailleurs, bien que la section circulaire admette un centre de masse plus haut que celui des autres formes de citernes conventionnelles, le mouvement du liquide reste moins important.

Les déplacements latéral et vertical du centre de masse global G ont été calculés afin de les comparer avec les valeurs obtenues par d'autres méthodes dans notre équipe de recherche [10]. Cette comparaison a permis de déduire que le modèle mécanique élaboré dans cette étude est efficace au niveau des déplacements du liquide.

4.3 Fréquences naturelles

En utilisant les équations de mouvement (3.23), il est possible de retrouver les fréquences naturelles de vibration du système mécanique. En effet, Les équations du mouvement (3.23) peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$[M] \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

tel que les matrices M et K sont définies comme suit :

$$M = \begin{bmatrix} (m_1+m_2) & m_2 l_2 \\ 1 & l_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad K = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & g \end{bmatrix}$$

Ensuite, la matrice dynamique, notée par D , est donnée par l'expression suivante :

$$[D] = [K] - [M]\omega^2 = \begin{bmatrix} k - \omega^2(m_1+m_2) & -\omega^2 m_2 l_2 \\ -\omega^2 & g - \omega^2 l_2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

avec ω est la pulsation propre du système mécanique. Afin d'obtenir les valeurs de ω , nous allons poser l'équation suivante :

$$\det(D) = 0 \quad (4.3)$$

En employant l'expression (4.2) de la matrice dynamique, l'équation (4.3) devient alors :

$$[k - \omega^2(m_1+m_2)]. [g - \omega^2 l_2] - \omega^4 m_2 l_2 = 0 \quad (4.4)$$

L'équation (4.4) admet deux solutions ω_1^2 et ω_2^2 . Les valeurs positives de ω_1 et ω_2 sont les pulsations propres du système mécanique. Finalement, les fréquences propres f_1 et f_2 sont calculées de la manière suivante :

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} \quad \text{et} \quad f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} \quad (4.5)$$

La résolution de l'équation (4.4) se fait quant aux quatre formes de citerne discutées en utilisant les valeurs des paramètres de chaque section présentées dans le Tableau 4.2. On déduit alors les valeurs des fréquences naturelles f_1 et f_2 présentées dans le Tableau 4.4:

Tableau 4.4: Fréquences naturelles du système mécanique en Hz.

Section	Circulaire	Elliptique	Ovale	Trapézoïdale
Fréquence f_1	6.535	5.492	3.671	7.259
Fréquence f_2	0.759	0.758	0.664	0.755

Dans le cadre de notre recherche, la fréquence f_1 correspond à la masse m_1 qui représente le mouvement du liquide sur la surface libre. Par ailleurs, la fréquence f_2 correspond au pendule de masse m_2 qui simule le déplacement du reste du liquide dans la citerne. Les résultats obtenus indiquent que les valeurs de la fréquence f_2 entre les différentes sections sont presque identiques. Ceci indique que la géométrie de la citerne n'a pas énormément d'influence sur le mouvement du liquide au fond de la citerne. Par contre, la variation de la fréquence f_1 est considérable par rapport aux quatre formes discutées. Cela est dû à cause de la raideur k des ressorts qui diffère d'une forme à une autre. En d'autres termes, cet écart au niveau des fréquences f_1 est engendré par la différence entre les largeurs de la surface libre de chaque section de citerne. D'ailleurs, la fréquence f_1 est de plus en plus élevée quand la surface libre est plus étroite.

Les valeurs des fréquences f_2 obtenues par le modèle mécanique élaboré dans cette étude sont comparées avec celles acquises par les équations de Navier-Stokes dans une étude antérieure effectuée par notre équipe de recherche [10]. On peut déduire qu'en terme de fréquences, les résultats acquis par le nouveau système mécanique développé restent convaincants.

4.4 Forces de pression interne

À partir des solutions des équations du mouvement $y_1(t)$ et $\theta(t)$, on évalue les accélérations $\ddot{y}_1(t)$ et $\ddot{\theta}(t)$. Ensuite, en utilisant le même algorithme d'optimisation élaboré pour calculer les déplacements maximaux, on calcule les accélérations latérales maximales et on en déduit les forces de pression appliquées par le système mécanique (le liquide) sur les parois de la citerne.

En effet, F_1 est la force latérale engendrée par le mouvement de la masse m_1 du liquide sur la surface libre. D'autre part, F_2 représente la force latérale générée par la masse m_2 du reste du liquide dans la citerne. La force latérale F exercée par tout le liquide est évaluée en utilisant l'emplacement virtuel du centre de masse G , afin de permettre la comparaison avec des résultats antérieurs. D'ailleurs ces forces sont calculées en utilisant les formules suivantes :

$$\begin{aligned} F_1 &= m_1 \cdot \max[\ddot{y}_1(t)] \\ F_2 &= m_2 \cdot \max[\ddot{y}_2(t)] \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$F = (m_1 + m_2) \cdot \max[\ddot{y}(t)]$$

avec la fonction *max* définie comme telle :

$$M = \max[f(x)] \Leftrightarrow \forall x \in D_f \quad f(x) \leq M \quad (4.7)$$

Le Tableau 4.5 présente les valeurs des forces latérales générées par le mouvement des masses m_1 et m_2 par rapport aux différentes formes de citernes :

Tableau 4.5: Forces latérales pour les différentes formes de section en N .

Section	Circulaire	Elliptique	Ovale	Trapézoïdale
Force latérale F_1 de G_1	61814.89	69874.43	69699.07	37817.93
Force latérale F_2 de G_2	40224.30	40224.08	40400.95	41612.80
Force latérale F de G	80596.72	84664.87	75158.46	76346.89

On remarque que la force latérale F_1 générée par la masse m_1 dans le cas de la section trapézoïdale est considérablement inférieure par rapport aux autres formes car le mouvement du liquide sur la surface libre est très limité (la raideur k est plus grande). Par contre, les forces F_2 générées par le déplacement de la masse m_2 sont presque identiques pour toutes les formes de citerne étudiées. Ceci est dû à la linéarisation des équations de mouvement en imposant l'hypothèse que l'angle θ est petit et que la longueur l_2 du pendule reste constante. Par exemple, dans le cas de la section trapézoïdale, la courbure de la base de la citerne n'est pas totalement circulaire, la longueur l_2 peut légèrement varier et affecter la valeur des accélérations maximales. Par ailleurs, les valeurs des forces virtuelles F du liquide obtenues par le modèle mécanique comparées aux valeurs retrouvées par d'autres méthodes effectuées antérieurement par notre équipe de recherche [10] demeurent satisfaisantes.

En fin de compte, les résultats acquis en employant le nouveau modèle mécanique élaboré dans cette recherche sont avérés convaincants au niveau des déplacements, des fréquences propres et des forces de pression. Ce modèle représente effectivement le mouvement latéral du liquide dans une citerne d'une manière plus appropriée.

CHAPITRE 5

OPTIMISATION DES CITERNES

Dans ce chapitre, nous allons évaluer les épaisseurs minimales des parois pour chaque forme de citerne discutée précédemment en utilisant différents matériaux appropriés à la conception des réservoirs. Ensuite, nous allons les comparer avec les épaisseurs satisfaisant les conditions actuelles imposées par l'ASME (American Society of Mechanical Engineers) et le département américain des transports. Enfin, nous allons calculer les poids minimaux des parois de citernes à partir des épaisseurs et les comparer par rapport aux formes utilisées et aux matériaux sélectionnés.

5.1 Calcul de l'épaisseur d'une citerne:

Les épaisseurs des parois diffèrent en fonction de l'utilisation de la citerne. Par exemple, dans le cas des réservoirs à haute pression, les parois devront être très épaisses afin de résister à la pression exercée par le gaz comprimé à l'intérieur. Par contre, les réservoirs conçus pour les liquides à basse pression possèdent des parois moins épaisses. Cependant, le mouvement du liquide dans une citerne mobile peut générer des forces de pression considérable sur les parois. La conception de camions-citernes sans prendre en considération la dynamique du liquide transporté peut s'avérer inadéquate et dangereuse.

Dans cette section, nous allons utiliser les résultats des forces latérales de pression obtenus par le nouveau modèle mécanique élaboré (voir le Tableau 4.5) dans le but de déterminer les épaisseurs minimales des parois. En effet, ces valeurs correspondent à un

taux de remplissage de 50%. Néanmoins, un taux plus élevé signifie une masse plus importante, mais moins de déplacement lorsque la citerne est soumise à une force latérale externe et vice-versa. Notons que la variation des forces latérales engendrées par le liquide sur les parois de la citerne ne varie pas considérablement en fonction du taux de remplissage. Le taux de 50% peut être une base de référence pour déterminer les forces latérales de pression générées par le liquide. Ainsi, les forces latérales de pression présentées dans le Tableau 4.5 permettront de déterminer les épaisseurs minimales de chaque forme de citerne.

La force latérale F_p due à la pression interne exercée sur les parois de la citerne est donnée par :

$$F_p = F_1 + F_2 \quad (5.1)$$

tel que F_1 est la force latérale engendrée par le mouvement de la surface libre du liquide F_2 est la force latérale exercée par le reste du liquide (Tableau 4.5).

La force de résistance totale, notée F_r , due à la contrainte circonférentielle σ_H sur les parois de la citerne est donnée par :

$$F_r = 2L \cdot e_H \cdot \sigma_H \quad (5.2)$$

avec e_H est l'épaisseur des parois. On suppose que e_H est constante partout sur les parois. Afin d'obtenir l'épaisseur des parois suffisante permettant de résister aux forces de pression engendrées par le liquide. En considérant que les expressions (5.1) et (5.2) sont égales, on déduit l'expression de l'épaisseur e_H :

$$e_H = \frac{F_p}{2 \cdot L \cdot \sigma_H} \quad (5.3)$$

*** Coefficient d'efficacité (effet du soudage) :**

Afin d'assembler certaines parties de la citerne, il est nécessaire de se ramener au soudage. Ce dernier réside généralement à chauffer localement le matériau par différentes techniques. Cependant, cette opération occasionne des modifications de la microstructure et

de l'état métallurgique au niveau du joint soudé. Ces modifications concernent la zone fondue et aussi les zones environnantes atteintes par la haute température de la technique de soudage utilisée. En fonction du matériau soudé et du procédé utilisé, les modifications métallurgiques peuvent induire des fragilités, des baisses de résistance mécanique ou des manques de ductilité.

En prenant en considération les défauts causés par le soudage, il est nécessaire d'introduire un coefficient dans le calcul de l'épaisseur des parois afin d'éliminer tout doute concernant les joints de soudure, ce facteur est appelé facteur d'efficacité, noté n_H , avec $0 < n_H \leq 1$. En effet, sa valeur varie selon la nature du matériau de base et du matériau d'apport. Il est possible de calculer le coefficient de sécurité en calculant le rapport entre la résistance à la traction de la soudure et celle du métal de base. En introduisant n_H dans la relation (5.3), l'expression de l'épaisseur e_H devient :

$$e_H = \frac{F_p}{2 \cdot L \cdot n_H \sigma_H} \quad (5.4)$$

*** Facteur de sécurité :**

Quelle que soit la structure développée, le critère de résistance ou de rigidité le plus approprié réside dans le fait de ne pas dépasser la contrainte maximale, cette valeur est généralement connue sous le nom de la contrainte maximale autorisée σ_a . Cependant, tout problème de résistance des matériaux recèle des incertitudes principalement au niveau des chargements appliqués et des propriétés réelles des matériaux. D'ailleurs, les valeurs de la limite d'élasticité pour un matériau donné sont le résultat d'essais de traction simple sur un spécimen normalisé. Par contre, lors d'une application concrète, les charges estimées peuvent varier et il est souvent difficile de prévoir toutes les conditions d'utilisation de la structure. Afin de tenir compte des impondérables liés à la connaissance des propriétés exactes du matériau, à la détermination des efforts appliqués et au calcul des contraintes maximales, il est important d'introduire le concept du facteur de sécurité.

La définition du coefficient de sécurité diffère d'une branche d'ingénierie à une autre. En génie mécanique, ce terme désigne le rapport entre la résistance du matériau et les contraintes induites dans la pièce étudiée. En d'autres termes, il exprime le rapport entre la capacité de charge d'une pièce et les charges qu'elle supporte réellement. On le présente généralement par le symbole S_f avec $S_f > 1$. Le facteur de sécurité est alors :

$$S_f = \frac{\text{résistance à la traction (limite ultime)}}{\text{contrainte maximale autorisée}} = \frac{R_m}{\sigma_a} \quad (5.5)$$

Néanmoins, en vue du fait que les déformations plastiques sont rarement acceptées par les organismes concernés et afin d'augmenter la durée de vie de la pièce élaborée, la définition du coefficient de sécurité est souvent modifiée. Son expression est ainsi remplacée par :

$$S_f = \frac{\text{limite d'élasticité}}{\text{contrainte maximale autorisée}} = \frac{R_e}{\sigma_a} \quad (5.6)$$

Il n'existe pas de base concrète permettant de sélectionner un facteur de sécurité convenable. Les valeurs varient d'un domaine d'ingénierie à un autre, elles sont généralement choisies en se basant sur l'expérience de la vie sociale, la sécurité humaine et les conséquences économiques en cas d'échec. Le coefficient de sécurité peut prendre une valeur supérieure ou égale à 1, et est d'autant plus élevé que les conditions d'utilisation sont mal définies ou mal maîtrisées. Par exemple, dans le cas d'un ascenseur, les conditions des charges sont incertaines, il est possible qu'une surcharge non modérée soit produite suite à une imprudence de l'utilisateur. Dans ce cas, le facteur de sécurité peut prendre une valeur de 10, car, en cas d'échec de conception, les dégâts humains peuvent être importants. Toutefois, si le facteur de sécurité est trop grand, la performance de la pièce sera faible et son coût sera élevé. Par contre, s'il est trop faible, la sécurité sera problématique. Dans le cadre de notre recherche, nous allons choisir $S_f = 3$, ce qui implique que la citerne sera capable de supporter trois fois la contrainte maximale à laquelle elle est prévue normalement, ainsi la structure ne sera soumise à aucune condition de chargement normale.

Afin de calculer l'épaisseur minimale des parois, nous allons poser $\sigma_H = \sigma_a$ et la relation (5.4) devient :

$$e_{min} = \frac{F_p}{2 \cdot L \cdot n_H \cdot \sigma_a} \quad (5.7)$$

Quand on introduit le concept du facteur de sécurité dans l'expression (5.7), l'épaisseur minimale des parois est calculée par l'expression suivante :

$$e_{min} = \frac{F_p \cdot S_f}{2 \cdot L \cdot n_H R_e} \quad (5.8)$$

5.2 Choix des matériaux :

Au Canada, le matériau avec lequel la citerne est conçue est généralement sélectionné suivant les spécifications imposées par l'ASTM (American Society for Testing and Materials) et conformément au code de l'ASME (American Society of Mechanical Engineers). L'un des principaux buts de cette recherche consiste à étudier la possibilité d'utilisation des alliages d'aluminium dans la conception des citernes pour les véhicules routiers. En réalité, l'aluminium se distingue des autres métaux essentiellement par ses propriétés physiques. Il possède une faible densité, il est un bon conducteur électrique et thermique, il fond à basse température de 660°C et il résiste à la corrosion dans de nombreuses conditions. De plus, l'aluminium possède une excellente recyclabilité, il est paramagnétique et ne provoque pas d'étincelles. Quant aux propriétés mécaniques, sa microstructure lui confère une ductibilité et une malléabilité élevées, mais sa rigidité et sa résistance mécanique restent inférieures à l'acier. Cependant, ces caractéristiques peuvent être améliorées dans une large mesure en additionnant des éléments d'alliage tels que le cuivre, le magnésium, le manganèse et le silicium. L'aluminium peut être combiné à divers éléments donnant ainsi naissance à beaucoup d'alliages ayant un faisceau de propriétés très larges et permettant de satisfaire un grand nombre d'applications.

L'usage des alliages d'aluminium est très répandu dans différents domaines industriels. Notamment dans le domaine du transport, l'aluminium et ses alliages sont généralement

utilisés dans l'intention de diminuer le poids et augmenter la durée de vie du véhicule. En effet, la réduction du poids laisse une marge importante entre le poids mort et le poids total autorisé, ceci permet de charger davantage de marchandises. De plus, le véhicule consomme moins de carburant lorsqu'il est plus léger. Il en découle une minimisation du coût et de l'émission de CO₂. D'autre part, la très bonne résistance à la corrosion de l'aluminium constitue un atout évident dans le transport routier. Elle contribue à une longue durée de vie des véhicules. En plus, aucune protection, peinture ou traitement de surface, n'est requise. L'entretien des véhicules est réduit au minimum. En outre, les alliages d'aluminium sont tous faciles à mettre en œuvre. Ils se prêtent sans difficulté à toute sorte de mise en forme et de modes d'assemblage. Ainsi, l'aluminium peut être facilement découpé, usiné, percé, courbé et assemblé en utilisant le soudage, le collage ou le boulonnage [37].

Afin d'obtenir des tôles d'aluminium suffisamment fines pour la construction des parois d'un réservoir, la technique du laminage est employée. Ce procédé consiste à réduire l'épaisseur d'une plaque par compression au passage successif entre deux cylindres jusqu'à l'obtention d'une tôle avec l'épaisseur désirée.



Figure 5.1: Train de laminoir d'aluminium [37].

L'amincissement des plaques d'aluminium provoque des modifications de sa structure interne menant à des déformations plastiques. Ces déformations ont généralement une influence sur les propriétés mécaniques du matériau. Ce phénomène s'appelle l'écrouissage. En réalité, le durcissement par écrouissage est réalisé par une déformation à froid. Il augmente la limite d'élasticité et la dureté du métal. Cependant, il réduit aussi sa capacité à la déformation et sa ductilité. Toutefois, une stabilisation par traitement thermique à basse température peut être envisagée afin d'améliorer la ductilité. Le degré d'écrouissage joue un rôle important dans la détermination des propriétés physiques du matériau. D'ailleurs, la ductilité et l'aptitude à la mise en œuvre sont d'autant plus mauvaises que l'écrouissage est plus fort, de plus, les alliages dont l'écrouissage est faible procurent des soudures par fusion aux propriétés pratiquement homogènes avec celles des métaux de base. Dans ce cas, le facteur d'efficacité est égale à 1. Les états métallurgiques des alliages à durcissement par écrouissage sont identifiés par la lettre H suivie de chiffres afin de subdiviser l'état. Le premier chiffre, de 1 jusqu'à 4, indique la combinaison

spécifique d'opérations accompagnant l'écrouissage, tandis que le deuxième chiffre, de 1 jusqu'à 9, indique le degré d'écrouissage. Plus le deuxième chiffre est élevé, plus l'écrouissage est important. L'état écroui et stabilisé avec un degré d'écrouissage d'ordre de 12.5% est alors symbolisé par H32 (H34 correspond à l'ordre de 25%...etc.). L'état métallurgique de base, noté 0, avant écrouissage est appelé état recuit.

Parmi les huit familles d'alliages d'aluminium de corroyage, seules les familles 1xxx, 3xxx et 5xxx peuvent subir un durcissement par écrouissage. Les aluminiums-magnésium (famille 5xxx) sont les alliages les plus employés comme matériaux de structure. L'ajout de différentes quantités de magnésium, entre 3 et 5%, procure un choix énorme d'alliages possédant des propriétés physiques très variées. En effet, ces alliages sont reconnus pour leur excellent comportement à la soudure et à la corrosion, en plus de leur résistance aux basses températures et leur facilité de mise en forme. Sans compter que les alliages 5xxx sont les plus appropriés à l'état écroui et stabilisé. Ce dernier leur procure un meilleur rapport résistance/densité et une augmentation considérable de leur ductilité [38].

Le soudage par fusion est le procédé d'assemblage le plus utilisé dans la fabrication des éléments de véhicules industriels tels que les citernes. D'ailleurs, selon l'ASME, les alliages d'aluminium convenables au soudage par fusion et aux états métallurgiques 0, H32 et H34 sont les plus appropriés à la conception des citernes, particulièrement les alliages d'aluminium 5xxx. En plus de l'acier doux et l'acier inoxydable, qui sont les métaux les plus employés dans la fabrication des parois de citernes, nous allons sélectionner certains alliages d'aluminium de la famille 5xxx qui possèdent un bon rapport résistance/densité subissant les états métallurgiques 0 et H32. Ainsi, le Tableau 5.1 présente les différents matériaux choisis pour calculer les épaisseurs et les poids des citernes :

Tableau 5.1: Matériaux choisis et leurs propriétés.

Matériau	Acier doux (Ms)	Acier inoxydable (Ss)	Aluminium1 5052-0 5652-0	Aluminium2 5154-0 5254-0 5454-0	Aluminium3 5052-H32 5652-H32	Aluminium4 5154-H32 5254-H32 5454-H32
Limite d'élasticité en MPa	335	310.26	89.6	117	193	207
Densité en g/cm ³	7.85	8	2.68	2.66	2.68	2.66

5.3 Épaisseurs minimales des parois

Selon l'ASME et le département américain des transports [31], les conditions de conception (CC) des citernes se basent sur les charges maximales admissibles et la pression maximale autorisée. Les parois doivent être en mesure d'absorber une force statique allant jusqu'à $1g$ multiplié par la masse totale du liquide (pour une charge maximale) dans la direction latérale. Ces conditions sont imposées quel que soit la forme et les dimensions de la citerne. D'après les résultats obtenus antérieurement. On a $F_p = F_1 + F_2$ qui devient la force latérale de pression maximale générée par le liquide en mouvement dans la citerne pour des conditions opérationnelles (CO) ($0.4g$ est le seuil de renversement autorisé). D'ailleurs la force F_p est la somme des forces latérales F_1 et F_2 engendrées par les déplacements de la surface libre et du reste du liquide respectivement. D'autre part, nous allons supposer que le coefficient d'efficacité $n_H = 1$ pour tous les matériaux choisis dans le but de permettre une meilleure comparaison des épaisseurs et des poids. Quant au facteur de sécurité, sa valeur sera égale à 3.

Le Tableau 5.2 présente les forces et les épaisseurs minimales obtenues en utilisant les conditions de conception imposées (CC) et les conditions opérationnelles (CO) acquises par le nouveau modèle mécanique élaboré dans cette étude, et cela pour les quatre formes de citernes discutées dans les chapitres précédents en utilisant les matériaux mentionnés dans le Tableau 5.1 :

Tableau 5.2: Comparaison des épaisseurs de différentes formes de citernes pour des conditions CO et CC.

Section de citerne	Matériau	Forces latérales maximales en N		Épaisseur minimale des parois en mm		Rapport d'épaisseur
		CO	CC	CO	CC	
Circulaire	MS	102039.19	230408.45	0.183	0.413	44.3%
	SS			0.197	0.445	
	A11			0.683	1.543	
	A12			0.523	1.182	
	A13			0.317	0.716	
	A14			0.296	0.668	
Elliptique	MS	110098.51	230408.45	0.197	0.413	47.8%
	SS			0.213	0.445	
	A11			0.737	1.543	
	A12			0.565	1.182	
	A13			0.342	0.716	
	A14			0.319	0.668	
Ovale	MS	110100.02	230408.45	0.197	0.413	47.8%
	SS			0.213	0.445	
	A11			0.737	1.543	
	A12			0.565	1.182	
	A13			0.342	0.716	
	A14			0.319	0.668	
Trapézoïdale	MS	79430.73	230408.45	0.142	0.413	34.4%
	SS			0.154	0.445	
	A11			0.532	1.543	
	A12			0.407	1.182	
	A13			0.247	0.716	
	A14			0.230	0.668	

D'après le Tableau 5.2, nous constatons que les forces latérales imposées par l'ASME (CC) sont largement plus grandes que celles obtenues par des conditions opérationnelles. Ceci explique le rapport important entre les épaisseurs, surtout dans le cas de la section trapézoïdale, les forces générées par le liquide sont relativement inférieures à celles

généérées par la même quantité de liquide dans les sections conventionnelles. De plus, les conditions de conception (CC) sont identiques pour toutes les formes de citernes, il en résulte les mêmes épaisseurs quelque soit la géométrie de la citerne. Les résultats montrent qu'il est possible de diminuer l'épaisseur des parois latérales de plus de 53% de l'épaisseur imposée dans le cas des citernes conventionnelles et plus de 65% lorsqu'il s'agit de la citerne trapézoïdale, et cela, en laissant une marge importante avec les conditions imposées.

D'autre part, on remarque que les parois en acier sont plus minces que celles en aluminium. Cela nous fournit une idée sur la quantité de matériau nécessaire pour la fabrication de la citerne. La quantité du matériau affectera instantanément le coût du réservoir. Cependant, certaines qualités des alliages d'aluminium tel que la légèreté et la résistance à la corrosion peuvent diminuer la consommation du carburant et augmenter la durée de vie du véhicule, ainsi, compenser le coût de la citerne, voire économiser encore plus à long terme.

Les alliages Al3 et Al4 procurent les parois les plus minces parmi les alliages sélectionnés, car leur limite d'élasticité est plus élevée. Le calcul du poids du réservoir en employant les différents matériaux fournira de meilleures idées à propos des avantages de l'utilisation de l'aluminium pour la conception des citernes mobiles.

5.4 Poids des citernes

Après avoir obtenu les épaisseurs minimales des parois de citernes en utilisant différents matériaux, on calcule les poids P_s approximatifs des réservoirs en utilisant la formule suivante :

$$P_s = \rho_M \cdot e_{min} (L_p \cdot L + 2 \cdot A_s) \quad (5.9)$$

tel que ρ_M est la densité du matériau utilisé, L_p est le périmètre de la section latérale mentionné dans le Tableau 4.2, L est la longueur de la citerne et A_s la surface de la section latérale. Le calcul du poids se fait de la manière la plus simple en supposant que les parois latérales sont planes et sans prendre en considération les poids additionnels des joints de

soudure et des éléments de remplissage et de vidange tels que les robinets, les ouvertures et les joints.

Le Tableau 5.3 présente les différents poids de citernes obtenus en utilisant les matériaux présentés dans le Tableau 5.1 pour des conditions CO et CC.

Tableau 5.3: Comparaison des poids de citernes pour différents matériaux dans des conditions CO et CC.

Section de citerne	Matériau	Poids des citernes en kg		Rapport de poids
		CO	CC	
Circulaire	MS	78.22	176.63	44.3%
	SS	86.07	194.36	
	A11	99.85	225.46	
	A12	75.89	171.37	
	A13	46.35	104.67	
	A14	42.89	96.86	
Elliptique	MS	84.63	177.11	47.8%
	SS	93.13	194.89	
	A11	108.03	226.08	
	A12	82.11	171.84	
	A13	50.15	104.96	
	A14	46.41	97.13	
Ovale	MS	87.07	182.22	47.8%
	SS	95.81	200.51	
	A11	111.14	232.59	
	A12	84.48	176.79	
	A13	51.60	107.98	
	A14	47.75	99.92	
Trapézoïdale	MS	63.32	183.67	34.4%
	SS	69.67	202.11	
	A11	80.82	234.45	
	A12	61.43	178.20	
	A13	37.52	108.84	
	A14	34.72	100.72	

D'après le Tableau 5.3 , on constate que le poids de la citerne peut être diminué de plus de 50% dans le cas des formes conventionnelles et plus de 65% dans le cas de la section trapézoïdale par rapport aux conditions imposées (CC). D'autre part, l'utilisation de certains alliages d'aluminium permet d'obtenir des poids variés qui dépendent de la densité et de la limite d'élasticité. D'ailleurs, les alliages Al3 et Al4 possèdent le meilleur rapport densité/limite d'élasticité. L'usage de ces deux alliages laisse réduire le poids de la citerne de plus de 40% en comparant avec une citerne en acier. En effet, un réservoir conçu en acier est moins cher qu'un réservoir en aluminium Al3 ou Al4 et possédant la même résistance, car la quantité et le prix du matériau sont inférieurs. Néanmoins, le coût de la citerne en aluminium peut être compensé à cause de son poids qui permet d'économiser la consommation du carburant, transporter plus de marchandises et augmenter la durée de vie du véhicule.

CHAPITRE 6

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Par cette étude, nous avons élaboré un nouveau modèle mécanique qui représente approximativement le mouvement latéral du liquide dans une citerne remplie à 50%. D'après des recherches antérieures, le taux de remplissage de 50% reste le plus critique, car le rapport entre le déplacement et la masse du liquide est le plus important. En effet, le modèle développé sépare le liquide en deux parties. La première masse représente les oscillations du liquide au niveau de la surface libre, elle est modélisée par un système masse ressort. D'autre part, la deuxième masse simule le mouvement du centre de masse de la partie restante du liquide et est modélisée par un pendule simple attaché à la première masse. Le système élaboré demeure compatible avec les différentes formes de citernes conventionnelles (circulaire, elliptique et ovale modifiée) ainsi qu'avec les formes conceptuelles développées dans des études antérieures (trapézoïdale modifiée). Le but de ce modèle mécanique est d'évaluer les déplacements et les fréquences propres des deux parties du liquide, ainsi que les forces latérales de pression critiques qui en sont engendrées. Les valeurs qui en résultent s'avèrent cohérentes par rapport aux résultats obtenus dans d'autres recherches. D'ailleurs, une citerne ayant une large surface libre possède un centre de masse plus bas, mais les déplacements du liquide et les forces de pressions qui en sont générées deviennent plus importants et vice-versa. Par contre, une citerne possédant sa base plus large que son sommet entraîne moins de déplacement tout en disposant d'un centre de masse bas.

Ensuite, nous avons employé les valeurs des forces de pression obtenues par le nouveau modèle comme étant des conditions opérationnelles (CO) pour la conception des parois de la citerne. Ces conditions ont pour but d'évaluer les épaisseurs optimales des parois latérales. Les épaisseurs obtenues sont comparées aux épaisseurs satisfaisant les conditions de conception imposées par l'ASME (CC). Nous avons déduit qu'il est possible de diminuer l'épaisseur des parois de plus de 53% de l'épaisseur imposée dans le cas des citernes conventionnelles et plus de 65% pour la citerne trapézoïdale selon les paramètres définis dans cette étude.

Les alliages d'aluminium les plus appropriés à la conception des citernes sont les alliages 5xxx (aluminium-magnésium). En effet, ces alliages ont un bon rapport densité/limite d'élasticité, surtout dans l'état écroui H32, H34... En plus, ils résistent à la corrosion et possèdent une excellente soudabilité. Certains de ces alliages ont été sélectionnés dans l'intention de calculer les épaisseurs des parois d'une même forme de citerne. D'ailleurs, lorsqu'on compare les parois conçues avec les matériaux sélectionnés, on constate que celles en acier sont les plus minces. On en déduit que la quantité de matériau nécessaire pour la fabrication d'un réservoir en acier reste inférieure par rapport à un réservoir en aluminium. Cependant, la comparaison des poids de la même forme de citerne par rapport aux matériaux employés résulte que l'utilisation de certains alliages d'aluminium (A13 et A14) peut réduire le poids de la citerne de plus de 40% en comparant avec l'acier.

La réduction du poids de la citerne affectera positivement le comportement dynamique du véhicule, augmentera sa durée de vie et diminuera la consommation du carburant. De plus, un réservoir léger laissera une marge importante entre le poids du véhicule et le poids total autorisé. Ce qui permettra de charger davantage de marchandises. Ainsi, le coût de la citerne sera compensé, les véhicules causeront moins d'accidents routiers, moins de pollution et plus d'économie.

Le nouveau modèle mécanique développé dans cette étude permet d'obtenir des résultats très convaincants au niveau des déplacements latéraux et des forces de pression. Cependant, le mouvement longitudinal du liquide dans une citerne n'est pas négligeable et peut produire des forces de pression importantes sur les parois de la citerne. Il sera intéressant d'élaborer cet aspect dans un modèle mécanique en 3D qui sera en mesure d'évaluer à la fois les déplacements latéraux et longitudinaux de la charge liquide ainsi que les forces de pression partout sur les parois pour des résultats encore plus précis. Il sera aussi recommandable de rendre ce modèle compatible avec d'autres taux de remplissage et comparer leur impact sur le design de la citerne en fonction de la forme et du matériau utilisé.

RÉFÉRENCES :

-
- [1] <http://pompiers-bruxelles.skynetblogs.be/archive/2006/12/26/camion-citerne-de-bayeux.html>
- [2] <http://kamyonarkasi.blogspot.ca/2008/11/tankerler-ve-tehlikeli-madde-tamacl.html>
- [3] http://farm4.static.flickr.com/3465/3796755887_695679b5a3.jpg
- [4] <http://wallpapersgallery.net/v/Cars/Volvo-Trucks/Volvo-Trucks-4458-4.jpg.html>
- [5] L. Jarossi, A. Matteson and J. Woodrooffe (2010), «*Trucks involved in fatal accidents factbook 2007*», Center for National Truck and Bus Statistics: Michigan.
- [6] S. A. A. Q. Québec (2010), «*Bilan 2009 des taxis, des autobus, des camions lourds et des tracteurs routiers*», Direction des études et des stratégies en sécurité routière: Québec.
- [7] N. H. T. S. Administration and N. C. S. A. (2006), «*Traffic Safety Facts 2006*», U.S. Department of Transportation, Washington, DC 20590.
- [8] <http://www.scdhec.gov/administration/news/2009/nr20091215-01a.jpg>
- [9] http://farm4.static.flickr.com/3383/3299124826_250bd8a5dc.jpg
- [10] M. Toumi (2008), «*Étude et analyse de la stabilité des camions citernes*», Thèse de doctorat, Université du Québec à Chicoutimi (CANADA): Chicoutimi, p. 178.
- [11] M. Toumi, M. Bouazara and M. J. Richard (2007), «*Impact of liquid sloshing on the behaviour of vehicles carrying liquid cargo*». European Journal of Mechanical engineering/Solids. 28(5): p. 1026-1034.
- [12] J. A. Romero, A. Lozano and W. Ortiz (2007), «*Modeling of liquid cargo – vehicle interaction during turning manoeuvres*», in 12th IFToMM World Congress. Besançon France.
- [13] L. Dai, L. Xu and B. Setiawan (2005), «*A new non-linear approach to analysing the dynamic behaviour of tank vehicles subjected to liquid sloshing*». Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 219(1): p. 75-86.

-
- [14] J. R. Billing and J. D. Patten (2006), «*An assessment of tank truck roll stability*». 9th International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions, Penn State, State College, Pennsylvania.
- [15] S. Papaspyrou, D. Valougeorgis and S. A. Karamanos (2004), «*Sloshing effects in half-full horizontal cylindrical vessels under longitudinal excitation*». Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME. 71(2): p. 255-265.
- [16] B. F. Chen and R. Nokes (2005), «*Time-independent finite difference analysis of fully non-linear and viscous fluid sloshing in a rectangular tank*». Journal of Computational Physics,. 209(1): p. 47-81.
- [17] P. Pal and S. K. Bhattacharyya (2010), «*Sloshing in partially filled liquid containers-Numerical and experimental study for 2-D problems*». Journal of Sound and Vibration, 329(21): p. 4466-4485.
- [18] P. K. Panigrahy, U. K. Saha and D. Maity (2009), «*Experimental studies on sloshing behavior due to horizontal movement of liquids in baffled tanks*». Ocean Engineering. 36(3-4): p. 213-222.
- [19] T. M. Wasfy, J. O'Kins and S. Smith (2008), «*Experimental Validation of a Coupled Fluid-Multibody Dynamics Model for Tanker Trucks*». SAE International. 2008-01-0777.
- [20] S. Chantasiriwan (2009), «*Modal analysis of free vibration of liquid in rigid container by the method of fundamental solutions*». Engineering Analysis with Boundary Elements. 33(5): p. 726-730.
- [21] X. Kang (2001), «*Optimal tank design and directional dynamic analysis of liquid cargo vehicles under steering and braking*». Thèse de doctorat, Concordia University (Canada): Montreal. p. 323.
- [22] X. Kang, S. Rakheja and I. Stiharu (2001), «*Effects of tank shape on the roll dynamic response of a partly filled tank vehicle*». Vehicle System Dynamics. 35(2): p. 75-102.
- [23] M. M. Ziarani (2003), «*Optimization of liquid tank geometry of partially filled tank vehicles*». Mémoire de maîtrise, Université Laval: Québec. p. 78.
- [24] S. M. Hasheminejad and M. Aghabeigi (2009), «*Liquid sloshing in half-full horizontal elliptical tanks*». Journal of Sound and Vibration. 324(1-2): p. 332-349.

-
- [25] S. M. Hasheminejad and M. M. Mohammadi (2011), «*Effect of anti-slosh baffles on free liquid oscillations in partially filled horizontal circular tanks*». Ocean Engineering. 38(1): p. 49-62.
- [26] F. T. Dodge (2000), «*The New Dynamic Behaviour of Liquids in Moving Containers*». Southwest Research Institute, San Antonio, Texas.
- [27] M. Toumi, M. Bouazara and M. J. Richard (2008), «*Impact of Liquid Sloshing on the Vehicle Tank Design*». Sciences and Technologies, Vol. B-N28, University of Constantine, Algeria, pp 29-34.
- [28] C. P. L. Barkan (2008), «*Improving the design of higher-capacity railway tank cars for hazardous materials transport: Optimizing the trade-off between weight and safety*». Journal of Hazardous Materials. 160(1): p. 122-134.
- [29] C. P. L. Barkan, S. V. Ukkusuri and S. Travis Waller (2007), «*Optimizing the design of railway tank cars to minimize accident-caused releases*». Computers & Operations Research. 34(5): p. 1266-1286.
- [30] K. Magnucki, J. Lewinski and P. Stasiewicz (2004), «*Optimal sizes of a ground-based horizontal cylindrical tank under strength and stability constraints*». International Journal of Pressure Vessels and Piping. 81(12): p. 913-917.
- [31] A.S.M.E. (2010), «*2010 ASME Boiler and Pressure Vessel Code*». American Society of Mechanical Engineers.
- [32] M. Fahy and S. Tiernan (2001), «*Finite element analysis of ISO tank containers*». Journal of Materials Processing Technology. 119(1-3): p. 293-298.
- [33] S. Tiernan and M. Fahy (2002), «*Dynamic FEA modelling of ISO tank containers*». Journal of Materials Processing Technology. 124(1-2): p. 126-132.
- [34] H. N. Abramson (1966), «*The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers*». NASA SP-106.
- [35] R. Ranganathan and al (1993), «*Analysis of fluid in partially filled tanks and their impact on the directional response of tank vehicles*». SAE Technical Paper 932942, p. 39-45.
- [36] Maple 8 (2002), www.maplesoft.com

-
- [37] B. Gilmont (2011), « *L'aluminium dans les véhicules industriels* ». European aluminium association.
- [38] C. Boucher (2000), « *L'aluminium et ses alliages : Soudabilité métallurgie du soudage* ». Institut de soudure, publications du soudage et de ses applications.