

## TABLE DES MATIÈRES

|                                                                                    | Page |
|------------------------------------------------------------------------------------|------|
| INTRODUCTION .....                                                                 | 1    |
| CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE .....                                           | 5    |
| 1.1 Introduction.....                                                              | 5    |
| 1.2 Principaux domaines d'utilisation .....                                        | 6    |
| 1.2.1 Le secteur aéronautique .....                                                | 6    |
| 1.2.2 Les secteurs maritimes et militaire .....                                    | 6    |
| 1.2.3 Le secteur de l'industrie manufacturière .....                               | 6    |
| 1.2.4 Le secteur des machines agricoles, véhicules de voiries et construction..... | 6    |
| 1.2.5 Le secteur des engins lourds .....                                           | 7    |
| 1.3 Avantages et inconvénients des systèmes électrohydrauliques .....              | 7    |
| 1.3.1 Avantages.....                                                               | 7    |
| 1.3.2 Inconvénients .....                                                          | 8    |
| 1.4 Description d'un système électrohydraulique .....                              | 9    |
| 1.5 Caractéristiques des fluides hydrauliques .....                                | 11   |
| 1.5.1 La viscosité .....                                                           | 11   |
| 1.5.2 La viscosité dynamique.....                                                  | 12   |
| 1.5.3 La viscosité cinématique.....                                                | 13   |
| 1.5.4 Évolution de la viscosité par rapport à la température.....                  | 13   |
| 1.5.5 Évolution de la viscosité selon la pression .....                            | 13   |
| 1.5.6 La compressibilité.....                                                      | 14   |
| 1.5.7 Évolution de la compressibilité selon la température .....                   | 15   |
| 1.6 Modélisation .....                                                             | 16   |
| 1.7 Les différentes approches de commande .....                                    | 17   |
| 1.7.1 La commande linéaire robuste .....                                           | 17   |
| 1.7.2 La commande non-linéaire robuste.....                                        | 17   |
| 1.7.3 La commande non-linéaire intelligente .....                                  | 19   |
| 1.7.4 La commande adaptative .....                                                 | 20   |
| 1.8 Problématique .....                                                            | 20   |
| 1.9 Conclusion .....                                                               | 21   |
| CHAPITRE 2 MODÉLISATION DU SYSTÈME ÉLECTROHYDRAULIQUE.....                         | 22   |
| 2.1 Introduction.....                                                              | 22   |
| 2.1.1 Composition du système électrohydraulique du LITP.....                       | 22   |
| 2.2 Modélisation de la servovalve .....                                            | 24   |
| 2.3 Mise en équation des débits dans une servovalve.....                           | 26   |
| 2.3.1 Modélisation couplage servovalve moteur hydraulique .....                    | 31   |
| 2.4 Modélisation du moteur hydraulique et du couple de sortie de l'arbre .....     | 33   |

|                                                            |                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.4.1                                                      | Étude de la fonction sigmoïde.....                                           | 34 |
| 2.4.2                                                      | Représentation dans l'espace d'état .....                                    | 35 |
| 2.5                                                        | Conclusion .....                                                             | 39 |
| CHAPITRE 3 COMMANDE LINÉAIRE.....                          |                                                                              | 40 |
| 3.1                                                        | Introduction.....                                                            | 40 |
| 3.2                                                        | Objectifs d'un asservissement électrohydraulique .....                       | 40 |
| 3.3                                                        | Linéarisation du modèle électrohydraulique.....                              | 41 |
| 3.3.1                                                      | Linéarisation du système électrohydraulique du LITP .....                    | 49 |
| 3.4                                                        | Détermination de la fonction de transfert pour chaque sortie.....            | 50 |
| 3.5                                                        | Détermination des paramètres du PID en sortie position angulaire.....        | 51 |
| 3.5.1                                                      | Pôles du système en boucle fermé .....                                       | 51 |
| 3.5.2                                                      | Méthode de Ziegler Nichols.....                                              | 52 |
| 3.5.3                                                      | Résultats de la simulation en position angulaire.....                        | 54 |
| 3.6                                                        | Détermination des paramètres du PID en sortie vitesse angulaire.....         | 56 |
| 3.6.1                                                      | Résultats de la simulation .....                                             | 57 |
| 3.7                                                        | Analyse des résultats de la simulation .....                                 | 60 |
| 3.8                                                        | Régulateur à placement de pôles par retour d'état .....                      | 62 |
| 3.8.1                                                      | Principe .....                                                               | 62 |
| 3.8.2                                                      | Structure de la loi de commande.....                                         | 63 |
| 3.8.3                                                      | Placement de pôles dans le cas d'une forme canonique de commandabilité ..... | 64 |
| 3.9                                                        | Application sur le système électrohydraulique du LITP.....                   | 67 |
| 3.9.1                                                      | Détermination des gains $L = [k_1 \ k_2]$ analytiquement.....                | 68 |
| 3.9.2                                                      | Détermination des gains à partir de Matlab .....                             | 69 |
| 3.9.3                                                      | Placement de pôles par Simulink de Matlab.....                               | 70 |
| 3.9.4                                                      | Analyse des résultats de la simulation .....                                 | 72 |
| 3.10                                                       | Annulation de l'erreur par ajout du gain intégral .....                      | 72 |
| 3.10.1                                                     | Exemple du système électrohydraulique du LITP .....                          | 74 |
| 3.10.2                                                     | Simulation de la commande par placement de pôles avec action intégrale ..... | 76 |
| 3.10.3                                                     | Analyse des résultats de simulation .....                                    | 78 |
| 3.11                                                       | Observateur d'état .....                                                     | 79 |
| 3.11.1                                                     | Dualité entre un contrôleur et un observateur par placement de pôles .....   | 81 |
| 3.11.2                                                     | Exemple du système électrohydraulique du LITP .....                          | 82 |
| 3.11.3                                                     | Détermination des gains de l'observateur L .....                             | 82 |
| CHAPITRE 4 COMMANDE ADAPTATIVE PAR PLACEMENT DE PÔLES..... |                                                                              | 85 |
| 4.1                                                        | Introduction.....                                                            | 85 |
| 4.2                                                        | Commande adaptative auto réglable.....                                       | 85 |
| 4.3                                                        | Identification des systèmes .....                                            | 86 |
| 4.3.1                                                      | Définition .....                                                             | 86 |
| 4.3.2                                                      | Principe de l'identification .....                                           | 86 |
| 4.3.3                                                      | Avantages de l'estimation paramétrique réursive.....                         | 88 |
| 4.4                                                        | Moindre carré récursif.....                                                  | 88 |
| 4.4.1                                                      | Régression linéaire.....                                                     | 89 |
| 4.4.2                                                      | Méthodes des moindres carrés récursifs .....                                 | 89 |

|        |                                                                             |     |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.4.3  | Application du théorème d'échantillonnage.....                              | 93  |
| 4.4.4  | Application au système électrohydraulique du LITP.....                      | 94  |
| 4.5    | Simulation de la sortie vitesse angulaire avec le contrôleur PID.....       | 96  |
| 4.5.1  | Technique de Ziegler Nichols.....                                           | 96  |
| 4.5.2  | Simulation de la sortie vitesse par la technique de placement de pôles..... | 98  |
| 4.6    | La commande adaptative indirecte .....                                      | 100 |
| 4.6.1  | Estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés récurrents ..  | 101 |
| 4.6.2  | Choix des paramètres d'estimation .....                                     | 102 |
| 4.6.3  | Identification des paramètres du système électrohydraulique .....           | 103 |
| 4.6.4  | Identification des paramètres par idtool de Matlab.....                     | 104 |
| 4.6.5  | Principe de la commande adaptative indirecte.....                           | 106 |
| 4.6.6  | Réglage d'état discret par placement de pôles .....                         | 106 |
| 4.6.7  | Application au système du LITP.....                                         | 108 |
| 4.6.8  | Annulation des pôles et des zéros du système .....                          | 110 |
| 4.6.9  | Conception par imposition des pôles .....                                   | 113 |
| 4.6.10 | Simulation de la sortie vitesse avec simulink .....                         | 114 |
| 4.6.11 | Analyse des résultats de la simulation .....                                | 117 |
| 4.7    | Conclusion .....                                                            | 117 |
|        | CONCLUSION.....                                                             | 118 |
|        | ANNEXE I TITRE PARAMÈTRES DU SYSTÈME ÉLECTROHYDRAULIQUE.....                | 120 |
|        | ANNEXE II PROGRAMMES MATLAB.....                                            | 122 |
|        | BIBLIOGRAPHIE.....                                                          | 128 |

## LISTE DES TABLEAUX

|                                                                                              | Page |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Tableau 3.1 Gains du PID position angulaire .....                                            | 54   |
| Tableau 3.2 Gains du PID vitesse angulaire .....                                             | 57   |
| Tableau 3.3 Analyse PID position angulaire $R(t)=1\text{rad}$ .....                          | 60   |
| Tableau 3.4 Analyse du PID sortie position angulaire $R(t)=0.5\text{ rad}$ .....             | 60   |
| Tableau 3.5 Analyse PID vitesse angulaire $R(t)=1\text{ rad/sec}$ .....                      | 61   |
| Tableau 3.6 Analyse PID position angulaire $R(t)=0.5\text{rad/sec}$ .....                    | 61   |
| Tableau 3.8 Placement de pôles sans intégral vitesse angulaire $R(t)=10\text{rad/sec}$ ..... | 78   |
| Tableau 3.9 Placement de pôles avec intégral vitesse angulaire $R(t)=10\text{rad/sec}$ ..... | 79   |
| Tableau 4.1 Valeurs des Paramètres identifiés par Rls.....                                   | 105  |
| Tableau 4.2 PID discrets, sortie vitesse, échelon de $1\text{rad/sec}$ .....                 | 116  |

## LISTE DES FIGURES

|                                                                               | Page |
|-------------------------------------------------------------------------------|------|
| Figure 1.1 Schéma du système électrohydraulique utilisé pour le mémoire. .... | 10   |
| Figure 1.2 Force de viscosité agissant dans un fluide.....                    | 12   |
| Figure 1.4 Viscosité cinématique $\nu$ en fonction de la pression .....       | 14   |
| Figure 1.5 Masse volumique de .....                                           | 15   |
| Figure 2.1 Composition du système électrohydraulique du LITP .....            | 23   |
| Figure 2.2 Réponse en fréquence de la dynamique d'une servovalve.....         | 24   |
| Figure 2.3 Déplacement d'un tiroir de servovalve. ....                        | 25   |
| Figure 2.4 Représentation du tiroir d'une servovalve.....                     | 27   |
| Figure 2.5 Représentation du tiroir par pont de Wheatstone. ....              | 28   |
| Figure 2.6 Schéma de modélisation du couple de sortie.....                    | 33   |
| Figure 2.7 Fonction Sigm(x) pour différentes valeurs de a. ....               | 35   |
| Figure 3.1 Synoptique de l'asservissement électrohydraulique.....             | 41   |
| Figure 3.2 Modèle électrohydraulique étudié. ....                             | 49   |
| Figure 3.3 Contrôleur PID en position angulaire.....                          | 51   |
| Figure 3.4 Diagramme de bode position angulaire.....                          | 53   |
| Figure 3.5 Réponse à l'échelon unité et erreur position angulaire. ....       | 55   |
| Figure 3.6 Réponse à l'échelon 0.5rad et erreur position angulaire. ....      | 56   |
| Figure 3.7 Réponse et erreur entrée sinus 1rad position angulaire.....        | 56   |
| Figure 3.8 Contrôleur PID et vitesse angulaire.....                           | 58   |
| Figure 3.9 Réponse à l'échelon 1rad/sec et erreur vitesse angulaire. ....     | 58   |
| Figure 3.10 Réponse à l'échelon 0.5 rad/sec et erreur vitesse angulaire. .... | 59   |
| Figure 3.11 Réponse consigne sinusoïdale et erreur vitesse angulaire.....     | 60   |

|             |                                                         |     |
|-------------|---------------------------------------------------------|-----|
| Figure 3.12 | Système de commande par retour d'état.                  | 64  |
| Figure 3.13 | Placement de pôles sortie vitesse angulaire.            | 70  |
| Figure 3.14 | Réponse d'un échelon de 10 rad/sec                      | 71  |
| Figure 3.15 | Réponse d'une consigne sinus                            | 71  |
| Figure 3.16 | Annulation de l'erreur en régime permanent.             | 72  |
| Figure 3.17 | Placement de pôles sortie vitesse avec intégrateur.     | 77  |
| Figure 3.18 | Réponse sortie vitesse d'un échelon 10 rad/sec.         | 77  |
| Figure 3.19 | Réponse d'une consigne sinus, sortie vitesse.           | 78  |
| Figure 3.20 | Observateur d'état.                                     | 80  |
| Figure 4.1  | Principe de l'estimation des paramètres d'un modèle.    | 87  |
| Figure 4.2  | Détermination de la fréquence d'échantillonnage.        | 94  |
| Figure 4.3  | Contrôleur PID sortie vitesse angulaire.                | 97  |
| Figure 4.4  | Réponse vitesse consigne sinus avec.                    | 97  |
| Figure 4.5  | Contrôleur par placement de pôles de la sortie vitesse. | 98  |
| Figure 4.6  | Réponse pour un contrôleur par placement.               | 99  |
| Figure 4.7  | Réponse pour un contrôleur par placement de pôles.      | 99  |
| Figure 4.8  | Détermination du vecteur de mesure $\varphi$ .          | 103 |
| Figure 4.9  | Identification du système avec IDtool de Matlab.        | 104 |
| Figure 4.10 | Les paramètres identifiés par Idtool.                   | 105 |
| Figure 4.11 | Schéma de commande adaptative indirecte.                | 106 |
| Figure 4.12 | Réglage d'état discret par positionnement de pôles.     | 107 |
| Figure 4.13 | Position des pôles dans le plan complexe.               | 109 |
| Figure 4.14 | Schéma de principe du PID discret                       | 110 |
| Figure 4.15 | Contrôleur PID par placement de pôles discret.          | 111 |

|                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figure 4.16 Compensateur et système après annulation.....                    | 112 |
| Figure 4.17 PID discrets, sortie vitesse, échelon de 1rad/sec.....           | 114 |
| Figure 4.18 Réponse PID discrets, sortie vitesse, consigne rampe.....        | 115 |
| Figure 4.19 Réponse PID discrets, sortie vitesse, échelon de 1 rad/sec ..... | 115 |
| Figure 4.20 Réponse PID discrets, sortie vitesse. Consigne sinusoïdale.....  | 116 |

## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

|            |                                                             |
|------------|-------------------------------------------------------------|
| $A_v$      | Aire d'ouverture tiroir de la servovalve, ( $m^2$ )         |
| $A_{vmax}$ | Aire d'ouverture maximale tiroir de la servovalve ( $m^2$ ) |
| $B$        | Coefficient d'amortissement visqueux, (N.m.s)               |
| $C_d$      | Coefficient de décharge du fluide                           |
| $C_{im}$   | fuite interne du moteur en ( $cm^3/sec/bar$ )               |
| $C_{em}$   | fuite externe du moteur en ( $cm^3/sec/bar$ )               |
| $C_L$      | coefficient de fuite du liquide                             |
| $D_m$      | cylindrée du moteur en ( $cm^3/rad$ )                       |
| $I$        | courant à l'entrée en (Ampère)                              |
| $I_{max}$  | courant maximal à l'entrée en (Ampère)                      |
| $J$        | moment d'inertie en ( $kg.m^2$ )                            |
| $K$        | gain Total de la servovalve                                 |
| $K_a$      | gain de l'amplificateur de la servovalve, (V/mA)            |
| $K_v$      | aire de la servovalve                                       |
| $K_x$      | couple moteur de la servovalve (m/mA)                       |
| $P_1$      | Pression dans les chambres du moteur hydraulique            |
| $P_2$      | Pression dans les chambres du moteur hydraulique            |
| $P_L$      | pression à la charge                                        |
| $P_s$      | pression d'alimentation                                     |
| $P_R$      | pression de retour dans le réservoir                        |
| $Q$        | débit à la sortie ( l/sec )                                 |
| $Q_L$      | débit à la charge, ( $m^3/s$ )                              |

|                |                                                                |
|----------------|----------------------------------------------------------------|
| $Q_s$          | débit maximal d'alimentation                                   |
| $T_L$          | couple hydraulique Développé par la charge                     |
| $T_m$          | couple hydraulique Développé par le moteur                     |
| $T_{.accel}$   | couple d'accélération du moteur hydraulique                    |
| $U$            | tension d'entrée en volt                                       |
| $V_0$          | volume moyen du liquide dans une chambre du moteur             |
| $V$            | volume dans la chambre directe du moteur en (cm <sup>3</sup> ) |
| $V_2$          | volume dans la chambre retour du moteur en (cm <sup>3</sup> )  |
| $V_t$          | volume total des 2 chambres du moteur en (cm <sup>3</sup> )    |
| $\Theta_m$     | position angulaire de l'arbre du moteur.                       |
| $\Omega$       | gradient d'ouverture du tiroir                                 |
| $\omega_h$     | pulsation hydraulique naturelle, (rad/s)                       |
| $\omega_{max}$ | vitesse angulaire maximale, (rad/s)                            |
| $\beta$        | compressibilité du fluide hydraulique (N/m <sup>2</sup> )      |
| $\rho$         | masse volumique, (Kg/m <sup>3</sup> )                          |
| $\tau$         | constante de temps de la servovalve, (s)                       |

## INTRODUCTION

L'élaboration des lois de commande des systèmes électrohydrauliques par de nombreux chercheurs a permis à l'automatique des systèmes électrohydrauliques de connaître un essor fulgurant. L'application de certaines de ces lois de commande à des procédés électrohydrauliques a montré leur efficacité.

Les actionneurs hydrauliques sont largement utilisés dans plusieurs applications industrielles en raison des multiples avantages qu'ils offrent : leur compacité, leur rapport force/masse qui est très élevé, leur bonne précision. Ils sont réputés pour leur capacité de transmettre de grandes forces à des vitesses élevées.

Ce mémoire qui présente une étude générale effectuée sur un banc d'essai électrohydraulique, concerne spécifiquement la modélisation et la commande non-linéaire basée sur la technique de commande adaptative par placement de pôles. En même temps, ce mémoire contribuera à la réalisation des objectifs suivants :

- Développement d'un modèle mathématique décrivant la dynamique du système.
- Développement des algorithmes de commande suivante: PID par les techniques de Ziegler Nichols et de Placement de pôles, commande adaptative indirecte par placement de pôles en utilisant le modèle mathématique développé.
- Implantation de ces algorithmes de commande sur le système représenté par le banc d'essai du LITP (par la simulation) et par la suite comparer les performances des contrôleurs développés.

Pour réaliser les objectifs mentionnés ci-dessus, nous avons présenté les séquences et méthodes d'étude dans l'ordre suivant :

1. Description du système électrohydraulique : le système de commande étudié dans ce mémoire se compose essentiellement de deux servovalves électrohydrauliques. Le

- premier contrôle le mouvement du moteur hydraulique et le deuxième le couple de charge du système.
2. Développement d'un modèle mathématique permettant la représentation de la dynamique du système étudié, suivi de la linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement.
  3. Développement du contrôleur PID par les techniques de placement de pôles et de Ziegler Nichols adaptés au système linéarisé.
  4. Développement d'un contrôleur adaptatif indirect par la méthode des moindres carrés récurrents.

Dans ce mémoire, nous travaillons uniquement sur la sortie vitesse angulaire du système hydraulique étudié. Nous développons deux types de commande: une commande linéaire et une commande non-linéaire.

En ce qui concerne la commande linéaire nous développons deux types de contrôleur:

- Un contrôleur PID par la technique de Ziegler Nichols.
- Un contrôleur PID par la technique de placement de pôles.

Et pour la commande non-linéaire :

- Un contrôleur adaptatif indirect basé sur la méthode des moindres carrés récurrents.

En ce qui concerne le contrôleur PID par la technique de Ziegler Nichols, nous avons utilisé la méthode graphique par le diagramme de Bode pour déterminer les gains du contrôleur PID. La simulation a été effectuée avec les consignes sinusoïdales et échelons.

En ce qui concerne le contrôleur PID par la technique de placement de pôles, dans un premier temps, nous développons un contrôleur sans action intégrale (contrôleur PD). À partir des spécifications transitoires, nous trouvons les pôles désirés du système. Le système

est simulé toujours avec le logiciel Simulink/Matlab. Les résultats obtenus nous montrent les limites de ce contrôleur sans l'action intégrale. Par la suite, nous ajoutons l'action intégrale ce qui nous donne un (PID). Cette technique est appelée commande par anticipation << Feedforward >> car le gain intégral est placé en aval du système dans le but d'annuler l'erreur en régime permanent.

Et finalement pour la commande non-linéaire, nous avons développé un contrôleur adaptatif indirect par placement de pôles.

Nous utilisons un algorithme basé sur la méthode des moindres carrés récurrents pour l'identification des paramètres du système hydraulique étudié. Et ensuite, un contrôleur linéaire par placement de pôles est développé à partir des paramètres estimés du système. Et les performances du système sont finalement validées grâce à des essais en simulation par le logiciel simulink/Matlab.

Le principal objectif dans cette recherche est de comparer les performances d'un contrôleur adaptatif avec ceux d'un contrôleur non adaptatif pour un système hydraulique à dynamique variable. Dans un contrôleur non adaptatif comme le PID, s'il arrive qu'un paramètre du système varie pour une raison quelconque, l'erreur en régime permanent de ce système augmente. Alors il faudra développer un nouveau contrôleur. Par contre avec un contrôleur adaptatif, une moindre variation des paramètres du système due à un vieillissement du procédé, une variation de pression, température ou n'importe quelle raison, le contrôleur s'adapte à cette variation en générant des nouveaux gains en fonction des nouveaux paramètres estimés du procédé étudié.

Le présent mémoire peut être structuré comme suit :

- Dans le chapitre 1, nous traitons la revue de la littérature en exposant quelques lois de commandes appliquées dans différents domaines : électrique, mécanique, hydraulique etc., et nous présentons leurs avantages et leurs inconvénients.

- Dans le chapitre 2, nous modélisons le système électrohydraulique en prélude de l'asservissement du système étudié. Les fonctions de transfert sont obtenues à partir des paramètres du système réel.
- Dans le chapitre 3, nous linéarisons le système autour d'un point d'équilibre, et nous obtenons un modèle linéaire du système. Ensuite, nous appliquons le contrôleur linéaire PID. Toutes les simulations sont faites avec le logiciel Simulink de Matlab
- Dans le chapitre 4, nous traitons la commande non-linéaire. Nous développons un algorithme de commande adaptative indirecte par placement de pôles.

## **CHAPITRE 1**

### **REVUE DE LA LITTÉRATURE**

#### **1.1 Introduction**

Les industries traditionnelles sont passées au cours des dernières années d'une technique purement mécanique à une utilisation presque systématique des techniques électroniques, informatiques et automatiques. Ainsi grâce aux systèmes hydrauliques récents, on a pu réaliser de nombreuses installations automatisées dont les performances, la fiabilité, et la robustesse ont fait leur preuve. On assiste actuellement à une fusion, certes bénéfique entre l'hydraulique proprement dite et l'électronique. Cette association de l'hydraulique et de l'électronique se révèle très intéressante, étant donné qu'elle débouche sur deux propriétés recherchées : la puissance et la souplesse. Le recours à la commande proportionnelle des systèmes hydrauliques a entraîné donc une utilisation plus rationnelle des machines et une amélioration de leurs performances.

Dans ce chapitre, nous allons dans un premier temps décrire l'importance des systèmes électrohydrauliques dans l'industrie, tout en citant les différents domaines dans lesquels on les retrouve. Après cela, nous parlerons de leurs avantages et leurs inconvénients. Puis nous ferons une description du fonctionnement d'un système électrohydraulique tout en décrivant le rôle de chaque élément du système. Par la suite, nous exposerons les différentes approches de commande que nous avons rencontrées en parcourant la revue de la littérature. Après cela, nous présenterons leurs avantages et leurs inconvénients. Et pour finir nous parlerons de l'approche apportée dans ce mémoire qui est la commande adaptative.

## **1.2 Principaux domaines d'utilisation**

Les utilisations des systèmes hydrauliques sont tellement variées qu'elles se retrouvent dans presque tous les secteurs du monde industrialisé. Nous les retrouvons notamment dans les secteurs tels que: l'aéronautique, le maritime, le militaire, le manufacturier, etc.

### **1.2.1 Le secteur aéronautique**

On utilise exclusivement des systèmes hydrauliques dans les commandes des avions. C'est d'ailleurs grâce à l'aéronautique qu'après la deuxième guerre mondiale, on a amélioré ces systèmes en cherchant à obtenir de plus hautes pressions de fonctionnement, une réduction de l'encombrement, du poids, ainsi qu'une très grande fiabilité (Labonville (1991)).

### **1.2.2 Les secteurs maritimes et militaire**

Ces secteurs ont contribué au développement d'un nombre croissant d'utilisations de toutes sortes de systèmes hydrauliques notamment les portes avions, les engins de combat, etc. (Schmitt (1981)).

### **1.2.3 Le secteur de l'industrie manufacturière**

Il a profité des perfectionnements apportés par l'aéronautique pour réaliser l'automatisation de la production en série. Et à cause de la souplesse et des efforts que permettent les systèmes hydrauliques, on les utilise dans les machines-outils et, plus récemment, dans les robots industriels (Labonville (1991)).

### **1.2.4 Le secteur des machines agricoles, véhicules de voiries et construction**

Dans ce secteur, les systèmes hydrauliques ont bénéficié d'une grande expansion au cours des trente dernières années. On a pu mettre au point des équipements qu'il aurait été difficile,

voire impossible, de construire autrement. Tout récemment, l'utilisation des systèmes hydrauliques, alliée à celle de microprocesseurs installés à bord de ces machines et de ces véhicules, a grandement contribué à en augmenter la productivité, la souplesse, la sécurité et la maniabilité (Labonville (1991)).

### **1.2.5 Le secteur des engins lourds**

Dans les véhicules à chenilles, des moteurs hydrauliques pouvant développer de très hauts couples à de très basses vitesses de rotation sont directement couplés aux barbotins, ce qui permet d'éliminer le recours aux ponts et aux réducteurs de vitesse à engrenages.

Naturellement cet aperçu ne donne pas toutes les possibilités d'application, car le nombre de machines à commande hydraulique est très important. Mais on peut constater que l'hydraulique a pénétré actuellement dans pratiquement tous les secteurs industriels (Labonville (1991)).

## **1.3 Avantages et inconvénients des systèmes électrohydrauliques**

Dans cette section nous donnerons les avantages et les inconvénients des systèmes hydrauliques.

### **1.3.1 Avantages**

Les principaux avantages des systèmes hydrauliques sont les suivants:

- des forces importantes (couples) pour des petits volumes, c'est-à-dire une importante densité de puissance.
- l'adaptation de la force se fait automatiquement. Le mouvement peut s'effectuer sous pleine charge en partant de l'arrêt (Dorf et Bishop (1995)).
- Une très bonne régulation de la vitesse des actionneurs du fait de l'incompressibilité du fluide.

- Une grande durée de vie des composants, du fait qu'ils sont en permanence baignés dans l'huile.
- Une facilité de pilotage aussi bien que régulation d'une vitesse, d'un couple d'une force de levage, etc.
- Une grande facilité d'opération, car les systèmes électrohydrauliques peuvent opérer de façon continue, intermittente, réversible et statique sans créer aucun dommage.
- Une grande robustesse dans le fonctionnement. Les systèmes à transmission hydraulique sont plus robustes que les moteurs électriques, car on remarque une baisse de la vitesse de rotation du moteur quand la charge augmente.

Malgré tous ces avantages, les systèmes hydrauliques ont aussi certains inconvénients qui les rendent indésirables dans certaines applications.

### **1.3.2 Inconvénients**

- Des pertes de charge dues à la circulation du fluide dans les conduites et les composants hydrauliques.
- La contamination du fluide due surtout à la variation des propriétés de l'huile est la source majeure des problèmes en contrôle des systèmes hydrauliques.
- L'erreur dans le système due aux fuites dans les composants hydrauliques.
- Le dernier facteur et non le moindre qui limite les applications des systèmes hydrauliques est la compréhension et la connaissance des systèmes hydrauliques. Étant donné leur complexité et des non linéarités présentes dans les équations de la dynamique du système, le design et la commande des systèmes hydrauliques restent difficiles et immatures. Et ceci limite leurs applications.

## 1.4 Description d'un système électrohydraulique

Un système électrohydraulique typique est constitué principalement des composants suivants (Labonville (1991)).

- **Une pompe** qui entraînée par un moteur (moteur électrique ou à combustion) sert à aspirer le fluide du réservoir et l'envoyer ensuite au système, la pompe fournit le débit du liquide dans le système. Elle convertit l'énergie mécanique reçue à son entrée en énergie hydraulique sous forme de fluide sous pression.
- **Un régulateur de pression** (limiteur de pression) installé à côté de l'accumulateur servant à limiter la pression dans les systèmes.
- **Un accumulateur** hydraulique qui a pour but de recevoir un volume de liquide sous pression et de le restituer en cas de besoin.
- **une ou plusieurs servovalves** (distributrices) qui sont des composantes actives (modulateurs) distribuant le flux d'énergie vers les récepteurs pour les faire démarrer, les arrêter ou les inverser. Le nombre de positions d'un distributeur correspond au nombre d'agencements différents des voies de communication entre les orifices.
- **un vérin hydraulique ou moteur** qui transmet la force ou le couple suivant un mouvement rectiligne ou de rotation. Il transforme l'énergie hydraulique en énergie mécanique.
- **Le contrôleur** constitue le cœur de la commande proportionnelle. Le contrôleur remplit essentiellement quatre fonctions : l'inversion des polarités , la sommation des signaux , la génération du signal de commande et, l'amplification du signal de commande.
- **Le réservoir** : il sert à stocker le fluide, à le refroidir et à absorber l'expansion thermique du liquide qui se réchauffe, tout en éliminant la pression qui en résulterait.

Le schéma de principe du circuit électrohydraulique utilisé dans le cadre de ce mémoire est donné à la figure 1.1.

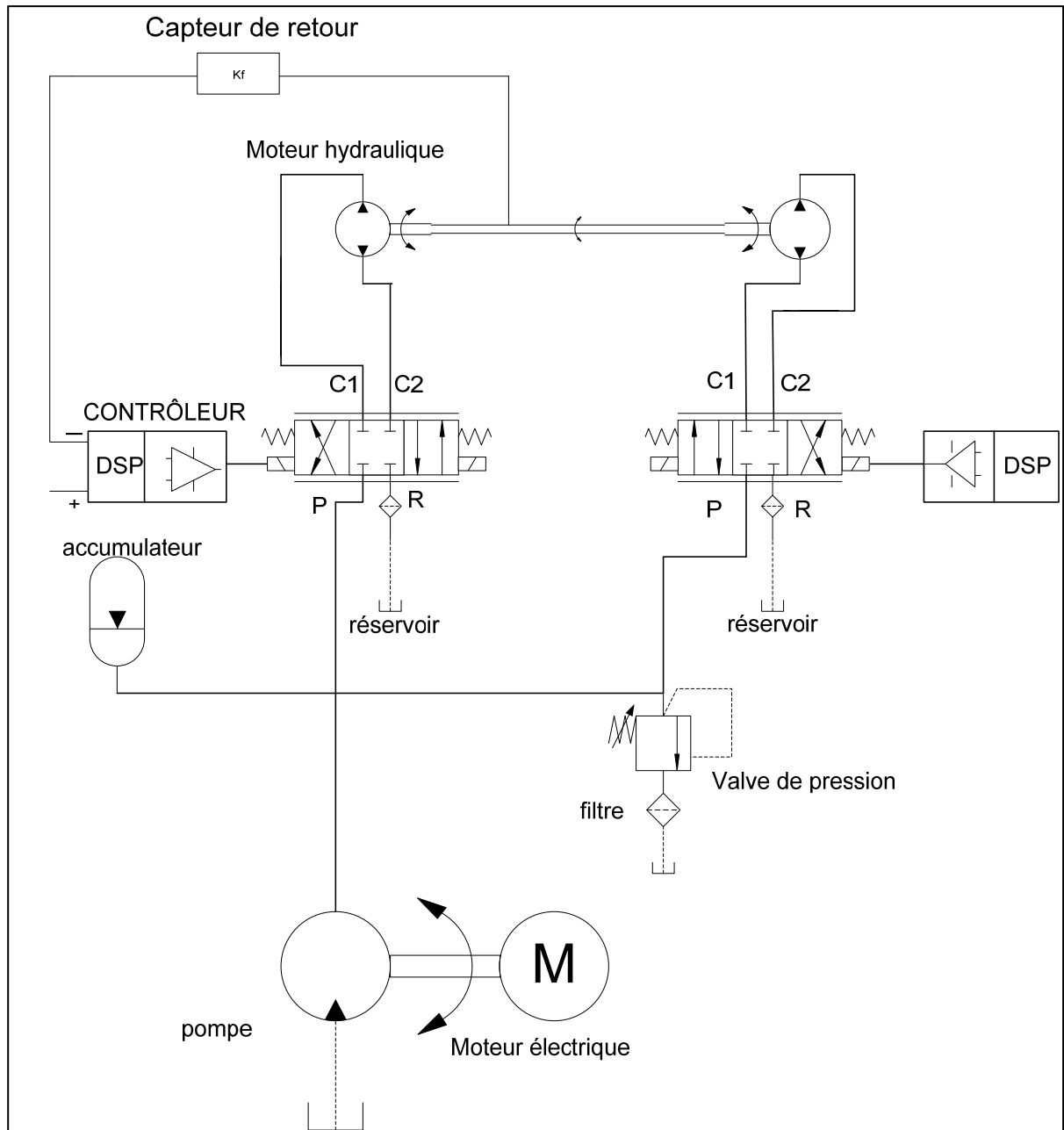


Figure 1.1 Schéma du système électrohydraulique utilisé pour le mémoire.



## 1.5 Caractéristiques des fluides hydrauliques

Nous avons vu dans la section précédente que l'un des inconvénients majeurs des systèmes hydrauliques est la variation des propriétés du liquide hydraulique. C'est pour cette raison que nous jugeons nécessaire dans cette section de parler de ces caractéristiques.

Les caractéristiques des huiles hydrauliques sont présentées en vue d'une utilisation dans la régulation des systèmes électrohydrauliques. L'huile est un fluide considéré comme un milieu continu déformable, sans rigidité, qui peut s'écouler, c'est-à-dire subir de grandes variations de forme sous l'action de forces qui sont d'autant plus faibles que ces variations de formes sont plus lentes. Les propriétés physiques les plus importantes du point de vue mécanique sont : l'isotropie, la mobilité, la viscosité, ainsi que la compressibilité.

Les huiles que nous utiliserons seront **isotropes**, c'est-à-dire que leurs propriétés seront identiques dans toutes les directions de l'espace. Elles seront également mobiles c'est-à-dire qu'elles n'auront pas de forme propre : elles occuperont la forme du récipient qui les contient ou elles s'écouleront. En ce qui concerne **la viscosité** et **la compressibilité**, nous allons en donner quelques notions (Benali (2006))

### 1.5.1 La viscosité

La viscosité d'un fluide peut être définie comme étant la résistance à l'écoulement uniforme et sans turbulence se produisant dans la masse du fluide. La viscosité dynamique représente la contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière. Lorsque la viscosité augmente, la capacité du fluide à s'écouler diminue. Pour un liquide, la viscosité tend généralement à diminuer lorsque la température augmente. On pourrait croire que la viscosité d'un fluide s'accroît avec sa densité mais ce n'est pas nécessairement le cas: l'huile est moins dense que l'eau (huile de colza: 0.92 à 20°C, contre 1 pour l'eau) cependant elle est nettement plus visqueuse.

### 1.5.2 La viscosité dynamique

La viscosité dynamique  $\mu$  (ou encore  $\eta$ ) se mesure en pascal-seconde (Pa.s). Une façon de définir la viscosité dynamique est de considérer deux couches d'un fluide (voir figure 1.2) notées  $abcd$  et  $a'b'c'd'$ , la couche  $abcd$  étant animée d'une vitesse relative à  $a'b'c'd'$  notée  $dv$  et dirigée suivant  $x$ . Sous l'effet de la viscosité, une force  $F$  s'exerce sur la couche  $a'b'c'd'$ . La viscosité dynamique  $\mu$  est définie par la relation entre la norme de cette force et la vitesse relative  $dv$

$$F = \mu s \frac{dv}{dz} \quad (1.1)$$

$s$  étant la surface de chaque couche, et  $dz$  l'épaisseur de fluide séparant les deux couches.

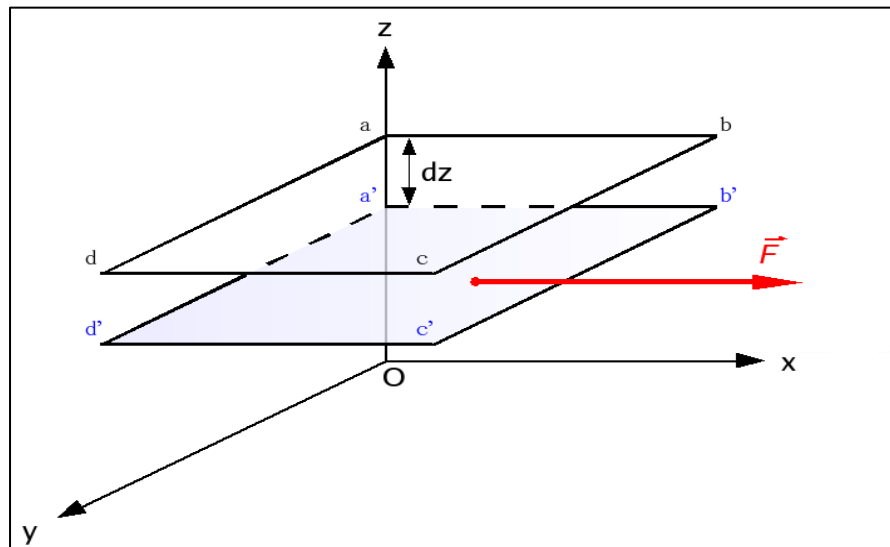


**Figure 1.2 Force de viscosité agissant dans un fluide.**

La contrainte de cisaillement  $\tau$  proportionnelle au gradient de vitesse est égale à:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dz} \quad (1.2)$$

Où est  $dv$  le gradient de vitesse et  $dz$  est la distance entre deux lames.

### 1.5.3 La viscosité cinématique

La viscosité cinématique  $\nu$  s'obtient en divisant la viscosité dynamique par la masse Volumique  $\rho$  soit

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.3)$$

Elle s'exprime en  $\text{m}^2/\text{s}$ .

La relation liant les viscosités dynamique et cinématique est :

$$\nu(T, P) = \frac{\mu(T, P)}{\rho(T, P)} \quad (1.4)$$

Où  $\rho = (P, T)$  est la masse volumique qui est fonction également de la température et de la pression.

### 1.5.4 Évolution de la viscosité par rapport à la température

La viscosité cinématique dépend fortement de la température. Il est donc nécessaire que la valeur de la viscosité de l'huile utilisée soit donnée pour une température précise. Pour déterminer l'importance de la température sur la viscosité d'un fluide, on utilise un indice de viscosité. Plus cet indice est grand, moins la température a d'influence sur la viscosité du fluide. (Benali (2006))

### 1.5.5 Évolution de la viscosité selon la pression

La viscosité de l'huile augmente aussi avec la pression (voir figure 1.3). Les variations de la viscosité en fonction de la pression sont données par la loi de BARUS :

$$\mu_p = \mu_{p_0} * e^{\lambda k} \quad (1.5)$$

Où  $\mu_p$  est la viscosité absolue à la pression,  $\mu_{p_0}$  la viscosité absolue à la pression atmosphérique et  $k$  un coefficient de viscosité/pression de valeur égale à  $0.002\text{bar}^{-1}$ .

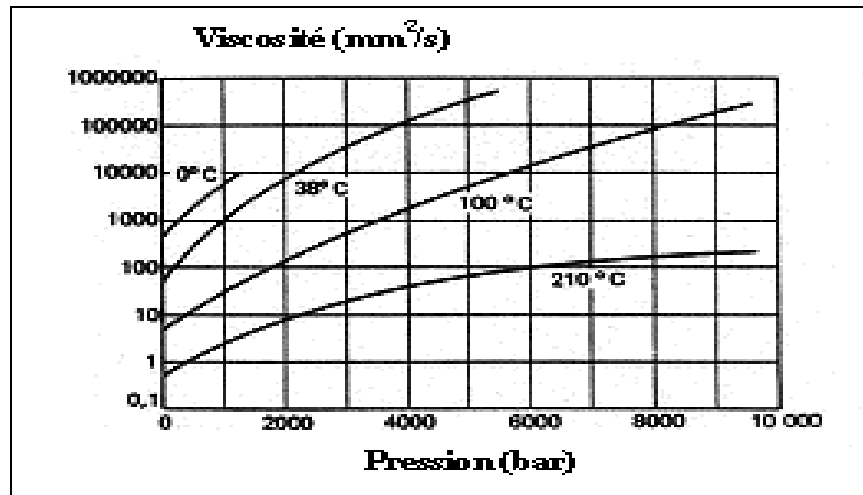


**Figure 1.3 Viscosité cinématique  $\nu$  en fonction de la pression**

Tirée de product\_data\_sheet (shell).

### 1.5.6 La compressibilité

Par définition la compressibilité est une caractéristique d'un corps, définissant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée.

$$X = -\frac{dV}{dP} \quad (1.6)$$

Où  $V$  représente le volume du corps et  $P$  la pression appliquée. Il s'exprime donc en  $\text{Pa}^{-1}$ . La variation de volume avec la pression étant le plus souvent négative, cette définition rend la compressibilité  $X$  positive. En hydraulique industrielle classique, l'huile est considérée comme incompressible et les calculs effectués avec une valeur constante du coefficient de compressibilité procurent des résultats satisfaisants. En électrohydraulique, dans le cadre de la modélisation d'un composant, l'approximation précédente ne peut plus être faite : l'huile doit être considérée comme compressible. Son module de compressibilité est caractérisé, à une température donnée, par la variation de sa masse volumique en fonction de la pression.

La masse volumique  $\rho(P, T)$  d'un corps, définie par l'expression suivante  $\rho(P, T) = \frac{m}{V}$  (où

$m$  et  $v$  sont la masse et le volume considérés) dépend de la température et de la pression. On donne, à titre d'exemple (figure 1.6), le cas de l'huile Shell Tellus 37 .

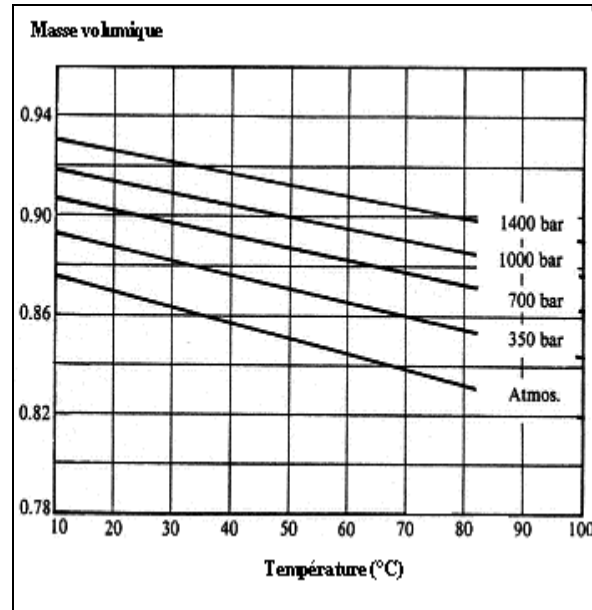


**Figure 1.4 Masse volumique de l'huile Shell Tellus 37**  
Tirée de product\_data\_sheet (shell).

### 1.5.7 Évolution de la compressibilité selon la température

Très souvent sous l'effet d'une compression, les fluides ont tendance à s'échauffer, et donc on définit une compressibilité pour un fluide restant à température constante (isotherme):

$$X_T = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad (1.7)$$

Le  $T$  en indice de la dérivée indiquant que la dérivée est prise à température constante. C'est une variable toujours positive, le volume du corps ne pouvant diminuer que lorsqu'on augmente la pression.

Nous venons de voir dans cette section que les propriétés du fluide hydraulique sont très variables. Cette variation peut être due soit à la pression ou à la variation de la température.

Ce facteur reste très important dans le cadre de ce mémoire, car la structure du contrôleur développé est basée sur la variation des paramètres du système tels que : la viscosité du fluide, le module de compressibilité  $\beta$  (Bulk Modulus), qui varient avec la température et la pression.

## 1.6 Modélisation

En parcourant la revue de la littérature, nous remarquons qu'il existe deux modèles de systèmes électrohydrauliques:

- Les systèmes hydrauliques à actionneurs linéaires (vérins).
- les systèmes hydrauliques à actionneurs rotatifs (moteurs hydrauliques).

En ce qui concerne les systèmes hydrauliques à actionneurs linéaires (vérins), ce type de système est en général le plus utilisé. Les auteurs suivants les ont utilisés Anderson(1988), Amor et al. (1992), Alleyne (1998) dans le cadre de leurs travaux de recherche. Et les actionneurs hydrauliques à actionneurs rotatifs (moteur hydraulique) ont été utilisés par les auteurs suivants : LeQuoc et al. (1990), Garagic et Srinivasan (2002), Seo et al. (2006), Kadissi et al. (2007). Le modèle que nous allons étudier (par simulation) est le modèle à actionneurs rotatifs représenté par le banc d'essai du LITP (laboratoire d'intégration des technologies de production). L'originalité de ce système est qu'il comprend deux servovalves, et deux moteurs hydrauliques reliés ensemble par un arbre. L'un qui sert à réguler le débit du fluide hydraulique afin de contrôler la vitesse, la pression et la position du moteur hydraulique, et l'autre servovalve est utilisée pour le contrôle du couple résistant du deuxième moteur hydraulique qui représente la charge. Il est important ici de souligner que le signal de commande de la deuxième servovalve est un signal qui varie de façon aléatoire ceci ayant pour but de faire varier le couple résistant de la charge afin de vérifier la stabilité de notre système.

## 1.7 Les différentes approches de commande

En effet, les systèmes électrohydrauliques sont réputés d'être fortement non-linéaires et non différentiables, à cause de plusieurs facteurs : fuite, friction et surtout l'équation de l'écoulement du fluide à travers une servovalve (Merritt (1967)) qui comprend un terme en racine carré et une discontinuité non différentiable dans ce terme. Les auteurs suivants Alleyne et al. (1998), Wenhua et Jun (1999) ont pu montrer dans le cadre de leurs travaux de recherche que les contrôleurs classiques tels que le (Proportionnel Intégral Dérivée) *PID* ne garantissaient pas la stabilité ni la robustesse des systèmes électrohydrauliques. Pour cela, développer les algorithmes avancés de commande s'avère très nécessaire et non juste un luxe. Plusieurs approches de commande non-linéaires ont été proposées pour palier à ces limitations du contrôleur linéaire *PID*.

En parcourant la littérature, nous remarquons que plusieurs types de commande ont été utilisées pour la commande des systèmes électrohydrauliques et nous pouvons les classer en quatre catégories : la commande linéaire robuste, la commande non-linéaire robuste, la commande intelligente et la commande adaptative.

### 1.7.1 La commande linéaire robuste

La commande par placement de pôles a été largement utilisée pour contrôler un modèle linéarisé des systèmes électrohydrauliques. Un contrôleur classique *PID* a été utilisé par les auteurs Wenhua et Jun (1999), Plahuta et al. (1998) pour le contrôle en position d'un vérin hydraulique. Les résultats expérimentaux et de simulation se sont avérés insatisfaisants.

### 1.7.2 La commande non-linéaire robuste

L'une des méthodes de commande les plus répandues et simples à implémenter est la *commande par linéarisation (feedback linearization)*. Cette commande a été développée

dans. Seo et al. (2006). Le système non-linéaire est transformé en un système équivalent linéaire en éliminant tous les termes non-linéaires dans la boucle fermée. Dans Seo et al. (2006), les auteurs utilisent la matrice jacobéenne pour linéariser le système c'est-à-dire enlever tous les termes non-linéaires et ensuite utiliser un contrôleur linéaire PID par la technique de placement de pôles. Les résultats obtenus à la sortie sont assez concluants.

Dans Del Re et Isidori (1995), avant d'utiliser la *commande par linéarisation exacte entrée-états ou entrée-sortie (feedback linearization)* les auteurs ont utilisé une approximation bilinéaire de la non-linéarité qui se trouve dans la racine carrée de l'équation originale du débit du fluide et en ensuite vérifier la commande expérimentalement. Dans (Jovanovic (2002)) l'auteur a utilisé la *commande par linéarisation exacte (feedback linearization et le (Backstepping))* pour faire l'analyse et la commande d'un système électrohydraulique en tenant compte de la non-linéarité dans l'équation de l'écoulement du fluide et des variations des paramètres internes du système (friction). Tous les résultats théoriques sont validés par simulation. Malgré ces résultats, la commande par linéarisation exacte, n'est pas robuste et elle est sensible aux variations des paramètres du système.

Une autre méthode de commande que nous avons rencontrée dans la littérature est la commande par *Backstepping*). Dans Kadissi et al. (2007), les auteurs utilisent un contrôleur adaptatif indirect basé sur le backstepping pour la commande en position d'un moteur hydraulique. Ce type de contrôleur est très indiqué dans la gestion des non-linéarités. Le but de leur travail est de montrer la robustesse du système contrôlé. Le principe consiste à introduire dans la fonction de Lyapunov, les paramètres à varier du contrôleur de manière à obtenir une matrice triangulaire de la dynamique de l'erreur afin d'accélérer la convergence des états à la position désirée, et de réduire l'amplitude et la saturation du signal de sortie. L'idée clé du backstepping est simple, à chaque étape du backstepping, une nouvelle fonction de Lyapunov est construite (mise à jour) dans le but d'éliminer l'erreur entre la variable désirée et la variable de sortie. Les résultats de la simulation nous montrent en sortie une erreur en régime statique nulle, et un dépassement inexistant ainsi qu'un temps de montée aussi rapide. Cependant l'application de cette méthode est limitée aux systèmes à structure

triangulaire et les calculs du contrôleur deviennent très vite complexes lorsque l'ordre des systèmes étudiés augmente. La commande par backstepping a été aussi utilisée par les auteurs Jovanovic (2002), Lee et Tsu-Chin (2002)

Une autre méthode de commande que nous avons rencontrée dans la littérature est la *commande par mode de glissement*. C'est une commande qui est reconnue pour sa grande robustesse vis à vis des perturbations externes et des paramètres du système. La commande par mode de glissement a été utilisée par Fink et Singh (1998), pour la régulation de la pression à travers un moteur hydraulique due à la variation de la charge. Elle a aussi été utilisée par les auteurs Hwang (1996), Ha et al. (1998). Toutefois la commande par mode de glissement induit en pratique des commutations haute fréquence sur la commande. Ces commutations peuvent exciter des dynamiques non désirées qui risquent de déstabiliser et même détruire le système.

### **1.7.3 La commande non-linéaire intelligente**

Parmi les contrôleurs intelligents les plus connus en littérature, nous pouvons citer ceux qui se basent essentiellement sur *le réseau de neurones artificiels et sur la logique floue*.

Le fonctionnement *des neurones artificiels* se base principalement sur la physiologie même des neurones biologiques du cerveau. Ce type de commande est spécialement utilisé pour l'identification et le contrôle des systèmes physiques non modélisables. Cette commande a été utilisée par Huang et al. (1997), Chih-Lyang (1999), Liang et Xiong (2002). *Le principe de la logique floue* a été utilisé par les auteurs Junpeng et al. (2005), Chan-Chun et al. (2006), Yongqian et al. (1998). Le contrôleur est basé sur la règle de décision de la matrice d'erreur. Le but de cette technique est d'émuler le raisonnement humain, lequel est intuitif et considérablement nuancé. Les résultats de la simulation dans ces types de commandes se sont avérés très satisfaisants dans la plupart des cas. Mais la stabilité du système n'est pas garantie avec ces méthodes et on ne peut pas prédire le comportement du système car on travaille dans un domaine discret.

### 1.7.4 La commande adaptative

L'origine de la commande adaptative remonte aux années 1950. Les automaticiens se sont vite aperçus qu'un contrôleur avec les paramètres fixes n'était pas toujours capable d'assurer les performances escomptées, surtout quand les paramètres du système varient avec le temps. Une commande adaptative diffère donc d'une commande ordinaire du fait que ses paramètres sont variables et ajustés grâce à un mécanisme qui agit en temps réel en se basant sur l'état du processus commandé. Une commande adaptative peut être conçue selon deux approches différentes. L'une appelée auto réglable et l'autre modèle de référence. Les auteurs Yu et Kuo (1996) utilisent la commande adaptative indirecte pour la commande en vitesse d'un moteur hydraulique la méthode de moindre carrés est utilisée pour identifier les paramètres du procédé et les résultats obtenues en simulation nous montre que c'est une commande assez stable et robuste. Les auteurs Yun et Cho (1988) ont utilisé la commande adaptative directe basée sur la méthode de Lyapunov pour la commande en vitesse d'un vérin hydraulique linéaire avec perturbation extérieure inconnue. Les résultats obtenus en simulation ont révélé la robustesse de cette commande.

## 1.8 Problématique

Le principal inconvénient des techniques de commande linéarisante entrées-sorties ou entrées-états repose sur une annulation des non-linéarités du système. Par conséquent si le modèle non-linéaire présente des imprécisions ou des variations paramétriques, alors l'annulation des non-linéarités n'est plus exacte. C'est le cas avec les systèmes électrohydrauliques s'il y a des erreurs ou des imprécisions associées au couple de friction ou au coefficient de décharge. L'annulation n'est plus exacte et l'erreur résultante n'est plus linéaire. La solution consiste à utiliser une commande adaptative à paramètres ajustables de manière à atteindre asymptotiquement l'annulation exacte des non-linéarités paramétriques résiduelles. Garagic et Srinivasan (2004) font une comparaison entre les résultats d'une commande linéarisante et une commande linéarisante adaptative pour la commande en vitesse d'un moteur hydraulique. Dans leur travail, ils font varier brusquement la pression du

fluide dans le système pour voir la réaction des contrôleurs. Les résultats de simulation et les résultats expérimentaux montrent que c'est la commande adaptative linéarisante qui s'avère la plus robuste des deux commandes. Les auteurs utilisent l'algorithme des moindres carrés récurrents pour identifier les paramètres du procédé. Dans Tomei (1999), l'auteur a appliqué par simulation un schéma de commande adaptative robuste par retour d'état à un bras de robot dans le but, entre autre, de rejeter les perturbations bornées. Le but du travail que nous effectuons dans ce mémoire est une extension du travail effectué dans Seo et al. (2006). En fait nous travaillerons sur le même banc d'essai, et nous effectuerons une simulation du modèle mathématique du système étudié à l'aide du logiciel Simulink/Matlab. Les contrôleurs qui seront développés pendant cette étude sont : le contrôleur PID, et le contrôleur adaptatif par placement de pôles.

## **1.9 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons traité la revue de la littérature, tout en exposant quelques lois de commande appliquées dans la commande des systèmes hydrauliques. Nous avons aussi dans le cadre de ce chapitre, présenté les avantages et les inconvénients des systèmes hydrauliques. Nous allons dans le chapitre qui suit aborder l'aspect modélisation du système électrohydraulique en prélude de son asservissement.

## **CHAPITRE 2**

### **MODÉLISATION DU SYSTÈME ÉLECTROHYDRAULIQUE**

#### **2.1 Introduction**

La modélisation d'un système consiste à représenter mathématiquement le système physique afin de pouvoir mieux l'étudier. En d'autres mots, le modèle mathématique du système nous donne la connaissance pour la simulation du système physique.

Dans ce mémoire, il est question de simuler la commande d'un système électrohydraulique. Pour cela, il est primordial de trouver un modèle mathématique qui représente le plus possible le système réel. Nous allons donc développer dans ce chapitre le modèle mathématique du système représenté par le banc d'essai du LITP à partir des paramètres réels de ce dernier.

##### **2.1.1 Composition du système électrohydraulique du LITP**

Le système électrohydraulique du LITP étudié dans ce mémoire est représenté à la figure 2.1. Il est constitué de :

- Un moteur électrique qui entraîne la pompe.
- Une pompe qui aspire de l'huile contenu dans le réservoir pour l'emmener dans le système.
- Un limiteur de pression servant à fixer la pression de service dans les systèmes.
- Un accumulateur hydraulique qui a pour but de recevoir un volume de liquide sous pression et de le restituer en cas de besoin.
- Deux servovalves qui sont des composantes actives; l'un distribuant le flux d'énergie vers le moteur hydraulique pour le faire démarrer, l'arrêter ou inverser son sens de rotation, l'autre distribuant le flux d'énergie vers le deuxième moteur servant de charge.

- Deux moteurs hydrauliques (l'un principal et l'autre pour la charge) transmettant le couple suivant un mouvement de rotation. Ils transforment l'énergie hydraulique en énergie mécanique.



**Figure 2.1 Composition du système électrohydraulique du LITP**

## 2.2 Modélisation de la servovalve

Une servovalve électrohydraulique est un organe de contrôle proportionnel d'un débit et /ou d'une pression hydraulique par un signal électrique de commande Faisandier et Blot (1999).

Lorsque les bobines de la servovalve sont soumises au courant électrique de commande, le champ magnétique déplace le tiroir, ce déplacement provoque alors le débit d'huile dans les orifices de la servovalve. Soit:

$$Q(s) = \frac{KI(s)}{1 + \tau s} \quad (2.1)$$

alors le déplacement du tiroir est proportionnel au courant d'entrée Faisandier et Blot (1999). L'équation de la dynamique du mouvement du tiroir d'une servovalve peut être approximé par un système de premier ordre. D'après la figure 2.2, la réponse en fréquence d'une servovalve MOOG a été comparée à la réponse en fréquence d'un système de premier ordre. On remarque que pour un signal de fréquence inférieure ou égale à 50Hz, la servovalve se comporte comme une fonction de premier ordre.

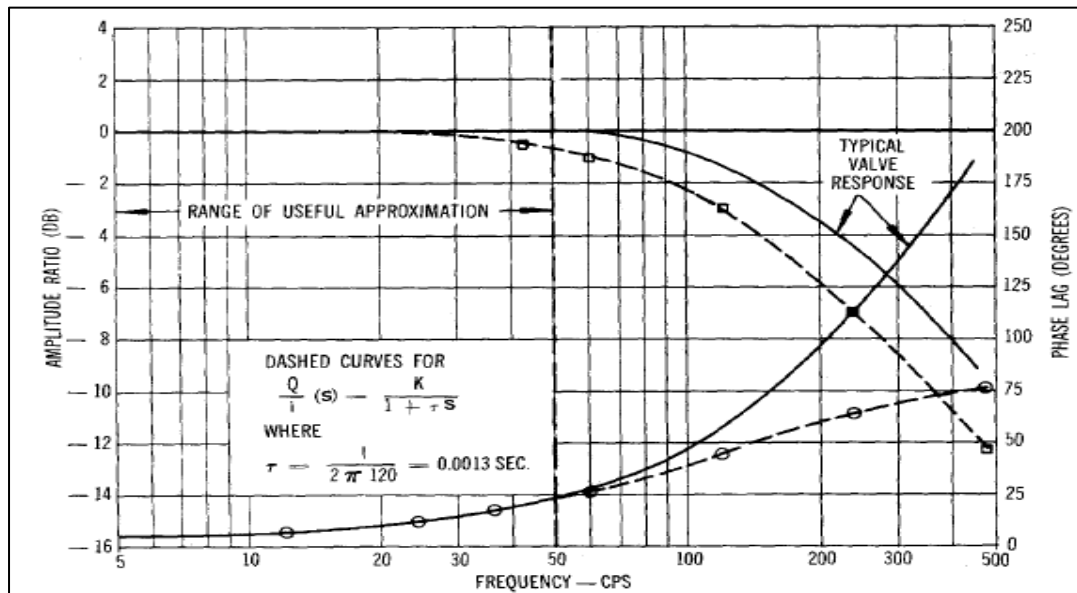


**Figure 2.2 Réponse en fréquence de la dynamique d'une servovalve.**  
Tirée de (THAYER december 1958 rev 1965).

De même si la bobine de la servovalve est commandée par une tension  $U$  l'équation 2.1 devient alors

$$\frac{Q}{U} = K_s \frac{1}{1 + \tau_s} \quad (2.2)$$

Puis en croisant de part et d'autres les termes de l'équation nous obtenons:

$$Q + Q \tau_s = K_s U$$

Soit  $w$  (en m) représentant le gradient d'ouverture du tiroir de la servovalve.

$$w = \frac{A_o}{x_v} \quad (2.3)$$

En analysant la figure 2.3, on remarque que le débit à la sortie est proportionnel à l'aire de l'ouverture de passage  $A_o$  (en  $m^2$ ).

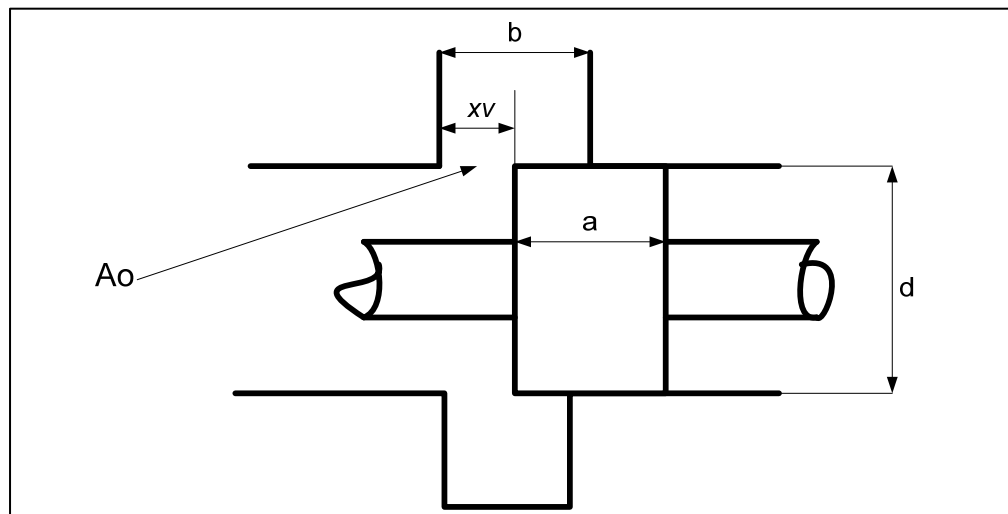


**Figure 2.3 Déplacement d'un tiroir de servovalve.**

De cette figure nous tirons les équations suivantes:

$$A_0 = \pi \times d \times x_v$$

$$\frac{A_0}{x_v} = \pi \times d = cste = w \quad (2.4)$$

Et nous remarquons que le débit dans la charge est proportionnel à l'ouverture du tiroir ceci se traduit par :

$$\frac{Q_L}{x_v} = \frac{A_o}{x_v}$$

Nous pouvons donc déduire de (2.2) l'équation suivante:

$$\frac{Q}{U} = K_s \frac{1}{1 + \tau s}$$

$$A_o + A_o \tau s = K_s U \quad (2.5)$$

$$A_o + A'_o \tau = K_s U$$

Avec :

- Q représente le débit à la sortie, l/sec.
- I représente le courant à l'entrée, en ampère.
- U représente la tension à l'entrée, en volt.
- $K_s$  représente le gain de la servovalve, en litre/sec/Amp ou  $\text{cm}^3/\text{sec}/\text{volt}$ .
- $\tau$  représente la constance de temps de la servovalve, en sec.

Le gain de la servovalve  $K_s$  correspond au rapport du déplacement du tiroir de la servovalve pour une tension donnée appliqué à une de ses bobines. Les servovalves utilisées sont de la famille Moog 760-103A et leur gain est de  $0.039\text{cm}^2/\text{V}$ .

### 2.3 Mise en équation des débits dans une servovalve

La modélisation est inspirée du modèle de (Merritt (1967)). Les hypothèses suivantes seront considérées pour le modèle de servovalve représenté à la figure 2.4:

- La servovalve est idéale.
- Les fuites sont négligeables dans la servovalve.
- Le tiroir est à recouvrement nul ou critique.
- Les orifices sont symétriques et coïncident.

➤ Les orifices  $A_1=A_3$  et  $A_2=A_4$ .

Les orifices  $A_1$  et  $A_3$  sont les orifices à l'admission, alors que  $A_2$  et  $A_4$  sont des orifices à la sortie.

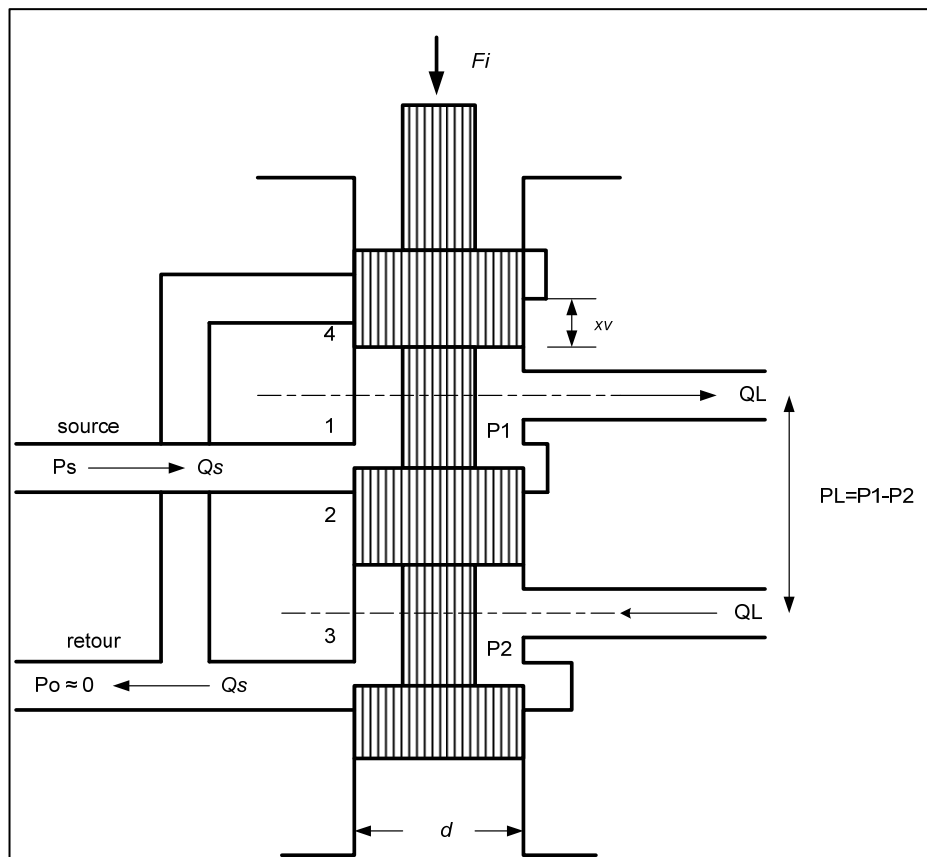


**Figure 2.4 Représentation du tiroir d'une servovalve 4 orifices et 3 positions.**

Considérons la servovalve 4/3 représenté à la figure 2.4, les quatre orifices sont analogues à un pont de Wheatstone (Figure 2.5). Et cette analogie est très utile pour visualiser le fonctionnement de la servovalve (Merritt (1967)).

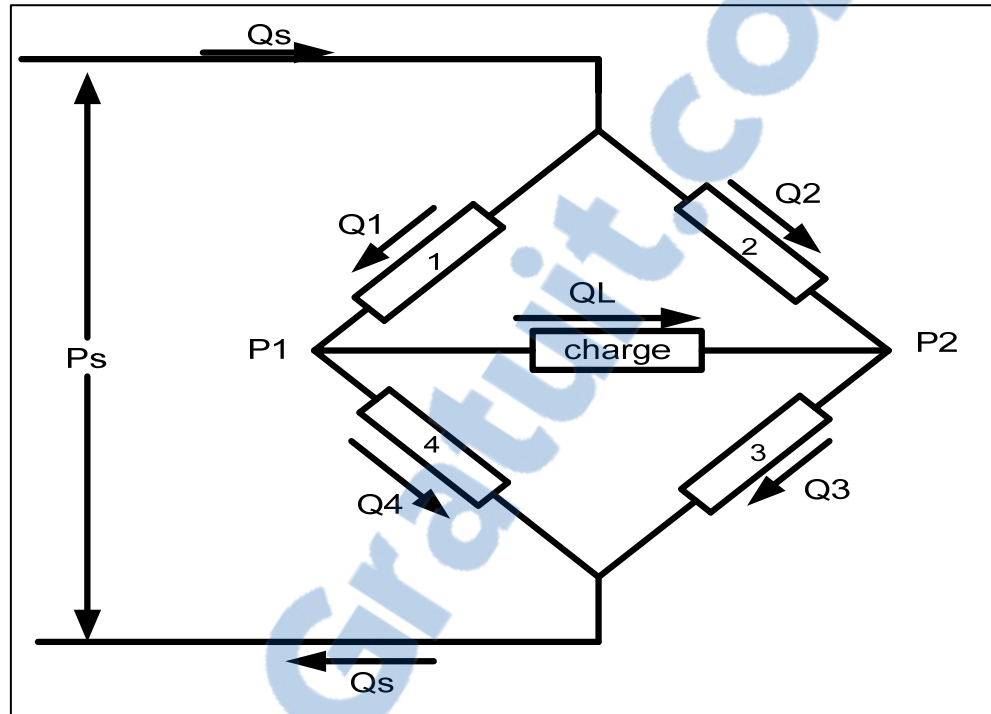


**Figure 2.5 Représentation du tiroir par pont de Wheatstone.**

Étant donné que nous nous intéressons aux caractéristiques statiques, la compressibilité du liquide est négligeable. Les équations de continuité dans les deux chambres de la servovalve sont :

$$Q_L = Q_1 - Q_4 \quad (2.6)$$

$$Q_L = Q_3 - Q_2 \quad (2.7)$$

où  $Q_L$  représente le débit du fluide à la charge.

A partir de la figure 2.4 nous pouvons tirer les équations suivantes:

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (2.8)$$

Et

$$P_s = P_1 + P_2 \quad (2.9)$$

En combinant les équations (2.8) et (2.9), nous obtenons les équations suivantes

$$P_1 = \frac{P_s + P_L}{2} \quad (2.10)$$

Et

$$P_2 = \frac{P_s - P_L}{2} \quad (2.11)$$

$P_L$  représente la chute de pression à travers la charge.

Les débits à travers les orifices de la servovalve sont décrits par les équations suivantes :

$$Q_1 = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times (P_s - P_1)} \quad (2.12)$$

$$Q_2 = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times (P_s - P_2)} \quad (2.13)$$

$$Q_3 = C_d A_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times P_2} \quad (2.14)$$

$$Q_4 = C_d A_4 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times P_1} \quad (2.15)$$

La pression à la ligne de retour  $P_0$  est négligeable parce qu'elle est très souvent plus petite que les autres pressions du système (Merritt (1967)). En remplaçant (2.10) et (2.12) dans (2.6) nous obtenons :

$$Q_L = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} \left( \frac{P_s - P_L}{2} \right)} \quad \text{pour } x_v > 0 \quad (2.16)$$

L'équation (2.7) sera traitée de façon similaire. Pour un déplacement négatif de la servovalve  $x_v < 0$ ,  $Q_L = -Q_4$  et en remplaçant (2.11) et (2.13) dans (2.7) nous obtenons:

$$-Q_L = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \left( \frac{P_s + P_L}{2} \right)} \quad \text{pour } x_v < 0 \quad (2.17)$$

Les équations (2.16) et (2.17) peuvent être combinées en une seule équation pour les deux déplacements du tiroir. Ce qui donne :

$$Q_L = C_d |A_1| \frac{x_v}{|x_v|} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( P_s \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right)} \quad (2.18)$$

Nous avons la forme générale de l'équation du débit de pression d'une servovalve idéale à tiroir à recouvrement critique avec des orifices qui coïncident et symétriques.

A l'équation (2.3) nous avons trouvé  $w$  représente le gradient d'ouverture du tiroir de la servovalve. En le remplaçant dans (2.18) nous aurons :

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( P_s - \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right)} \quad (2.19)$$

Étant donné que

$$\text{sign}(x_v) = \frac{x_v}{|x_v|} \quad (2.20)$$

Alors l'équation peut être réécrite

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - \text{sign}(x_v) P_L)} \quad (2.21)$$

### 2.3.1 Modélisation couplage servovalve moteur hydraulique

La modélisation est inspirée du modèle de (Merritt (1967)) La modélisation s'effectue sur les hypothèses suivantes:

- la pression dans chaque chambre est identique en tout point.
- la vitesse du liquide dans les chambres du moteur est réduite au point que les pertes mineures sont négligeables.
- la température et la densité du liquide sont constantes

Si nous appliquons l'équation de continuité suivante :

$$\Sigma Q_{in} - \Sigma Q_{out} = \frac{dV_o}{dt} + \frac{V_o}{\beta} \frac{dP}{dt} \quad (2.22)$$

Avec :

$V_o$  correspond au volume moyen du liquide dans une chambre du moteur

$\beta$  correspond à la compressibilité du fluide

$p$  correspond à la pression du fluide.

À chaque chambre du moteur nous aurons :

$$Q_1 - C_{im}(P_1 - P_2) - C_{em}P_1 = \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\beta_e} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.23)$$

Et

$$-Q_2 + C_{im}(P_1 - P_2) - C_{em}P_2 = \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\beta_e} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.24)$$

Où :

$C_{im}$  représente la fuite interne du moteur en  $\text{cm}^3/\text{sec}/\text{bar}$

$C_{em}$  représente la fuite externe du moteur en  $\text{cm}^3/\text{sec}/\text{bar}$

$\beta_e$  représente la compressibilité du système en bar

$V_1$  représente le volume dans la chambre directe en  $\text{cm}^3$

$V_2$  représente le volume dans la chambre de retour en  $\text{cm}^3$

T représente le temps, en seconde

D'autre part, nous avons le débit dans la charge :

$$Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (2.25)$$

La différence de pression dans la charge

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (2.26)$$

$V_t$  est volume total des deux chambres en  $\text{cm}^3$

$$V_t = V_1 + V_2 = 2V_0 \quad (2.27)$$

$$\frac{dV_1}{dt} = -\frac{dV_2}{dt} = D_m \frac{d\theta_m}{dt} \quad (2.28)$$

Avec :

$\theta_m$  représente la position angulaire de l'arbre du moteur en rad

$D_m$  représente la cylindrée du moteur en  $\text{cm}^3/\text{rad}$

En substituant 2.25 et 2.28 dans 2.23 et 2.24 et en les additionnant, nous trouvons :

$$Q_L = D_m \frac{d\theta_m}{dt} + (C_{im} + \frac{C_{em}}{2}) \times (P_1 - P_2) + \frac{V_0}{2\beta_e} \times \frac{d(P_1 - P_2)}{dt} \quad (2.29)$$

Par ailleurs, nous avons

$$C_{tm} = C_{im} + \frac{C_{em}}{2}; V_0 = \frac{V_t}{2}; P_L = P_1 - P_2$$

Ce qui implique que

$$\begin{aligned} Q_L &= D_m \frac{d\theta_m}{dt} + C_{tm} \times P_L + \frac{V_0}{2\beta_e} \times \frac{d(P_1 - P_2)}{dt} \\ Q_L &= D_m \frac{d\theta_m}{dt} + C_{tm} \times P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \times \frac{d(P_L)}{dt} \\ Q_L &= D_m \theta'_m + C_{tm} \times P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \times P'_L \end{aligned} \quad (2.30)$$

## 2.4 Modélisation du moteur hydraulique et du couple de sortie de l'arbre

Le schéma de la figure 2.6 nous montre la liaison entre l'arbre du moteur et la charge entraînée

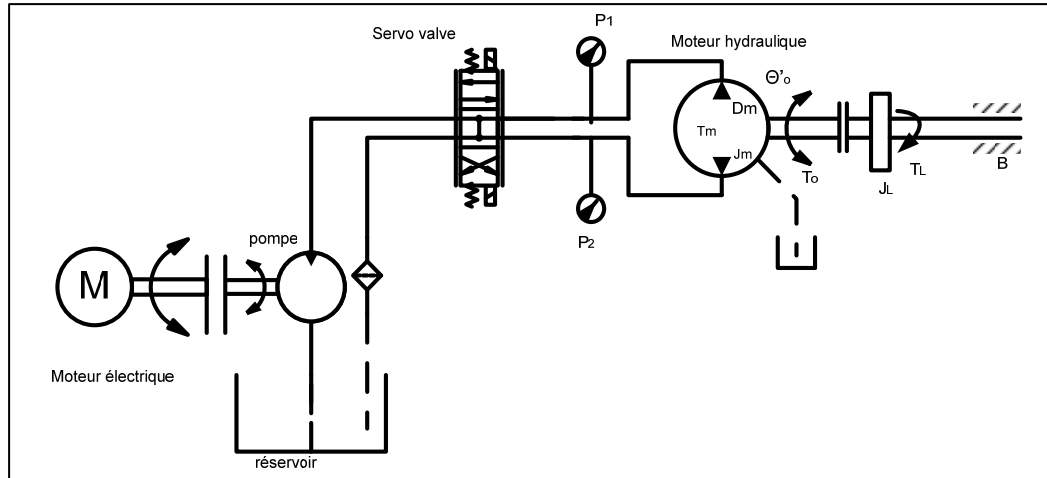


**Figure 2.6 Schéma de modélisation du couple de sortie du moteur hydraulique.**

L'énergie cinétique développée dans le moteur hydraulique de la figure 2.6 à la vitesse  $\omega_m$  est :

$$W_{cin} = \frac{1}{2} J \omega_m^2 \quad (2.31)$$

Où J représente le moment d'inertie en  $\text{kg.m}^2$  et l'équation du couple d'accélération est donnée par:

$$T_{accel} = \frac{1}{\omega_m} \times \frac{d}{dt} W_{cin} = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad \text{en N.m} \quad (2.32)$$

Le couple hydraulique développé dans le moteur est :

$$T_m = D_m (P_1 - P_2) \quad (2.33)$$

En négligeant le couple de friction du moteur hydraulique, le couple d'accélération du moteur hydraulique est donné par l'équation de la deuxième loi de newton :

$$\sum T_{ext} = J \frac{dw}{dt} \quad (2.34)$$

D'où

$$J \frac{dw}{dt} = D_m (P_1 - P_2) - B_w - T_L \quad (2.35)$$

En divisant les deux membres de l'équation par J, nous avons

$$\frac{dw}{dt} = \frac{D_m}{J} (P_L) - \frac{B_w}{J} - \frac{T_L}{J} \quad (2.36)$$

#### 2.4.1 Étude de la fonction sigmoïde

L'une des méthodes les plus connues pour modéliser la discontinuité engendrée par le changement de signe de la servovalve est de remplacer la fonction sign (x) par la fonction sigmoïde(x). Avec cette fonction nous résolvons aussi le problème de non différentiation de la fonction sign (x).

La fonction sigmoïde est définie par :

$$sigm(x) = \frac{1 - e^{-ax}}{1 + e^{-ax}} \quad (2.37)$$

Sa dérivée est donnée par:

$$\frac{dsigm(x)}{dx} = \frac{2ae^{-ax}}{(1 + e^{-ax})^2} \quad (2.38)$$

La figure 2.7 est la représentation de la fonction sigmoïde(x) pour les valeurs de x variant de [-20 à 20] avec les différentes valeurs de a.

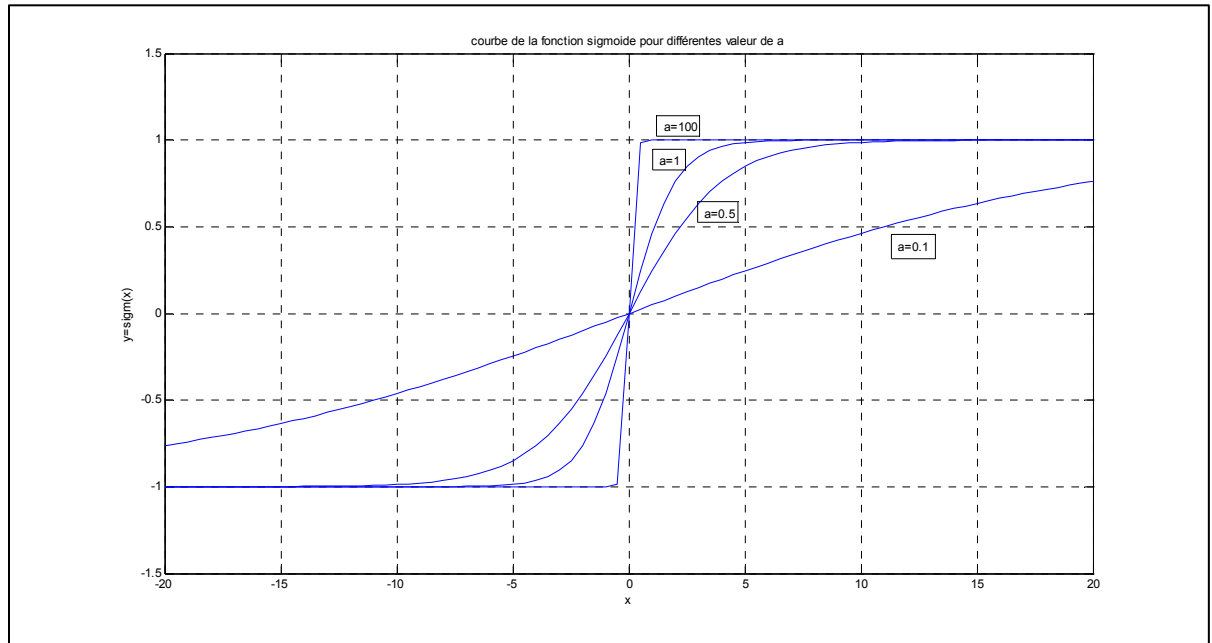


**Figure 2.7 Fonction Sigm(x) pour différentes valeurs de a.**

À partir de l'équation ci-dessus, nous constatons que la fonction sigmoïde est une fonction continu et différentiable et ayant les propriétés suivantes :

$$\text{sigm}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } ax \rightarrow \infty \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } ax \rightarrow -\infty \end{cases}, \text{ avec } a > 0 \quad (2.39)$$

Nous avons choisi a égale à 100 comme pente dans le but d'approximer la fonction sign(x) et de nous rapprocher de la réalité.

## 2.4.2 Représentation dans l'espace d'état

Les techniques de commande moderne telles que le réglage d'état, la commande optimale, la commande adaptative, etc. reposent généralement sur la représentation dans l'espace d'état.

Une représentation d'état permet de modéliser un système dynamique sous forme matricielle en utilisant des variables d'état. Il s'agit d'un outil mathématique qui permet la représentation des systèmes multi variables aussi bien que les systèmes mono-variable (Dessaint (2001)). Le modèle d'état consiste en un ensemble d'équations différentielles du premier ordre (équation d'état). Ces séries d'équations peuvent être mises sous une forme matricielle. Cette représentation matricielle est appelée représentation dans l'espace d'état. Étant donné les techniques de commande utilisées qui sont notamment la commande adaptative et le PID, nous avons choisi le modèle d'état comme le modèle mathématique adéquat pour la représentation du système.

La représentation d'état la plus générale pour les systèmes linéaires est la suivante en continue:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \quad (2.40)$$

$$Y(t) = CX(t) + D(t) \quad (2.41)$$

$X \in \mathbb{R}^n$  : vecteur qui représente les n variables d'état

$Y \in \mathbb{R}^Q$ : vecteur qui représente les q mesures

$U \in \mathbb{R}^P$ : vecteur qui représente les p commandes

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ : Matrice de dynamique

$B \in \mathbb{R}^{n \times P}$ : Matrice de commande

$C \in \mathbb{R}^{q \times n}$  : Matrice d'observation

$D \in \mathbb{R}^{q \times P}$ : Matrice d'action directe

Les variables d'état d'un système sont des grandeurs physiques continues de ce système. Les différentes variables d'états que nous allons mesurer dans notre système sont les suivantes :

- La position angulaire de l'arbre du moteur ( $x_1 = \theta$ )
- La vitesse angulaire de l'arbre du moteur ( $x_2 = \dot{x}_1 = \omega$ )
- la différence de pression dans le système ( $x_3 = P_L = P_1 - P_2$ )
- L'aire d'ouverture du tiroir de la servovalve ( $x_4 = A_0$ )

En reprenant l'équation (2.5) et en isolant  $A_0'$  nous avons :

$$A_0' = \frac{K_s}{\tau_v} U - \frac{A_o}{\tau_v}$$

Étant donné que  $x_4 = A_0$  nous pouvons déduire que:

$$\dot{x}_4 = \frac{K_s}{\tau_v} U - \frac{A_o}{\tau_v}$$

Ce qui nous donne aussi

$$\dot{x}_4 = -r_a * x_4 + r_b * u \quad (2.42)$$

Avec

$$r_a = \frac{1}{\tau_v} \text{ et } r_b = \frac{K_s}{\tau_v}$$

En reprenant l'équation 2.34 et en isolant le volume et la pression nous avons:

$$Q_L = D_m \theta_m' + C_{tm} \times P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \times P_L'$$

$$Q_L - D_m \theta_m' - C_{tm} \times P_L = + \frac{V_t}{4\beta_e} \times P_L'$$

Par ailleurs nous avons aussi

$$V_t = 2V \text{ et } Q_L = c_d A_v * \sqrt{\frac{P_s - \text{sign}(A_v) * P_L}{\rho}} - D_m \theta' - C_L P_L \quad (2.43)$$

$$P_L' = \frac{2\beta_e c_d A_v}{V} * \sqrt{\frac{P_s - \text{sign}(A_v) * P_L}{\rho}} - \frac{2\beta_e D_m \theta'}{V} - \frac{2\beta_e C_L P_L}{V}$$

En remplaçant  $V_t$ ,  $Q_L$  et la fonction  $\text{sign}(A_v)$  par sigmoïde(x) dans l'équation ci-dessus nous obtenons:

$$\dot{x}_3 = P_a x_4 \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} - P_b x_3 - P_c x_2 \quad (2.44)$$

Avec:

$$P_a = \frac{2\beta_e c_d}{V\sqrt{\rho}} \quad , \quad P_b = \frac{2\beta_e c_L}{V} \quad , \quad P_c = \frac{2\beta_e D_m}{V}$$

En reprenant l'équation (2.36), nous avons :

$$\frac{dw}{dt} = \frac{D_m}{J}(P_L) - \frac{B\omega}{J} - \frac{T_L}{J}$$

Soit

$$\frac{dw}{dt} = \frac{D_m}{J}(P_L) - \frac{B}{J}\theta' - \frac{T_L}{J}$$

Ce qui implique

$$\dot{x}_2 = w_a x_3 - w_b x_2 - w_c \quad (2.45)$$

Avec

$$w_a = \frac{D_m}{J}, \quad w_b = \frac{B}{J}, \quad w_c = \frac{T_L}{J}$$

Et finalement nous pouvons utiliser la relation liant la position angulaire à la vitesse angulaire qui nous donne :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.46)$$

Avec ces quatre équations différentielles, nous déduisons le modèle d'état de notre système qui est donc :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ w_a x_3 - w_b x_2 - w_c \\ p_a x_4 \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} - p_b x_3 - p_c x_2 \\ -r_a x_4 + r_b u \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

En le mettant sous forme matricielle, nous trouvons:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -w_b & w_a & 0 \\ 0 & -P_c & -P_b & p_a \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} \\ 0 & 0 & 0 & -r_a \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ r_b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ w_c \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

Les variables d'état sont les suivantes:

$$x_1 = \theta, \quad x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta}, \quad x_3 = P_L, \quad x_4 = A_0$$

Et les variables d'entrées sont:

$$u_1 = u$$

$$u_2 = w_c$$

Nous trouvons donc les matrices d'état suivantes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -w_b & w_a & 0 \\ 0 & -P_c & -P_b & p_a \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} \\ 0 & 0 & 0 & -r_a \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ r_b & 0 \end{pmatrix}$$

## 2.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de modéliser le système étudié. Nous avons à partir de la représentation dans l'espace d'état, estimé les variables d'états du système. Cela va sans dire que vu la structure de ces variables que le système étudié est un système non-linéaire. Nous allons par la suite linéariser le système autour d'un point de fonctionnement afin de trouver le modèle linéaire. Nous développerons par la suite un contrôleur linéaire.

## CHAPITRE 3

### COMMANDE LINÉAIRE

#### 3.1 Introduction

Après avoir développé le modèle mathématique de notre système, nous allons maintenant procéder à son asservissement. Dans ce chapitre nous nous attarderons sur le contrôleur linéaire classique, le contrôleur PID (proportionnel intégral et dérivé). Nous utiliserons deux méthodes de réglage: le réglage par placement de pôles et le réglage par Ziegler Nichols. La particularité du contrôleur est qu'il est facile à implémenter, et il se retrouve dans plus de 90% des systèmes contrôlés en industrie. Étant donné que notre système comporte une non-linéarité, nous serons donc contraints de linéariser le système autour d'un point de fonctionnement. Les applications du PID sont nombreuses et variées. Ce régulateur est très utilisé en commande des procédés industriels: contrôle de température, de niveau, de pression et de vitesse de différents systèmes dynamiques. On les retrouve notamment dans le domaine de l'aéronautique, l'automobile, la robotique pour ne citer que ceux là. Il sera donc important pour nous de le présenter dans ce mémoire.

#### 3.2 Objectifs d'un asservissement électrohydraulique

La régulation d'un procédé industriel est l'ensemble des moyens matériels et techniques mis en œuvre pour maintenir une grandeur physique (température, vitesse, pression, ..), égale à une valeur désirée appelée consigne Zelazny et al. (1993). Le but de la régulation est de maintenir l'état de la sortie égale à la référence et ce malgré les changements (perturbations extérieures).

Soit la figure 3.1 représentant le contrôle de la vitesse angulaire d'un moteur hydraulique. Ce type de régulation est à action inverse. Le tachymètre qui est monté sur l'arbre du moteur, mesure la vitesse du moteur à la sortie, la convertit en une constante en fonction de son gain. Cette valeur est par la suite comparée à la consigne. S'il y a erreur, le contrôleur génère un

signal (courant) à la servovalve. Nous avons vu au chapitre 2 précédent que le déplacement du tiroir et le débit du fluide dans la servovalve étaient proportionnels au courant appliqué sur les bobines de la servovalve. Ce courant par son intensité fera augmenter ou réduire le débit du fluide et par la suite ramener le système dans un état stable.

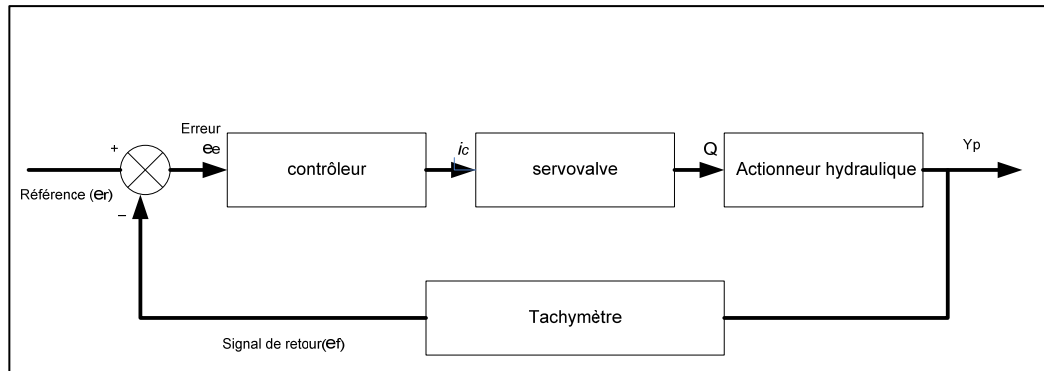


**Figure 3.1 Synoptique de l'asservissement électrohydraulique.**

### 3.3 Linéarisation du modèle électrohydraulique

La linéarisation consiste à transformer une équation non-linéaire en une équation linéaire applicable autour d'un point d'opération donné. En automatisation, les opérations de régulation des systèmes sont en général, effectuées autour d'un point d'équilibre. Le principe de linéarisation repose sur le développement en série de Taylor de la fonction non-linéaire dans l'intervalle d'étude proposée Bensoussan (2008). Le développement en série de Taylor d'une fonction  $y = f(x)$  autour du point d'équilibre  $x = x_0$  s'écrit :

$$y = f(x_0) + \frac{(x - x_0)}{1!} \left( \frac{dy}{dx} \Big|_{x=x_0} \right) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} \left( \frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=x_0} \right) + \dots \quad (3.1)$$

Si la variation  $x - x_0$  est petite, alors on peut négliger les termes  $(x - x_0)^n$  lorsque  $n$  est supérieur à 1. Ce qui donne une relation linéaire entre les variables  $y$  et  $x$ .

$$y = f(x_0) + K(x - x_0). \quad (3.2)$$

Avec

$$K = \left( \frac{dy}{dx} \Big|_{x=x_0} \right) \quad (3.3)$$

Soit le système décrit par le système d'équations différentielles non-linéaires :

$x' = f(x, u)$  où  $x$  et  $f$  sont des vecteurs de dimension  $n \times 1$ , et  $u$  est un vecteur de dimension  $m \times 1$ . Les vecteurs  $x$  et  $u$  peuvent être décomposés comme suit :

$$x = x_o + \Delta_x \quad (3.4)$$

$$u = u_o + \Delta_u \quad (3.5)$$

Les valeurs  $x_o$  et  $u_o$  étant des valeurs opérationnelles nominales vérifiant  $x'_o = f'(x_o, u_o)$

Les grandeurs  $\Delta_x$  et  $\Delta_u$  représentent les variations respectives des vecteurs  $x$  et  $u$  autour des valeurs nominales  $x_o$  et  $u_o$ . Si les grandeurs  $\Delta_x$  et  $\Delta_u$  sont suffisamment petites, l'on peut procéder à l'approximation suivante (Bensoussan (2008)):

$$\begin{aligned} f_i(x_o + \Delta_x, u_o + \Delta_u) = f_i(x_o, u_o) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Big|_{x_o, u_o} \Delta x_1 + \frac{\partial f_i}{\partial x_2} \Big|_{x_o, u_o} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Big|_{x_o, u_o} \Delta x_n \\ + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Big|_{x_o, u_o} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_m} \Big|_{x_o, u_o} \Delta u_m \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dans cette expression les termes comprenant les puissances de  $\Delta x_i, i=1, \dots, n$  ou de  $\Delta u_j, j=1, \dots, m$ , sont négligés.

Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned}\Delta x' &= x' - x'_0 \\ \Delta x' &= f(x_o + \Delta x, u_o + \Delta u) - f(x_o, u_o) \\ &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_o, u_o} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x_o, u_o} \Delta u\end{aligned}$$

avec

$$A_j = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{x_o, u_o} \quad (3.7)$$

et

$$B_j = \frac{\partial f}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix}_{x_o, u_o} \quad (3.8)$$

Les matrices  $A_j$  et  $B_j$  sont dénommées les Jacobéennes de la fonction  $f$  par rapport aux variables  $x$  et  $u$  respectivement. Elles sont évaluées au point d'équilibre  $x_o$  et  $u_o$ , elles sont de dimension  $(n, n)$  et  $(n, m)$  et peuvent servir à représenter la dynamique des perturbations autour des valeurs nominales comme suit :

$$\Delta x' = A_f \Delta_x + B_f \Delta_u \quad (3.9)$$

À partir du modèle d'état défini au chapitre 2, nous remarquons que le système contient une non-linéarité; ceci s'observe par la racine carrée au niveau de l'équation 3.10.

$$\dot{x}_3 = P_a x_4 \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} - P_b x_3 - P_c x_2 \quad (3.10)$$

D'où la nécessité de linéariser le système. Nous allons donc commencer par définir les points d'opération de notre système. Nous les appellerons :  $x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{04}$ .

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ w_a x_3 - w_b x_2 - w_c \\ p_a x_4 \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} - p_b x_3 - p_c x_2 \\ -r_a x_4 + r_b u \end{bmatrix} \bigg|_{\substack{x_1=x_{01} \\ x_2=x_{02} \\ x_3=x_{03} \\ x_4=x_{04}}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Les points d'opération autour duquel on linéarise le système sont les points atteints par le système en régime permanent donc :

$$x_{\text{point d'opération}} = x_0 = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ x_{03} \\ x_{04} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.12)$$

Nous allons calculer la matrice jacobéenne en termes de  $x$  et de  $u$ . Le système non-linéaire peut se linéariser selon les équations suivantes :

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{x_1=x_{01}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_2=x_{02}=0} = 1, \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right|_{x_3=x_{03}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \right|_{x_4=x_{04}=0} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{x_1=x_{01}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{x_2=x_{02}=0} = -wb, \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \right|_{x_3=x_{03}=0} = wa, \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \right|_{x_4=x_{04}=0} = 0,$$

Nous considérons que la charge du système est nulle ce qui implique que  $w_c = T_L = 0$ .

Par ailleurs:

$$w_a = \frac{Dm}{J}, \quad w_c = \frac{T_L}{J}, \quad w_b = \frac{\beta}{J}$$

$$\left. \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \right|_{x_2=x_{02}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \right|_{x_3=x_{03}=0} = -Pc, \quad \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \right|_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = -Pb - \frac{P_a x_4}{2} * \frac{-\text{sign}x_4}{\sqrt{Ps - x_3 \text{sign}(x_4)}}$$

Et nous avons par la suite:

$$\text{sigmx}(x) = \frac{1 - e^{-ax}}{1 + e^{-ax}},$$

$$\frac{d(\text{sigmx}(x))}{dx} = \frac{2ae^{-ax}}{(1 + e^{-ax})^2}$$

$$\left. \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \right|_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = -Pb - \frac{P_a x_{04}}{2} * \frac{-\frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}{\sqrt{Ps - x_{03} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}} = -Pb - \frac{P_a * 0}{2} * \frac{-\frac{0}{2}}{\sqrt{Ps - x_{03} \frac{0}{2}}} = -Pb$$

$$\left. \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \right|_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = Pax_4 \sqrt{Ps - x_{03} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}$$

D'autre part la dérivée d'un produit de deux fonctions est donnée par:

$$\frac{d(f * g)}{dx} = f' * g + g' * f$$

$$\frac{d(f)^n}{dx} = n * f' * (f)^{n-1}$$

Nous avons alors:

$$\left. \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \right|_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = P_a \sqrt{Ps - x_{03} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}} - \frac{P_a * x_{04}}{2} * \frac{x_{03} * \left( \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}} \right)}{\sqrt{Ps - x_{03} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}}$$

En l'appliquant à notre fonction, nous trouvons:

$$\left. \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \right|_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = P_a \sqrt{Ps - x_{03}} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}} - \frac{Pa * x_{04}}{2} * \frac{x_{03} * \left( \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}} \right)}{\sqrt{Ps - x_{03}} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}$$

Par la suite nous avons:

$$\left. \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \right|_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = P_a \sqrt{Ps}$$

$$\left. \frac{\partial f_4}{\partial x_1} \right|_{x_1=x_{01}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_4}{\partial x_2} \right|_{x_2=x_{02}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_4}{\partial x_3} \right|_{x_3=x_{03}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \right|_{x_4=x_{04}=0} = -ra.$$

La matrice jacobéenne en terme de x est donnée par :

$$A_j = Jx = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{\substack{x_1=x_{01} \\ x_2=x_{02} \\ x_3=x_{03} \\ x_4=x_{04}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -wb & wa & 0 \\ 0 & -Pc & -pb & Pa * \sqrt{Ps} \\ 0 & 0 & 0 & -ra \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

La matrice jacobéenne en terme de u est donnée par :

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \right|_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \right|_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial u_1} \right|_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \right|_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = \frac{\partial}{\partial u_2} (-wbx_2 + wax_3 - wc) = -1.$$

$$\left. \frac{\partial f_3}{\partial u_1} \right|_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \right|_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = 0, \quad \left. \frac{\partial f_4}{\partial u_1} \right|_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = \frac{\partial}{\partial u_1} (-ra * x_4 + r_b u_1) = r_b, \quad \left. \frac{\partial f_4}{\partial u_2} \right|_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = 0$$

avec :

$$\begin{cases} u_1 = u \\ u_2 = T_L = wc \end{cases}$$

Ce qui nous donne finalement

$$B_j = Ju = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} \end{bmatrix}_{\substack{u_1=u_{01}=0 \\ u_2=u_{02}=0}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ rb & 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Ensuite, nous définissons la matrice Y dans le but de convertir les constantes en variables réelles pour obtenir les sorties du système.

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{v\max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{v\max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 + x_{10} \\ \Delta x_1 + x_{20} \\ \Delta x_1 + x_{30} \\ \Delta x_1 + x_{40} \end{bmatrix} \because x_{10} = x_{20} = x_{30} = x_{40} = 0$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{v\max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \end{bmatrix}$$

$$= C.\Delta X + D.U \quad (D=0)$$

$$Y = C.\Delta X + D.U \quad (D=0) \quad (3.15)$$

L'ensemble nous donne finalement:

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{v\max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Alors nous tirons aisément les matrices C et D

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 173.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.73 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.94 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les matrices  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C$  et  $D$  constituent les matrices jacobéennes d'état du système électro hydraulique. En remplaçant les valeurs des paramètres par les valeurs comprises dans le tableau des paramètres en annexe1, nous trouvons :

$$r_a = \frac{1}{\tau_v} = 100,$$

$$r_b = \frac{k}{\tau_v} = 2.65,$$

$$P_a \sqrt{P_s} = \frac{2\beta c d}{V \sqrt{\rho}} = 2.6 \cdot 10^9,$$

$$p_b = \frac{2\beta c_L}{V} = 4.51811,$$

$$p_c = \frac{2\beta D m}{V} = 32.0375,$$



Nous procédons donc à la linéarisation du système, et à partir des paramètres du système en annexe 1, nous trouvons les matrices d'état [A, B, C, D] suivantes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 173.4522 & 0 & 0 \\ 0 & -15.888 & 29.2527 & 0 \\ 0 & -657.4511 & -10.6840 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 2.65 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 173.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.73 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.94 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Avec les matrices ainsi trouvées nous pouvons déterminer les fonctions de transfert pour chacune des sorties.

### 3.4 Détermination de la fonction de transfert pour chaque sortie

- Pour le contrôle en position angulaire du moteur hydraulique, la fonction de transfert obtenue est la suivante:

$$G1(s) = \frac{3.3359 \cdot 10^7}{100s^3 + 22100s^2 + 1.9402 \cdot 10^6 s} \quad (3.16)$$

- Pour le contrôle en vitesse du moteur hydraulique, la fonction de transfert obtenue est la suivante:

$$G2(s) = \frac{192 \cdot 10^3}{100s^2 + 22100s + 1.9402 \cdot 10^6} \quad (3.17)$$

- Pour le contrôle de différence de pression à l'intérieur du moteur hydraulique, la fonction de transfert obtenue est la suivante:

$$G3(s) = \frac{7 \cdot 10^3 s + 104 \cdot 10^3}{100 s^2 + 22100 s + 1.9402 \cdot 10^6} \quad (3.18)$$

Avec les fonctions de transfert ainsi trouvées, nous allons déterminer les paramètres du contrôleur PID.

### 3.5 Détermination des paramètres du PID en sortie position angulaire

Dans cette section nous allons déterminer les paramètres du régulateur par la technique de Ziegler nichols, et par la suite nous procéderons à la simulation.

#### 3.5.1 Pôles du système en boucle fermé

Soit le schéma de figure 3.3 représentant l'asservissement en position angulaire par le contrôleur PID:

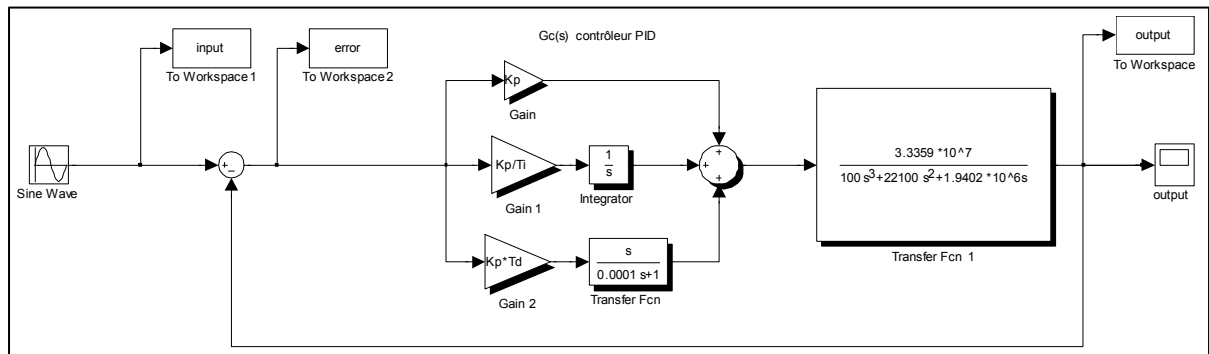


**Figure 3.3 Contrôleur PID en position angulaire.**

Soit  $P1 = [100 \ 22100 \ 1994020 \ 0]$  les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée. Les racines de  $P1$  constituent les pôles du système en boucle fermée. Nous avons donc:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -1.1052 + 0.8792i \\ -1.105 - 0.8792i \end{bmatrix}$$

Le système est à la limite de la stabilité à cause de la racine nulle. Pour cela nous allons déterminer les valeurs de  $K_p$ ,  $T_i$  et  $T_d$  nous permettant de stabiliser le système en contrôle de position angulaire. Nous utilisons la deuxième méthode de Ziegler Nichols.

### 3.5.2 Méthode de Ziegler Nichols

Nous commençons d'abord par tracer le diagramme de Bode de  $G_1(s)$  en boucle ouverte, et par la suite nous déterminons les marges de gains et marges de phases du système analytiquement. Les valeurs ainsi trouvées sont les suivantes :

➤ Pour la marge de gain

$$G_m = 12.8536$$

Et la fréquence correspondante à cette marge de gain est :

$$W_{cp} = 12.853 \text{ rad/sec}$$

➤ Pour la marge de phase

$$P_m = 78.7973^\circ$$

Et la fréquence correspondante à cette marge de phase est :

$$W_{cg} = 17.1248 \text{ rad/sec}$$

La figure 3.4 nous donne le diagramme de Bode en boucle ouverte de la sortie en position angulaire du système étudié.

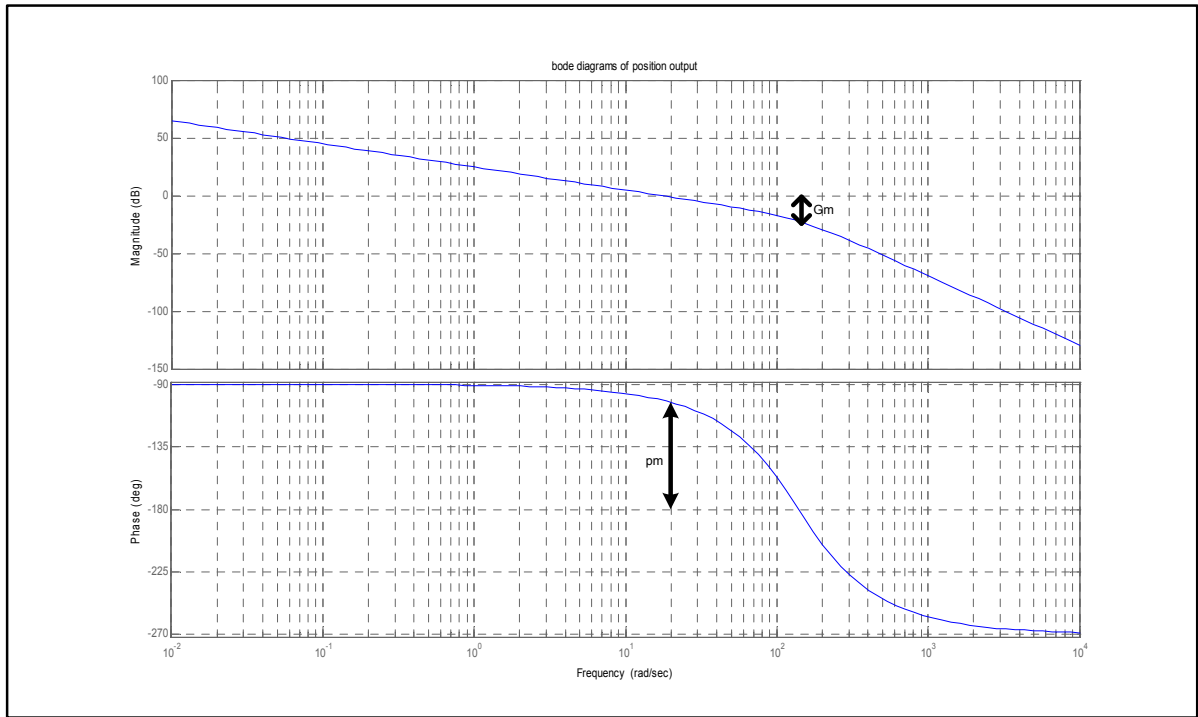


**Figure 3.4 Diagramme de bode position angulaire.**

Nous allons maintenant déterminer les paramètres du PID par la technique de Ziegler Nichols. D'après Ziegler Nichols, nous avons :

$$W_{cp} = 2 * \pi * f = \frac{2 * \pi}{P_{cr}}$$

Nous pouvons déduire la valeur de  $P_{cr}$  par:

$$P_{cr} = \frac{2 * \pi}{W_{cp}} = \frac{2 * \pi}{139.29} = 0.0450 \quad (3.19)$$

Par ailleurs

$$Gm = Kcr = 12.8536$$

Nous déduisons alors les gains du contrôleur PID par

$$Kp = 0.6 * kcr = 0.6 * 12.8536 = 7.71 \quad (3.20)$$

$$Ti = 0.5 * Pcr = 0.5 * 0.0450 = 0.0225 \quad (3.21)$$

$$Td = 0.125 * Pcr = 0.125 * 0.0450 = 0.00565 \quad (3.22)$$

Les valeurs des paramètres ainsi trouvées sont présentées dans le tableau 3.1 :

Tableau 3.1 Gains du PID position angulaire

| Les Gains du PID Sortie position angulaire |         |
|--------------------------------------------|---------|
| KP                                         | 7.71    |
| TI                                         | 0.0225  |
| TD                                         | 0.00565 |

Les paramètres du contrôleur ayant été trouvés, nous pouvons alors procéder à la simulation du système.

### 3.5.3 Résultats de la simulation en position angulaire

Toutes les simulations sont effectuées à l'aide du logiciel Matlab/Simulink. Nous utilisons trois consignes : deux consignes échelons, de valeur 1rad et 0.5 rad. Et la dernière une consigne sinus d'amplitude 1rad et de fréquence 1Hz. L'objectif est que le moteur suive un ensemble de trajectoires selon la consigne injectée à l'entrée du système.

- Consigne échelon unitaire  $R(t)=1\text{rad}$ .

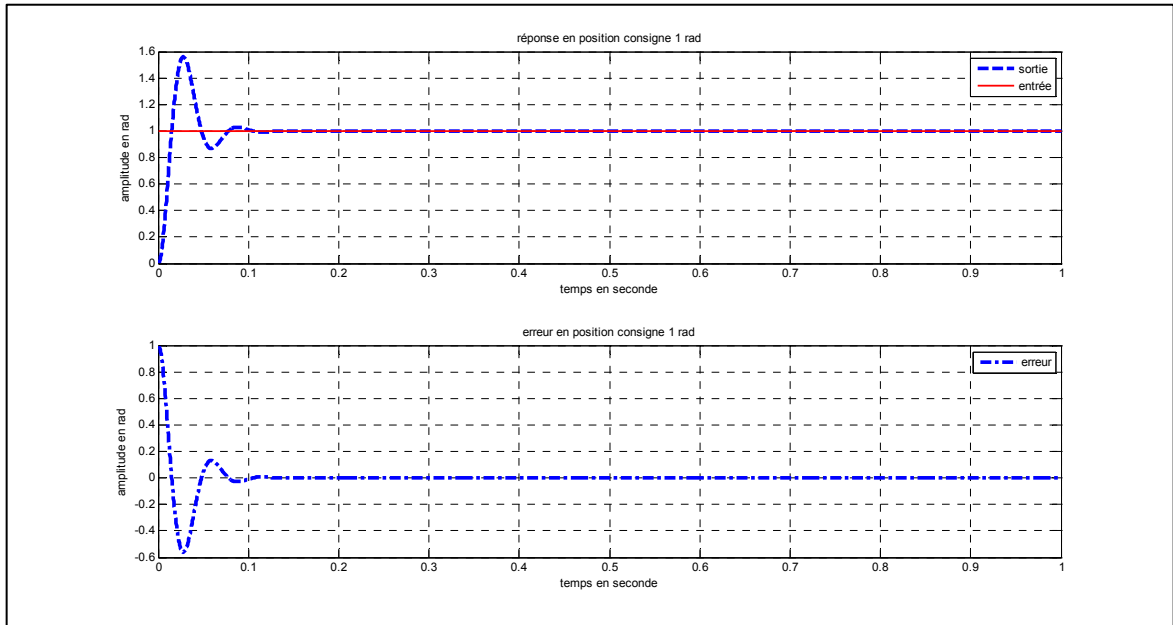


**Figure 3.5 Réponse à l'échelon unité et erreur position angulaire.**

- Consigne échelon  $R(t)=0.5\text{ rad}$

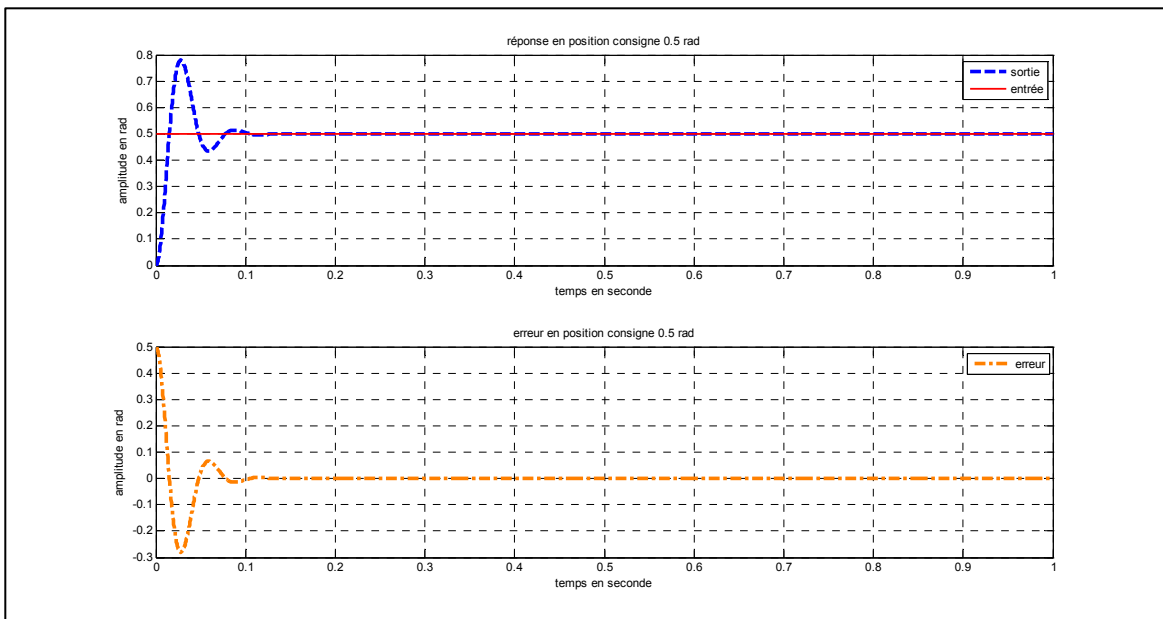


**Figure 3.6 Réponse à l'échelon 0.5rad et erreur position angulaire.**

- Consigne sinusoïdale de fréquence 1Hz et d'amplitude 1 rad

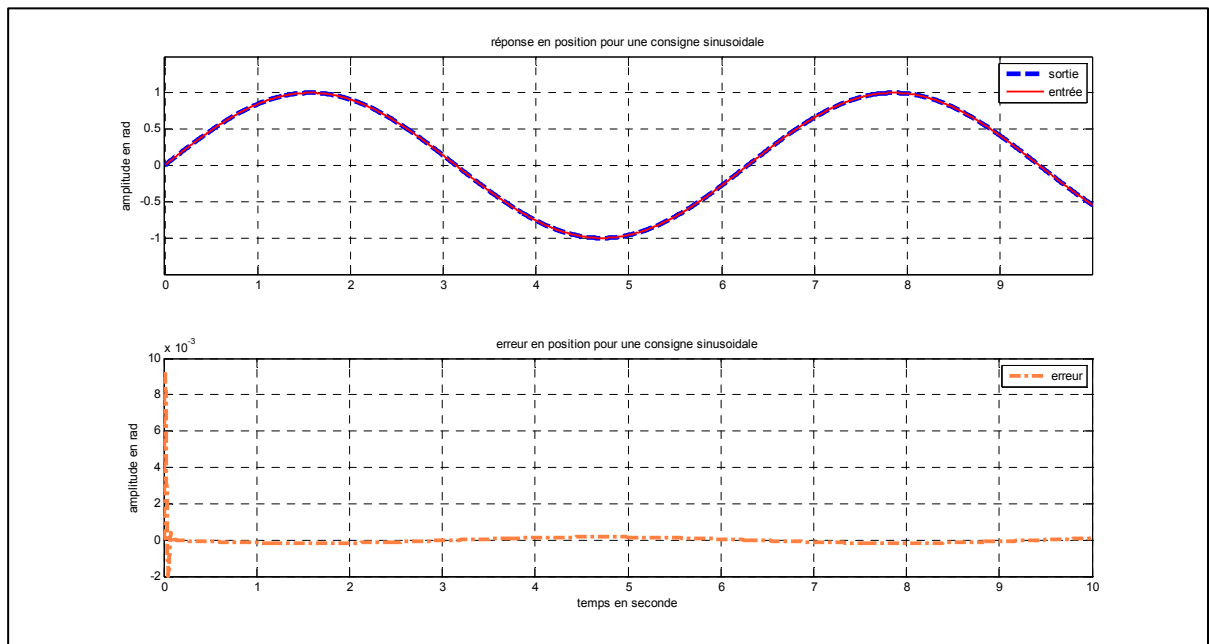


**Figure 3.7 Réponse et erreur entrée sinus 1rad position angulaire.**

Cette section nous a permis de calculer les paramètres du contrôleur PID et de le simuler. Dans la section suivante nous allons effectuer le même procédé sur la sortie en vitesse angulaire.

### 3.6 Détermination des paramètres du PID en sortie vitesse angulaire

Soit la fonction de transfert suivante :

$$G2(s) = \frac{192 \cdot 10^3}{100s^2 + 22100s + 1.9402 \cdot 10^6}$$

Les coefficients du dénominateur du système en boucle fermée sont les suivants :

$$P_2 = [100 \quad 22100 \quad 1.94028 \cdot 10^6]$$

Nous constatons que les pôles sont négatifs; donc le système est stable. Étant donné que les objectifs d'un système de contrôle sont:

- un temps de réponse le plus faible possible.
- une erreur en régime permanent nulle.

Nous allons trouver les paramètres du PID nous permettant d'atteindre ces objectifs. Nous procédons par itération et les valeurs trouvées sont représentées dans le tableau 2.

Tableau 3.2 Gains du PID vitesse angulaire

| Les Gains du PID Sortie position angulaire |         |
|--------------------------------------------|---------|
| KP                                         | 8.514   |
| TI                                         | 0.0355  |
| TD                                         | 0.00765 |

Pour la simulation, nous emploierons les mêmes types de consignes que pour la position angulaire c'est-à-dire, deux consignes échelons de 1rad/sec; 0.5rad/sec et une consigne sinusoïdale de 1 rad/sec et de fréquence 1hertz.

### 3.6.1 Résultats de la simulation

Soit le schéma de figure 3.8 nous donnant l'asservissement en vitesse angulaire par le contrôleur PID:

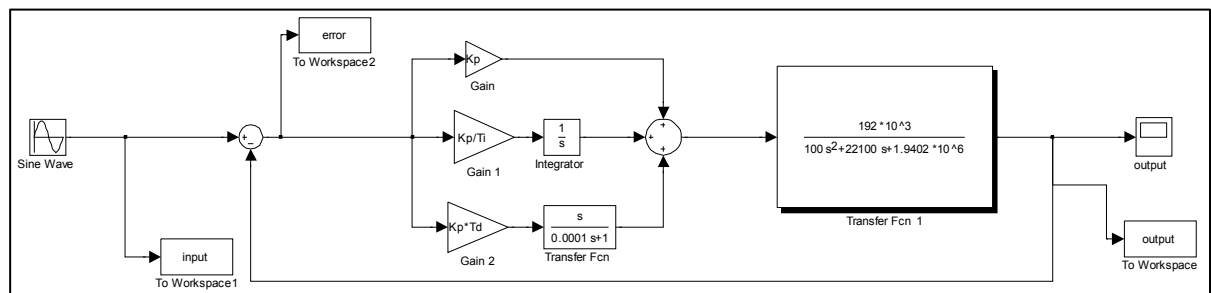


**Figure 3.8 Contrôleur PID et vitesse angulaire.**

Toutes les simulations sont effectuées à l'aide du logiciel Matlab/Simulink. Nous utilisons trois consignes : deux consignes de valeurs 1rad/sec et 0.5 rad/sec. Et la dernière une consigne sinus d'amplitude 1 rad/sec et de fréquence 1Hz. L'objectif est que le moteur suive un ensemble de trajectoire selon la consigne injectée à l'entrée du système.

➤ Consigne pour un échelon de valeur  $R(t)=1$  rad/sec.

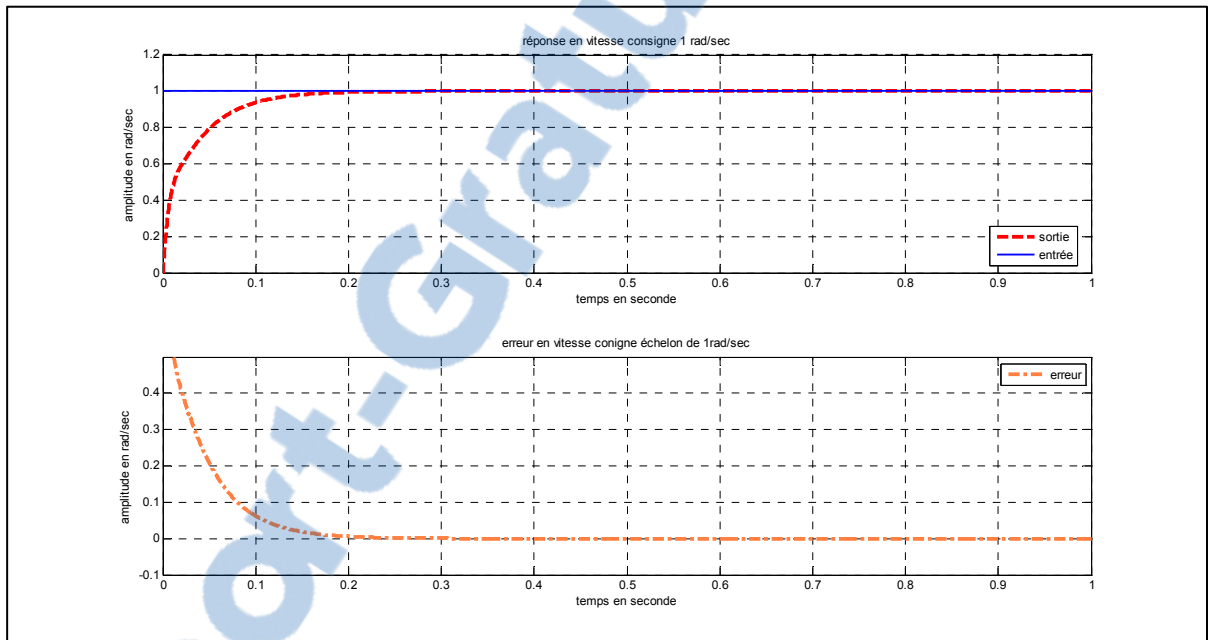


**Figure 3.9 Réponse à l'échelon 1rad/sec et erreur vitesse angulaire.**

- Consigne pour un échelon  $R(t) = 0.5 \text{ rad/sec}$ .

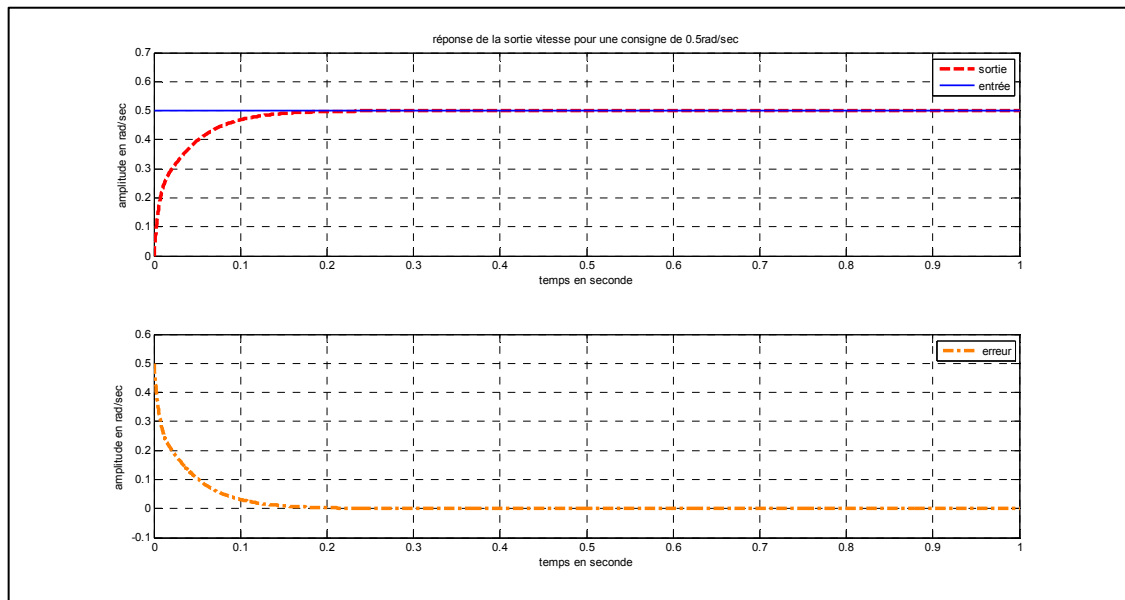


**Figure 3.10 Réponse à l'échelon  $0.5 \text{ rad/sec}$  et erreur vitesse angulaire.**

- Pour une consigne sinusoïdale de fréquence  $1\text{Hz}$  et d'amplitude  $1\text{rad/sec}$

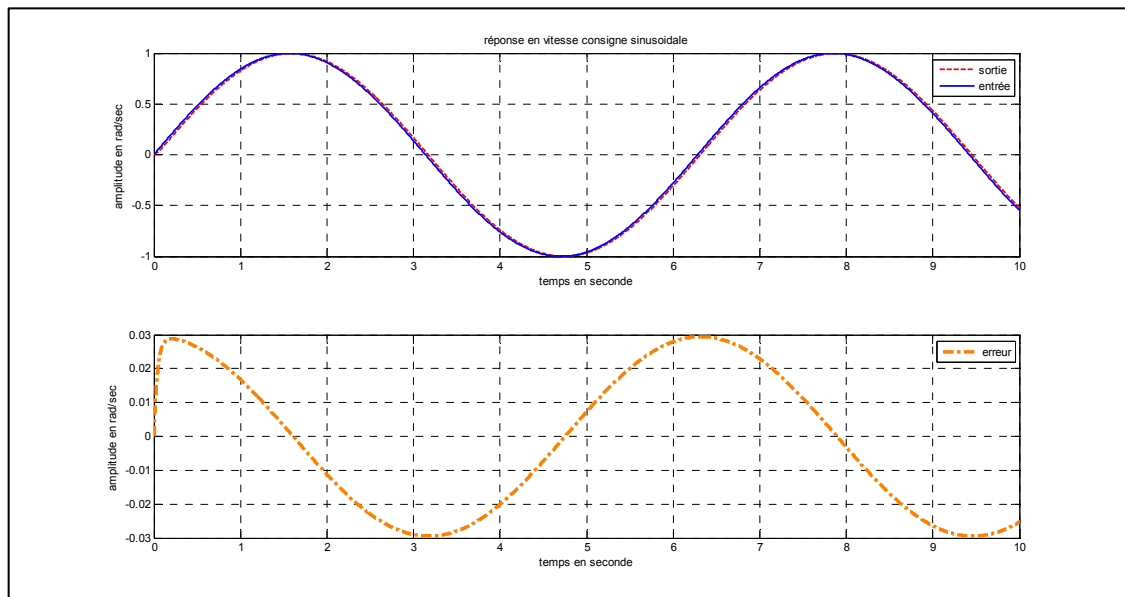


**Figure 3.11 Réponse consigne sinusoïdale et erreur vitesse angulaire.****3.7 Analyse des résultats de la simulation**

Le tableau 3.3 nous donne le comportement de la sortie du système en position angulaire pour une consigne échelon de 1rad.

Tableau 3.3 Analyse PID position angulaire  $R(t)=1\text{rad}$ 

| <b>POSITION ANGULAIRE RÉPONSE <math>R(t)=1\text{rad}</math></b> |         |
|-----------------------------------------------------------------|---------|
| DÉPASSEMENT $M_p$ (%)                                           | 60%     |
| TEMPS DE MONTÉE $T_m$ (sec)                                     | 0.01sec |
| TEMPS DE RÉPONSE $T_r$ (sec)                                    | 0.1sec  |
| ERREUR PERMANENT (rad)                                          | 0       |

Le tableau 3.4 nous donne le comportement de la sortie du système en position angulaire pour une consigne échelon de 0.5rad.

Tableau 3.4 Analyse du PID sortie position angulaire  $R(t)=0.5\text{ rad}$ 

| <b>POSITION ANGULAIRE RÉPONSE <math>R(t)=0.5\text{ rad}</math></b> |         |
|--------------------------------------------------------------------|---------|
| DÉPASSEMENT $M_p$ (%)                                              | 30%     |
| TEMPS DE MONTÉE $T_m$ (sec)                                        | 0.01sec |
| TEMPS DE RÉPONSE $T_r$ (sec)                                       | 0.1sec  |

Pour la réponse en position angulaire nous avons une erreur en régime permanent nulle. Ceci étant dû à la présence du gain intégral.

Le tableau 3.5 nous donne le comportement de la sortie du système en vitesse angulaire pour une consigne échelon de 1rad/sec.

Tableau 3.5 Analyse PID vitesse angulaire  $R(t)=1 \text{ rad/sec}$ 

| <b>VITESSE ANGULAIRE RÉPONSE <math>R(t)=1 \text{ rad/sec}</math></b> |         |
|----------------------------------------------------------------------|---------|
| DÉPASSEMENT $M_p$ (rad/sec)                                          | 0       |
| TEMPS DE MONTÉE $T_m$ (sec)                                          | 0.17sec |
| TEMPS DE RÉPONSE $T_r$ (sec)                                         | 0.2sec  |
| ERREUR PERMANENT (rad/sec)                                           | 0       |

Le tableau 3.6 nous donne le comportement de la sortie du système en vitesse angulaire pour une consigne échelon de  $0.5 \text{ rad/sec}$ .

Tableau 3.6 Analyse PID position angulaire  $R(t)=0.5 \text{ rad/sec}$ 

| <b>VITESSE ANGULAIRE RÉPONSE <math>R(t)=0.5 \text{ rad/sec}</math></b> |         |
|------------------------------------------------------------------------|---------|
| DÉPASSEMENT $M_p$ rad                                                  | 0       |
| TEMPS DE MONTÉE $T_m$ (sec)                                            | 0.01sec |
| TEMPS DE RÉPONSE $T_r$ (sec)                                           | 0.1sec  |

L'erreur en régime permanent pour une consigne échelon de valeur  $0.5 \text{ rad/seconde}$  est nulle.

Nous remarquons que pour la consigne échelon de  $1 \text{ rad}$ , en sortie position angulaire, nous avons un dépassement de  $0.6 \text{ rad}$  pour une consigne de  $1 \text{ rad}$ , ce qui représente un dépassement de  $60\%$  de la consigne. Nous avons un temps de réponse  $T_R$  à  $5\%$  qui est égal à  $0.1 \text{ s}$ ; ce qui est relativement court.

Malgré que le premier pic de la réponse soit un peu élevé, le nombre d'oscillations avant stabilisation est faible; ceci permet de ménager la mécanique du système. Pour la consigne échelon de  $1 \text{ rad/sec}$  à la sortie vitesse angulaire, nous avons un dépassement nul et le temps

de réponse TR à 5% est égal à 0.2s; ce qui est nettement meilleur que la sortie position angulaire.

### 3.8 Régulateur à placement de pôles par retour d'état

Dans cette section, nous définissons le principe de placement de pôles et ensuite nous l'appliquons en simulation sur le système électrohydraulique du LITP.

#### 3.8.1 Principe

Le principe est de déterminer une commande telle que les pôles de la fonction de transfert du système en boucle fermée soient convenablement placés dans le plan complexe et satisfassent des spécifications d'amortissement et de rapidité. Les pôles de la fonction de transfert étant les valeurs propres de la matrice d'état, le but est donc de réaliser un asservissement modifiant convenablement la matrice d'état du système. Autrement dit il s'agit de trouver une loi de commande linéaire, telle que les pôles du système de commande en boucle fermée avec cette loi coïncident exactement avec les racines d'un polynôme :

$$P(s) = S^n + P_n S^{n-1} + P_{n-1} S^{n-2} + \dots + P_2 S + P_1. \quad (3.23)$$

La loi de commande qui satisfait l'objectif précédent est alors appelée : *commande à placement de pôles*.

En d'autres termes, le principe consiste à introduire des nouveaux paramètres dans un système de telle manière que nous puissions contrôler la localisation des pôles du système en boucle fermé. Le système contrôlé d'ordre n en boucle fermé aura alors une équation caractéristique d'ordre n qui sera de la forme :

$$S^n + a_{n-1} * S^{n-1} + \dots + a_1 * S + a_0 \quad (3.24)$$

Alors, si nous pouvons introduire n paramètres dans notre système que nous désirons contrôler et que nous les relions aux coefficients de l'équation caractéristique ci-dessus,

tous les pôles du systèmes en boucle fermée peuvent donc être placés à n'importe quelle position désirée Nise (2008).

### 3.8.2 Structure de la loi de commande

Soit un système décrit par la figure 3.12. Les équations du système en boucle fermée sont :

$$\begin{cases} x' = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + De(t) \\ u(t) = e(t) - Lx(t) \end{cases} \quad (3.25)$$

L'équation d'état du système en boucle fermée s'écrit:

$$x'(t) = [Ax(t) + B[e(t) - Lx(t)]] = [A - BL]x(t) + Be(t). \quad (3.26)$$

Par conséquent, la matrice d'état du système en boucle fermée vaut :  $(A - BL)$ . La dynamique du système en boucle fermée est donc fixée par les valeurs propres de la matrice  $(A - BL)$ ; ces valeurs propres sont les racines de l'équation caractéristique :

$$\det(SI - (A - BL)) = 0 \quad (3.27)$$

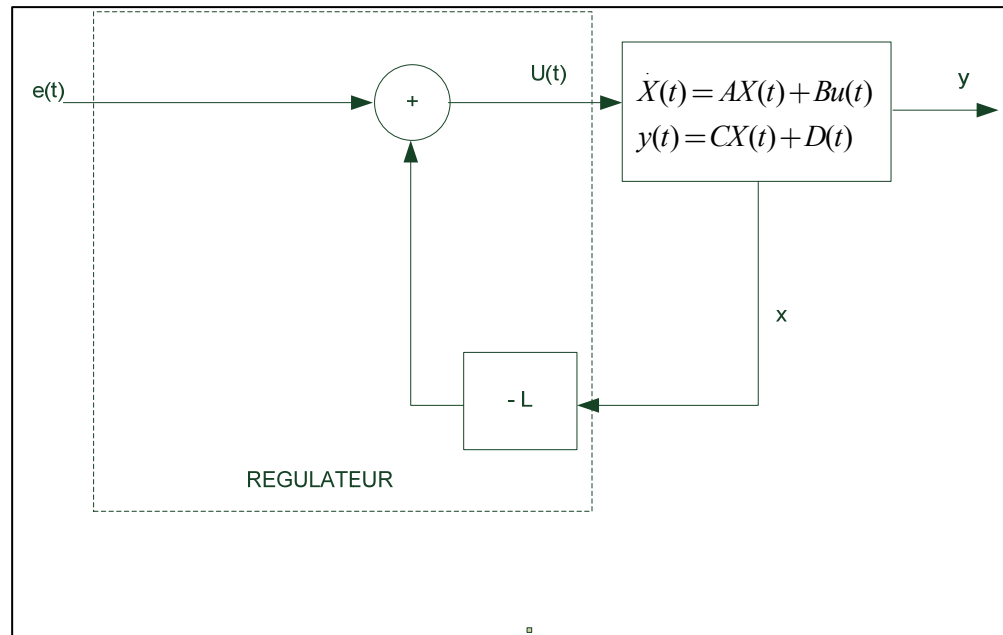


**Figure 3.12 Système de commande par retour d'état.**

Une loi de commande qui a la structure définie à la figure 3.12 est appelée commande par retour d'état. Et quand une telle loi est utilisée pour atteindre l'objectif de placement de pôles, on précisera que c'est une commande à placement de pôles par retour d'état.

### 3.8.3 Placement de pôles dans le cas d'une forme canonique de commandabilité

Le placement de pôles par retour d'états est plus simple à effectuer lorsque le système est représenté sous la forme canonique de commandabilité Bensoussan(2008).

Soit un système défini par n variables d'états :  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

Avec

$$\begin{cases} x_1 = q \\ x_2 = q^{(n-1)} = x_1' \\ x_n = q^{(n-1)} = x_{n-1}' \\ x_n = -a_{n-1}x_n - \dots a_1x_2 - a_0x_1 + u' \end{cases} \quad (3.28)$$

Nous avons l'équation d'état suivante:

$$\begin{cases} x'(t) = A_c X + B_c u \\ y(t) = C_c X \end{cases} \quad (3.29)$$

Ce qui nous donne ensuite:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & & \\ & & 0 & 1 & \\ & & & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (3.30)$$

Une telle représentation est dite forme canonique de commandabilité.

Avec:

$$C_c = \begin{bmatrix} B_c & A_c B_c & A_c^2 B_c & \dots & A_c^{n-1} B_c \end{bmatrix}$$

$C_c$  représente la matrice de commandabilité. Si  $\det C_c \neq 0$ , alors un tel système est toujours commandable. Notons que l'équation caractéristique correspondante est :

$$S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0 = 0 \quad (3.31)$$

L'avantage d'une telle forme réside dans le fait que les coefficients apparaissant dans la dernière rangée de  $A_c$  ne sont nuls autres que les coefficients du polynôme de l'équation

Caractéristique de  $A_c$ .

Si nous appliquons une matrice de gains  $K = (K_1, K_2, K_3, \dots, K_n)$ , il s'ensuit que la nouvelle matrice.

$$A_c = A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & 0 \\ & & 0 & & & \vdots \\ & & & & & 0 \\ 0 & & & & & 1 \\ (-a_0 - K_1) & (-a_1 - K_2) & \dots & & & (-a_{n-1} - K_n) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

La nouvelle équation caractéristique correspondante est :

$$S^n + (a_{n-1} + K_n) * S^{n-1} + \dots + (a_1 + K_2) * S + (a_0 + K_1) = 0 \quad (3.33)$$

Soit

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$  les nouvelles valeurs propres désirées. Ces valeurs propres vérifient

$$(s - \lambda_1) * (s - \lambda_2) * (s - \lambda_3) * \dots * (s - \lambda_n) = 0$$

Ce dernier polynôme peut être développé pour donner l'équation caractéristique désirée suivante :

$$S^n + \alpha_{n-1} * S^{n-1} + \dots + \alpha_1 * S + \alpha_0 = 0$$

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  sont les coefficients de l'équation caractéristique désirée. Il suffit de poser :

$$\begin{aligned} -\alpha_0 &= -a_0 - K_1 \\ -\alpha_1 &= -a_1 - K_2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ -\alpha_{n-1} &= -a_{n-1} - K_n \end{aligned}$$

Pour déterminer les gains  $K_1, \dots, K_n$

Avec

$$K_i = \alpha_{i-1} - a_{i-1} \quad 1 \leq i \leq n.$$

L'application d'un gain par retour d'état revient à déplacer les pôles du système (A, B, C, D) à de nouvelles valeurs. Le nouveau système obtenu ( $\mathcal{A}$ , B, C, D) préserve la commandabilité du système original. En effet, s'il existe une entrée  $u$  dans l'intervalle de temps fini  $[t_0, t_1]$  pouvant amener l'état du système (A, B, C, D) d'une valeur  $x(t_0)$  à une valeur  $x(t_1)$  alors il

existera également une entrée  $v$ , qui dans le même intervalle de temps, fera de même. Pour cela, il suffit de poser dans le même système original  $v=u-Kx$  Bensoussan(2008). Nous venons de voir le principe de détermination des gains d'un système en boucle fermée par placement de pôles.

Les étapes du calcul de la commande sont alors les suivantes :

1. Calcul de la matrice  $(A - BL)$
2. Calcul du polynôme caractéristique de  $(A - BL)$ . Il vaut  $\det(sI - (A - BL))$ .
3. Identification du polynôme caractéristique de  $(A - BL)$  avec le dénominateur de la fonction de transfert de la boucle fermée.

Dans la section suivante, nous verrons un exemple avec la sortie vitesse angulaire du système électrohydraulique étudié.

### 3.9 Application sur le système électrohydraulique du LITP

La simulation se fait également avec le logiciel simulink. Nous avons effectué la simulation uniquement sur la sortie vitesse angulaire. Soit la fonction de transfert suivante représentant la vitesse angulaire de l'arbre du moteur Hydraulique :

$$G2(s) = \frac{192 \cdot 10^3}{100s^2 + 22100s + 1.9402 \cdot 10^6}$$

#### ➤ Spécification transitoire

Nous voulons avoir en sortie par positionnement des pôles :

$\omega_n = 1.5 \text{ rad/s}$  et  $\xi = 0.5$ , ceci correspond à la sortie d'un système sous amortie, sans dépassement. Nous allons tout d'abord calculer les pôles dans le plan  $s$ . Nous pouvons

calculer les pôles du système en fonction des paramètres d'amortissement  $\xi$ , et de la fréquence naturelle  $w_n$ , les pôles que nous trouvons sont les suivants :

$$z_1 = -0.7500 + 1.2990i$$

$$z_2 = -0.7500 - 1.2990i$$

Ces pôles sont les pôles désirés du système étudié. La fonction de transfert de la sortie en vitesse est donnée par :

$$G2(s) = \frac{1923,3}{s^2 + 221s + 19402}$$

Et sa représentation en matrice d'état est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19402 & -221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1923,2 \end{bmatrix}$$

(3.34)

$$Y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]U$$

La variable  $x_1$  ici représente la sortie vitesse.

### 3.9.1 Détermination des gains $L = [k_1 \ k_2]$ analytiquement

À partir des pôles désirées calculées ci-dessus, nous pouvons donc déterminer l'équation caractéristique désirée par :

$$(s + 0.75 - j1.3)(s + 0.75 + j1.3) \quad (3.35)$$

Alors l'équation caractéristique désirée sera:

$$s^2 + 1.5s + 2.25 \quad (3.36)$$

Par ailleurs nous avons

$$A - BL = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19402 - 1923,2k_1 & -221 - 1923,2k_2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

L'équation caractéristique du système en boucle fermée est donnée par:

$$\det(sI - (A - BL)) = s^2 + (221 + 1923,2k_2)s + 19402 + 1923,2k_1 \quad (3.38)$$

Cette équation doit correspondre terme à terme avec l'équation caractéristique obtenue avec les pôles désirés:

$$s^2 + 1,5s + 2,25$$

Nous aurons alors:

$$221 + 1923,2k_2 = 1,5$$

$$k_2 = \frac{(1,5 - 221)}{1923,2} = -0,1141$$

$$19402 + 1923,2k_1 = 2,25$$

$$k_1 = \frac{(2,25 - 19402)}{1923,2} = -10,08$$

Nous tirons les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$

$$-L = [10,08 \quad 0,1141]$$

### 3.9.2 Détermination des gains à partir de Matlab

Nous allons vérifier le résultat analytique avec le code en annexe 2. Avec la commande Matlab « **place** », nous déterminons les gains appropriés qui nous permettent de placer les pôles aux positions désirées dans le domaine de Laplace.

Les valeurs de Gain que nous trouvons en exécutant le programme ci-dessus sont les suivantes :

$$k_1 = 10,0872$$

$$k_2 = 0,1141$$

Nous constatons que la commande « **place** » nous permet de retrouver les mêmes résultats calculés analytiquement.

### 3.9.3 Placement de pôles par Simulink de Matlab

Avec la commande place de Matlab, nous avons trouvé les gains pour le positionnement des pôles du système en boucle fermée. Nous allons maintenant visualiser le comportement de la sortie avec les gains  $k_1$  et  $k_2$ .

Toutes les simulations sont effectuées à l'aide du logiciel Matlab/Simulink. Nous utilisons deux consignes : une consigne échelon de valeur 10rad/sec. Et une consigne sinus d'amplitude 10rad/sec et de fréquence 1Hz. L'objectif est que le moteur suive un ensemble de trajectoires selon la consigne injectée à l'entrée du système.

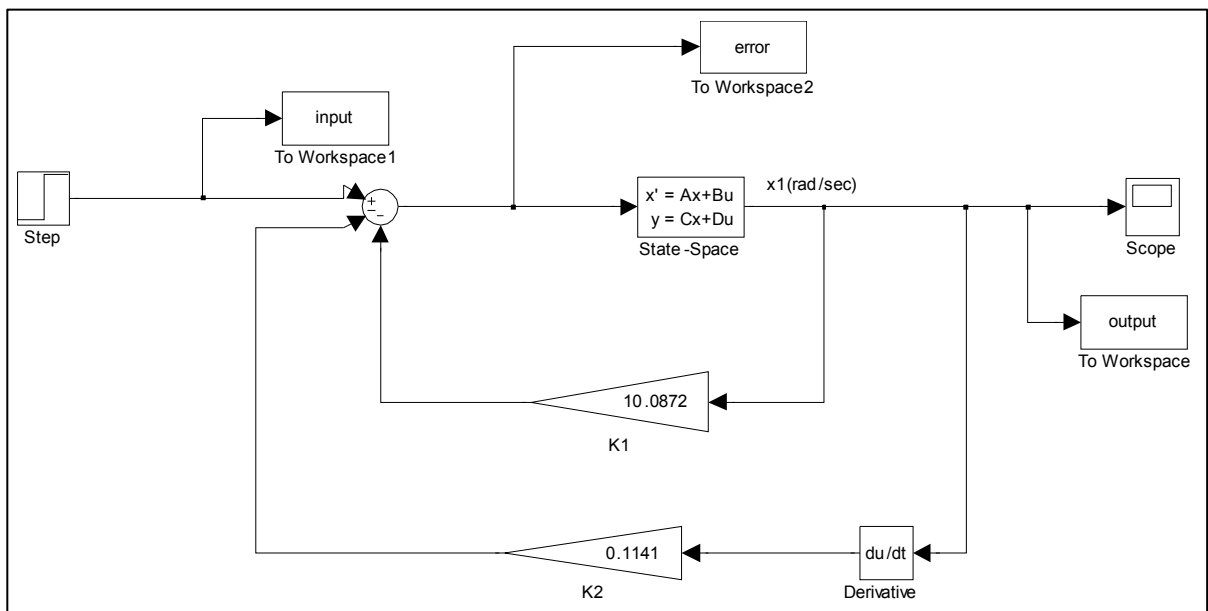


Figure 3.13 Placement de pôles sortie vitesse angulaire.



Consigne échelon de valeur  $R(t)=10\text{rad/sec}$ .

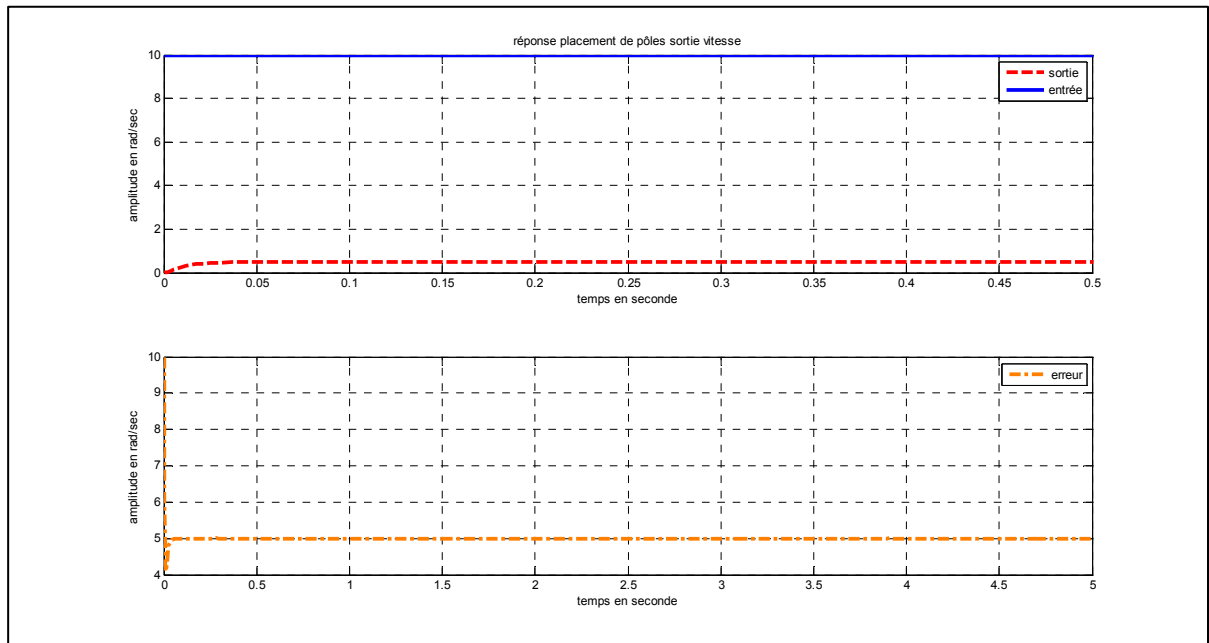


**Figure 3.14 Réponse d'un échelon de 10 rad/sec  
Placement de pole sortie vitesse angulaire.**

➤ Consigne sinusoïdale de valeur  $R(t)=10\text{rad/sec}$ .

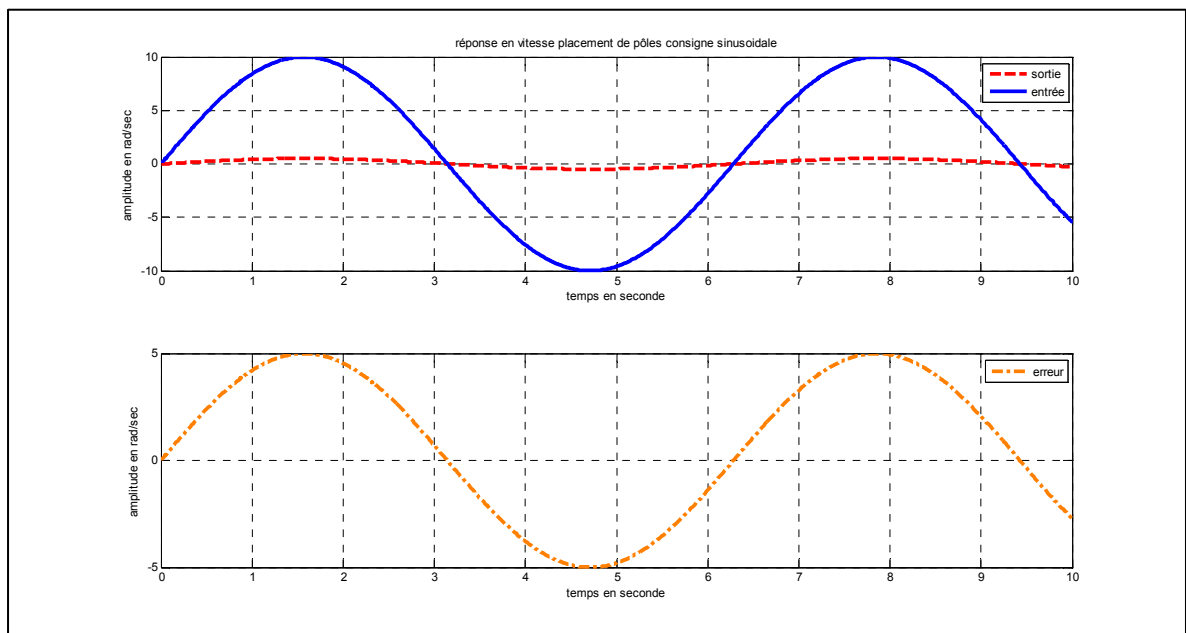


**Figure 3.15 Réponse d'une consigne sinus  
placement de pôles sortie vitesse angulaire.**

### 3.9.4 Analyse des résultats de la simulation

Nous remarquons d'après la réponse à la figure 3.14, pour une consigne échelon que les spécifications transitoires sont vérifiées, que le système se stabilise à la valeur de vitesse de 5 rad/sec mais cette réponse est bien loin de la consigne souhaitée qui est de 10rad/sec. Alors l'erreur en régime permanent est de loin égale à zéro. Dans la suite nous allons développer la technique pour réduire cette erreur et la ramener à zéro.

### 3.10 Annulation de l'erreur par ajout du gain intégral

Si nous considérons la figure 3.16 ci-dessous, le contrôleur qui a été développé dans la section précédente se trouve dans la partie encadré de la figure. Nous remarquons que l'erreur ( $e=(r-y)$ ) qui est la différence entre l'entrée et la sortie est injectée par anticipation (feedforward) au contrôleur du système  $Ke$  via un intégrateur.

Le but de l'intégrateur ici est d'annuler l'erreur en régime permanent que nous avons précédemment Nise (2008).

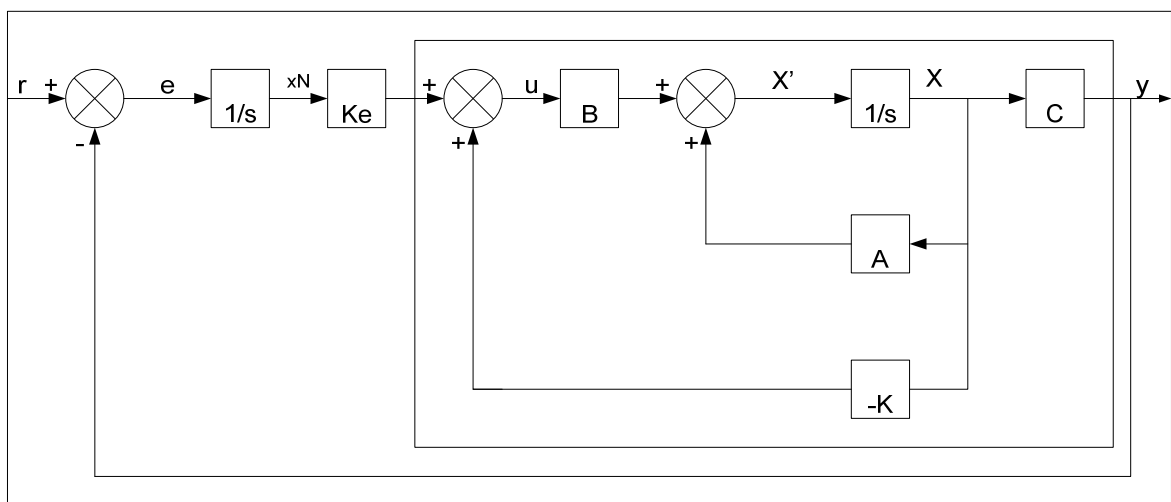


**Figure 3.16 Annulation de l'erreur en régime permanent.**

Alors de la figure 3.16, nous pouvons tirer les équations suivantes Nise (2008).

$$\dot{x}_N = r - Cx = e \quad (3.39)$$

Les équations de variables d'état découlant de la figure 3.16 sont les suivantes:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ \dot{X}_N = -Cx + r \\ Y = Cx \end{cases} \quad (3.40)$$

Ce qui nous donne en forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (3.41)$$

*et*

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_N \end{bmatrix}$$

La nouvelle loi de commande d'après la figure 3.16 est la suivante:

$$U = -Kx + KeX_N = -\begin{bmatrix} K & -Ke \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_N \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

en combinant les équations (3.38), (3.39), (3.40) nous trouvons:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - BK) & BKe \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (3.43)$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_N \end{bmatrix}$$

Nous remarquons que l'ordre du système a été augmenté d'un degré, et nous pouvons utiliser l'équation caractéristique défini ci-dessus pour déterminer les gains K et Ke.

### 3.10.1 Exemple du système électrohydraulique du LITP

Nous allons reprendre l'exemple de la vitesse étudié à la section précédente. La fonction de transfert de la sortie en vitesse est donnée par :

$$G2(s) = \frac{1923,3}{s^2 + 221s + 19402}$$

Et sa représentation en matrice d'état est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19402 & -221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1923,2 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} U$$

Et le gain K que nous avons calculé pour le placement de pôles était de :

$$-L = \begin{bmatrix} 10.08 & 0.1141 \end{bmatrix}$$

alors l'équation nous permettant de calculer l'erreur en régime permanent est (Nise (2008)).

$$\begin{aligned} e(\infty) &= 1 + C(A - BK)^{-1} * B \\ &= 1 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16.144 & 1.5629 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1923.2 \end{bmatrix} \\ &= -118.12 \text{ rad / sec} \end{aligned} \tag{3.44}$$

Cette erreur n'est pas égale à zéro. Nous allons maintenant utiliser les équations du système augmenté de l'intégrateur pour annuler l'erreur en régime permanent. Nous avons donc :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - BK) & Bke \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1923.2 \end{bmatrix} r \tag{3.45}$$

En remplaçant les matrices par leurs valeurs numériques, nous trouvons:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19402 & -221 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1923.2 \end{bmatrix} [k1 \quad k2] \right) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} ke \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1923.2 \end{bmatrix} r$$

En développant nous trouvons:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19402 & -221 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1923.2k1 & 1923.2k2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0 \\ ke \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12923.2 \end{bmatrix} r$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -(19402 + 1923.2k1) & -(221 + 1923.2k2) & ke \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1923.2 \end{bmatrix} r$$

Et la matrice de sortie est alors:

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

La fonction de transfert du système est :

$$G2(s) = \frac{1923,3}{s^2 + 221s + 19402}$$

L'équation caractéristique du système en boucle fermée est donnée par :

$$s^2 + 1.5s + 2.25$$

Avec un troisième pôle ( $s+100$ ), qui a une partie réelle supérieure à plus de 10 fois celles des pôles désirés dominants, l'équation caractéristique d'ordre 3 du système en boucle fermée est :

$$(s+100)(s^2+1.5s+2.25) = s^3 + 101.5s^2 + 152.25s + 225 \quad (3.47)$$

L'équation caractéristique du système augmenté est de :

$$s^3 + (221+1923.2k_2)s^2 + (19402+1923.2k_1)s + k_e \quad (3.48)$$

En égalant les équations ci-dessus terme à terme, nous trouvons :

$$221+1923.2k_2 = 101.5$$

$$k_2 = (101.5 - 221) / 1923.2 = -0.0621$$

Ensuite

$$19402 + 1923.2k_1 = 152.25$$

$$k_1 = (152.25 - 19402) / 1923.2 = -10$$

Nous déduisons

$$k_e = 225$$

Alors les gains sont:

$$\begin{aligned} k_1 &= 10, \\ k_2 &= 0.0621, \\ k_e &= 225, \end{aligned}$$

### 3.10.2 Simulation de la commande par placement de pôles avec action intégrale

Avec les valeurs de gains que nous avons trouvées analytiquement pour le positionnement des pôles du système en boucle fermée, nous allons maintenant visualiser le comportement de la sortie. La figure 3.17 nous donne le schéma de la simulation de la sortie en vitesse angulaire avec l'ajout du gain intégral. Tandis que les figures 3.18 et 3.19 respectivement nous donnent les réponses pour une entrée échelon et pour une entrée sinusoïdale.

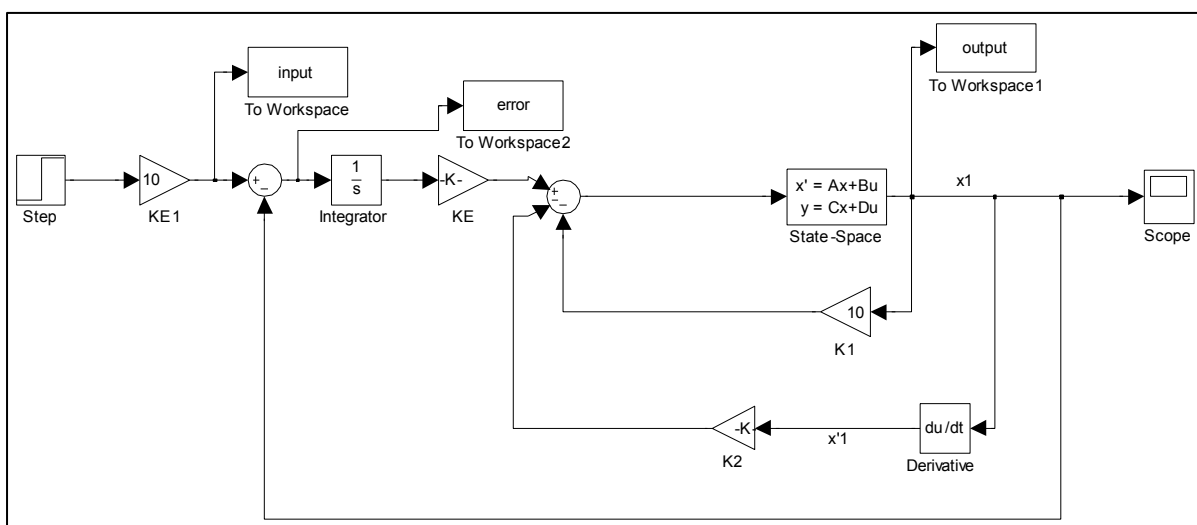


**Figure 3.17 Placement de pôles sortie vitesse avec intégrateur.**

Les figures 3.18 et 3.19 ci dessous nous donnent les réponses de la sortie vitesse du système avec un contrôleur par placement de pôles muni d'un intégrateur pour les consignes échelons et sinusoïdales.

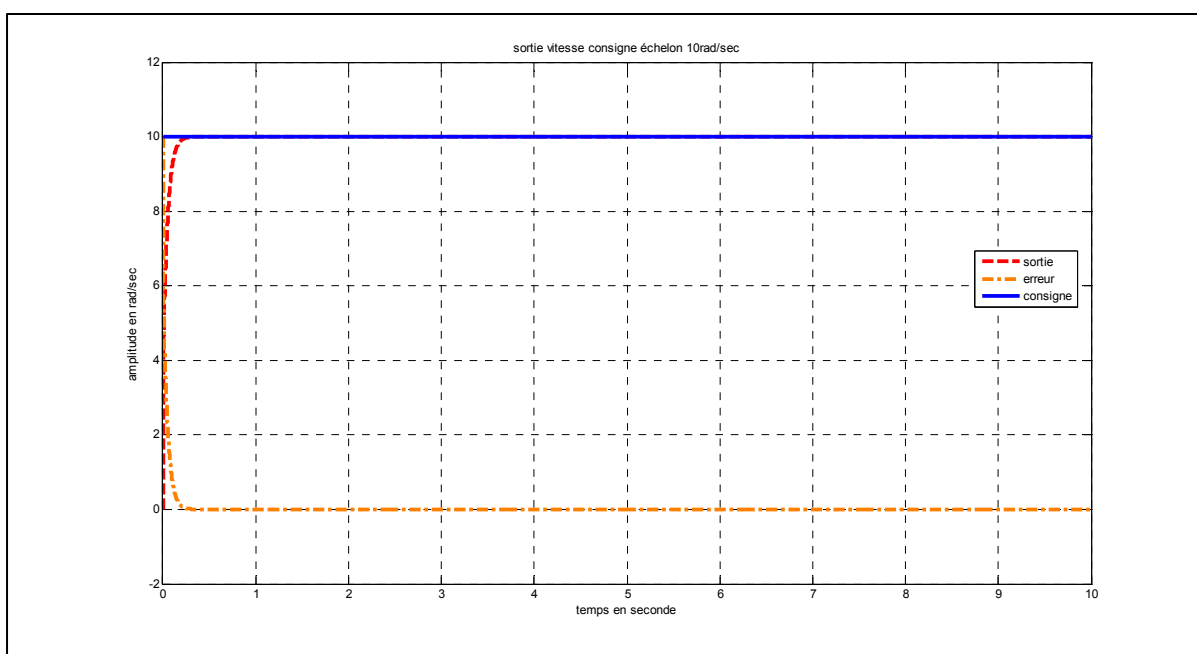


**Figure 3.18 Réponse sortie vitesse d'un échelon 10 rad/sec.**

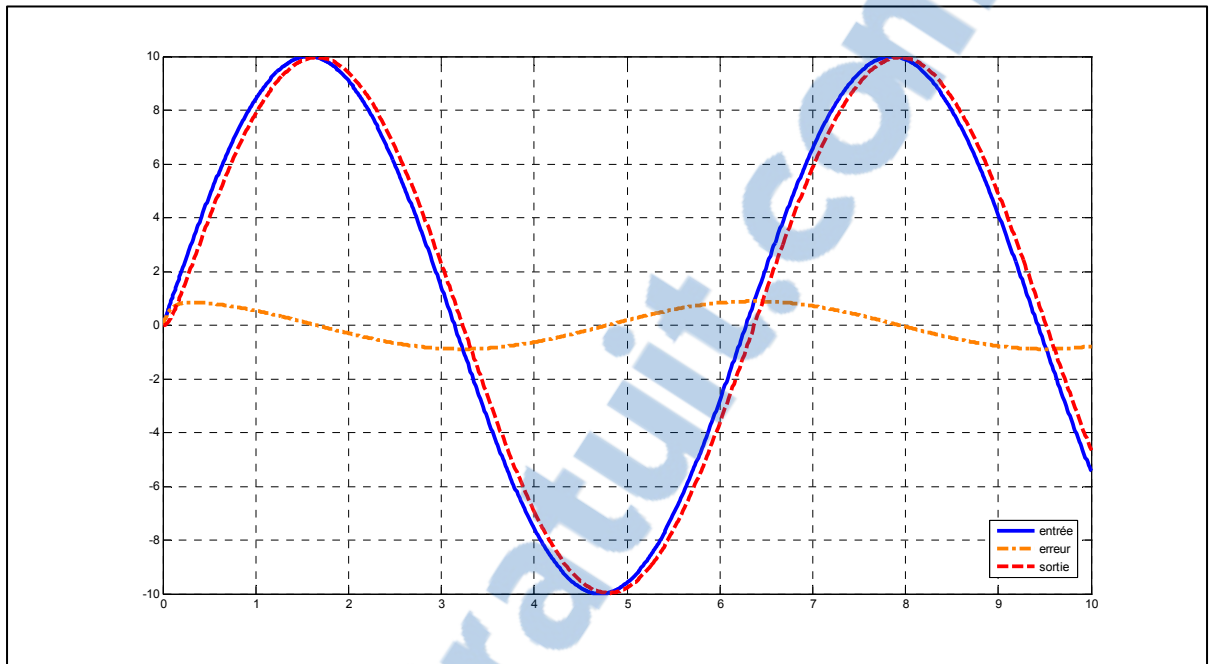


**Figure 3.19 Réponse d'une consigne sinus, sortie vitesse.**

### 3.10.3 Analyse des résultats de simulation

Le tableau 3.9 nous donne le comportement de la sortie du système en vitesse angulaire pour une consigne échelon de 1rad/sec.

Tableau 3.7 Placement de pôles sans intégral vitesse angulaire  $R(t)=10\text{rad/sec}$

| VITESSE ANGULAIRE CONSIGNE $R(t)=10\text{rad/sec}$ |      |
|----------------------------------------------------|------|
| DÉPASSEMENT $M_p$ (rad/sec)                        | 0    |
| TEMPS DE MONTÉE $T_m$ (sec)                        | 0.1S |
| ERREUR RÉGIME PERMANENT (rad/sec)                  | 5    |

Le tableau 3.10 nous donne le comportement de la sortie du système avec action intégrale en vitesse angulaire pour une consigne échelon de 10rad/sec.

Tableau 3.8 Placement de pôles avec intégral vitesse angulaire  $R(t)=10\text{rad/sec}$ 

| <b>VITESSE ANGULAIRE AVEC INTÉGRALE RÉPONSE <math>R(t)=10\text{rad/sec}</math></b> |      |
|------------------------------------------------------------------------------------|------|
| DÉPASSEMENT $M_p$ rad/sec                                                          | 0    |
| TEMPS DE MONTÉE $T_m$ (sec)                                                        | 0.4S |
| ERREUR RÉGIME PERMANENT (rad/sec)                                                  | 0    |

Nous constatons que le contrôleur par placement de pôles sans action intégral n'agit que sur la partie transitoire de la réponse du système, pas sur l'erreur. Mais par contre la sortie du système est stable sans pour autant atteindre la valeur de la consigne. Alors avec l'ajout de l'action intégrale, l'erreur en régime permanent est bel et bien annulée pour une consigne échelon. Par contre pour une consigne sinus, l'erreur en régime permanent n'est pas complètement nulle mais elle est négligeable.

### 3.11 Observateur d'état

Lorsqu'il est impossible de mesurer tous les états  $x$  de notre système, (comme c'est très souvent le cas) nous pouvons construire un observateur d'état pour les estimer tout en mesurant seulement la sortie  $y=Cx$ . Le schéma de l'observateur et du système sont représentés à la figure 3.23.

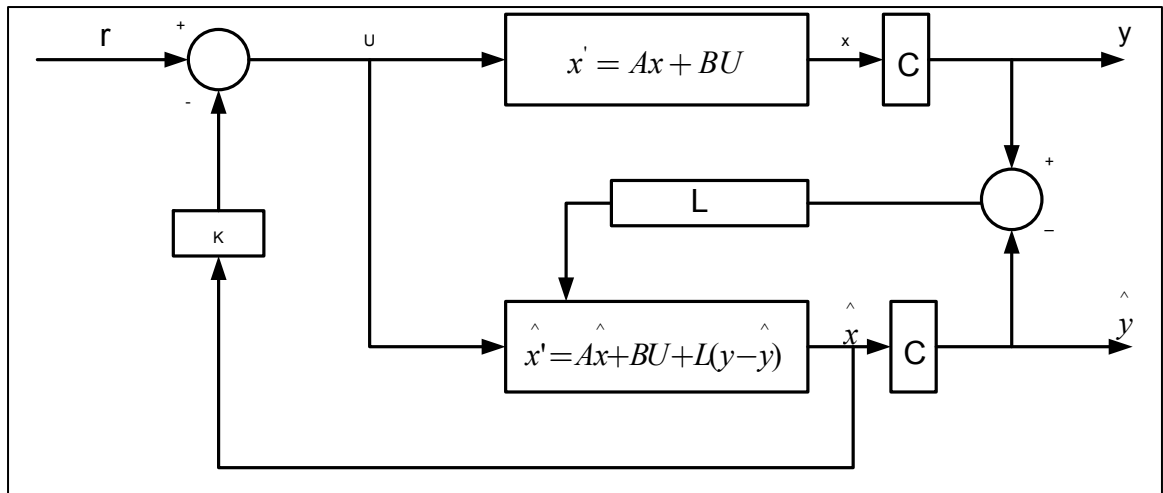


**Figure 3.20 Observateur d'état.**

De la figure 3.20, nous pouvons donc tirer les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{X} = Ax + Bu, \\ Y = Cx + Du \end{cases} \quad (3.49)$$

Et l'équation de l'observateur est :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - L(y - C\hat{x} - DU) \quad (3.50)$$

Et finalement celle du contrôleur est donnée par

$$U = K\hat{x}' \quad (3.51)$$

En combinant les trois équations (3.45 à 3.47) nous trouvons alors

$$\dot{\hat{x}} = (A + LC)\hat{x} + (B + LD)U - LY;$$

Soit

$$\dot{\hat{x}} = (A + LC + BK + LDK)\hat{x} - LY;$$

Avec

$$D=0 \text{ et } Y=Cx$$

Alors le modèle d'état du système couplé avec régulateur et observateur est:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ LC & A - BK - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} U_r$$

### 3.11.1 Dualité entre un contrôleur et un observateur par placement de pôles

#### ➤ OBSERVATEUR ET PLACEMENT DE PÔLES:

Nous devons choisir L de façon suivante :

$$\det(zI - (A + LC)) = P_{des}(Z)$$

#### ➤ CONTROLEUR ET PLACEMENT DE PÔLES:

Nous devons choisir K de façon suivante :

$$\det(zI - (A + BK)) = P_{des}(Z)$$

Alors nous constatons que nous ne faisons pas face à un nouveau problème.

$$\det(zI - (A + LC)) = \det((zI - (A + LC))^T) = \det((zI - (\hat{A} + \hat{B} \hat{K})) \quad (3.52)$$

L'observateur par placement de pôles est un contrôleur pour les deux systèmes. Il est une copie du système, il a la même entrée et presque les mêmes équations différentielles, avec un terme additionnel qui compare la sortie réelle Y à la sortie estimée  $\hat{y}$ . Ceci permettra à l'état estimé de  $\hat{x}$  d'approcher la valeur de x réel.

L'erreur dynamique de l'observateur est donnée par les pôles de l'équation  $(A - L^*C)$ . En premier, nous avons besoin de choisir les gains de l'observateur L. Il est préférable que l'observateur soit nettement plus rapide que le système avec régulateur, afin que l'état délivré par le contrôleur rejoigne rapidement l'état réel du système observé. Nous devons alors placer les pôles au moins à dix longueurs à gauche des pôles dominants du système.

### 3.11.2 Exemple du système électrohydraulique du LITP

Nous allons reprendre l'exemple de la vitesse étudié à la section précédente. La fonction de transfert de la sortie en vitesse est donnée par :

$$G2(s) = \frac{1923,3}{s^2 + 221s + 19402}$$

Et sa représentation en matrice d'état est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19402 & -221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1923,2 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} U$$

### 3.11.3 Détermination des gains de l'observateur L

Vérifions tout d'abord que les états du système sont observables. Pour cela formons la matrice d'observabilité afin d'en étudier la singularité de son déterminant.

$$\det O = \det \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \neq 0$$

Alors le système est observable. Il y a donc lieu de construire un observateur L tel que les valeurs propres de la matrice (A-LC) aient des parties réelles négatives d'un ordre de grandeur bien supérieur à dix fois celles du système.

Nous allons donc choisir les valeurs suivantes:

$$-10 \pm j10$$

Il en resulte:

$$\det(\lambda I - A + LC) = (\lambda + 10 - j10)(\lambda + 10 + j10) = \lambda^2 + \lambda 20 + 200 = 0 \quad (3.53)$$

ce qui implique

$$\det \left( \begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ 19402 & \lambda + 221 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \right) = \lambda^2 + \lambda 20 + 200$$

en développant

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + l_1 & -1 \\ 19402 + l_2 & \lambda + 221 \end{bmatrix} = \lambda^2 + \lambda 20 + 200$$

$$((\lambda + l_1) * (\lambda + 221)) - ((19402 + l_2) * (-1)) = \lambda^2 + \lambda 20 + 200$$

soit

$$\lambda^2 + \lambda(221 + l_1) + (221l_1 - 19402 + l_2) = \lambda^2 + \lambda 20 + 200$$

en identifiant donc terme à terme, nous trouvons:

$$221 + l_1 = 20$$

$$l_1 = -201$$

$$221(-201) - 19402 + l_2 = 200$$

$$l_2 = 200 - 221(-201) + 19402 = 64023$$

Nous déduisons donc L:

$$L = \begin{bmatrix} -201 \\ 64023 \end{bmatrix}$$

L'équation de l'observateur est donc donnée par:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = (A - LC - BK) * \hat{x} + BU + LY \end{cases} \quad (3.54)$$

En développant nous trouvons

$$\dot{x} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19402 & -221 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -201 \\ 64023 \end{bmatrix} * [1 \ 0] - \begin{bmatrix} 0 \\ 1923.2 \end{bmatrix} [-10.08 \ -0.1141] \right) \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1923.2 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} -201 \\ 64023 \end{bmatrix} Y$$

$$\begin{bmatrix} 201 & 1 \\ -64039.1 & -1.56288 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1923.2 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} -201 \\ 64023 \end{bmatrix} Y$$

### 3.12. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de développer le contrôleur linéaire PID à partir du modèle linéarisé du système électrohydraulique. Ce contrôleur a été développé par la technique de Ziegler Nichols et la technique de placement de pôles. Par la suite, étant donné que le système était observable, nous avons donc construit un observateur pour notre système. Comme nous l'avons mentionné au chapitre 1, le principal inconvénient des techniques de commande linéarisante repose sur une annulation des non-linéarités du système. Par conséquent si le modèle non-linéaire présente des imprécisions ou des variations paramétriques, alors l'annulation des non-linéarités n'est plus exacte. C'est le cas avec les systèmes électrohydrauliques s'il y a des erreurs ou des imprécisions associées au couple de friction ou au coefficient de décharge. L'annulation n'est plus exacte et l'erreur résultante n'est plus linéaire. Une des solutions consiste à utiliser une commande adaptative. Dans le chapitre suivant, il sera question de développer un contrôleur adaptatif indirect.

## **CHAPITRE 4**

### **COMMANDE ADAPTATIVE PAR PLACEMENT DE PÔLES**

#### **4.1 Introduction**

La synthèse de toutes les commandes que nous avons vues jusqu'à présent considère que les paramètres du procédé à commander sont connus et fixes. Or en pratique, ces paramètres sont inconnus, mal connus, ou lentement variables au cours du temps. L'estimation en ligne des paramètres du système s'avère donc nécessaire pour adapter les paramètres de commande du contrôleur qui dépendent des paramètres du système Longchamp(1995).

La technique d'adaptation se fait soit directement par estimation en ligne des paramètres de commande (commande adaptative directe), soit indirectement (commande adaptative indirecte) en deux étapes respectives, à savoir l'estimation des paramètres du procédé et le calcul des paramètres de commande.

Dans ce chapitre, nous allons développer un contrôleur adaptatif par placement de pôles. Pour cela nous allons tout d'abord identifier les paramètres du système en sortie vitesse. Et ensuite nous appliquerons le contrôleur par placement de pôles.

#### **4.2 Commande adaptative auto réglable**

Une commande associée à un estimateur de paramètres fonctionnant en temps réel est une commande adaptative auto réglable. À chaque période d'échantillonnage ( $H$ ), l'estimateur évalue un ensemble de paramètres à partir desquels un ensemble des gains de la commande est calculée. L'estimation des paramètres peut se faire par la méthode récurrente des moindres carrés ou l'une de ses variantes. Dans ce travail, nous nous concentrerons exclusivement sur la méthode des moindres carrés récursifs avec l'approche indirecte.

La démarche de base dans une commande adaptative auto réglable consiste à estimer les paramètres du processus, puis à déduire ceux de la commande. Cette approche est appelée commande adaptative indirecte à cause de l'estimation des paramètres du processus.

Avant de nous lancer dans la commande adaptative proprement dite, nous parlerons tout d'abord de l'identification des paramètres qui s'avère donc comme une étape clé dans la conception d'un contrôleur adaptatif.

### **4.3 Identification des systèmes**

Dans cette section nous expliquerons le principe de l'identification des systèmes et par la suite nous donnerons ses avantages.

#### **4.3.1 Définition**

L'identification d'un système ou d'un procédé consiste à déterminer les caractéristiques dynamiques du procédé ou du système à partir des mesures. Elle est donc une approche expérimentale pour la détermination du modèle dynamique du système. L'identification nous permet d'éviter les modèles purement théoriques à partir des équations différentielles qui sont longues à obtenir et souvent trop complexes. Elle comporte quatre étapes Landau (1993):

1. Acquisition des entrées/sorties sous un protocole d'expérimentation.
2. Choix de la structure du modèle.
3. Estimation des paramètres du modèle.
4. Validation du modèle identifié (structure et valeur des paramètres)

#### **4.3.2 Principe de l'identification**

Un des éléments clés de cette approche est l'algorithme d'adaptation paramétrique (A.A.P) (voir figure 4.1), qui pilote les paramètres du modèle ajustable de prédiction à partir des informations recueillies sur le système à chaque pas d'échantillonnage. Cet algorithme a une

structure récurrente, c'est-à-dire que la nouvelle valeur des paramètres est égale à la valeur précédente plus un terme de correction qui dépendra des dernières mesures.

$$H(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ L^{-1} \left( \frac{G(s)}{s} \right) \right\} \quad (4.1)$$

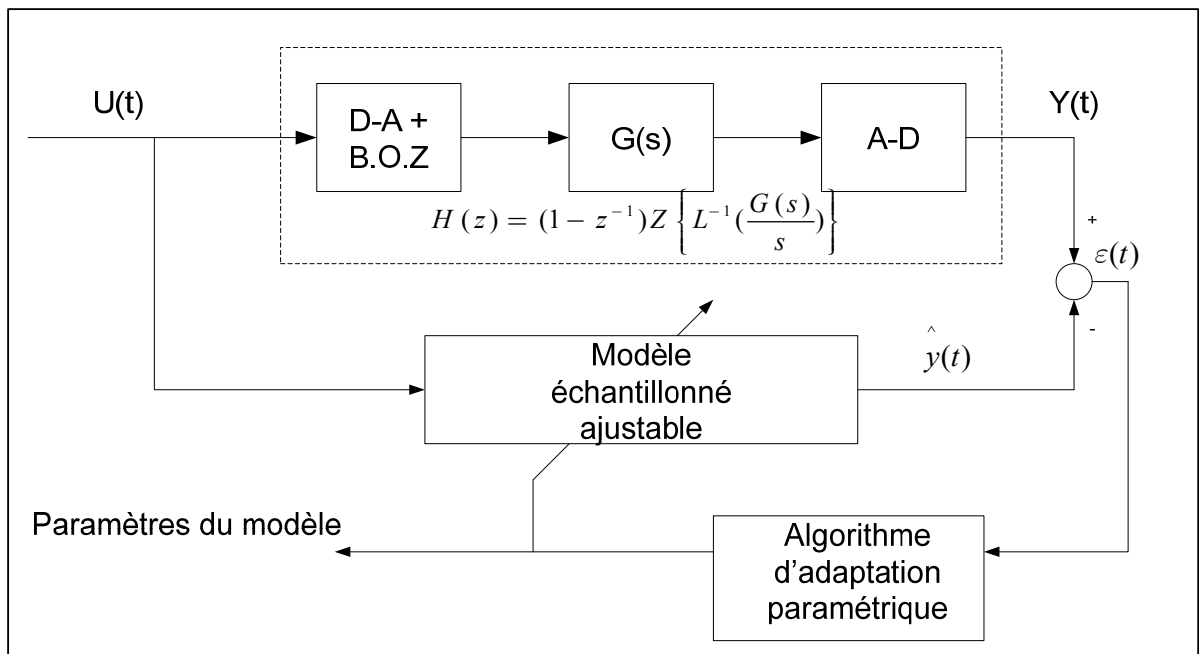


**Figure 4.1 Principe de l'estimation des paramètres d'un modèle.**

On définit en général un vecteur des paramètres  $\theta$  dont les composants sont les différents paramètres qui doivent être identifiés.

Les algorithmes d'adaptation paramétrique ont tous la structure ci-après Landau (1993):

$$\begin{bmatrix} \text{Nouvelle estimation} \\ \text{des paramètres} \\ \text{(vecteurs)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Estimation précédente} \\ \text{des paramètres} \\ \text{(vecteur)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Gain d'adaptation} \\ \text{(matrice)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \text{Fonction des mesures} \\ \text{(vecteur)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Fonction de l'erreur de prédiction} \\ \text{(scalaire)} \end{bmatrix}$$

Soit  $H(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ L^{-1} \left( \frac{G(s)}{s} \right) \right\}$ , correspondant à la représentation discrète de la fonction de transfert  $G(s)$ . Afin d'établir un modèle de représentation, un algorithme d'identification analyse les signaux d'entrée  $\{u(k)\}$  et de sortie  $\{y(k)\}$  afin d'estimer, puis de mettre à jour si nécessaire les paramètres de  $H(z)$ . Ces paramètres sont des coefficients des polynômes du dénominateur et du numérateur de l'expression rationnelle  $H(z)$ . Nous pouvons remarquer que l'identification donne directement la fonction de transfert  $H(z)$  du système échantillonné. Pour mener à bien cette tâche, plusieurs méthodes d'identifications existent, mais comme nous l'avons mentionné plus haut, la méthode que nous utiliserons est la plus connue et la plus utilisée soit la méthode des moindres carrés récurrents.

#### 4.3.3 Avantages de l'estimation paramétrique récurrente

L'estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés récurrents procure les avantages suivants Landau(1993):

- Obtention d'une estimation du modèle au fur et à mesure que le procédé évolue.
- Compression importante des données.
- Nécessite moins de puissance de calcul et de mémoire.
- Mise en œuvre facile sur microprocesseur.
- Identification en temps réel si nécessaire.
- Possibilité de poursuite des paramètres variables dans le temps.

#### 4.4 Moindre carré récurrent

Étant donné que le concept de cette méthode est basé sur la régression linéaire, nous devons définir la régression linéaire avant de parler de la méthode des moindres carrés récurrents.

#### 4.4.1 Régression linéaire

La régression linéaire est une technique mathématique qui consiste à trouver la relation existant entre un ensemble de variables parmi lesquels au moins une est aléatoire, inconnue ou sujette à des variations aléatoires ou à des mesures inconnues. Le but de la régression linéaire est de calculer la meilleure valeur possible de chacun des  $p$  paramètres du vecteur  $\theta$

$$\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \dots, \theta_p]^T$$

C'est-à-dire qu'il faut estimer les  $p$  paramètres afin que notre modèle représente fidèlement la réalité (le système physique).

En général le modèle utilisé pour la régression linéaire est de la forme :

$$y(k) = \phi^T k(\theta) + e(k) \quad (4.2)$$

où

- $y(k)$  représente la sortie du modèle.
- $\phi^T k$  représente le «régresseur». C'est un vecteur  $(1 \times p)$ , où  $p$  est le nombre de paramètres à estimer. Il est formé de données enregistrées sur le système et/ou de constantes.
- $\theta$  est le vecteur des paramètres. C'est un vecteur  $(p \times 1)$  formé des paramètres à estimer.
- $e(k)$  est la partie aléatoire du modèle. On suppose généralement qu'il est un bruit blanc centré.

#### 4.4.2 Méthodes des moindres carrés récursifs

Considérons tout d'abord une régression linéaire et l'équation de l'erreur d'un processus dont les paramètres sont à identifier (Dessaint (2001)).

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) - b_1 u(k-1) - \dots - b_n u(k-n) = e(k) \quad (4.3)$$

Définissons ensuite le vecteur d'entrées et sorties  $\varphi(k)$  comme suit:

$$\varphi(k) = [-y(k-1), -y(k-1) - y(k-2) + \dots, u(k-1), u(k-2) - \dots, u(k-n)]^T \quad (4.4)$$

Le vecteur des paramètres  $\theta$  à estimer:

$$\theta = [a_1, a_2, a_3, \dots, b_1, \dots, b_n]^T$$

De façon que la sortie à l'instant  $k$  s'écrive :

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta + e(k) \quad (4.5)$$

L'estimation se fera à partir de  $N - n + 1$  séries de mesures et puisque le processus est d'ordre  $n$ , nous aurons:

$$\begin{aligned} y(n) &= \varphi^T(n)\theta + e(n) \\ y(n+1) &= \varphi^T(n+1)\theta + e(n+1) \\ &\vdots \\ y(N) &= \varphi^T(N)\theta + e(N) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Exprimons cet ensemble de  $N - n + 1$  série de mesures sous la forme plus compacte comme suit:

$$Y = \phi\theta + e \quad (4.7)$$

Avec

$$Y = [y(n), y(n+1), \dots, y(N)]^T \quad (4.8)$$

$$\phi = [\varphi(n), \varphi(n+1), \dots, \varphi(N)]^T \quad (4.9)$$

$$e = [e(n), e(n+1), \dots, e(N)]^T \quad (4.10)$$

Définissons ensuite une forme quadratique à minimiser soit :

$$J(\theta) = e^T e = \sum_{k=n}^N e^2(k) \quad (4.11)$$

$$J(\theta) = e^T e = (Y - \phi\theta)^T (Y - \phi\theta) = Y^T Y - 2Y^T \phi\theta + \theta^T \phi^T \phi\theta$$

Dérivons ensuite  $J(\theta)$  par rapport à  $\theta$  et égalons à zéro

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = 2Y^T \phi + 2\theta^T \phi^T \phi = 0 \text{ d'où } \theta^T \phi^T \phi = Y^T \phi \quad (4.12)$$

Transposant de part et d'autre du signe d'égalité puis isolant  $\theta$  nous obtenons:

$$\hat{\theta}_{MC} = (\phi^T \phi)^{-1} Y^T \phi \quad (4.13)$$

Réécrivons la matrice  $\Phi$  comme suit:

$$\phi(N+1) = [\varphi(n), \varphi(n+1), \dots, \varphi(N), \varphi(N+1)]^T$$

Puis le terme

$$\begin{aligned} \phi(N+1)W(N+1) &= \sum_k^{n+1} \varphi(k)w(k)\varphi^T(k) \\ &\quad \sum_k^{n+1} \varphi(k)\lambda^{(N+1)-k}\varphi^T(k) \\ &\quad \lambda\phi^T(N)W(N)\phi(N) + \varphi(N+1)\varphi^T(N+1) \end{aligned}$$

Définissons la matrice  $P$  comme suit:

$$P(K) = [\phi^T(k)W(k)\phi(k)]^{-1} \quad (4.14)$$

Ce qui nous permet alors d'écrire:

$$P(N+1) = [\lambda^{(P-1)}(N) + \varphi(N+1)\varphi^T(N+1)]^{-1} \quad (4.15)$$

Cette inversion peut être réalisée analytiquement grâce à la formule suivante:

$$(A+BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (4.16)$$

Posons:

$$\begin{aligned} A &= \lambda^{(P-1)}(N) \\ B &= \varphi(N+1) \\ C &= 1 \\ D &= \varphi^T(N+1) \end{aligned}$$

Nous obtenons alors

$$P(N+1) = \frac{p(N)}{\lambda} - \frac{p(N)}{\lambda} \varphi(N+1) \left[ 1 + \varphi^T(N+1) \frac{p(N)}{\lambda} \varphi(N+1) \right]^{-1} \varphi^T(N+1) \frac{p(N)}{\lambda}$$

Nous remarquons que l'expression de  $P(N+1)$  ne nécessite pas d'inversion de matrice puisque le terme  $\varphi^T(N+1)\frac{P(N)}{\lambda}\varphi(N+1)$  est un scalaire. Par ailleurs, on remarque que l'expression de  $\hat{\theta}_{MCP}$  comprend aussi le terme  $\phi^T W Y$ . Trouvons une équation récurrente pour ce terme :

$$\phi^T(N+1)W(N+1)Y(N+1) = \lambda\phi^T(N)W(N)Y(N) + \varphi(N+1)Y(N+1) \quad (4.17)$$

Regroupons ensuite tous les termes dans l'expression de  $\hat{\theta}_{MC}$  et considérons pour simplifier que:

$$P = P(N), \phi = \phi(N), Y = Y(N), \text{ et } \phi = \phi(N+1) \quad (4.18)$$

On obtient

$$\hat{\theta}_{MCP}(N+1) = \left[ \frac{P}{\gamma} - \frac{P}{\gamma} \varphi(1 + \varphi^T \frac{P}{\gamma} \varphi)^{-1} \varphi^T \frac{P}{\gamma} \right] \left[ \gamma \phi^T(N)W(N)Y(N) + \varphi Y \right] \quad (4.19)$$

Posons ensuite:

$$K(N+1) = \frac{P}{\lambda} \varphi(1 + \phi^T \frac{P}{\lambda} \varphi)^{-1} \quad (4.20)$$

On obtient alors:

$$\hat{\theta}(N+1) = \hat{\theta}(N) + \frac{P}{\lambda} \phi y - K(N+1) \varphi^T \hat{\theta}(N) - K(N+1) \varphi^T \frac{P}{\lambda} \phi y \quad (4.21)$$

Et finalement

$$\hat{\theta}(N+1) = \hat{\theta}(N) + K(N+1) \left[ y - \varphi^T \hat{\theta}(N) \right] \quad (4.22)$$

Les composants du gain  $K$  sont des facteurs de pondération qui indiquent comment l'ancienne estimation et l'erreur de prédiction  $\left[ y - \varphi^T \hat{\theta}(N) \right]$  doivent être combinées afin de former la nouvelle estimation. Par ailleurs, la matrice  $P$  peut s'écrire plus simplement en fonction de  $K$  :  $P(N+1) = \frac{1}{\lambda} [I - K(N+1) \varphi^T] P(N)$ . Il est important de constater que les

termes de la matrice  $P$  peuvent devenir démesurément grands si le vecteur  $\varphi$  s'annule et  $\lambda < 1$ .

La détermination des paramètres du système par la méthode de moindres carrés récursif se résume donc comme suit:

1. choisir les valeurs numériques de  $\lambda$  et de  $N$  sachant que  $\lambda=1$  correspond aux moindres carrés ordinaires et  $0 < \lambda < 1$  correspond à une pondération exponentielle.
2. Choisir les valeurs initiales pour  $P(N)$  et  $\hat{\theta}(N)$ . Si aucune connaissance des paramètres n'existe, on posera  $\hat{\theta}(N)=0$ , et  $P(N) = \alpha I$  où  $\alpha$  est une valeur numérique assez grande.
3. Poser  $K = n$  et recueillir  $\varphi(K+1)$  et  $y(K+1)$ .
4. Calculer le gain  $K(K+1)$  :  $K(k+1) = P(k)\varphi(k+1)\left[\lambda + \varphi^T(k+1)P(k)\varphi(k+1)\right]^{-1}$
5. Calculer les paramètres estimés  $\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k+1)\left[y(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k)\right]$
6. Calculer la matrice  $P(K+1) = \frac{1}{\lambda}\left[I - K(K+1)\varphi^T(k+1)\right]P(k)$
7. Incrémenter et retourner en 4.

#### 4.4.3 Application du théorème d'échantillonnage

Lors de la conception d'un système échantillonné, la période d'échantillonnage n'est pas connue et constitue un des paramètres à trouver. Elle est généralement choisie comme étant quatre à dix fois supérieure à la largeur de bande du système. Elle ne doit être en aucun cas inférieure au temps de calcul nécessaire du système.

Soit la figure 4.2 représentant la forme générale d'un système de deuxième ordre avec son échantillonneur :

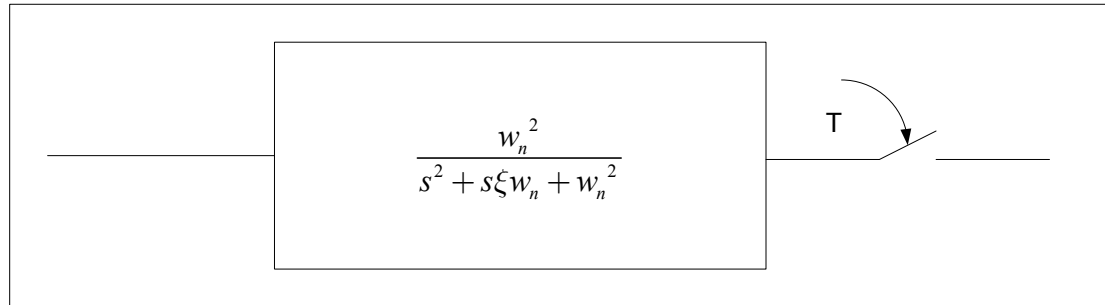


**Figure 4.2 Détermination de la fréquence d'échantillonnage.**

D'après le théorème de Nyquist :

$$f_{\max} = 4fn = \frac{4\omega_n}{2\pi} \quad (4.23)$$

La plage de T est donc :

$$T_{\text{échant}} < \frac{1}{2f_{\max(\text{système})}} = \frac{\pi}{4\omega_n} \quad (4.24)$$

soit:

$$f_{\text{échant}} \geq 2f_{\max} \quad (4.25)$$

#### 4.4.4 Application au système électrohydraulique du LITP

Nous avons vu dans le chapitre 1 paragraphe 1.5 que les valeurs de certains paramètres du fluide hydraulique tels que la viscosité, la compressibilité, la masse volumique, pouvaient changer avec la variation de la température ou de la pression.

Supposons que la température vienne à évoluer dans le système et que la compressibilité du liquide  $\beta_e$  passe de  $7.995 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$  à  $10^9 \text{ N/m}^2$ . Nous allons modéliser à nouveau le système pour trouver les nouvelles fonctions de transfert pour chaque sortie.

Nous allons à partir de Matlab trouver les nouvelles variables d'état du système. Nous aurons donc

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 131.8693 & 0 & 0 \\ 0 & -15.888 & 38.4770 & 0 \\ 0 & -625.1855 & -13.3634 & 625.1885 \\ 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Alors les nouvelles fonctions de transfert seront:

➤ Pour la sortie position angulaire

$$G1(s) = \frac{317220}{s^3 + 272s^2 + 24268s}$$

➤ Pour la sortie vitesse angulaire

$$G2(s) = \frac{24055}{s^2 + 272s + 24268}$$

➤ Pour la sortie différence de pression

$$G3(s) = \frac{6252s + 99335}{s^2 + 272s + 24268}$$

Considérons maintenant la sortie en vitesse angulaire sur laquelle nous allons faire de l'asservissement. Soit la fonction de transfert suivante:

$$G2(s) = \frac{24055}{s^2 + 272s + 24268}$$

Cette fonction correspond à la nouvelle sortie en vitesse du système électrohydraulique étudié. Nous allons maintenant appliquer les gains du contrôleur PID par la technique de placement de pôles que nous avons trouvé à la section 3.7.2 et par la technique de Ziegler Nichols trouvé à la section 3.5.2.

#### **4.5 Simulation de la sortie vitesse angulaire avec le contrôleur PID.**

Dans cette section nous allons procéder à la simulation de l'asservissement du système hydraulique étudié. En utilisant les anciennes valeurs des gains du contrôleur PID trouvées à la section 3.5.2. Nous voulons voir comment la sortie du système réagit après que certains paramètres du système aient été modifiés. Nous utiliserons pour cela trois type de consignes: échelon, sinusoïdale et rampe. Les essais se feront avec les deux techniques, la technique de placement de pôles et celle de Ziegler Nichols.

##### **4.5.1 Technique de Ziegler Nichols**

Les gains du PID, sont les mêmes que nous avons trouvés à la section 3.5.2 par la méthode de Ziegler Nichols. Nous appliquerons ces gains afin de voir le comportement de la sortie vitesse pour différentes consignes. Soit la figure 4.3 suivante permettant la simulation de la sortie vitesse angulaire.

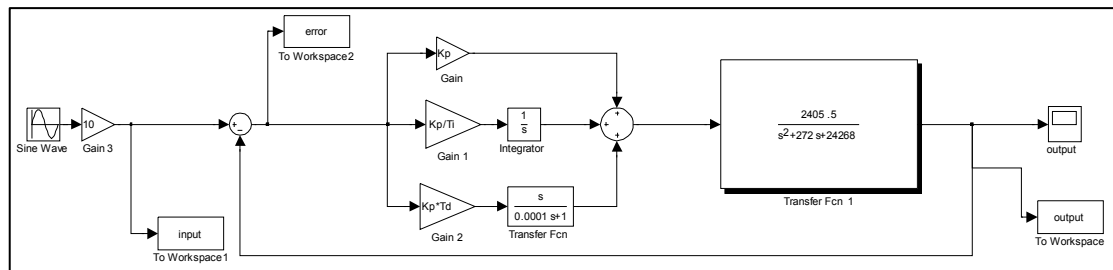


**Figure 4.3 Contrôleur PID sortie vitesse angulaire.**

- Pour une consigne sinusoïdale : de fréquence 1Hz et d'amplitude 10 rad/sec

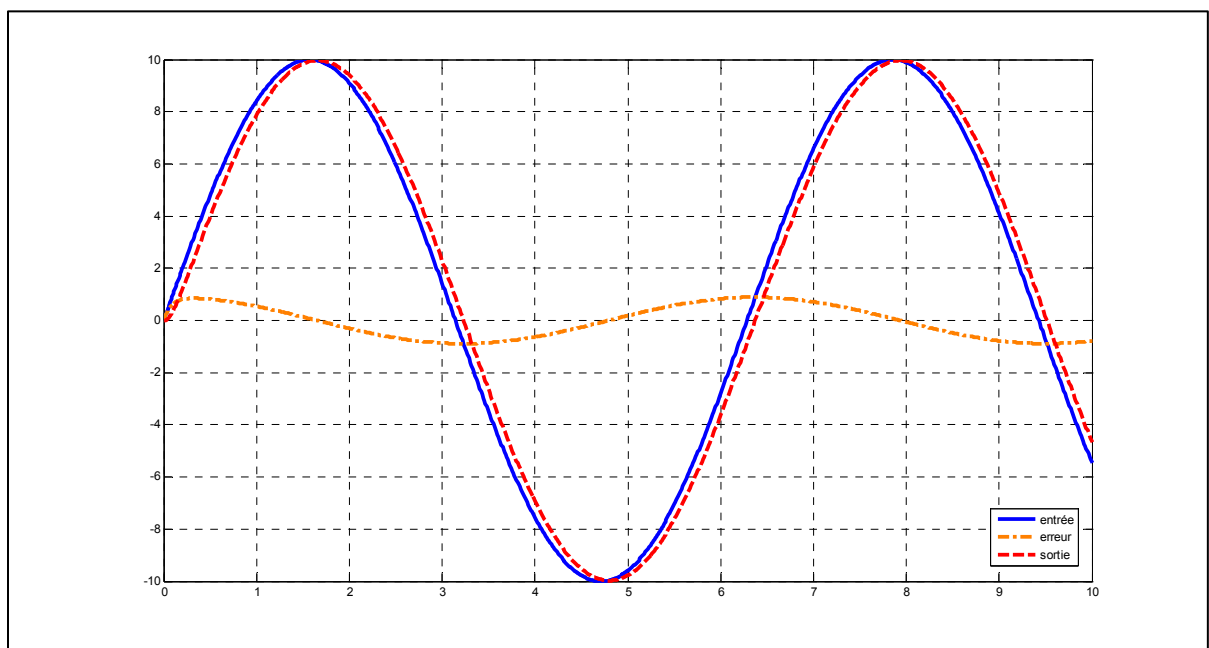


**Figure 4.4 Réponse vitesse consigne sinus avec une compressibilité de  $10^9 \text{N/m}^2$ .**

Ce que nous remarquons ici c'est que même avec une variation du paramètre de compressibilité dû à la variation de température du système, l'erreur que nous avons obtenue à la section 3.6 avec le même contrôleur était de 0.03rad/sec. Mais cette fois ci cette erreur est de 1rad/sec ce qui représente une augmentation non négligeable.

Nous allons voir maintenant le comportement du système avec un contrôleur PID par placement de pôles.

#### 4.5.2 Simulation de la sortie vitesse par la technique de placement de pôles

Nous allons conserver les gains que nous avons trouvés à la section 3.10.1 dans le but de voir si ces gains pourront continuer à assurer la stabilité du système électrohydraulique. Les valeurs des gains étaient:

$$\begin{aligned} k_1 &= 10, \\ k_2 &= 0.0621, \\ k_e &= 225, \end{aligned}$$

Soit la figure 4.7 suivante permettant la simulation de la sortie vitesse angulaire par placement de pôles avec action intégrale.

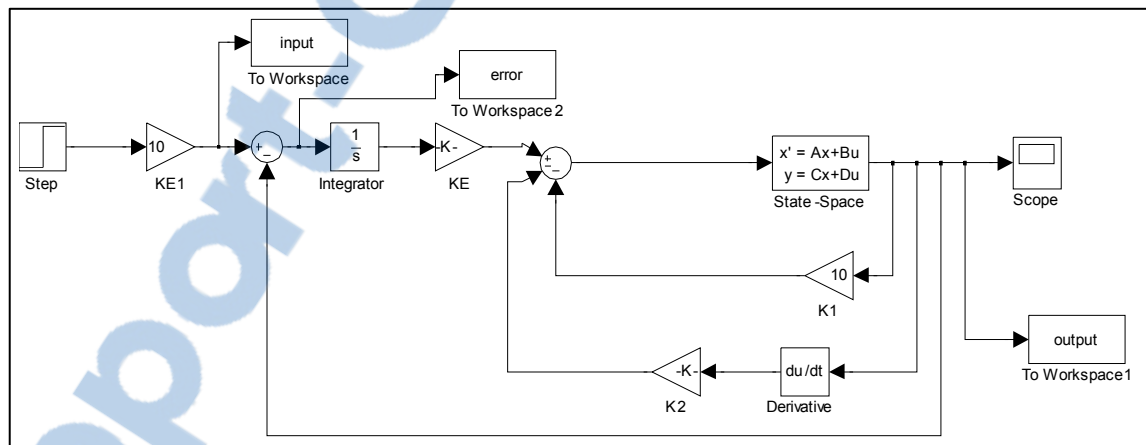


Figure 4.5 Contrôleur par placement de pôles de la sortie vitesse.

➤ Consigne échelon de 10 rad/sec

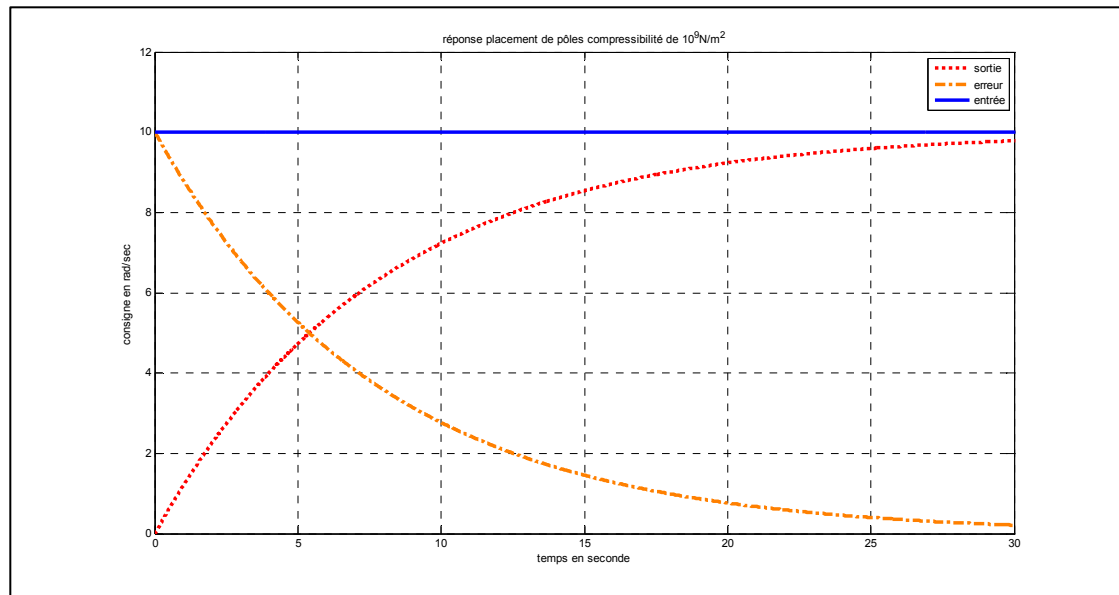


**Figure 4.6 Réponse pour un contrôleur par placement de pôles avec consigne échelon.**

➤ Consigne sinus de fréquence 1Hz et d'amplitude 10 rad/sec

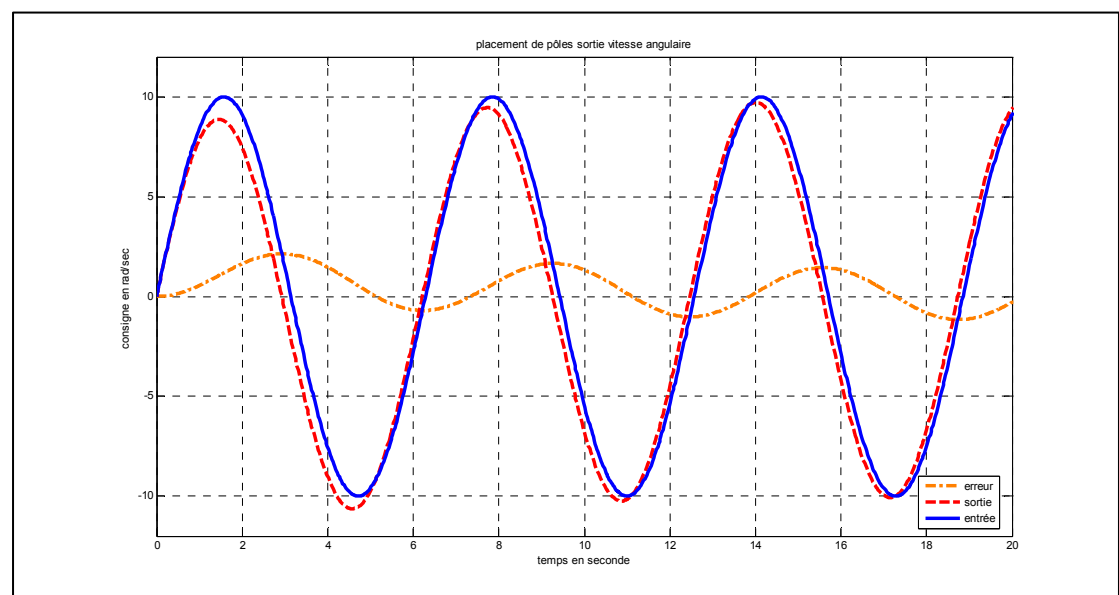


**Figure 4.7 Réponse pour un contrôleur par placement de pôles pour une entrée sinus avec une compressibilité de  $10^9 \text{ N/m}^2$ .**

Avec les réponses que nous venons d'obtenir nous remarquons qu'avec le contrôleur placement de pôles, lorsque le paramètre compressibilité passe de  $7.995 \cdot 10^8 N/m^2$  à  $10^9 N/m^2$  Le temps de stabilisation du système est long. après 30 secondes de simulation l'erreur en régime permanent n'est toujours pas nulle, l'erreur augmente. Dans les sections suivantes nous nous pencherons sur l'étude d'un contrôleur adaptatif. Ce contrôleur servira à palier aux problèmes de non suivi de trajectoire de la consigne à la sortie du système dû à la variation d'un paramètre du système.

En définitif nous pouvons dire que le contrôleur à placement de pôles est plus sensible ou moins robuste que le contrôleur PID par Ziegler nichols car pour une petite variation d'un paramètre du système l'erreur à la sortie du contrôleur par placement de pôles était trois fois plus élevée.

#### 4.6 La commande adaptative indirecte

Nous allons dans un premier temps procéder à l'identification du système étudié. Étant donné que l'identification se fait par un calculateur numérique, nous allons déterminer le modèle discret du système étudié. Avant cela, trouvons la période d'échantillonnage par le critère de Nyquist. Nous avons :

$$G2(s) = \frac{2405.5}{s^2 + 272s + 24268} = \frac{w_n^2}{s^2 + s2\xi w_n + w_n^2} \quad (4.26)$$

En égalant les dénominateurs, on a que:

$$w_n = \sqrt{24268} = 155.782 \text{ rad / sec}$$

$$2\xi w_n = 272 \Rightarrow \xi = \frac{272}{2 \cdot 155.782} = 0.873$$

Critère de Nyquist:

$$T < \frac{\pi}{4w_n} = 0.005039$$

D'où

$$T = 0.005 = 5ms$$

À partir du code Matlab présenté en annexe2, nous allons déterminer la fonction de transfert du système en Z. La réponse que nous trouvons est :

$$H(z) = \frac{0.01915z + 0.01214}{z^2 - 0.941z + .2567} \quad (4.27)$$

#### 4.6.1 Estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés récursifs

Notre système étant un système d'ordre 2, la fonction de transfert  $H(z)$  peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$B_0G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}} \quad (4.28)$$

En multipliant en croisé, on obtient

$$Y(z) + a_1z^{-1}Y(z) + a_2z^{-2}Y(z) = b_1z^{-1}U(z) + b_2z^{-2}U(z) \quad (4.29)$$

Appliquons ensuite le théorème du retard et déduisons l'équation de récurrence qui suit:

$$y(k) = -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) \quad (4.30)$$

Pour être capable d'estimer les paramètres  $a_i$  et  $b_i$  nous déduisons aussi l'équation suivante:

$$\theta(k) - \theta(k-1) = a_2[\theta(k-1) - \theta(k-2)] + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) \quad (4.31)$$

Considérons :

$$\varepsilon(k) = \theta(k) - \theta(k-1) \quad (4.32)$$

Nous aurons alors:

$$\varepsilon(k) = a_2\varepsilon(k-1) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) \quad (4.33)$$

Alors l'équation du moindre carré récursif est donnée par:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k-1)[y(k) - \varphi^t(k)\hat{\theta}(k-1)] \quad (4.34)$$

Avec  $\theta$  représentant le vecteur des paramètres

$$\theta(k) = [a_2, a_1, b_2, b_1]^T$$

Et  $\varphi$  qui est le vecteur de mesures

$$\varphi^T(k) = [-y(k-1), -y(k-2), u(k-1), u(k-2)]$$

Les composantes du gain  $K$  sont des facteurs de pondération qui indiquent comment l'ancienne estimation et l'erreur de prédiction  $[y - \phi^T \theta N]$  doivent être combinées afin de former la nouvelle estimation. Elle est calculée comme suit:

$$K(N+1) = \frac{P}{\lambda} \varphi (1 + \varphi^T \frac{P}{\lambda} \varphi)^{-1} \quad (4.35)$$

$$P(N+1) = \frac{1 [I - K(N+1) \varphi^T] P(N)}{\lambda}$$

#### 4.6.2 Choix des paramètres d'estimation

- La valeur initiale de la matrice  $P$  doit être égale à  $\alpha I$  où  $\alpha$  est une très grande valeur  $\approx 20000$ . Dessaint et al. (1990).
- La matrice  $P$  est proportionnelle à la variance de l'estimation. Quand les éléments de la diagonale de  $P$  tendent vers les valeurs faibles  $\approx 0$ , l'estimateur se désactive, ceci signifiant que les valeurs estimées ont atteint leurs valeurs finales.
- Le facteur d'oubli  $\lambda$  est utilisé pour la détermination des paramètres  $\theta$ . Sa valeur typique est comprise entre  $0.95 \leq \lambda \leq 0.99$ .
- La convergence de l'estimation dépend seulement des vecteurs de mesures (entrées et sorties) et est indépendante du vecteur  $\theta$ . alors la connaissance du vecteur des paramètres n'est pas importante. Notons que  $\theta_{(0)}$  peut être mis à 0.

Nous allons appliquer ce principe d'identification au système électrohydraulique étudié.

### 4.6.3 Identification des paramètres du système électrohydraulique

La fonction de transfert de la sortie en vitesse de notre système est donnée par :

$$G2(s) = \frac{2405.5}{s^2 + 272s + 24268}$$

La période d'échantillonnage calculée plus haut est  $T=0.005s$ .

Nous allons à partir du modèle Simulink de la figure 4.8, et à partir du vecteur  $\varphi = [y \ u]$  des entrées et sorties de notre système, estimer le vecteurs des paramètres  $\hat{\theta} = [a_{est}, b_{est}]$  et les comparer au paramètres du système réel.

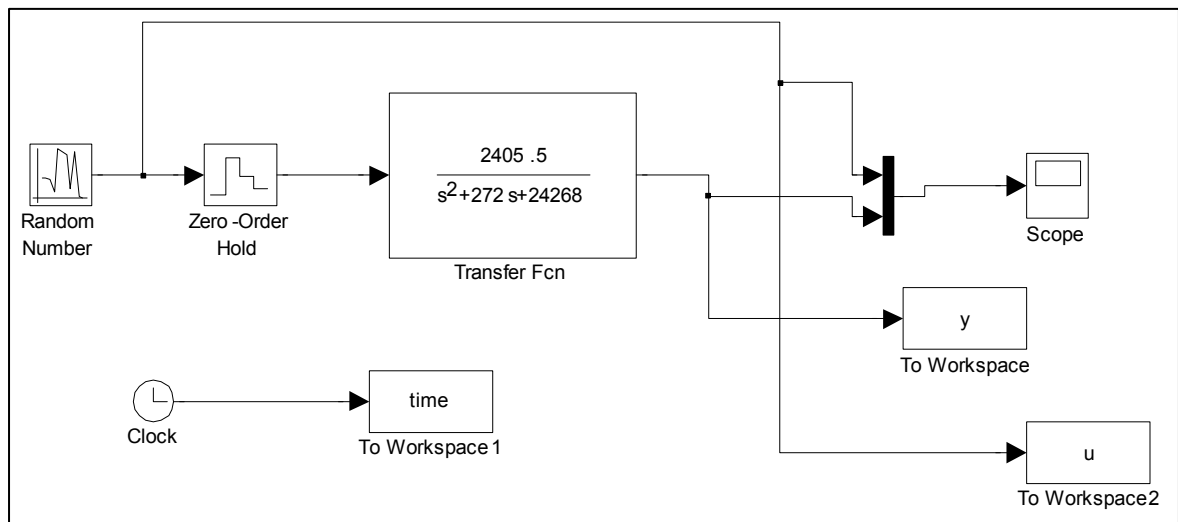


**Figure 4.8 Détermination du vecteur de mesure  $\varphi$ .**

Le vecteur de mesure  $\varphi = [u, y]$  étant obtenu, nous allons maintenant utiliser Matlab pour estimer les paramètres

Avec  $P0=20000$  et  $\lambda=0.98$   $n_a=2$ ,  $n_b=2$ ,  $d=0$ , nous trouvons alors :

$$H(z) = \frac{0.01915z + 0.01214}{z^2 - 0.941z + 0.2567}$$

Nous pouvons remarquer que l'identification donne directement la fonction de transfert

$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$  du système échantillonné. On obtient exactement la même fonction que celle trouvée avec le programme C2d.m en annexe 2

En divisant le numérateur et le dénominateur de  $H(z)$  par  $z^2$  nous trouvons:

$$H(z) = \frac{0.01915z^{-1} + 0.01214z^{-2}}{1 - 0.941z^{-1} + 0.2567z^{-2}} = \frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}$$

Avec

$$b_1 = 0.01915$$

$$b_2 = 0.01214$$

$$a_1 = -0.941$$

$$a_2 = 0.2567$$

#### 4.6.4 Identification des paramètres par idtool de Matlab

L'IDtool est une collection de blocs de Matlab/Simulink utilisés pour l'identification des systèmes dynamiques. À la figure 4.9 nous faisons une identification de la sortie en vitesse angulaire du système électrohydraulique étudié avec l'outil IDtool. Et les paramètres trouvés sont présentés à la figure 4.10. Nous remarquons qu'au bout de 5 secondes tous les paramètres sont identifiés.

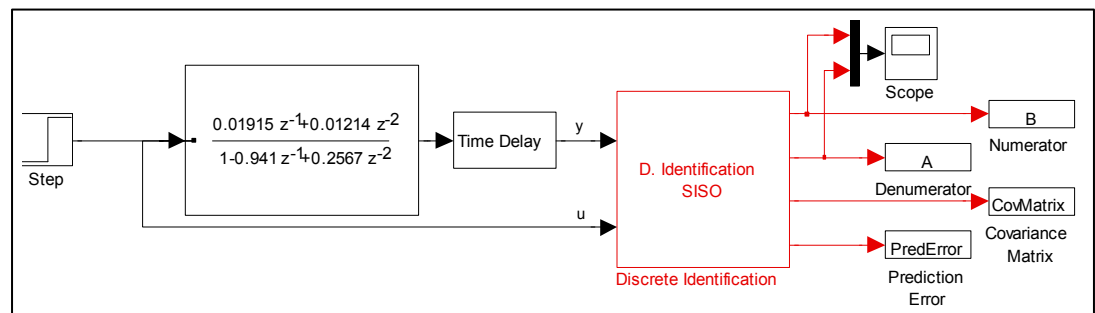


Figure 4.9 Identification du système avec IDtool de Matlab.

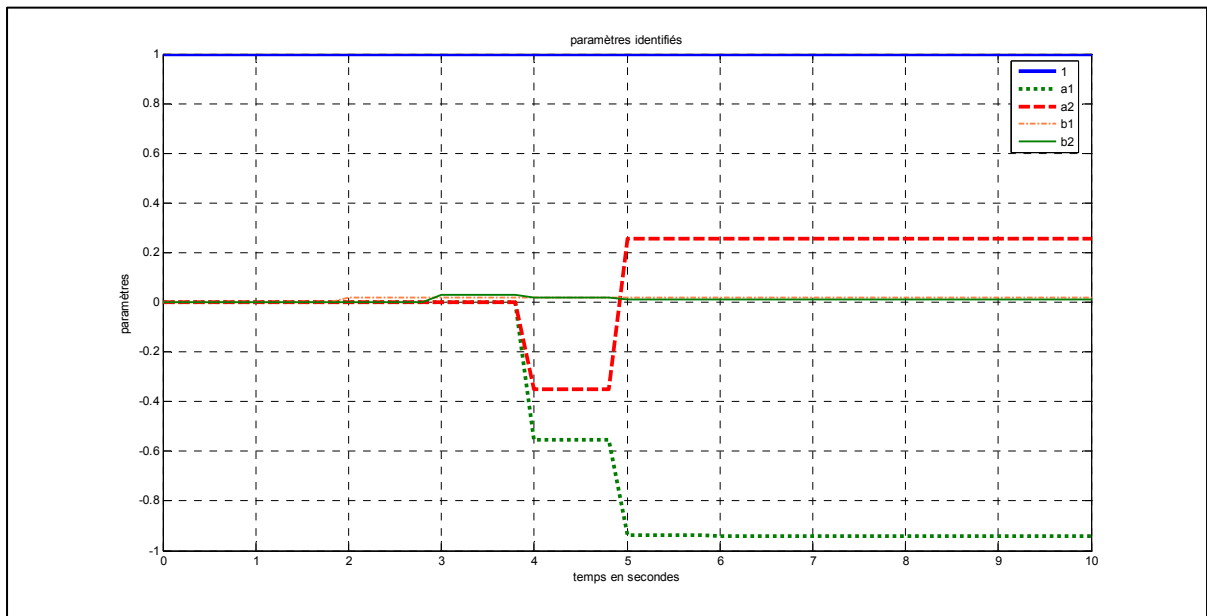


**Figure 4.10 Les paramètres identifiés par Idtool.**

En comparant les valeurs des paramètres identifiés par les deux méthodes, on constate qu'ils sont identiques.

**Tableau 4.1 Valeurs des Paramètres identifiés par Rls**

| Paramètres estimés |         |
|--------------------|---------|
| $b_1$              | 0.1915  |
| $b_2$              | 0.01214 |
| $a_1$              | -0.941  |
| $a_2$              | 0.2567  |

Les paramètres de la fonction de transfert  $a_i$  et  $b_i$  sont donc les mêmes que ceux trouvés avec l'outil Idtool.

#### 4.6.5 Principe de la commande adaptative indirecte

Avec les paramètres du système ainsi identifiés, nous revenons déterminer les paramètres du contrôleur PID par la technique de placement de pôles comme nous l'avons fait au chapitre précédent mais cette fois-ci en discret. Le qualificatif indirect ou explicite attaché à la figure 4.11, provient du fait que les paramètres du système à commander doivent être estimés avant de servir à la synthèse du régulateur.

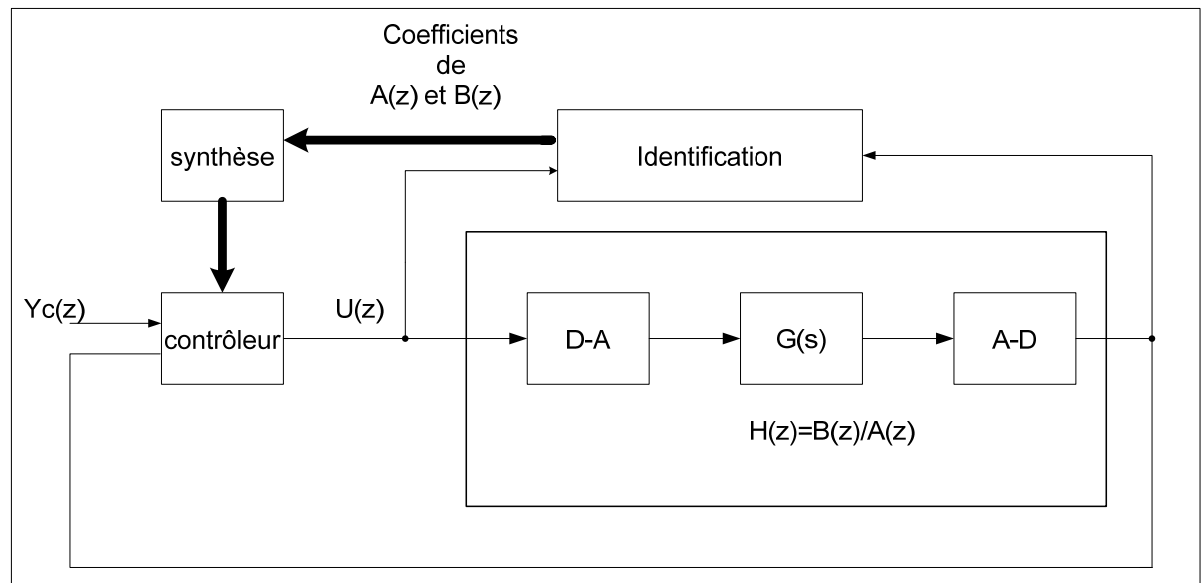


Figure 4.11 Schéma de commande adaptative indirecte.

#### 4.6.6 Réglage d'état discret par placement de pôles

Une représentation d'état permet de modéliser un système dynamique sous forme matricielle en utilisant des variables d'état. Cette représentation, qui peut être linéaire ou non-linéaire, doit tenir compte de l'état du système à n'importe quel instant futur si l'on possède les valeurs initiales. Cette représentation peut être continue ou discrète. Soit la figure 4.12 représentant le principe de réglage d'état discret.

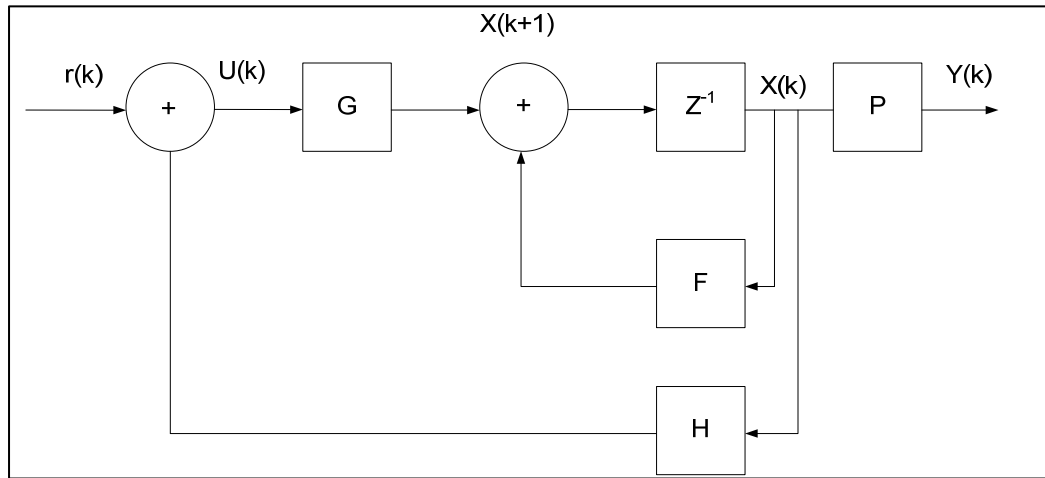


**Figure 4.12 Réglage d'état discret par positionnement de pôles.**

À partir de la figure 4.12 ci-dessus, nous pouvons déduire les équations suivantes:

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) \quad (4.36)$$

et

$$u(k) = r(k) + Hx(k) \quad (4.37)$$

Ce qui revient à

$$x(k+1) = (F + GH)x(k) + Gr(k) \quad (4.38)$$

Nous obtenons la fonction de transfert échantillonné  $H(z)$  en prenant la transformée en  $z$  de part et d'autre du signe d'égalité

$$\begin{aligned} zX(z) - zX(o) &= (F + GH)X(z) + GR(z) \\ X(z)[zI - (F + GH)] &= GR(z) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Par ailleurs, l'équation de la sortie est:

$$\begin{aligned} y(k) &= Px(k) \\ y(z) &= Px(z) \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} y(z) &= P[zI - (F + GH)]^{-1} GR(z) \\ H(z) &= \frac{y(z)}{R(z)} = P[zI - (F + GH)]^{-1} G \end{aligned} \quad (4.41)$$

L'équation caractéristique en chaîne fermée est le dénominateur de  $H(z)$  soit :

$$\det[zI - F - GH].$$

Afin d'imposer les pôles  $P_1, P_2, \dots, P_n$  à cette équation caractéristique, on pose l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \det[zI - F - GH] &= (z - P_1)(z - P_2) \dots (z - P_n) \\ &= z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n \end{aligned}$$

En identifiant terme à terme les coefficients du polynôme de droite à ceux de l'équation caractéristique, nous déterminons les facteurs de pondération  $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$ .

#### 4.6.7 Application au système du LITP

➤ Spécification transitoire :

Nous voulons avoir en sortie par positionnement des pôles :  $\omega_n = 1.5 \text{ rad/s}$  et  $\xi = 0.5$ . Nous allons tout d'abord calculer les pôles dans le plan  $s$ . Soit la figure 4.13 donnant la représentation des pôles dans le plan complexe.

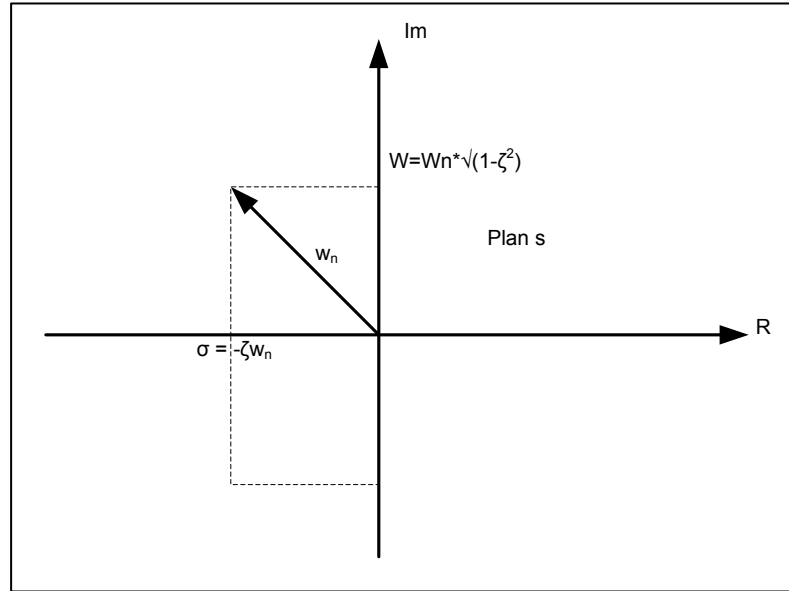


**Figure 4.13 Position des pôles dans le plan complexe.**

$$\sigma = -\xi\omega_n = -0.5(1.5) = -0.75 \quad (4.42)$$

et

$$\omega = \omega_n * \sqrt{(1 - \xi^2)} = 1.5 * \sqrt{(1 - (0.5)^2)} = 1.299 \text{ rad / s} \quad (4.43)$$

La transformation conforme du plan s au plan z nous donne:

$$|z| = e^{\sigma T} = e^{-0.75 * 0.1} = e^{-0.075} = 0.928$$

$$\angle z = \omega T = 1.299 * .1 = 0.1299 \text{ rad} = 7.44^\circ$$

$$z_{1,2} = |z| \cos(7.44) \pm j |z| \sin(7.44) = 0.92 \pm j0.12$$

Avec la spécification transitoire, l'équation caractéristique désirée est:

$$\begin{aligned} \Delta d(z) &= (z + 0.92 + j0.12)(z + 0.92 - j0.12) \\ \Delta d(z) &= z^2 + 1.84z + 0.8608 \end{aligned} \quad (4.44)$$

#### 4.6.8 Annulation des pôles et des zéros du système

L'annulation des pôles stables du système à l'aide des zéros du compensateur réduit l'ordre du système en boucle fermé et vient ainsi simplifier la conception. La fonction de transfert du système est donnée par :

$$H(z) = \frac{0.01915z + 0.01214}{z^2 - 0.941z + 0.2567} \quad (4.45)$$

Soit la figure 4.14 représentant le schéma de principe du compensateur PID discret.

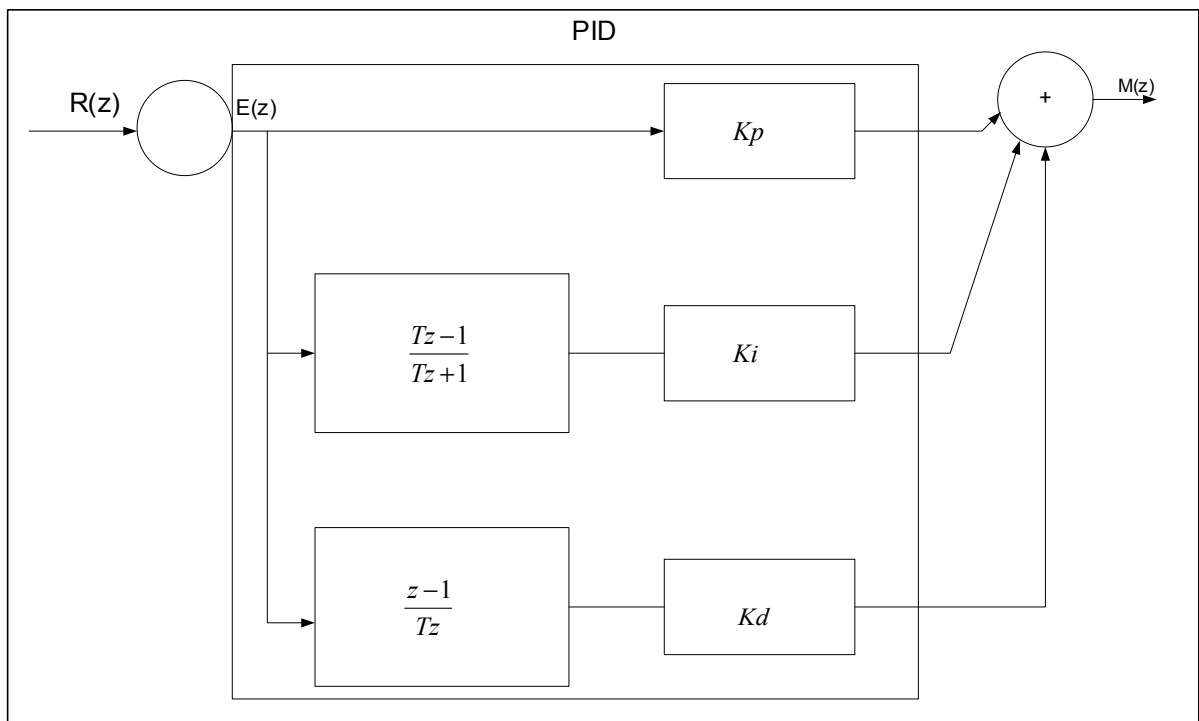


**Figure 4.14 Schéma de principe du PID discret**

Nous allons maintenant appliquer un contrôleur PID au système électrohydraulique à la sortie vitesse angulaire. Le compensateur PID discret est défini par:

$$\frac{M(z)}{E(z)} = K_p + \frac{K_i T}{2} * \frac{(1+z^{-1})}{(1-z^{-1})} + \frac{K_d}{T} (1-z^{-1}) = G_c(z) \quad (4.46)$$

Avec

$$\begin{aligned} Q_0 &= K_p + \frac{K_i T}{2} + \frac{K_d}{T} \\ Q_1 &= -K_p + \frac{K_i T}{2} - 2\frac{K_d}{T} \\ Q_2 &= \frac{K_d}{T} \end{aligned}$$

À noter que  $G_c(z)$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$G_c(z) = \frac{Q_0 z^2 + Q_1 z + Q_2}{z(z-1)} \quad (4.47)$$

À la figure 4.15 ci-dessous, nous allons annuler des pôles stables du système.

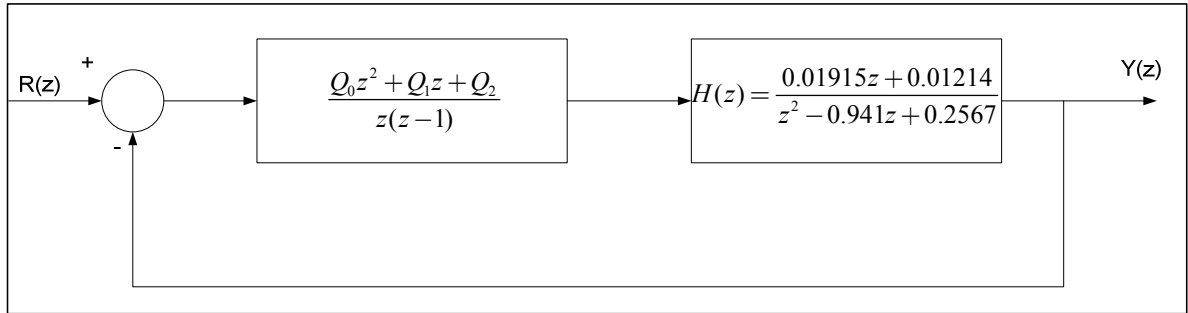


**Figure 4.15 Contrôleur PID par placement de pôles discret.**

Soit l'équation suivante:

$$G_c(z)B_0G_p(z) = \frac{Q_0(z^2 + \frac{Q_1}{Q_0}z + \frac{Q_2}{Q_0})}{z(z-1)} \left[ \frac{0.01915z + 0.01214}{z^2 - 0.941z + 0.2567} \right] \quad (4.48)$$

**Remarque:**

Pour une fonction de transfert en boucle ouverte ayant un pôle à  $z=1$ , l'erreur en régime permanent du système en boucle fermée sera nulle

En posant:

$$z^2 + \frac{Q_1}{Q_0}z + \frac{Q_2}{Q_0} = z^2 - 0.941z + 0.2567$$

$$\frac{Q_1}{Q_0} = -0.941$$

$$\frac{Q_2}{Q_0} = 0.2567$$

L'équation 4.46 devient alors:

$$G_c(z)B_0Gp(z) = \frac{Q_0}{z(z-1)} \left[ \frac{0.01915z + 0.01214}{1} \right]$$

$$G_c(z)B_0Gp(z) = \frac{75.8373(0.01915z + 0.01214)}{z(z-1)}$$

Et la figure 4.16 nous donne le nouveau système en boucle fermée après annulation des pôles stables.

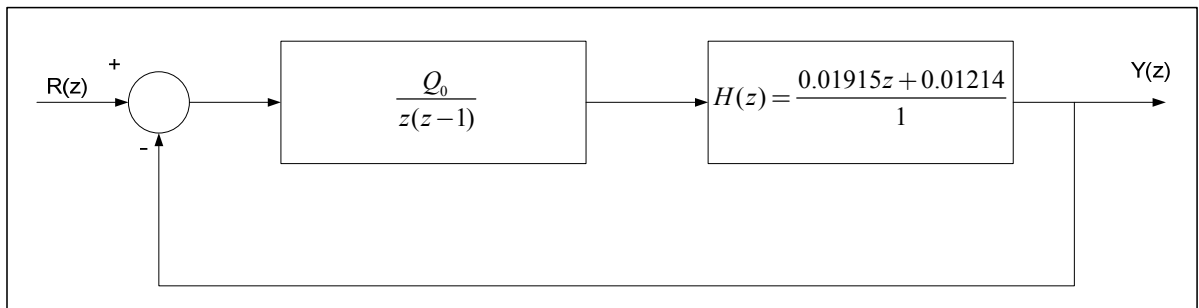


**Figure 4.16 Compensateur et système après annulation  
Des pôles stables**

#### 4.6.9 Conception par imposition des pôles

Nous devons avoir :

$$\Delta(z) = \Delta d(z)$$

Et trouvons d'abord  $\Delta(z)$

D'après la figure 4.16, nous pouvons écrire l'équation en boucle fermée du système de la manière suivante:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{\frac{Q_0}{z(z-1)} * (0.01915z + 0.01214)}{\frac{Q_0(0.01915z + 0.01214)}{z(z-1)} + 1}$$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{Q_0(0.01915z + 0.01214)}{Q_0(0.01915z + 0.01214) + z(z-1)} = \frac{Q_0(0.01915z + 0.01214)}{\Delta(z)}$$

$$\Delta(z) = z^2 + z(Q_0 0.01915 - 1) + Q_0 0.01214$$

Posons l'égalité:

$$\Delta(z) = \Delta d(z)$$

$$z^2 + z(Q_0 0.01915 - 1) + Q_0 0.01214 = z^2 + 1.84z + 0.8608$$

De cette équation nous déduisons aisément la valeur de  $Q_0$ .

$$Q_0 = 70.9061$$

De l'annulation des pôles et des zéros nous avons:

$$Q_1 = -0.941 * Q_0 = -66.6517$$

$$Q_2 = 0.2567 * Q_0 = 18.2016$$

Nous pouvons aussi déterminer les valeurs numériques des gains  $K_p$ ,  $K_d$  et  $K_i$  en résolvant les trois équations suivantes pour  $T = 5\text{ms}$ :

$$\begin{cases} Q_0 = Kp + \frac{KiT}{2} + \frac{Kd}{T} \\ Q_1 = -Kp + \frac{KiT}{2} - \frac{2 * Kd}{T} \\ Q_2 = \frac{Kd}{T} \end{cases}$$

Nous trouvons alors:

$$\begin{cases} Q_0 = Kp + \frac{KiT}{2} + \frac{Kd}{T} \\ -0.941Q_0 = -Kp + \frac{KiT}{2} - \frac{2 * Kd}{T} \\ 0.2567Q_0 = \frac{Kd}{T} \end{cases}$$

#### 4.6.10 Simulation de la sortie vitesse avec simulink

➤ Consigne rampe de 1 rad/sec

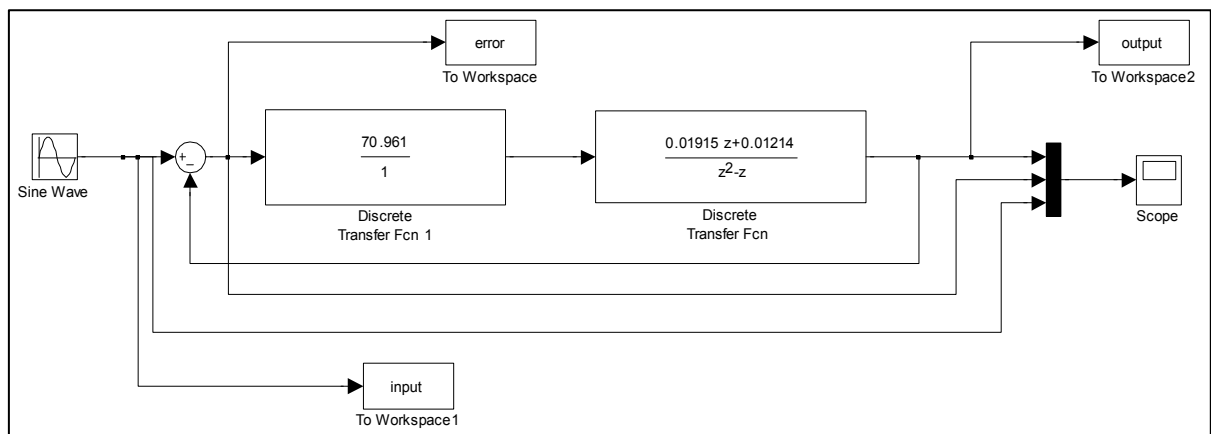


**Figure 4.17 PID discrets, sortie vitesse, échelon de 1rad/sec.**

La figure 4.18 ci-dessous nous donne la réponse de la sortie vitesse angulaire avec une consigne rampe de pente 1 rad/sec.

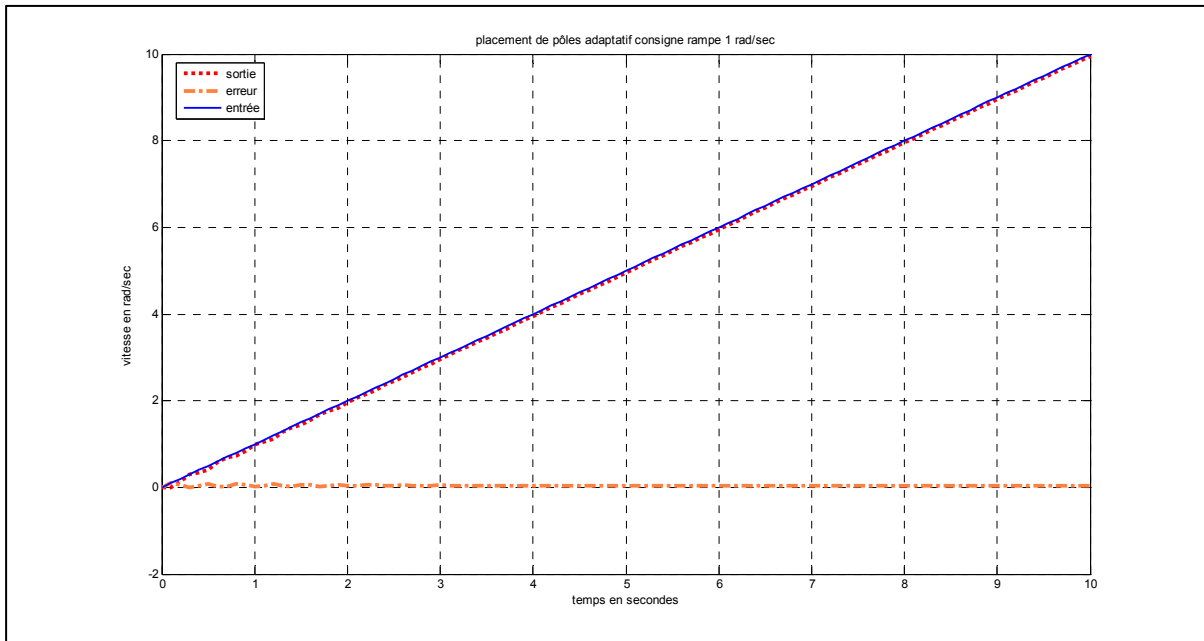


**Figure 4.18 Réponse PID discrets, sortie vitesse, consigne rampe.**

➤ Pour une consigne échelon de 1 rad/sec, nous obtenons les résultats de la figure 4.19.

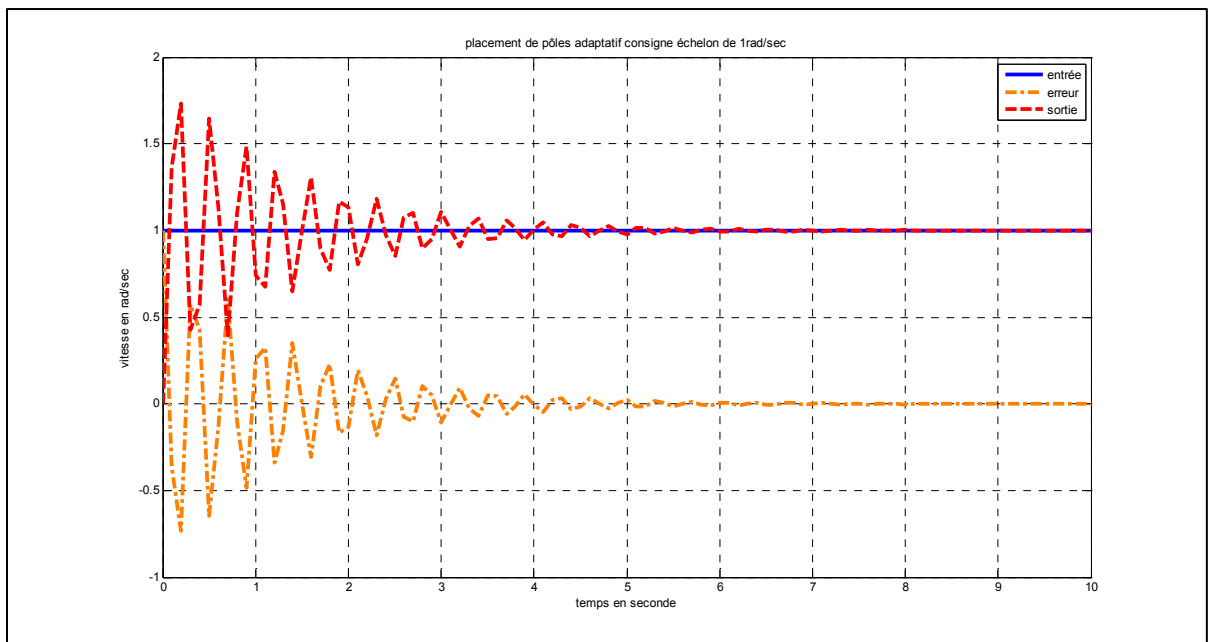


**Figure 4.19 Réponse PID discrets, sortie vitesse, échelon de 1 rad/sec**

- Consigne sinus = 1rad/sec de fréquence 1Hz.

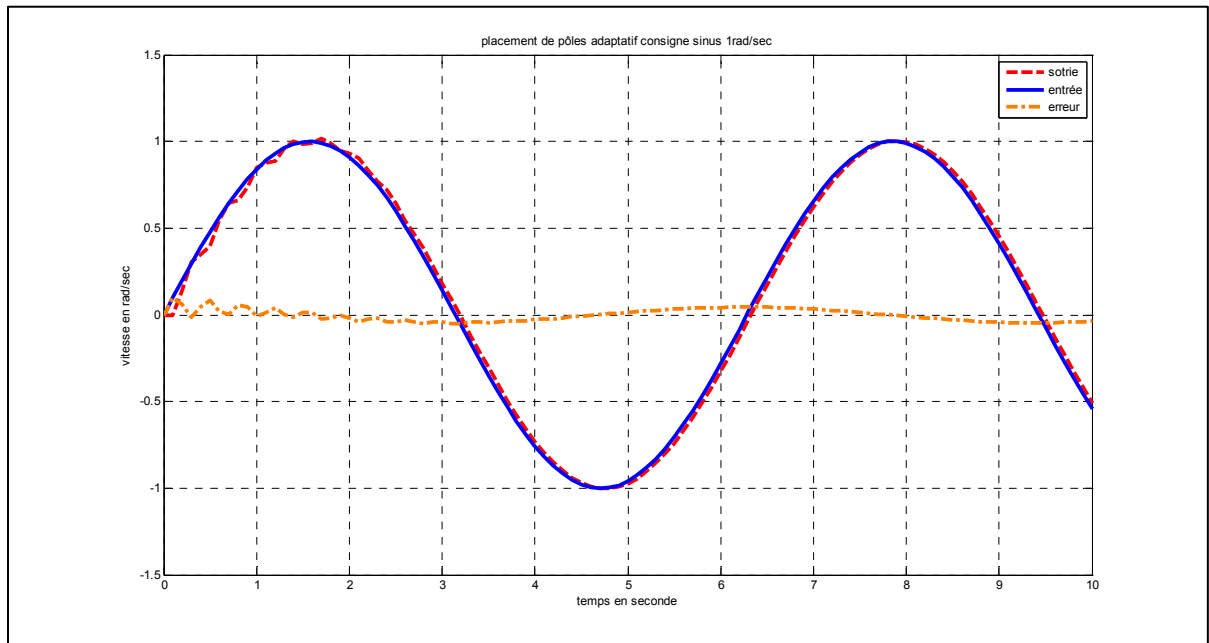


**Figure 4.20 Réponse PID discrets, sortie vitesse. Consigne sinusoïdale.**

Le tableau 4.2 ci-dessous nous donne le comportement de la sortie vitesse angulaire avec action intégrale pour une consigne échelon de 1rad/sec

Tableau 4.2 PID discrets, sortie vitesse, échelon de 1rad/sec

| <b>VITESSE ANGULAIRE AVEC INTÉGRALE RÉPONSE <math>R(t)=1\text{rad/sec}</math></b> |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| DÉPASSEMENT $M_p$ (rad/sec)                                                       | 0.7 |
| TEMPS DE MONTÉE $T_m$ (sec)                                                       | 0.3 |
| ERREUR RÉGIME PERMANENT (rad/sec)                                                 | 0   |

#### 4.6.11 Analyse des résultats de la simulation

➤ Pour la consigne échelon, nous remarquons un nombre important d'oscillations au début, et ces oscillations vont en diminuant. Le temps de réponse est d'environ 3.5 secondes; ce qui est long pour ce type de système. Par contre, l'erreur en régime permanent s'annule après 5 secondes.

➤ Les consignes sinus et rampes nous donnent une erreur en régime permanent nulle.

Quand nous comparons les résultats obtenus entre le contrôleur par placement de pôles et le contrôleur adaptatif par placement de pôles, nous remarquons qu'avec le contrôleur adaptatif, même avec la variation de la compressibilité de l'huile, l'erreur en régime permanent reste nulle. Tandis qu'avec le contrôleur non adaptatif l'erreur augmente.

### 4.7 Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre une loi de commande adaptative par la technique de placement de pôles dans le but de contrôler la vitesse de rotation de la transmission mécanique du système étudié. Nous avons identifié les paramètres du modèle du système électrohydraulique étudié par la méthode des moindres carrés récursifs. Une étude comparative des performances en régime permanent du contrôleur adaptatif et du contrôleur classique PID nous a permis d'affirmer que le contrôleur proposé s'adapte bien à la commande des systèmes électrohydrauliques considérés.

## CONCLUSION

L'objectif de ce travail de recherche consiste à démontrer les limites d'un contrôleur linéaire tel que le PID pour la commande d'un système électrohydraulique. Et cette limite est due à la non-linéarité du système et aux variations des paramètres du fluide hydraulique.

Pour cela, nous avons développé des algorithmes de commande linéaires et non-linéaires pour l'asservissement du système électrohydraulique et par la suite, nous avons comparé les résultats des deux types de contrôleurs. En ce qui concerne la commande linéaire, nous avons développé le contrôleur PID par la technique de Ziegler Nichols et le contrôleur PID par placement de pôles. Ces contrôleurs ont été appliqués après linéarisation du système autour d'un point d'équilibre.

Après avoir identifié les paramètres du système, nous avons développé un contrôleur adaptatif par placement pôles que nous avons implanté à notre système par simulation à l'aide du logiciel simulink. Nous avons par la suite comparé les résultats obtenus avec ceux des contrôleurs linéaires en faisant varier le paramètre compressibilité du fluide hydraulique.

Nous avons remarqué que le contrôleur adaptatif réagissait mieux à la variation du paramètre, c'est-à-dire que l'erreur en régime permanent demeurait nulle malgré cette variation de la compressibilité tandis qu'avec le contrôleur PID l'erreur augmentait de manière considérable. Nous sommes donc arrivés à la conclusion que le contrôleur adaptatif était le mieux indiqué

pour la commande d'un système dynamique à paramètres variables. Toutes les simulations ont été effectuées à partir du logiciel Simulink de Matlab.

Étant donné que ce travail a été effectué sur un actionneur rotatif, et que nous nous sommes limités à la simulation du système, on pourra comme suite de ce travail, l'appliquer sur un actionneur hydraulique linéaire, et développer un contrôleur adaptatif qui identifie les paramètres du système en temps réel et agit directement sur les paramètres du contrôleur en vue de stabiliser le système.

Les résultats de ce travail contribueront à l'avancement de la recherche sur les systèmes électrohydrauliques en milieu industriel, notamment la commande de vitesse, de pression, ou de force des presses hydrauliques, la commande des convoyeurs hydrauliques, les transmissions mécaniques de puissance entraînées par des moteurs hydrauliques.

## ANNEXE I

### TITRE PARAMÈTRES DU SYSTÈME ÉLECTROHYDRAULIQUE

| Noms des paramètres                                  | paramètres                | valeurs                                           |
|------------------------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------------------|
| Constante de temps de la servovalve                  | $\tau_v$                  | 0.001sec                                          |
| Courant d'entrée                                     | $I_{max}$                 | 10ma                                              |
| Gain d'amplificateur de la servovalve                | $Ka$                      | 0.1351V/ma                                        |
| Moment d'inertie                                     | $J$                       | 0.004821Nms                                       |
| Coefficient d'amortissement visqueux                 | $B$                       | 0.0766Nms                                         |
| Aire d'ouverture maximale du tiroir de la servovalve | $A_{vmax}$                | $7.94 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$                  |
| Masse volumique                                      | $\rho$                    | $867 \text{ kg/m}^3$                              |
| <b>Compressibilité du fluide</b>                     | <b><math>\beta</math></b> | <b><math>7.9958 \cdot 10^8 \text{ N/m}</math></b> |
| Coefficient de décharge du fluide                    | $Cd$                      | 0.61                                              |
| Volume dans la chambre du moteur                     | $V$                       | $1.354 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$                 |
| Pression d'alimentation                              | $Ps$                      | $8.73 \cdot 10^6 \text{ N/m}$                     |
| Cylindrée du moteur                                  | $Dm$                      | $2.802 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{rad}$      |
| Couple hydraulique                                   | $T_L$                     | 0                                                 |
| Debit maximal d'alimentation                         | $Qs$                      | $4.8601 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{s}$          |

|                                 |                |             |
|---------------------------------|----------------|-------------|
| Fréquence hydraulique naturelle | $\omega h$     | 138.68rad/s |
| Vitesse angulaire maximale      | $\Omega_{max}$ | 173.45rad/s |
| Coefficient de fuite du liquide | $CL$           | 0.0770      |

## ANNEXE II

### PROGRAMMES MATLAB

#### ▪ CONVERSION DISCRET CONTINU

%ce script nous permet de trouver la fonction de transfert en discret  
%du système électrohydraulique

% le numérateur est donné par:

N\_d= [0.0165, 0.0114];

% le dénominateur donné par:

D\_d= [1 -1.049 0.3312];

% période d'échantillonnage

Ts=0.005

% détermination fonction de transfert discrète

sys\_d=tf(N\_d, D\_d, Ts)

% conversion discret continu

sys\_c=d2c(sys\_d,'zoh')

▪ **DIAGRAMME DE BODE**

```
Num= [192*10^3 0];
```

```
Den= [100 22100 1.9402*10^6 0];
```

```
Sys=tf (num, den);
```

```
w=logspace (-1, 6,100);
```

```
Bode(Sys)
```

```
grid
```

```
title ('bode diagrams of  $G(s)/(1+G(s))=(20.162)/[s^3*0.0002+0.0240*s^2+1.8473s]$ ')  
[Gm,Pm,Wcp,Wcg]=margin(sys)
```

```
Gmdb=20*log10(Gm)
```

```
[Gmdb Pm Wcp Wcg]
```

## ■ PARAMÈTRES DU SYSTÈME ÉLECTROHYDRAULIQUE et PID

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%identification et commande d'un système électrohydraulique %%%%%%%%%%%
% Par Alphonse marie Lenga %%%%%%%%%%%%%%%

% paramètres du fluide

rho = 867; % masse volumique de l'huile
daN.S^2/cm^4

 $\beta_e = 7.995 \cdot 10^8$ ; % la compressibilité du fluide

Ka=0.1351; %V/mA servovalve gain

% paramètres de la servovalve

Ps=8.73*10^6; % pression d'alimentation en
daN/cm^2

Ka=0.1351; %V/mA servovalve gain

k=0.0265; % la constante de gain

 $\tau_z = 0.01$ ; % la constante de temps en sec

Cd=0.61; % le coefficient de decharge

Avmax=7.94*10^(-6) %ouverture maximun de la servovalve

Imax=10 % courant maximun de la servovalve

% paramètres du servomoteur hydraulique

V=1.354*10^(-4); % volume de la chambre du
servomoteur
hydraulique cm^3

Qs=Cd*Avmax*(Ps/rho)^(1/2); % maximum supply flow for finding
Wmax

b=0.0766; % Viscous damping coeff.

Dm = 2.802*10^(-6); % la cylindrée du moteur cm^3/rad

J= 0.004821; % moment d'inertie dan.s^2.cm

```

```

Cl = 9.047*10^(-13);           %coefficient de fuite

B=1.28;                         % friction visqueuse daN.s.cm

Wh=(2*be*(Dm)^2/(J*V))^(1/2);  % fréquence naturelle hydraulique

alp=J*Wh*Qs/(Ps*(Dm)^(2));     % facteur de charge
d'inertie(dimensionless)

cL=J*Cl*Wh/(Dm^(2));           % coefficient de fuite

Wmax=Qs/Dm;                     % vitesse angulaire maximum

r=b*Wmax/(Ps*Dm);              % facteur de friction

%autres paramètres
a=700;                          % coefficient de la fonction sign
tL=0;                           % charge de nulle

% les gains du contrôleur PID sortie position angulaire

Kp = 7.71;

Ti= 0.0225;

Td=0.00565;

```

### ▪ PLACEMENT DE PÔLES

```
NUM=[192*10^3];  
  
DEN=[100 2.21*10^4 1.9402*10^6];  
  
% détermination des variables d'état  
  
[A,B,C,D] = TF2SS(NUM,DEN);  
  
% localisation des pôles  
  
desirepole1=complex(-0.75,1.299);  
desirepole2=complex(-0.75,-1.299);  
desirepole=[desirepole1; desirepole2];  
  
% utilisation de la commande Matlab pour le gain  
  
gaink= place(A,B,desirepole)
```

▪ CALCUL DE OMEGA ET DU Dmp (Landau 1993)

```

function [omega_0,dmp]=omega_dmp(tm_req,M_req);
%function [omega_0,dmp]=omega_dmp(tm_req,M_req);
%calcul de la fréquence naturelle omega_0 et l'amortissement dmp d'un
%système continu de second ordre à partir du temps de montée tm_req
% et du dépassement M_req
% les systemes continues sont de la forme suivante:

%
%                                omega_0
%    G2(s)= -----
%              s^2 + 2.dmp.omega_0.s + omega_0^2

%entrées:
%tm_req ... temps de montée
%M_req ... dépassement

%sorties:
%omega_0 ... fréquence naturelle du system continue
%dmp ... amortissement du system continu
%
%calcul de l'amortissement

precision=0.1;%precision de 0.1%
omega_0=6;%valeur initial 6 rad/s pour le calcul de l'amortissement
dmp_min=0;
dmp_max=1;
error=precision*10;%valeur initiale
while error>precision,
    dmp_act=dmp_min+ (dmp_max-dmp_min)/2;
    sys=tf([omega_0^2],[1 2*dmp_act*omega_0 omega_0^2]);
    [resp,tim]=step(sys);
    M_act=(max(resp)-1)*100;
    if M_act<M_req,
        dmp_max=dmp_act;
    else
        dmp_min=dmp_act;
    end;
    error=abs(M_act-M_req);
end;
dmp=dmp_act;

%calcul de la fréquence naturelle
k=1;while resp(k)<0.1, k=k+1;end;
t01=tim(k-1);
k=1;while resp(k)<0.9, k=k+1;end;
t09=tim(k);
tm_act=t09-t01;
omega_0=tm_act*omega_0/tm_req;

```

## BIBLIOGRAPHIE

- Alleyne, A., L. Rui. (1998). On the limitations of force tracking control for hydraulic active suspensions. American Control Conference, 1998. Proceedings of the 1998, P 43-47 vol.1.
- Amor, L. B, L. A Dessaint, O Akhrif et G Olivier. (1992). Adaptive feedback linearization for position control of a switched reluctance motor: analysis and simulation, P 150-159 vol.1.
- Anderson, Wayne. (1988). *Controlling electrohydraulic systems*. Fluid power and control. 7, New York, M. Dekker.
- Benali, W.-. (2006). Hydrauliques industrielles les écoulements du fluide. de <http://www.wissem-benali.123.fr/Documents/hydraul.doc>. consulté le 9 avril 2008.
- Bensoussan, D. (2008). *Commande moderne : approche par modèles continus et discrets*. Montréal, Presses internationales Polytechnique.
- Chih-Lyang, H. (1999). Neural-network-based variable structure control of electrohydraulic servosystems subject to huge uncertainties without persistent excitation. Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on 4(1): 50-59
- Kaddissi, C., K. Jean-Pierre, et Maarouf Saad. (2007). Identification and Real-Time Control of an Electrohydraulic Servo System Based on Nonlinear Backstepping. Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on 12(1): 12-22.
- Daoud, A. (2007). "<http://www.cours.polymtl.ca/mec6304/>, consulté le 6 janvier 2008.
- Del Re, L. et A. Isidori (1995). Performance enhancement of nonlinear drives by feedback linearization of linear-bilinear cascade models. Control Systems Technology, IEEE Transactions on 3(3): 299.
- Dessaint (2001). commande par micro ordinateur (SYS 831) note de cours. montréal.

- Dorf, R. C. and R. H. Bishop. (1995). *Modern control systems*. Reading, Mass., Addison-Wesley.
- Faisandier, J. et M. Blot. (1999). *Mécanismes hydrauliques et pneumatiques*. Paris, Dunod.
- Fink, A. et T. Singh. (1998). Discrete sliding mode controller for pressure control with an electrohydraulic servovalve.
- Garagic, D. et K. Srinivasan. (2004). Application of nonlinear adaptive control techniques to an electrohydraulic velocity servomechanism. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 12(2): 303-31
- [http://lil.univ-littoral.fr/~oumoumsack/Verins/generalites\\_sur\\_lhydraulique.htm](http://lil.univ-littoral.fr/~oumoumsack/Verins/generalites_sur_lhydraulique.htm). (2009). "GENERALITES SUR L'HYDRAULIQUE consulté le 16 mars 2009.
- Huang, A., Y. Rong, et Z Zhang. (1997). Identification and adaptive control for electrohydraulic servo system using neural networks.
- Hwang, C. L. (1996). Sliding mode control using time-varying switching gain and boundary layer for electrohydraulic position and differential pressure control. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings -* 143(4): 325-332
- Jovanovic, M. (2002). Nonlinear control of an electrohydraulic velocity servosystem.
- Labonville, R. (1991). *Conception des circuits hydrauliques une approche energetique*. Montréal, Québec, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.
- Landau, Y. D. (1993). *Identification et commande des systemes*. Paris, Hermès.
- Longchamp, R. (1995). *Commande numérique de systèmes dynamiques*. Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes.
- Merritt, H. E. (1967). *Hydraulic control systems*. New York, John Wiley and Sons.

Nise, N. S. (2008). *Control systems engineering*. Hoboken, N. J., Wiley.

Plahuta, M. J., M. A. Franchek, et H Stern. (1998). Robust controller design for a variable displacement hydraulic motor. American Control Conference, 1998. Proceedings of the 1998.

Schmitt, A. (1981). *Le cours d'hydraulique ouvrage d'enseignement et d'informations sur l'hydraulique*. Lohr am Main, Ge., Rexroth.

shell product\_data\_sheet/english\_version/tellus\_t.pdf.

THAYER, W. J. (december 1958 rev 1965). "transfert functions for moog servovalves." [http://www.servovalve.com/technical/new\\_tb\\_103.pdf](http://www.servovalve.com/technical/new_tb_103.pdf), consulté le 20 novembre 2008.

Yongqian, Zhao., Sinh. LeQuoc, et Maarouf Saad. (1998). Nonlinear fuzzy control on a hydraulic servo system, P 2917-2921 vol.5.

Yu, Wen. Shyon. et Ten. Sou. Kuo (1996). Robust indirect adaptive control of the electrohydraulic velocity control systems. Control Theory and Applications, IEE Proceedings - 143(5): 448-454.

Wenhuo, Zeng. et Hu. Jun. (1999). Application of intelligent PDF control algorithm to an electrohydraulic position servo system. Advanced Intelligent Mechatronics, 1999. Proceedings. 1999 IEEE/ASME International Conference on.