

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 THÉORIE ET PRINCIPES FONDAMENTAUX .....	3
1.1 Introduction à la modélisation .....	3
1.1.1 Qu'est-ce qu'un modèle? .....	3
1.1.2 Pourquoi fait-on de la modélisation? .....	4
1.1.3 Types de modèles utilisés .....	4
1.1.4 Outils logiciels .....	6
1.1.4.1 Langage SimScape .....	8
1.1.5 Étapes de la modélisation .....	11
1.2 Mécanique des fluides .....	11
1.2.1 Propriétés du fluide hydraulique .....	12
1.2.1.1 Masse volumique .....	12
1.2.1.2 Viscosité .....	13
1.2.1.3 Module de compressibilité (Bulk Modulus) .....	14
1.2.2 Écoulement hydraulique .....	15
1.2.2.1 Équation de Navier-Stokes pour un fluide incompressible .....	15
1.2.2.2 Nombre de Reynolds .....	17
1.2.2.3 Équation de Bernoulli et potentiel d'écoulement .....	18
1.2.2.4 Écoulement à travers un orifice et coefficient de débit .....	19
1.2.2.5 Bilan massique : loi de conservation de la masse .....	21
1.2.2.6 Équation d'état du fluide .....	22
1.2.2.7 Augmentation de la pression à l'intérieur d'un volume de contrôle variable .....	23
1.3 Fonctionnement d'une servovalve électro-hydraulique .....	25
1.4 Résumé .....	28
CHAPITRE 2 DESCRIPTION DU BANC D'ESSAI HYDRAULIQUE .....	29
2.1 Banc d'essai expérimental .....	29
2.2 Modèle mathématique .....	31
2.2.1 Dynamique et écoulement de la servovalve .....	31
2.2.1.1 Étage de commande .....	31
2.2.1.2 Étage de puissance .....	36
2.2.2 Dynamique de l'actionneur linéaire .....	40
2.2.3 Dynamique du balancier .....	43
2.2.3.1 Relation entre l'extension de l'actionneur et la rotation du balancier .....	45
2.2.3.2 Relation entre $F_L$ et $F_{L\perp}$ .....	46
2.3 Résumé .....	47
CHAPITRE 3 MODÉLISATION .....	49

3.1	Analyse linéaire : fonction de transfert .....	49
3.1.1	Linéarisation de la servovalve .....	49
3.1.2	Relation du taux d'augmentation de la pression .....	51
3.1.3	Linéarisation du mouvement du balancier .....	53
3.1.4	Relation entre la distance de sortie de l'actionneur et la rotation du balancier .....	53
3.1.5	Fonction de transfert : $\theta(s)$ sur $X_{sp}(s)$ .....	54
3.1.6	Fonction de transfert : $\theta(s)$ sur $U(s)$ .....	55
3.2	Schéma-bloc du système non-linéarisé .....	56
3.2.1	Diagramme du modèle Simulink principal .....	56
3.2.1.1	Relation entre le débit et la position du tiroir de distribution ....	57
3.2.1.2	Relation entre la variation de la pression et le débit .....	58
3.2.1.3	Dynamique de l'actionneur linéaire .....	59
3.2.1.4	Relation entre l'extension de l'actionneur linéaire et la rotation du balancier .....	60
3.2.1.5	Dynamique du balancier .....	62
3.3	Modélisation physique du balancier .....	64
3.3.1	Diagramme du modèle SimScape principal .....	64
3.3.1.1	Modèle du circuit hydraulique .....	66
3.3.1.2	Servovalve : étage de puissance .....	68
3.3.1.3	Actionneur linéaire .....	68
3.4	Résumé .....	69
CHAPITRE 4 IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DU SYSTÈME .....		71
4.1	Servovalve .....	71
4.1.1	Étage de commande .....	71
4.1.2	Étage de puissance .....	73
4.1.2.1	Méthodologie .....	74
4.1.2.2	Résultats .....	77
4.2	Dynamique de l'actionneur linéaire .....	83
4.3	Dynamique du balancier .....	84
4.4	Vérification des paramètres .....	85
4.5	Résumé .....	86
CHAPITRE 5 STRATÉGIE DE COMMANDE .....		88
5.1	Présentation du système en boucle fermée .....	88
5.1.1	Architecture du régulateur .....	89
5.1.2	Fonction de transfert en boucle fermée .....	90
5.1.2.1	Stabilité : Critère de Routh-Hurwitz .....	92
5.1.3	Influence de la position des pôles .....	94
5.2	Conception du régulateur .....	96
5.2.1	Réponse initiale du système .....	97
5.2.2	Fonction de transfert .....	98
5.2.3	Modèle Simulink .....	100
5.2.4	Modèle SimScape .....	102

5.3	Ajout du délai.....	103
5.4	Conception du régulateur sur le système avec délai .....	108
5.5	Résumé.....	109
	CONCLUSION.....	111
	ANNEXE I EXEMPLE D'OUTILS LOGICIELS.....	113
	ANNEXE II FONCTION DE TRANSFERT $\theta(s)/X_{sp}(s)$ .....	114
	ANNEXE III MOMENT D'INERTIE MASSIQUE DU BALANCIER .....	116
	ANNEXE IV FICHE TECHNIQUE DE LA SERVOVALVE MOOG 755-101.....	118
	ANNEXE V RÉSULTATS : IDENTIFICATION SERVOVALVE.....	120
	ANNEXE VI FICHE TECHNIQUE DU FLUIDE HYDRAULIQUE DTE25.....	121
	ANNEXE VII FONCTION DE TRANSFERT $\theta(s)/\theta_d(s)$ .....	123
	ANNEXE VIII SCRIPT ET FONCTION MATLAB.....	125
	ANNEXE IX UTILISATION DE SISOTOOL : FTBF .....	133
	ANNEXE X UTILISATION DE SISOTOOL : SIMULINK.....	137
	ANNEXE XI UTILISATION DU RÉGLAGE AUTOMATISÉ .....	142
	BIBLIOGRAPHIE.....	145

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1 Variable de potentiel et de flux selon le domaine.....	9
Tableau 3.1 Variables et paramètres pour EqnOrifice .....	57
Tableau 3.2 Variables et paramètres pour EqnPressionVolume .....	59
Tableau 3.3 Variables et paramètres pour DynActuateur.....	60
Tableau 3.4 Variables et paramètres pour LcToTheta .....	61
Tableau 3.5 Variables et paramètres pour les sous-systèmes de LcToTheta .....	62
Tableau 3.6 Variables et paramètres pour Dynamique Balancier .....	63
Tableau 3.7 Variables et paramètres pour FLperpToFL .....	63
Tableau 3.8 Variables et paramètres du modèle principal .....	66
Tableau 3.9 Variables et paramètres du circuit hydraulique .....	67
Tableau 4.1 Valeur des paramètres géométriques du balancier .....	84
Tableau 5.1 Table du Routh-Hurwitz en ne considérant que $K_p$ .....	94
Tableau 5.2 Comparaison entre les modèles et le système.....	97
Tableau 5.3 Comparaison entre la FTBF et le système.....	100
Tableau 5.4 Comparaison entre le modèle Simulink et le système .....	101
Tableau 5.5 Comparaison entre le modèle SimScape et le système.....	103
Tableau 5.6 Comparaison entre la FTBF avec délai et le système.....	105
Tableau 5.7 Comparaison entre le modèle Simulink avec délai et le système.....	106
Tableau 5.8 Comparaison entre le modèle SimScape avec délai et le système.....	107
Tableau 5.9 Comparaison entre le modèle SimScape avec délai et le système.....	109

## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Modèle causal et acausal d'un système masse-ressort-amortisseur .....5
Figure 1.2	Modèle en langage SimScape d'un ressort .....10
Figure 1.3	Profil de vitesse d'un fluide entre deux surfaces dû à la viscosité.....13
Figure 1.4	Débit à travers un orifice. ....19
Figure 1.5	Coefficient de décharge en fonction du nombre de Reynolds pour un orifice. ...21
Figure 1.6	Volume de contrôle fixe. ....22
Figure 1.7	Volume de contrôle variable.....24
Figure 1.8	Servovalve à deux étages (action pilotée) .....25
Figure 1.9	Principe de fonctionnement d'une servovalve .....26
Figure 1.10	Schéma-bloc fonctionnel du premier étage de la servovalve .....27
Figure 2.1	Montage expérimental .....29
Figure 2.2	Schéma du montage expérimental .....30
Figure 2.3	Schéma-bloc simplifié de la servovalve .....33
Figure 2.4	Modèle Simulink de la servovalve .....35
Figure 2.5	Position du tiroir de distribution (mm) en fonction du temps(s) .....36
Figure 2.6	Recouvrement des tiroirs de distribution.....36
Figure 2.7	Gain en débit selon le type de centre.....37
Figure 2.8	Écoulement dans l'étage de puissance.....37
Figure 2.9	Actionneur linéaire asymétrique.....40
Figure 2.10	DCL de la tige de l'actionneur linéaire.....43
Figure 2.11	DCL du bras du balancier .....44
Figure 2.12	Relation entre $\theta$ et $y$ .....46

Figure 2.13	Relation entre $F_L$ et $F_{L\perp}$ .....	47
Figure 3.1	Relation entre $\theta$ et $y$ .....	54
Figure 3.2	Schéma-bloc du système linéarisé .....	56
Figure 3.3	Diagramme du modèle Simulink principal .....	57
Figure 3.4	Sous-système : EqnOrifice .....	58
Figure 3.5	Sous-système : Équation pression volume .....	59
Figure 3.6	Sous-système : Dynamique de l'actionneur .....	60
Figure 3.7	Sous-système : LcToTheta .....	61
Figure 3.8	Sous-système : Theta1 .....	61
Figure 3.9	Sous-système : Thetadot1 .....	61
Figure 3.10	Sous-système : ThetaDotDot1 .....	62
Figure 3.11	Sous-système : Dynamique du balancier .....	63
Figure 3.12	Sous-système : FlperpToFL .....	63
Figure 3.13	Diagramme du modèle SimScape principal .....	65
Figure 3.14	Représentations de l'interface visuelle du modèle SimScape .....	66
Figure 3.15	Sous-système : Circuit hydraulique .....	67
Figure 3.16	Sous-système : Capteur de débit et de pression .....	67
Figure 3.17	Schéma équivalent de l'étage de puissance .....	68
Figure 3.18	Schéma équivalent de l'actionneur linéaire à double effet .....	69
Figure 4.1	Réponse fréquentielle de la servovalve .....	73
Figure 4.2	Montage sans charge en boucle ouverte .....	75
Figure 4.3	Montage avec les ports bloqués .....	76
Figure 4.4	Pression et débit en fonction du signal de commande : boucle ouverte .....	78
Figure 4.5	Différentiel de pression en fonction du signal de commande : boucle ouverte .....	78

Figure 4.6	Pression et débit en fonction du signal de commande : ports bloqués .....	79
Figure 4.7	Différentiel de pression en fonction du signal de commande : ports bloqués.....	79
Figure 4.8	Aire des orifices en fonction du signal de commande.....	81
Figure 4.9	Aire des orifices en fonction du signal de commande : superposition .....	82
Figure 4.10	Aire moyen d'un orifice en fonction du signal de commande.....	82
Figure 4.11	Influence de $B_v$ sur la réponse en BO.....	84
Figure 4.12	Influence de $B_w$ sur la réponse en BO .....	85
Figure 4.13	Comparaison en BO pour $A_{max} = 2.034 \text{ mm}^2$ .....	85
Figure 4.14	Comparaison en BO pour $A_{max} = 2.688 \text{ mm}^2$ .....	86
Figure 5.1	Modèle du balancier en BF.....	89
Figure 5.2	Schéma-bloc du contrôleur PID parallèle.....	90
Figure 5.3	Schéma-bloc du système en BF.....	90
Figure 5.4	Influence de la position des pôles pour un système du 2 <sup>e</sup> ordre .....	93
Figure 5.5	Effet du déplacement des pôles .....	95
Figure 5.6	Lieu des racines du système en BF avec $K_p = 1, K_d = K_i = f_d = 0$ .....	96
Figure 5.7	Réponse à l'échelon pour $K_p = 10$ .....	98
Figure 5.8	Comparaison entre la FTBF et le système.....	99
Figure 5.9	Comparaison entre le modèle Simulink et le système .....	101
Figure 5.10	Comparaison entre le modèle SimScape et le système.....	102
Figure 5.11	Modèle modifié du balancier en BF .....	104
Figure 5.12	Comparaison entre la FTBF avec délai et le système.....	105
Figure 5.13	Comparaison entre le modèle Simulink avec délai et le système.....	106
Figure 5.14	Comparaison entre le modèle SimScape avec délai et le système.....	107
Figure 5.15	Comparaison entre le modèle SimScape avec délai et le système.....	108

## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

### Acronymes

BF	Boucle fermée
BO	Boucle ouverte
CAN	Convertisseur analogique à numérique
CNA	Convertisseur numérique à analogique
DCL	Diagramme des corps libres
DP	Dépassement en pourcent
EOO	Équation orientée objet
FT	Fonction de transfert
FTBF	Fonction de transfert du système en boucle fermée
GPM	Gallon par minutes
LPM	Litre par minutes
PID	Proportionnel, intégral, dérivé
TD	Temps de dépassement
TM	Temps de montée
TR	Temps de réponse



## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

### Symboles romains

$A$	Aire (m <sup>2</sup> )
$A_A, A_B$	Section des chambres A et B de l'actionneur (m <sup>2</sup> )
$A_{max}$	Aire maximale de l'orifice (m <sup>2</sup> )
$A_{sp}$	Aire du tiroir de distribution (m <sup>2</sup> )
$b_f$	Coefficient d'amortissement (Nms/m)
$b_v$	Coefficient d'amortissement visqueux de l'actionneur (Ns/m)
$b_\omega$	Coefficient d'amortissement visqueux des roulements du balancier (Nms/rad)
$C$	Constante reliant $V_{0A}$ et $V_{0B}$ au module de compressibilité (m <sup>3</sup> /Pa)
$C_c$	Coefficient de contraction
$C_D$	Coefficient de débit
$C_{fuite}$	Coefficient de fuite entre les deux chambres de l'actionneur (s*m <sup>4</sup> /kg)
$C_{fuite\_ext}$	Coefficient de fuite vers l'extérieur de l'actionneur (s*m <sup>4</sup> /kg)
$C_{rRe}$	Nombre de Reynolds critique pour passer d'un régime laminaire à turbulent
$D_T$	Diamètre de la tige de l'actionneur (m)
$D_A$	Diamètre de l'alésage de l'actionneur (m)
$f_d$	Fréquence du filtre passe-bas du régulateur (Hz)
$F$	Force (N)
$F_A, F_B, F_{b_v}$	Force appliquée sur la tige de l'actionneur (N)
$F_L$	Force externe appliquée sur l'actionneur (N)
$F_{L\perp}$	Composante perpendiculaire de la force générée par l'actionneur (N)
$g$	Accélération gravitationnelle (m/s <sup>2</sup> )
$i$	Courant de commande de la servovalve (A)
$I_{rated}$	Courant maximal pouvant circuler dans le bobinage du moteur-couple (A)
$J$	Moment d'inertie massique du balancier (kg m <sup>2</sup> )
$k_2$	Gain de l'amplificateur hydraulique (m <sup>2</sup> /s)
$k_f$	Raideur de l'assemblage du tube flexible, induit mobile et gicleur (Nm/m)
$k_i$	Gain en courant de la servovalve (A/V)
$k_l$	Constante de couple du moteur-couple (Nm/A)
$k_{sp}$	Gain statique du premier étage de la servovalve (m/A)
$k_w$	Raideur du ressort de rétroaction (Nm/m)
$K_c$	Coefficient de débit-pressure de la servovalve (m <sup>3</sup> /Pa/s)
$K_d$	Gain dérivatif du régulateur
$K_i$	Gain intégral du régulateur
$K_p$	Gain proportionnel du régulateur
$K_{pot}$	Gain du potentiomètre (V/rad)
$K_q$	Gain en débit de la servovalve (m <sup>2</sup> /s)
$K_{pr}$	Gain en pression de la servovalve (Pa/m)
$L$	Longueur caractéristique (m)
$L_A$	Distance entre le pivot et le point d'application de la force (m)
$L_B$	Distance entre le pivot et la base (m)
$L_C, \dot{L}_C, \ddot{L}_C$	Position, vitesse, accélération de l'actionneur (m, m/s, m/s <sup>2</sup> )

$L_{C0}, \dot{L}_{C0}$	Position et vitesse initiale de l'actionneur (m)
$L_{Cmin}$	Longueur minimale de l'actionneur (m)
$L_{Cmax}$	Longueur maximale de l'actionneur (m)
$\dot{m}$	Débits massiques (kg/s)
$m_f$	Masse en rotation des composantes du premier étage (Nms <sup>2</sup> /m)
$M_t$	Masse de la tige (kg)
$M$	Masse (kg)
$P$	Pression (Pa)
$P_A, P_B$	Pression des chambres A et B de l'actionneur (Pa)
$P_P, P_T$	Pression d'admission et de retour (Pa)
$Q$	Débit volumétrique (m <sup>3</sup> /s)
$Q_A, Q_B$	Débit vers les chambres A et B de l'actionneur (m <sup>3</sup> /s)
$Re$	Nombre de Reynolds
$R_{eq}$	Résistance équivalente du moteur-couple branché en parallèle ( $\Omega$ )
$R_{nom}$	Résistance nominale d'une bobine du moteur-couple ( $\Omega$ )
$T$	Couple (Nm)
$T_{b\omega}$	Couple associé à $b_\omega$ (Nm)
$T_{F_{L\perp}}$	Couple associé à $F_{L\perp}$ (Nm)
$U$	Vitesse moyenne de l'écoulement (m/s)
$V$	Volume (m <sup>3</sup> )
$V_A, V_B$	Volume des chambres A et B de l'actionneur (m <sup>3</sup> )
$V_{0A}, V_{0B}$	Volume initial des chambres A et B du l'actionneur (m <sup>3</sup> )
$x_f$	Position du gicleur de la servovalve(m)
$X_{sp}$	Position du tiroir de distribution (m)
$X_{sp_{max}}$	Course maximale du tiroir de distribution (m)
$y$	Position de l'actionneur (m)
$w$	Gradient d'ouverture de la valve (m <sup>2</sup> /m)

### Symboles grec

$\alpha$	Coefficient thermique
$\beta$	Module de compressibilité (MPa)
$\gamma$	Poids spécifique (N/m <sup>3</sup> )
$\zeta$	Facteur d'amortissement du premier étage de la servovalve
$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$	Position, vitesse et accélération angulaire du balancier (rad, rad/s, rad/s <sup>2</sup> )
$\theta_A$	Angle entre l'axe vertical et l'actionneur (rad)
$\theta_B$	Angle entre l'actionneur et le bras oscillant (rad)
$\theta_C$	Angle entre l'axe vertical et le bras oscillant (rad)
$\mu$	Viscosité dynamique (Ns/m <sup>2</sup> )
$\nu$	Viscosité cinématique (m <sup>2</sup> /s)
$\rho$	Masse volumique du fluide (kg/m <sup>3</sup> )
$\tau$	Contrainte de cisaillement (N/m <sup>2</sup> )
$\tau$	Constante de temps (s)
$\omega_n$	Fréquence naturelle de la servovalve (rad/s)

## INTRODUCTION

Depuis toujours, l'homme essaie de comprendre tout ce qui l'entoure. Pour expliquer un phénomène ou prédire le comportement d'un système, il est nécessaire, voire même essentiel, de bien comprendre son fonctionnement. Pour y arriver, on tente alors de représenter la réalité à l'aide d'un prototype virtuel constitué d'expressions mathématiques qui relie différentes variables entre elles, c'est ce qu'on appelle un modèle mathématique.

Lors de la conception d'un processus, d'un système mécatronique ou d'un système de commande, une représentation simplifiée du système à l'étude, c'est-à-dire un modèle, permet d'en optimiser ses performances. La modélisation d'un système peut être faite de différentes façons. Par exemple, on peut procéder de manière empirique. Cette méthode exige l'existence du système, car c'est à partir de mesures entre les sorties et les entrées que l'on recrée une expression algébrique qui décrit son évolution temporelle. Bien que facilement réalisable, cette méthode demande beaucoup de temps, ne s'adapte pas aux changements des paramètres et ne s'applique pas en phase de conception.

Un modèle mathématique peut être développé à partir des lois physiques qui décrivent l'évolution du système. En plus d'être très flexible, cette représentation permet d'étudier l'effet du changement d'un paramètre. La linéarisation des équations mathématiques permet de représenter le système par un modèle à variable d'état ou par une fonction de transfert dans le domaine de Laplace. Lorsque le système est non linéaire, il est possible de le représenter à l'aide de schéma-bloc.

Depuis le milieu de la dernière décennie, une nouvelle façon de faire gagne de plus en plus en popularité. Il s'agit d'une modélisation dite acausale. Cette dernière utilise un modèle mathématique structuré de la même manière qu'un modèle physique, le rendant facilement réalisable, et intuitif à construire. Ainsi, la rapidité grandissante de la capacité de calcul des ordinateurs, combinée à de nouvelles façons de faire, a ouvert la voie à de nombreux logiciels de simulation multi-physique.

Devant ces nouvelles possibilités, est-ce que les résultats des logiciels de simulation multi-physique, tel que SimScape de la compagnie MathWorks, représentent fidèlement la réalité? Est-il plus avantageux d'utiliser la modélisation acausale par rapport à la modélisation plus classique, dite causale? Afin de le déterminer, un balancier hydraulique comportant une servovalve est modélisé selon trois approches. Dans le but de démontrer tous les efforts nécessaires à la construction d'un modèle, la théorie nécessaire à la modélisation d'un tel système est exposée. Suite à la présentation du système à l'étude, un modèle mathématique basé sur les lois de la physique est construit pour chaque partie du système. Un premier modèle est construit en se basant sur la théorie classique des systèmes linéaires. Une fonction de transfert du système électro-hydraulique est développée à partir des équations mathématiques linéarisés autour d'un point d'opération. Un deuxième modèle non-linéaire sous forme de schéma-bloc est ensuite implémenté à l'aide du logiciel Simulink de la compagnie MathWorks. Finalement, une modélisation physique du système est réalisée avec le logiciel SimScape.

Suite à l'identification des paramètres du système, les trois modèles seront utilisés pour concevoir un système de commande afin d'asservir en position un vrai balancier. Les outils propres à chacune des techniques seront alors employés. La validation et la qualification du code de chacun des modèles seront effectuées en choisissant une référence (benchmarking), qui sera la réponse du système réel. Ainsi, nous serons en mesure de nous assurer que les modèles représentent fidèlement la réalité.

# CHAPITRE 1

## THÉORIE ET PRINCIPES FONDAMENTAUX

### 1.1 Introduction à la modélisation

Tel que mentionné par Furic (2007), le monde qui nous entoure est constitué de plusieurs entités qui peuvent être séparées de leur environnement par des limites conceptuelles. C'est ce qu'on appelle un système. Son interaction avec l'environnement se traduit par des changements de son état dans le temps. En quelque sorte, selon De Lafontaine (2004), un système est « un agencement organisé de composants qui se coordonnent pour assurer une fonction déterminée ou pour concourir à un résultat désiré. Il produit des résultats ou des effets (appelés sorties) à partir d'objectifs ou de causes (appelés entrées)». Par exemple, une voiture est un système constitué de composantes telles qu'un moteur, une transmission, un différentiel, qui à leur tour contiennent d'autres sous-systèmes. Cette hiérarchie sur plusieurs niveaux fait apparaître la notion de système complexe. Couramment, un système complexe est multi-physique, c'est-à-dire qu'il peut intégrer plusieurs disciplines, tel que mécanique, électrique, fluide, thermodynamique, aérodynamique, pneumatique et chimie. Puisque son développement requiert une équipe de travail multidisciplinaire, il est souvent nécessaire de représenter le système avec un modèle.

#### 1.1.1 Qu'est-ce qu'un modèle?

Un modèle est une représentation simplifiée de la réalité. Selon Fritzson (2006), tout ce à quoi on peut appliquer une expérimentation pour répondre à une question est un modèle. Il peut être mental, verbal, physique ou mathématique. Un modèle mathématique est une représentation du système sous forme de relations logiques, algébriques, différentielles et intégrales. En décrivant les relations entre les variables, il permet de décrire l'évolution temporelle du système.

### **1.1.2 Pourquoi fait-on de la modélisation?**

Établir le modèle d'un système complexe permet d'étudier et de mesurer les effets de variations sur ce système, ce qui aide à mieux le comprendre et à prédire s'il sera stable. Ceci évite de l'étudier de façon expérimentale et permet d'intégrer plusieurs disciplines qui sont couplées entre elles. Selon Gauthier (2010), lors de la phase de conception, il facilite le dimensionnement des équipements et il permet de concevoir des systèmes de sécurité plus robustes. Tout en s'assurant que les variables demeurent dans une plage d'opérations prédéterminées, la conception des systèmes de commande sur un modèle permet d'effectuer des tests et des ajustements sur ce dernier sous différentes conditions d'opérations sans aucun risque. De plus, la simulation du système permet de supprimer les effets des systèmes de deuxième ordre, d'accéder à une variable inaccessible par le biais d'un observateur, sur un satellite par exemple, de connaître sa valeur en régime permanent ainsi que sa réponse transitoire, et d'annuler les perturbations. Finalement, le modèle est bien plus facile à manipuler que le système réel.

### **1.1.3 Types de modèles utilisés**

Il existe deux grandes familles de modèles, les modèles causal et acausal. Un modèle causal est composé d'entrées, de sorties et de variables d'états. Selon Furic (2007), les entrées introduisent les données provenant de l'environnement, les sorties exportent les données vers l'environnement, et les variables d'états sont utilisées pour calculer des quantités observables, c'est-à-dire des grandeurs physiques mesurables. Ainsi, la relation entre les entrées et les variables d'états contraignent les valeurs des sorties et de la valeur des dérivées des variables d'états. Subséquemment, un modèle causal représente un lien de cause à effet entre l'entrée et la sortie. En d'autres termes, selon Jardin (2010), un modèle causal est un schéma de calcul qui est représenté par une série d'affectations simulables. L'ordre des affectations dépend des objectifs de l'étude, ainsi que de la connaissance des entrées et des sorties du modèle. Ceci implique que le modèle pourra être utilisé uniquement pour ce pourquoi il a été conçu. Jardin (2010, p. 67) spécifie également que ce type de modèle «contraint le modélisateur à mêler

description physique du système et expérimentation (ce pour quoi le modèle a été écrit)». Un exemple d'un tel modèle est présenté à la figure 1.1A. La représentation mathématique sous forme d'un schéma-bloc d'un système masse-ressort-amortisseur y est présentée. Chaque bloc du modèle représente une opération mathématique. L'entrée et la sortie du système sont la force  $F_{\text{ext}}$  et la position de la masse  $x(t)$ . Le flux des données, représenté par la direction des flèches, est explicite, c'est-à-dire qu'il est possible de simuler un modèle causal en utilisant la propagation des valeurs avant et après intégration.

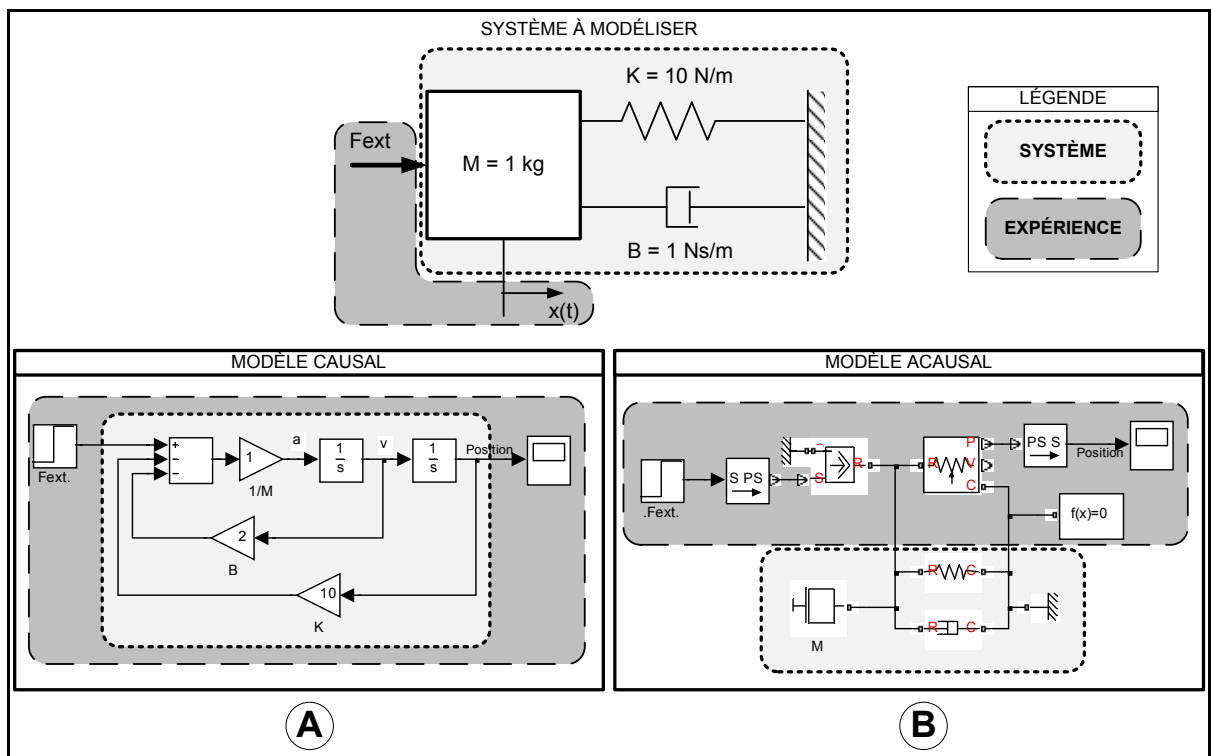


Figure 1.1 Modèle causal et acausal d'un système masse-ressort-amortisseur

Toujours selon Furic (2007), un modèle acausal, c'est-à-dire un modèle qui n'a pas de lien de cause à effet entre l'entrée et la sortie, est composé de variables et de relations entre ces variables. Puisque celles-ci sont fonction du temps et d'une quantité observable, elles décrivent implicitement les changements à l'intérieur du modèle. Les relations entre les variables d'un modèle agissent ainsi comme des contraintes entre les valeurs à chaque instant. Selon Jardin (2010), un modèle acausal est une description du système qui est dissociée de

l'expérimentation. Du point de vue mathématiques, « ce type de modèle consiste en un ensemble d'équations implicites non ordonnées où les entrées et les sorties du modèle (donc l'expérimentation) ne sont pas précisées » (Jardin, 2010, p. 67). Chaque composante du système peut être représentée par un agencement de blocs élémentaires réutilisables. L'agencement de plusieurs de ces blocs permet ensuite de recréer le système voulu. Par exemple, un système masse-ressort-amortisseur est modélisé selon une approche acausale à la figure 1.1B. Le système est modélisé par un bloc masse, un bloc ressort et un bloc amortisseur. La liaison des blocs par un fil ne permet pas de déterminer la direction du flux de l'information lors de la modélisation. Ainsi, pour appliquer une force sur la masse, et pour connaître sa position, il est nécessaire d'utiliser un actionneur pour introduire une valeur, et un capteur pour connaître l'état d'une variable. Une fois que le modèle est construit et que l'expérimentation y est appliquée, un logiciel compile le tout en ordonnant « [...] les équations acausales sous la forme d'une série d'affectation compatible avec les grandeurs connues et recherchées [...] » (Jardin, 2010, p. 67). La modélisation et la simulation numérique des comportements dynamiques des systèmes requièrent donc des outils logiciels évolués afin d'en étudier son évolution temporelle.

#### **1.1.4 Outils logiciels**

Les bases théoriques liées à la modélisation et à la commande de systèmes dynamiques ont été développées dans la première moitié du 20<sup>ème</sup> siècle. Les fonctions de transfert étaient alors largement utilisées pour représenter les systèmes dynamiques. L'analyse de leur stabilité, leur réponse en régime transitoire, ainsi que leur performance en régime permanent étaient obtenues en utilisant de longues procédures fastidieuses. Au fil du temps, l'évolution technologique a mené vers l'apparition du processeur numérique, puis du micro-ordinateur, ce qui a contribué à l'avancement des outils liés aux systèmes de commandes. Moler (2006) rapporte que c'est en 1983 que MathWorks a introduit la première boîte à outils logiciels pour les systèmes de commandes (Control System Toolbox) dans Matlab (MathWorks, 2010a). Cette boîte d'outils permet la construction et l'analyse de modèles dynamiques linéaires invariants dans le temps.



Toujours selon Moler (2006), c'est en 1990 que la première version du logiciel Simulink (MathWorks, 2010e) a vu le jour. Simulink, maintenant largement utilisé dans l'industrie, est un éditeur graphique qui permet de modéliser, simuler et analyser des systèmes dynamiques hybrides (linéaires et non-linéaires). L'interface utilisateur permet la programmation d'un modèle causal orienté schéma-bloc, où chaque bloc représente une opération mathématique ou une fonction sur un signal.

Les auteurs Elmqvist et Mattsson (1997) rapportent que de nombreux outils de simulation ont vu le jour au début des années 1990. Ces outils étaient alors conçus pour simuler des phénomènes propres à une seule discipline, ce qui était un inconvénient majeur. Il était alors très difficile de modéliser des systèmes appartenant simultanément à différents domaines de l'ingénierie. Afin de combler cette lacune, de nouveaux langages de modélisation basés sur le concept de l'acausalité, tel que Modelica (2008), sont apparus vers la fin des années 1990. Elmqvist et Mattsson (1997) mentionnent que ces derniers visent à favoriser l'utilisation de bibliothèques de modèles réutilisables dans le but d'en faciliter leurs échanges, ce qui permet de capitaliser les efforts de modélisation. Ces bibliothèques, qui incluent des composantes de base, permettent ensuite de modéliser des composantes plus complexes qui, à leur tour, sont imbriquées pour former le modèle d'un système. Le prototype virtuel ainsi construit permet de recréer l'expérimentation nécessaire pour répondre au problème d'ingénierie à l'étude.

De nos jours, de nombreux outils logiciels nous permettent de modéliser un système selon le niveau d'abstraction voulu. Le Tableau-A I-1 (*Voir ANNEXE I*) présente quelques exemples de logiciels selon leur niveau d'abstraction. Une description détaillée des cinq niveaux d'abstraction est présentée dans l'ouvrage de Jardin (2010, p. 12). Dans ce mémoire, nous utiliserons le logiciel SimScape (2010c) afin de créer une modélisation physique d'un balancier hydraulique. La première version de l'environnement SimScape date de mars 2007 (MathWorks, 2010d). SimScape est un logiciel qui s'utilise dans le même environnement que Simulink. Contrairement à ce dernier, les blocs de la bibliothèque représentent directement des composantes physiques ou des relations. Nous pouvons maintenant nous demander quel langage est utilisé pour créer les blocs de la bibliothèque.

#### 1.1.4.1 Langage SimScape


Les auteurs Broman et Fritzson (2008) rapportent que dans les langages conventionnels de programmation orientée objet tels que Java et C++, le comportement des classes est décrit par des méthodes. Par contre, dans les langages dont les équations sont orientées objet (EEO), tel que le langage SimScape, les événements continus sont décrits en utilisant des relations différentielles et algébriques, tandis que les modèles discrets sont décrits en générant des événements (MathWorks, 2010d). Ils sont ensuite regroupés pour former des classes ou modèles. Ici, un modèle est un gabarit qui sert à créer l'instance d'un modèle (une composante). Un modèle est constitué de ports qui sont connectés les uns aux autres en utilisant des conducteurs. Une propriété importante des langages EEO est que leurs connexions sont acausales, ce qui signifie que la direction du flux de l'information entre les instances d'un modèle n'est pas définie lors de la modélisation.

Regardons maintenant ce que représentent les connexions entre les différents ports des composantes. Les connexions peuvent exprimer à la fois un potentiel et un flux. Les variables de potentiel « *Across* », qui représentent un effort, sont mesurées en parallèle avec un élément. Les variables de flux « *Through* », qui représentent un écoulement, sont mesurées en séries avec un élément. Le tableau 1.1 présente les variables de potentiel et de flux correspondant à chaque domaine physique. Le produit de ces variables représente la puissance (flux d'énergie) en watts, à l'exception du domaine pneumatique et magnétique, où leur produit représente l'énergie (MathWorks, 2010d). Selon Pêcheux et Al. (2005), ces deux variables respectent la loi généralisée de Kirchhoff pour un potentiel et la loi généralisée de Kirchhoff pour un flux. C'est deux lois sont essentiellement les lois de Kirchhoff pour les circuits électriques généralisées à n'importe quel système d'énergie conservatif, c'est-à-dire thermique, mécanique et fluidique. Pour chaque variable « *Across* », la somme des potentiels dans une boucle est égale à zéro, et pour chaque variable « *Through* », la somme des valeurs entrante et sortante d'un nœud est égale à zéro. En d'autres termes, ceci implique que le potentiel des ports de toutes les composantes attachées à un même nœud doit être le même.

Tableau 1.1 Variable de potentiel et de flux selon le domaine  
Adapté de MathWorks (2010d)

Domaine	Potentiel (Across)	Flux (Through)	Autres variables
Électrique	Tension - <i>v</i> - (V)	Courant - <i>i</i> - (A)	Température du circuit - <i>Temperature</i> - (K) Conductivité min. - <i>GMIN</i> - (1/Ohm)
Hydraulique	Pression - <i>p</i> - (Pa)	Débit - <i>q</i> - (m <sup>3</sup> /s)	Masse volumique - <i>density</i> - (kg/m <sup>3</sup> ) Viscosité cinématique - <i>viscosity_kin</i> - (m <sup>2</sup> /s) Module de compressibilité - <i>bulk</i> - (Pa) Quantité d'air emprisonné - <i>alpha</i> - (1)
Magnétique	Force magnétomotrice - <i>mmf</i> - (A)	Flux magnétique - <i>phy</i> - (Wb)	Constante perméabilité - <i>mu0</i> - (Wb/(m*A))
Mécanique rotation	Vitesse angulaire - <i>w</i> - (rad/s)	Couple - <i>t</i> - (N*m)	
Mécanique translation	Vitesse - <i>v</i> - (m/s)	Force - <i>f</i> - (N)	
Pneumatique	Pression - <i>p</i> - (Pa) Température - <i>T</i> - (K)	Débit massique - <i>G</i> - (kg/s) Flux de chaleur - <i>Q</i> - (J/s)	Ratio chaleur spécifique - <i>gam</i> - (1) Chaleur spécifique à pression cste - <i>c_p</i> - (J/kg/K) Chaleur spécifique à volume constant - <i>c_v</i> - (J/kg/K) Constante des gaz parfaits - <i>R</i> - (J/kg/K) Viscosité - <i>viscosity</i> - (Pa*s) Pression ambiante - <i>Pa</i> - (Pa) Température ambiante - <i>Ta</i> - (K)
Thermique	Température - <i>T</i> - (K)	Flux de chaleur - <i>Q</i> - (J/s)	

Le langage SimScape est maintenant présenté afin d'en faire ressortir ses principales caractéristiques. La figure 1.2 représente un bloc ressort, ainsi que son implémentation en langage SimScape. La première ligne du fichier indique qu'une composante de type ressort est définie dans le domaine mécanique en translation. Ceci implique que le modèle a deux ports, R et C, que la variable de potentiel est la vitesse, et que celle de flux est la force. Les lignes 11 à 14 servent à déclarer les paramètres du modèle. Dans ce cas, la constante du ressort, ainsi que sa déformation initiale, sont deux paramètres à définir dans la fenêtre de la composante lors de son utilisation. Vient ensuite la déclaration des variables des lignes 16 à 18, où l'on définit que la distance "x" est en mètres. La section "fonction", qui inclut les lignes 20 à 25, permet de définir les relations entre les variables, les ports et les paramètres, et d'informer l'utilisateur si la valeur d'un paramètre est incorrecte.



```

1 component spring < foundation.mechanical.translational.branch
2 % Translational Spring
3 % The block represents an ideal mechanical linear spring.
4 %
5 % Connections R and C are mechanical translational conserving ports.
6 % The block positive direction is from port R to port C. This means that
7 % the force is positive if it acts in the direction from R to C.
8
9 % Copyright 2005-2008 The MathWorks, Inc.
10
11 parameters
12     spr_rate = { 1000, 'N/m' }; % Spring rate
13     init_def = { 0, 'm' };      % Initial deformation
14 end
15
16 variables
17     x = { 0, 'm' };
18 end
19
20 function setup
21     if spr_rate <= 0
22         pm_error('simscape:GreaterThanZero','Spring rate' )
23     end
24     x = init_def;
25 end
26
27 equations
28     v == x.der;
29     f == spr_rate * x;
30 end
31
32 end

```

Figure 1.2 Modèle en langage SimScape d'un ressort

La dernière section, soit des lignes 27 à 30, sert à implémenter les équations. Tel que mentionné par Miller (2008), elles doivent être écrites sous forme de relations mathématiques valides indépendantes des autres composantes qui y seront connectées. Ainsi, l'opérateur "==" désigne une relation mathématique, et non pas une assignation. Les relations de cette section sont évaluées simultanément à chaque pas de temps lors d'une simulation numérique. Dans l'exemple, le ressort est défini par deux relations : la vitesse est équivalente à la dérivée de la position, et la force est équivalente à la constante du ressort multipliée par la position.

L'article de Miller (2008) est un bel exemple qui démontre comment construire le modèle d'un moteur à courant continu en langage SimScape. Il explique également de quelle manière le logiciel compile et simule le modèle.

### **1.1.5 Étapes de la modélisation**

Nise (2008) rapporte que l'analyse et la conception de systèmes de commande doivent mettre l'accent sur trois objectifs primaires, soit correspondre à une réponse désirée en régime transitoire, diminuer au maximum l'erreur en régime permanent et être stable. Dans le but de respecter ces trois objectifs, il est alors conseillé de procéder à la modélisation du système pour valider ses performances en boucle ouverte (BO) et en boucle fermée (BF). Pour y arriver, Nise (2008) propose la méthodologie suivante :

- 1) Définir le système physique à partir des requis.
- 2) Identifier les composantes du système, puis construire son diagramme fonctionnel.
- 3) Modéliser le système avec des équations mathématiques.
- 4) Construire le schéma-bloc à partir des équations.
- 5) Simuler le modèle.
- 6) Analyser et valider les résultats de la simulation pour s'assurer qu'il répond aux requis et aux spécifications telles que la stabilité, la réponse en régime transitoire et la valeur en régime permanent.

En se rapportant à cette méthodologie, la première étape ne sera pas considérée puisque le balancier est déjà construit. Les étapes 2 et 3 sont présentées au chapitre 2, l'étape 4 au chapitre 3 et enfin, les étapes 5 et 6 au chapitre 5. La construction du modèle du balancier électro-hydraulique nécessite la connaissance de notions hydrauliques fondamentales. Conséquemment, la section suivante présente les notions liées à la mécanique des fluides.

## **1.2 Mécanique des fluides**

Dans un système hydraulique, la puissance est transmise au fluide par une pompe qui, à son tour, est actionnée par un moteur électrique ou thermique. Puisque le fluide sert à transmettre

une puissance vers les autres composantes, il est essentiel de bien connaître ses propriétés, ainsi que les lois physiques qui régissent sa dynamique. Le fluide utilisé dans le système à l'étude est le Mobil DTE 25 (*Voir* ANNEXE VI).

### 1.2.1 Propriétés du fluide hydraulique

La masse volumique, la viscosité, ainsi que le module de compressibilité sont des propriétés physiques du fluide qui seront présentées dans cette section.

#### 1.2.1.1 Masse volumique

La masse volumique d'un fluide  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) est le ratio de la masse  $M$  par unité de volume  $V$ .

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (1.1)$$

La densité est le rapport entre la masse volumique du fluide et celle de l'eau pour une certaine température. Selon Exxon Mobil, la densité du fluide hydraulique DTE 25 à 15 °C est de 0.876. Puisque la masse volumique de l'eau à 15 °C est de 998.95 kg/m<sup>3</sup>, celle du fluide utilisé est donc de 875 kg/m<sup>3</sup>. La relation entre le poids spécifique  $\gamma$ , dont les unités sont N/m<sup>3</sup>, et la masse volumique est :

$$\gamma = \rho g \quad (1.2)$$

où  $g$  représente l'accélération gravitationnelle,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Pour le fluide DTE 25, le poids spécifique est de 8.584 kN/m<sup>3</sup>.

### 1.2.1.2 Viscosité

La viscosité est la mesure de la résistance d'un fluide à son propre écoulement. Si la viscosité est élevée, il s'écoule difficilement. Pour un fluide Newtonien, c'est-à-dire que la valeur de la contrainte de cisaillement  $\tau$  qui s'exerce entre les nappes superposées de fluide est proportionnelle au gradient de la vitesse  $\delta v/\delta y$ , on définit la constante de proportionnalité  $\mu$  comme étant la viscosité dynamique du fluide (Labonville, 1991):

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \Rightarrow \mu = \frac{\tau}{dv/dy} = \frac{F/A}{dv/dy} \quad (1.3)$$

L'équation ci-dessus démontre que la viscosité dynamique, exprimée en  $\text{Ns/m}^2$ , est le rapport de la contrainte de cisaillement  $\tau$  ( $\text{N/m}^2$ ) sur la pente du profil de la vitesse ( $1/\text{s}$ ). L'aire  $A$ , exprimée en  $\text{m}^2$ , représente la surface de la plaque mobile en contact avec le fluide. La figure ci-dessous illustre cette relation.

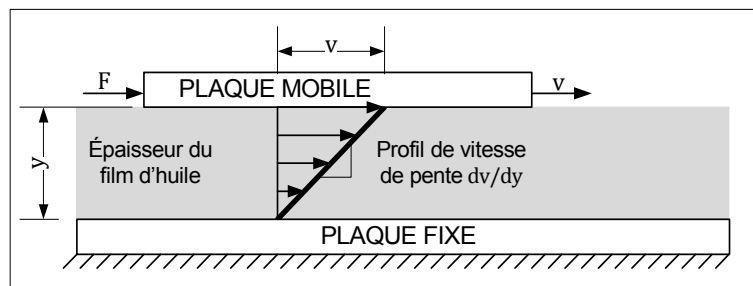


Figure 1.3 Profil de vitesse d'un fluide entre deux surfaces dû à la viscosité.  
Adaptée de Esposito (2003, p. 42)

L'unité la plus utilisée pour la viscosité dynamique est le centipoise cP, où ( $10^3 \text{ cP} = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ). La viscosité cinématique, exprimée en  $\text{m}^2/\text{s}$ , est définie par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.4)$$

Elle est présente dans de nombreuses équations et définitions des propriétés du fluide. La norme dans l'industrie pétrolière est le centistokes ( $1\text{cSt} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ). Puisque la viscosité varie en fonction de la température et de la pression, les fiches techniques donnent leur valeur à 40°C et 100°C à pression ambiante. Elle est donc de 44.2 cSt à 40°C et 6.65 cSt à 100°C pour l'huile Mobil DTE 25. La relation suivante permet de déterminer la valeur de la viscosité à température et pression données :

$$\mu = \mu_0 e^{[\alpha(P-P_0)-\lambda(T-T_0)]} \quad (1.5)$$

où  $\mu_0$  est la viscosité dynamique du fluide à la température  $T_0$  et à la pression  $P_0$  et où  $\lambda$  et  $\alpha$  sont des constantes reliées au fluide. Pour les huiles minérales, la relation empirique ci-dessous permet de trouver le coefficient de pression  $\alpha$  selon la viscosité  $\mu_0$ , qui est à la pression absolue (Manring, 2005).

$$\alpha = [0.6 + 0.965 \log_{10}(\mu_0)] \times 10^{-8} \quad (1.6)$$

L'utilisation de ces relations permet de trouver que la viscosité dynamique est d'environ 30 cP (34.3 cSt) à 50°C et à 3.45 MPa (500 psi).

### 1.2.1.3 Module de compressibilité (Bulk Modulus)

Le module de compressibilité  $\beta$  décrit la diminution relative du volume d'un fluide en fonction de la variation de pression pour une température  $T$  constante. Il représente la rigidité du fluide. Il est défini par la relation suivante, où  $V_0$  est le volume initial du fluide,  $V$  le volume du fluide et  $P$  la pression.

$$\frac{1}{\beta} = - \frac{1}{V_0} \left( \frac{dV}{dP} \right)_T \quad (1.7)$$

Le module de compressibilité pour l'huile utilisé est d'environ 1750 MPa pour une pression de 20.7 MPa à 50°C. Selon Merritt (1967), il n'est pas réaliste d'utiliser cette valeur. La



présence de bulles d'air dans le fluide, ainsi qu'une augmentation de la pression, qui a pour effet de dilater les conduites, entraîne une diminution du module de compressibilité. Pour inclure ces effets, on utilise un module de compressibilité équivalent  $\beta_e$  de l'ordre de 50 à 70% de  $\beta$ . Labonville (1991) rapporte que la valeur typique utilisée est comprise entre 700 et 1000 MPa pour les fluides courants. Une valeur de 700 MPa sera utilisée.

## 1.2.2 Écoulement hydraulique

Tel que mentionné précédemment, le module de compressibilité effectif du système est de 700 MPa. Pour un système opérant à 2000 psi, soit environ 14 MPa, ceci représente une variation du volume de moins d'un pourcent. Cette variation de volume est donc considérée comme négligeable. Ainsi, la prochaine section traite des équations d'un écoulement pour un fluide incompressible ayant une masse volumique et une viscosité constante. Le balancier hydraulique sera modélisé à partir des équations qui seront maintenant développées.

### 1.2.2.1 Équation de Navier-Stokes pour un fluide incompressible

L'équation de Navier-Stokes est un modèle mathématique qui décrit la dynamique de l'écoulement d'un fluide. Elle résulte de la deuxième loi de Newton appliquée à un volume de contrôle infinitésimal. Pour un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$ , de viscosité absolue  $\mu$  uniforme et de température  $T$  constante, l'équation en notation vectorielle est :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1.8)$$

où  $\mathbf{u}$  est le vecteur de la vitesse du fluide,  $t$  est le temps,  $\mathbf{f}$  est un vecteur contenant toutes les forces agissant sur le fluide,  $p$  est la pression,  $\nabla$  est l'opérateur gradient et  $\nabla^2$  est l'opérateur Laplacien (Manring, 2005, p. 44). Pour un écoulement deux dimensions selon  $x$  et  $z$ , l'équation devient :

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + w \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \right) &= \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left( \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} + w \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} \right) &= \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

où  $u$  et  $w$  sont les composantes de la vitesse de l'écoulement et où  $X$  et  $Z$  sont les forces agissant sur le corps par unité de volume dans un repère cartésien selon les axes  $x$  et  $z$  (Merritt, 1967, p. 26). L'équation démontre que le fluide est accéléré par la superposition de deux effets. Il est accéléré par une zone de forte pression vers une zone de faible pression. Une particule qui s'écoule est également accélérée par la force de traînée des particules environnantes qui exerce un effet sur celle-ci. C'est l'effet de la viscosité.

Une analyse adimensionnelle permet de mieux voir les termes reliés à chacun des deux effets. En introduisant les définitions suivantes dans l'équation vectorielle de Navier-Stokes (Manring, 2005) :

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} U, \quad t = \hat{t} \tau, \quad \mathbf{f} = \hat{\mathbf{f}} F, \quad p = \hat{p} P, \quad \nabla = \hat{\nabla} \frac{1}{L}, \quad \nabla^2 = \hat{\nabla}^2 \frac{1}{L^2} \quad (1.10)$$

où le caret signifie une quantité sans unité,  $U$  est la vitesse caractéristique du fluide,  $\tau$  est une quantité de temps reliée au comportement de l'écoulement,  $F$  est la force caractéristique agissant sur le fluide,  $P$  est la pression caractéristique du fluide et  $L$  est la longueur caractéristique du champ de l'écoulement. L'équation de Navier-Stokes sous forme adimensionnelle devient :

$$\rho \left( \frac{U}{\tau} \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}}{\partial \hat{t}} + \frac{U^2}{L} \hat{\mathbf{u}} \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}} - F \hat{\mathbf{f}} \right) = -\frac{P}{L} \hat{\nabla} \hat{p} + \frac{\mu U}{L^2} \hat{\nabla}^2 \hat{\mathbf{u}} \quad (1.11)$$

$$\frac{L^2}{\mu U} \left( \frac{\rho U}{\tau} \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}}{\partial \hat{t}} + \frac{\rho U^2}{L} \hat{\mathbf{u}} \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}} - \frac{\mu U}{L^2} \hat{\nabla}^2 \hat{\mathbf{u}} \right) = \frac{L^2}{\mu U} \left( \rho F \hat{\mathbf{f}} - \frac{P}{L} \hat{\nabla} \hat{p} \right) \quad (1.12)$$

$$\left(\frac{\rho L^2}{\mu \tau}\right) \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}}{\partial \hat{t}} + \left(\frac{\rho UL}{\mu}\right) \hat{\mathbf{u}} \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}} - \hat{\nabla}^2 \hat{\mathbf{u}} = \left(\frac{L^2 \rho F}{\mu U}\right) \hat{\mathbf{f}} - \left(\frac{PL}{\mu U}\right) \hat{\nabla} \hat{p} \quad (1.13)$$

Le premier terme de l'équation (1.13) décrit l'évolution de la vitesse dans le temps. Les coefficients du deuxième terme sont la définition du nombre de Reynolds. Il s'agit d'un nombre sans unité qui permet de caractériser le type d'écoulement. Le troisième terme, qui est relié aux forces de cisaillement agissant sur un volume de contrôle infinitésimal, est le Laplacien des effets visqueux. Du côté droit de l'égalité, le premier terme est relié aux forces externes, et finalement, le dernier représente le gradient de pression.

### 1.2.2.2 Nombre de Reynolds

Selon Munson et al. (2006), le nombre de Reynolds est une mesure du ratio entre les forces d'inertie et les forces dues à la viscosité du fluide sur un élément. Il est utilisé comme critère pour déterminer si l'écoulement est turbulent ou laminaire. Tel que démontré lors de l'analyse adimensionnelle,

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (1.14)$$

où  $Re$  est le nombre de Reynolds,  $\rho$  est la masse volumique,  $U$  est la vitesse moyenne de l'écoulement,  $\mu$  est la viscosité dynamique et  $L$  est la longueur caractéristique. Un nombre de Reynolds élevé signifie que l'écoulement est principalement dominé par les forces d'inertie. Il est caractérisé par un parcours irrégulier et erratique des particules du fluide. À l'opposé, un nombre faible indique la dominance des termes liés à la viscosité et est caractérisé par un écoulement lisse et ordonné des particules formant des lignes parallèles (Merritt, 1967).

### 1.2.2.3 Équation de Bernoulli et potentiel d'écoulement

Pour un nombre de Reynolds élevé, les effets visqueux sont très faibles par rapport aux effets de l'inertie. Il est donc possible de les négliger et de poser l'hypothèse que le liquide est non visqueux. Ainsi, en régime permanent,  $\partial \hat{\mathbf{u}} / \partial \hat{t} = 0$ , et en négligeant les forces externes,  $\hat{\mathbf{f}} = 0$ , l'équation de Navier-Stokes adimensionnelle (1.11) devient :

$$\left(\frac{\rho UL}{\mu}\right) \hat{\mathbf{u}} \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}} = - \left(\frac{PL}{\mu U}\right) \hat{\nabla} \hat{p} \quad (1.15)$$

Pour un écoulement unidirectionnel de vitesse  $u$  le long de  $x$ , sous la forme dimensionnelle :

$$\rho u \frac{du}{dx} = - \frac{dp}{dx} \quad (1.16)$$

En intégrant l'équation (1.16), on obtient :

$$\frac{\rho u^2}{2} + P = cste \quad (1.17)$$

ce qui donne l'équation de Bernoulli. Elle signifie que l'énergie totale du fluide demeure constante le long d'une ligne de courant. Dans certains cas, les effets de la viscosité doivent être considérés uniquement sur une faible couche tout près du corps, c'est la couche limite. Au-delà de celle-ci, l'écoulement est dominé par les termes d'inertie. Elle se comporte d'une manière ordonnée comparable à un écoulement laminaire. Si la couche limite est négligeable, il en résulte un potentiel d'écoulement non turbulent et sans friction qui peut être décrit par l'équation de Bernoulli. Ceci nous dirige maintenant à l'étude d'un écoulement au travers d'un orifice.

### 1.2.2.4 Écoulement à travers un orifice et coefficient de débit

Un orifice est une restriction de très faible longueur qui crée un changement fixe ou variable de la section de l'écoulement. L'équation d'orifice est l'une des équations les plus utilisées pour modéliser les systèmes de commande hydrauliques. Puisque la majorité des écoulements se produisent à un nombre de Reynold élevé, un écoulement turbulent sera considéré. À la figure 1.4, en raison de l'inertie des particules qui décrivent une trajectoire curviligne, le jet créé au point 2 est plus petit que le diamètre de l'orifice. Le point où le jet est plus petit se nomme la vena contracta. Le coefficient de contraction  $C_c$  est défini par :

$$C_c = \frac{A_2}{A_0} \quad (1.18)$$

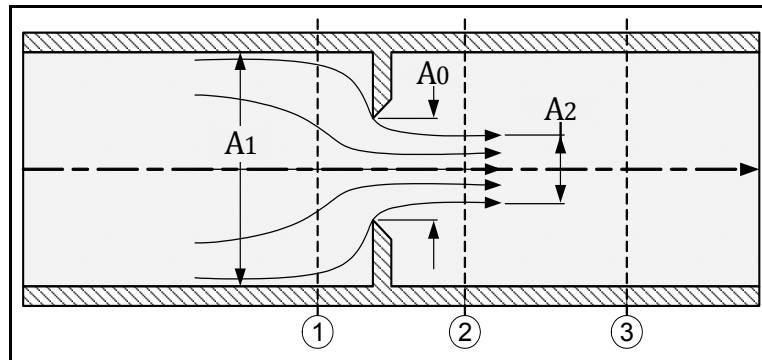


Figure 1.4 Débit à travers un orifice.  
Adaptée de Manning (2005, p. 62)

Sur une ligne de courant, entre les points 1 et 2 de la figure 1.4, l'équation de Bernoulli (1.17) devient :

$$(u_2^2 - u_1^2) = \frac{2}{\rho} (P_1 - P_2) \quad (1.19)$$

Puisque le fluide est incompressible, le bilan massique (voir section suivante) entre 1 et 2 est :

$$Q = A_1 u_1 = A_2 u_2 \quad (1.20)$$

où  $Q$  est le débit volumétrique à travers l'orifice. L'équation d'orifice est la combinaison des équations (1.18), (1.19) et (1.20) :

$$Q = \frac{A_0 C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_2)} \quad (1.21)$$

De façon plus générale, on pose :

$$Q = A_0 C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_2)} \quad (1.22)$$

Où  $C_D$  égale à :

$$C_D = \frac{C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \quad (1.23)$$

L'équation (1.23) démontre que le coefficient de débit  $C_D$  dépend des propriétés de l'écoulement, ainsi que de la géométrie de l'orifice, ce qui le rend difficile à obtenir. Généralement, le  $C_D$  doit être déterminé expérimentalement pour chaque géométrie spécifique. À la figure 1.5, le coefficient de décharge augmente rapidement pour un faible nombre de Reynolds, puis il atteint une asymptote à 0.62 lorsque qu'il augmente. Ainsi, lorsque la géométrie est inconnue, un  $C_D$  de 0.62 est utilisé. (Manring, 2005)

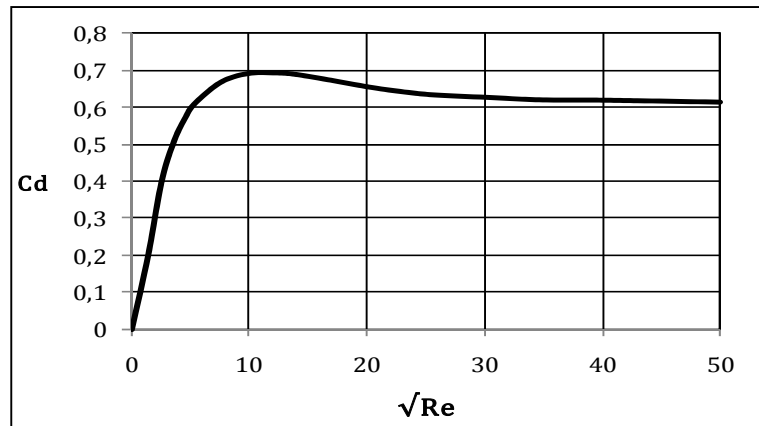


Figure 1.5 Coefficient de décharge en fonction du nombre de Reynolds pour un orifice.  
Tirée de Merritt (1967, p. 44)

### 1.2.2.5 Bilan massique : loi de conservation de la masse

Les propriétés physiques qui caractérisent un fluide peuvent être définies par la théorie de la continuité. Elle stipule qu'un système physique discret peut être remplacé par un système continu dans lequel les propriétés physiques le décrivant varient continuellement dans l'espace (Besnard, 2003). L'évolution du système peut donc être représentée par des équations différentielles. Ainsi, sous l'hypothèse d'un système continu, l'analyse d'un écoulement à travers un volume de contrôle se fait en effectuant un bilan massique pour un volume donné. En observant la figure 1.6, il est évident que la variation de la masse totale dans le temps du volume de contrôle est égale à la sommation des débits massiques entrants  $\dot{m}_{in}$  moins la sommation des débits massiques sortants  $\dot{m}_{out}$ .

$$\frac{dm}{dt} = \sum \dot{m}_{in} - \sum \dot{m}_{out} \quad (1.24)$$

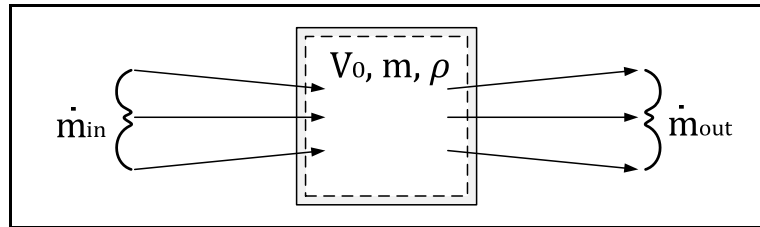


Figure 1.6 Volume de contrôle fixe.

En introduisant la définition de la masse volumique (1.11) et sachant que la variation de la masse dans le temps est égale au produit entre le débit volumique et la masse volumique :

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m} = \rho Q \quad (1.25)$$

on trouve :

$$\frac{d(\rho V_0)}{dt} = \rho Q_{in} - \rho Q_{out} \quad (1.26)$$

Ainsi, si la masse volumique est constante dans le temps, la variation du volume de contrôle est tout simplement égale à la différence entre les débits entrants et sortants.

### 1.2.2.6 Équation d'état du fluide

L'équation d'état du fluide décrit la variation de la masse volumique en fonction de la variation de la pression et de la température à l'intérieur du volume de contrôle. En conservant uniquement les premiers termes d'une série de Taylor :

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T (P - P_0) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P (T - T_0) \quad (1.27)$$

puis en incluant la définition de la masse volumique (1.11) et en posant :



$$\beta = \rho_0 \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = V_0 \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \quad \text{et} \quad \alpha = - \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P = - \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (1.28)$$

où  $\beta$  est le module de compressibilité défini précédemment en (1.7) et  $\alpha$  est un coefficient thermique, on trouve l'équation d'état du fluide :

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 + \frac{1}{\beta} (P - P_0) - \alpha (T - T_0) \right] \quad (1.29)$$

Sous l'hypothèse que la température est constante, il n'est pas nécessaire de faire un bilan thermique. Ainsi, l'équation (1.29) devient :

$$\rho - \rho_0 = \frac{\rho_0}{\beta} (P - P_0) \implies \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho_0}{\beta} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.30)$$

Cette définition sera utilisée pour déterminer l'équation de l'augmentation de la pression à l'intérieur d'un volume de contrôle variable. Le débit sortant de la servovalve du balancier hydraulique se dirige ensuite vers les chambres de l'actionneur linéaire, créant un différentiel de pression. Cette pression crée une force sur la structure du bras oscillant. La relation entre cette force et le débit est décrite par l'équation du taux d'augmentation de la pression pour un volume variable.

#### 1.2.2.7 Augmentation de la pression à l'intérieur d'un volume de contrôle variable

Tel que mentionné précédemment, l'équation du taux d'augmentation de la pression à l'intérieur d'un volume variable sert à décrire la relation entre la pression  $P$ , le débit  $Q$  et le volume  $V$ . À la figure 1.7, le volume est ajusté en variant la position du piston  $\Delta x$ .

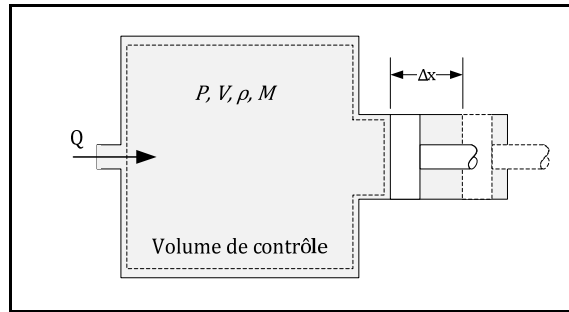


Figure 1.7 Volume de contrôle variable.  
Adaptée de Manning (2005, p. 88)

Tout d'abord, en dérivant partiellement chaque terme de la définition de la masse volumique (1.11) par rapport au temps, on trouve:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \rho \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.31)$$

En considérant la masse volumique constante, l'équation de l'augmentation de la pression est obtenue en combinant l'équation du bilan massique (1.25) avec celle de l'état du fluide (1.30) dans (1.31).

$$\boxed{\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{\beta} \frac{\partial P}{\partial t}} \quad (1.32)$$

Le premier terme à droite de l'égalité est le débit généré par l'expansion du volume de contrôle. Le deuxième terme est le débit dû à la compressibilité. Il décrit le débit résultant de la variation de pression (Merritt, 1967). L'expression commune est obtenue en isolant la variation de la pression par rapport au temps:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\beta}{V} \left( Q - \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (1.33)$$

Tel que mentionné précédemment, les relations mathématiques utilisées pour décrire le système hydraulique à l'étude serviront à modéliser la dynamique du balancier.

### 1.3 Fonctionnement d'une servovalve électro-hydraulique

Avant de construire un modèle mathématique de la servovalve et du système à l'étude, il est essentiel de bien comprendre son fonctionnement physique. Une servovalve électro-hydraulique de type gicleur-orifice à deux étages est utilisée dans cette étude. Les parties la constituant sont illustrées à la figure 1.8. Le premier étage, l'étage de commande, est constitué d'un moteur-couple et d'une valve de type gicleur-orifice. Un moteur couple est utilisé, car il présente un excellent comportement dynamique. Le deuxième étage, l'étage de puissance, est constitué d'un distributeur à tiroir avec quatre orifices. Il permet de diriger l'écoulement vers le port A ou B du système hydraulique. Selon Labonville (1991), l'utilisation de deux étages est nécessaire, puisqu'un moteur-couple de taille raisonnable n'est pas assez puissant pour contrer les forces dues au ressort et au débit hydraulique.

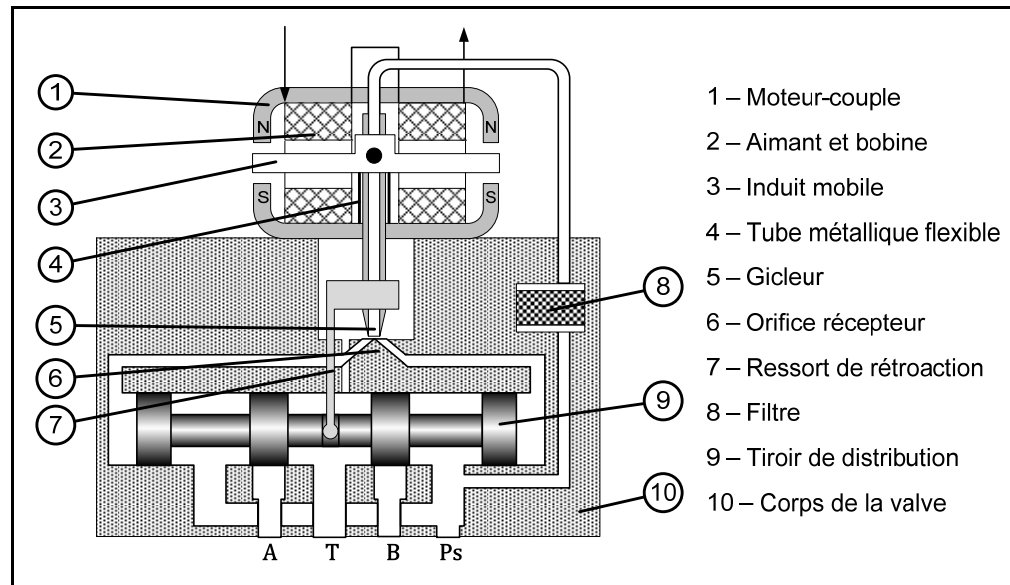


Figure 1.8 Servovalve à deux étages (action pilotée)  
Adaptée de Moog (2008)

Tel que présenté à la figure 1.9a, lorsqu'aucun courant ne circule dans les bobines du moteur-couple, l'induit mobile de la servovalve est maintenu en place par le tube métallique flexible. Un jet d'huile, qui sort du gicleur, est parfaitement centré entre les deux orifices récepteurs.

La pression est alors égale de chaque côté du tiroir de distribution. Puisqu'il y a équilibre des forces, aucun mouvement du tiroir n'est effectué.

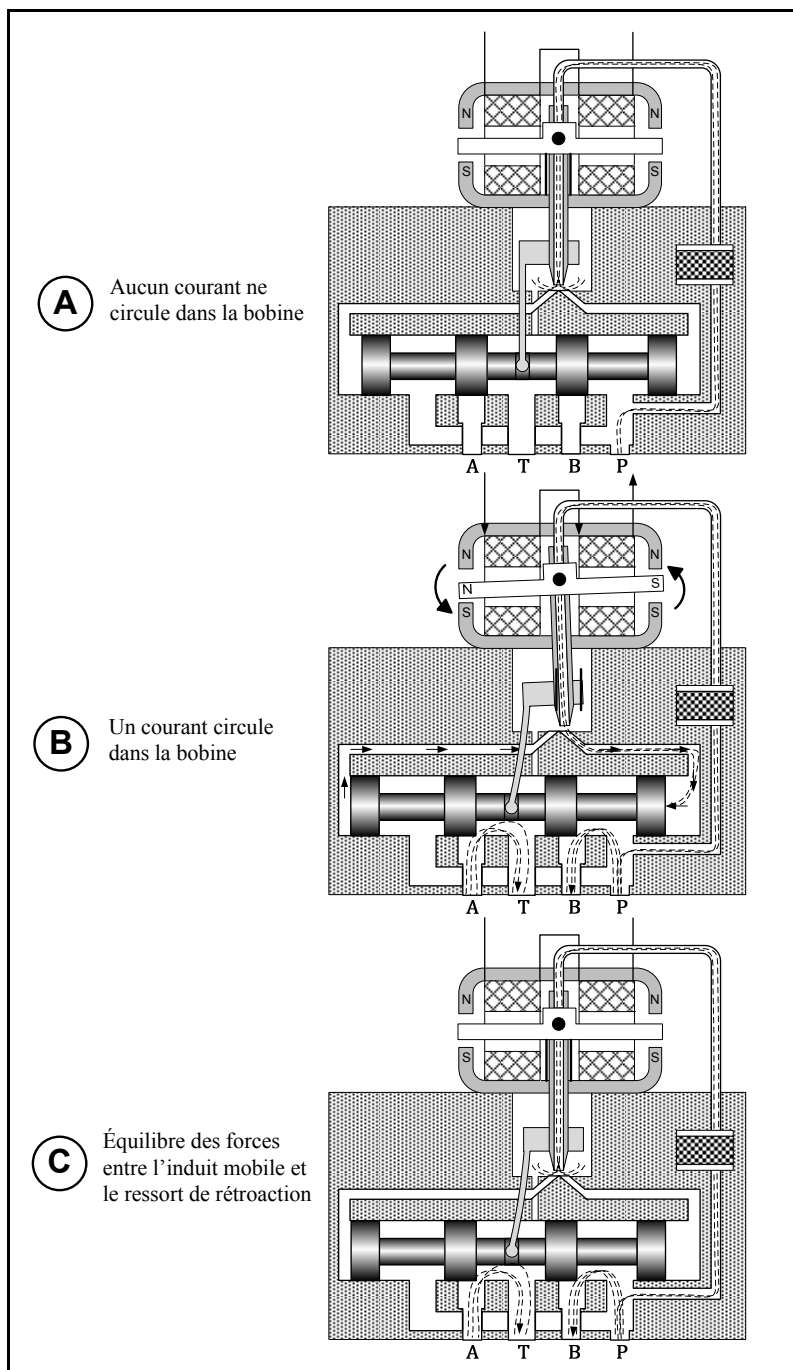


Figure 1.9 Principe de fonctionnement d'une servovalve

Maintenant, lorsqu'un courant électrique circule dans la bobine du moteur-couple, un champ magnétique crée un couple qui fait pivoter l'induit mobile et le gicleur (*Voir* figure 1.9b). Un orifice récepteur reçoit alors un plus grand débit de fluide que l'autre, créant un différentiel de pression au niveau du tiroir de distribution. Selon la polarité du courant, il se déplace du côté opposé du gicleur. Ensuite, le tiroir de distribution entraîne un ressort de rétroaction solidaire du gicleur, ce qui rend le déplacement du tiroir proportionnel à l'intensité du courant circulant dans les bobines. Ainsi, lorsqu'il y a équilibre entre le couple de rétroaction et celui du moteur-couple, le tiroir de distribution cesse de se déplacer car le gicleur est de nouveau centré sur l'orifice récepteur, ce qui égalise la pression (*Voir* figure 1.9c). La position du tiroir résultante ouvre le passage vers le port voulu. Le schéma-bloc ci-dessous permet de mieux comprendre les interactions entre les différentes parties de la servovalve.

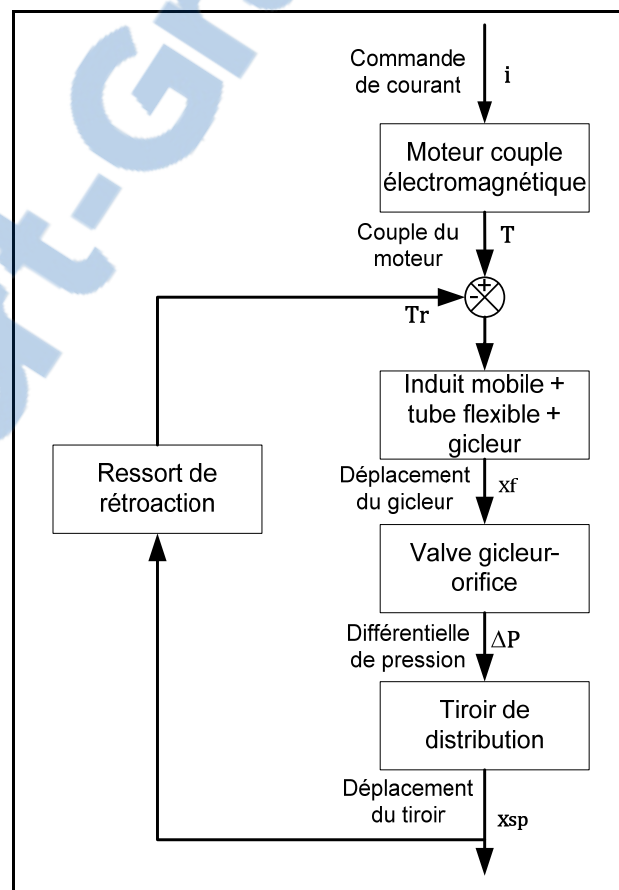


Figure 1.10 Schéma-bloc fonctionnel du premier étage de la servovalve

## 1.4 Résumé

Il existe deux grandes familles de modélisation, la causale et l'acausale. Suite à la présentation des outils logiciels, du langage SimScape et des étapes de la modélisation, les équations de la mécanique des fluides ont été démontrées. L'équation (1.22) décrit l'écoulement d'un fluide à travers un orifice et présente le coefficient de débit. L'équation (1.33) permet de décrire l'augmentation de la pression à l'intérieur d'un volume de contrôle variable. De plus, lors de la présentation du fonctionnement de la servovalve, il a été démontré que le couple électromagnétique est proportionnel au courant de commande et que le couple du ressort de rétroaction est proportionnel au déplacement du tiroir de distribution, ce qui implique que le courant de commande est proportionnel au déplacement du tiroir de distribution.

## CHAPITRE 2

### DESCRIPTION DU BANC D'ESSAI HYDRAULIQUE

#### 2.1 Banc d'essai expérimental

Afin de comparer les différents types de modélisation, un balancier hydraulique, disponible au département de génie mécanique, a été adapté pour effectuer certaines expérimentations. Il permettra de valider les modèles qui seront réalisés. Le montage expérimental est présenté à la figure 2.1 et ses composantes sur le schéma de la figure 2.2. Brièvement, il est constitué d'une pompe hydraulique, d'une servovalve Moog 755-101, d'un vérin linéaire à double effet, d'un bras oscillant et d'un micro-ordinateur branché à différents capteurs par le biais d'une carte d'acquisition NI-6229 de la compagnie National Instrument. L'acquisition des signaux, ainsi que l'implémentation de la boucle de commande, est réalisée à l'aide du logiciel de prototypage et de test en temps réel XPCtarget.

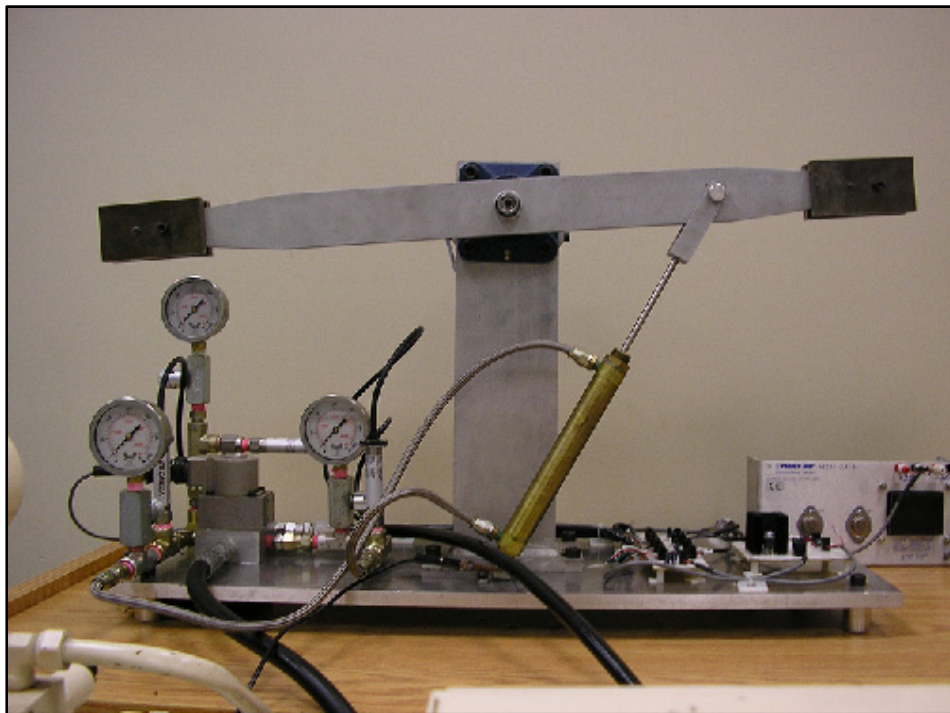


Figure 2.1 Montage expérimental

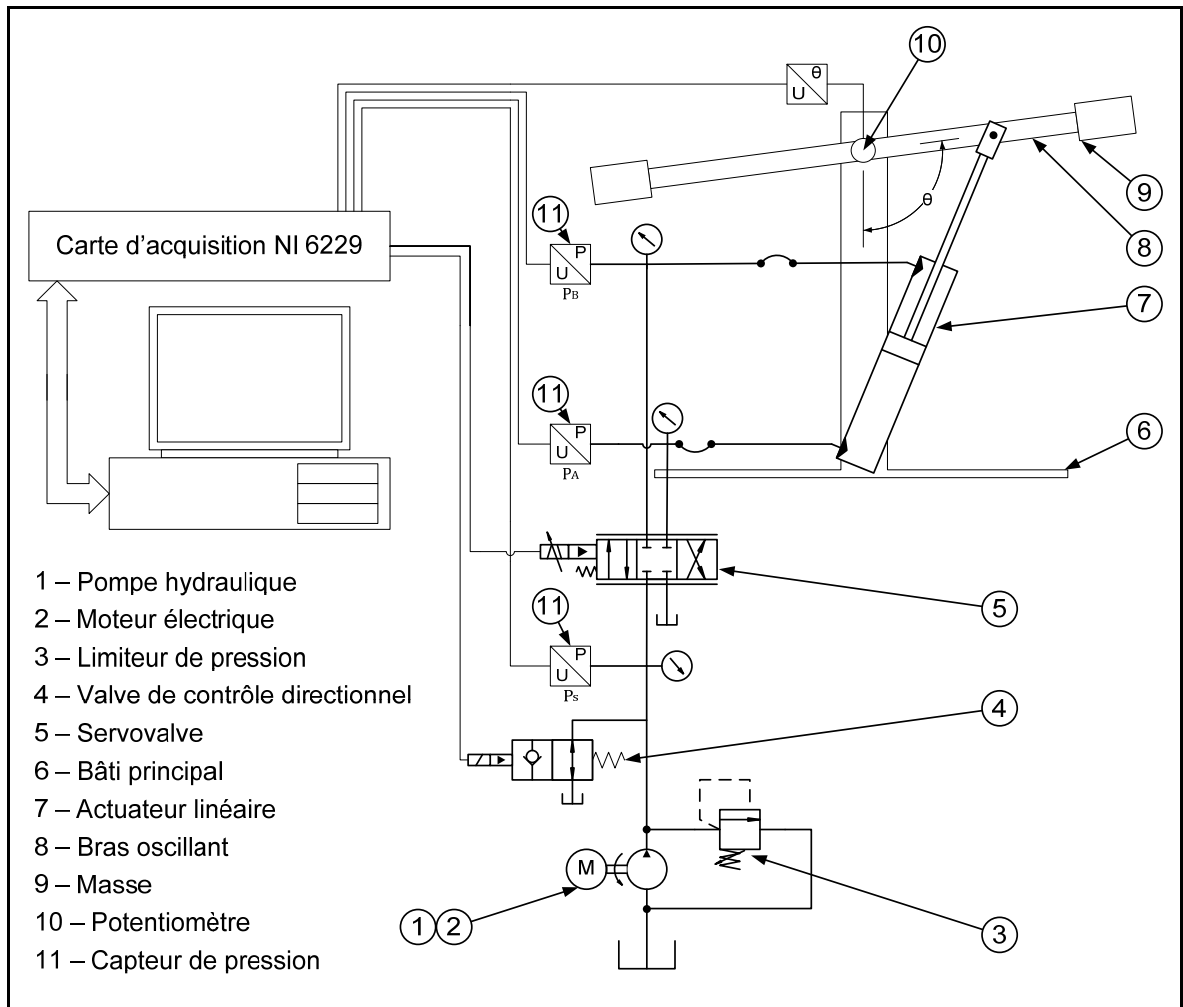


Figure 2.2 Schéma du montage expérimental

La pompe hydraulique, qui est à dentures externes, est actionnée par un moteur électrique triphasé de 2 hp tournant à 1740 rpm. Elle fournit un débit de 6.8 l/min. Un limiteur de pression assemblé sur le bloc de distribution principal permet d'ajuster la pression d'alimentation de 100 à 2000 psi et une valve directionnelle sert à alimenter le circuit hydraulique. La servovalve à deux étages, de type gicleur-orifice, permet de diriger l'écoulement du fluide provenant de la pompe vers l'actionneur linéaire à un débit maximal de 9.5 l/min à 1000 psi. Son étage de puissance est constitué d'un distributeur à tiroir à quatre orifices. Le signal de commande de la valve doit être dans une plage d'opération de  $\pm 2.5$  V avec une zone d'insensibilité d'environ 0.025 V, zone dans laquelle il n'y a aucun mouvement de l'actionneur. Le vérin a un alésage de 25.4 mm de diamètre, une tige de 7.5 mm de



diamètre, et une course totale de 125 mm. Sa base est fixée sur le bâti principal du montage, et sa tige sur le bras oscillant. La position angulaire du bras est mesurée par un potentiomètre ayant une résistance de 5 k $\Omega$  pour un tour. Le système hydraulique est instrumenté avec trois capteurs de pression PX602 de la compagnie Omega. Ils sont situés de chaque côté du vérin et un sur le bloc d'alimentation. L'ordinateur est équipé d'une carte NI-6229 ayant une résolution de 16 bits et une fréquence d'échantillonnage de 250 kHz. La carte permet d'envoyer un signal de commande à la servovalve par le biais de l'un des quatre canaux de sortie en utilisant le convertisseur numérique à analogique (CNA). L'acquisition des trois capteurs de pression et du potentiomètre est effectuée avec le convertisseur analogique à numérique (CAN). Les fiches techniques pour les différentes composantes du système sont présentées en annexe.

## **2.2 Modèle mathématique**

Dans cette section, les équations mathématiques servant à modéliser le système sont présentées. Ces équations serviront à construire une fonction de transfert pour le système, ainsi qu'un modèle Simulink (MathWorks, 2010e).

### **2.2.1 Dynamique et écoulement de la servovalve**

Tel que démontré dans le premier chapitre, la servovalve utilisée dans cette étude se divise en deux parties qui peuvent être étudiées de façon distincte, soit l'étage de commande, qui positionne le tiroir de distribution, et l'étage de puissance, qui contrôle le débit du fluide hydraulique.

#### **2.2.1.1 Étage de commande**

Dans ce qui suit, la relation entre la position du tiroir de distribution de la servovalve et la commande de tension sera établie à partir d'un modèle simplifié présenté par Thayer (1965), FitzSimons et Palazzolo (1996) et Watton (1989). En posant les hypothèses présentées ci-

dessous, un modèle mathématique simplifié est obtenu pour la dynamique de l'étage de pilotage :

- La source de courant est idéale.
- La pression due à la charge, la compressibilité du fluide, ainsi que les effets visqueux sont négligeables.
- Les non-linéarités sont approximées par un comportement dynamique linéaire, ou sont tout simplement négligeables.
- La dynamique de l'induit mobile, du tube flexible et du gicleur peut être approximée par un modèle mathématique à paramètres concentrés, c'est-à-dire que l'évolution de l'état du modèle est continue dans le temps et que les propriétés physiques sont localisées à des positions spécifiques dans l'espace, ce qui permet d'utiliser un nombre fini d'équations différentielles.
- Le mouvement de l'induit mobile est très petit par rapport à celui du tiroir de distribution.
- Les forces nécessaires pour faire bouger le tiroir de distribution sont très faibles par rapport aux forces motrices disponibles, ce qui implique que la masse du tiroir de distribution, les forces de friction et les fuites internes sont négligeables.

En se référant au schéma-bloc fonctionnel du premier étage de la servovalve (*Voir* figure 1.10) et au schéma-bloc simplifié de la servovalve (*Voir* figure 2.3), le couple résultant  $T$  (Nm) sur l'induit mobile est égal à :

$$k_l i - k_w X_{sp} = T \quad (2.1)$$

où  $i$  est le courant de commande (A),  $k_l$  est la constante de couple du moteur-couple (Nm/A),  $k_w$  est la raideur du ressort de rétroaction (Nm/m) et  $X_{sp}$  est la position du tiroir de distribution (m).

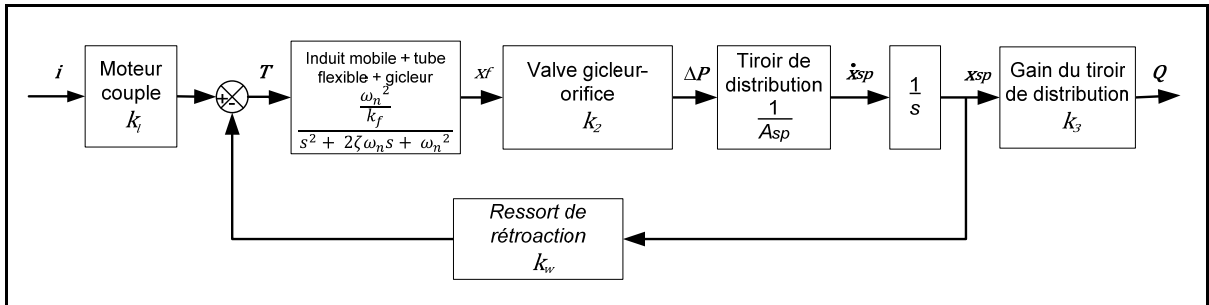


Figure 2.3 Schéma-bloc simplifié de la servovalve  
Adaptée de Thayer (1965)

En appliquant la deuxième loi de Newton, l'équation de la dynamique de l'induit mobile et du gicleur est :

$$\ddot{x}_f + 2\zeta\omega_n\dot{x}_f + \omega_n^2 x_f = \frac{\omega_n^2}{k_f} \times T \quad (2.2)$$

où  $x_f$  est la position du gicleur (m),  $k_f$  est la raideur de l'assemblage du tube flexible, de l'induit mobile et du gicleur (Nm/m),  $\omega_n$  est la fréquence naturelle (rad/s) et  $\zeta$  est le facteur d'amortissement du premier étage. La relation entre la position du gicleur et la vitesse du tiroir de distribution est définie par :

$$k_2 x_f = A_{sp} \dot{x}_{sp} \quad (2.3)$$

où  $k_2$  est le gain de l'amplificateur hydraulique ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) et  $A_{sp}$  est l'aire du tiroir de distribution ( $\text{m}^2$ ). Les équations (2.1), (2.2) et (2.3) sont ensuite combinées pour obtenir la position du tiroir de distribution en fonction de l'intensité du courant de commande :

$$\ddot{x}_{sp} + 2\zeta\omega_n\dot{x}_{sp} + \omega_n^2 x_{sp} + \frac{k_w k_2 \omega_n^2}{A_{sp} k_f} x_{sp} = \frac{k_1 k_2 \omega_n^2}{A_{sp} k_f} \times i \quad (2.4)$$

où le facteur d'amortissement et la fréquence naturelle de la dynamique de l'induit mobile et du gicleur sont égal à :

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{b_f}{k_f} \omega_n \text{ et } \omega_n = \sqrt{\frac{k_f}{m_f}} \quad (2.5)$$

où  $b_f$  est le coefficient d'amortissement (Nms/m) et  $m_f$  est la masse en rotation (Nms<sup>2</sup>/m) des composantes du premier étage. Afin de déterminer la fonction de transfert entre la position du tiroir et la commande de courant, on utilise les transformés de Laplace :

$$\left[ s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + \omega_n^2 s + \frac{k_w k_2 \omega_n^2}{A_{sp} k_f} \right] X_{sp}(s) = \frac{k_l k_2 \omega_n^2}{A_{sp} k_f} \times I(s) \quad (2.6)$$

Ainsi, la relation entre la sortie et l'entrée est :

$$\boxed{\frac{X_{sp}(s)}{I(s)} = \frac{\frac{k_l k_2}{A_{sp} k_f}}{s \left( \frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1 \right) + \frac{k_w k_2}{A_{sp} k_f}}} \quad (2.7)$$

Il en résulte une fonction de transfert du troisième ordre en boucle ouverte. En observant l'équation (2.7), il est évident que déterminer la dynamique de l'étage de commande est une tâche compliquée qui nécessite la connaissance de plusieurs paramètres qui sont souvent gardés secrets par les manufacturiers. De plus, l'écoulement interne régissant les servovalves de type gicleur-orifice est extrêmement complexe (Rabie, 2009, p. 330). Ainsi, plusieurs auteurs, tel que Miller et Al., Rabie et Thayer, ont démontré qu'il n'est pas nécessaire de la modéliser en détail. En effet, la dynamique du moteur-couple, de la valve de type gicleur-orifice et du tiroir de distribution peut être approximée par une fonction de transfert du premier ou du deuxième ordre. Puisque la dynamique du système physique à actionner est souvent plus lente que la dynamique de la servovalve, il est uniquement nécessaire de la représenter pour un spectre de basse fréquence (Thayer, 1965). Ainsi, on peut l'approximer par une fonction de transfert du premier ordre. En utilisant l'équation (2.7), ainsi que le théorème de la valeur finale (Nise, 2008), le gain statique est défini par :

$$\left[ \frac{X_{sp}(s)}{I(s)} \right] (s \rightarrow 0) = \frac{\frac{k_l k_2}{A_{sp} k_f}}{\frac{k_w k_2}{A_{sp} k_f}} = \frac{k_l k_2}{k_w k_2} = \frac{k_l}{k_w} \Rightarrow \boxed{k_{sp} = \frac{k_l}{k_w}} \quad (2.8)$$

L'équation du premier ordre sera alors :

$$G_1(s) = \frac{X_{sp}(s)}{I(s)} = \frac{k_{sp}}{\tau s + 1} \quad (2.9)$$

où  $\tau$  est la constante de temps (s). Si on décide d'utiliser une fonction du deuxième ordre, la fonction de transfert devient alors (Thayer, 1965) :

$$\frac{X_{sp}(s)}{I(s)} = \frac{k_{sp}}{\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1} \quad (2.10)$$

La figure 2.5 présente les résultats d'une simulation numérique effectuée par Rabie (2009). Il y compare trois modèles d'une même servovalve (Voir figure 2.4), soit un complet qui inclut la dynamique du premier étage, un deuxième, qui est uniquement une fonction de transfert du deuxième ordre, et un troisième qui est une fonction de transfert du premier ordre.

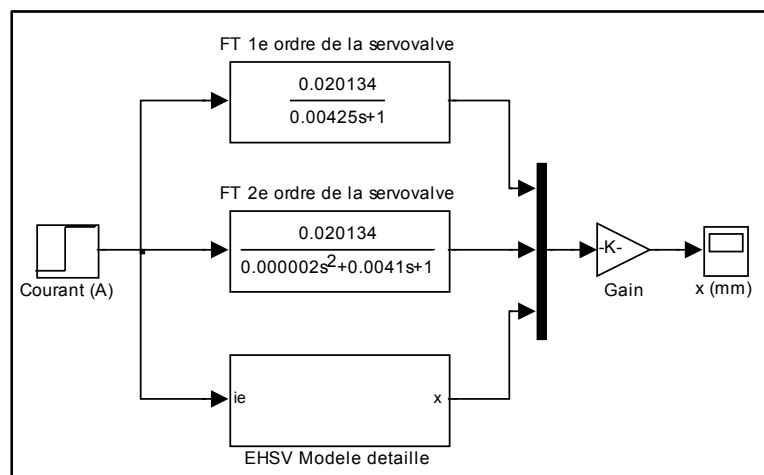


Figure 2.4 Modèle Simulink de la servovalve

La réponse du système à un échelon de 10 mA démontre que la fonction de transfert du deuxième ordre est une excellente approximation de la dynamique de la servovalve. L'utilisation d'une fonction de transfert du premier ou du deuxième ordre est donc valide. La prochaine section traitera maintenant de l'étage de puissance de la servovalve.

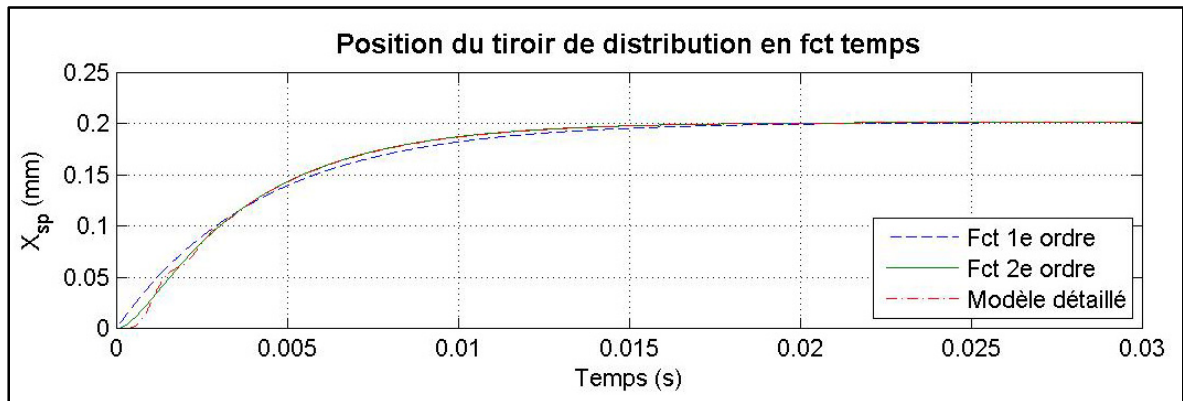


Figure 2.5 Position du tiroir de distribution (mm) en fonction du temps(s)

### 2.2.1.2 Étage de puissance

En général, les valves de distribution sont classifiées selon le nombre d'orifices par lesquels le fluide peut entrer et sortir, le nombre de tiroirs et le type de centre lorsque la valve est centrée sur l'orifice. Les trois types de centre sont présentés à la figure 2.6.

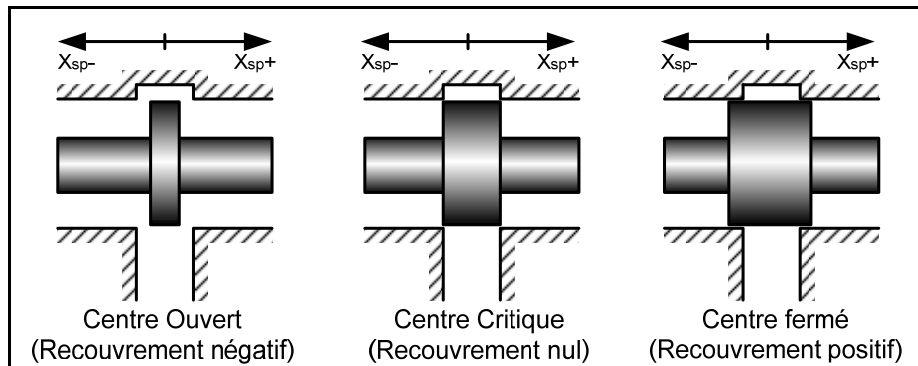


Figure 2.6 Recouvrement des tiroirs de distribution  
Adaptée de Labonville (1991, p. 399)

Certaines caractéristiques des valves sont directement reliées à la géométrie de leur centre. Ainsi, le type de centre est une caractéristique très importante, car il détermine le gain en débit, soit le gain entre le débit de la valve  $Q_L$  et le déplacement du tiroir de distribution  $X_{sp}$  (Voir figure 2.7). Un centre critique, c'est-à-dire à recouvrement nul, est donc privilégié pour avoir un comportement linéaire.

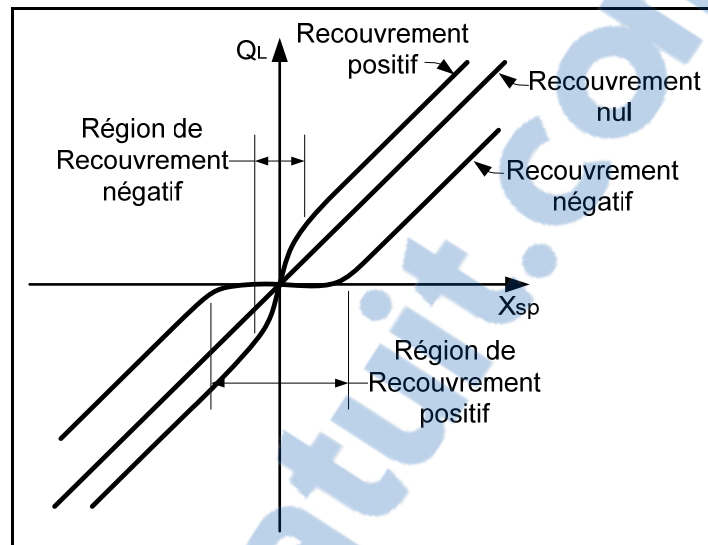


Figure 2.7 Gain en débit selon le type de centre  
Adaptée de Merritt (1967, p. 78)

Dans ce mémoire, l'étage de puissance est constitué d'une valve à quatre orifices et quatre tiroirs, avec un centre à recouvrement critique, c'est-à-dire qu'ils sont fabriqués de manière à ce que le moindre mouvement du tiroir de distribution provoque un écoulement de fluide vers l'un des ports. En se référant à la figure 2.8 et aux équations présentées au premier chapitre, la relation entre la position du tiroir de distribution  $X_{sp}$  et le débit se dirigeant vers les chambres de l'actionneur linéaire sera développée.

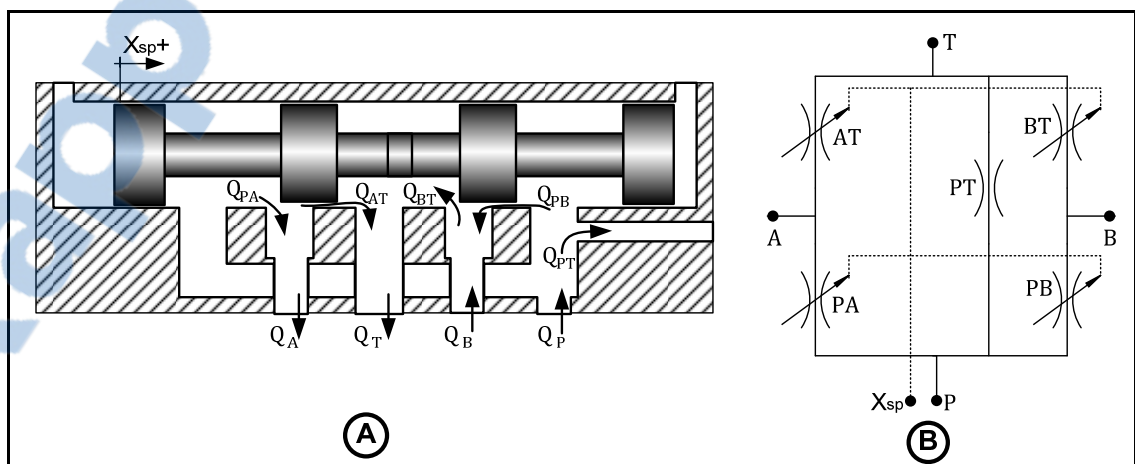


Figure 2.8 Écoulement dans l'étage de puissance  
a) Vue de coupe b) Schéma hydraulique

Tout d'abord, en supposant que la masse volumique et que le volume sont constants, l'équation de la loi de la conservation de la masse (1.26) appliquée au port  $A$  donne :

$$Q_{PA} = Q_{AT} + Q_A \quad (2.11)$$

$$\boxed{Q_A = Q_{PA} - Q_{AT}}$$

et similairement pour le port  $B$ :

$$Q_B + Q_{PB} = Q_{BT} \quad (2.12)$$

$$\boxed{Q_B = Q_{BT} - Q_{PB}}$$

Pour chaque orifice, le débit est ensuite trouvé à partir de l'équation d'orifice (1.22) :

$$Q_{PA} = A_{PA} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_A)} \quad (2.13)$$

$$Q_{AT} = A_{AT} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_A - P_T)} \quad (2.14)$$

$$Q_{PB} = A_{PB} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_B)} \quad (2.15)$$

$$Q_{BT} = A_{BT} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_B - P_T)} \quad (2.16)$$

La combinaison des équations (2.11) à (2.16) permet ensuite de trouver la relation des débits se dirigeant vers l'actionneur :



$$\begin{aligned}
 Q_A &= A_{PA} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_A)} - A_{AT} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_A - P_T)} \\
 Q_B &= A_{BT} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_B - P_T)} - A_{PB} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_B)}
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

L'aire d'ouverture des orifices est fonction de la position du tiroir de distribution :

$$\begin{aligned}
 A_{PA} &= A_{PA}(X_{sp}) & A_{AT} &= A_{AT}(-X_{sp}) \\
 A_{BT} &= A_{BT}(X_{sp}) & A_{PB} &= A_{PB}(-X_{sp})
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

Puisque les orifices de la valve sont identiques, ceci implique que :

$$\begin{aligned}
 A_{PA} &= A_{BT} \\
 A_{PB} &= A_{AT}
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$

et puisqu'ils sont symétriques :

$$\begin{aligned}
 A_{PA}(X_{sp}) &= A_{AT}(-X_{sp}) \\
 A_{PB}(X_{sp}) &= A_{BT}(-X_{sp})
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

Ainsi, il est uniquement nécessaire de définir l'ouverture d'un seul orifice. En considérant un comportement linéaire :

$$A = \frac{A_{max}}{X_{sp_{max}}} \times X_{sp} = w \times X_{sp}
 \tag{2.21}$$

où  $w$  est le gradient d'ouverture de la valve ( $m^2/m$ ). Puisque les fuites sont habituellement associées à un faible nombre de Reynold, elles sont souvent modélisées en utilisant l'équation de fuite à travers une surface annulaire excentrique (*Voir Manring (2005, p. 66)*). Dans la plupart des ouvrages, elles sont tout simplement négligées. Ainsi, si les fuites sont

négligées, l'équation des débits se dirigeant vers l'actionneur (2.17) combinée à l'équation de l'ouverture d'un orifice (2.21) devient (Watton, 1989) :

$$Q_A = C_D \sqrt{\frac{2}{\rho}} w X_{sp} \left[ u(X_{sp}) \sqrt{(P_P - P_A)} + u(-X_{sp}) \sqrt{(P_A - P_T)} \right] \quad (2.22)$$

$$Q_B = C_D \sqrt{\frac{2}{\rho}} w X_{sp} \left[ u(X_{sp}) \sqrt{(P_B - P_T)} + u(-X_{sp}) \sqrt{(P_P - P_B)} \right]$$

$$u(X) = \begin{cases} 0 & : x < 0 \\ 1 & : x \geq 0 \end{cases}$$

où  $u(X)$  est une fonction de commutation servant à modéliser le changement de direction de l'écoulement.

### 2.2.2 Dynamique de l'actionneur linéaire

Lorsque le tiroir de distribution de la servovalve s'ouvre dans le sens positif, l'actionneur linéaire se déplace sous l'action de l'écoulement du fluide hydraulique sous pression. Un débit  $Q_A$  se dirigeant vers l'actionneur linéaire crée une augmentation de pression dans la chambre  $A$  (coté fond) de l'actionneur linéaire, et un débit  $Q_B$  le quittant crée une diminution de pression dans la chambre  $B$  (coté tige). Le différentiel de pression entre les deux chambres crée alors un mouvement positif  $y$  de la tige du vérin.

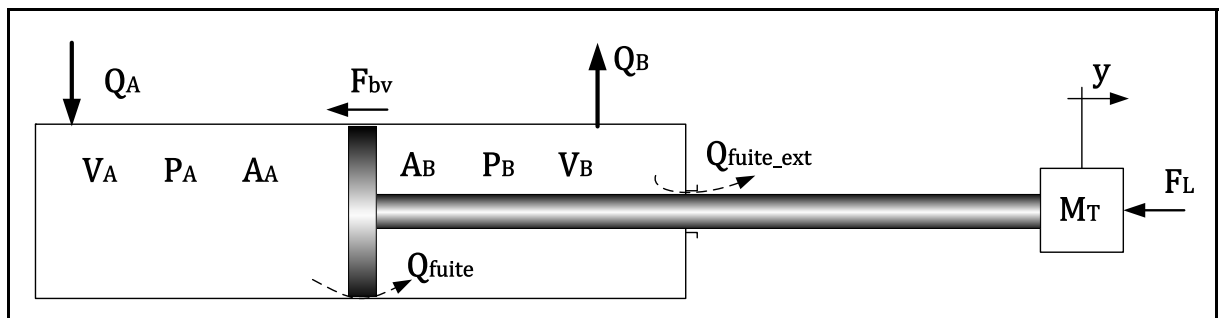


Figure 2.9 Actionneur linéaire asymétrique

De plus, les charges externes appliquées sur l'actionneur linéaire font grandement varier la pression à l'intérieur des chambres, venant à leur tour influencer le débit à travers la servovalve. Ce phénomène sera maintenant décrit en utilisant l'équation du taux d'augmentation de la pression à l'intérieur d'un volume variable (1.33) présentée au premier chapitre. Tout d'abord, le volume initial de la chambre  $A$  de l'actionneur est :

$$V_A = V_{0A} + A_A y \quad (2.23)$$

À partir de l'équation (1.33), la relation entre la pression  $P_A$ , le débit  $Q_A$  et le volume  $V_A$  est :

$$\frac{\partial P_A}{\partial t} = \frac{\beta}{V_A} \left( Q - \frac{\partial V_A}{\partial t} \right) \quad (2.24)$$

Puisque la section de l'actionneur  $A_A$  est constante, la variation du volume dans le temps est équivalente à :

$$\frac{\partial V_A}{\partial t} = A_A \frac{\partial y}{\partial t} \quad (2.25)$$

Le débit  $Q$  est équivalent à la somme des débits entrants moins la somme des débits sortants :

$$\begin{aligned} Q &= \sum Q_{in} - \sum Q_{out} = Q_A - Q_{fuite} \\ Q &= Q_A - C_{fuite}(P_A - P_B) \end{aligned} \quad (2.26)$$

où  $C_{fuite}$  est le coefficient de fuite entre les deux chambres ( $s \cdot m^4/kg$ ). Puis, en combinant les équations (2.23) à (2.26) :

$$\boxed{\frac{\partial P_A}{\partial t} = \frac{\beta}{V_{0A} + A_A y} \left( Q_A - C_{fuite}(P_A - P_B) - A_A \frac{\partial y}{\partial t} \right)} \quad (2.27)$$

Similairement à la chambre  $A$ , le volume initial de la chambre  $B$  de l'actionneur est :

$$V_B = V_{0B} - A_B y \quad (2.28)$$

Toujours à partir de l'équation (1.33), la relation entre la pression  $P_B$ , le débit  $Q_B$  et le volume  $V_B$  est :

$$\frac{\partial P_B}{\partial t} = \frac{\beta}{V_B} \left( \frac{\partial V_B}{\partial t} - Q \right) \quad (2.29)$$

La variation du volume dans le temps est équivalent à :

$$\frac{\partial V_B}{\partial t} = A_B \frac{\partial y}{\partial t} \quad (2.30)$$

Comme pour l'équation (2.26), le débit  $Q$  est équivalent à la somme des débits entrants moins la somme des débits sortants :

$$\begin{aligned} Q &= \sum Q_{in} - \sum Q_{out} = Q_{fuite} - Q_{fuite\_ext} - Q_B \\ Q &= C_{fuite}(P_A - P_B) - C_{fuite\_ext}P_B - Q_B \end{aligned} \quad (2.31)$$

où  $C_{fuite\_ext}$  est le coefficient de fuite vers l'extérieur de la chambre  $B$  ( $s \cdot m^4/kg$ ). En combinant les équations (2.28) à (2.31), on trouve :

$$\boxed{\frac{\partial P_B}{\partial t} = \frac{\beta}{V_{0B} - A_B y} \left( -Q_B + C_{fuite}(P_A - P_B) - C_{fuite\_ext}P_B + A_B \frac{\partial y}{\partial t} \right)} \quad (2.32)$$

Enfin, les équations (2.27) et (2.32) serviront à décrire l'évolution temporelle de la pression dans les chambres  $A$  et  $B$ . La deuxième loi de Newton sera maintenant utilisée pour relier la charge externe à la pression dans les chambres.

$$\sum F_{ext} = m a \quad (2.33)$$

La figure 2.10 présente le diagramme des corps libres (DCL) de la tige de l'actionneur linéaire. En s'y référant, l'équation (2.33) devient :

$$F_A - F_B - F_{bv} - F_L = M_T \frac{d^2y}{dt^2} \quad (2.34)$$

avec :

$$\begin{aligned} F_A &= P_A A_A \\ F_B &= P_B A_B \\ F_{bv} &= b_v \frac{dy}{dt} \end{aligned} \quad (2.35)$$

où  $b_v$  est le coefficient d'amortissement visqueux (Ns/m). Ce qui donne :

$$\boxed{M_T \frac{d^2y}{dt^2} + b_v \frac{dy}{dt} = P_A A_A - P_B A_B - F_L} \quad (2.36)$$

Finalement, l'équation (2.36) est l'équation de la dynamique de la tige de l'actionneur.

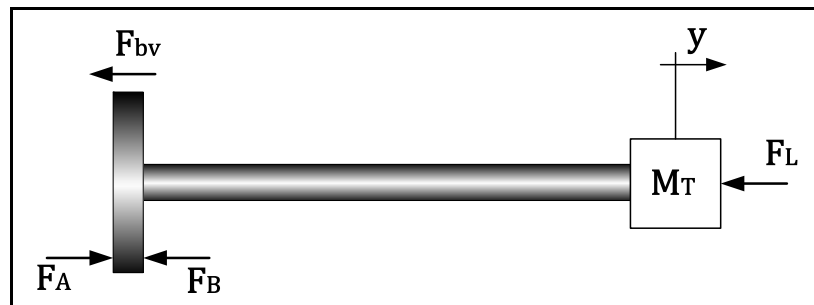


Figure 2.10 DCL de la tige de l'actionneur linéaire

### 2.2.3 Dynamique du balancier

L'extension de l'actionneur linéaire provoque une rotation positive  $\theta$  du bras oscillant dans le sens antihoraire. La distance de sortie de l'actionneur est alors déterminée indirectement par le potentiomètre qui est fixé sur l'arbre du bras (*Voir* figure 2.2). La dynamique du bras oscillant sera maintenant présentée.

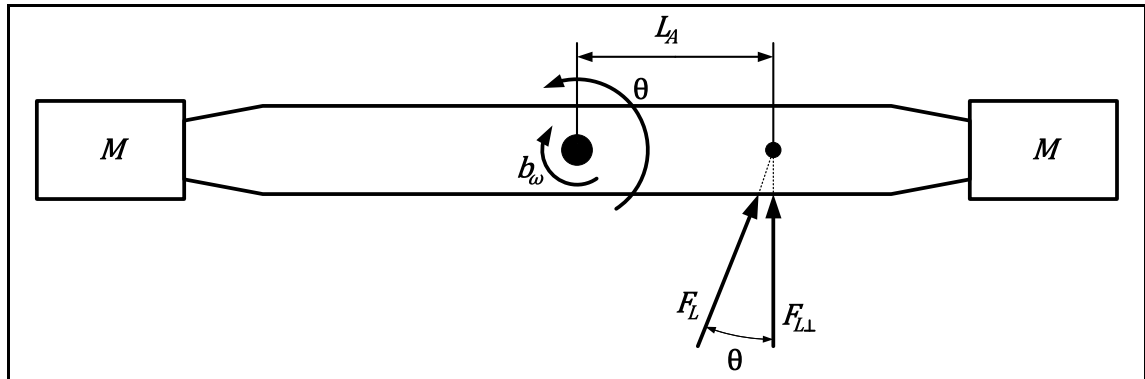


Figure 2.11 DCL du bras du balancier

À partir de la deuxième loi de Newton en rotation, on sait que la somme des couples  $T$  agissant sur le bras est égale au produit de son inertie massique  $J$  ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ) par l'accélération angulaire  $\ddot{\theta}$  ( $\text{rad}/\text{s}^2$ ) :

$$\sum T = J\ddot{\theta} \quad (2.37)$$

En se référant au diagramme des corps libres (DCL) du bras du balancier (*Voir* figure 2.11) et à l'équation précédente, on trouve :

$$T_{F_{L\perp}} - T_{b_\omega} = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2.38)$$

avec :

$$T_{F_{L\perp}} = F_{L\perp} L_A \quad (2.39)$$

$$T_{b_\omega} = b_\omega \frac{d\theta}{dt}$$

où  $F_{L\perp}$  est la composante perpendiculaire de la force générée par l'actionneur linéaire (N),  $L_A$  est la distance entre le pivot et le point d'application de la force (m),  $b_\omega$  est l'amortissement visqueux ( $\text{Nms}/\text{rad}$ ) et  $\theta$  est l'angle entre l'axe vertical et le bras oscillant (rad). Enfin, la combinaison des équations (2.38) et (2.39) donne :

$$\boxed{F_{L\perp} L_A = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + b_\omega \frac{d\theta}{dt}} \quad (2.40)$$

### 2.2.3.1 Relation entre l'extension de l'actionneur et la rotation du balancier

En se référant à la figure 2.12, la relation entre la longueur de l'actionneur linéaire  $L_C$  (m) et l'angle du balancier  $\theta_C$  (rad) est déterminée à partir de la loi des cosinus :

$$L_C^2 = L_A^2 + L_B^2 - 2L_AL_B \cos(\theta_C) \quad (2.41)$$

$$\theta_C = \arccos \left[ \frac{L_A^2 + L_B^2 - L_C^2}{2L_AL_B} \right]$$

où  $L_A$  et  $L_B$  sont des longueurs constantes (m). La dérivée implicite de l'équation (2.41) par rapport au temps permet de relier la vitesse linéaire de l'actionneur à la vitesse de rotation du bras oscillant, ce qui donne :

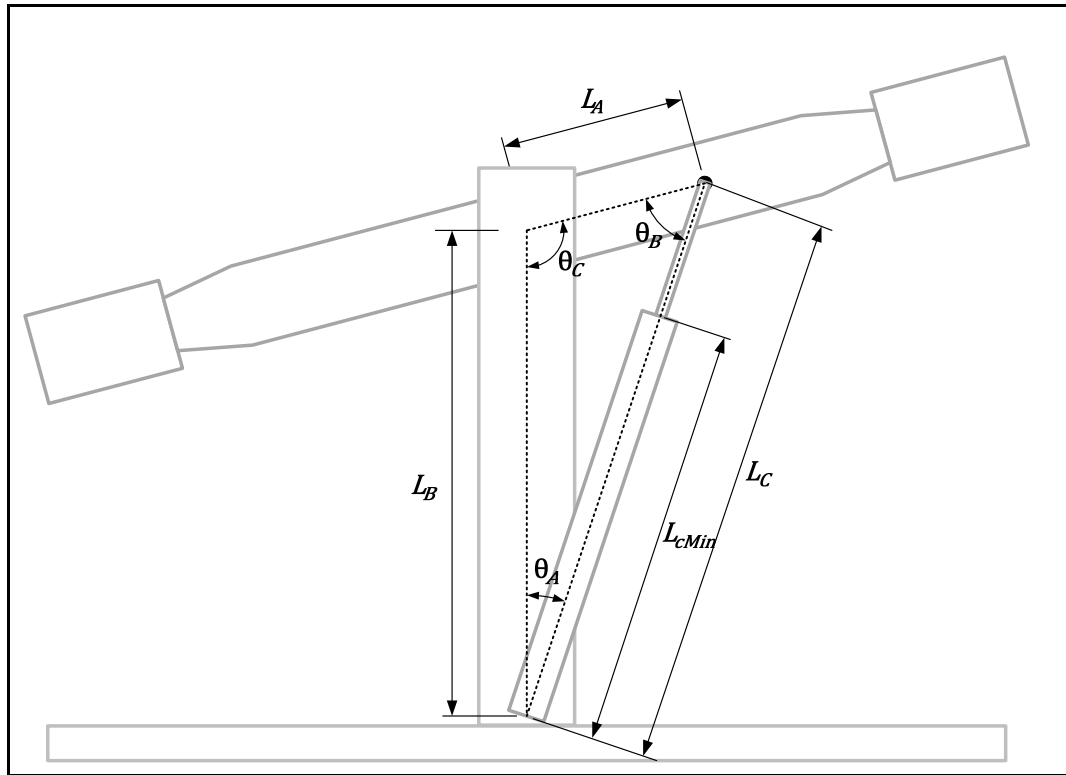
$$2L_C\dot{L}_C = 2L_AL_B \sin(\theta_C)\dot{\theta}_C \quad (2.42)$$

$$\dot{\theta}_C = \frac{2L_C\dot{L}_C}{2L_AL_B \sin(\theta_C)}$$

L'accélération angulaire est déterminée par la dérivée implicite seconde de l'équation (2.41) par rapport au temps, ce qui donne :

$$2L_C\ddot{L}_C + 2\dot{L}_C^2 = 2L_AL_B \sin(\theta_C)\ddot{\theta}_C + 2L_AL_B \cos(\theta_C)\dot{\theta}_C^2 \quad (2.43)$$

$$\ddot{\theta}_C = \frac{2L_C\ddot{L}_C + 2\dot{L}_C^2 - 2L_AL_B \cos(\theta_C)\dot{\theta}_C^2}{2L_AL_B \sin(\theta_C)}$$

Figure 2.12 Relation entre  $\theta$  et  $y$ 

### 2.2.3.2 Relation entre $F_L$ et $F_{L\perp}$

La relation entre la force générée par l'actionneur linéaire  $F_L$  et sa composante perpendiculaire  $F_{L\perp}$  est nécessaire afin de relier l'équation de la dynamique du cylindre (2.36) avec l'équation de la dynamique du balancier (2.40). À partir de la figure 2.13 :

$$F_L = \frac{F_{L\perp}}{\sin(\theta_B)} \quad (2.44)$$

et en appliquant la loi des sinus :

$$\frac{\sin(\theta_B)}{L_B} = \frac{\sin(\theta_C)}{L_C} \Rightarrow \sin(\theta_B) = \frac{L_B \sin(\theta_C)}{L_C} \quad (2.45)$$



Enfin, l'inclusion de l'équation (2.45) dans (2.44) donne :

$$F_L = \frac{F_{L\perp} L_C}{L_B \sin(\theta_C)} \quad (2.46)$$

En observant les relations (2.42), (2.43) et (2.46), on remarque qu'il y a plusieurs non-linéarités dues aux fonctions sinusoïdales entre la distance de sortie du vérin et l'angle du balancier, et entre  $F_L$  et  $F_{L\perp}$ . Afin d'obtenir une fonction de transfert représentant la dynamique de ce système, nous verrons comment linéariser ces équations au prochain chapitre.

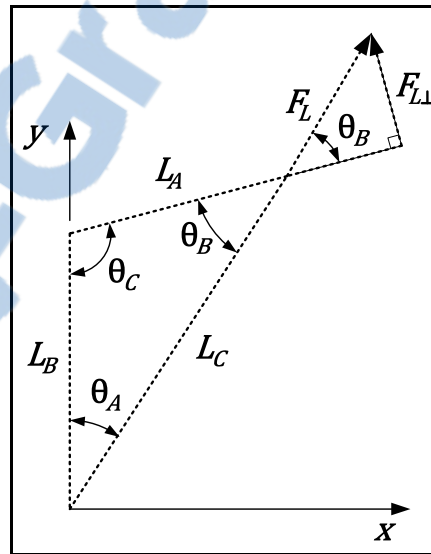


Figure 2.13 Relation entre  $F_L$  et  $F_{L\perp}$

### 2.3 Résumé

Suite à la présentation du système à l'étude, toutes les équations importantes qui permettent de modéliser l'ensemble du système ont été présentées. Il a été démontré que la dynamique du premier étage de la servovalve peut être correctement approximée par une fonction de transfert du premier ou du deuxième ordre. Ensuite, l'équation d'orifice présentée au premier chapitre a servi au développement de l'équation modélisant le deuxième étage. Ainsi,

l'équation (2.22) permet de déterminer la relation entre la position du tiroir de distribution de la servovalve et le débit se dirigeant vers les chambres de l'actionneur linéaire. Cet écoulement du fluide hydraulique sous pression entraîne le déplacement de l'actionneur linéaire. La pression à l'intérieur des deux chambres est modélisée en utilisant l'équation du taux d'augmentation de la pression pour un volume variable, ce qui conduit aux équations (2.27) pour la chambre A et (2.32) pour la chambre B. En appliquant la deuxième loi de Newton en translation, puis en rotation, la dynamique de l'actionneur linéaire (2.36) ainsi que celle du balancier (2.40) sont ensuite présentées. Elles sont liées par la loi des cosinus, ainsi que ses dérivées implicites, qui décrivent la relation entre la rotation du bras et la translation du vérin. Finalement, la loi des sinus est utilisée pour déterminer la relation entre la force générée par l'actionneur linéaire  $F_L$  et sa composante perpendiculaire  $F_{L\perp}$ .

## CHAPITRE 3

### MODÉLISATION

Dans ce chapitre, nous aborderons la modélisation du balancier hydraulique selon trois approches. En premier lieu, une fonction de transfert entre la position angulaire du balancier et la tension aux bornes de la servovalve est définie. Un schéma-bloc du système non-linéarisé est ensuite réalisé sur Simulink. Enfin, une modélisation physique du balancier est effectuée à l'aide du logiciel SimScape. Ceci permettra de mettre en évidence la complexité de chacune des méthodes.

#### 3.1 Analyse linéaire : fonction de transfert

Les équations présentées précédemment contiennent plusieurs non-linéarités, telles que des racines carrées et des fonctions trigonométriques. Afin d'obtenir une fonction de transfert entre la position angulaire du balancier et la tension appliquée aux bornes de la servovalve, il est nécessaire de linéariser le système d'équations autour d'un point d'opération préétabli. Dans notre cas, ce sera lorsque le cylindre est centré et que le balancier est à l'horizontale. Certaines hypothèses seront également posées afin de simplifier le système d'équations.

##### 3.1.1 Linéarisation de la servovalve

Tel que démontré au deuxième chapitre, la fonction de transfert du premier étage de la servovalve est décrite par une fonction de transfert du deuxième ordre, soit l'équation (2.10). Pour l'étage de puissance, en considérant que la pression au réservoir est nulle, que la valve est symétrique et qu'elle s'ouvre dans le sens positif, c'est-à-dire que  $X_{sp} \geq 0$ , l'équation d'orifice (2.22) pour le port A devient :

$$Q_A = C_D w X_{sp} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{(P_P - P_A)} \quad (3.1)$$

L'équation précédente est linéarisée en utilisant uniquement les premiers termes d'une série de Taylor qui varie de façon infinitésimale autour du point d'opération :

$$Q_A = C_D w X_{sp} \sqrt{2/\rho} \sqrt{(P_P - P_A)} = f(X_{sp}, P_A) \quad (3.2)$$

$$f(X_{sp}, P_A) = f(X_{sp}^*, P_A^*) + \left. \frac{\partial f}{\partial X_{sp}} \right|_{X_{sp}^*, P_A^*} (X_{sp} - X_{sp}^*) + \left. \frac{\partial f}{\partial P_A} \right|_{X_{sp}^*, P_A^*} (P_A - P_A^*)$$

où \* représente la valeur de la variable en régime permanent. La dérivation de l'équation précédente donne :

$$(Q_A - Q_A^*) = K_q^a (X_{sp} - X_{sp}^*) - K_c^a (P_A - P_A^*) \quad (3.3)$$

$$\boxed{\Delta Q_A = K_q^a \Delta X_{sp} - K_c^a \Delta P_A}$$

avec :

$$K_q^a = C_D w \sqrt{2/\rho} \sqrt{(P_P^* - P_A^*)} \quad (3.4)$$

$$K_c^a = \frac{C_D w X_{sp}}{\sqrt{2\rho(P_P^* - P_A^*)}}$$

où  $K_q^a$  est le gain en débit ( $m^2/s$ ) et  $K_c^a$  est le coefficient de débit-pression ( $m^3/Pa/s$ ).  
Similairement, pour le port B,

$$\boxed{\Delta Q_B = K_q^b \Delta X_{sp} + K_c^b \Delta P_B} \quad (3.5)$$

avec :

$$K_q^b = C_D w \sqrt{2/\rho} \sqrt{(P_B^* - P_T^*)} \quad (3.6)$$

$$K_c^b = \frac{C_D w X_{sp}}{\sqrt{2\rho(P_B^* - P_T^*)}}$$

Selon Merritt (1967), le gain en débit  $K_q$  affecte directement le gain en boucle ouverte du système. Ainsi, il a une influence directe sur la stabilité du système. Quant au coefficient de

débit-pression  $K_c$ , il affecte le ratio d'amortissement du système. Un autre facteur important pour décrire une valve est le gain en pression  $K_{pr}$  (Pa/m), dont la définition est :

$$K_{pr} = \frac{\partial P_L}{\partial X_{sp}} = \frac{\partial Q_L}{\partial X_{sp}} \times \frac{\partial P_L}{\partial Q_L} = \frac{K_q}{K_c} \quad (3.7)$$

Le gain en pression permet de décrire la capacité de l'ensemble valve-actionneur à vaincre de grandes charges dues à la friction avec peu d'erreur.

### 3.1.2 Relation du taux d'augmentation de la pression

Toujours en considérant un petit déplacement de l'actionneur à mi-course, on approxime que les volumes initiaux des deux chambres sont similaires, ce qui implique que :

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{V_{0A} + A_A y} &\approx \frac{\beta}{V_{0A}} \\ \Rightarrow \frac{\beta}{V_{0A}} &\approx \frac{\beta}{V_{0B}} \approx \frac{\beta}{\frac{V_{0A} + V_{0B}}{2}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Puis, à partir de l'équation précédente :

$$\boxed{\frac{V_{0A}}{\beta} = \frac{1}{\beta} \left[ \frac{V_{0A} + V_{0B}}{2} \right] = C} \quad (3.9)$$

où  $C$  est une constante ( $\text{m}^3/\text{Pa}$ ). En considérant que le joint d'étanchéité entre les deux chambres est parfait ( $C_{fuite} = 0$ ), et puisque que l'on suppose que les volumes initiaux des deux chambres sont similaires, l'équation de la variation de la pression dans la chambre A de l'actionneur linéaire (2.27) dans le domaine de Laplace devient :

$$sP_A(s) = \frac{\beta}{V_{0A}} [Q_A(s) - A_A s Y(s)] \quad (3.10)$$

$$Q_A(s) = \frac{V_{0A}}{\beta} sP_A(s) + A_A s Y(s)$$

$$\boxed{Q_A(s) = CsP_A(s) + A_A s Y(s)}$$

Similairement, l'équation (2.32) devient :

$$\boxed{Q_B(s) = -CsP_B(s) + A_B s Y(s)} \quad (3.11)$$

La pression  $P_A(s)$  en fonction de la position du tiroir de distribution  $X_{sp}(s)$  et de la position de l'actionneur  $Y(s)$  est ensuite obtenue en égalisant les équations (3.3) et (3.10), où l'on considère une variation par rapport au point d'opération nominal :

$$K_q^a X_{sp}(s) - K_c^a P_A(s) = CsP_A(s) + A_A s Y(s) \quad (3.12)$$

$$P_A(s)[Cs + K_c^a] = K_q^a X_{sp}(s) - A_A s Y(s)$$

$$\boxed{P_A(s) = \frac{K_q^a}{Cs + K_c^a} X_{sp}(s) - \frac{A_A s}{Cs + K_c^a} Y(s)}$$

Similairement, avec les équations (3.5) et (3.11), la pression  $P_B(s)$  est trouvée en fonction de la position du tiroir de distribution  $X_{sp}(s)$  et de la position de l'actionneur  $Y(s)$  :

$$K_q^b X_{sp}(s) + K_c^b P_B(s) = -CsP_B(s) + A_B s Y(s) \quad (3.13)$$

$$P_B(s)[Cs + K_c^b] = -K_q^b X_{sp}(s) + A_B s Y(s)$$

$$\boxed{P_B(s) = \frac{-K_q^b}{Cs + K_c^b} X_{sp}(s) + \frac{A_B s}{Cs + K_c^b} Y(s)}$$

### 3.1.3 Linéarisation du mouvement du balancier

En raison du petit déplacement, le balancier est presque toujours à l'horizontal, ce qui permet d'approximer les angles en considérant un triangle rectangle. Ceci évite d'utiliser la loi des sinus et des cosinus, simplifiant ainsi le modèle. L'équation (2.40) décrivant la relation entre la force perpendiculaire et l'angle du balancier devient, dans le domaine de Laplace :

$$\frac{\theta(s)}{F_{L\perp}(s)} = \frac{L_A}{Js^2 + b_\omega s} \quad (3.14)$$

En se référant à la figure 2.13 et à l'équation de la relation entre la force générée par l'actionneur linéaire  $F_L$  et sa composante  $F_{L\perp}$  (2.46), et puisque  $\theta_C$  est pratiquement toujours égal à  $\pi/2$ , la relation entre  $F_L$  et  $F_{L\perp}$  est maintenant définie par :

$$\theta_C \approx \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(\theta_C) \approx 1 \quad (3.15)$$

$$F_L = \frac{F_{L\perp} L_C}{L_B \times 1}$$

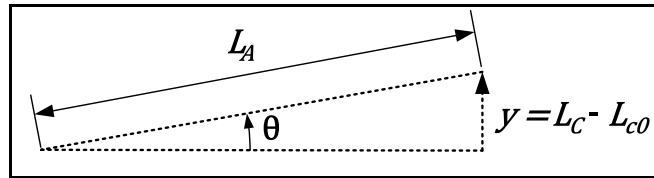
$$\boxed{F_{L\perp} = F_L \frac{L_B}{L_C}}$$

La relation recherchée est trouvée en incluant l'équation (3.15) dans celle de la dynamique du balancier (3.14), puis en isolant la force  $F_L$  :

$$\boxed{F_L(s) = \frac{L_C(Js^2 + b_\omega s)}{L_A L_B} \theta(s)} \quad (3.16)$$

### 3.1.4 Relation entre la distance de sortie de l'actionneur et la rotation du balancier

La relation entre la distance de sortie de l'actionneur linéaire et l'angle du balancier est approximée en supposant que le vérin agit directement à la verticale sur le bras oscillant.

Figure 3.1 Relation entre  $\theta$  et  $y$ 

Ainsi, en se référant à la figure 3.1, on trouve :

$$\sin(\theta) = \frac{y}{L_A} \Rightarrow \sin(\theta) \approx \theta \quad (3.17)$$

$$\boxed{y = \theta L_A}$$

### 3.1.5 Fonction de transfert : $\theta(s)$ sur $X_{sp}(s)$

Revenons maintenant à la dynamique du cylindre. L'équation (2.36) dans le domaine de Laplace devient :

$$M_T s^2 Y(s) + b_v s Y(s) = P_A A_A - P_B A_B - F_L \quad (3.18)$$

La fonction de transfert entre l'angle du balancier et la position du tiroir de distribution est trouvée en incluant les équations (3.12), (3.13), (3.16) et (3.17) dans (3.18). Les détails de l'équation sont présentés en ANNEXE II.

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{K_q (A_A + A_B)}{(Cs + K_c) \left[ \left( M_T L_A + \frac{L_C J}{L_A L_B} \right) s^2 + \left( b_v L_A + \frac{L_C b_\omega}{L_A L_B} \right) s \right] + (A_A^2 + A_B^2) L_A s} \quad (3.19)$$

En utilisant la représentation sous la forme zéros-pôles-gain, la fonction de transfert précédente devient :



$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{K_q (A_A + A_B)}{(Cs + K_c)[\Psi s^2 + \varphi s] + (A_A^2 + A_B^2)L_A s} \quad (3.20)$$

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{\frac{K_q (A_A + A_B)}{C \Psi}}{s \left[ s^2 + \frac{(C\varphi + K_c \Psi)}{C \Psi} s + \frac{(K_c \varphi + (A_A^2 + A_B^2)L_A)}{C \Psi} \right]}$$

Avec :

$$\Psi = \left( M_T L_A + \frac{L_C J}{L_A L_B} \right)$$

$$\varphi = b_v L_A + \frac{L_C b_\omega}{L_A L_B}$$

### 3.1.6 Fonction de transfert : $\theta(s)$ sur $U(s)$

La fonction de transfert représentant le système dans sa totalité est trouvée en multipliant les équations présentées dans le schéma-bloc de la figure 3.2 :

$$\frac{\theta(s)}{U(s)} = k_i \times G_1(s) \times G(s) \quad (3.21)$$

ce qui donne :

$$G_3(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{K_{sp} k_i K_q (A_A + A_B)}{[(Cs + K_c)[\Psi s^2 + \varphi s] + (A_A^2 + A_B^2)L_A s](\tau s + 1)} \quad (3.22)$$

où  $k_i$  est le gain en courant de la servovalve. Le résultat de cette équation représente l'angle du bras du balancier  $\theta(s)$  par rapport à la tension appliquée aux bornes du moteur-couple de la servovalve  $U(s)$ . Cette équation sera réutilisée au chapitre 5 pour développer une loi de commande sur le système en boucle fermée.

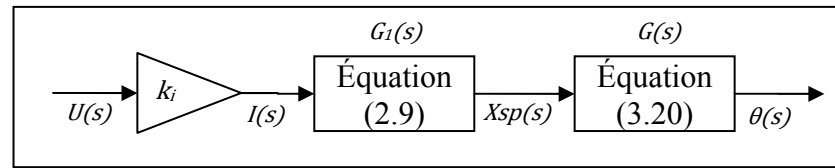


Figure 3.2 Schéma-bloc du système linéarisé

### 3.2 Schéma-bloc du système non-linéarisé

Dans cette section, un schéma-bloc du système non-linéarisé est développé. Selon De Lafontaine (2004), un schéma-bloc est un outil de modélisation qui sert à partitionner un problème complexe en sous-systèmes et en composantes qui peuvent être conçus et analysés séparément avant leur intégration. Il représente une série d'équations qui décrivent la relation entre les entrées et les sorties d'un système en fonction du temps. Dans un diagramme, chaque bloc représente une équation du type  $y = f(t, x, u)$ , où  $t$  est le temps actuel,  $u$  est une entrée du bloc,  $y$  une sortie et  $x$ , une variable d'état. De plus, les lignes qui relient les blocs représentent les dépendances entre ceux-ci, et la flèche définit le sens de l'écoulement de l'information. Afin de bien comprendre la complexité d'un schéma-bloc fait à l'aide du logiciel d'analyse et de simulation assistées par ordinateur Simulink, inclus dans le logiciel Matlab, chacune des équations seront maintenant présentées sous forme de diagramme.

#### 3.2.1 Diagramme du modèle Simulink principal

Le modèle Simulink complet reliant la position du tiroir de distribution  $X_{sp}(s)$  et l'angle du balancier  $\theta(s)$  est présenté à la figure 3.3. Chacun des cinq sous-systèmes dont il est composé représente une équation ou une série d'équations. Au-dessus de chacun de ceux-ci, les chiffres, entre parenthèses dans un encadré pointillé, représentent les équations auxquelles ils font référence. Remarquez qu'un simple coup d'œil au diagramme principal permet de mettre en évidence les dépendances entre les différents sous-systèmes.

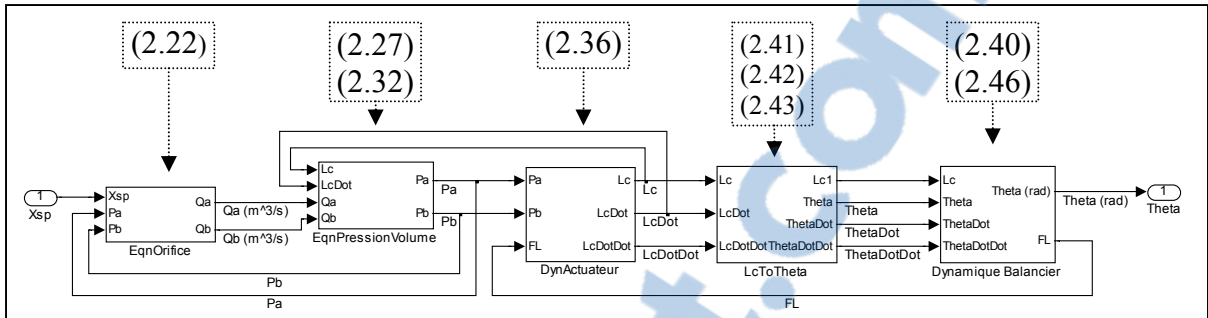


Figure 3.3 Diagramme du modèle Simulink principal

Chaque sous-système sera maintenant présenté afin de mettre en lumière toute la complexité d'un diagramme Simulink

### 3.2.1.1 Relation entre le débit et la position du tiroir de distribution

La figure 3.4 est une représentation, sous forme de schéma-bloc, de l'équation d'orifice appliquée à l'étage de puissance de la servovalve (Voir équation (2.22)). Elle inclut la fonction de commutation servant à modéliser le changement de direction de l'écoulement, ainsi que la racine carrée du différentiel des pressions, ce qui en fait une équation non-linéaire. Le tableau 3.1 présente les variables d'entrées, de sorties, ainsi que les paramètres du sous-système.

Tableau 3.1 Variables et paramètres pour EqnOrifice

Variables d'entrées	$X_{sp}, P_A, P_B$
Variables de sorties	$Q_A, Q_B$
Paramètres	$C_D, \rho, w, P_P, P_T$

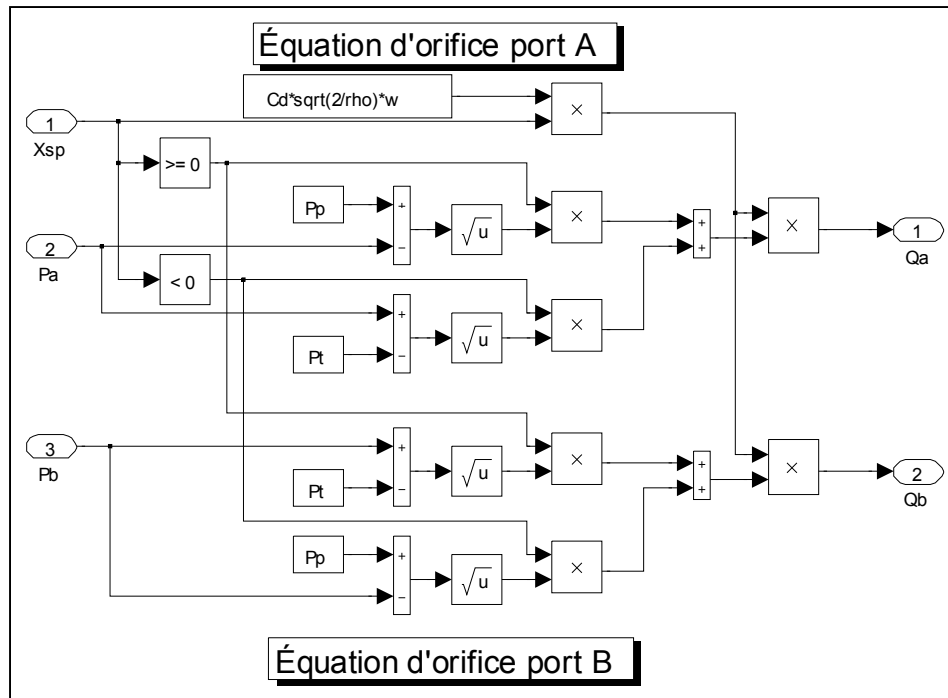


Figure 3.4 Sous-système : EqnOrifice

### 3.2.1.2 Relation entre la variation de la pression et le débit

La figure 3.5 est une représentation des équations (2.27) et (2.32) qui décrivent l'évolution temporelle de la pression dans les chambres *A* et *B* de l'actionneur linéaire. Les intégrateurs sont saturés pour que la pression maximale du système soit celle de l'alimentation  $P_p$ , et que la pression minimale soit de zéro. La distance de sortie du vérin  $y$  (Voir figure 2.10) est égale à la longueur actuelle du vérin  $L_c$  moins la longueur initiale  $L_{c0}$ , soit lorsque le balancier est à l'horizontale. La vitesse de sortie de l'actionneur linéaire  $\partial y / \partial t$  est ici représentée par la variation de la longueur  $\dot{L}_c$ . Enfin, le tableau 3.2 présente les variables d'entrées, de sorties, ainsi que les paramètres du sous-système.

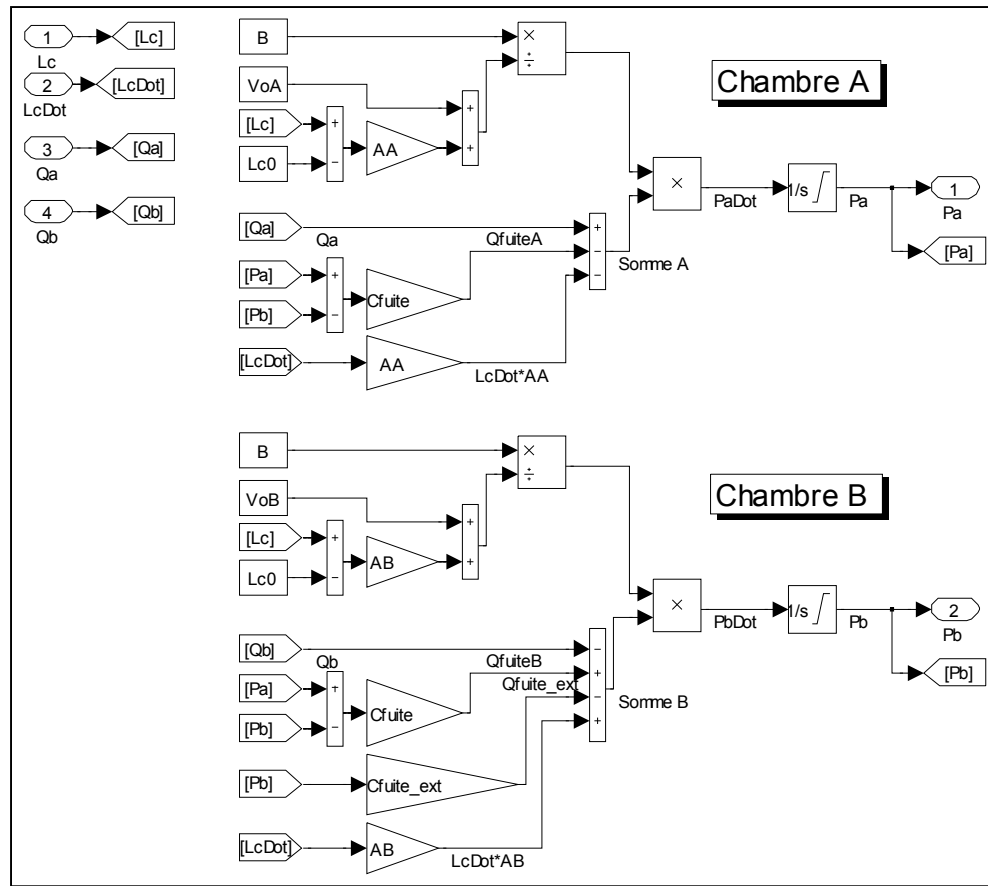


Figure 3.5 Sous-système : Équation pression volume

Tableau 3.2 Variables et paramètres pour EqnPressionVolume

Variables d'entrées	$Q_A, Q_B, L_C, \dot{L}_C$
Variables de sorties	$P_A, P_B$
Paramètres	$\beta, V_{0A}, V_{0B}, A_A, A_B, L_{c0}, C_{fuite}, C_{fuite\_ext}$

### 3.2.1.3 Dynamique de l'actionneur linéaire

L'équation de la dynamique de l'actionneur linéaire (*Voir* équation (2.36)) sous forme de schéma-bloc est présentée à la figure 3.6. Lorsque l'actionneur atteint sa longueur maximale ou minimale, l'intégrateur de position est saturé. Il envoie alors un signal à l'intégrateur de vitesse pour qu'il se réinitialise. Ceci a pour effet d'arrêter l'intégrateur d'accumuler. Les

paramètres  $L_{c0}$  et  $\dot{L}_{c0}$  sont respectivement la longueur et la vitesse initiale de l'actionneur. Ils sont utilisés comme conditions initiales pour les intégrateurs. Le tableau 3.3 présente les variables d'entrées, de sorties, ainsi que les paramètres.

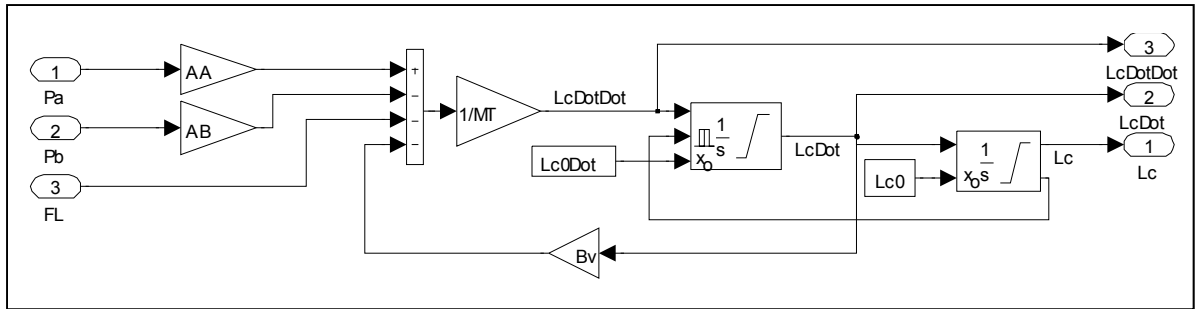


Figure 3.6 Sous-système : Dynamique de l'actionneur

Tableau 3.3 Variables et paramètres pour DynActuateur

Variables d'entrées	$P_A, P_B, F_L$
Variables de sorties	$L_C, \dot{L}_C, \ddot{L}_C$
Paramètres	$M_T, B_v, A_A, A_B, L_{c0}, \dot{L}_{c0}$

### 3.2.1.4 Relation entre l'extension de l'actionneur linéaire et la rotation du balancier

Le sous-système de la figure 3.7 est à son tour composé de trois sous-systèmes. Le premier relie la position linéaire à la position angulaire, soit l'équation (2.41). Le deuxième relie la vitesse linéaire à la vitesse angulaire, soit l'équation (2.42). Finalement, le troisième relie l'accélération linéaire à l'accélération angulaire, soit l'équation (2.43). Ils sont respectivement présentés à la figure 3.8, à la figure 3.9 et à la figure 3.10. Le tableau 3.4 présente les variables d'entrées, de sorties, ainsi que les paramètres du sous-système LcToTheta. Le tableau 3.5 présente ceux des sous-systèmes de LcToTheta.

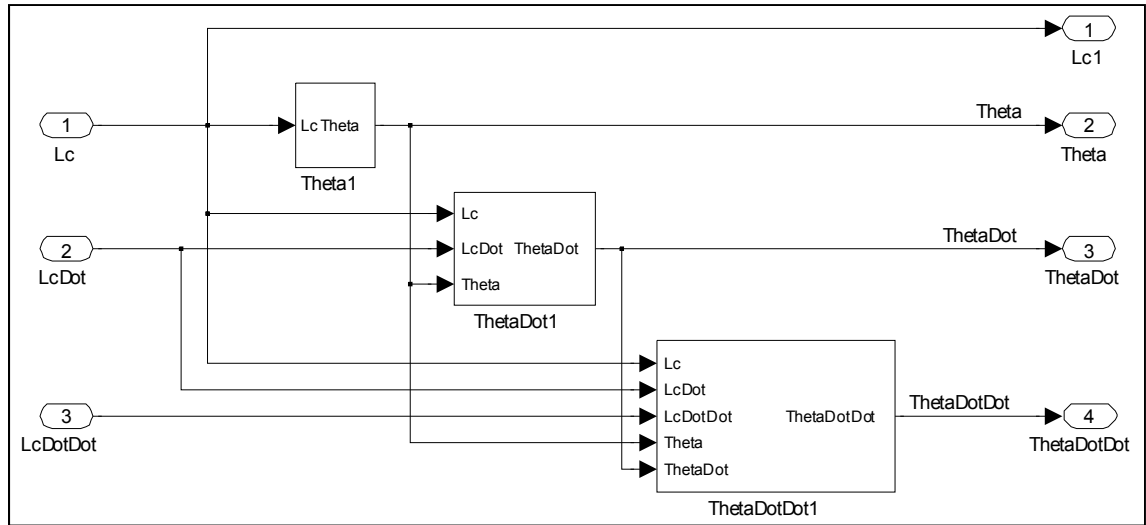


Figure 3.7 Sous-système : LcToTheta

Tableau 3.4 Variables et paramètres pour LcToTheta

Variables d'entrées	$L_C, \dot{L}_C, \ddot{L}_C$
Variables de sorties	$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$
Paramètres	$L_A, L_B$

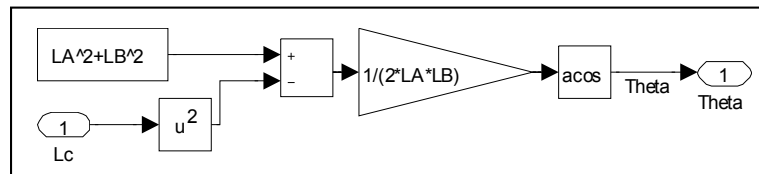


Figure 3.8 Sous-système : Theta1

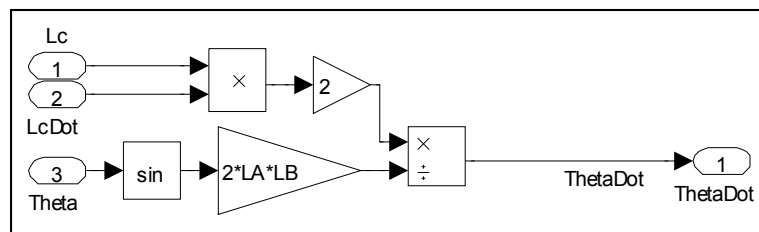


Figure 3.9 Sous-système : Thetadot1

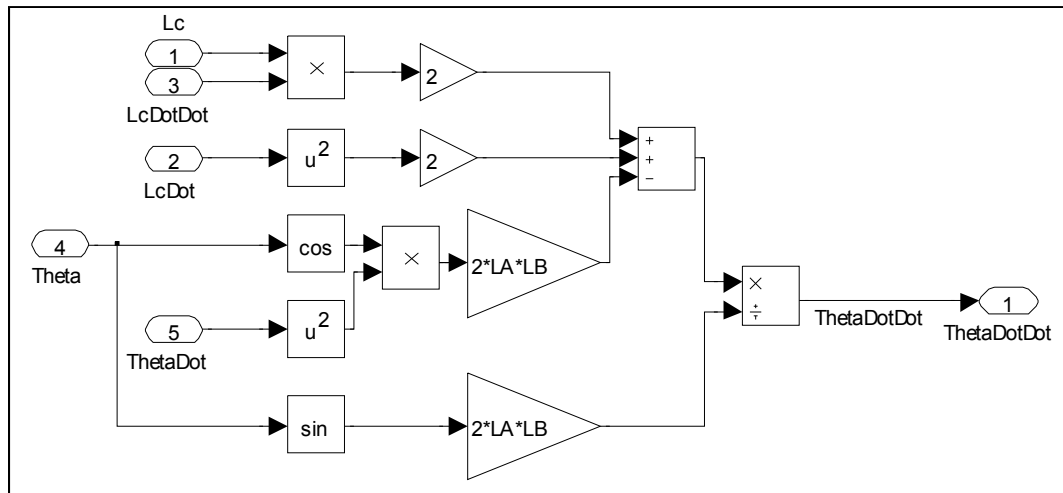


Figure 3.10 Sous-système : ThetaDotDot1

Tableau 3.5 Variables et paramètres pour les sous-systèmes de LcToTheta

Sous-système	Theta1	Thetadot1	ThetaDotDot1
Variables d'entrées	$L_C$	$L_C, \dot{L}_C, \theta$	$L_C, \dot{L}_C, \ddot{L}_C, \theta, \dot{\theta}$
Variables de sorties	$\theta$	$\dot{\theta}$	$\ddot{\theta}$
Paramètres	$L_A, L_B$	$L_A, L_B$	$L_A, L_B$

### 3.2.1.5 Dynamique du balancier

L'équation de la dynamique du balancier (*Voir* équation (2.40)) sous forme de schéma-bloc est présentée à la figure 3.11. Il contient la relation entre la force générée par l'actionneur linéaire  $F_L$  et sa composante perpendiculaire  $F_{L\perp}$  (*Voir* équation (2.46)) sous forme de sous-système (*Voir* figure 3.12). Elle permet de trouver la composante de la force agissant dans l'axe de l'actionneur linéaire. Le tableau 3.6 et le tableau 3.7 présentent les variables d'entrées, de sorties, ainsi que les paramètres pour chacun des sous-systèmes.



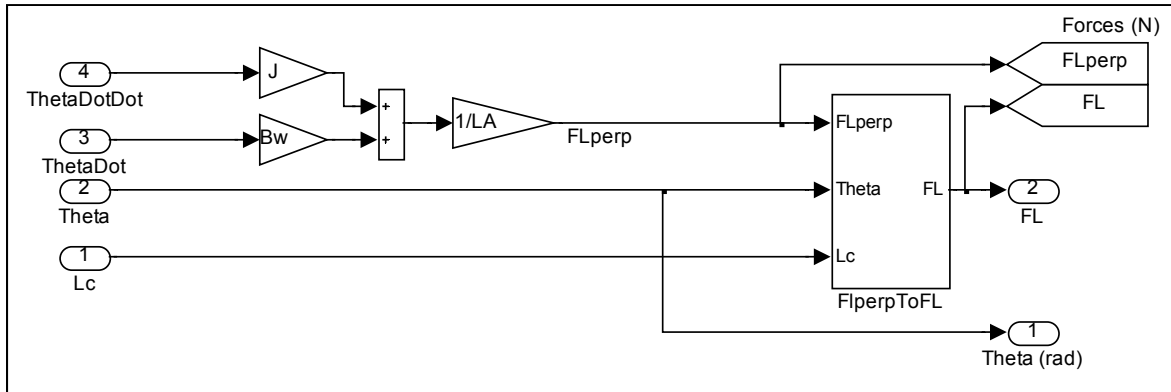


Figure 3.11 Sous-système : Dynamique du balancier

Tableau 3.6 Variables et paramètres pour Dynamique Balancier

Variables d'entrées	$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, L_c$
Variables de sorties	$\theta, F_L$
Paramètres	$J, B_\omega, L_A$

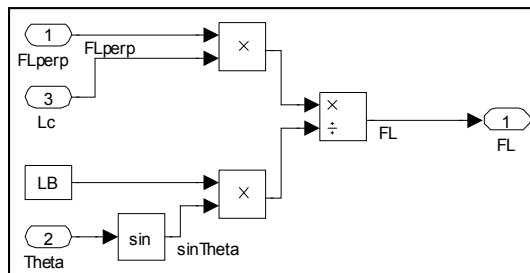


Figure 3.12 Sous-système : FlperpToFL

Tableau 3.7 Variables et paramètres pour FLperpToFL

Variables d'entrées	$F_{L\perp}, \theta, L_c$
Variables de sorties	$F_L$
Paramètres	$L_B$

Ceci conclut la construction du modèle à l'aide de Simulink. Notez bien que la construction du modèle requiert une somme de travail considérable, et qu'elle nécessite beaucoup de

temps. Enfin, une simple erreur, une inversion de signes par exemple, peut rendre toutes les simulations impossibles, nécessitant encore bien du temps pour rendre le modèle utilisable.

### 3.3 Modélisation physique du balancier

Dans cette présente section, la modélisation physique du balancier hydraulique est réalisée à l'aide de deux modules de l'environnement SimScape du logiciel Matlab : SimMechanics et SimHydraulics. La présentation du diagramme principal et secondaire permettra de bien comprendre la construction du modèle physique.

#### 3.3.1 Diagramme du modèle SimScape principal

Le diagramme du modèle SimScape principal est présenté à la figure 3.13. Les variables d'entrées, de sorties, ainsi que les paramètres du diagramme principal sont énumérés au tableau 3.8. Tout d'abord, la dynamique des corps rigides est modélisée à l'aide du module SimMechanics. Ce module, qui est inclus dans Simulink, permet de définir chaque corps du système par ses propriétés massiques, c'est-à-dire sa masse et son tenseur d'inertie<sup>1</sup> principal, et par ses référentielles. La représentation graphique de l'interface visuelle (*Voir* figure 3.14) peut être configurée de trois façons : par des corps convexes, par des ellipsoïdes, ou en associant un fichier graphique au corps. Une fois que les degrés de liberté entre les corps sont définis à l'aide d'articulations, l'interface visuelle permet de voir l'évolution du système lors de la simulation numérique et de s'assurer que le modèle est bien construit. Des capteurs et des actionneurs sont ensuite ajoutés aux articulations pour mesurer les forces et les moments de réaction, ainsi que la position, la vitesse et l'accélération, soit angulaire ou linéaire, ou pour appliquer une force ou un moment. Ceux-ci permettent de passer de l'univers physique vers l'univers mathématique. Lors de la simulation numérique, ces signaux sont envoyés vers l'espace de travail du logiciel pour un traitement ultérieur, ou tout simplement visionnés sur un oscilloscope dans Simulink. Remarquez que les connexions entre les différentes

---

<sup>1</sup> Tenseur d'inertie : Description de la distribution interne de la masse et de l'accélération angulaire d'un corps en fonction d'un couple qu'on lui applique sous la forme d'une matrice réelle symétrique 3 par 3.

composantes du modèle ne permettent pas de déterminer la direction de l'écoulement de l'information. C'est pourquoi il est nécessaire d'utiliser un actionneur ou un capteur pour accéder à une variable.

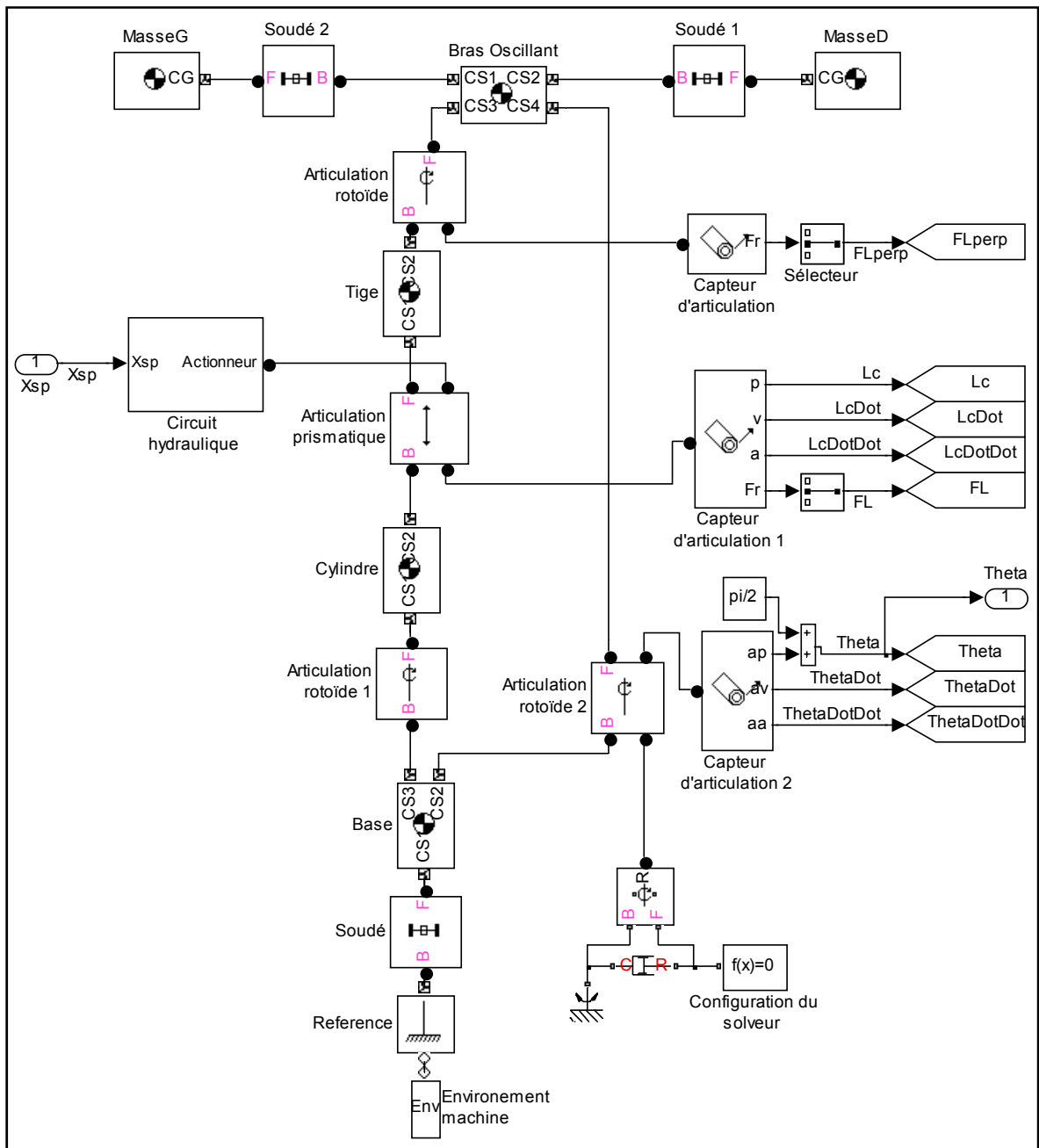


Figure 3.13 Diagramme du modèle SimScape principal

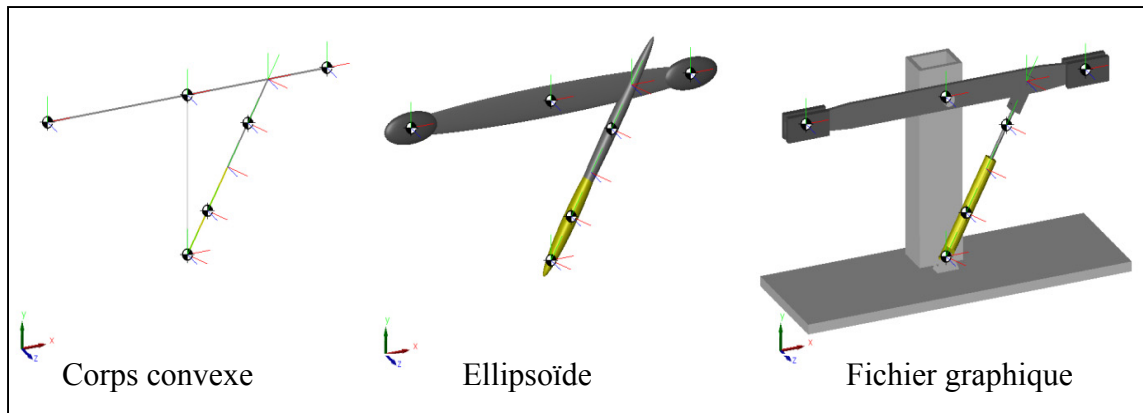


Figure 3.14 Représentations de l'interface visuelle du modèle SimScape

Tableau 3.8 Variables et paramètres du modèle principal

Variable d'entrée	$X_{SP}$
Variable de sortie	$\theta$
Paramètres	$b_{\omega}, L_A, L_B, L_{c0}, L_M, m_{acier}, m_{alu}$

### 3.3.1.1 Modèle du circuit hydraulique

Le circuit hydraulique du modèle SimScape principal est présenté à la figure 3.15. Afin de le simplifier, une source idéale d'énergie hydraulique est utilisée comme pompe hydraulique. Elle maintient une pression constante  $P_P$  à la sortie P, peu importe le débit consommé. Le fluide se dirige vers un actionneur linéaire en passant par un distributeur à tiroir et un capteur de pression et de débit. Ce sous-système permet de mesurer les pressions  $P_A$  et  $P_B$ , ainsi que les débits  $Q_A$  et  $Q_B$  se dirigeant vers chacun des ports de l'actionneur linéaire (Voir figure 3.16). Le sens positif de l'écoulement pour le port A est du distributeur vers l'actionneur, et pour le port B, de l'actionneur vers le distributeur. L'interface d'articulation prismatique permet d'échanger l'énergie cinétique de translation entre le circuit hydraulique et la machine sans aucune perte. Enfin, le tableau 3.9 présente les variables d'entrées, de sorties, ainsi que les paramètres du circuit.

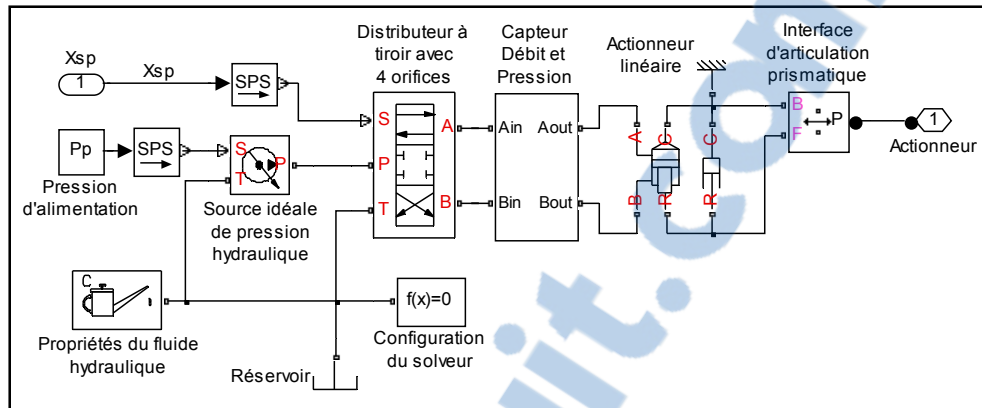


Figure 3.15 Sous-système : Circuit hydraulique

Tableau 3.9 Variables et paramètres du circuit hydraulique

Variable d'entrée	$X_{SP}$
Variable de sortie	Signal physique vers l'actionneur
Paramètres	$\beta, \rho, \nu, C_D, C_{rRe}, A_{max}, X_{SPmax}, P_P, P_T, V_{0A}, V_{0B}, A_A, A_B, L_{c0}, L_{Cmax}, L_{Cmin}, b_V$

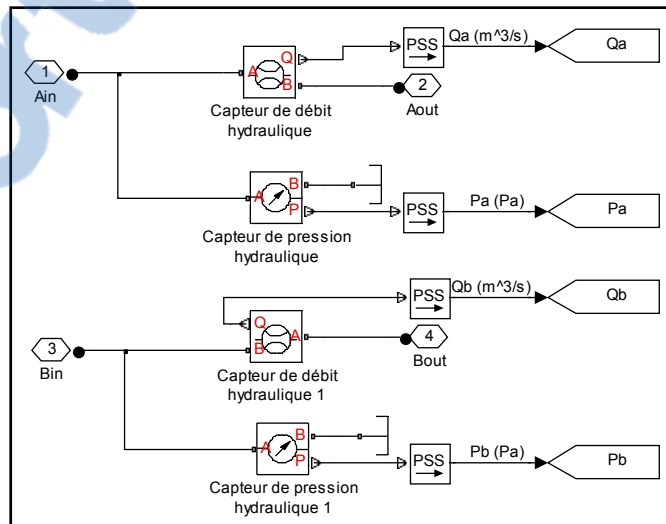


Figure 3.16 Sous-système : Capteur de débit et de pression

### 3.3.1.2 Servovalve : étage de puissance

L'étage de puissance de la servovalve est modélisé en utilisant le modèle du distributeur à tiroir avec quatre orifices. Il est disponible dans la librairie des composants standards de SimHydraulics. Le fluide hydraulique provenant de la pompe entre dans la valve par le port P, se dirige soit vers le port A ou le port B, puis retourne au réservoir par le port T. Le signal physique S commande la position du tiroir de distribution. La figure ci-dessous démontre que le distributeur est constitué de quatre orifices variables. Un signal positif du port S entraîne une ouverture positive des orifices PA et BT et une ouverture négative des orifices PB et AT.

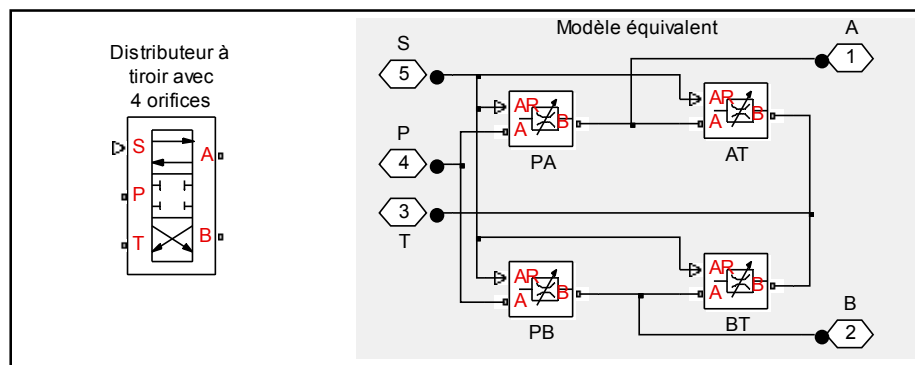


Figure 3.17 Schéma équivalent de l'étage de puissance

### 3.3.1.3 Actionneur linéaire

Un actionneur linéaire a pour fonction de convertir l'énergie hydraulique en énergie mécanique de translation. En se référant à la figure 3.18, lorsque le fluide hydraulique sous pression entre dans le vérin par le port A, une force entraîne un mouvement de translation de la tige du vérin. Le sens d'action positif est alors du port C (Case) vers le port R (Rod). Lorsque le fluide entre par le port B, le sens d'action est inversé, le vérin tend à se contracter.

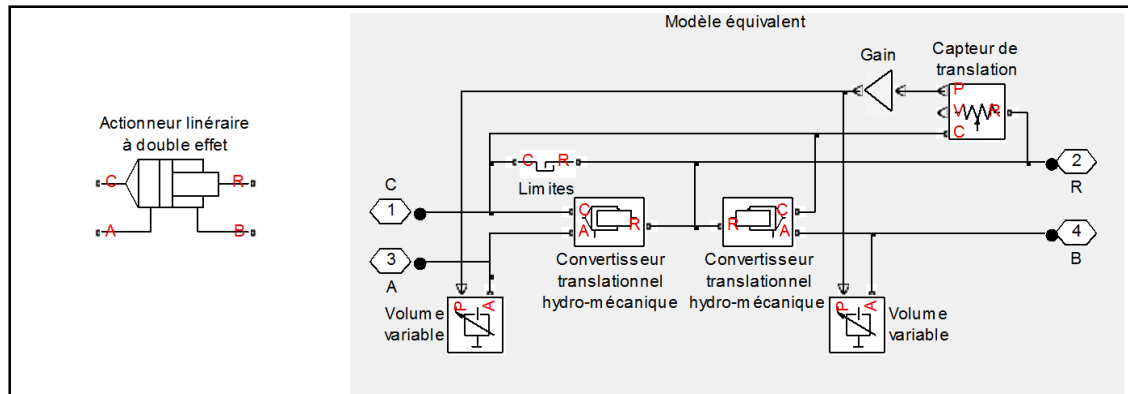


Figure 3.18 Schéma équivalent de l'actionneur linéaire à double effet

Afin de simplifier le modèle de l'actionneur linéaire, les fuites internes et externes sont négligées. L'énergie hydraulique provenant du port A ou B est dirigée vers son convertisseur translationnel hydromécanique respectif. Ce convertisseur transforme l'énergie hydraulique en énergie mécanique, tandis que les volumes variables modélisent la compressibilité du fluide dans les chambres du vérin. La course de la tige est limitée, ce qui assure un déplacement de la tige à l'intérieur d'une zone d'opération. Le capteur de translation est utilisé pour déterminer la position instantanée du vérin, qui est nécessaire pour les volumes variables.

### 3.4 Résumé

Tout d'abord, une fonction de transfert entre la position angulaire du balancier et la tension appliquée aux bornes de la servovalve a été construite en linéarisant les équations mathématiques du deuxième chapitre. Ces mêmes équations ont ensuite permis de développer un schéma-bloc du système non-linéarisé. Il est à noter que la représentation sous forme d'un schéma-bloc n'est pas unique, et que plusieurs versions équivalentes peuvent être construites pour un même système. Ici, il a été choisi de représenter chaque équation par un sous-système. Ainsi, lors d'une simulation numérique, l'utilisateur peut facilement accéder aux variables qui l'intéressent, et ce, directement dans le diagramme du modèle principal. De plus, il est possible de voir rapidement les interactions entre les différentes équations, car les flèches des connecteurs indiquent la direction de la propagation des variables. Enfin, la

modélisation physique fut réalisée dans l'environnement SimScape à l'aide des modules SimMechanics et SimHydraulics. Sans même utiliser les équations et la théorie développées aux chapitres précédents, il a été possible de construire un modèle non-linéaire du balancier. Comparativement au modèle Simulink, le modèle SimScape ne représente pas les équations mathématiques, il représente directement chacune des composantes du système. De ce fait, le modèle est facile à construire et beaucoup plus lisible qu'un schéma-bloc standard, puisqu'on utilise des composantes issues de bibliothèques existantes. Enfin, le modèle SimScape est facilement reconfigurable, c'est-à-dire qu'on peut modifier les entrées et les sorties facilement.



## CHAPITRE 4

### IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DU SYSTÈME

La construction d'un modèle vise à représenter la réalité le plus fidèlement possible. Ainsi, il est essentiel d'identifier rigoureusement la valeur de chaque paramètre, sinon, peu importe le type de modélisation choisi, le modèle sera inexact. Puisque les paramètres du fluide hydraulique DTE-25 ont été présentés au premier chapitre, le chapitre actuel se concentre sur les paramètres de la servovalve, de la dynamique de l'actionneur linéaire et du balancier. Enfin, un essai en boucle ouverte permettra de valider la valeur des paramètres en comparant la réponse des trois modèles à celle du système réel.

#### 4.1 Servovalve

Cette section traite de l'identification des paramètres de la servovalve. Les deux étages sont traités séparément. L'étage de commande est identifié à partir des données du fabricant, tandis que pour l'étage de puissance, on utilise une procédure d'identification proposée par Tchkalov et Miller (2007).

##### 4.1.1 Étage de commande

Au chapitre 2, il a été démontré que l'étage de commande de la servovalve peut être approximé par une fonction de transfert du premier ou du deuxième ordre. Ces deux fonctions sont comparées à la réponse de la servovalve présentée à la figure 1 de la fiche technique du fabricant (*Voir ANNEXE IV*) afin de déterminer celle qui représente le système avec le plus d'exactitude. Sur cette figure, la fréquence naturelle de l'étage de commande est de 50 Hz, ou bien  $\omega_n = 100\pi$  rad/s. Elle est définie par la fréquence où le gain en amplitude est de -3 dB. La constante de temps d'un système du premier ordre décrit la vitesse à laquelle le système répond à un échelon. Ainsi, la constante de temps équivaut à l'inverse de  $\omega_n$ , ce qui donne :

$$\tau = \frac{1}{\omega_n} = \frac{1}{2\pi 50} = 0.003183 \text{ s} \quad (4.1)$$

Le gain statique du premier étage de la servovalve  $k_{sp}$  est défini par :

$$k_{sp} = \frac{X_{sp_{max}}}{I_{rated}} = \frac{0.0016 \text{ m}}{0.020 \text{ A}} = 0.08 \text{ m/A} \quad (4.2)$$

où  $I_{rated}$  (A) est le courant maximal pouvant circuler dans le bobinage du moteur-couple pour un branchement en parallèle. Elle provient de la fiche du manufacturier (*Voir* ANNEXE IV).

À partir de (2.9), la fonction de transfert est alors :

$$\frac{X_{sp}(s)}{I(s)} = \frac{0.08}{0.003183s + 1} \quad (4.3)$$

Pour une fonction du deuxième ordre, un facteur d'amortissement de 0.8 permet d'obtenir une réponse fréquentielle qui s'approche le plus de celle fournie par le manufacturier. L'équation (2.10) devient alors :

$$\frac{X_{sp}(s)}{I(s)} = \frac{0.08}{\frac{1}{(2\pi 50)^2} s^2 + \frac{2 \times 0.8}{(2\pi 50)} s + 1} \quad (4.4)$$

Une comparaison entre la réponse des deux fonctions de transfert et la réponse de la servovalve est tracée à la figure 4.1. La fonction du premier ordre est retenue, car c'est celle qui représente la dynamique de la servovalve avec le plus d'exactitude.

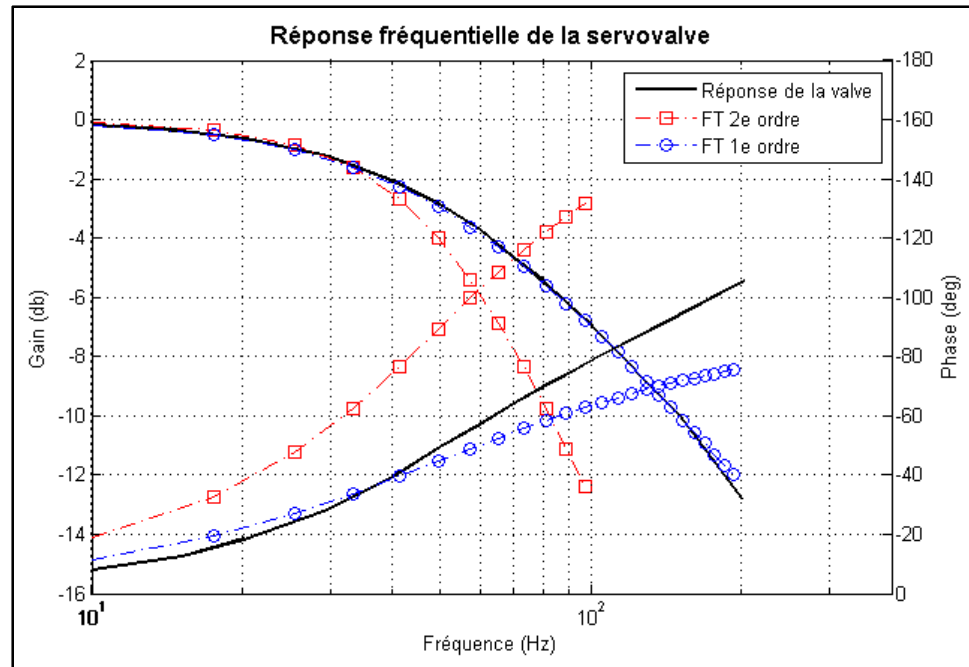


Figure 4.1 Réponse fréquentielle de la servovalve

Enfin, le gain en courant de la servovalve  $k_i$  (A/V) est :

$$k_i = \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{101.1} = 0.0099 \text{ A/V} \quad (4.5)$$

où  $R_{eq}$  ( $\Omega$ ) est calculé à partir de  $R_{nom}$  ( $\Omega$ ), qui est la résistance nominale d'une des deux bobines du moteur-couple. Elle est obtenue par une mesure directe de la résistance du bobinage à l'aide d'un multimètre. Ainsi :

$$R_{eq} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_{nom}} + \frac{1}{R_{nom}}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{202.2} + \frac{1}{202.2}\right)} = 101.1 \Omega \quad (4.6)$$

#### 4.1.2 Étage de puissance

Selon Tchkalov et Miller (2007), un modèle est caractérisé par des ensembles de paramètres qui découlent de simplifications et d'hypothèses. Le fait de définir les paramètres spécifiques

à un modèle se nomme spécification. Afin de simplifier le modèle du distributeur à tiroir, l'inertie du fluide et les charges sur le tiroir de distribution, telles que l'inertie du tiroir de distribution, les forces hydrauliques et les forces de ressort sont négligées. De plus, la valve est considérée symétrique, c'est-à-dire que les quatre orifices ont exactement la même forme et les mêmes dimensions. Il existe trois options de spécifications possibles :

- en spécifiant l'aire maximale de l'orifice  $A_{max}$ , le déplacement maximal du tiroir de distribution  $X_{spMax}$  et l'ouverture initiale  $X_0$ . Dans ce cas, une relation linéaire est considérée entre l'aire de l'orifice et son ouverture. Ainsi, le débit est directement calculé à partir de l'équation d'orifice présentée au chapitre 1.
- en spécifiant la relation entre l'aire de l'orifice et son ouverture dans une table. Dans ce cas, la relation est considérée non linéaire. L'aire de l'orifice est d'abord déterminée par interpolation linéaire  $A=f(X_{sp})$ , puis le débit est calculé à partir de l'équation d'orifice. Selon Tchkalov et Miller (2007), cette approche donne une meilleure précision.
- en spécifiant la relation entre le débit  $Q$ , l'ouverture de l'orifice  $X_{sp}$ , et la chute de pression  $\Delta P$ , sous forme de table en deux dimensions. Puisque  $Q = f(\Delta P, X_{sp})$ , le débit est directement déterminé par interpolation. L'avantage de cette méthode est que les manufacturiers donnent souvent les caractéristiques d'écoulement des valves hydrauliques de cette façon.

Puisque les données du manufacturier sont déficientes pour la valve à l'étude, et afin de s'assurer de la validité des modèles, l'aire des orifices est déterminée expérimentalement. La procédure suivante est basée sur le document présenté par Tchkalov et Miller (2007), mais adapté à une servovalve de type gicleur-orifice.

#### 4.1.2.1 Méthodologie

La méthodologie pour déterminer expérimentalement l'aire des orifices de la servovalve sera maintenant démontrée. Tel qu'illustré sur le schéma hydraulique de la figure 2.8, l'étage de

puissance comporte quatre orifices principaux et un secondaire, qui est le gicleur de l'étage de commande. Pour être en mesure de déterminer leurs aires, cinq équations sont nécessaires. Les deux premières équations sont obtenues en effectuant un premier montage en boucle. Le port A est relié à un débitmètre, qui est à son tour relié au port B. Trois capteurs de pression sont ensuite branchés de manière à obtenir la pression d'alimentation et la pression de part et d'autre du débitmètre. À partir de ce montage, l'écoulement du fluide hydraulique, ainsi que les trois pressions, sont mesurés pour plusieurs valeurs d'ouverture de la valve. En se référant à la figure 4.2, le débit du port A est égal à celui du port B et à celui du débitmètre  $Q$ . Ainsi, deux équations sont trouvées à partir de l'équation (2.17) :

$$Q = Q_A = A_{PA} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_A)} - A_{AT} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_A - P_T)} \quad (4.7)$$

$$Q = Q_B = A_{BT} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_B - P_T)} - A_{PB} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_B)} \quad (4.8)$$

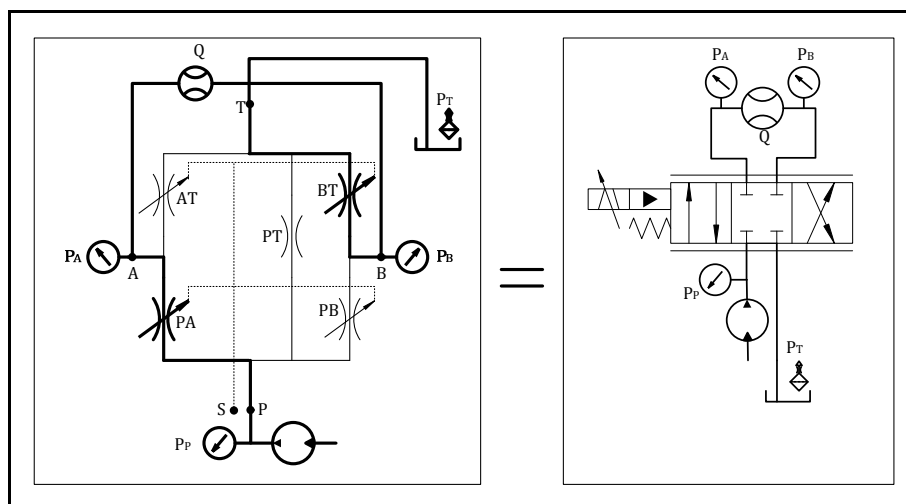


Figure 4.2 Montage sans charge en boucle

Lors de l'expérimentation, les paramètres  $Q$ ,  $P_P$ ,  $P_A$  et  $P_B$  sont mesurés pour une série de signal de commande variant de  $-2.5$  V à  $+2.5$  V, ce qui représente une course complète du tiroir de distribution pour cette servovalve.

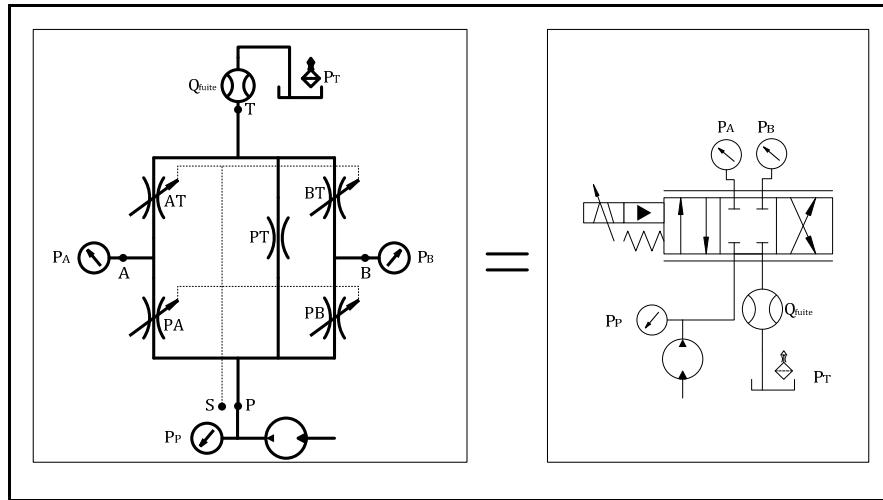


Figure 4.3 Montage avec les ports A et B bloqués

Trois autres équations sont ensuite obtenues en effectuant un essai avec les ports A et B bloqués. Sur le schéma du montage de la figure 4.3, puisque les ports A et B sont bloqués, le débit circulant dans les orifices PA et AT, ainsi que dans les orifices PB et BT sont égaux :

$$Q_{PA} = Q_{AT} \quad (4.9)$$

$$Q_{PB} = Q_{BT}$$

En considérant qu'il n'y a aucune fuite externe, le débit fourni par la pompe est égal au débit qui se dirige vers le réservoir hydraulique. Un bilan massique de part et d'autre de la valve permet de déduire deux autres équations :

$$Q_{fuite} - Q_{AT} - Q_{BT} - Q_{PT} = 0 \quad (4.10)$$

$$Q_{fuite} = Q_{AT} + Q_{BT} + Q_{PT}$$

$$Q_{fuite} - Q_{PA} - Q_{PB} - Q_{PT} = 0 \quad (4.11)$$

$$Q_{fuite} = Q_{PA} + Q_{PB} + Q_{PT}$$

La cinquième équation décrit l'écoulement du fluide vers le gicleur de l'étage de commande :

$$Q_{PT} = A_{PT} C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_T)} \quad (4.12)$$

$$Q_{PT} = Q_{gicleur}$$

En répétant une série d'expérimentation avec les mêmes valeurs de signal de commande que l'expérience précédente, les paramètres  $Q_{fuite}$ ,  $P_P$ ,  $P_A$  et  $P_B$  sont mesurés. Pour calculer l'aire des orifices pour chaque point d'ouverture, les équations sont écrites sous forme de matrice. L'inversion de la matrice P multipliée par la matrice des débits permet de trouver l'aire des orifices en fonction du signal de commande.

$$\begin{bmatrix} -C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_A - P_T)} & C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_A)} & & & & & \\ & & C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_B)} & -C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_B - P_T)} & & & \\ & & & & & & \\ & C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_A)} & C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_B)} & & & & \\ C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_A - P_T)} & & & C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_B - P_T)} & C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_T)} & & \\ & & & & & C_D \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_P - P_T)} & \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A_{AT} \\ A_{PA} \\ A_{PB} \\ A_{BT} \\ A_{PT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ Q \\ Q_{fuite} \\ Q_{fuite} \\ Q_{gicleur} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$P \times A = Q \Rightarrow A = P^{-1} \times Q$$

#### 4.1.2.2 Résultats

Cette section présente et analyse les résultats des essais expérimentaux effectués sur le montage en boucle et sur le montage à ports bloqués en utilisant la méthodologie présentée précédemment. Ces résultats, qui sont présentés sous forme de tableau à l'ANNEXE V, permettront de calculer l'aire des orifices de la servovalve, puis d'en calculer l'aire moyenne.

Les résultats des essais effectués sur le montage en boucle sont présentés sous forme de graphique à la figure 4.4, et ceux des essais sur le montage à ports bloqués à la figure 4.6. Sur le graphique de la pression en fonction du signal de commande de la figure 4.4, la pression

d'alimentation  $P_P$  n'est pas constante. Elle diminue lorsque le tiroir de distribution ouvre, car la pompe est incapable de fournir le débit nécessaire à la servovalve pour conserver la pression souhaitée. La valve est décentrée de 0.08V vers la gauche, et pour une pression d'alimentation d'environ 500 psi, le débit maximal sans charge de la valve est de 5.1 LPM (Litre Par Minutes). Les courbes de pression  $P_A$  et  $P_B$  ne sont pas superposées, car le capteur de débit crée une perte de charge. Enfin, la figure 4.5 présente le différentiel de pression et le débit en fonction du signal de commande.

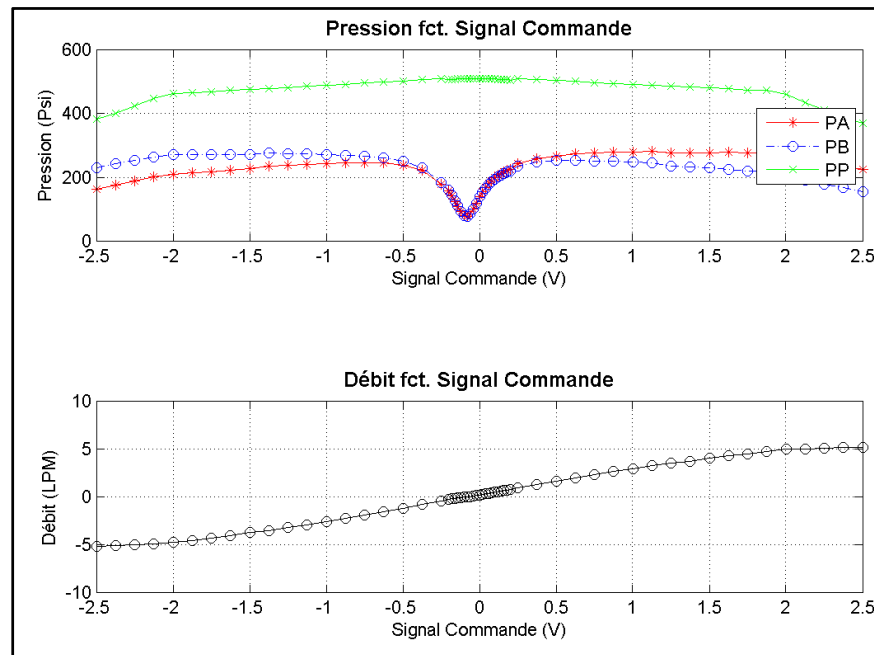


Figure 4.4 Pression et débit en fonction du signal de commande : montage en boucle

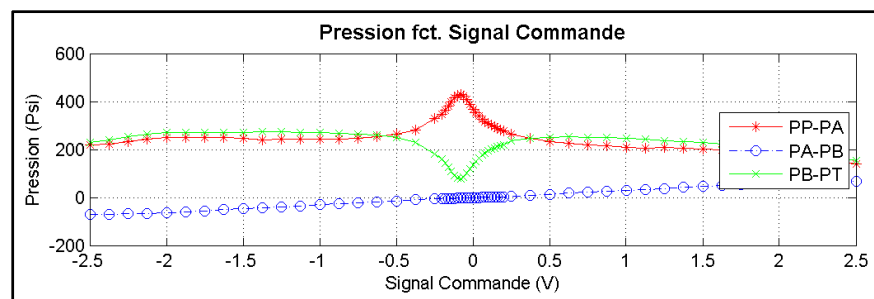


Figure 4.5 Différentiel de pression en fonction du signal de commande : montage en boucle



Une valve idéale n'a pas de fuite car elle a une géométrie parfaite. En pratique, les fuites des valves proviennent des jeux internes nécessaires à son bon fonctionnement. Ainsi, sur le graphique du débit en fonction du signal de commande de la figure 4.6, un débit maximal de 0.224 LPM indique que le centre de la valve n'est pas parfait. Le débit de fuite est maximal lorsque le tiroir de distribution est centré, puis décroît rapidement avec le déplacement du tiroir de distribution, car les tiroirs chevauchent l'orifice du réservoir. Enfin, un débit d'environ 0.18 LPM provient du gicleur. La seule utilité de cette courbe est d'estimer les pertes d'énergie hydraulique. Elle n'a pas d'autre influence (Merritt, 1967).

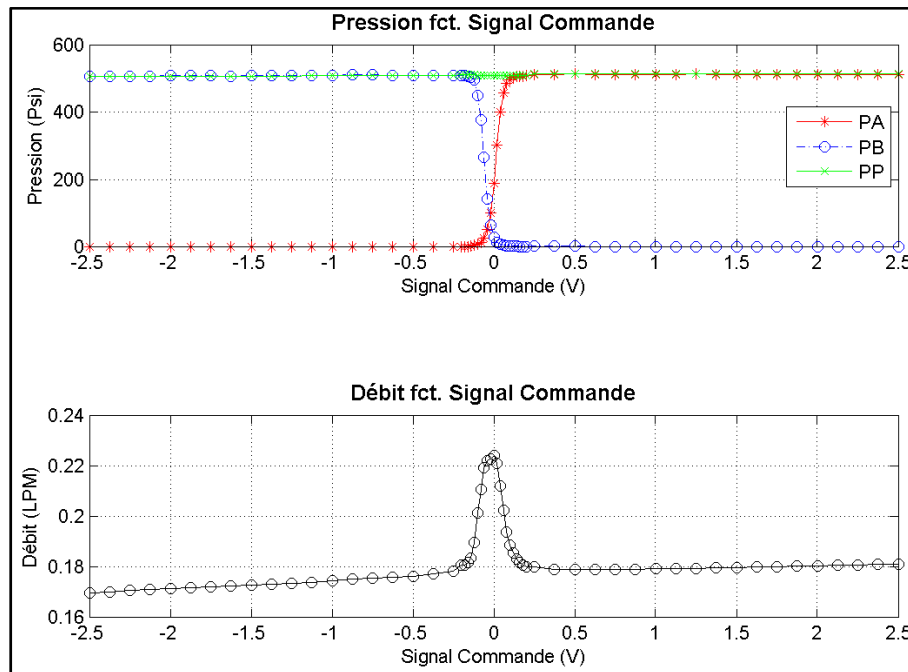


Figure 4.6 Pression et débit en fonction du signal de commande : ports bloqués

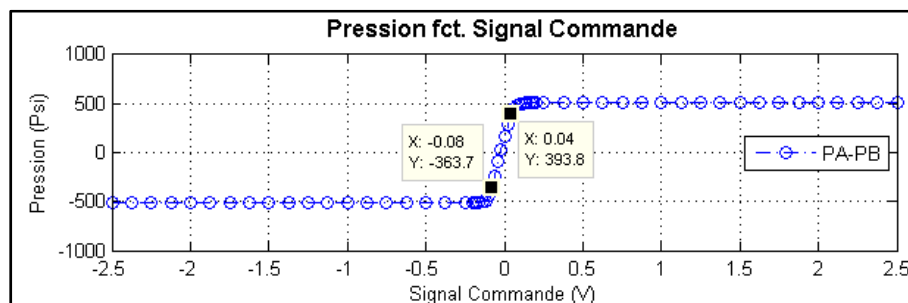


Figure 4.7 Différentiel de pression en fonction du signal de commande : ports bloqués

La figure 4.7 est obtenue à partir des données de l'essai à ports bloqués. La courbe représente un différentiel de pression entre le port A et le port B en fonction du signal de commande. Pour une valve parfaite, le gain en pression serait infini, ce qui serait représenté par une droite verticale lors du passage de la zone négative vers la zone positive. Toutefois, la figure 4.7 démontre qu'un mouvement du tiroir de distribution à partir de la position centrée entraîne une augmentation progressive de la pression au niveau de la charge, jusqu'à saturation à la pression d'alimentation. Ainsi, la valeur réelle de la sensibilité due à la pression dans la zone neutre de la valve peut être obtenue en calculant la pente de cette droite. À partir de l'équation du gain en pression de la valve (3.7) :

$$K_{pr} = \frac{\Delta P}{\Delta X_{sp}} = \frac{\Delta P}{\Delta V \times K_{sp} \times Ki} \quad (4.14)$$

La valeur du gain en pression de la valve  $K_{pr}$  est ensuite trouvée en substituant chacune des variables par sa valeur :

$$K_{pr} = \frac{(393.8 - -363.7) \text{ psi} \times 6895 \frac{\text{Pa}}{\text{psi}}}{(0.04 - -0.08) \text{ V} \times 0.08 \frac{\text{m}}{\text{A}} \times 0.01 \frac{\text{A}}{\text{V}}} = 5.5004 \times 10^{10} \frac{\text{Pa}}{\text{m}} \quad (4.15)$$

Ensuite, pour calculer le gain en débit  $K_q$ , la course maximale du tiroir de distribution  $X_{spmax}$  doit d'abord être estimée. Une course de 1.6 mm a été mesurée directement sur la servovalve. L'aire maximale  $A_{max}$  sera présentée sous peu dans cette même section. Le gradient d'ouverture  $w$  est ensuite calculé à partir de l'équation (2.21) :

$$w = \frac{2.688 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{1.6 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1.68 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{m}} \quad (4.16)$$

Le gradient d'ouverture de la valve est donc de  $1.68 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{m}$ . À partir de la figure 4.5, le différentiel de pression de part et d'autre d'un orifice, c'est-à-dire entre  $P_P - P_A$  et  $P_A - P_B$ , est

approximé à environ 250 psi. Cette valeur représente la pression moyenne des deux courbes. Enfin, le gain en débit de l'étage de puissance  $K_q$  est calculé à partir de l'équation (3.4) :

$$K_q = 0.62 \times 1.68 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{m}} \sqrt{\frac{2}{875 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \left( 250 \text{ psi} \times 6895 \frac{\text{Pa}}{\text{psi}} \right)} = 0.0654 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (4.17)$$

À partir de l'équation (3.7) du gain en pression, le coefficient de débit-pression  $K_c$  est calculé comme suit :

$$K_c = \frac{K_q}{K_{pr}} = \frac{0.0654}{5.5004 \times 10^{10}} = 1.1886 \times 10^{-12} \frac{\text{m}^3}{\text{s Pa}} \quad (4.18)$$

L'aire d'ouverture de chacun des orifices de la valve en fonction du signal de commande est présentée à la figure 4.8. Cette figure démontre que l'étage de puissance est bien symétrique. Elle est obtenue à partir de l'équation (4.14). Il est à noter qu'une correction de 0.08 V a été apportée afin de bien centrer la valve.

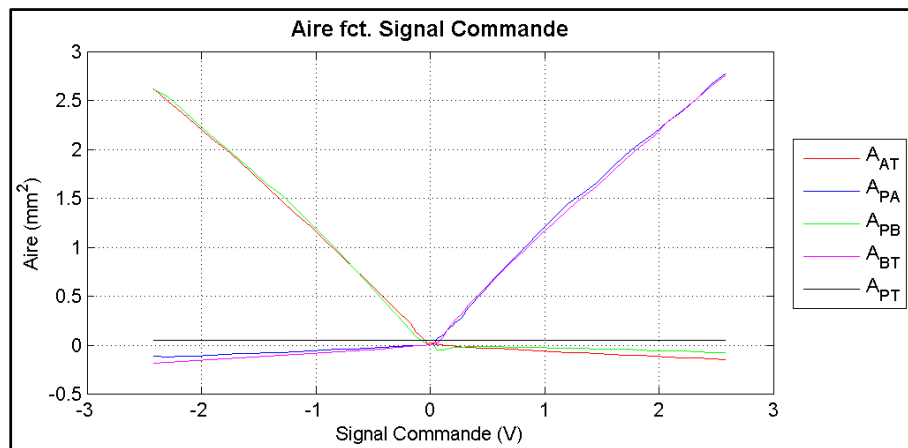


Figure 4.8 Aire des orifices en fonction du signal de commande

L'hypothèse que la valve est symétrique et que les ports sont tous identiques permet de décrire l'ensemble des orifices avec une seule courbe. Subséquemment, à la figure 4.9, les orifices sont superposés afin d'en trouver l'aire moyenne.

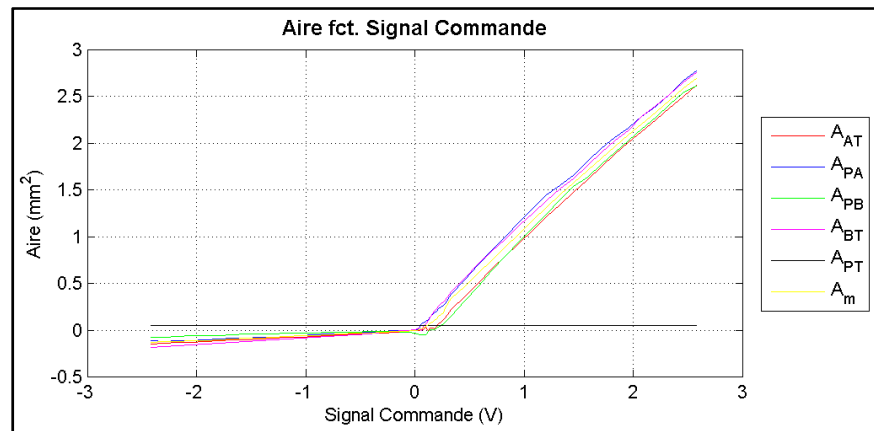


Figure 4.9 Aire des orifices en fonction du signal de commande : superposition

Le déséquilibre entre les courbes  $A_{PA}$ - $A_{BT}$  et  $A_{PB}$ - $A_{AT}$  est dû à l'absence de capteur de pression sur la ligne de retour lors des essais. Pour que les courbes se superposent de la meilleure façon possible, elle doit être estimée. En utilisant un algorithme d'optimisation, qui diminue l'erreur entre les courbes, la pression dans la ligne de retour est estimée à 3.2 psi.

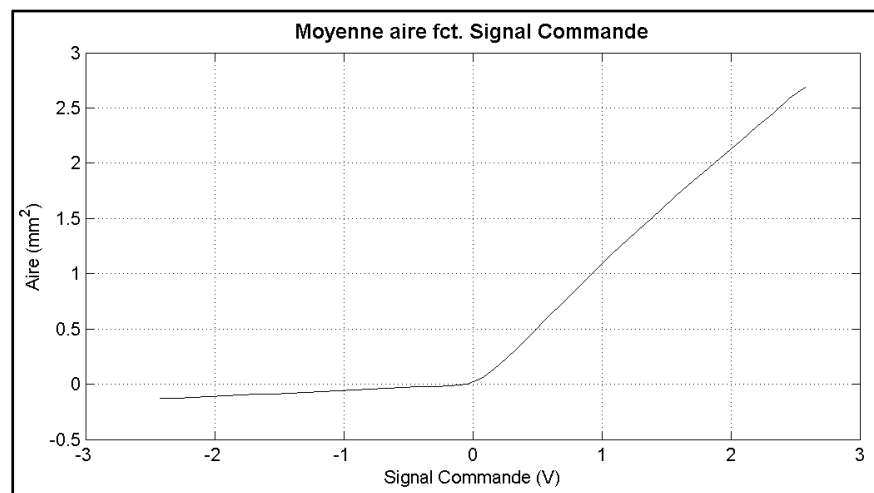


Figure 4.10 Aire moyenne d'un orifice en fonction du signal de commande

La figure 4.10, qui représente l'aire moyenne d'un orifice en fonction du signal de commande, permet de conclure que l'aire de fuite maximale d'un orifice est de  $0.1285 \text{ mm}^2$  et que son aire maximale est de  $2.688 \text{ mm}^2$ . Selon la fiche du fabricant (*Voir ANNEXE IV*), pour un différentiel de pression de 1000 psi, le débit est de 9.5 LPM. À partir de l'équation d'orifice (1.22), ceci équivaut à un orifice dont l'aire maximale est de  $2.0343 \text{ mm}^2$ . Il sera bientôt démontré que l'aire maximale théorique ne donne pas de bons résultats.

## 4.2 Dynamique de l'actionneur linéaire

Trois paramètres doivent être identifiés afin de bien modéliser la dynamique de l'actionneur linéaire, soit l'aire de la section de la chambre du côté fond  $A_A$ , celle du côté tige  $A_B$ , et finalement, le coefficient d'amortissement visqueux  $b_v$ . Une mesure directe sur l'actionneur permet de trouver que la tige a un diamètre  $D_T$  de 7.5 mm, et que l'alésage a un diamètre  $D_A$  de 25.4 mm. La section  $A_A$  est calculée à partir du diamètre de l'alésage, ce qui donne:

$$A_A = \frac{\pi D_A^2}{4} = \frac{\pi \times 0.0254^2}{4} = 5.0671 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad (4.19)$$

et pour la section  $A_B$  :

$$A_B = \frac{\pi(D_A^2 - D_T^2)}{4} = \frac{\pi(0.0254^2 - 0.0075^2)}{4} = 4.6253 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad (4.20)$$

La valeur de l'amortissement visqueux de l'actionneur  $b_v$  est déterminée en comparant la réponse en boucle ouverte (BO) du modèle Simulink à celle du système réel. L'entrée du système est une rampe allant de 0 à 2 V en 1 seconde. La figure 4.11 démontre qu'une variation de l'amortissement de l'actionneur a très peu d'effet entre la réponse du modèle et celle du système. Ainsi, puisque la force hydraulique disponible est beaucoup plus grande que la force engendrée par l'amortissement de l'actionneur, ce dernier sera négligé, ce qui implique que  $b_v = 0$ .

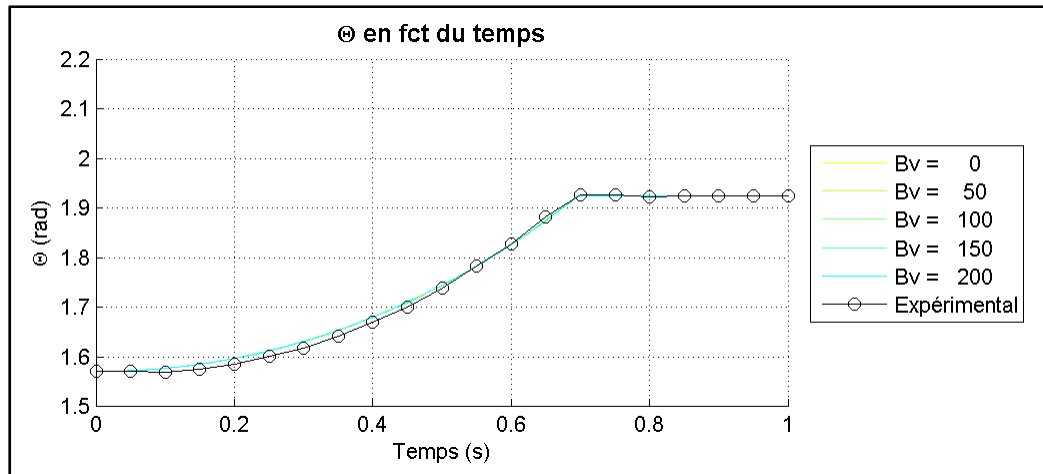


Figure 4.11 Influence de  $B_v$  sur la réponse en BO

### 4.3 Dynamique du balancier

Toutes les dimensions géométriques du bras du balancier, ainsi que le calcul de son inertie, sont présentés en ANNEXE III. Les valeurs des longueurs présentées à la figure 2.12 sont décrites dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1 Valeur des paramètres géométriques du balancier

$L_A$ (m) :	0.1873
$L_B$ (m) :	0.3238
$L_{CO}$ (m) :	0.3741
$L_{cmin}$ (m) :	0.2956
$L_{cmax}$ (m) :	0.4267

Le coefficient d'amortissement visqueux du balancier  $b_w$  est également déterminé en comparant la réponse en BO du modèle Simulink à celle du système réel. Une comparaison de la figure 4.11 et de la figure 4.12 démontre qu'une variation de l'amortissement du balancier a un effet beaucoup plus marqué que l'amortissement de l'actionneur. Toutefois, l'amortissement du balancier sera également négligé, puisque la réponse du modèle où

l'amortissement est nul est celle qui correspond le mieux à celle du système réel. Ceci implique que  $b_w = 0$ .

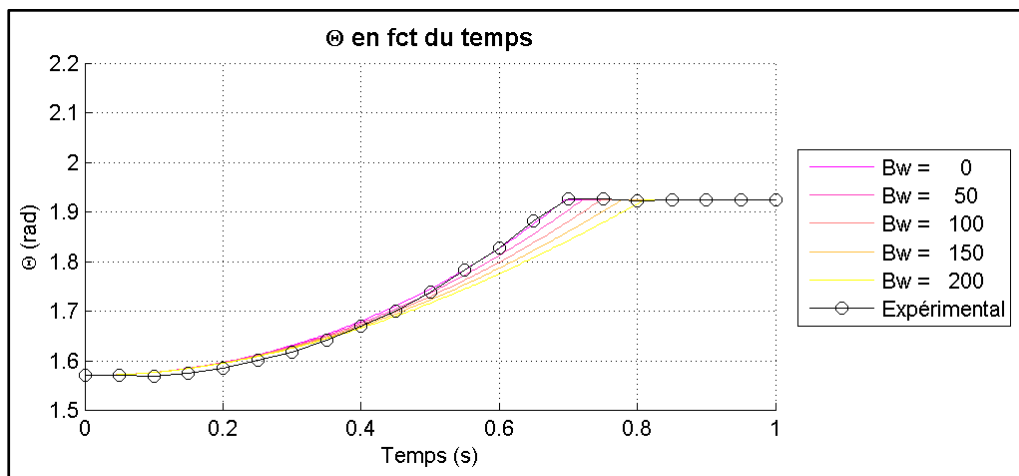


Figure 4.12 Influence de  $B_w$  sur la réponse en BO

#### 4.4 Vérification des paramètres

Toujours avec une rampe en entrée de 0 à 2 V en 1 seconde, un essai en BO est effectué sur chaque modèle afin de s'assurer que leurs réponses représentent fidèlement le système réel.

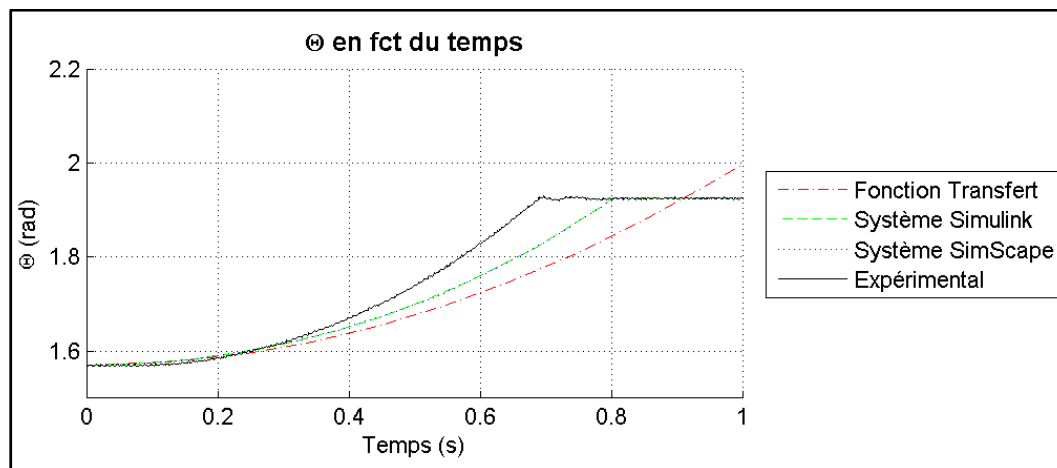


Figure 4.13 Comparaison en BO pour  $A_{max} = 2.034 \text{ mm}^2$  (Aire théorique)

À la figure 4.13, on compare leur réponse en considérant l'aire maximale théorique d'un orifice, soit  $A_{max} = 2.034 \text{ mm}^2$ . Les réponses de la fonction de transfert, du système non-linéarisé Simulink, ainsi que du système SimScape suivent la réponse du système expérimental jusqu'à environ 0.3 s. Par la suite, leur réponse diverge de plus en plus. Il est à noter que la réponse du système Simulink et du système SimScape sont superposées. Maintenant, à la figure 4.14, l'aire maximale utilisée est celle obtenue de façon expérimentale, soit  $A_{max} = 2.688 \text{ mm}^2$ . En observant la figure, on remarque que les modèles Simulink et SimScape suivent parfaitement la réponse du système expérimental. Par contre, il est normal que la fonction de transfert ne suive pas parfaitement la réponse expérimentale, car la fonction de transfert est linéarisée par rapport au point d'opération nominal, soit lorsque le tiroir de distribution est centré et que le balancier est à l'horizontale.

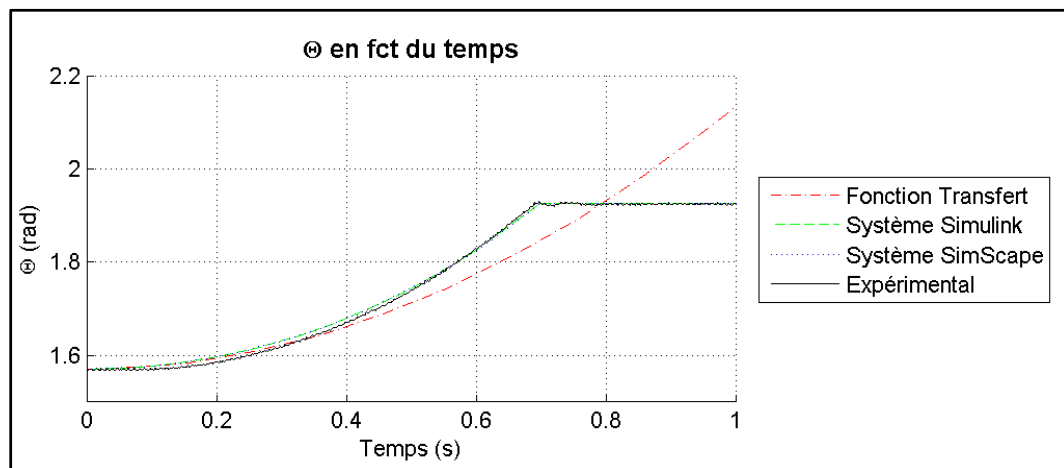


Figure 4.14 Comparaison en BO pour  $A_{max} = 2.688 \text{ mm}^2$  (Aire expérimentale)

## 4.5 Résumé

À partir des données du manufacturier, l'étage de commande de la servovalve est approximé par une fonction de transfert du premier ordre. L'étage de puissance est ensuite caractérisé expérimentalement. L'aire des orifices est calculée selon la procédure présentée par Tchkalov et Miller (2007). Ceci a permis de trouver une aire maximale  $A_{max}$  de  $2.688 \text{ mm}^2$ . Les gains  $K_q$ ,  $K_c$  et  $K_{pr}$  ont été déterminés à l'aide des figures obtenues lors de ces mêmes expérimentations. Une étude de l'influence de l'amortissement visqueux de l'actionneur  $b_v$  et



des roulements du balancier  $b_w$ , a permis de déterminer qu'elles sont négligeables. Enfin, un essai en BO démontre que la réponse des modèles coïncide avec celle du système, ce qui valide la valeur des paramètres.

Rapport-Gratuit.com

## CHAPITRE 5

### STRATÉGIE DE COMMANDE

Jusqu'à présent, nous avons vu qu'il est possible de concevoir le modèle d'un même système selon différentes approches, et que les nouvelles méthodes ont un avantage indéniable. Ce chapitre a pour objectif de démontrer qu'il est possible de concevoir une loi de commande avec chacune d'elle, et que de nouveaux outils simplifient beaucoup le travail nécessaire à son développement. Tout d'abord, rappelons-nous que l'analyse et la conception de systèmes de commande doivent mettre l'accent sur trois objectifs primaires :

- 1) correspondre à une réponse désirée en régime transitoire,
- 2) diminuer au maximum l'erreur en régime permanent,
- 3) être stable.

Suite à la présentation du système en boucle fermée, chacune des approches de modélisation seront utilisées pour concevoir un régulateur. Étant très répandu dans le milieu industriel, le régulateur choisi est de type proportionnel, intégral et dérivé (PID), avec filtre dérivatif. Pour la fonction de transfert, les gains critiques assurant la stabilité du système seront déterminés à partir du critère de Routh-Hurwitz. Les gains assurant une bonne performance du système seront ensuite définis en utilisant l'outil SISOtool de Matlab. Dans tous les cas, l'objectif du régulateur est de diminuer au maximum le temps de réponse, et d'obtenir une erreur nulle en régime permanent.

#### 5.1 Présentation du système en boucle fermée

Le système du balancier sera asservi afin de commander sa position angulaire. Jusqu'à présent, les trois modèles présentés relient la position angulaire du bras oscillant, la sortie, à la tension appliquée aux bornes du moteur-couple de la servovalve, l'entrée. Ainsi, l'asservissement du balancier en position nécessite de mesurer la position angulaire à l'aide d'un potentiomètre. Le diagramme de la figure 5.1 présente le système dans son ensemble. Notez que le bloc « Modele Balancier » peut être configuré pour utiliser l'un des trois modèles. L'entrée du système est la position angulaire désirée et la sortie est la position

angulaire actuelle. Une boucle de rétroaction permet de comparer le signal de la position actuelle à celui de la position désirée. La différence entre ces deux signaux représente l'erreur. Cette dernière est ensuite multipliée par les gains du régulateur PID. Ainsi, un signal de commande proportionnel à l'erreur, c'est-à-dire une tension, est appliqué aux bornes de la servovalve. Enfin, le bloc « Saturation » permet de limiter la course du tiroir de distribution afin de respecter sa course maximale.

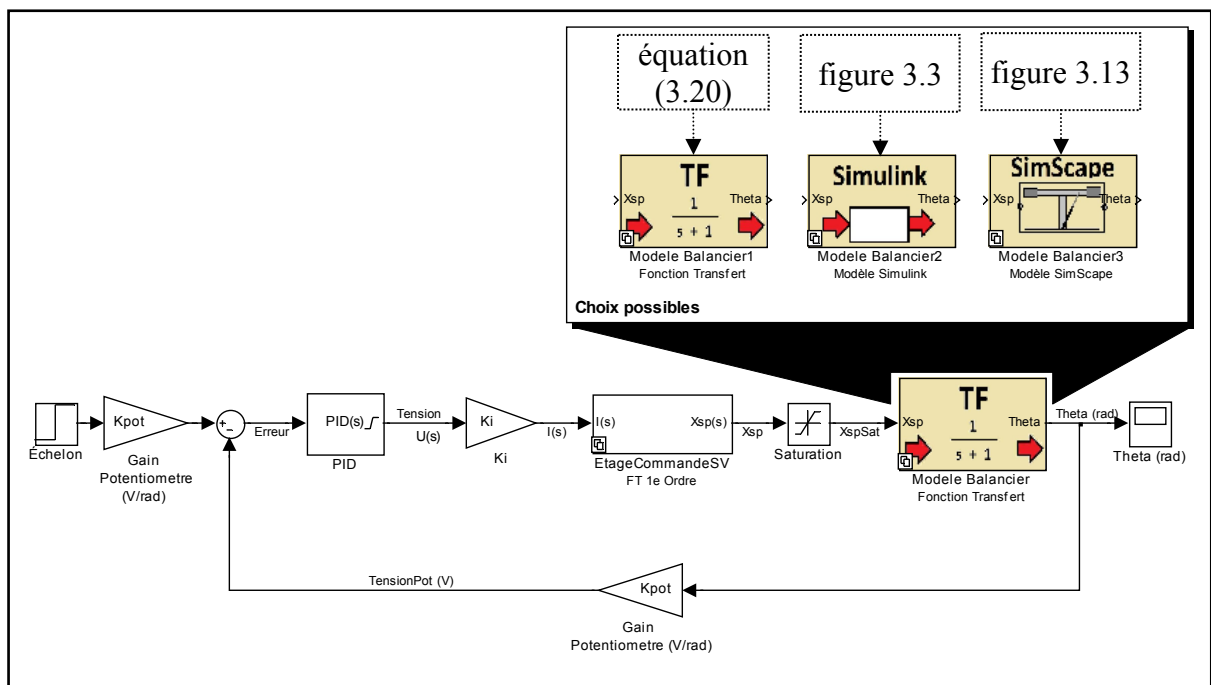


Figure 5.1 Modèle du balancier en BF

### 5.1.1 Architecture du régulateur

Le régulateur choisi est de type PID parallèle avec filtre dérivatif. Il est présenté à la figure 5.2. Sa sortie est la somme de l'action des composantes proportionnelle, intégrale et dérivée, dont leur influence est pondérée par les gains  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  et  $f_d$ . Le filtre passe-bas du premier ordre a pour fonction de diminuer la vitesse d'action de la composante dérivée, ce qui réduit l'influence du bruit provenant des capteurs. La position du pôle du filtre dérivatif est ajustée

en modifiant la valeur de  $f_d$ . La fonction de transfert du contrôleur PID parallèle avec filtre dérivatif est :

$$G_C(s) = \left[ K_p + K_i \frac{1}{s} + K_D \left( \frac{f_d s}{s + f_d} \right) \right] \quad (5.1)$$

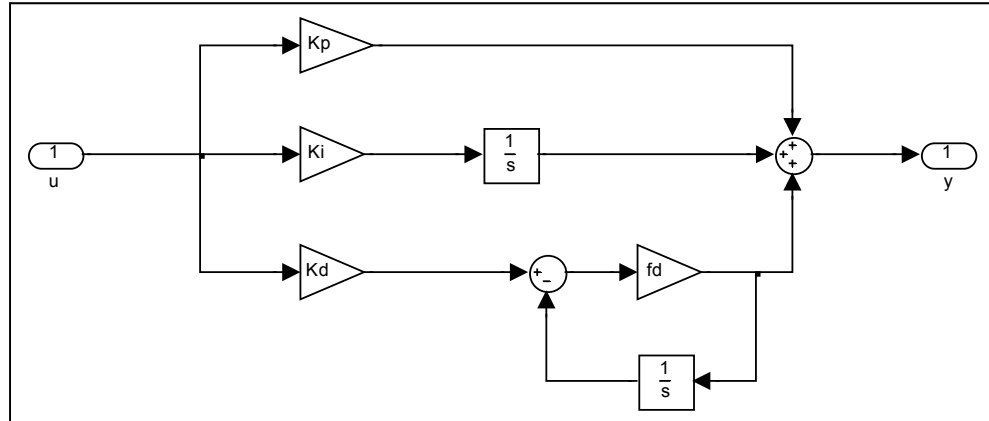


Figure 5.2 Schéma-bloc du contrôleur PID parallèle

### 5.1.2 Fonction de transfert en boucle fermée

La figure 5.3 présente le schéma-bloc du système en BF. Il se compose d'une partie opérative  $G_3(s)$  (Voir équation (3.22)) et d'une partie commande  $G_C(s)$  (Voir équation (5.1)). La fonction de transfert du système en boucle fermée (FTBF) sera utilisée pour déterminer les gains critiques à l'aide du critère de Routh-Hurwitz, ainsi que les gains du régulateur.

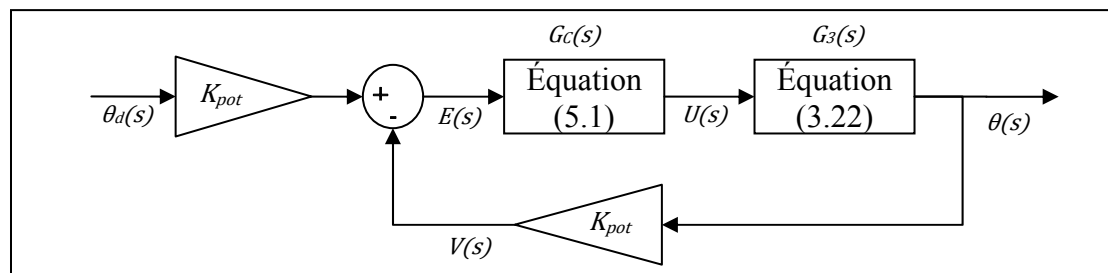


Figure 5.3 Schéma-bloc du système en BF

Tout d'abord, afin de trouver la FTBF, le signal d'erreur  $E(s)$  est égal à :

$$E(s) = \theta_d(s) K_{pot} - \theta(s) K_{pot} \quad (5.2)$$

où  $K_{pot}$  est le gain du potentiomètre (V/rad). La position angulaire  $\theta(s)$  est égale :

$$\theta(s) = E(s)G_C(s)G_3(s) \quad (5.3)$$

La fonction de transfert entre la position angulaire désirée  $\theta_d(s)$  et la position angulaire actuelle  $\theta(s)$  est obtenue en remplaçant l'expression de l'erreur, soit l'équation (5.2) dans (5.3), ce qui donne :

$$\begin{aligned} \theta(s) &= (\theta_d(s)K_{pot} - \theta(s)K_{pot}) G_C(s)G_3(s) \\ \theta(s) + \theta(s)K_{pot}G_C(s)G_3(s) &= \theta_d(s)K_{pot}G_C(s)G_3(s) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\boxed{\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{K_{pot}G_C(s)G_3(s)}{1 + K_{pot}G_C(s)G_3(s)}}$$

On substitue ensuite la valeur de  $G_C(s)$  et  $G_3(s)$  par leur expression respective, puis on simplifie afin d'obtenir l'équation (5.5). Les détails sont présentés en ANNEXE VII.

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\lambda[(K_p + f_d K_p)s^2 + (K_i + f_d K_p)s + K_i f_d]}{\sigma_6 s^6 + \sigma_5 s^5 + \sigma_4 s^4 + \sigma_3 s^3 + \sigma_2 s^2 + \sigma_1 s + \sigma} \quad (5.5)$$

où :

$$\lambda = k_i k_{sp} K_{pot} K_q (A_A + A_B) \quad (5.6)$$

$$\sigma_6 = C\Psi\tau$$

$$\sigma_5 = C\Psi\tau f_d + C\Psi + K_c\Psi\tau$$

$$\sigma_4 = C\Psi f_d + C\varphi\tau + K_c\Psi\tau f_d + K_c\Psi + K_c\varphi\tau + (A_A^2 + A_B^2)L_A\tau$$

$$\sigma_3 = C\varphi\tau f_d + C\varphi + K_c\Psi f_d + K_c\varphi\tau f_d + K_c\varphi + (A_A^2 + A_B^2)(L_A\tau f_d + L_A)$$

$$\sigma_2 = C\varphi f_d + K_c\varphi f_d + (A_A^2 + A_B^2)L_A f_d + \lambda(K_p + f_d K_d)$$

$$\sigma_1 = \lambda(K_i + f_d K_p)$$

$$\sigma = \lambda K_i f_d$$

En remplaçant les paramètres par leur valeur numérique, puis en divisant chaque coefficient par  $\sigma_6$ , l'équation (5.5) devient :

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\lambda/\sigma_6 \times [(K_p + f_d K_p)s^2 + (K_i + f_d K_p)s + K_i f_d]}{(\sigma_6 s^6 + \sigma_5 s^5 + \sigma_4 s^4 + \sigma_3 s^3 + \sigma_2 s^2 + \sigma_1 s + \sigma)/\sigma_6} \quad (5.7)$$

où :

$$\frac{\lambda}{\sigma_6} = 2.0855e8 \quad (5.8)$$

$$\frac{\sigma_6}{\sigma_6} = 1$$

$$\frac{\sigma_5}{\sigma_6} = f_d + 340.1$$

$$\frac{\sigma_4}{\sigma_6} = 340.1 f_d + 1.4744e6$$

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_6} = 1.4744e6 f_d + 4.6077e8$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_6} = 4.6077e8 f_d + 2.0855e8(K_p + K_d f_d)$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_6} = 2.0855e8(K_i + f_d K_p)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_6} = 2.0855e8 K_i f_d$$

### 5.1.2.1 Stabilité : Critère de Routh-Hurwitz

Lors de la conception de systèmes de commande, on doit s'assurer de la stabilité du système, sans quoi il est impossible de définir la valeur finale en régime permanent, ou même de respecter les performances souhaitées en régime transitoire. Selon Nise (2008), un système est stable si pour toute entrée bornée correspond une sortie également bornée. Ainsi, à partir du dénominateur de l'équation caractéristique du système en BF, le critère de Routh-Hurwitz permet de déterminer le nombre de pôles qui se trouvent à gauche de l'axe des imaginaires, à droite, et sur l'axe, sans toutefois déterminer leurs coordonnées.

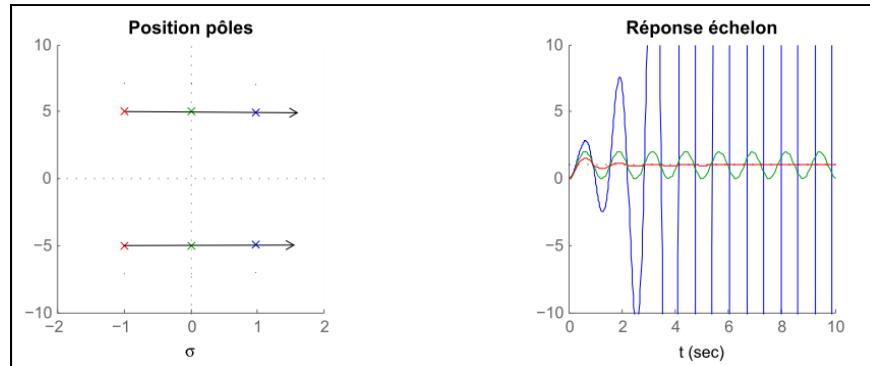


Figure 5.4 Influence de la position des pôles pour un système du 2<sup>e</sup> ordre

La figure 5.4 démontre l'influence de la position des pôles par rapport à l'axe des imaginaires dans le plan de phase. Remarquez que la réponse du bipôle se situant à gauche de l'axe tend vers une valeur finie, celui sur l'axe oscille constamment, et celui à droite oscille avec une amplitude qui croît de façon exponentielle. La table de Routh permet de trouver les gains critiques du système en boucle fermée qui assurent la stabilité du système. Pour la construire, il est nécessaire de connaître l'équation caractéristique du système à l'étude, qui dans notre cas, est le dénominateur de l'équation (5.5) :

$$\sigma_6 s^6 + \sigma_5 s^5 + \sigma_4 s^4 + \sigma_3 s^3 + \sigma_2 s^2 + \sigma_1 s + \sigma \quad (5.9)$$

La construction de la table de Routh-Hurwitz se fait comme suit :

$$\begin{array}{r}
 s^6 \quad \sigma_6 \quad \sigma_4 \quad \sigma_2 \quad \sigma_0 \\
 s^5 \quad \sigma_5 \quad \sigma_3 \quad \sigma_1 \quad 0 \\
 s^4 \quad \frac{-\begin{vmatrix} \sigma_6 & \sigma_4 \\ \sigma_5 & \sigma_3 \end{vmatrix}}{\sigma_5} = b_1 \quad \frac{-\begin{vmatrix} \sigma_6 & \sigma_2 \\ \sigma_5 & \sigma_1 \end{vmatrix}}{\sigma_5} = b_2 \quad \frac{-\begin{vmatrix} \sigma_6 & \sigma_0 \\ \sigma_5 & 0 \end{vmatrix}}{\sigma_5} = b_3 \quad \frac{-\begin{vmatrix} \sigma_6 & 0 \\ \sigma_5 & 0 \end{vmatrix}}{\sigma_5} = 0 \\
 s^3 \quad \frac{-\begin{vmatrix} \sigma_5 & \sigma_3 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1 \quad \frac{-\begin{vmatrix} \sigma_5 & \sigma_1 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1} = c_2 \quad \frac{-\begin{vmatrix} \sigma_5 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0 \quad \frac{-\begin{vmatrix} \sigma_5 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0 \\
 s^2 \quad \frac{-\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{c_1} = d_1 \quad \frac{-\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = d_2 \quad \frac{-\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0 \quad \frac{-\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0 \\
 s^1 \quad \frac{-\begin{vmatrix} c_1 & c_2 \\ d_1 & d_2 \end{vmatrix}}{d_1} = e_1 \quad \frac{-\begin{vmatrix} c_1 & 0 \\ d_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = 0 \quad \frac{-\begin{vmatrix} c_1 & 0 \\ d_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = 0 \quad \frac{-\begin{vmatrix} c_1 & 0 \\ d_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = 0 \\
 s^0 \quad \frac{-\begin{vmatrix} d_1 & d_2 \\ e_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = f_1 \quad \frac{-\begin{vmatrix} d_1 & 0 \\ e_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = 0 \quad \frac{-\begin{vmatrix} d_1 & 0 \\ e_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = 0 \quad \frac{-\begin{vmatrix} d_1 & 0 \\ e_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = 0
 \end{array} \quad (5.10)$$

Toujours selon Nise (2008), le critère de Routh-Hurwitz stipule que le nombre de pôles se situant à droite de l'axe des imaginaires est égal au nombre de changements de signe dans la première colonne de la table. Ainsi, un système est déclaré stable s'il n'y a aucun changement de signe dans la première colonne. Afin de simplifier la table de Routh-Hurwitz, uniquement le gain proportionnel  $K_p$  est considéré; on pose  $K_i = K_d = f_d = 0$ . La construction de cette table donne :

Tableau 5.1 Table du Routh-Hurwitz en ne considérant que  $K_p$

Étiquette				
$s^6$	1	1 474 400	$208 550 000 * K_p$	0
$s^5$	340.1	460 770 000	0	0
$s^4$	120 000	$208 550 000 * K_p$	0	0
$s^3$	$460 770 000 - 590 880 * K_p$	0	0	0
$s^2$	$208 550 000 * K_p$	0	0	0
$s^1$	0	0	0	0
$s^0$	0	0	0	0

En observant la première colonne du tableau 5.1, pour éviter tout changement de signe,  $K_p$  doit être compris entre 0 et 779.8 pour que le système demeure stable.

$$460770000 - 590880 \times K_p \geq 0 \Rightarrow K_p < 779.8 \quad (5.11)$$

$$208 550 000 \times K_p \geq 0 \Rightarrow K_p > 0$$

### 5.1.3 Influence de la position des pôles

L'effet du déplacement des pôles sera maintenant présenté. Tel qu'illustré à la figure 5.5, la position des pôles a une influence directe sur la réponse dynamique du système. Un déplacement des pôles à un angle de 45 degrés vers la gauche assure un dépassement constant et diminue le temps de stabilisation. Un déplacement parallèle à l'axe des réels vers la gauche n'influence pas la fréquence d'oscillation et diminue le temps de stabilisation et le dépassement. Enfin, un déplacement des pôles parallèlement à l'axe des imaginaires augmente le dépassement et diminue le temps de stabilisation.



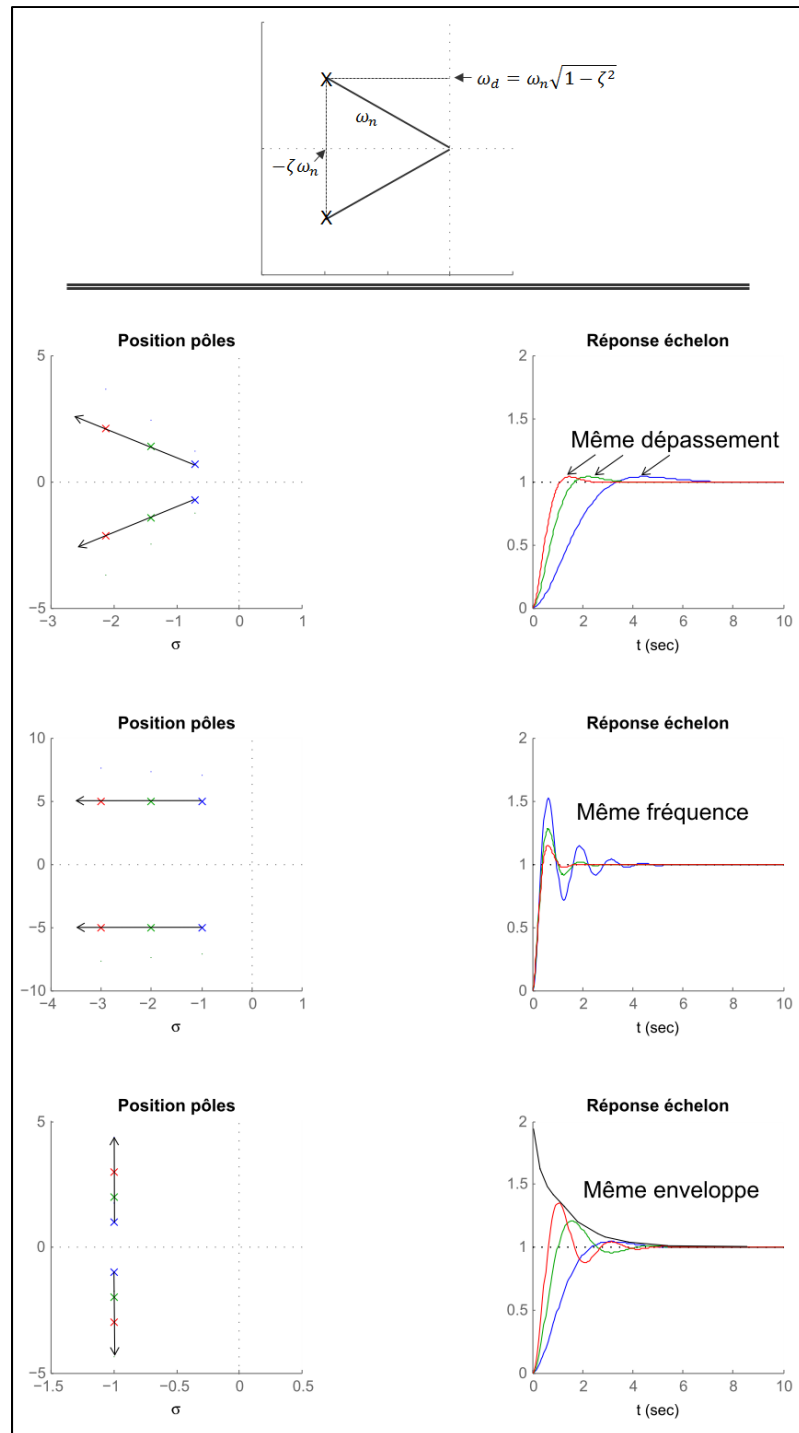


Figure 5.5 Effet du déplacement des pôles

La figure 5.6 présente le lieu des racines pour la fonction de transfert du balancier en BO avec un gain proportionnel variant de 0 à l'infini. Elle est obtenue à partir de la fonction

*rlocus* de Matlab. En observant l'emplacement des pôles du système actuel, on remarque que le système est stable, mais que l'augmentation du gain proportionnel peut mener vers l'instabilité, puisqu'un bipôle croise l'axe des imaginaires. En fait, ce gain est le gain critique trouvé par le critère de Routh-Hurwitz.

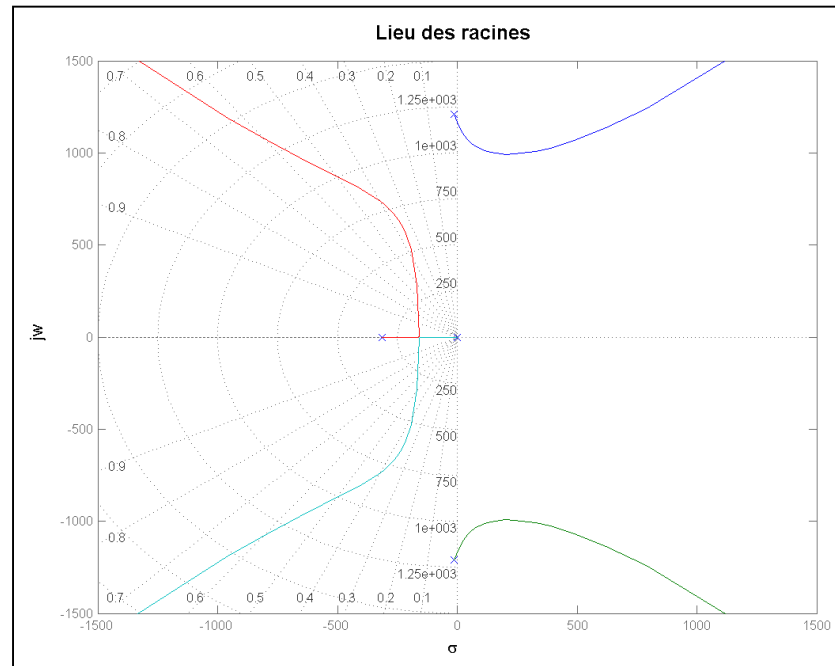


Figure 5.6 Lieu des racines du système en BO  $G_3(s)$

## 5.2 Conception du régulateur

La conception du régulateur PID est faite en utilisant l'outil *SISOtool* du logiciel Matlab. Cet outil permet de concevoir des régulateurs pour des systèmes à une entrée et une sortie avec rétroaction à l'aide d'une interface graphique interactive. Cette dernière affiche, en temps réel, l'effet du régulateur sur le lieu des racines et sur le diagramme de Bode. Ainsi, il est possible de concevoir un régulateur simplement en déplaçant, en supprimant ou en ajoutant un pôle ou un zéro au lieu des racines, tout en visualisant instantanément sa répercussion sur le diagramme de Bode. Le régulateur PID peut également être conçu automatiquement. Bien que différentes méthodes soient offertes, nous utiliserons l'algorithme «*Robust response time*» pour l'ajustement du régulateur à partir de la FTBF et du modèle Simulink. Cette

méthode calcule les gains du compensateur de manière à maximiser la bande passante et à optimiser la marge de phase. L'utilisation de SISOtool est très bien présentée dans l'aide du logiciel Matlab (*Voir* MathWorks (2010b)). Lors de la conception d'un régulateur PID, Ellis (2004) recommande :

- que la marge de phase, qui est la différence entre la phase actuelle et  $-180$  deg, soit comprise entre  $35^\circ$  et  $80^\circ$ ,
- que la marge de gain, qui est le gain à la fréquence où il y a rotation de phase, soit comprise entre 10 et 25 dB,
- de s'assurer que l'actionneur ne soit pas saturé lors de l'ajustement des gains en surveillant l'amplitude du signal de commande.

### 5.2.1 Réponse initiale du système

La figure 5.7 présente la réponse initiale du système expérimental et des trois modèles pour un gain proportionnel  $K_p = 10$ . Cette figure permettra de quantifier l'amélioration de la réponse du système suite à la conception du régulateur. En l'observant, on remarque que les modèles Simulink et SimScape, dont les réponses sont superposées, représentent plus fidèlement la réalité que la fonction de transfert.

Tableau 5.2 Comparaison entre les modèles et le système

$K_p = 10$				
	FTBF	Simulink	SimScape	Exp.
Temps de montée $T_M$ (sec)	0.51	0.42	0.42	0.32
Temps de réponse $T_R$ (sec)	0.92	0.76	0.76	1.08
Temps de dépassement maximal $T_D$ (sec)	-	-	-	-
Dépassement DP (%)	0	0	0	0
$e_\infty$ (rad)	0	0	0	0

Le tableau 5.2 présente une comparaison entre les trois modèles et le système à l'étude. Le temps de montée  $T_M$  (sec) est le temps nécessaire au signal pour passer de 0.1 à 0.9 de la valeur finale. Le temps de réponse  $T_R$  (sec) se définit comme étant le temps nécessaire pour

atteindre 98% de la valeur finale, tout en demeurant dans une plage d'erreur de  $\pm 2\%$  par rapport à la valeur finale. Le temps de dépassement maximal  $T_D$  (sec) est le temps où le dépassement DP (%) est maximal. Enfin, pour un gain proportionnel de 10, il n'y a aucun dépassement, et l'erreur en régime permanent  $e_\infty$  (rad) est nulle.

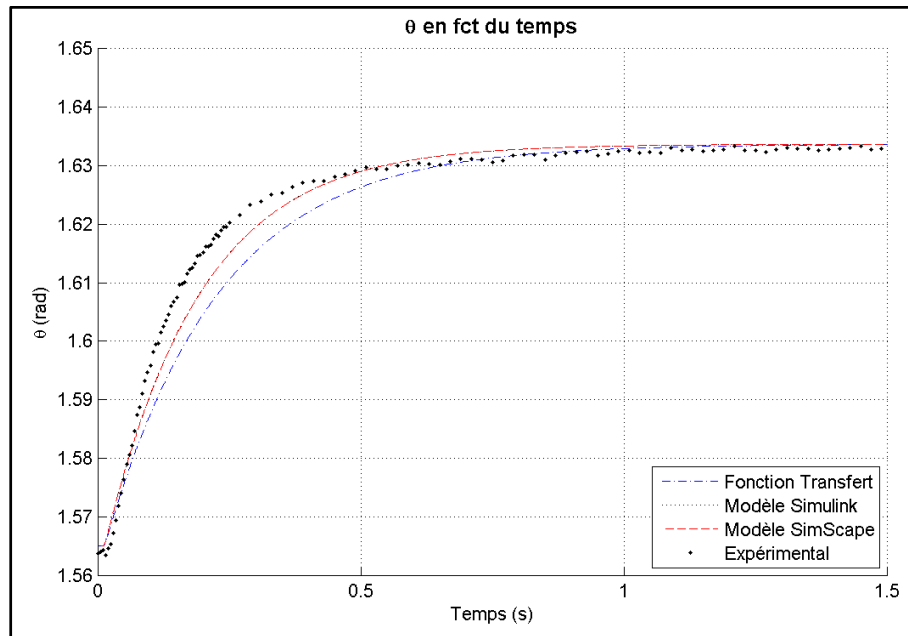


Figure 5.7 Réponse à l'échelon pour  $K_p = 10$

### 5.2.2 Fonction de transfert

Avant d'utiliser l'application SISOtool, il est nécessaire de construire les équations de transfert du système dans l'espace de travail de Matlab. Le script servant à la déclaration des équations est présenté en ANNEXE VIII sous «VariableBalancier.m». L'utilisation de SISOtool avec une fonction de transfert se résume en quatre étapes :

- 1) Sélectionner les données du système selon la configuration choisie.
- 2) Sélectionner les graphiques voulus pour la fenêtre graphique d'ajustement.
- 3) Sélectionner le graphique d'analyse voulu.
- 4) Calculer le régulateur à partir de la fenêtre d'ajustement automatisée.

Pour plus de détail sur la démarche, consultez l'ANNEXE IX. Une fois le régulateur créé dans SISOtool, on l'exporte vers l'espace de travail Matlab. La fonction GainPID.m (*Voir*

ANNEXE VIII) permet ensuite de trouver les gains  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  et  $f_d$  à partir de la fonction de transfert. Le tableau 5.3 présente les gains du régulateur obtenus en utilisant l'outil SISOtool et « *robust response time* » avec la FTBF, ainsi que les paramètres permettant de caractériser la réponse à l'échelon. Pour le calcul des gains PID, une marge de phase de  $70^\circ$  (comprise entre  $35^\circ$  et  $80^\circ$ ) et une bande passante de 18.8 rad/s (6 Hz) sont sélectionnées. La réponse du système réel et de la FTBF à un échelon est présentée à la figure 5.8. Sur cette figure, le graphique inférieur est l'évolution temporelle du signal de commande en fonction du temps. Puisque l'amplitude maximale du signal de commande est inférieure à  $\pm 2.5$  V, l'actionneur n'est pas saturé.

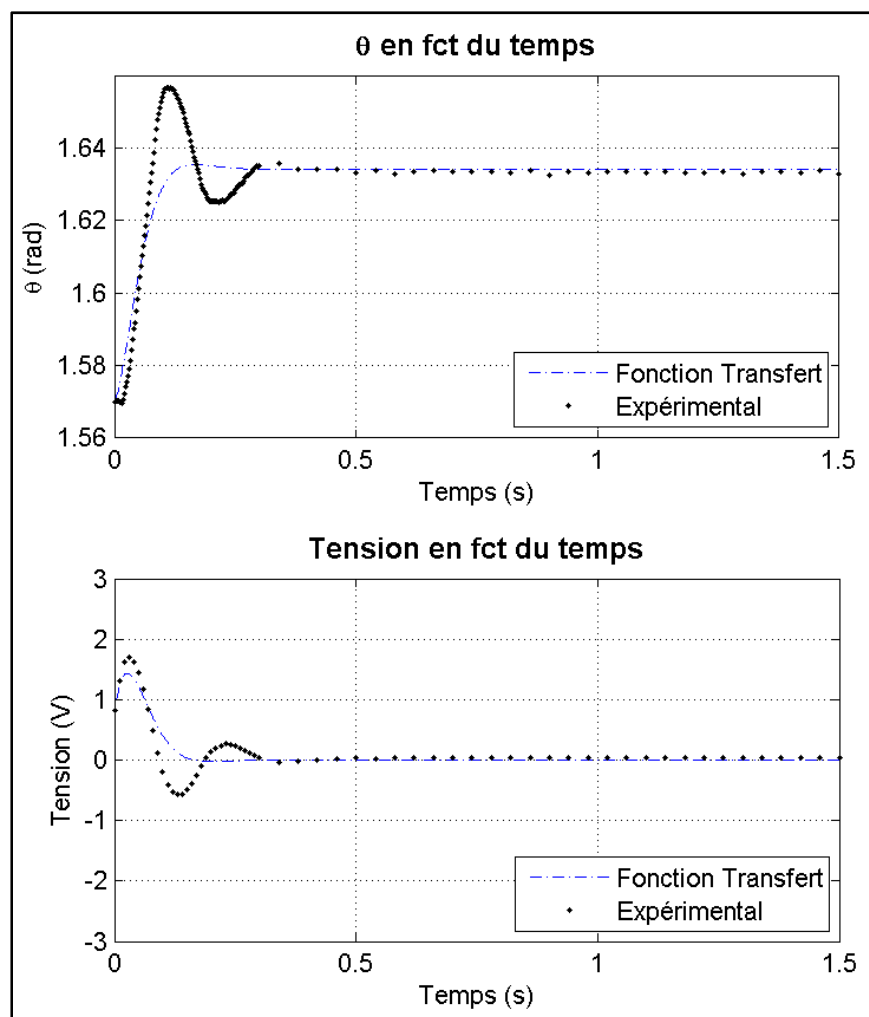


Figure 5.8 Comparaison entre la FTBF et le système

La comparaison des deux réponses révèle une erreur de 38% par rapport au temps de montée, de 86% par rapport au temps de réponse, et de plus de 236% par rapport au dépassement.

Tableau 5.3 Comparaison entre la FTBF et le système

$K_p=45.28 \quad K_i=7.51 \quad K_d=-0.74 \quad f_d=39.9$			
	FTBF	Exp.	Err(%)
Bande passante (rad/s)	18.8	-	-
Marge de phase (deg)	70	-	-
Temps de montée $T_M$ (sec)	0.08	0.05	37.5
Temps de réponse $T_R$ (sec)	0.21	0.39	85.7
Temps de dépassement maximal $T_D$ (sec)	0.17	0.11	35.3
Dépassement $D_P$ (%)	11	37	236.4
$e_\infty$ (rad)	0	0	0

### 5.2.3 Modèle Simulink

La conception du régulateur PID à partir du modèle Simulink est également faite à l'aide de l'outil SISOtool. Quelques étapes préliminaires à l'utilisation de SISOtool doivent être réalisées. La procédure de conception du régulateur PID à partir du modèle Simulink se résume comme suit :

- 1) Sélectionner l'entrée et de la sortie du système.
- 2) Démarrer l'outil SISOtool.
- 3) Linéariser le système au point d'opération souhaité.
- 4) Sélectionner les graphiques voulus pour la fenêtre graphique d'ajustement.
- 5) Sélectionner le graphique d'analyse voulu.
- 6) Calculer le régulateur à partir de la fenêtre d'ajustement automatisée.

Pour plus de détail sur la démarche, consultez l'ANNEXE X. Pour la même marge de phase et bande passante que la FTBF, soit  $70^\circ$  et 18.8 rad/s (6 Hz), la réponse du système réel et du modèle Simulink à un échelon est présentée à la figure 5.9. En observant cette figure et le tableau 5.4, on constate une erreur de 16.7% par rapport au temps de montée, de 176% par rapport au temps de réponse, et de plus de 400% par rapport au dépassement.

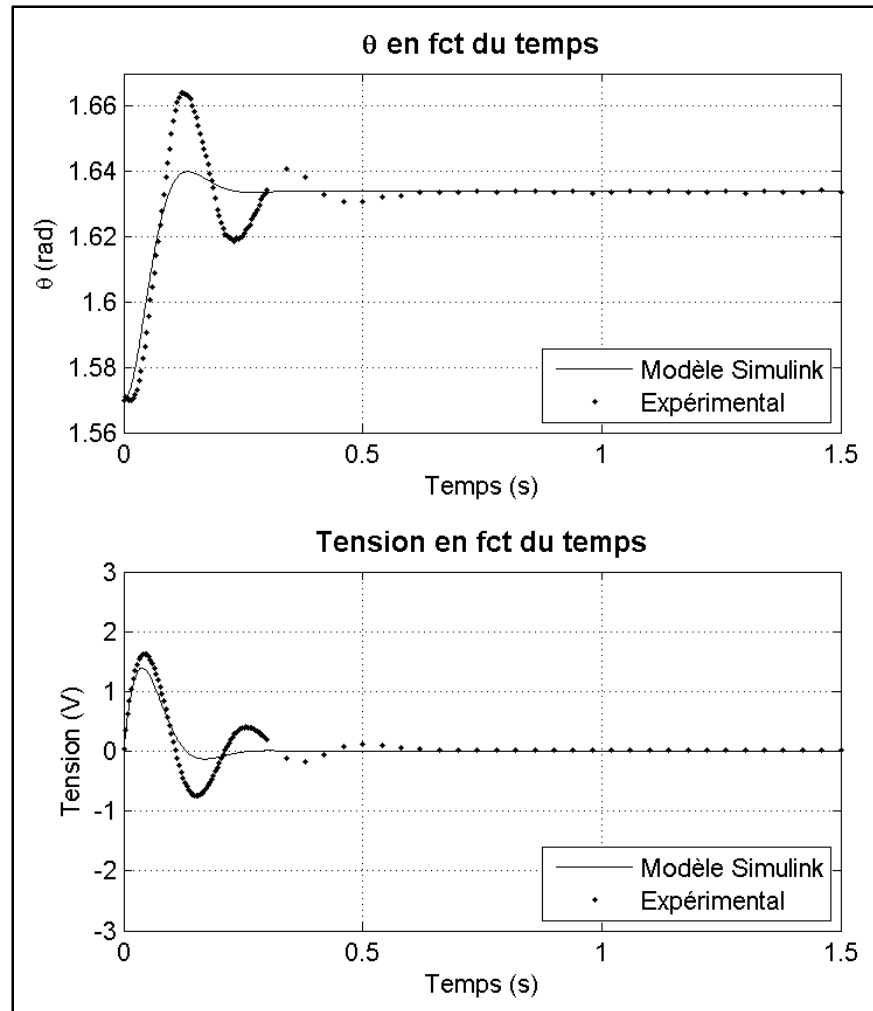


Figure 5.9 Comparaison entre le modèle Simulink et le système

Tableau 5.4 Comparaison entre le modèle Simulink et le système

$K_p = 42.20 \quad K_i = 7.04 \quad K_d = -1.05 \quad f_d = 39.9$			
	Simulink	Exp.	Err(%)
Bande passante (rad/s)	18.8	-	-
Marge de phase (deg)	70	-	-
Temps de montée $T_M$ (sec)	0.06	0.05	16.7
Temps de réponse $T_R$ (sec)	0.21	0.58	176.2
Temps de dépassement maximal $T_D$ (sec)	0.13	0.12	7.7
Dépassement $D_P$ (%)	9.6	48	400
$e_\infty$ (rad)	0	0	0

### 5.2.4 Modèle SimScape

Le régulateur PID est maintenant conçu à l'aide du modèle SimScape, et ce, en suivant les mêmes étapes de conception qu'avec le modèle Simulink. Cependant, le régulateur est conçu en utilisant l'algorithme d'ajustement automatique du régulateur par optimisation « *Automated, optimization based tuning* ». Cet algorithme utilise les critères de performance souhaitée comme contrainte, puis fait appel à une méthode d'optimisation pour converger vers un régulateur PID qui répond aux requis. L'ANNEXE XI présente la démarche de manière plus approfondie.

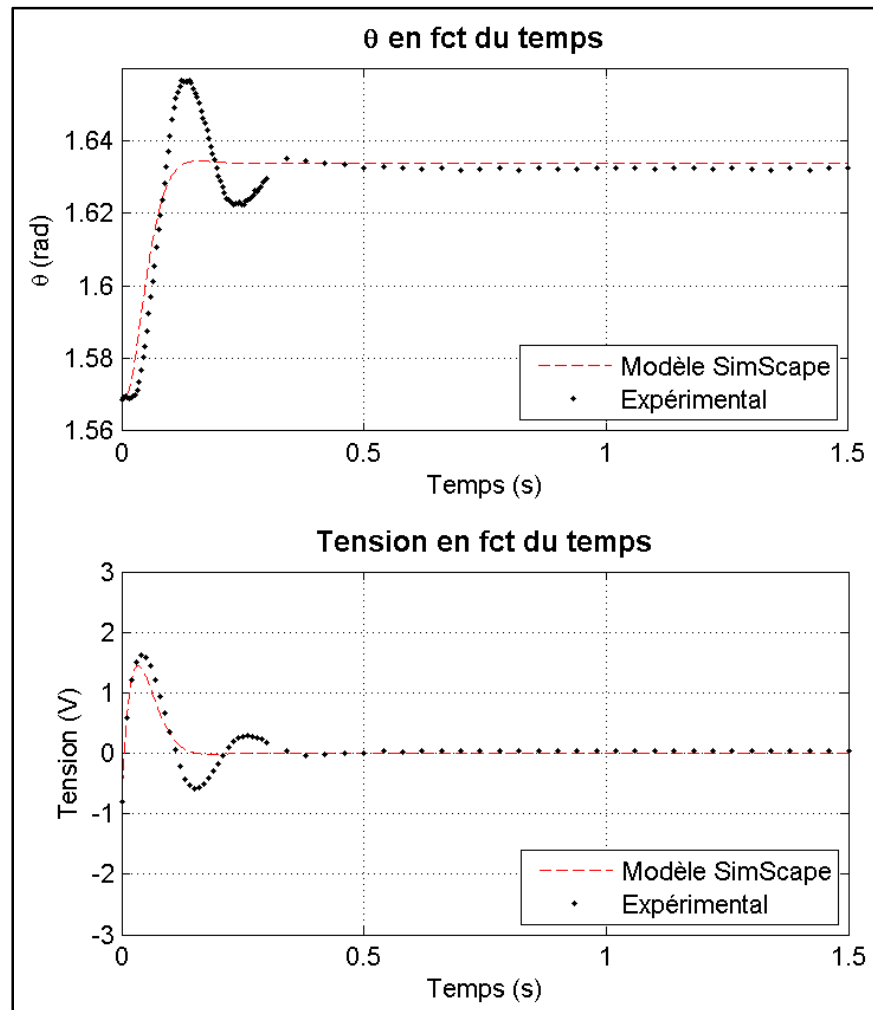


Figure 5.10 Comparaison entre le modèle SimScape et le système



Ainsi, en utilisant SISOtool et l'algorithme d'ajustement automatique du régulateur par optimisation, pour un temps de montée de 0.1 seconde, un temps de réponse de 0.2 seconde et un dépassement maximal de 10%, on obtient un système dont la réponse est présentée à la figure 5.10. Les gains du régulateur trouvés par optimisation sont présentés au tableau 5.5. La comparaison des deux réponses révèle une erreur de 28.6% par rapport au temps de montée, de 241% par rapport au temps de réponse, et de plus de 3354% par rapport au dépassement. En observant l'importante erreur entre la réponse du système réel et celle des modèles, il est impossible de conclure que les modèles reflètent fidèlement la réalité.

Tableau 5.5 Comparaison entre le modèle SimScape et le système

$K_p = 33.87 \quad K_i = 1 \quad K_d = -0.65 \quad f_d = 78$			
	SimScape	Exp.	Err(%)
Temps de montée $T_M$ (sec)	0.07	0.05	28.6
Temps de réponse $T_R$ (sec)	0.12	0.41	241.7
Temps de dépassement maximal $T_D$ (sec)	0.16	0.13	18.8
Dépassement $D_P$ (%)	1.1	38	3354.6
$e_\infty$ (rad)	0	0	

### 5.3 Ajout du délai

Afin de comprendre pourquoi le modèle ne reflète pas la réalité, il est nécessaire de s'attarder au montage expérimental. Les essais expérimentaux sont réalisés à l'aide du logiciel XPCtarget. Ce dernier permet de transformer n'importe quel ordinateur personnel en système de prototypage et de test en temps réel. Ainsi, l'ordinateur personnel se transforme en régulateur numérique. Tel que mentionné par Ellis (2004), un inconvénient des régulateurs numériques est qu'ils ajoutent du délai dans la boucle de commande, ce qui augmente le déphasage. Ceci a pour effet de limiter le gain maximum et de diminuer la réactivité du système. Toujours selon Ellis (2004), le délai peut provenir de l'échantillonnage et de la mémorisation, du calcul de la loi de commande et enfin, de l'estimation de la vitesse. Cet écart peut donc être expliqué par des délais qui sont, jusqu'à maintenant, négligés. Afin de vérifier cette hypothèse, trois blocs sont ajoutés au diagramme initial présenté à la figure 5.1.

Ainsi, sur le schéma-bloc modifié (Voir figure 5.11), l'ajout du bloc quantificateur permet de modéliser le convertisseur analogique à numérique (CAN). Le bloc échantillonnage et mémorisation modélise l'échantillonnage à 1 kHz et enfin, le bloc délai modélise l'ensemble des délais. Ensuite, par essai et erreur, tout en conservant les mêmes gains pour chacun des modèles, on trouve qu'un délai de 25 msec permet de diminuer significativement l'erreur entre la réponse des modèles et du système expérimental (Voir figure 5.12, figure 5.13, figure 5.14, tableau 5.7, tableau 5.8 et tableau 5.9).

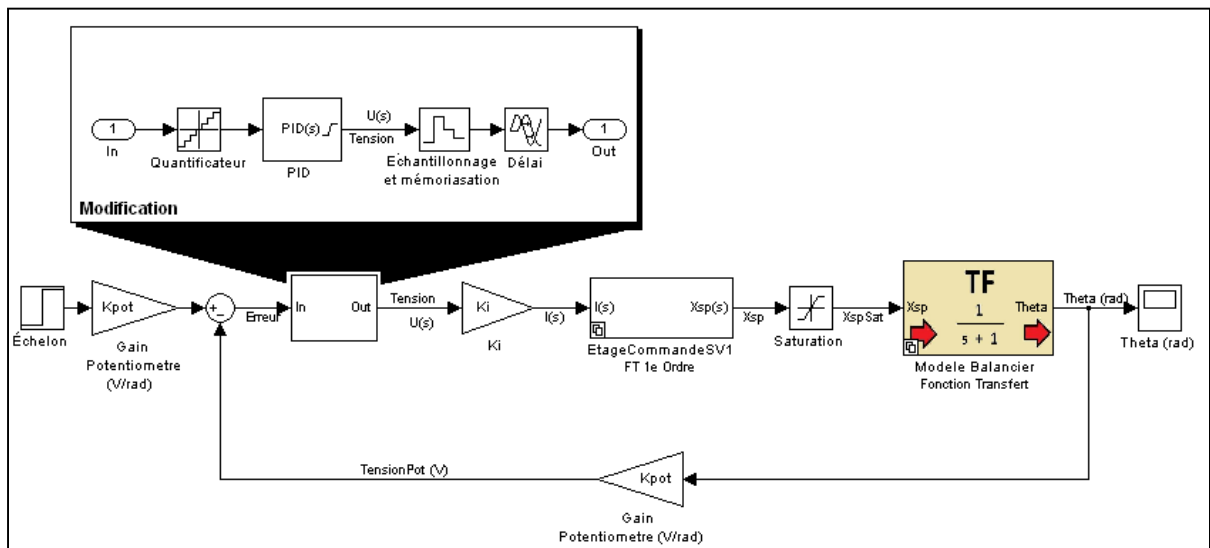


Figure 5.11 Modèle modifié du balancier en BF

Selon Ellis (2004), le délai total attribuable à l'échantillonnage et la mémorisation, au calcul de la loi de commande et à l'estimation de la vitesse est d'environ 1.9 fois le temps d'échantillonnage, ce qui représente 1.9 msec. Alors, comment expliquer un délai de 25 msec? Un délai de cet ordre est plutôt attribuable aux organes mécaniques et aux écoulements fluidiques plutôt qu'aux organes électroniques. Tel que mentionné par Rabie (2009), un délai temporel, c'est-à-dire un intervalle de temps, existe entre l'ouverture de la valve de commande et le début du mouvement de mécanisme. Ce dernier est attribuable aux écoulements fluidiques dans la servovalve, les conduits et le vérin. Puisque cet aspect est en dehors des objectifs de ce mémoire, il ne sera pas traité plus en profondeur.

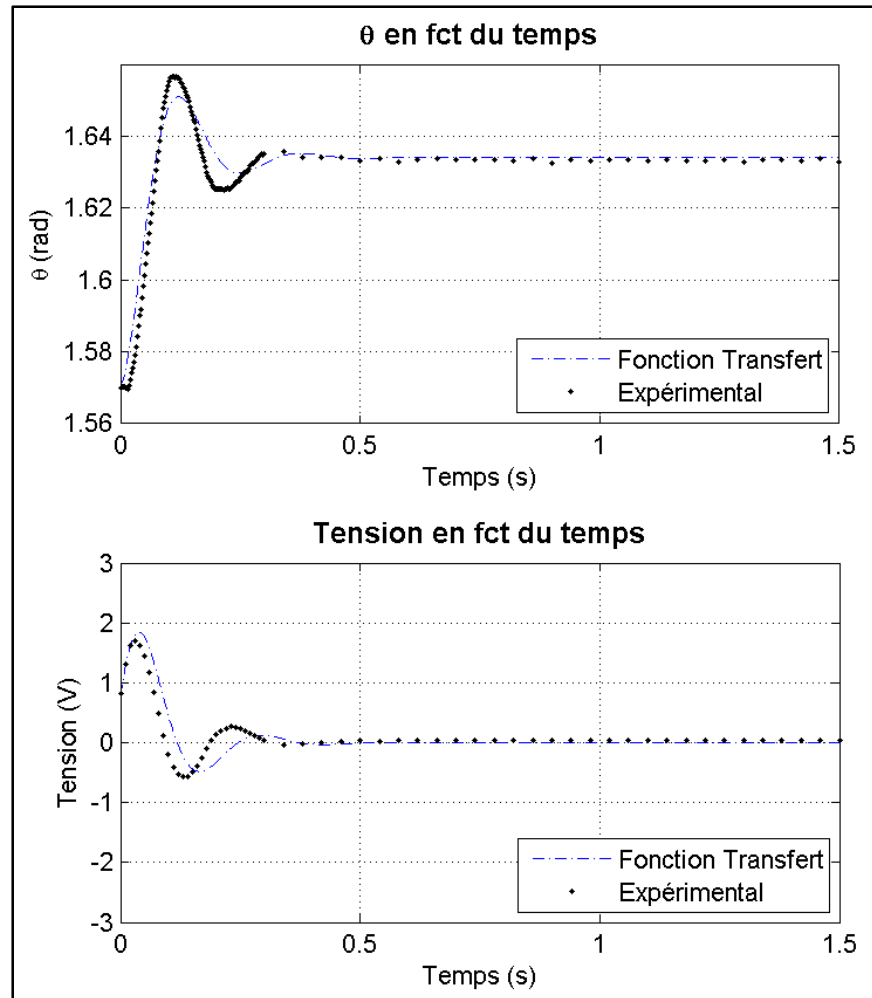


Figure 5.12 Comparaison entre la FTBF avec délai et le système

Tableau 5.6 Comparaison entre la FTBF avec délai et le système

$K_p = 45.28 \quad K_i = 7.51 \quad K_d = -0.74 \quad f_d = 39.9$			
	FTBF	Exp.	Err(%)
Bande passante (rad/s)	18.8	-	-
Marge de phase (deg)	70	-	-
Temps de montée $T_M$ (sec)	0.051	0.046	9.80
Temps de réponse $T_R$ (sec)	0.394	0.392	0.54
Temps de dépassement maximal $T_D$ (sec)	0.121	0.109	9.92
Dépassement $D_P$ (%)	28	37	32.1
$e_\infty$ (rad)	0	0	0

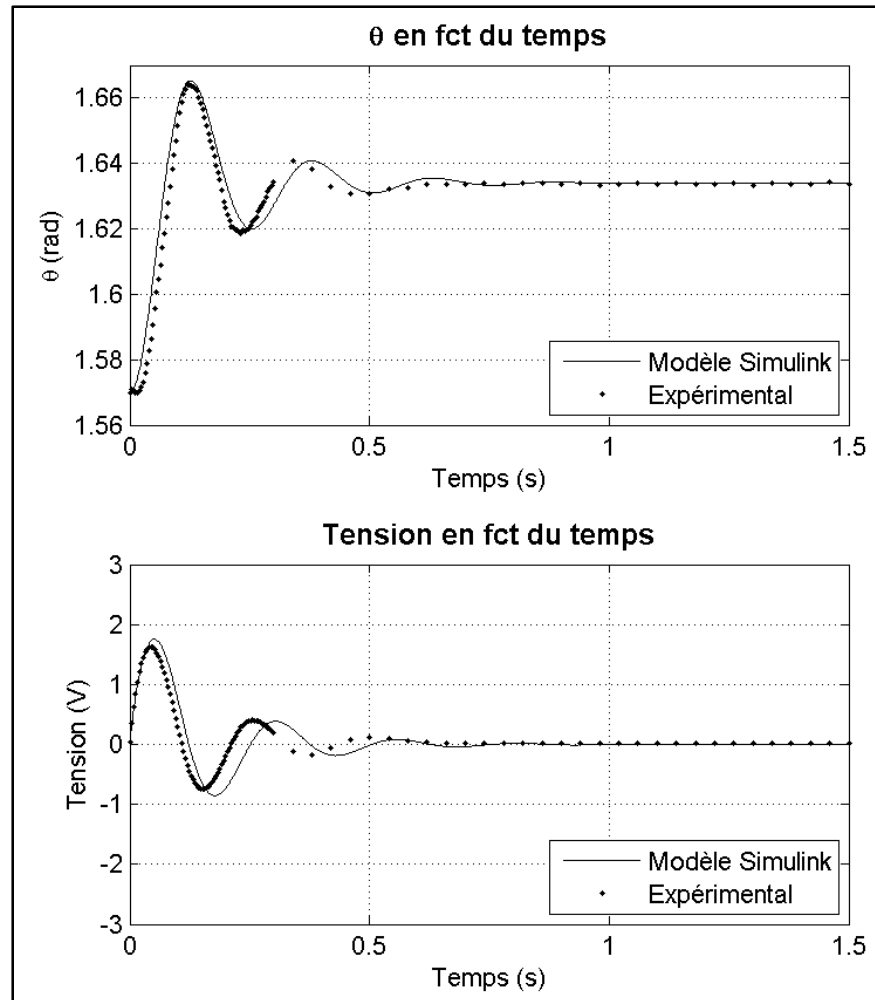


Figure 5.13 Comparaison entre le modèle Simulink avec délai et le système

Tableau 5.7 Comparaison entre le modèle Simulink avec délai et le système

$K_p=42.20$ $K_i=7.04$ $K_d=-1.05$ $f_d=39.9$			
	Simulink	Exp.	Err(%)
Bande passante (rad/s)	18.8	-	-
Marge de phase (deg)	70	-	-
Temps de montée $T_M$ (sec)	0.044	0.047	6.82
Temps de réponse $T_R$ (sec)	0.645	0.58	10.08
Temps de dépassement maximal $T_D$ (sec)	0.129	0.12	6.95
Dépassement $DP$ (%)	49	48	2.04
$e_\infty$ (rad)	0	0	0

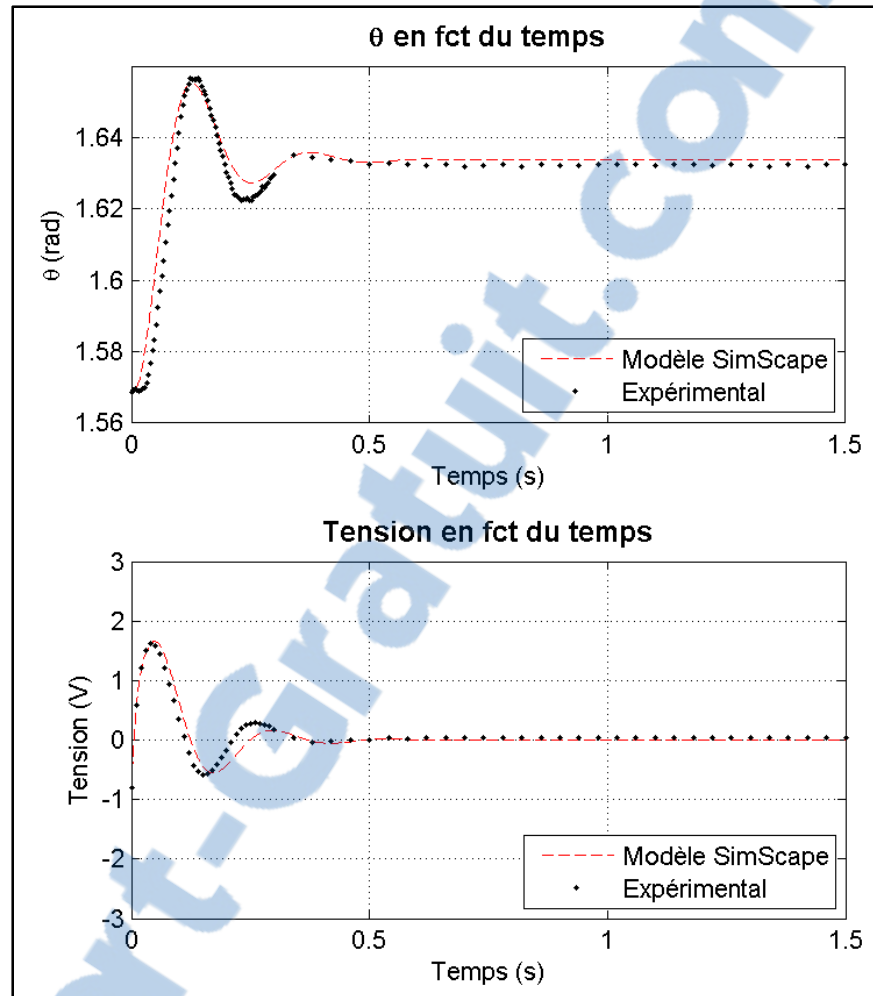


Figure 5.14 Comparaison entre le modèle SimScape avec délai et le système

Tableau 5.8 Comparaison entre le modèle SimScape avec délai et le système

$K_p = 33.87 \quad K_i = 1 \quad K_d = -0.65 \quad f_d = 78$			
	SimScape	Exp.	Err(%)
Temps de montée $T_M$ (sec)	0.048	0.048	0
Temps de réponse $T_R$ (sec)	0.412	0.420	1.94
Temps de dépassement maximal $T_D$ (sec)	0.128	0.126	1.56
Dépassement $D_P$ (%)	33	37	12.12
$e^\infty$ (rad)	0	0	0

#### 5.4 Conception du régulateur sur le système avec délai

Suite à l'ajout du délai, le régulateur PID est de nouveau conçu à l'aide du modèle SimScape. Toujours en utilisant l'algorithme d'ajustement automatique du régulateur par optimisation, pour un temps de montée de 0.125 seconde, un temps de réponse de 0.250 seconde et un dépassement maximal de 10%, on obtient un système dont la réponse est présentée à la figure 5.15. Les gains du régulateur trouvés par optimisation sont présentés au tableau 5.9. La comparaison des deux réponses révèle une erreur de 15% par rapport au temps de montée et de 6,7% par rapport au temps de réponse. La faible erreur entre la réponse du système réel et celle du modèle démontre que le modèle avec délai reflète plus fidèlement la réalité.

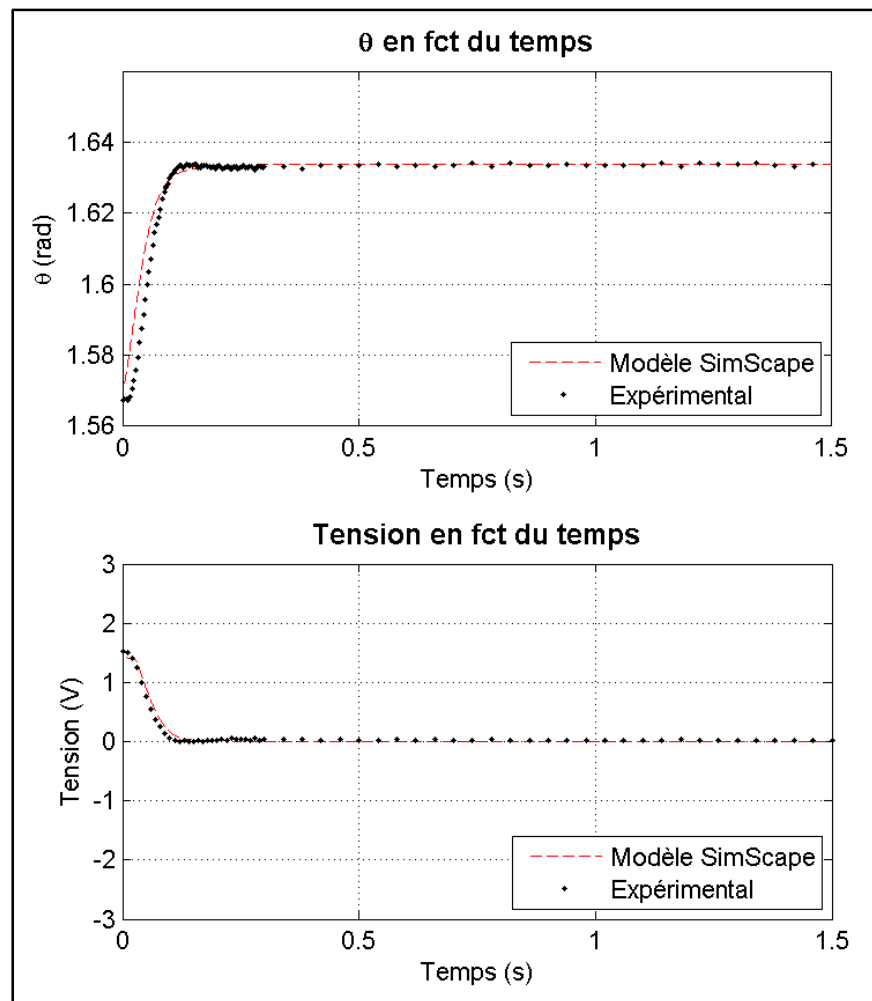


Figure 5.15 Comparaison entre le modèle SimScape avec délai et le système

Tableau 5.9 Comparaison entre le modèle SimScape avec délai et le système

$K_p = 26.13 \quad K_i = 1.40 \quad K_d = 0.122 \quad f_d = 22$			
	SimScape	Exp.	Err(%)
Temps de montée $T_M$ (sec)	0.078	0.066	15.38
Temps de réponse $T_R$ (sec)	0.164	0.153	6.71
Temps de dépassement maximal $T_D$ (sec)	-	0.136	-
Dépassement $D_P$ (%)	-	1.1	-
$e^\infty$ (rad)	0	0	-

## 5.5 Résumé

Dans ce chapitre, il a été démontré qu'il est possible de concevoir une loi de commande avec chacun des modèles, et que de nouveaux outils informatiques simplifient le travail nécessaire à son développement. L'architecture du régulateur choisi est de type PID avec filtre dérivatif. À partir du critère de Routh-Hurwitz et de la FTBF (*Voir* équation (5.5)), il a été démontré que le gain proportionnel ultime assurant la stabilité du système doit être compris entre 0 et 779.8. Toutefois, des essais sur le banc expérimental démontrent que le gain ultime calculé avec la FTBF est bien au-delà du gain critique réel. Ensuite, le déplacement des pôles du système à la figure 5.5 illustre une influence directe sur la réponse dynamique. Ainsi, l'emplacement des pôles du système actuel à la figure 5.6 démontre que le système est stable, mais que l'augmentation du gain proportionnel mène vers l'instabilité, puisqu'un bipôle croise l'axe des imaginaires.

Suite à la présentation de la réponse initiale des modèles et du système pour un gain  $K_p = 10$ , chacun des modèles est utilisé pour concevoir un régulateur avec SISOtool, puis leurs réponses sont comparées à celle du système réel. Dans chaque cas, il en résulte une réponse dont la zone du régime transitoire entre la simulation et l'expérimental est très différente. Afin de tenter d'expliquer cette différence, un délai est ajouté. Par essai et erreur, on trouve qu'un délai de 25 msec permet de diminuer significativement l'erreur entre les réponses. Suite à l'ajout du délai, un régulateur PID est conçu à partir du modèle SimScape et de l'algorithme d'ajustement automatique du régulateur par optimisation. En plus de la facilité

d'utilisation de l'outil SISOtool combiné à SimScape, il en résulte une réponse dont l'erreur par rapport au système réel est de moins de 15% par rapport au temps de montée et de 6,7% par rapport au temps de réponse. La faible erreur entre la réponse du système réel et celle du modèle démontre que le modèle avec délai reflète fidèlement la réalité, ce qui démontre sa validité.



## CONCLUSION

Suite à une introduction à la modélisation et à la présentation de la théorie liée aux écoulements fluidiques et au fonctionnement d'une servovalve, le modèle d'un balancier électro-hydraulique a été construit selon trois différentes approches. Ainsi, il a été démontré que le niveau de difficulté pour obtenir le modèle d'un système qui reflète fidèlement la réalité dépend de la méthode de modélisation choisie. La construction d'un modèle à partir de la théorie classique des systèmes linéaires et à partir de schéma-bloc ne se fait pas simplement. En effet, afin de bien représenter le comportement physique du système à l'étude, de nombreuses hypothèses doivent être correctement posées et plusieurs notions de différents champs de compétence sont nécessaires au développement des équations. N'étant pas expert dans tous les domaines, il en résulte une somme de travail considérable. Tout compte fait, puisque l'expérimentation et la modélisation sont imbriquées, la réutilisation des modèles causals est compliquée et souvent impossible.

À l'inverse, nous avons vu qu'un modèle acausal est une description du système qui est dissociée de l'expérimentation. En plus de simplifier la construction et la simulation de modèles de systèmes appartenant simultanément à différents domaines de l'ingénierie, une modélisation acausale favorise l'utilisation de bibliothèques de composants réutilisables. Ceci facilite la construction du modèle, la rend plus intuitive, et favorise les échanges, ce qui permet de capitaliser les efforts de modélisation. Toutefois, la mise en œuvre de ce type de modèle nécessite des logiciels spécialisés, tels que SimScape ou Modélica par exemple, et de bonnes ressources informatiques avec de bonnes capacités de calcul. Une fois le modèle construit, la résolution du système d'équations est totalement transparente à l'utilisateur. En effet, c'est le logiciel qui compile et ordonne les équations du modèle, permettant ainsi de le simuler.

Suite à l'identification des paramètres du balancier, un régulateur PID a été conçu pour chacun des modèles en utilisant SISOtool. Indépendamment du type de modélisation choisi, et suite à l'ajout d'un délai, tous les modèles représentent correctement le système réel. En

plus de la facilité d'utilisation de l'outil SISOtool combiné à SimScape, il en résulte une réponse dont l'erreur par rapport au système réel est de moins de 15% par rapport au temps de montée et de 6,7% par rapport au temps de réponse. Dans ce cas, ceci confirme que le modèle du balancier construit à l'aide du logiciel de simulation multi-physique SimScape représente fidèlement la réalité. Enfin, dans un contexte de compétitivité où les délais de conception doivent être réduits au minimum, il est plus avantageux d'utiliser une modélisation acausale en raison de sa réutilisabilité et de sa simplicité d'utilisation. Puisqu'il représente directement chacune des composantes du système, un modèle acausal est plus facile à construire et plus lisible qu'un schéma-bloc standard. Enfin, le modèle SimScape est facilement reconfigurable, c'est-à-dire qu'on peut modifier les entrées et les sorties facilement en fonction de l'expérimentation voulue.

Toutefois, l'utilisation de ces logiciels doit être faite avec discernement, c'est-à-dire qu'il ne faut pas oublier le niveau de précision du modèle, car plusieurs hypothèses simplificatrices sont souvent posées. Il faut éviter de tomber en « amour » avec le modèle, car nos pensées et nos croyances créent notre réalité (effet Pygmalion) et enfin, il ne faut pas adapter la réalité au point de se restreindre au modèle. En d'autres termes, on ne doit pas déformer la réalité pour qu'elle s'adapte au modèle. En conclusion, nous devons toujours porter un regard critique sur nos résultats.

## ANNEXE I

### EXEMPLE D'OUTILS LOGICIELS

Tableau-A I-1 Exemple d'outils logiciels selon leur niveau d'abstraction  
Tiré de Jardin (2010, p. 14)

Logiciels Éditeurs	Niveaux d'abstraction				
	Fonctionnel	Système	Sous-système	Composant	Géométrique
<b>Matlab/Stateflow</b> The MathWorks	X				
<b>ASCET</b> ETAS	X	X			
<b>Matlab/Simulink</b> The MathWorks		X	X	X	
<b>Simscape</b> The MathWorks		X	X	X	
<b>Scilab/Xcos</b> INRIA		X	X	X	
<b>MapleSim</b> Maplesoft		X	X	X	
<b>Dymola</b> Dassault Systèmes		X	X	X	
<b>LMS Imagine.Lab</b> <b>AMESim</b> LMS		X	X	X	
<b>OpenModelica</b> Association Modelica		X	X	X	
<b>Comsol Multiphysics</b> Comsol					X
<b>ProEngineer</b> PTC			X	X	X
<b>CATIA/Abaqus</b> Dassault Systèmes					X
<b>Fluent</b> ANSYS					X

## ANNEXE II

### FONCTION DE TRANSFERT $\theta(s)/X_{sp}(s)$

On inclut (3.12), (3.13) et (3.16) dans (3.18) :

$$M_T s^2 Y(s) + b_v s Y(s) = \left[ \frac{K_q^a}{Cs+K_c^a} X_{sp}(s) - \frac{A_A s}{Cs+K_c^a} Y(s) \right] A_A - \left[ \frac{-K_q^b}{Cs+K_c^b} X_{sp}(s) + \frac{A_B s}{Cs+K_c^b} Y(s) \right] A_B - \frac{L_C(Js^2+b_\omega s)}{L_A L_B} \theta(s) \quad (\text{A II-1})$$

On regroupe les termes :

$$M_T s^2 Y(s) + b_v s Y(s) = \frac{K_q^a A_A}{Cs+K_c^a} X_{sp}(s) - \frac{A_A^2 s}{Cs+K_c^a} Y(s) - \frac{-K_q^b A_B}{Cs+K_c^b} X_{sp}(s) - \frac{A_B^2 s}{Cs+K_c^b} Y(s) - \frac{L_C(Js^2+b_\omega s)}{L_A L_B} \theta(s) \quad (\text{A II-2})$$

$$M_T s^2 Y(s) + b_v s Y(s) + \frac{A_A^2 s}{Cs+K_c^a} Y(s) + \frac{A_B^2 s}{Cs+K_c^b} Y(s) + \frac{L_C(Js^2+b_\omega s)}{L_A L_B} \theta(s) = \frac{K_q^a A_A}{Cs+K_c^a} X_{sp}(s) - \frac{-K_q^b A_B}{Cs+K_c^b} X_{sp}(s)$$

$$\left[ M_T s^2 + b_v s + \frac{A_A^2 s}{Cs + K_c^a} + \frac{A_B^2 s}{Cs + K_c^b} \right] Y(s) + \frac{L_C(Js^2 + b_\omega s)}{L_A L_B} \theta(s) = \left[ \frac{K_q^a A_A}{Cs + K_c^a} + \frac{K_q^b A_B}{Cs + K_c^b} \right] X_{sp}(s)$$

On inclut (3.15) :

$$\left[ M_T s^2 + b_v s + \frac{A_A^2 s}{Cs + K_c^a} + \frac{A_B^2 s}{Cs + K_c^b} \right] L_A \theta(s) + \frac{L_C(Js^2 + b_\omega s)}{L_A L_B} \theta(s) = \left[ \frac{K_q^a A_A}{Cs + K_c^a} + \frac{K_q^b A_B}{Cs + K_c^b} \right] X_{sp}(s) \quad (\text{A II-3})$$

$$\left[ \left[ M_T s^2 + b_v s + \frac{A_A^2 s}{Cs + K_c^a} + \frac{A_B^2 s}{Cs + K_c^b} \right] L_A + \frac{L_C(Js^2 + b_\omega s)}{L_A L_B} \right] \theta(s) = \left[ \frac{K_q^a A_A}{Cs + K_c^a} + \frac{K_q^b A_B}{Cs + K_c^b} \right] X_{sp}(s)$$

Puis on isole :

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{\left[ \frac{K_q^a A_A}{Cs + K_c^a} + \frac{K_q^b A_B}{Cs + K_c^b} \right]}{\left[ \left[ M_T s^2 + b_v s + \frac{A_A^2 s}{Cs + K_c^a} + \frac{A_B^2 s}{Cs + K_c^b} \right] L_A + \frac{L_C(Js^2 + b_\omega s)}{L_A L_B} \right]} \quad (\text{A II-4})$$

Afin de simplifier l'équation ci-dessus, Niksefat (2003) propose d'inclure une incertitude dans les termes  $K_q^a$ ,  $K_q^b$  et  $K_c^a$ ,  $K_c^b$  en les remplaçant respectivement par  $K_q$  et  $K_c$ , ce qui permet :

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{\left[ \frac{K_q (A_A + A_B)}{Cs + K_c} \right]}{\left[ \left[ M_T s^2 + b_v s + \frac{(A_A^2 + A_B^2)s}{Cs + K_c} \right] L_A + \frac{L_C (Js^2 + b_\omega s)}{L_A L_B} \right]} \quad (\text{A II-5})$$

On multiplie ensuite le dénominateur :

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{\left[ \frac{K_q (A_A + A_B)}{Cs + K_c} \right]}{\left[ M_T L_A s^2 + b_v L_A s + \frac{(A_A^2 + A_B^2) L_A s}{Cs + K_c} + \frac{L_C J s^2}{L_A L_B} + \frac{L_C b_\omega s}{L_A L_B} \right] * \frac{Cs + K_c}{Cs + K_c}} \quad (\text{A II-6})$$

Ce qui permet :

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{\left[ \frac{K_q (A_A + A_B)}{Cs + K_c} \right]}{\left[ \frac{M_T L_A s^2 (Cs + K_c) + b_v L_A s (Cs + K_c) + (A_A^2 + A_B^2) L_A s + \frac{L_C J s^2}{L_A L_B} (Cs + K_c) + \frac{L_C b_\omega s}{L_A L_B} (Cs + K_c)}{(Cs + K_c)} \right]} \quad (\text{A II-7})$$

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{K_q (A_A + A_B)}{(Cs + K_c) \left[ M_T L_A s^2 + b_v L_A s + \frac{L_C J}{L_A L_B} s^2 + \frac{L_C b_\omega}{L_A L_B} s \right] + (A_A^2 + A_B^2) L_A s} \quad (\text{A II-8})$$

Et enfin :

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{K_q (A_A + A_B)}{(Cs + K_c) \left[ \left( M_T L_A + \frac{L_C J}{L_A L_B} \right) s^2 + \left( b_v L_A + \frac{L_C b_\omega}{L_A L_B} \right) s \right] + (A_A^2 + A_B^2) L_A s} \quad (\text{A II-9})$$

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{K_q (A_A + A_B)}{C \Psi s^3 + (C\varphi + K_c \Psi) s^2 + (K_c \varphi + (A_A^2 + A_B^2) L_A) s} \quad (\text{A II-10})$$

$$\frac{\theta(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{\frac{K_q (A_A + A_B)}{C \Psi}}{s \left[ s^2 + \frac{(C\varphi + K_c \Psi)}{C \Psi} s + \frac{(K_c \varphi + (A_A^2 + A_B^2) L_A)}{C \Psi} \right]}$$

Avec

$$\Psi = \left( M_T L_A + \frac{L_C J}{L_A L_B} \right) \quad (\text{A II-11})$$

$$\varphi = b_v L_A + \frac{L_C b_\omega}{L_A L_B}$$

## ANNEXE III

### MOMENT D'INERTIE MASSIQUE DU BALANCIER

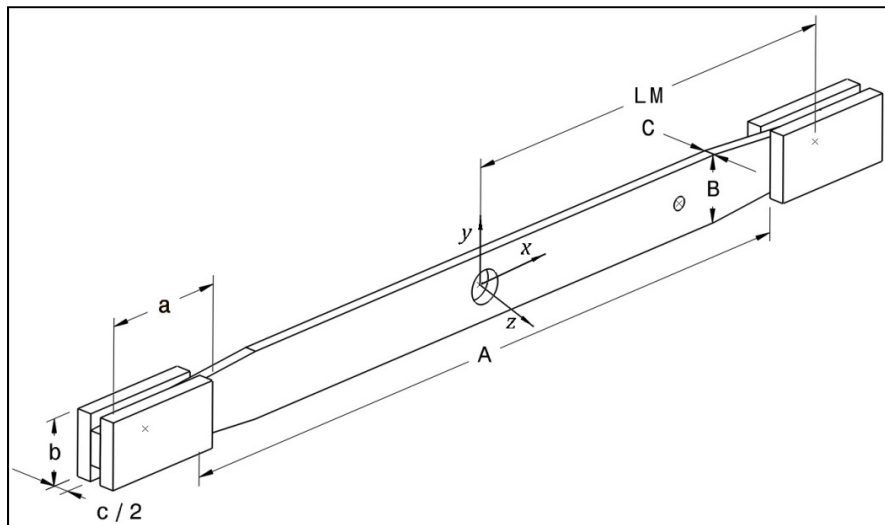


Figure-A III-1 Dimensions du bras oscillant et des masses

#### Bras oscillant (aluminium) :

Tableau-A III-1 Paramètres du bras oscillant

A (m) :	0.578
B (m) :	0.050
C (m) :	0.009
$\rho_{\text{alu}}$ (kg/m <sup>3</sup> ) :	2700

Calcul de la masse du bras oscillant :

$$m_{\text{alu}} = \rho V = \rho(A * B * C) \quad (\text{A III-1})$$

$$m_{\text{alu}} = 0.7049 \text{ kg}$$

Calcul de l'inertie massique selon l'axe Z

$$J_{z \text{ alu}} = \frac{m_{\text{alu}}(A^2 + B^2)}{12} \quad (\text{A III-2})$$

$$J_{z \text{ alu}} = 0.0197 \text{ kg} * \text{m}^2$$

**Masses (acier) :**

Tableau-A III-2 Paramètres des masses

a (m) :	0.096
b (m) :	0.050
c (m) :	0.024
LM (m) :	0.324
$\rho_{\text{acier}} \text{ (kg/m}^3\text{)} :$	7860

Calcul de la masse des masses :

$$m_{\text{acier}} = \rho V = \rho(a * b * c) \quad (\text{A III-3})$$

$$m_{\text{acier}} = 0.9055 \text{ kg}$$

Calcul de l'inertie massique selon l'axe Z en appliquant le théorème des axes parallèles :

$$J_{z \text{ acier}} = \frac{m_{\text{acier}}(a^2 + b^2)}{12} + m_{\text{acier}} * LM^2 \quad (\text{A III-4})$$

$$J_{z \text{ acier}} = 0.0958 \text{ kg} * \text{m}^2$$

**Inertie massique totale :**

$$J_z = 2 * J_{z \text{ acier}} + J_{z \text{ alu}} \quad (\text{A III-5})$$

$$J_z = 0.2115 \text{ kg} * \text{m}^2$$

## ANNEXE IV

### FICHE TECHNIQUE DE LA SERVOVALVE MOOG 755-101

**Moog**  
CONTROLS

755 SERIES

#### 755 Series Servovalves

The 755 Series is a high performance, two stage design that covers the range of rated flows from 1 to 10 gpm at 1000 psi valve drop. These valves consist of a jet pipe pilot stage driven by a double air gap, dry torque motor, and a sliding spool second stage. The proprietary jet nozzle is designed for long life and repeatable valve to valve performance. The jet is protected with a field replaceable filter. Mechanical feedback of spool position is provided by a simple cantilever spring. The valve design is simple and rugged for dependable long life operation.



#### Specifications:

**Fluid Supply:** 755 Series Servovalves are intended to operate with constant supply pressure.

**Supply Pressure:**

Minimum: 200 psi (14 bar)  
Maximum Standard: 3000 psi (210 bar)

**Proof Pressure:**

150% of supply pressure at P port.  
100% of supply pressure at R port.

**Fluid:**

Compatible with common hydraulic fluids.  
Recommended viscosity range:  
60-450 SUS @ 100°F  
(10-97 cSt @ 38°C)

**Cleanliness Level:**

ISO DIS 4406 code 16/13 max.  
14/11 recommended

**Operating Temperature:**

Minimum: -40°F (-40°C)  
Maximum: +275°F (+135°C)

**Rated Flow Tolerance:** ±10%

**Symmetry:** < 10%

**Hysteresis:** < 3%

**Threshold:** < 1/2%

**Null Shift:**

with temperature 100°F variation < 2%  
with acceleration to 10g < 2%  
with supply pressure 1000 psi change < 2%  
with return pressure 0 to 500 psi < 2%

**Frequency Response:** Typical response characteristics for 755 Series Servovalves are shown in Figures 1 and 2.

**Step Response:** Typical transient responses of 755 Series Servovalves are shown in Figure 3. The straight line portion of the response represents saturation flow from the pilot stage which will increase with higher supply pressures.

Standard Models	Rated Flow (1000psi)		Internal Leakage (1000psi)		Rated Current (parallel coils)	Coil Nom. Resistance
	gpm	lpm	gpm	lpm	ma	ohms
755-100	1	3.8	<.13	<.49	20	200
755-101	2.5	9.5	<.25	<.95	20	200
755-102	5	19	<.35	<1.32	20	200
755-103	10	38	<.35	<1.32	20	200

Optional designs are available with intrinsically safe coils (FM approved), and/or special flow null cuts. Available seal materials: BUNA (Std.), VITON or EPR.

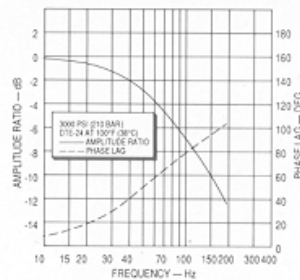


FIGURE 1 - FREQUENCY RESPONSE  
10% TO 100%  
1 TO 5 GPM VALVES

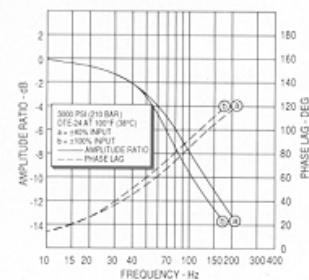


FIGURE 2 - FREQUENCY RESPONSE  
10 GPM VALVE

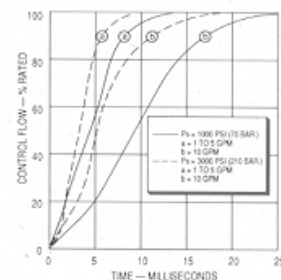
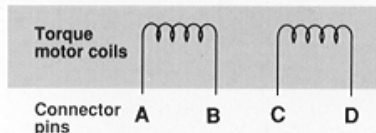


FIGURE 3 - STEP RESPONSE

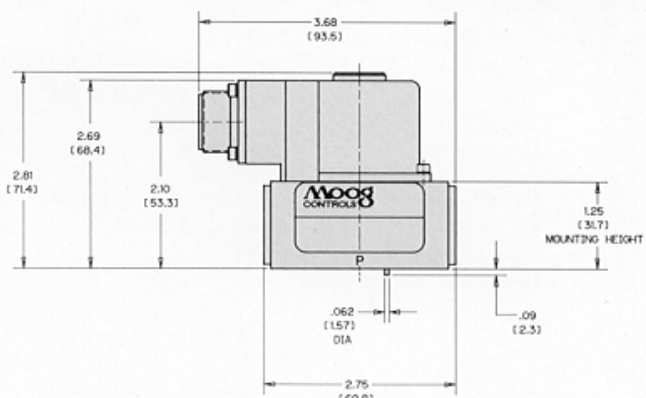
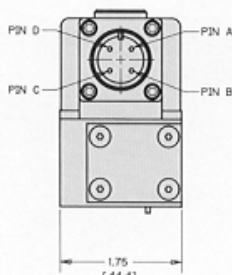
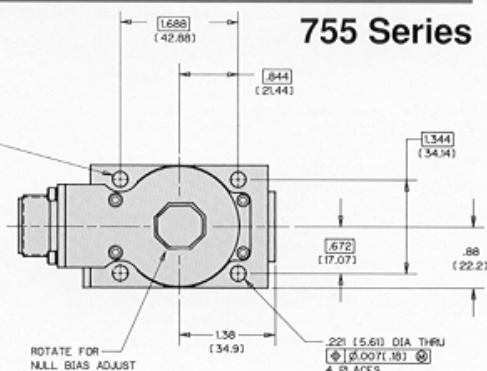


**Standard Electrical Configuration**



External connections and electrical polarity for flow out control port No. 2 are:  
 single coil: A+, B-; or C+, D-  
 series coils: tie B to C; A+, D-  
 parallel coils: tie A to C and B to D; A & C+, B & D-

**755 Series**

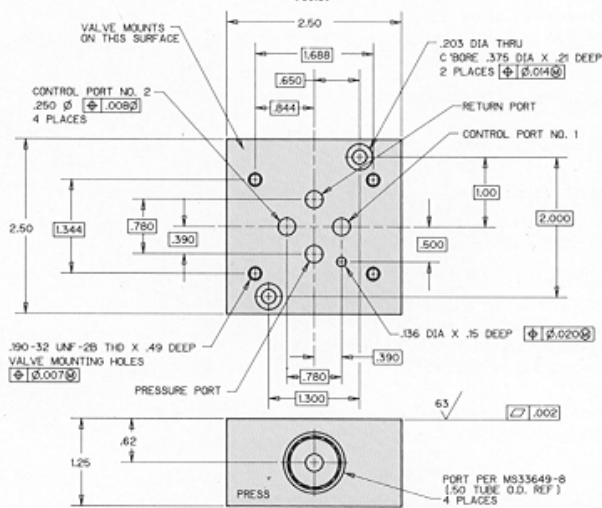


**Accessories:**

- Flushing Block:** PN A01704-001
- Mating Electrical Connector:**  
 PN 49054F-014S-002S  
 (MS 3106F-014S-002S)  
 Pigtail Available
- Suggested Mounting Bolts:**  
 PN A01407-524  
 .190-32UNF x 1.5 Long  
 Socket Head Cap Screw
- Subplate Manifold:**  
 PN 45739-003A-005

**Notes:**

- Valve Weight:** 1.31 lbs. (0.59Kg)
- Manifold "O" Ring Size:** 0.070 [1.78] sect. x .364 [9.25] I.D. (universal size - 012)
- Null Adjust:** Flow bias is continually varied for a given control port as the null adjust is rotated.
- Surface Finish:** Surface to which valve is mounted requires  $\sqrt{32}$  (  $\nabla \nabla$  ) finish, flat within 0.002 (0.05) TIR.



**Typical Subplate Manifold**



Moog Controls Inc. • East Aurora, NY 14052-3300 • 716/655-3000 • FAX: 716/655-1803

755-790A

## ANNEXE V

### RÉSULTATS : IDENTIFICATION SERVOVALVE

Tableau-A V-1 Résultats de l'identification de la servovalve

Commande (V)	Essai Sans Charge				Essai Ports Bloqués				Résultats				
	Q (LPM)	PA (Psi)	PB (Psi)	PP (Psi)	Q (LPM)	PA (Psi)	PB (Psi)	PP (Psi)	A_AT (mm <sup>2</sup> )	A_PA (mm <sup>2</sup> )	A_PB (mm <sup>2</sup> )	A_BT (mm <sup>2</sup> )	A_PT (mm <sup>2</sup> )
-2,5	-5,140	163,2	231,2	382,4	0,170	0,794	506,169	505,214	2,618	-0,115	2,607	-0,182	0,053
-2,375	-5,097	175,6	242,8	400,1	0,170	0,785	506,598	505,534	2,494	-0,118	2,538	-0,174	0,053
-2,25	-5,029	188,3	254,1	423,3	0,171	0,716	507,053	505,978	2,377	-0,112	2,414	-0,168	0,053
-2,125	-4,923	200,9	265,0	446,8	0,171	0,697	507,505	506,396	2,251	-0,108	2,281	-0,159	0,052
-2	-4,744	210,0	271,1	461,9	0,172	0,726	508,013	506,928	2,123	-0,100	2,149	-0,149	0,052
-1,875	-4,520	213,7	270,8	465,3	0,172	0,727	507,960	506,895	2,007	-0,094	2,029	-0,141	0,052
-1,75	-4,275	217,6	270,5	468,8	0,172	0,740	507,991	506,938	1,882	-0,087	1,902	-0,132	0,052
-1,625	-4,006	221,9	270,7	472,2	0,172	0,715	507,675	506,598	1,747	-0,082	1,770	-0,123	0,052
-1,5	-3,734	227,5	272,2	475,5	0,173	0,651	508,046	506,977	1,609	-0,076	1,642	-0,115	0,052
-1,375	-3,489	235,6	276,5	478,1	0,173	0,637	508,506	507,471	1,478	-0,070	1,541	-0,105	0,052
-1,25	-3,186	238,4	274,9	481,8	0,174	0,618	508,686	507,625	1,342	-0,064	1,390	-0,096	0,052
-1,125	-2,887	240,8	273,1	485,1	0,174	0,599	509,016	507,970	1,211	-0,056	1,244	-0,087	0,052
-1	-2,571	243,3	271,4	488,4	0,175	0,611	509,704	508,654	1,073	-0,050	1,097	-0,077	0,052
-0,875	-2,249	245,6	269,5	491,8	0,175	0,575	510,571	509,562	0,936	-0,042	0,948	-0,067	0,052
-0,75	-1,900	246,6	266,3	495,4	0,175	0,557	510,412	509,447	0,790	-0,034	0,789	-0,057	0,052
-0,625	-1,558	244,8	260,6	498,4	0,176	0,548	510,180	509,241	0,651	-0,027	0,636	-0,047	0,052
-0,5	-1,186	238,2	250,0	502,1	0,176	0,568	510,017	509,069	0,503	-0,020	0,471	-0,035	0,052
-0,375	-0,815	221,8	229,9	505,7	0,177	0,613	510,107	509,262	0,360	-0,012	0,310	-0,025	0,052
-0,25	-0,439	178,0	182,7	508,9	0,178	0,847	509,191	508,733	0,220	-0,003	0,155	-0,014	0,052
-0,2	-0,259	158,1	161,5	506,8	0,181	1,346	509,498	512,021	0,134	-0,004	0,090	-0,006	0,052
-0,18	-0,205	142,9	145,7	506,9	0,181	1,429	508,896	511,627	0,113	-0,003	0,070	-0,005	0,052
-0,16	-0,151	124,5	126,9	507,5	0,182	1,925	507,399	511,401	0,089	-0,002	0,051	-0,002	0,052
-0,14	-0,105	109,9	111,8	507,9	0,183	2,779	504,481	511,107	0,067	-0,001	0,036	0,001	0,052
-0,12	-0,061	92,8	94,3	508,2	0,190	5,324	496,954	510,615	0,046	0,001	0,021	0,002	0,052
-0,1	0,000	80,6	81,7	508,9	0,201	9,591	448,606	510,211	0,017	0,007	0,003	0,007	0,052
-0,08	0,000	77,3	78,1	509,5	0,211	14,774	378,524	509,863	0,022	0,009	0,004	0,009	0,052
-0,06	0,000	86,2	86,6	510,0	0,219	26,064	266,313	509,532	0,023	0,010	0,005	0,012	0,052
-0,04	0,086	102,0	101,9	510,2	0,222	51,133	143,637	509,535	0,000	0,029	-0,015	0,027	0,052
-0,02	0,143	119,7	119,2	510,1	0,223	101,090	64,626	509,496	0,032	0,067	-0,048	0,002	0,052
0	0,203	139,7	138,8	509,8	0,224	189,755	28,609	509,497	0,011	0,078	-0,048	0,039	0,052
0,02	0,261	154,9	153,5	509,0	0,221	303,526	14,053	509,626	0,005	0,097	-0,048	0,070	0,052
0,04	0,319	168,6	166,7	509,4	0,212	401,752	7,994	509,769	0,001	0,118	-0,043	0,107	0,052
0,06	0,377	180,0	177,6	508,9	0,202	457,243	5,246	510,126	-0,001	0,141	-0,037	0,143	0,052
0,08	0,434	190,0	187,1	508,4	0,194	485,113	3,697	510,096	0,001	0,165	-0,031	0,176	0,052
0,1	0,491	198,5	195,2	507,8	0,189	497,349	2,842	510,142	-0,001	0,188	-0,025	0,208	0,052
0,12	0,546	205,9	202,1	507,5	0,185	502,763	2,319	510,118	-0,006	0,208	-0,022	0,236	0,052
0,14	0,600	212,3	207,9	507,1	0,183	505,195	1,982	509,937	-0,010	0,228	-0,019	0,261	0,052
0,16	0,653	217,8	213,0	506,4	0,182	506,346	1,804	509,713	-0,013	0,249	-0,018	0,284	0,052
0,18	0,706	222,7	217,4	505,8	0,181	507,504	1,624	510,110	-0,015	0,271	-0,017	0,307	0,052
0,2	0,744	225,1	219,5	505,0	0,180	508,001	1,551	510,148	-0,017	0,287	-0,017	0,324	0,052
0,25	0,967	244,3	236,3	508,4	0,180	512,306	2,263	513,083	-0,016	0,388	-0,013	0,415	0,052
0,375	1,309	258,9	247,3	505,5	0,179	512,844	2,019	513,149	-0,025	0,539	-0,012	0,555	0,052
0,5	1,673	267,6	252,3	503,0	0,179	512,918	1,970	513,124	-0,033	0,703	-0,013	0,705	0,052
0,625	2,005	272,9	253,5	500,6	0,179	512,859	1,904	513,093	-0,041	0,855	-0,017	0,842	0,052
0,75	2,314	275,7	252,1	497,2	0,179	512,886	1,876	513,126	-0,048	1,000	-0,020	0,973	0,052
0,875	2,652	278,1	250,4	494,4	0,179	512,890	1,848	513,107	-0,056	1,158	-0,022	1,120	0,052
1	2,946	280,1	248,1	491,3	0,179	512,833	1,835	513,060	-0,063	1,300	-0,026	1,249	0,052
1,125	3,256	281,5	245,2	488,3	0,179	512,869	1,839	513,113	-0,070	1,452	-0,030	1,387	0,052
1,25	3,487	276,8	236,8	485,7	0,179	512,917	1,867	513,159	-0,076	1,547	-0,032	1,512	0,052
1,375	3,718	277,0	232,8	483,4	0,180	512,884	1,829	513,187	-0,082	1,657	-0,039	1,621	0,052
1,5	4,018	278,0	229,6	480,7	0,180	512,869	1,798	513,139	-0,091	1,805	-0,040	1,767	0,052
1,625	4,283	278,1	225,6	477,4	0,180	512,848	1,810	513,108	-0,097	1,940	-0,042	1,900	0,052
1,75	4,514	277,3	220,4	473,5	0,180	512,804	1,774	513,106	-0,105	2,058	-0,048	2,022	0,052
1,875	4,722	278,3	216,9	473,0	0,180	512,800	1,801	513,130	-0,110	2,161	-0,053	2,130	0,052
2	4,947	270,0	206,0	459,9	0,180	512,699	1,745	513,066	-0,120	2,288	-0,059	2,286	0,052
2,125	5,005	257,5	191,8	434,1	0,181	512,714	1,730	513,032	-0,127	2,398	-0,058	2,402	0,052
2,25	5,080	246,4	179,2	411,0	0,181	512,684	1,739	513,033	-0,133	2,520	-0,064	2,520	0,052
2,375	5,168	236,1	167,5	387,7	0,181	512,632	1,703	513,014	-0,141	2,667	-0,071	2,648	0,052
2,5	5,200	226,0	156,5	368,5	0,181	512,600	1,753	512,968	-0,145	2,769	-0,072	2,759	0,052

## ANNEXE VI

### FICHE TECHNIQUE DU FLUIDE HYDRAULIQUE DTE25

# Mobil DTE 20 Series

## Hydraulic Oils

### Product Description

Mobil DTE 20 Series oils are supreme performance anti-wear hydraulic oils designed to satisfy a wide range of hydraulic equipment requirements. They provide long oil/filter life and optimum equipment protection reducing both maintenance costs and product disposal costs. They were developed in conjunction with the major builders to meet the stringent requirements of severe hydraulic systems using high pressure, high output pumps as well as handling the critical requirements of other hydraulic system components such as close clearance servo-valves and the high accuracy numerically controlled (NC) machine tools. These products meet the most rigorous performance requirements of a wide range of hydraulic system and component manufacturers using various multi-metallurgy designs allowing a single product with outstanding performance characteristics.

The DTE 20 Series oils are formulated with high quality base oils and a super-stabilised additive system that neutralises the formation of corrosive materials. They are designed to work with systems operating under severe conditions where high levels of antiwear and film strength protection are needed, yet they are formulated to work where non-antiwear hydraulic oils are generally recommended.

### Features & Benefits

The Mobil DTE 20 Series hydraulic oils provide outstanding oxidation resistance allowing extension of oil and filter change intervals. Their high level of anti-wear properties and excellent film strength characteristics result in exceptional equipment performance that not only results in fewer breakdowns but helps improve production capacity. Their controlled demulsibility permits the oils to work well in systems contaminated with small amounts of water yet readily separate large amounts of water.

Features	Advantages and Potential Benefits
Anti-wear	Reduces wear Protects systems using various metallurgy
Quality Reserve	Maintains performance features even under severe service conditions and extended drain intervals Improved system cleanliness
Oxidation Stability	Provides long oil and equipment life Extends filter life
Corrosion Protection	Prevents internal hydraulic system corrosion Reduces negative effects of moisture in systems Provides corrosion protection of multi-metallurgy component designs
Meets a Wide Range of equipment requirements	One product can replace several Minimises inventory requirements Reduced potential for product misapplication
Air Separation Characteristics	Reduces foaming and it's negative effects
Water Separation	Protects systems where small quantities of moisture are present Readily separates larger quantities of water
Keep Clean Properties	Reduces system deposits and sludging Protect critical components such as servo-valves Improves total system performance

ExxonMobil Lubricants & Specialties

All products may not be available locally. For more information, contact your local sales office or visit [www.exxonmobil.com](http://www.exxonmobil.com).

ExxonMobil is comprised of numerous affiliates and subsidiaries, many with names that include Esso, Mobil, or ExxonMobil. Nothing in this document is intended to override or supersede the corporate separateness of local entities. Responsibility for local action and accountability remains with the local ExxonMobil-affiliate entities. Due to continual product research and development, the information contained herein is subject to change without notification. Typical Properties may vary slightly.

© 2001 Exxon Mobil Corporation. All rights reserved.



## Applications

- Hydraulic systems critical to deposit build-up such as sophisticated Numerically Controlled (NC) machines, particularly where close clearance servo-valves are used
- Where small amounts of water are unavoidable
- Applications where sludges and deposits form with conventional products
- In systems containing gears and bearings
- Systems requiring a high degree of load-carrying capability and anti-wear protection
- Applications where thin oil-film corrosion protection is an asset such as systems where small amounts of water are unavoidable
- Machines employing a wide range of components using various metallurgy

## Specifications & Approvals

Mobil DTE 20 Series meets or exceeds the following industry specifications	21	22	24	25	26	27	28
FZG Gear Test, DIN 51354 - Fail Stage			12	12	12	12	12

Mobil DTE 20 Series has the following builder approvals	21	22	24	25	26	27	28
Cincinnati Machine							
P-68			X				
P-69					X		
P-70				X			
Vickers I-286-S			X	X	X		
Vickers M-2950-S			X	X	X		
Denison HF-0, HF-1, HF-2			X	X	X		

## Typical Properties

Mobil DTE 20 Series	21	22	24	25	26	27	28
ISO Grade	10	22	32	46	68	100	150
Viscosity, ASTM D 445							
cSt @ 40° C	10.0	21.0	31.5	44.2	71.2	95.3	142.8
cSt @ 100° C	2.74	4.5	5.29	6.65	8.53	10.9	14.28
Viscosity Index, ASTM D 2270	98	98	98	98	98	98	98
Specific Gravity @ 15.6° C/15.6° C, ASTM D 1298	0.845	0.860	0.871	0.876	0.881	0.887	0.895
Copper Strip Corrosion, ASTM D 130, 3 hrs @ 100° C	1B	1B	1B	1B	1B	1B	1B
Rust Characteristics Proc B, ASTM D 665	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass
Pour Point, °C, ASTM D 97	-30	-30	-27	-27	-21	-21	-15
Flash Point, °C, ASTM D 92	174	200	220	232	236	248	276
FZG 4-Square Load Support, DIN 51354, Fail Stage	-	-	12	12	12	12	12
Foam Sequence I, II, III, ASTM D 892, ml	20/0	20/0	20/0	20/0	20/0	20/0	20/0

### ExxonMobil Lubricants & Specialties

All products may not be available locally. For more information, contact your local sales office or visit [www.exxonmobil.com](http://www.exxonmobil.com).

ExxonMobil is comprised of numerous affiliates and subsidiaries, many with names that include Esso, Mobil, or ExxonMobil. Nothing in this document is intended to override or supersede the corporate separateness of local entities. Responsibility for local action and accountability remains with the local ExxonMobil-affiliate entities. Due to continual product research and development, the information contained herein is subject to change without notification. Typical Properties may vary slightly.

© 2001 Exxon Mobil Corporation. All rights reserved.



## ANNEXE VII

### FONCTION DE TRANSFERT $\theta(s)/\theta_d(s)$

Cette annexe a pour objectif de définir la FTBF de la position angulaire désirée  $\theta(s)$  en fonction de la position angulaire désirée  $\theta_d(s)$ . Dans un premier temps, le développement de  $G_c(s)$  donne :

$$G_c(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_D \left( \frac{f_d s}{s + f_d} \right) \quad (\text{A VIII-1})$$

$$G_c(s) = K_p \times \left( \frac{s^2 + f_d s}{s^2 + f_d s} \right) + \frac{K_i}{s} \times \left( \frac{s + f_d}{s + f_d} \right) + \frac{K_D f_d s}{s + f_d} \times \left( \frac{s}{s} \right)$$

$$G_c(s) = \frac{K_p s^2 + K_p f_d s + K_i s + K_i f_d + K_D f_d s^2}{s^2 + f_d s}$$

$$G_c(s) = \frac{(K_p + K_D f_d) s^2 + (K_i + K_p f_d) s + K_i f_d}{s^2 + f_d s}$$

On inclut ensuite l'équation de la partie opérative (3.22) et du régulateur telle que développé précédemment dans l'équation du système en BF (5.4) :

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{K_{pot} G_c(s) G_3(s)}{1 + K_{pot} G_c(s) G_3(s)} \quad (\text{A VIII-2})$$

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\frac{\lambda [(K_p + K_D f_d) s^2 + (K_i + K_p f_d) s + K_i f_d]}{[(Cs + K_c)[\Psi s^2 + \varphi s] + (A_A^2 + A_B^2) L_A s] (\tau s + 1) (s^2 + f_d s)}}{1 + \frac{\lambda [(K_p + K_D f_d) s^2 + (K_i + K_p f_d) s + K_i f_d]}{[(Cs + K_c)[\Psi s^2 + \varphi s] + (A_A^2 + A_B^2) L_A s] (\tau s + 1) (s^2 + f_d s)}} = \frac{\frac{num_1}{den_1}}{1 + \frac{num_1}{den_1}}$$

où :

$$\lambda = k_i k_{sp} K_{pot} K_q (A_A + A_B) \quad (\text{A VIII-3})$$

$$num_1 = \lambda [(K_p + K_D f_d) s^2 + (K_i + K_p f_d) s + K_i f_d]$$

$$den_1 = [(Cs + K_c)[\Psi s^2 + \varphi s] + (A_A^2 + A_B^2) L_A s] (\tau s + 1) (s^2 + f_d s)$$

On réarrange le dénominateur de A VIII-2 :

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\frac{num_1}{den_1}}{1 + \frac{num_1}{den_1}} = \frac{\frac{num_1}{den_1}}{\frac{den_1}{den_1} + \frac{num_1}{den_1}} = \frac{\frac{num_1}{den_1}}{\frac{den_1 + num_1}{den_1}} = \frac{num_1}{den_1} \times \frac{den_1}{den_1 + num_1} \quad (\text{A VIII-4})$$

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{num_1}{den_1 + num_1}$$

On remplace ensuite  $num_1$  et  $den_1$  par leur expression respective, on développe, puis on regroupe les termes, ce qui donne :

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} \quad (\text{A VIII-5})$$

$$= \frac{\lambda[(K_p + K_d f_d)s^2 + (K_i + K_p f_d)s + K_i f_d]}{[(Cs + K_c)[\Psi s^2 + \varphi s] + (A_A^2 + A_B^2)L_A s](\tau s + 1)(s^2 + f_d s) + \lambda[(K_p + K_d f_d)s^2 + (K_i + K_p f_d)s + K_i f_d]}$$

$$\boxed{\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\lambda[(K_p + f_d K_p)s^2 + (K_i + f_d K_p s + K_i f_d)]}{\sigma_6 s^6 + \sigma_5 s^5 + \sigma_4 s^4 + \sigma_3 s^3 + \sigma_2 s^2 + \sigma_1 s + \sigma}}$$

où :

$$\lambda = k_i k_{sp} K_{pot} K_q (A_A + A_B) \quad (\text{A VIII-6})$$

$$\sigma_6 = C\Psi\tau$$

$$\sigma_5 = C\Psi\tau f_d + C\Psi + K_c\Psi\tau$$

$$\sigma_4 = C\Psi f_d + C\varphi\tau + K_c\Psi\tau f_d + K_c\Psi + K_c\varphi\tau + (A_A^2 + A_B^2)L_A\tau$$

$$\sigma_3 = C\varphi\tau f_d + C\varphi + K_c\Psi f_d + K_c\varphi\tau f_d + K_c\varphi + (A_A^2 + A_B^2)(L_A\tau f_d + L_A)$$

$$\sigma_2 = C\varphi f_d + K_c\varphi f_d + (A_A^2 + A_B^2)L_A f_d + \lambda(K_p + f_d K_d)$$

$$\sigma_1 = \lambda(K_i + f_d K_p)$$

$$\sigma = \lambda K_i f_d$$

## ANNEXE VIII

### SCRIPT ET FONCTION MATLAB

#### VariableBalancier.m

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% VariableBalancierE2011.m
% Paramètres du balancier hydraulique
% Tommy Gagnon, juillet 2011
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Initialisation et ajout de répertoires courants
clc; clear all;
addpath(pwd); addpath([pwd '\ModeleCAD']);
addpath([pwd '\Librairie']); addpath([pwd '\FT']);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Pression du système hydraulique
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
PsiToPa = 6895 ; %Conversion de Psi vers Pa
Pp = PsiToPa *500 ; %Pression d'alimentation du circuit (Pa) (kg/m*s^2)
Pt = 0; %Pression dans la ligne de retour (Pa)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Paramètre de commande
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Kpc = 1 ; %Gain proportionnel
Kdc = 0 ; %Gain dérivé
Kic = 0 ; %Gain intégral
fdc = 0 ; %Fréquence filtre passe-bas

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Propriétés du fluide --Huile Mobil DTE25--
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
B = 700e6 ; %Module de compressibilité (Bulk modulus) (Pa)
rho = 875 ; %Masse volumique (kg/m^3)
nu = 34.3 ; %Viscosité cinématique à 50 celcius et 500 psi (cSt)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Paramètres de la servovalve MOOG 755-101
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Cd = 0.62; %Coefficient de décharge
Amax = 2.688*10^-6; %Aire maximale d'un orifice de la valve (m^2)
XspMax = 0.0016 ; %Ouverture maximale (m)
w = Amax/XspMax ; %Gradient d'ouverture (largeur de l'orifice) (m)
Xsp = 0; %Point d'opération du système (valve centrée) (m)
Aleak = 1e-12 ; %Surface de fuite (m^2)
CrRe = 12; %Nombre de Reynolds critique

Kq = Cd*w*(2/rho*(Pp/2))^(1/2) ; %Gain en débit (m2/s)
Kc = Cd*w*Xsp/(2*rho*(Pp/2-Pt))^(1/2) ; %Coefficient de débit-pressure (m3/Pa/s)

fn = 50 ; %Frequence de coupure a -3 db (Hz)
Wn =2*pi()*fn ; %Frequence naturelle (rad/s)
Zeta = 0.8 ; %Zeta (valeur typique = 0.7)
PhaseLag = 50 ; %Retard de phase à la fn (Deg)
```

```

Rnom = 202.2 ;           %Résistance nominale de la bobine(ohms)
Req = 1/(1/Rnom + 1/Rnom); %R eq. du moteur couple en parrallèle (ohms)
Irated = 0.020 ;       %Courant nominal des bobines branchées en parallèle (A)
Vparall = Req * Irated; %Tension max aux bornes de la bobine

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Paramètres du balancier
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
LA = 7.375*0.0254 ;     %Longueur du bras de levier (m)
LB = 12.75*0.0254 ;    %Hauteur du balancier (m)
Lc0 = sqrt(LA^2+LB^2) ; %Longueur init. actionneur (balancier horizontal)(m)
Lc0Dot = 0 ;           %Vitesse initiale de l'actionneur (m)
LcMax = 0.4267 ;       %Longueur maximale de l'actionneur (m)
LcMin = 11.5*0.0257 ; %Longueur minimale de l'actionneur (m)
LM = 12.75*0.0254 ;   %Longeur du bras de levier de la masse au pivot (m)
Bw = 0.01 ;           %Coef amortissement visqueux (N·m·s/rad)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calcul du moment d'inertie massique du balancier
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
dima = 0.096 ;         %Longueur plaque acier (m)
dimb = 0.050 ;         %Hauteur plaque acier (m)
dimc = 0.024 ;         %Largeur plaque acier (m)
rhoacier = 7860 ;      %Masse volumique de l'acier (kg/m^3)
macier = dima * dimb * dimc * rhoacier ; %Masse d'une pesée (kg)
Jzacier = 1/12 * macier * (dima^2 + dimb^2) + macier * LM^2 ; % (kg*m^2)

dimA = 0.578 ;         %Longueur plaque aluminium (m)
dimB = 0.050 ;         %Hauteur plaque aluminium (m)
dimC = 0.009 ;         %Largeur plaque aluminium (m)
rhoalu = 2710 ;        %Masse volumique de l'aluminium(kg/m^3)
malu = dimA * dimB * dimC * rhoalu ; %Masse du corps (kg)
Jzalu = 1/12 * malu * (dimA^2 + dimB^2) ; % (kg*m^2)
J = 2 * Jzacier + Jzalu ; %Moment d'inertie massique du balancier (kg*m^2)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Paramètres de l'actionneur linéaire
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DA = 0.0254 ;         %Diamètre de l'alésage (m)
AA = pi()*DA^2/4 ;    %Surface coté A (m^2)
VoA = AA*(Lc0-LcMin) ; %Volume initial (m^3)
Ymax = LcMax-LcMin ; %Course maximale du vérin

Dt = 0.0075 ;         %Diamètre de la tige (m)
At = pi()*Dt^2/4 ;    %Aire de la tige (m)
AB = AA - At ;        %Surface côté B (m^2)
VoB = AB*(LcMax-Lc0) ; %Volume initiale côté B (m^3)
MT = At*Ymax*rhoacier ; %Masse de la tige (kg)
Bv = 0.01 ;          %Coef amortissement visqueux(N·s/m)
Kcyl = 0 ;           %Raideur (N/m)
Cfuite = 0 ;         %Coefficient de fuite (m^3/Pa)
Cfuite_ext = 0 ;     %Coefficient de fuite externe (m^3/Pa)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Fonction de transfert du régulateur, PID parallele avec filtre dérivatif
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
s = tf('s');
disp('**** GC(s) **** Fonction de transfert du régulateur PID parallèle *')
Gc = Kpc+Kic/s+Kdc*(fdc*s/(s+fdc))

```





## FTBF.m

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% FTBF.m
% Construction de la fonction de transfert en boucle fermée
% Tommy Gagnon, juillet 2011
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Fonction de transfert en boucle fermée
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
disp('**** sys **** Fonction de transfert du système ****')
sysTF = minreal(Kpot*feedback(Gc*G3, Kpot)) %Équivalent à
systest=tf(minreal(zpk(Kpot*Gc*G3/(1+Gc*G3*Kpot))))
set(sysTF, 'name', 'sysBF') % Nom de la FT
syszpk= zpk(sysTF)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Critère de Routh-Hurwitz
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
TraiterRouth

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Étude du système en boucle fermée par les méthodes conventionnelles
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
EtudeSysBF

%%FIN%%

```

## EtudeSysBF.m

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% EtudeSysBF.m
% Étude du système en boucle fermée par les méthodes conventionnelles
% Tommy Gagnon, juillet 2011
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

dcgain = dcgain(sys);
fprintf('Valeur en régime permanent (DCgain): %2.2f \n\n',dcgain)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Lieu des racines
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
rlocus(sys)
axis([-1500 1500 -1500 1500])
xlabel('\sigma', 'FontSize', 10);
ylabel('jw', 'FontSize', 10);
title('Lieu des racines', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'Bold');

%Affichage de l'amortissement et de la fréquence naturelle
z = 0:0.1:1; wn = 0:250:2000;
sgrid(z,wn);

% Sélectionner un point voulu sur la figure du lieu des racines
% [K,p]=rlocfind(sys);

% Enregistrement du graphique en png
saveas(gcf, sprintf('LieuRacine_Kp%1.0f_Ki%1.0f_Kd%1.0f_fd%1.0f.png', Kpc, Kic, Kdc, fdc
));

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Échelon
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure()
step(sys*(1.3/Kpot-pi/2)+pi/2)
xlabel('Temps(s)', 'FontSize', 10);
ylabel('Theta(rad)', 'FontSize', 10);
title('Lieu des racines', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'Bold');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Marge de gain et marge de phase
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[Gm, Pm] = margin(sys);
GmdB = 20*log10(Gm); % gain margin in dB

fprintf('Marge de gain (Gm): %2.2f (%2.2f dB) \n\n', Gm, GmdB)
fprintf('Marge de phase (Pm): %2.2f (deg) \n\n', Pm)

%%FIN%%

```

### VerificationFTmain.m

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% VerificationFTmain.m
% Vérification de la TF du système en entier fait à la main
% Tommy Gagnon, juillet 2011
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

lambda = Kpot*Ksp*Ki*Kq*(AA+AB);
numTF = [lambda*(Kpc+fdc*Kdc) lambda*(Kic+fdc*Kpc) lambda*Kic*fdc];

sigma6 = C*Psi*tau;
sigma5 = C*Psi*tau*fdc+C*Psi+Kc*Psi*tau;
sigma4 = C*Psi*fdc+C*Phi*tau+Kc*Psi*tau*fdc+Kc*Psi+Kc*Phi*tau+(AA^2+AB^2)*LA*tau;
sigma3 =
C*Phi*tau*fdc+C*Phi+Kc*Psi*fdc+Kc*Phi*tau*fdc+Kc*Phi+(AA^2+AB^2)*LA*tau*fdc+(AA^2+A
B^2)*LA;
sigma2 = C*Phi*fdc+Kc*Phi*fdc+(AA^2+AB^2)*LA*fdc+lambda*(Kpc+fdc*Kdc);
sigma1 = lambda*(Kic+fdc*Kpc);
sigma = lambda*Kic*fdc;
denTF = [sigma6 sigma5 sigma4 sigma3 sigma2 sigma1 sigma];

disp('**** sysTest **** Vérification de la TF du sys fait à la main****')
sysTestTF = tf(numTF/sigma6, denTF/sigma6)
sysTestZPK = zpk(sysTestTF)

%%FIN%%

```

## TraiterRouth.m

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% TraiterRouth.m
% Critère de Routh-Hurwitz
% Tommy Gagnon, juillet 2011
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Construction du dénominateur sous forme symbolique pour le critère de RH
Kic=0; Kdc=0; fdc=0;
syms Kpc %Kic Kdc fdc

lambda = Kpot*Ksp*Ki*Kq*(AA+AB);
sigmaSymb6 = C*Psi*tau;
sigmaSymb5 = C*Psi*tau*fdc+C*Psi+Kc*Psi*tau;
sigmaSymb4 = ...
C*Psi*fdc+C*Phi*tau+Kc*Psi*tau*fdc+Kc*Psi+Kc*Phi*tau+(AA^2+AB^2)*LA*tau;
sigmaSymb3 = C*Phi*tau*fdc+...
C*Phi+Kc*Psi*fdc+Kc*Phi*tau*fdc+Kc*Phi+(AA^2+AB^2)*LA*tau*fdc+(AA^2+AB^2)*LA;
sigmaSymb2 = C*Phi*fdc+Kc*Phi*fdc+(AA^2+AB^2)*LA*fdc+lambda*(Kpc+fdc*Kdc);
sigmaSymb1 = lambda*(Kic+fdc*Kpc);
sigmaSymb = lambda*Kic*fdc;

denSymbTF = [sigmaSymb6 sigmaSymb5 sigmaSymb4 sigmaSymb3 sigmaSymb2 sigmaSymb1...
sigmaSymb]/sigmaSymb6;
numSymbTF = [lambda*(Kpc+fdc*Kdc) lambda*(Kic+fdc*Kpc) lambda*Kic*fdc]/sigmaSymb6;

%Construction de la table de Routh-Hurwitz
R = myRouth(denSymbTF);
[nbl,nbc]=size(R);
for i=1:nbl
    for j=1:nbc
        Rxls{i,1}= sprintf('s^%1.0f',nbl-i);
        Rxls{i,j+1} = char(vpa(R(i,j),4));
    end
end

%Enregistrement du résultat dans un classeur excel.
xlswrite('TableRouth.xls', Rxls, 'Feuill1', sprintf('A%1.0f',1))

numSymbTF = vpa (numSymbTF,4)
denSymbTF = vpa (denSymbTF,4)

%%FIN%%

```

## Fonction myRouth.m

```

function R = myRouth(b)
%% ROUTH-HURWITZ Array
%
% Examples:
%
% 1. P = s^4 + 10*s^3 + 35*s^2 + 50*s + 24 ;
%    R = myRouth( [1 10 35 50 24] )
%
% 2. syms a b c d s , P = s^4 + a*s^3 + b*s^2 + c*s + d ;
%    R = myRouth( [1 a b c d] )
%
% 3. syms K , P = s^2 + (12-3*K)*s + 20+0.25*K ;
%    R = myRouth( [1 12-3*K 20+0.25*K] )

% Ismail Ilker Delice
% delice.i@neu.edu

%% Polynomial coefficients as input
if(nargin<1), warning('No Input Argument') ; return
end

%% Flip vector in left/right direction and find order of polynomial
b = fliplr(b) ;
ord = size(b,2)-1 ;

% It gives the index number of R11's row
% ord = 6,7 --> rou_i = 7
rou_i = fix( fix(ord/2)*2 ) + 1 ;
rou_j = ceil((ord+1)/2) ; % Round infinity

%% If order is even add one zero as a last element of matrix
Ri = [ b(ord+1:-2:1) ;
       b(ord:-2:1) zeros( fix(( rou_i-1 )/ord) ) ] ;

R = sym( zeros(ord+1,rou_j) ) ; R(ord+1:-1:ord, :) = Ri ;

%% All R's for Routh-Hurwitz [Main Algorithm]
for n = ord-1:-1:2
for j = 1:round(n/2)
R(n,j) = ( R(n+1,1)*R(n+2,j+1)-R(n+1,j+1)*R(n+2,1) )/R(n+1) ;
end
end
R(1,1) = R(rou_i,rou_j) ;

%% Simplify and Flip matrix in up/down direction.
R = simplify(R) ; R = flipud(R) ;

```

### Fonction GainPID.m

```

function [Kp, Ki, Kd, fd] = GainPID(Gc)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% GainPID.m
% Calcul les gains du PIDF à partir de Gc qui provient de sisotool
%
% Structure de Gc: (Kp+Kd*fd)*s^2+(Ki+Kp*fd)*s+(Ki*fd)
%
% -----
%
%
%
%
% Tommy Gagnon, juillet 2011
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Valide uniquement pour une configuration PIDF

% Vérification de la fonction de transfert
Gc = tf(Gc);
[num,den] = tfdata(Gc);
num = num{1,1};
den = den{1,1};
if numel(num)==3 && numel(den)==3
    if den(1,1)==1 && den(1,3)==0
        % Calcul des gains
        fd = den(1,2);
        Ki = num(1,3)/fd;
        Kp = (num(1,2)-Ki)/fd;
        Kd = (num(1,1)-Kp)/fd;
    else
        Kp=NaN;    Ki=NaN;    Kd=NaN;    fd=NaN;
    end
else
    Kp=NaN;    Ki=NaN;    Kd=NaN;    fd=NaN;
end
end
end

```

## ANNEXE IX

### UTILISATION DE SISOTOOL : FTBF

SISOtool est un outil qui permet de concevoir des régulateurs pour des systèmes à une entrée et une sortie avec rétroaction à l'aide d'une interface graphique interactive. Les figures qui suivent montrent les étapes nécessaires à la conception d'un régulateur PID avec la méthode de réglage automatique. Tout d'abord, pour lancer l'application, tapez «SISOtool» dans l'invite de commande Matlab. La fenêtre ci-dessous s'ouvrira.

- 1) Sous l'onglet «Architecture», appuyez sur «System Data», puis entrez les fonctions de transfert préalablement déclarées dans l'environnement de travail de Matlab.

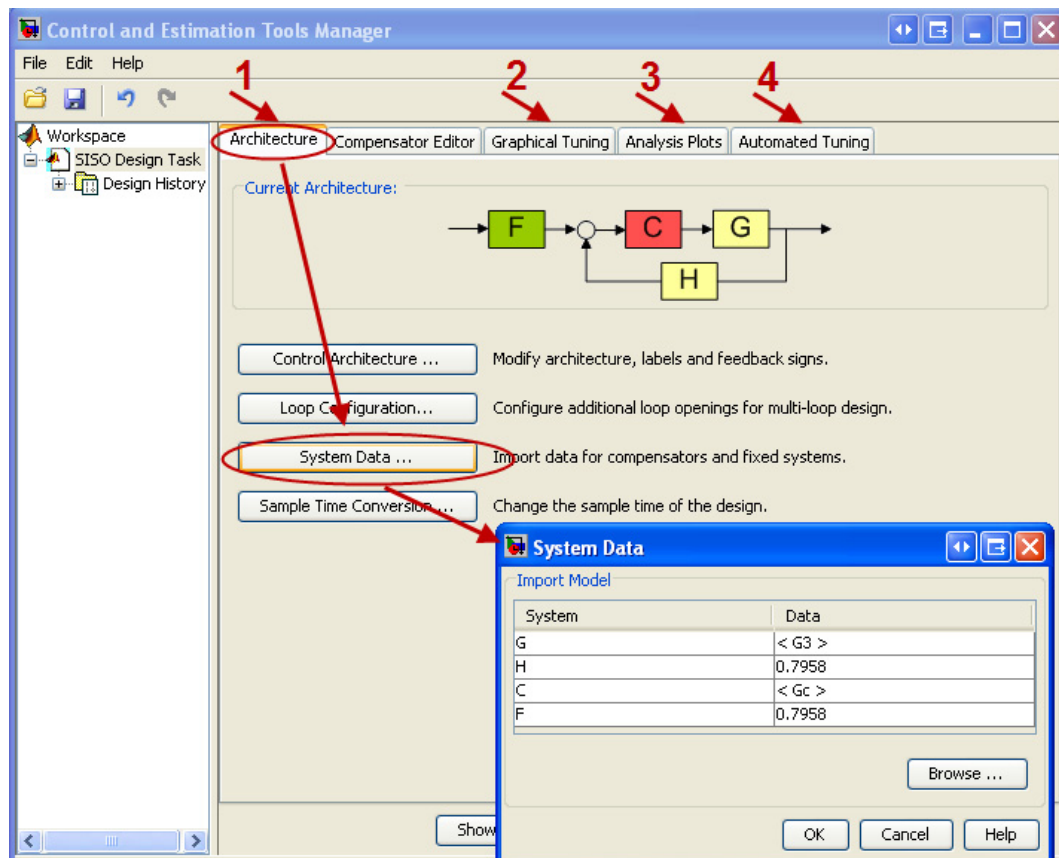


Figure-A IX-1 Utilisation de SISOtool, étape 1

- 2) Sélectionnez les graphiques voulus pour l'analyse avec la fenêtre graphique d'ajustement. Les trois graphiques choisis sont le lieu des racines en BO, le diagramme de Bode en BO et le diagramme de Bode en BF.

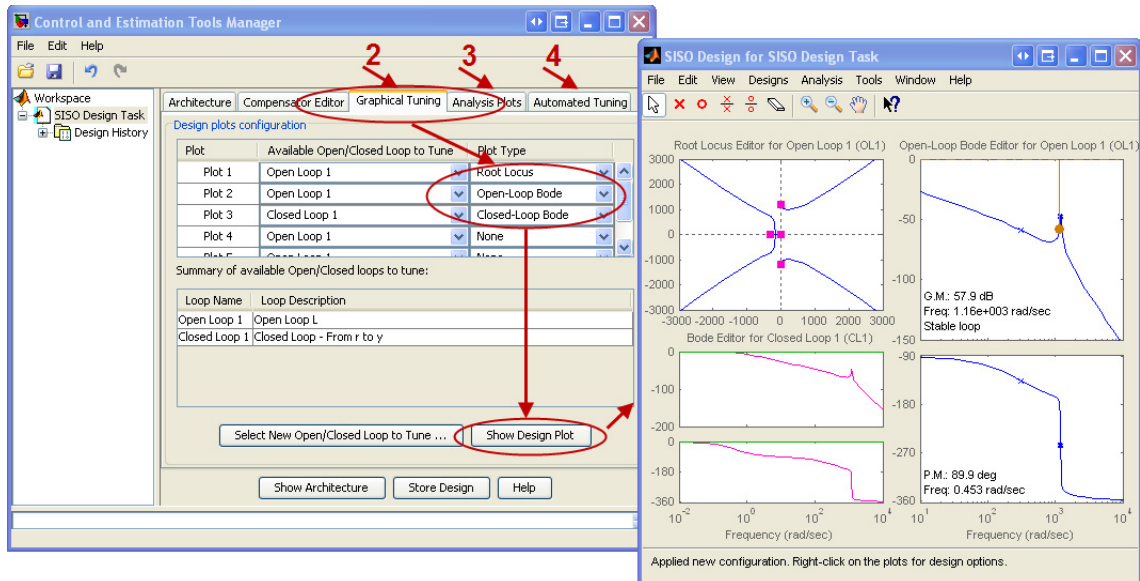


Figure-A IX-2 Utilisation de SISool, étape 2

- 3) Sélectionnez le graphique d'analyse voulu. Ici, nous choisissons un échelon.

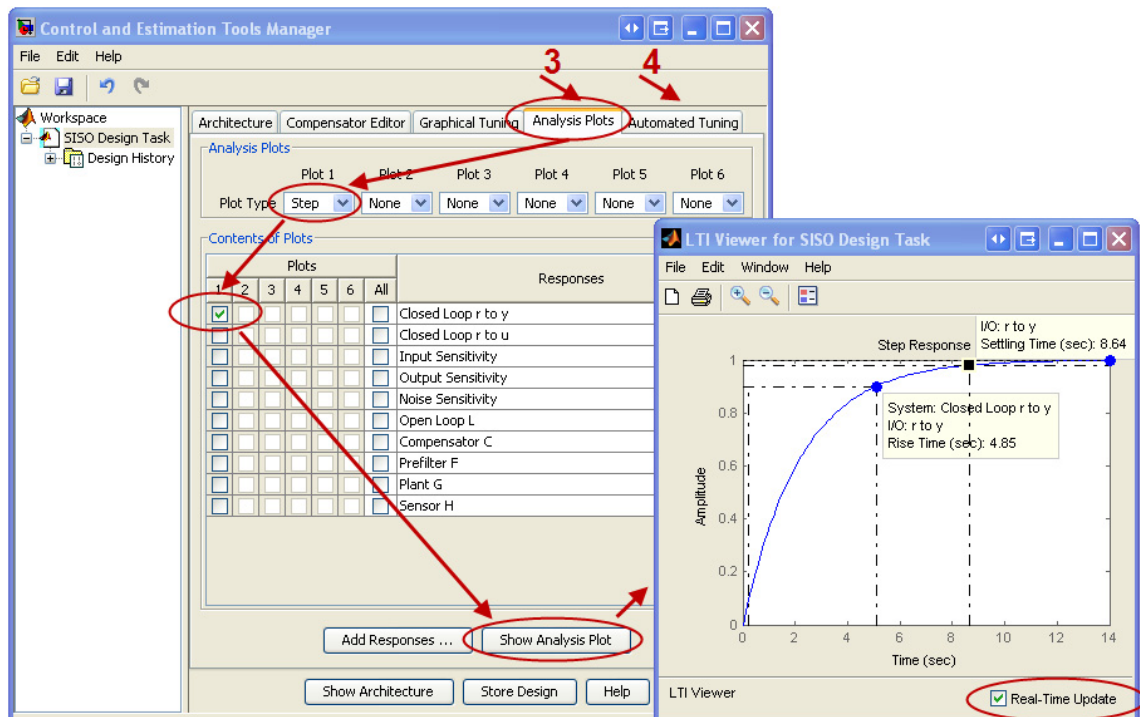


Figure-A IX-3 Utilisation de SISool, étape 3



4) Calculez le régulateur à partir de la fenêtre d'ajustement automatisée.

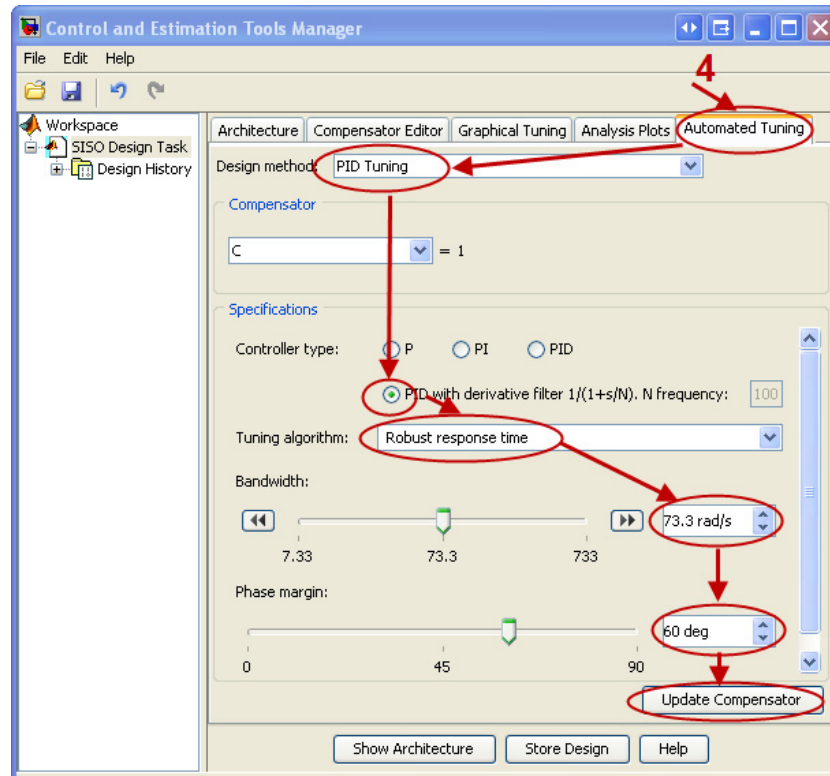


Figure-A IX-4 Utilisation de SISOtool, étape 4

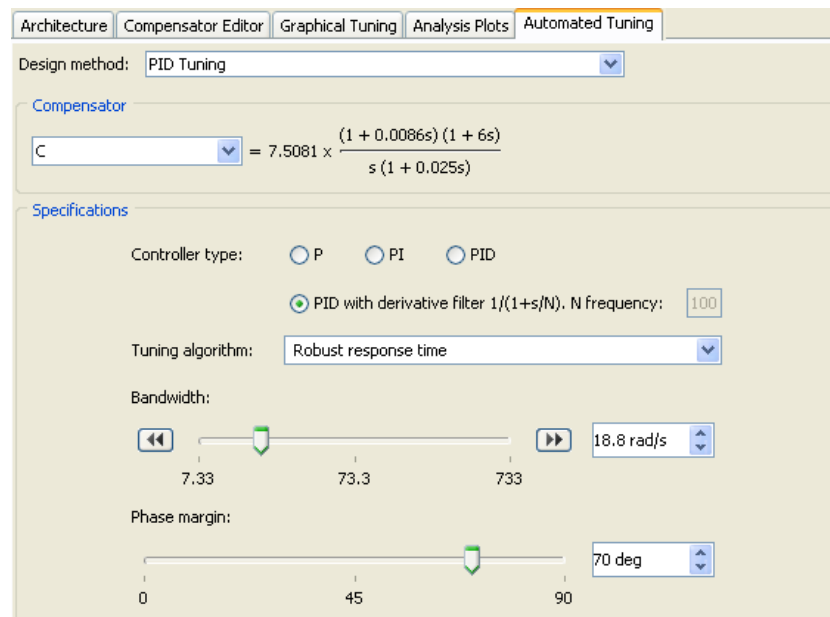


Figure-A IX-5 FTBF : Régulateur calculé à l'aide de SISOtool

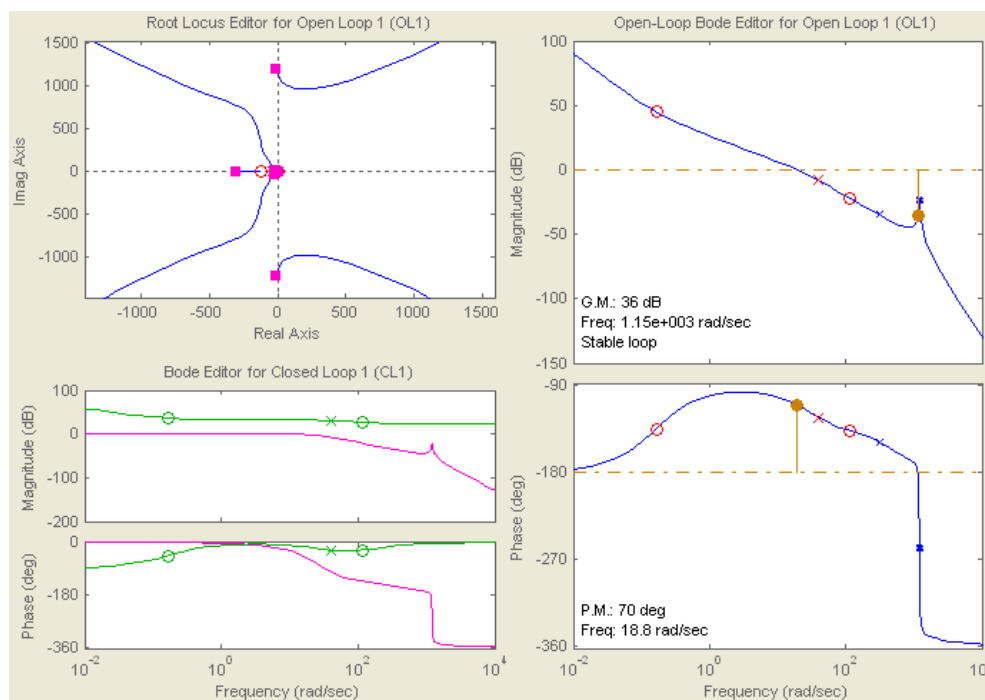


Figure-A IX-6 FTBF : Lieu des racines et diagramme de Bode en BO et BF

## ANNEXE X

### UTILISATION DE SISOTOOL : SIMULINK

Cette annexe a pour objectif de présenter les étapes nécessaires à la conception d'un régulateur PID avec la méthode de réglage automatique en utilisant l'outil SISOtool dans l'environnement Simulink. La procédure de conception se résume comme suit :

- 1) Sélectionner l'entrée et de la sortie du système. Pour se faire, cliquez à droite sur le signal voulu, puis dans le menu déroulant, sélectionnez l'option «*Linearization Points*», puis «*Input points*». Le symbole  $\frac{1}{s}$  apparaîtra sur le signal. Répétez pour le signal de sortie.

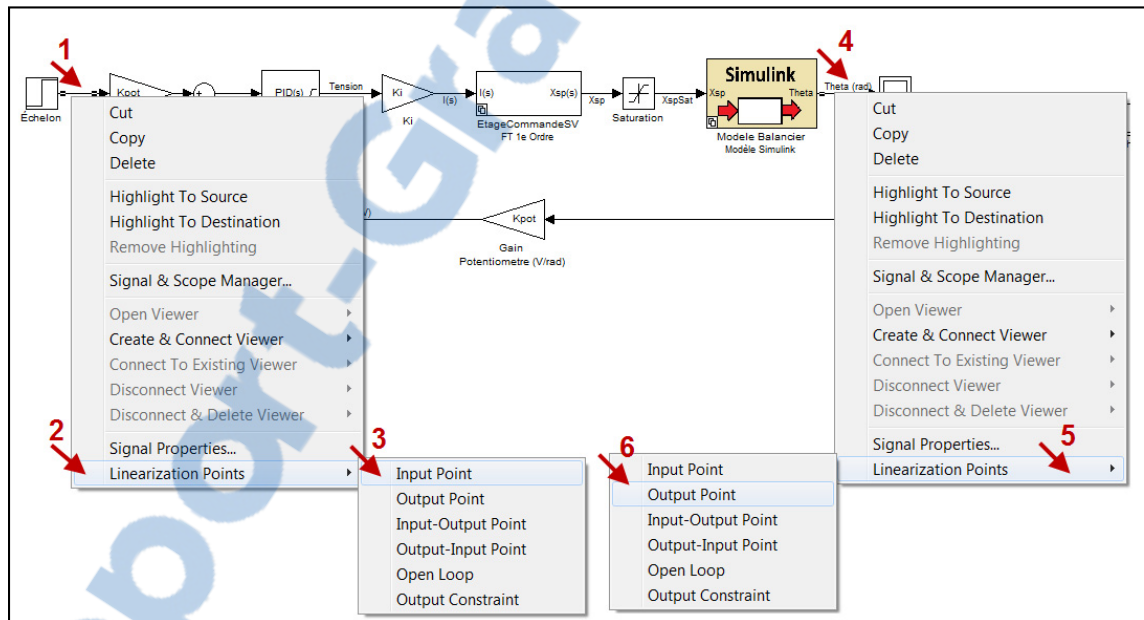


Figure-A X-1 Sélection du point d'entrée et de sortie

2) Démarrer l'outil SISOtool à partir du menu de Simulink.

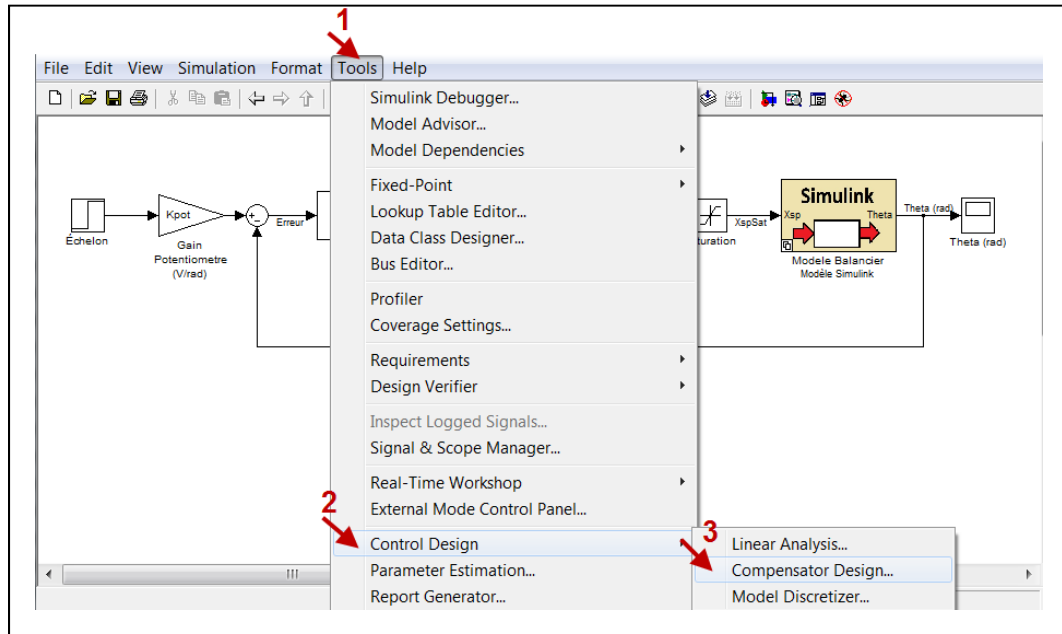


Figure-A X-2 Démarrage de SISOtool

3) Linéariser le système au point d'opération souhaité.

a) Sélectionner le point d'opération

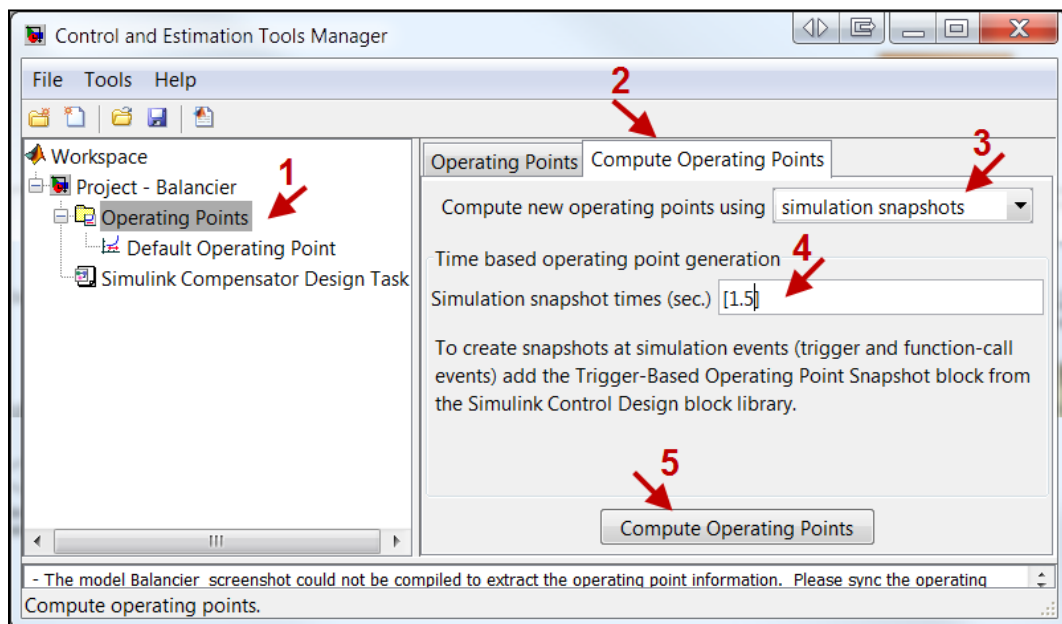


Figure-A X-3 Sélection du point d'opération

b) Sélectionner le bloc à ajuster.

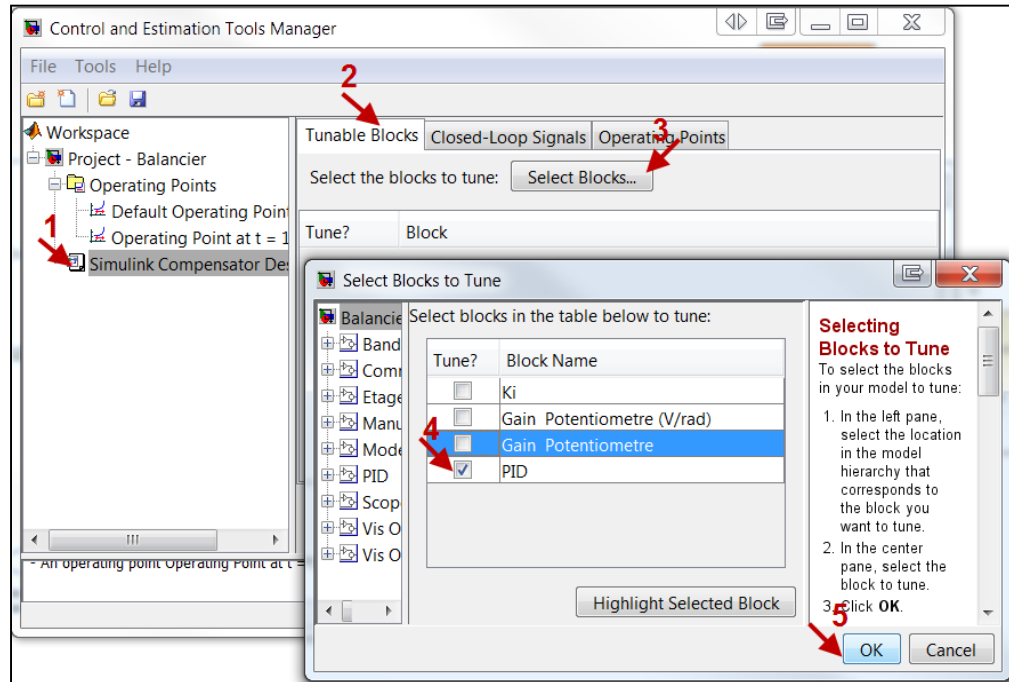


Figure-A X-4 Sélection du bloc à ajuster

c) Sélectionner le signal d'entrée et de sortie

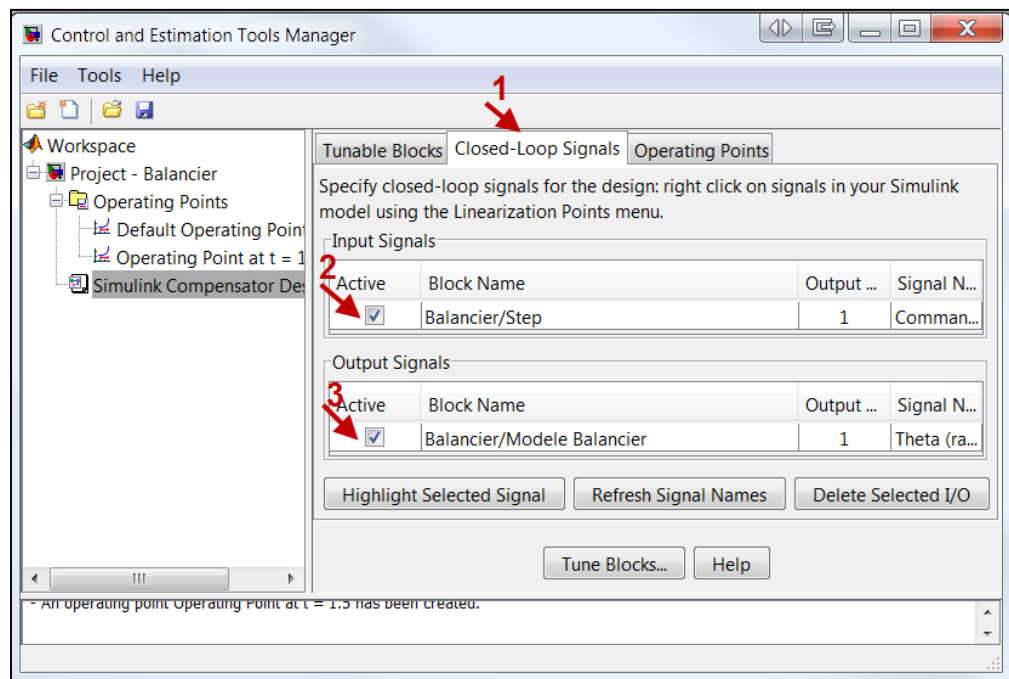


Figure-A X-5 Sélection du signal d'entrée et de sortie

d) Sélectionner le point d'opération, puis démarrer l'ajustement du bloc.

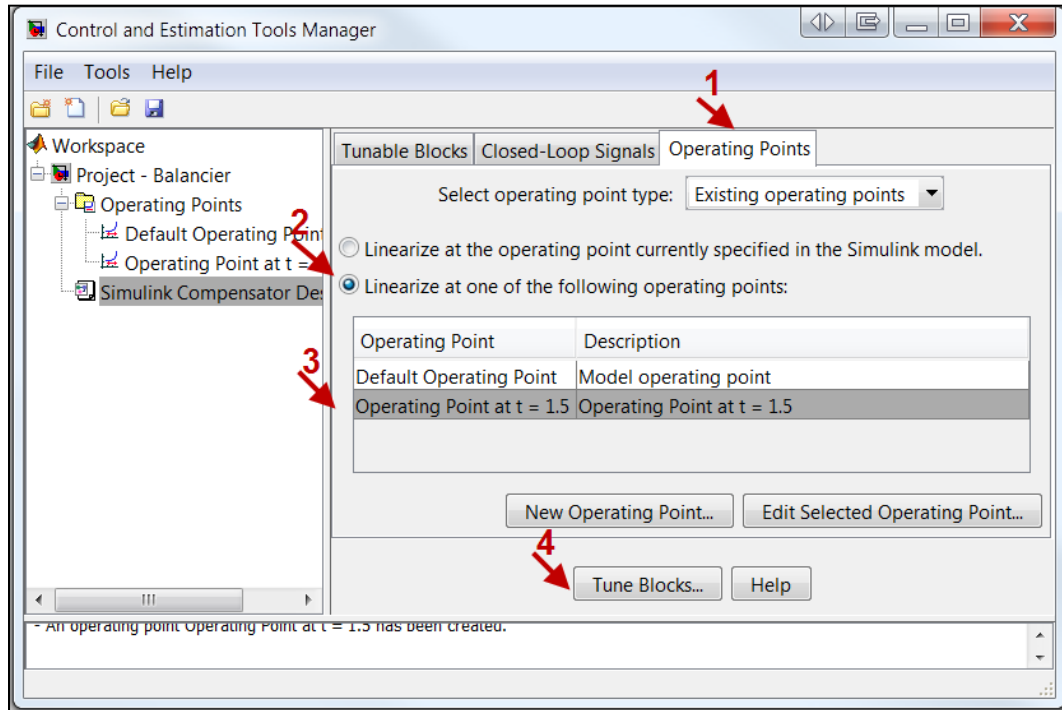


Figure-A X-6 Sélection du point d'opération

4) Sélectionner les graphiques voulus pour la fenêtre graphique d'ajustement.

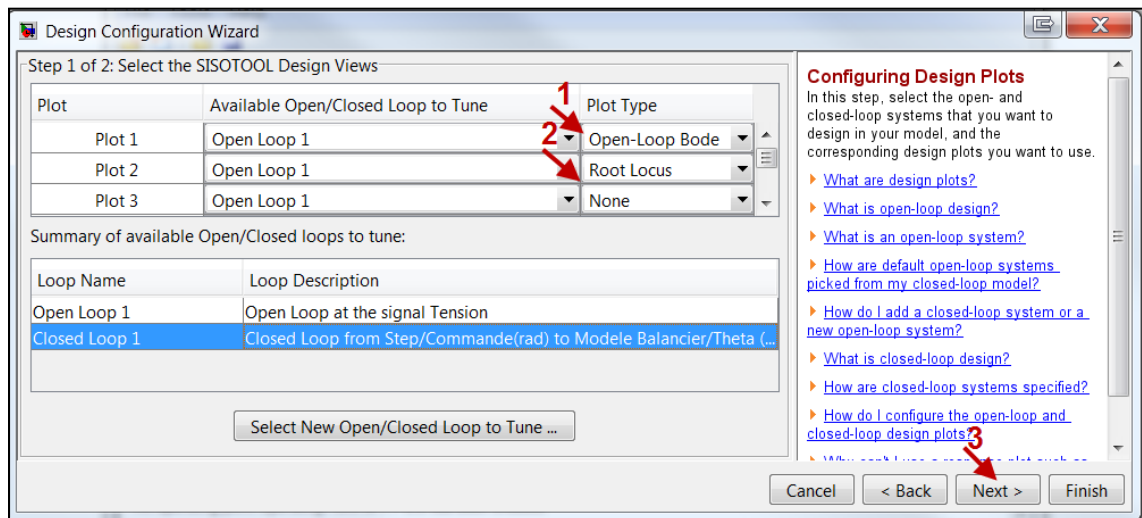


Figure-A X-7 Sélection des graphiques d'ajustement

5) Sélectionner le graphique d'analyse voulu.

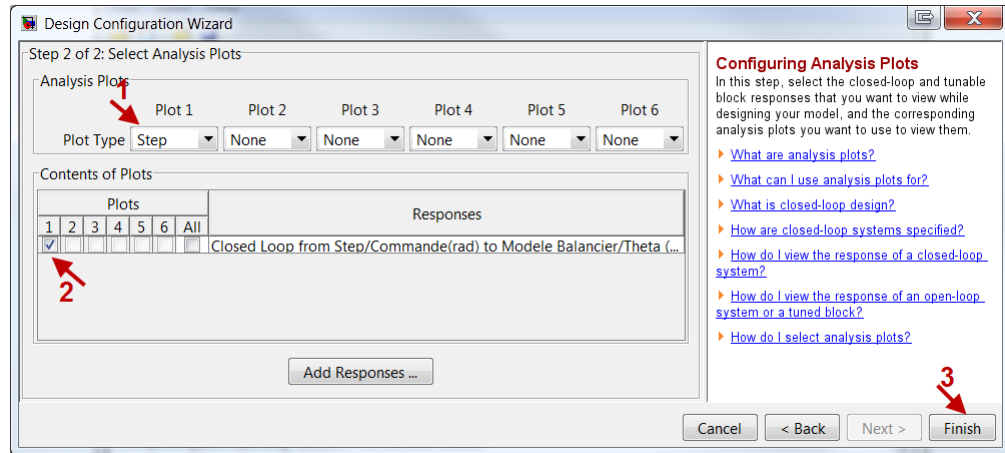


Figure-A X-8 Sélection des graphiques d'analyse

6) Calculer le régulateur à partir de la fenêtre d'ajustement automatisée. À partir de cette étape, l'outil SISOtool s'ouvre avec tous les outils sélectionnés précédemment. Par la suite, la conception du régulateur est faite de la même manière que celle présentée à l'ANNEXE IX.

## ANNEXE XI

### UTILISATION DU RÉGLAGE AUTOMATISÉ

L'outil d'ajustement automatique du régulateur par optimisation « *Automated, optimization based tuning* » est un algorithme qui utilise les critères de performance souhaités comme contrainte, puis qui fait appel à une méthode d'optimisation pour converger vers un régulateur PID qui répond aux requis. Son utilisation se résume en quatre étapes :

- 1) Démarrage de l'outil à partir du menu de SISOtool.

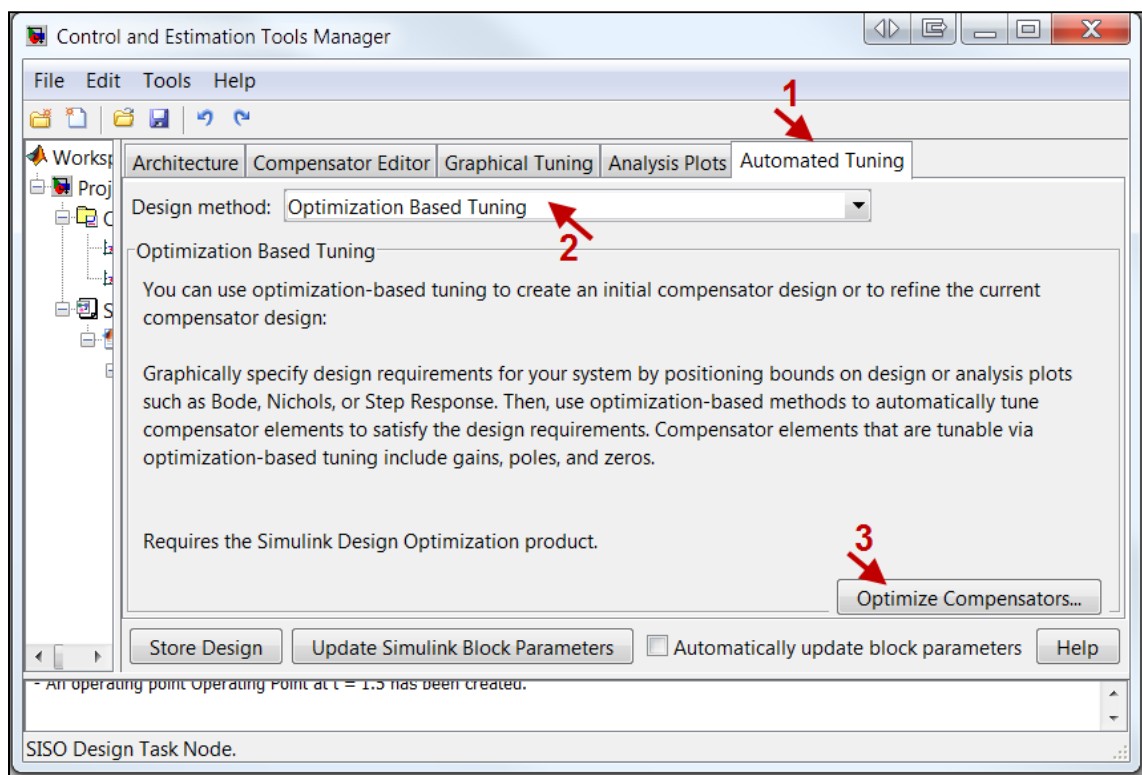


Figure-A XI-1 Démarrage de l'ajustement automatisé



## 2) Sélection du régulateur à optimiser, des valeurs initiales et des limites

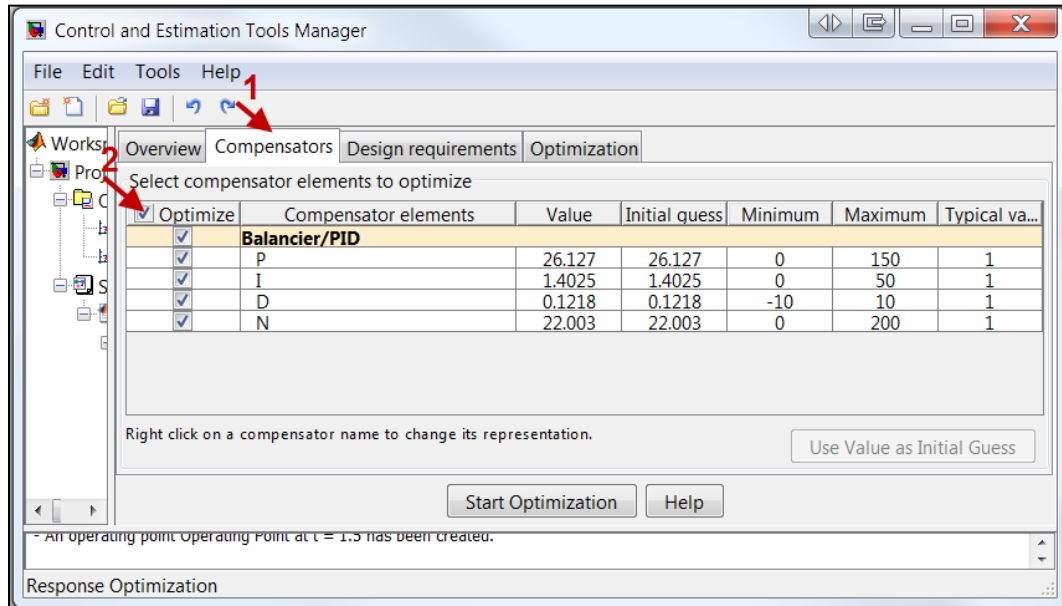


Figure-A XI-2 Sélection du régulateur à optimiser

## 3) Sélection des contraintes d'optimisation

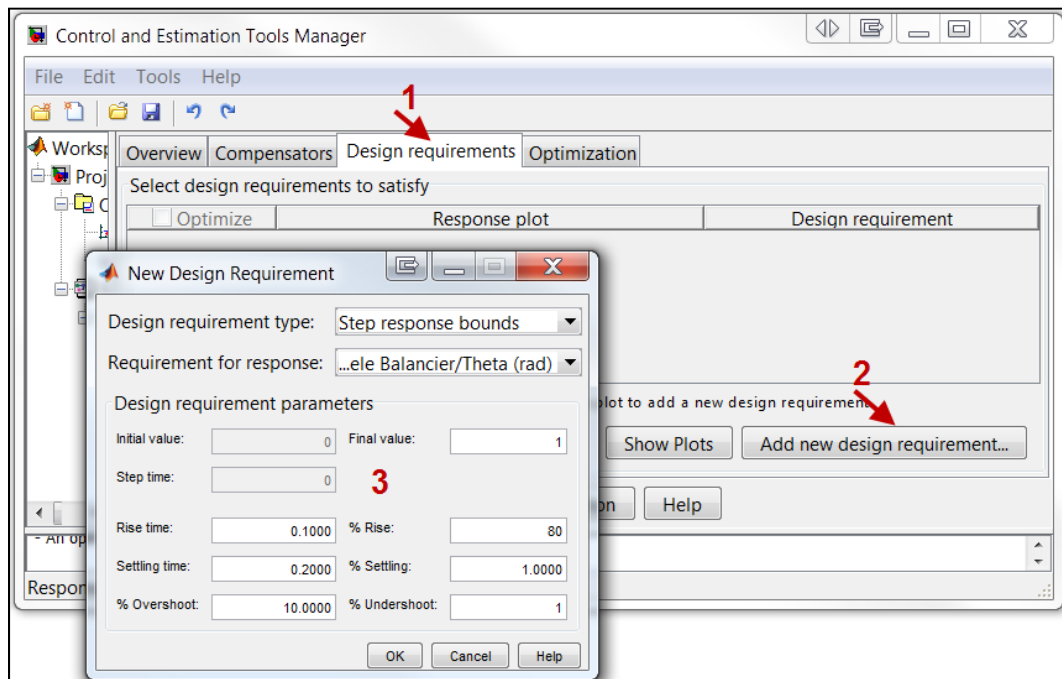


Figure-A XI-3 Sélection des contraintes d'optimisation

#### 4) Démarrer l'optimisation

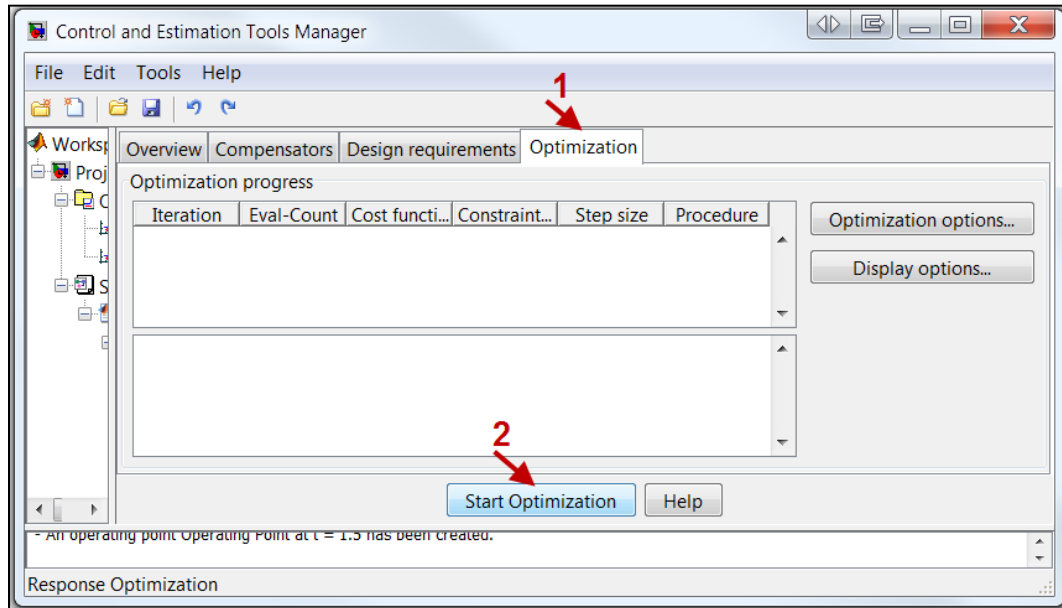


Figure-A XI-4 Démarrage de l'optimisation

#### 5) Visualisation des résultats

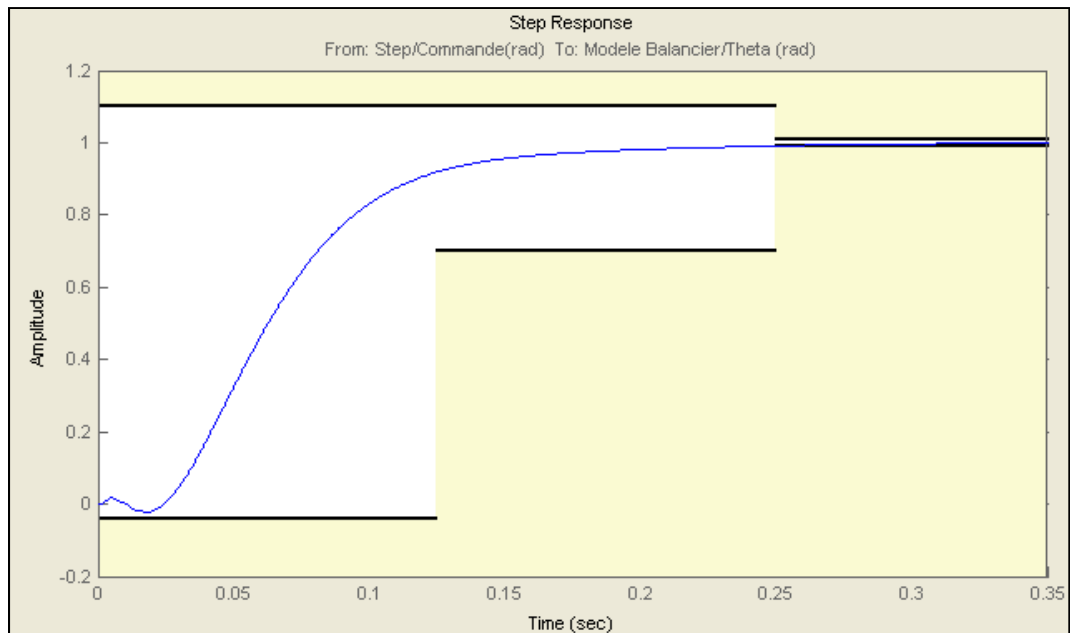


Figure-A XI-5 Réponse à l'échelon suite à l'optimisation

## BIBLIOGRAPHIE

- Besnard, Katia. 2003. « *Modélisation du transport réactif dans les milieux poreux hétérogènes. Application aux processus d'adsorption cinétique non linéaire.* ». France, Université de Rennes 1, 252 p.
- Broman, David et Fritzson, Peter 2008. « *Higher-Order Acausal Models* ». In *Proceedings of the 2nd International Workshop on Equation-Based Object-Oriented Languages and Tools*. p. 59–69. Paphos, Cyprus: LIU Electronic Press.
- DeLafontaine, Jean. 2004. *Simulation et conception des systèmes : Notes de cours GEI-615*. Sherbrooke: Université de Sherbrooke, pagination multiple (Chapitre2).
- Ellis, George. 2004. *Control system design guide : a practical guide*, 3rd. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 464 p.
- Elmqvist, Hilding, Sven Erik, Mattsson. 1997. « *An introduction to the physical modeling language Modelica* ». In *Proceedings of the 1997 European Simulation Symposium (ESS'97)*. Passau, Germany: The Society for Computer Simulation.
- Esposito, Anthony. 2003. *Fluid power with applications*, 6th. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 656 p.
- FitzSimons, P. M., et J. J. Palazzolo. 1996. « *Part I: Modeling of a One-Degree-of-Freedom Active Hydraulic Mount* ». *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 118, n° 3, p. 439-442.
- Fritzson, Peter. 2006. « *Introduction to Object-Oriented Modelling and Simulation with OpenModelica* ». Linköping (Sweden): University of Linköping.
- Furic, Sébastien. 2007. « *Hybrid acausal modeling using Modelica* ». Lyon: INSA.
- Gauthier, Guy. 2010. *Introduction à la modélisation et l'automatisation des procédés : Notes de cours SYS823*. Montréal: École de technologie supérieure.
- Jardin, Audrey. 2010. « *Contribution à une méthodologie de dimensionnement des systèmes mécatroniques : analyse structurelle et couplage à l'optimisation dynamique* ». France, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 414 p.
- Labonville, Réjean. 1991. *Conception des circuits hydrauliques : une approche énergétique*. Montréal, Québec: Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 569 p.
- Manring, Noah. 2005. *Hydraulic control systems*. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, 446 p.

- MathWorks. 2010a. *Matlab*, version. 7.10. Logiciel. Natick (Ma.): The MathWorks.
- MathWorks. 2010b. *Matlab User's Guide*. Natick (Ma.): The MathWorks.
- MathWorks. 2010c. *SimScape*, version. 3.3. Logiciel. Natick (Ma.): The MathWorks.
- MathWorks. 2010d. *SimScape User's Guide*. Natick (Ma.): The MathWorks.
- MathWorks. 2010e. *Simulink*, version. 7.5. Logiciel. Natick (Ma.): The MathWorks.
- Merritt, Herbert E. 1967. *Hydraulic control systems*. New York: John Wiley & Sons, 358 p.
- Miller, Steve. 2008. « *Modeling Physical Systems as Physical Networks with the Simscape Language* ». *MathWorks Literature Library*.
- Modelica, Association. 2008. *Modelica*, version. 3.2. Logiciel. Oberpfaffenhofen, Germany
- Moler, Cleve. 2006. *The Growth of MATLAB and the MathWorks over Two Decades*. Natick (Ma.): MathWorks, 3 p.
- Moog. 2008. « *Jet Pipe Servovalves* ». Catalogue en ligne. East Aurora (NY): MOOG.
- Munson, Bruce Roy, Donald F. Young et T. H. Okiishi. 2006. *Fundamentals of fluid mechanics*, 5th. Hoboken, N.J.: Wiley, 770 p.
- Niksefat, Navid. 2003. « *Design and experimental evaluation of robust controllers for electro-hydraulic actuators* ». Canada, The University of Manitoba (Canada), 115 p.
- Nise, Norman S. 2008. *Control systems engineering*, 5th. Hoboken, N. J.: Wiley, 861 p.
- Pêcheux, François, Allard, Bruno, Lallement, Christophe, Vachoux, Alain et Morel, Hervé. 2005. « *Modeling and Simulations of Multi-Discipline Systems Using Bond Graphs and VHDL-AMS* ». In *Proceedings of the International Conference on Bond Graph Modeling and Simulation (ICBGM), 2005* (Nouvelle Orléans, Louisiane, États-Unis, 23-27 janvier 2005).
- Rabie, M. Galal. 2009. *Fluid power engineering*. New York ; Toronto: McGraw-Hill, 420 p.
- Tchkalov, Valery et Miller, Steve. 2007. « *Parameterization of Directional and Proportional Valves in SimHydraulics* ».
- Thayer, W. J. 1965. *Transfert functions for Moog servovalves, technical bulletin 103*. Note technique. New York: Moog inc., 11 p.

Watton, J. 1989. *Fluid power systems : modeling, simulation, analog and microcomputer control*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 490 p.

Rapport-Gratuit.com