

## Sommaire

|   |     |
|---|-----|
| <b>Remerciements</b>                        | I   |
| <b>Dédicaces</b>                            | II  |
| <b>Résumé</b>                               | III |
| <b>Sommaire</b>                             | IV  |
| <b>Liste des Figures</b>                    | V   |
| <b>Introduction Générale et Motivations</b> | 9   |

### Chapitre I : Optique Statistique, Quelques Notions

|  |    |
|--|----|
| I. Introduction .....                                      | 13 |
| II. Propriétés statistiques de la lumière .....            | 13 |
| II.1. L'intensité optique .....                            | 13 |
| II.2. Cohérence temporelle et longueur de cohérence .....  | 14 |
| II.3. Densité spectrale de puissance .....                 | 15 |
| II.4. Théorème de Wiener-Khinchin : Spectroscopie .....    | 15 |
| III. Interférence en lumière partiellement cohérente ..... | 17 |
| III.1. Interférence à deux ondes .....                     | 17 |
| III.2. Interféromètre de Michelson .....                   | 18 |
| IV. La modulation de cohérence .....                       | 19 |
| V. Le multiplexage de cohérence .....                      | 21 |
| VI. Généralisation à N signaux multiplexés .....           | 22 |
| VII. Conclusion .....                                      | 23 |

### Chapitre II : Les Opérations Arithmétiques sur Les Images

|   |    |
|---|----|
| I. Introduction .....   | 25 |
| II. Codage et décodage d'une image en modulation de cohérence ..... | 25 |
| II.1. Le codage .....   | 25 |
| II.2. Le décodage .....   | 26 |
| III. Les opérations arithmétiques sur les images .....              | 28 |
| III.1. Le codage .....  | 28 |
| III.2. Le décodage .....  | 29 |
| III.3. La soustraction .....  | 30 |

|   |    |
|---|----|
| III.3.1. L'effet de l'éclairage sur la soustraction .....               | 32 |
| III.3.1.1. Eclairage variable .....                                     | 33 |
| III.3.1.2. Eclairage stable .....                                       | 33 |
| III.3.1.3. Eclairage artificiel .....                                   | 34 |
| III.3.2. L'effet de la réflexion parasite sur la soustraction .....     | 35 |
| III.3.2.1. Photos prises avec réflexion parasite .....                  | 35 |
| III.3.2.2. Photos prises sans réflexion parasite .....                  | 36 |
| III.3.2.3. Utilisation d'un polariseur lors de la prise de photos ..... | 36 |
| III.3.3. L'utilisation du flash lors de la prise de photos .....        | 37 |
| III.3.3.1. Avec réflexion parasite .....                                | 37 |
| III.3.3.2. Sans réflexion parasite .....                                | 38 |
| III.4. L'addition .....   | 39 |
| IV. Les opérations multiples .....                                      | 40 |
| IV.1. Le codage .....   | 40 |
| IV.2. Le décodage .....   | 41 |
| IV.2.1. Exemple 1 .....   | 42 |
| IV.2.2. Exemple 2 .....   | 43 |
| V. Conclusion .....   | 44 |

### Chapitre III : Cryptage

|  |           |
|--|-----------|
| I. Introduction .....                            | 46        |
| II. Le cryptage .....                            | 46        |
| II.1. Le principe .....                          | 46        |
| II.2. L'application .....                        | 47        |
| II.3. La robustesse .....                        | 48        |
| II.4. L'optimisation .....                       | 49        |
| III. Le décryptage .....                         | 50        |
| IV. Conclusion .....                             | 51        |
| <b>Conclusion Générale et Perspectives</b> ..... | <b>53</b> |
| <b>Bibliographie</b> .....                       | <b>55</b> |

## Liste des figures

|                   |   |    |
|-------------------|---|----|
| <b>Fig. 1</b>     | Schéma du montage d'un système de communication par modulation de cohérence   | 9  |
| <b>Fig. 2</b>     | Schéma du montage d'un système multiplexe par modulation de cohérence<br>comportant cinq émetteurs et cinq récepteurs .....                                     | 9  |
| <b>Fig. 3</b>     | Interféromètre triangulaire permet de faire la soustraction de deux images .....  | 10 |
| <b>Fig. 4</b>     | Système interférométrique permettant de réaliser l'addition ou la soustraction de<br>deux images .....  | 10 |
| <b>Fig. I.1</b>   | L'intensité moyenne en fonction du temps .....  | 13 |
| <b>Fig. I.2</b>   | Représentation temporelle du degré de cohérence et du temps de cohérence .....  | 15 |
| <b>Fig. I.3</b>   | Représentation du temps de cohérence et largeur spectrale .....   | 16 |
| <b>Fig. I.4</b>   | Schéma d'un interféromètre de Michelson .....   | 18 |
| <b>Fig. I.5</b>   | Représentation de l'interférence de deux ondes .....  | 19 |
| <b>Fig. I.6</b>   | Système de codage/décodage par modulation de cohérence .....  | 19 |
| <b>Fig. I.7</b>   | Le tracé des groupes de franges centrés sur $t' = 0, -\tau_1 et +\tau_1$ .....  | 20 |
| <b>Fig. I.8</b>   | Système de multiplexage par cohérence .....   | 21 |
| <b>Fig. I.9</b>   | Le tracé des groupes de franges pour un système multiplexe à deux modulateurs ...   | 22 |
| <b>Fig. I.10</b>  | La partie positive du tracé des groupes de franges pour un système multiplexe à 3<br>modulateurs .....  | 23 |
| <b>Fig. II.1</b>  | Le système de codage des images en modulation de cohérence .....  | 25 |
| <b>Fig. II.2</b>  | Représentation des groupes de franges .....   | 27 |
| <b>Fig. II.3</b>  | L'importance de la lame quart d'onde dans la détection d'image .....  | 28 |
| <b>Fig. II.4</b>  | Le codeur multiplexe dédié à la réalisation des opérations arithmétiques .....  | 28 |
| <b>Fig. II.5</b>  | Le tracé des groupes de franges .....   | 30 |
| <b>Fig. II.6</b>  | La position de l'interféromètre pour effectuer la soustraction .....  | 30 |
| <b>Fig. II.7</b>  | La condition pour les différences de marches optiques .....   | 31 |
| <b>Fig. II.8</b>  | Le rapport entre les différences de marches optiques .....  | 32 |
| <b>Fig. II.9</b>  | Le résultat de la soustraction en éclairage variable .....  | 33 |
| <b>Fig. II.10</b> | Le résultat de la soustraction en éclairage stable .....  | 34 |
| <b>Fig. II.11</b> | Le résultat de la soustraction en éclairage artificiel .....  | 34 |
| <b>Fig. II.12</b> | Le résultat de la soustraction avec la réflexion sur la table .....   | 35 |
| <b>Fig. II.13</b> | Le résultat de la soustraction sans la réflexion sur la table .....   | 36 |
| <b>Fig. II.14</b> | Le résultat de la soustraction en utilisant un polariseur pour filtrer la lumière<br>réfléchi sur la table .....  | 37 |
| <b>Fig. II.15</b> | Le résultat de la soustraction en utilisant le flash avec la présence de la réflexion sur<br>la table .....   | 37 |
| <b>Fig. II.16</b> | Le résultat de la soustraction en utilisant le flash sans la réflexion .....  | 38 |
| <b>Fig. II.17</b> | La position de l'interféromètre pour effectuer l'addition .....   | 39 |
| <b>Fig. II.18</b> | Le résultat de l'addition de deux images .....  | 39 |
| <b>Fig. II.19</b> | Le système multiplexe pour effectuer les opérations multiples entre trois images ...  | 40 |
| <b>Fig. II.20</b> | Le tracé des groupes de franges .....   | 42 |
| <b>Fig. II.21</b> | Le résultat de l'exemple 1 .....  | 42 |
| <b>Fig. II.22</b> | Le résultat de l'exemple 2 .....  | 43 |
| <b>Fig. III.1</b> | Schéma du système multiplexe par cohérence destiné à faire du cryptage .....  | 46 |
| <b>Fig. III.2</b> | Evolution de l'intensité en fonction de la différence de marche optique où les<br>groupes de franges relatifs à l'image originale, à la clé du cryptage et à la |    |

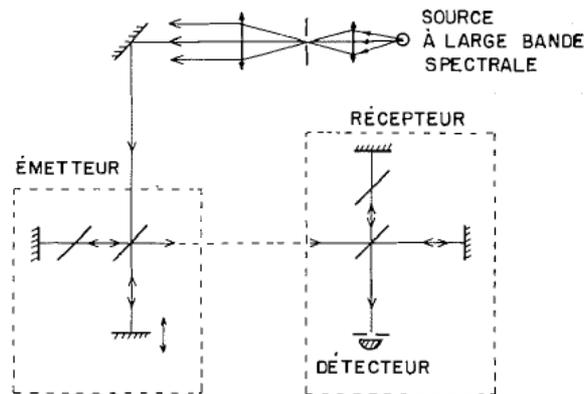
---

|                   |  |    |
|-------------------|--|----|
|                   | soustraction sont bruités .....  | 47 |
| <b>Fig. III.3</b> | Le résultat du cryptage .....  | 48 |
| <b>Fig. III.4</b> | Le principe de multiplication des intensités de l'image originale et la clé du cryptage par les coefficients p et q respectivement ..... | 48 |
| <b>Fig. III.5</b> | Le pic de corrélation .....  | 49 |
| <b>Fig. III.6</b> | Le résultat de l'optimisation .....  | 49 |
| <b>Fig. III.7</b> | Le produit de corrélation de l'image cryptée avec l'image originale .....  | 50 |
| <b>Fig. III.8</b> | Le principe de décryptage en divisant la clé du cryptage par la somme des coefficients p et q .....                                      | 50 |
| <b>Fig. III.9</b> | Le résultat du décryptage .....  | 51 |

# **Introduction Générale et Motivations**

## Introduction Générale et Motivations

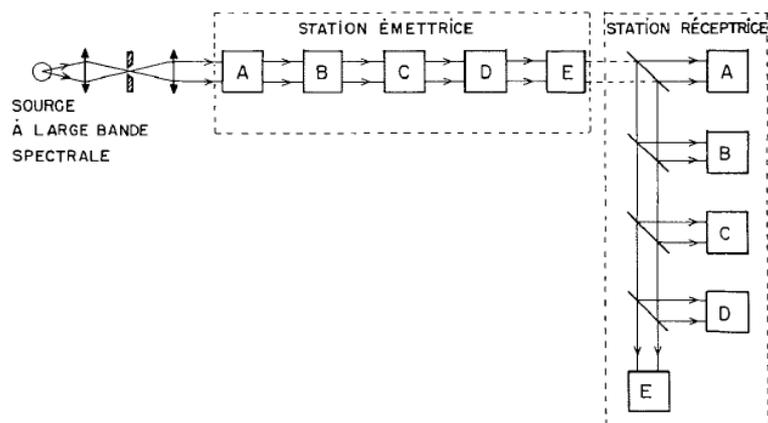
En 1975, deux chercheurs canadiens, Claude Delisle et Paolo Cielo, inventent une nouvelle technique de modulation électro-optique appelée « Modulation de cohérence » [1][2] qui est adaptée aux sources à spectre large. La figure 1 illustre le système de communication par modulation de cohérence :



**Figure 1-** Schéma du montage d'un système de communication par modulation de cohérence [2]

Comme le montre la figure précédente, l'émetteur n'est rien d'autre qu'un interféromètre à deux ondes (interféromètre de Michelson dans l'exemple) ; Il en est de même pour le récepteur. L'idée de cette technique est basée sur la variation du retard optique introduit par l'interféromètre de façon à ce qu'à la sortie de l'émetteur, l'intensité varie proportionnellement à la différence de marche optique. Cette dernière doit absolument être supérieure à la longueur de cohérence de la source, cela pour éviter toute modulation d'intensité.

Par la suite, Delisle et Cielo proposent aussi une technique de multiplexage basée sur la *modulation par cohérence* en plaçant plusieurs modulateurs en cascade comme illustré sur la figure ci-dessous :



**Figure 2-** Schéma du montage d'un système multiplexe de communication par modulation de cohérence comportant cinq émetteurs et cinq récepteurs [2]

Le schéma proposé est un système interférométrique qui permet le *multiplexage de cohérence* de plusieurs signaux en utilisant une seule source. Il a été conçu principalement pour la transmission des signaux. Cependant nous avons constaté qu'il était possible de mettre à profit cette technique de multiplexage pour effectuer des opérations arithmétiques sur les images (addition et soustraction). Il faut savoir que d'autres techniques ont été mises au point pour cela ; Citons, par exemple, *l'interféromètre triangulaire* proposé par Ebersole et Wyant [3] qui permet de faire seulement la soustraction en temps réel de deux images (Fig. 3).

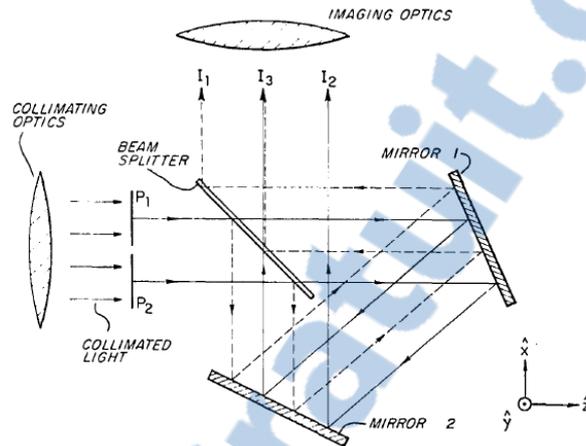


Figure 3- Interféromètre triangulaire permet de faire la soustraction de deux images [3]

L'architecture proposée par Ghosh et Murata [4] permet, quant à elle, de réaliser soit l'addition soit la soustraction de deux images et ce suivant la direction de l'analyseur  $P_4$ , comme illustré sur la figure 4.

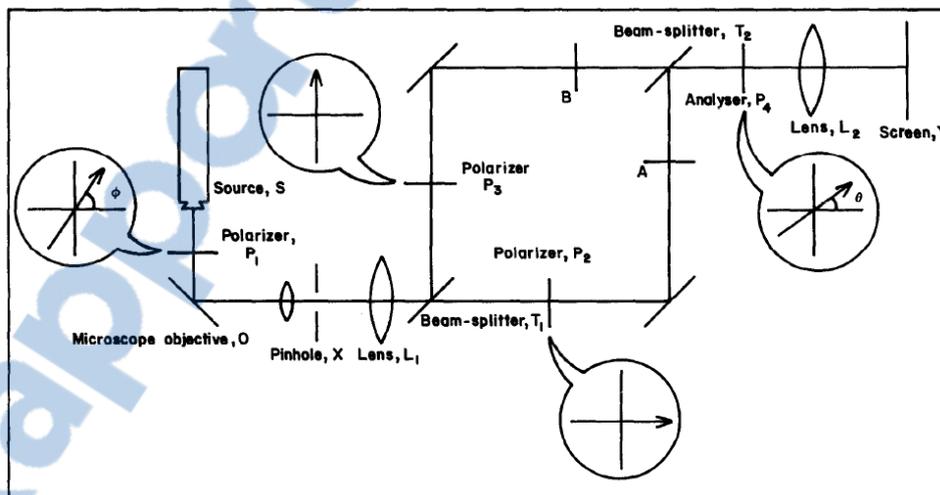


Figure 4- Système interférométrique permettant de réaliser l'addition ou la soustraction de deux images [4]

Dans le cadre de notre projet, nous proposons d'utiliser le *multiplexage de cohérence* pour réaliser les opérations arithmétiques sur les images. L'avantage de cette technique, contrairement aux autres montages proposés, est qu'elle permet de réaliser simultanément l'addition et la soustraction ainsi que des opérations multiples, en temps réel et sans aucun prétraitement.

Nous proposons aussi une autre application de la modulation de cohérence dans le domaine de la sécurité. Nous verrons comment exploiter cette technique pour crypter et décrypter une image tout en testant la robustesse de notre cryptage.

Notre travail sera donc divisé en trois parties :

Le premier chapitre rappelle quelques notions d'optique statistique nécessaires à la compréhension de l'approche proposée. Nous définirons entre autres le degré et la fonction de cohérence temporelle ainsi que sa relation avec la densité spectrale de puissance tout en présentant les principes de la modulation et du multiplexage de cohérence.

Les opérations arithmétiques sur les images, basées sur le multiplexage de cohérence, feront l'objet du deuxième chapitre de ce manuscrit. Nous y présenterons les résultats préliminaires ainsi que les effets de l'éclairage et des réflexions parasites sur les opérations réalisées. Nous présenterons et discuterons les résultats obtenus lors de la réalisation des opérations multiples, une des originalités majeure de ces travaux.

Le troisième chapitre présente le principe du cryptage par modulation de cohérence ainsi que la méthode permettant de tester sa robustesse. A noter que des travaux sont toujours en cours pour optimiser le cryptage et le rendre plus performant.

# Chapitre I

## Optiques Statistique, Quelques Notions

## I. Introduction :

L'optique statistique est un outil essentiel pour étudier les propriétés de la lumière qui reposent sur la nature aléatoire du champ électromagnétique classique, ce caractère aléatoire provient soit des fluctuations de la source soit du milieu de propagation. Cette étude est appelée aussi **la théorie de la cohérence optique** [5].

Dans ce chapitre, nous allons rappeler quelques notions sur la *cohérence optique* qui ont été mises à profit aussi bien pour coder et décoder un signal que pour multiplexer plusieurs signaux à travers un seul faisceau lumineux.

## II. Propriétés statistiques de la lumière :

Une onde optique est décrite par la fonction d'onde  $u(r, t) = \text{Re}\{U(r, t)\}$  où  $U(r, t)$  est la fonction d'onde complexe. Par exemple, pour une onde monochromatique la fonction d'onde complexe s'écrit  $U(r, t) = U(r) \cdot \exp(j2\pi\sigma t)$ .

Une onde lumineuse aléatoire, où  $u(r, t)$  et  $U(r, t)$  sont aléatoires, est caractérisée par une moyenne statistique.

### II.1. L'intensité optique :

Elle est représentée par  $I(r, t)$ , pour une onde déterministe elle s'écrit :

$$I(r, t) = |U(r, t)|^2 \quad (1.1)$$

Cependant pour une onde aléatoire, l'intensité est aussi aléatoire, elle est donc exprimée par une moyenne statistique,

$$I(r, t) = \langle |U(r, t)|^2 \rangle \quad (1.2)$$

Appelée *intensité moyenne*, elle peut être stationnaire ou non stationnaire, dans le premier cas elle ne varie pas avec le temps ce qui permet d'écrire :

$$I(r) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |U(r, t)|^2 dt \quad (1.3)$$

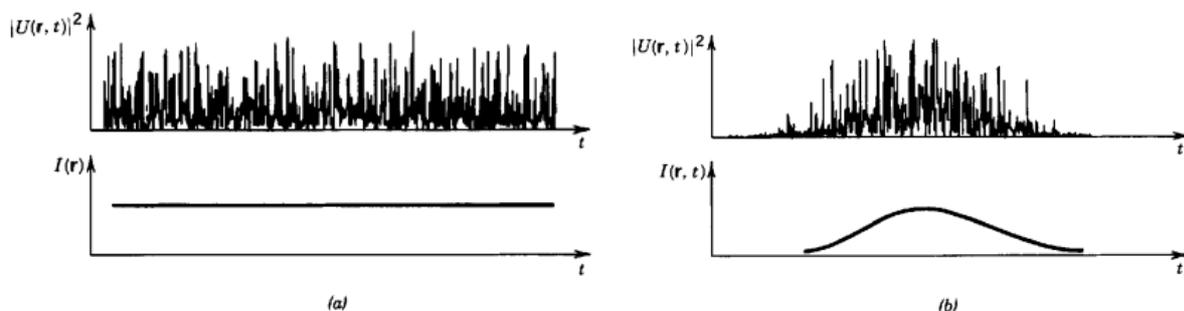


Figure I.1- L'intensité moyenne en fonction du temps, (a) onde stationnaire, (b) onde non stationnaire [5]

Il est à noter qu'une onde lumineuse émise par une source continue à spectre large, comme une source de lumière blanche, par exemple, est supposée être une onde stochastique stationnaire.

## II.2. Cohérence temporelle et longueur de cohérence:

Nous considérons une onde stationnaire en une position fixe  $r$ , ceci nous permet d'écrire  $U(r, t) = U(t)$  et  $I(r) = I$

- *Fonction de cohérence temporelle :*

La fonction d'auto-corrélation de l'onde stationnaire aléatoire  $U(t)$  est décrite comme la moyenne du produit  $U^*(t).U(t + \tau)$ , où  $\tau$  est un retard.

$$C(\tau) = \langle U^*(t).U(t + \tau) \rangle \quad (1.4)$$

Elle peut aussi s'écrire :

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T U^*(t)U(t + \tau) dt \quad (1.5)$$

Dans la théorie de la cohérence optique, la fonction d'auto-corrélation  $C(\tau)$  est appelée fonction de *cohérence temporelle*.

La valeur de la fonction à l'origine, pour un signal à puissance moyenne finie, est égale à l'intensité  $I$  mesurée par un détecteur.

$$I = C(0) \quad (1.6)$$

- *Degré de cohérence temporelle :*

Le degré de cohérence temporelle  $\Gamma(\tau)$ , ou degré d'auto-corrélation, est défini comme la fonction d'auto-corrélation normalisée par sa valeur à l'origine

$$\Gamma(\tau) = \frac{C(\tau)}{C(0)} = \frac{\langle U^*(t).U(t+\tau) \rangle}{\langle U^*(t).U(t) \rangle} \quad (1.7)$$

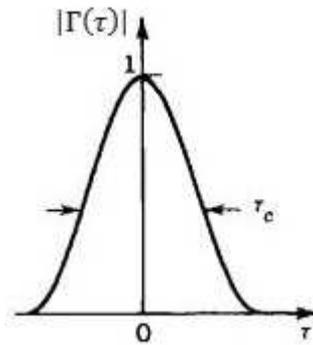
Avec :  $0 \leq |\Gamma(\tau)| \leq 1$

C'est un critère de qualité de cohérence, par exemple,  $|\Gamma(\tau)| = 1$  veut dire que  $U(t)$  et  $U(t + \tau)$  sont complètement corrélées pour toutes valeurs de  $\tau$

- *Temps de cohérence :*

C'est le temps pendant lequel les caractéristiques de l'onde aléatoire sont connues. Représenté par  $\tau_c$  Il est défini comme la largeur à mi-hauteur de  $|\Gamma(\tau)|$  :

$$\tau_c = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Gamma(\tau)|^2 d\tau \quad (1.8)$$



**Figure 1.2-** Représentation temporelle du degré de cohérence  $|\Gamma(\tau)|$  et du temps de cohérence  $\tau_c$

- Longueur de cohérence :

Si les différents chemins suivis par une onde diffèrent d'une longueur inférieure à  $c \cdot \tau_c$  où  $c$  représente la célérité de la lumière dans le vide, l'onde est dite *cohérente temporellement*.

La longueur,

$$l_c = c \cdot \tau_c \quad (1.9)$$

est appelée longueur de cohérence.

### II.3. Densité spectrale de puissance :

Pour déterminer la densité spectrale de puissance nous faisons d'abord la transformée de Fourier de la fonction d'onde  $U(t)$  :

$$V(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) \cdot \exp(-j2\pi\sigma t) dt \quad (1.10)$$

Nous allons maintenant prendre la TF dans une fenêtre temporelle de largeur  $T$

$$V_T(\sigma) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U(t) \cdot \exp(-j2\pi\sigma t) dt \quad (1.11)$$

$\langle |V_T(\sigma)|^2 \rangle$  Représente la densité spectrale d'énergie.

La densité spectrale de puissance est, quant à elle, exprimée par la formule suivante :

$$P(\sigma) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle |V_T(\sigma)|^2 \rangle \quad (1.12)$$

### II.4. Théorème de Wiener-Khinchin : Spectroscopie par transformée de Fourier

Nous savons que l'intensité moyenne totale de l'onde est donnée par,

$$I = \int_0^{\infty} P(\sigma) d\sigma \quad (1.13)$$

D'après la formule de l'auto-corrélation  $C(\tau)$  (I.4) et celle de la densité spectrale de puissance  $P(\sigma)$  (I.14), nous pouvons déduire l'expression suivante,

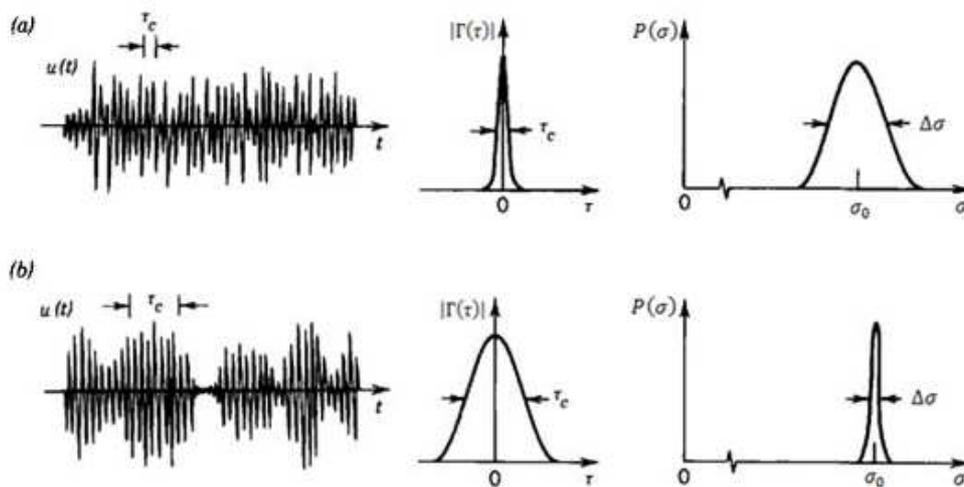
$$P(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(\tau) \cdot \exp(-j2\pi\sigma\tau) d\tau \quad (I.14)$$

appelée **le théorème de Wiener-Khinchin**.

Ce théorème montre que la densité spectrale de puissance d'un processus stochastique stationnaire au sens large est la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation associée.

- *La largeur spectrale :*

La largeur spectrale  $\Delta\sigma$  d'un tel processus est définie comme la largeur à mi-hauteur de la densité spectrale de puissance



**Figure I.3-** Représentation du temps de cohérence et largeur spectrale, (a) source polychromatique, (b) source monochromatique [5]

La figure I.3 montre que la largeur spectrale  $\Delta\sigma$  est inversement proportionnelle au temps de cohérence  $\tau_c$

Le tableau suivant montre la relation entre  $\tau_c$  et  $\Delta\sigma$ , selon le type de densité spectrale

| Le type de la densité spectrale | La largeur spectrale $\Delta\sigma$                             |
|---------------------------------|---|
| Rectangulaire                   | $\frac{1}{\tau_c}$  |
| Laurentienne                    | $\frac{1}{\pi\tau_c} \approx \frac{0.32}{\tau_c}$               |
| Gaussienne                      | $\frac{(2\ln 2/\pi)^{1/2}}{\tau_c} \approx \frac{0.66}{\tau_c}$ |

**Tableau I.1-** La relation entre la largeur spectrale  $\Delta\sigma$  et le temps de cohérence  $\tau_c$  pour différents types de densité spectrale

Une autre définition de la largeur spectrale  $\Delta\sigma$  :

$$\Delta\sigma = \frac{\left(\int_0^\infty P(\sigma) d\sigma\right)^2}{\int_0^\infty P^2(\sigma) d\sigma} \quad (1.15)$$

### III. Interférence en lumière partiellement cohérente

#### III.1. Interférence à deux ondes [6] :

Nous considérons deux ondes  $U_1$  et  $U_2$ , en fixant la position  $r$  et le temps  $t$ , les intensités des deux ondes s'écrivent  $I_1 = \langle |U_1|^2 \rangle$  et  $I_2 = \langle |U_2|^2 \rangle$

La fonction d'inter-corrélation :  $C_{12} = \langle U_1^* U_2 \rangle$

Le degré de cohérence :  $\Gamma_{12} = \frac{C_{12}}{(I_1 I_2)^{1/2}} = \frac{\langle U_1^* U_2 \rangle}{(I_1 I_2)^{1/2}}$

Lorsque les deux ondes se superposent, l'intensité moyenne devient

$$\begin{aligned} I &= \langle |U_1 + U_2|^2 \rangle = \langle |U_1|^2 \rangle + \langle |U_2|^2 \rangle + \langle U_1^* U_2 \rangle + \langle U_1 U_2^* \rangle \\ &= I_1 + I_2 + C_{12} C_{12}^* \\ &= I_1 + I_2 + 2\text{Re}\{C_{12}\} \\ &= I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \text{Re}\{\Gamma_{12}\} \\ I &= I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} |\Gamma_{12}| \cos \varphi \end{aligned} \quad (1.16)$$

où  $\varphi = \text{arg}\{\Gamma_{12}\}$  est la phase de la fonction d'inter-corrélation normalisée.

L'équation (1.16) est la somme des intensités des deux ondes plus un terme qui représente l'interférence optique. Cette équation est appelée l'équation d'interférence

- Pour deux ondes complètement corrélées,  $|\Gamma_{12}| = 1$ , il y a interférence de deux ondes cohérentes avec différence de phase  $\varphi$
- Pour deux ondes décorréliées,  $|\Gamma_{12}| = 0$ , il n'y a pas d'interférence

- *Le contraste :*

C'est l'écart de luminosité entre frange brillante et frange sombre, défini par la relation suivante :

$$\nu = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (1.17)$$

Tel que  $I_{max}$  et  $I_{min}$  sont les valeurs maximales et minimales que prend l'intensité  $I$  lorsque  $\cos \varphi$  varie entre -1 et 1, nous pouvons donc écrire :

$$\nu = \frac{2(I_1 I_2)^{1/2}}{(I_1 + I_2)} |\Gamma_{12}| \quad (1.18)$$

Dans le cas où nous avons deux ondes de même intensité  $I_1 = I_2 = I_0$ , le contraste ou la visibilité des franges d'interférences est proportionnel à la valeur absolue du degré de cohérence, qui rappelons-le, n'est rien d'autre que la fonction d'inter-corrélation normalisée,

$$v = |\Gamma_{12}| \quad (1.19)$$

Le degré de cohérence s'écrit alors :

$$\Gamma(\tau) = \frac{\langle U^*(t)U(t+\tau) \rangle}{I_0} \quad (1.20)$$

L'équation (1.16) devient :

$$I = 2I_0[1 + \text{Re}\{\Gamma(\tau)\}]$$

$$I = 2I_0[1 + |\Gamma(\tau)| \cos \varphi(\tau)] \quad (1.21)$$

Avec  $\varphi(\tau) = \text{arg}\{\Gamma(\tau)\}$

Rappelons la relation entre  $C(\tau)$  et  $P(\sigma)$  :

$$C(\tau) = I_0 \Gamma(\tau) = \int_0^{+\infty} P(\sigma) \cdot \exp(j2\pi\sigma\tau) d\sigma \quad (1.22)$$

Nous savons que  $\int_0^{+\infty} P(\sigma) d\sigma = I_0$ , nous pouvons alors déduire la relation entre l'intensité et la densité spectrale de puissance :

$$I = 2 \int_0^{+\infty} P(\sigma)[1 + \cos(2\pi\sigma\tau)] d\sigma \quad (1.23)$$

Ainsi que la relation entre le degré de cohérence et la densité spectrale de puissance :

$$\Gamma(\tau) = \frac{\int_0^{+\infty} P(\sigma) \cdot \exp(j2\pi\sigma\tau) d\sigma}{\int_0^{+\infty} P(\sigma) d\sigma} \quad (1.24)$$

### III.2. Interféromètre de Michelson [7]:

Pour générer une interférence entre deux ondes, nous pouvons utiliser un interféromètre de Michelson qui va diviser une onde incidente en deux ondes qui vont parcourir des chemins différents. L'une est retardée par rapport à l'autre avec un retard  $\tau$  relatif à la différence de marche optique de l'interféromètre  $D$  :  $\tau = D/c$

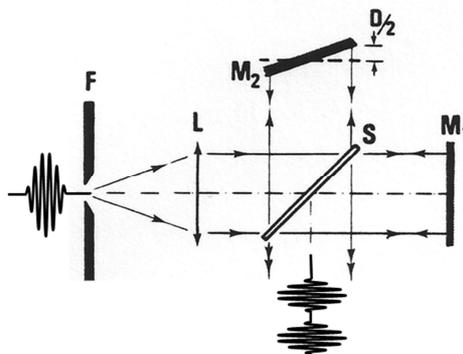


Figure I.4- Schéma d'un interféromètre de Michelson

La fonction d'onde  $f$  s'écrit :

$$f(t) = \frac{1}{2}U(t) + \frac{1}{2}U(t - \tau) \tag{1.25}$$

L'intensité détectée à la sortie de l'interféromètre s'écrit:

$$\langle I \rangle = \langle f(t) \cdot f^*(t) \rangle \tag{1.26}$$

$\langle \rangle$  : représente la moyenne temporelle

En remplaçant (1.25) dans (1.26), nous obtenons:

$$\begin{aligned} \langle I(\tau) \rangle &= \frac{1}{4} \langle |U(t)|^2 \rangle + \frac{1}{4} \langle |U(t - \tau)|^2 \rangle + \frac{1}{4} \langle U(t) \cdot U^*(t - \tau) \rangle + \frac{1}{4} \langle U^*(t) \cdot U(t - \tau) \rangle \\ \langle I(\tau) \rangle &= \frac{1}{2} \langle |U(t)|^2 \rangle + \frac{1}{2} \text{Re} \langle U(t) \cdot U^*(t - \tau) \rangle \end{aligned} \tag{1.27}$$

Avec  $\langle |U(t)|^2 \rangle = I_0$ , la figure (1.5) montre le tracé de  $\langle I(\tau) \rangle$

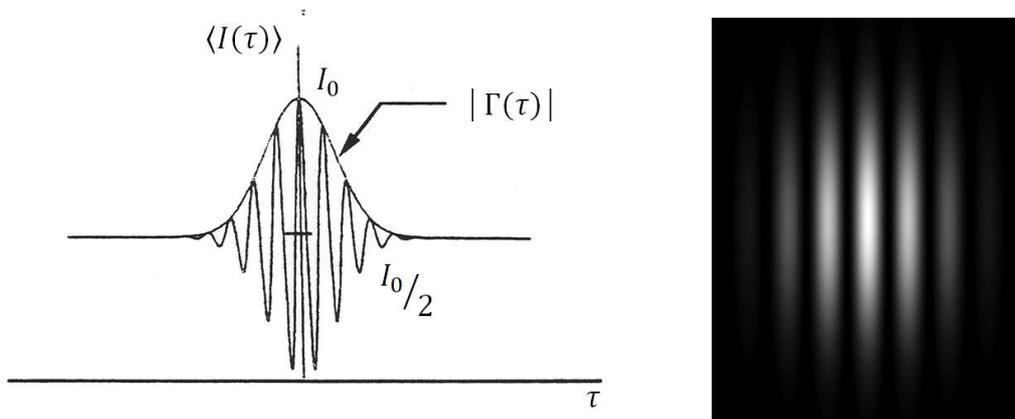


Figure 1.5- Représentation de l'interférence de deux ondes [8]

L'équation (1.27) indique que l'intensité  $\langle I(\tau) \rangle$  à la sortie de l'interféromètre est la superposition d'une composante continue  $I_0$  et de la fonction de corrélation qui représente l'interférence, ce qui nous amène à dire que l'interféromètre de Michelson est un *corrélateur*.

**IV. La modulation de cohérence :**

C'est une technique qui permet de coder un signal à travers un faisceau lumineux. Le système de codage comprend une source de lumière et un *modulateur de cohérence* qui est constitué d'une lame à retard de phase et un modulateur électro-optique [8-12].

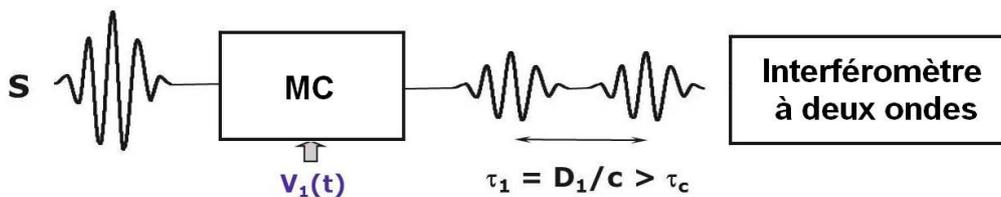


Figure 1.6- Système de codage/décodage par modulation de cohérence

A l'émission, avant d'appliquer le signal  $V_1(t)$ , le modulateur de cohérence divise l'onde incidente en deux en introduisant un retard  $\tau_1$  supérieur au temps de cohérence  $\tau_c$  de la source  $S$  pour éviter que les deux ondes n'interfèrent en sortie. La fonction d'onde s'écrit :

$$f(t) = \frac{1}{2}U(t) + \frac{1}{2}U(t - \tau_1)$$

A la réception, nous utilisons, pour le décodage du signal, un interféromètre à deux ondes, par exemple un interféromètre de Michelson. L'intensité détectée à la sortie s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle I(t') \rangle &= \frac{1}{2} \langle |f(t)|^2 \rangle + \frac{1}{2} \text{Re} \langle f(t) \cdot f^*(t - t') \rangle \\ \langle I(t') \rangle &= \frac{1}{4} \langle |U(t)|^2 \rangle + \frac{1}{4} \text{Re} \langle U(t) \cdot U^*(t - \tau_1) \rangle + \frac{1}{4} \text{Re} \langle U(t) \cdot U^*(t - t') \rangle \\ &\quad + \frac{1}{8} \text{Re} \langle U(t) \cdot U^*(t + \tau_1 - t') \rangle + \frac{1}{8} \text{Re} \langle U(t) \cdot U^*(t - \tau_1 - t') \rangle \\ \langle I(t') \rangle &= \frac{1}{4} I_0 + \frac{1}{4} C(\tau_1) + \frac{1}{4} C(t') + \frac{1}{8} C(t' - \tau_1) + \frac{1}{8} C(t' + \tau_1) \end{aligned} \quad (1.28)$$

L'équation (1.28) indique que l'intensité  $\langle I(t') \rangle$  à la sortie de l'interféromètre de réception est la superposition d'une composante continue  $\frac{1}{4} I_0 + \frac{1}{4} C(\tau_1)$  et de trois groupes de franges centrés sur  $t' = 0, \pm \tau_1$  comme illustré sur la figure (1.7) :

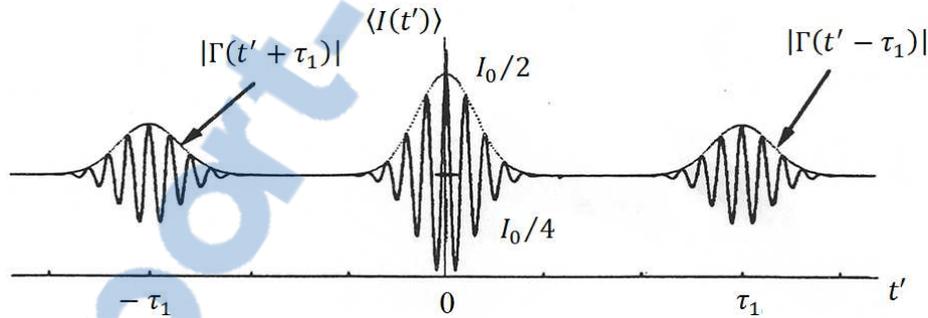


Figure 1.7- Le tracé des groupes de franges centrés sur  $t' = 0, -\tau_1$  et  $\tau_1$  [8]

En appliquant un signal électrique  $V_1(t)$  au modulateur électro-optique, nous observons que le positionnement des groupes de franges, centrés sur  $\pm \tau_1$  varie proportionnellement au signal appliqué. Afin de détecter, nous allons nous positionner à  $t' = \tau_1$ , l'intensité s'écrit :

$$\langle I(t') \rangle = \frac{1}{4} I_0 [1 + \frac{1}{8} \cos 2\pi \sigma_0 (t' - \tau_1 + K V_1(t))] \quad (1.29)$$

$K$  est un coefficient lié au modulateur, où  $K = \lambda_0 / V_\pi$

$V_\pi$  représente la tension demi onde.

Nous constatons que l'intensité  $\langle I(t') \rangle$  est proportionnelle au  $\cos(V_1(t))$ , pour avoir une relation linéaire, nous ajoutant une lame quart d'onde ( $\lambda_0/4$ ), l'équation (1.29) devient :

$$\langle I(t') \rangle = \frac{1}{4} I_0 [1 + \pi \sigma_0 K V_1(t)] \quad (1.30)$$

### V. Le multiplexage de cohérence [13][14]:

Un des avantages de la *modulation de cohérence* est qu'elle autorise le codage de plusieurs signaux à travers un seul canal de lumière. Par exemple, pour multiplexer deux signaux, nous ajoutons un deuxième modulateur de cohérence en série comme l'illustre la figure 1.8.

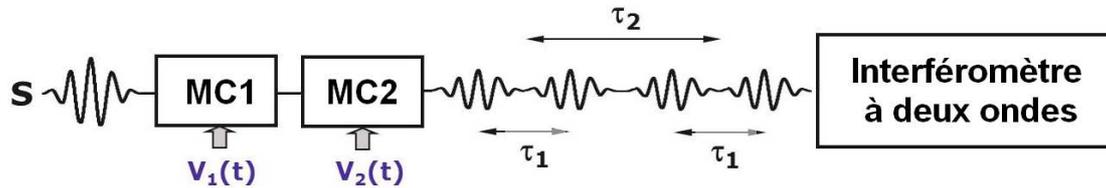


Figure I.8- Système de multiplexage par cohérence

Les modulateurs MC1, MC2 introduisent respectivement les retards  $\tau_1$  et  $\tau_2$  avec :

$\tau_2 = 3\tau_1$  et  $\tau_{1,2} \gg \tau_c$  et ce afin de s'affranchir d'une éventuelle modulation d'intensité parasite.

A la sortie du premier modulateur:

$$f_1(t) = \frac{1}{2}U(t) + \frac{1}{2}U(t - \tau_1)$$

A la sortie du deuxième modulateur :

$$f_2(t) = \frac{1}{2}f_1(t) + \frac{1}{2}f_1(t - \tau_2)$$

En plaçant un interféromètre à deux ondes (Michelson) en réception, l'intensité à la sortie s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle I(t') \rangle &= \frac{1}{2} \langle |f_2(t)|^2 \rangle + \frac{1}{2} \text{Re} \langle f_2(t) \cdot f_2^*(t - t') \rangle \\ \langle I(t') \rangle &= \left[ \frac{1}{8} I_0 + \frac{1}{8} C(\tau_1) + \frac{1}{8} C(\tau_2) + \frac{1}{16} C(\tau_2 \pm \tau_1) \right] + \left[ \frac{1}{8} C(t') + \frac{1}{16} C(t' \pm \tau_1) + \frac{1}{16} C(t' \pm \tau_2) \right] + \\ &+ \left[ \frac{1}{32} C(t' \pm (\tau_2 - \tau_1)) + \frac{1}{32} C(t' \pm (\tau_2 + \tau_1)) \right] \end{aligned} \quad (I.31)$$

L'équation (I.31) indique que l'intensité  $\langle I(t') \rangle$  à la sortie de l'interféromètre de Michelson est la superposition d'une composante continue et des groupes de franges situés à  $t' = 0, \pm\tau_1, \pm\tau_2, \pm(\tau_2 - \tau_1)$  et  $\pm(\tau_2 + \tau_1)$  comme le montre la figure(I.9) :

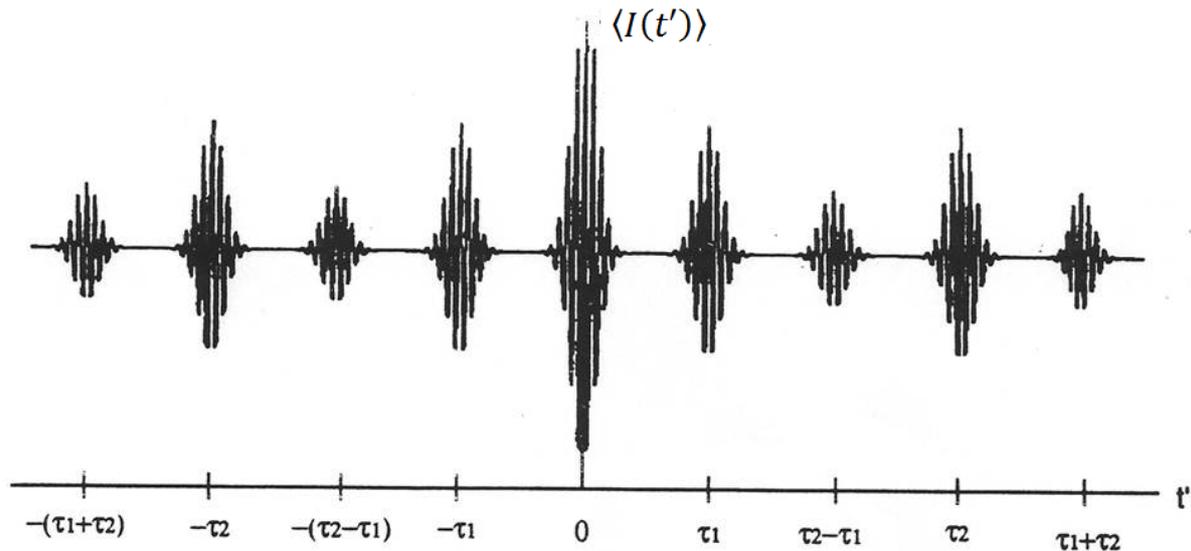


Figure 1.9- Le tracé des groupes de franges pour un système multiplexé à deux modulateurs [8]

Pour extraire les signaux  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$  il faut se positionner respectivement sur  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .

Les groupes de franges situés à  $(\tau_2 + \tau_1)$  et  $(\tau_2 - \tau_1)$  représentent la somme et la différence entre les deux signaux  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$ .

## VI. Généralisation à N signaux multiplexés :

Considérons un système d'émission composé de  $N$  modulateurs en cascade avec les retards  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N \gg \tau_c$  sachant que  $\tau_{N+1}/\tau_N = 3$ , la fonction d'onde à la sortie de l'émetteur s'écrit :

$$f(t) = U(t) \otimes \frac{1}{2} \{ \delta(t) + \delta(t - \tau_1) \} \otimes \frac{1}{2} \{ \delta(t) + \delta(t - \tau_2) \} \otimes \frac{1}{2} \{ \delta(t) + \delta(t - \tau_N) \}$$

$$f(t) = \frac{1}{2^N} U(t) \otimes \prod_{i=1}^N \{ \delta(t) + \delta(t - \tau_i) \} \quad (1.31)$$

Avec  $\otimes$  : représente le produit de convolution et  $\prod$  représente le produit.

En plaçant un interféromètre de Michelson en réception, l'intensité moyenne  $\langle I(t') \rangle$  détectée à sa sortie est :

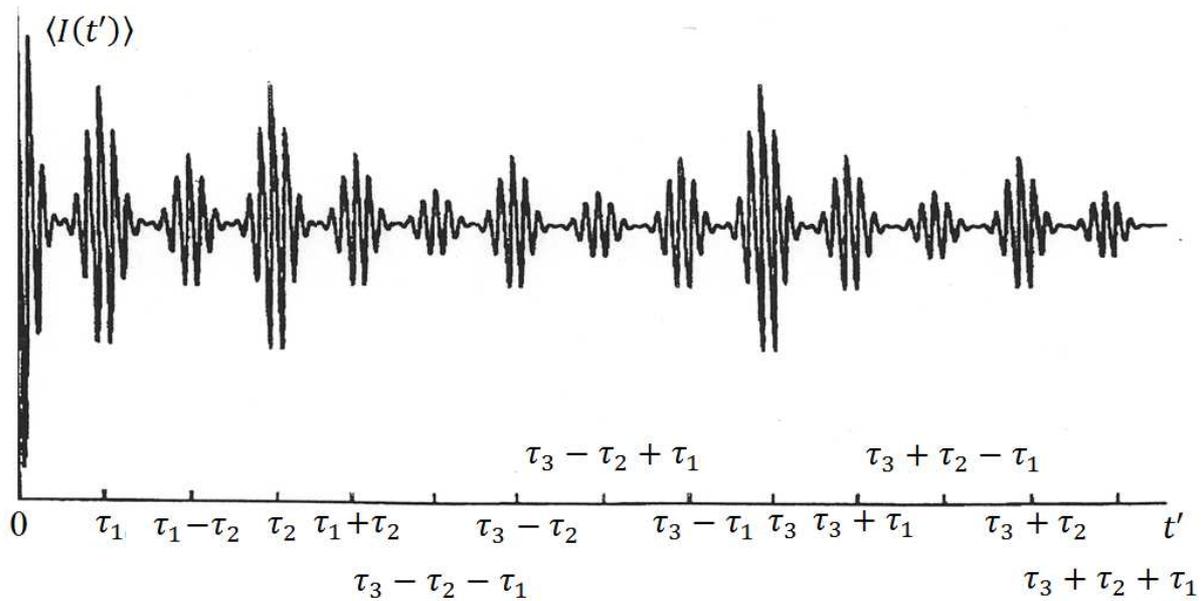
$$\langle I(t') \rangle = \frac{1}{2} \langle |f(t)|^2 \rangle + \frac{1}{2} \text{Re} \langle f(t) \cdot f^*(t - t') \rangle$$

$$\langle I(t') \rangle = \frac{1}{2^{2N+1}} [2^N I_0 + \text{Re} \langle U(t) \cdot U^*(t - t') \rangle \otimes \prod_{i=1}^N \{ 2\delta(t') + \delta(t' \pm \tau_i) \}] \quad (1.32)$$

- Exemple N=3 :

$$\tau_2 = 3\tau_1 \text{ Et } \tau_3 = 9\tau_1.$$

La figure(I.10) montre la partie positive du tracé de  $\langle I(t') \rangle$  :



**Figure 1.10-** La partie positive du tracé des groupes de franges pour un système multiplexe à 3 modulateurs [8]

Pour extraire les signaux  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  et  $V_3(t)$  il faut se positionner respectivement sur  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\tau_3$ .

Les groupes de franges situés à  $(\tau_3 \pm \tau_2 \pm \tau_1)$  représentent les différentes opérations possibles entre les trois signaux  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  et  $V_3(t)$ .

## VII. Conclusion :

Nous avons expliqué, dans ce chapitre, comment, en utilisant un interféromètre à deux ondes et en définissant un retard supérieur au temps de cohérence de la source à large bande spectrale, nous pouvons moduler un signal en modulation de cohérence ceci grâce aux propriétés statistiques de la lumière.

L'ajout d'un deuxième modulateur en cascade permet de faire le multiplexage de cohérence avec une seule source de lumière.

Le prochain chapitre sera consacré à l'application de la modulation de cohérence pour réaliser des opérations arithmétiques sur les images.

# Chapitre II

## Les Opérations Arithmétiques sur Les Images

## I. Introduction :

Ce chapitre sera consacré aux opérations arithmétiques [15] sur les images qui sont :

- L'addition
- La soustraction

Nous allons aussi voir comment effectuer des opérations multiples sur trois images ou plus.

Mais avant cela, il est important de bien comprendre comment coder et décoder une image en modulation de cohérence.

## II. Codage et décodage d'une image en modulation de cohérence :

### II.1. Le codage :

Le système de codage, illustré sur la figure II.1, est composé de:

- Une lame Biréfringente  $Q$ : qui introduit un retard de phase fixe  $\Delta_0$
- Un modulateur spatial de lumière  $SLM$ : qui permet de moduler l'image  $f(x,y)$  à travers un faisceau lumineux.

Le modulateur est éclairé par une source de lumière  $S$  avec un train d'ondes dont la longueur de cohérence  $l_c = \lambda_0^2 / \Delta\lambda$  :

$\lambda_0$  : la longueur d'onde centrale

$\Delta\lambda$  : la largeur spectrale de la source

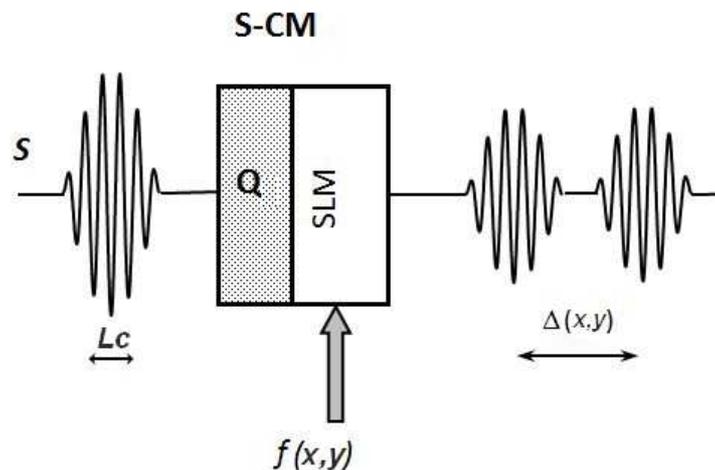


Figure II.1- Le système de codage des images en modulation de cohérence

A la sortie du système de codage le train d'ondes issu de  $S$  se divise en deux trains d'ondes espacés de  $\Delta(x,y)$ .

$\Delta(x,y)$  : Différence de marche optique variable tel que :

$$\Delta(x,y) = \Delta_0 + Kf(x,y) \quad (II.1)$$

Avec :

$K$  : coefficient lié au modulateur, où  $K = \lambda_0/V_\pi$

$V_\pi$  : représente la tension demi onde.

$f(x,y)$  : l'image à coder.

L'intensité lumineuse à la sortie du modulateur est exprimée en nombre d'onde  $\sigma = 1/\lambda$  par :

$$I_{out}(x, y) = \frac{1}{2} \int_{\Delta\sigma} P(\sigma - \sigma_0) \cdot [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta(x, y)] \cdot d\sigma \quad (II.2)$$

Où  $P(\sigma - \sigma_0)$  est la densité spectrale de puissance de la source  $S$  centrée sur  $\sigma_0$ . Il est à noter qu'une condition s'impose sur le choix de la différence de marche optique fixe  $\Delta_0$ , de manière à s'affranchir de toute modulation d'intensité parasite, tel que :

$$\Delta_0 \gg l_c$$

Cette condition doit absolument être respectée, si nous voulons que les deux trains d'ondes ne s'interfèrent.

## II.2. Le décodage :

A la réception, nous plaçons un interféromètre à différence de marche optique variable  $d$ , l'expression de l'intensité à la sortie s'écrit :

$$I(d, x, y) = \frac{1}{4} \int_{\Delta\sigma} P(\sigma - \sigma_0) \cdot [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta(x, y)] \cdot [1 + \cos 2\pi\sigma d] \cdot d\sigma \quad (II.3)$$

L'équation (II.3) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$I(d, x, y) = \frac{I_0}{2} + \frac{1}{2} \int_{\Delta\sigma} P_{out}(\sigma, x, y) \cos 2\pi\sigma d \cdot d\sigma \quad (II.4)$$

Nous constatons que le premier terme est une composante continue tandis que le deuxième terme est une transformée de Fourier en cosinus de la puissance spectrale à la sortie :

$$\begin{aligned} I(d, x, y) &= \frac{I_0}{2} + \frac{1}{2} TF_{\cos}\{P(\sigma - \sigma_0) \cdot [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta(x, y)]\} \\ &= \frac{I_0}{2} + \frac{1}{2} \{TF_{\cos}[P(\sigma - \sigma_0)] \otimes TF_{\cos}[1 + \cos 2\pi\sigma\Delta(x, y)]\} \end{aligned} \quad (II.5)$$

$\otimes$  : représente le produit de convolution.

Nous savons que le degré de cohérence  $\Gamma(d)$  s'écrit :

$$\Gamma(d) = \frac{\int_{\Delta\sigma} P(\sigma) \cos 2\pi\sigma d \cdot d\sigma}{\int_{\Delta\sigma} P(\sigma) \cdot d\sigma} \quad (II.6)$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} I(d, x, y) &= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \left\{ \Gamma(d) \otimes \left[ \delta(d) + \frac{1}{2} \delta(d - \Delta(x, y)) + \frac{1}{2} \delta(d + \Delta(x, y)) \right] \right\} \\ &= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \Gamma(d) + \frac{I_0}{4} \Gamma(d - \Delta(x, y)) + \frac{I_0}{4} \Gamma(d + \Delta(x, y)) \end{aligned} \quad (II.7)$$

L'équation (II.7) montre que l'intensité à la sortie de l'interféromètre de réception est la superposition de la composante continue  $\frac{I_0}{2}$  avec les groupes de franges centrés sur  $d= 0, \pm\Delta(x, y)$  comme le montre la figure II.2 :

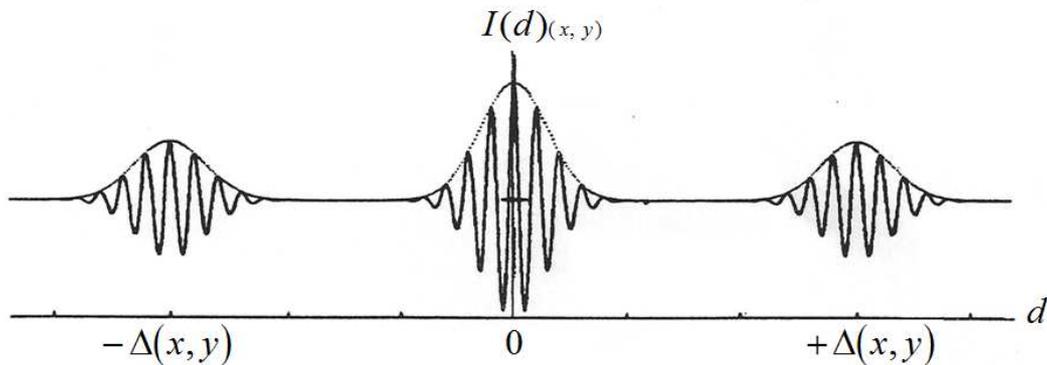


Figure II.2- Représentation des groupes de franges

Rappelons que la différence de marche optique  $\Delta(x, y)$  est proportionnelle à l'image  $f(x, y)$ , alors pour décoder l'image, seul le groupe de franges centré sur  $+\Delta(x, y)$  nous intéresse.

Nous allons donc positionner l'interféromètre sur  $d = +\Delta(x, y)$ , l'intensité détectée s'écrit :

$$I(x, y) = \frac{I_0}{4} \left[ 1 + \frac{1}{8} \cos 2\pi\sigma_0(d - \Delta(x, y)) \right] \tag{II.8}$$

L'équation (II.8) représente l'intensité détectée  $I(x, y)$  en fonction du  $\cos(\Delta(x, y))$ . De manière à assurer une détection linéaire, et avoir donc une intensité  $I(x, y)$  proportionnelle au signal  $f(x, y)$ , nous rajoutons une lame quart d'onde tel que :

$$d = \Delta(x, y) + \lambda_0/4$$

L'équation (II.8) devient :

$$I(x, y) = \frac{I_0}{4} [1 + \pi\sigma_0 K f(x, y)] \tag{II.9}$$

La figure suivante montre l'importance de la lame quart d'onde dans la détection de l'image :



(a) :  $f(x, y)$



(b) :  $f_i(x, y)$



(c) :  $f'_2(x,y)$

(d) :  $f'_3(x,y)$

**Figure II.3-** (a) L'image à coder par modulation de cohérence, (b) l'image décodée sans ajouter une lame quart d'onde, (c) l'image décodée en ajoutant la lame quart d'onde, (d) l'image décodée en ajoutant une lame demi onde

D'après les résultats obtenus, nous remarquons que :

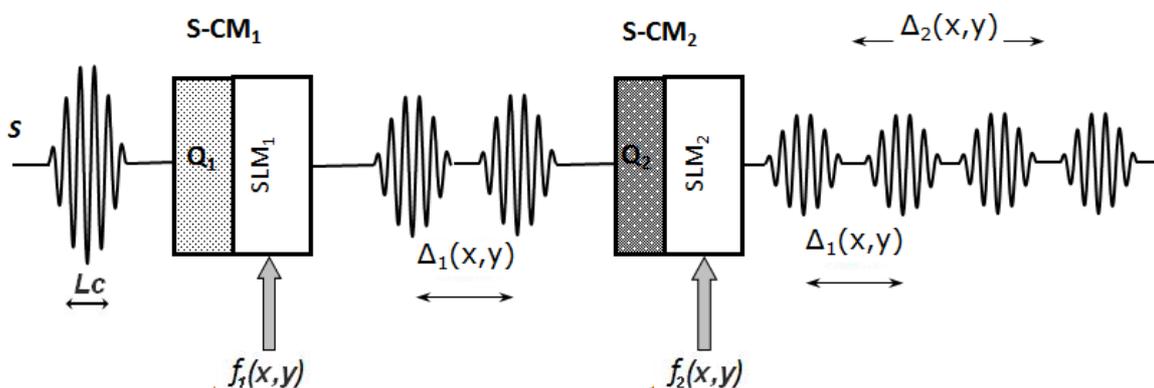
- $f'_1(x,y)$  est le négatif de  $f(x,y)$
- L'intensité de  $f'_2(x,y)$  est la même que  $f(x,y)$
- L'intensité de  $f'_3(x,y)$  est le double de  $f(x,y)$

En utilisant une lame quart d'onde, nous avons pu récupérer l'image originale, ceci montre bien l'importance de son utilisation.

### III. Les opérations arithmétiques sur les images :

#### III.1. Le codage :

Pour effectuer les opérations arithmétiques, nous devons ajouter un deuxième modulateur au système de codage précédent comme illustré sur la figure II.4.



**Figure II.4-** Le codeur multiplexe dédié à la réalisation des opérations arithmétiques

Les deux modulateurs introduisent respectivement les différences de marches optiques  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  tel que :

$$\Delta_1(x,y) = \Delta_{01} + Kf_1(x,y)$$

$$\Delta_2(x,y) = \Delta_{02} + Kf_2(x,y)$$

Avec :

- $f_1(x,y)$  et  $f_2(x,y)$  : sont les 2 images à l'entrée.
- $\Delta_{01}$  et  $\Delta_{02}$  sont les retards de phases introduits par les lames  $Q_1$  et  $Q_2$  de telle sorte que :  $\Delta_{01,02} \gg l_c$  et  $\Delta_{02} = 3\Delta_{01}$  cela pour éviter la modulation d'intensité qui est considérée comme du bruit (ces choix seront justifiés dans ce qui suit).

L'intensité à la sortie de l'émetteur s'exprime par :

$$I_{out}(x, y) = \frac{1}{4} \int_{\Delta\sigma} P(\sigma - \sigma_0) \cdot [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_1(x, y)][1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_2(x, y)] \cdot d\sigma \quad (II.10)$$

Où  $P(\sigma - \sigma_0)$  est la densité spectrale de puissance de la source  $S$  centrée sur  $\sigma_0$ .

### III.2. Le décodage :

Nous utilisons un interféromètre à différence de marche optique variable  $d$  en réception. L'intensité à la sortie s'écrit :

$$I(d, x, y) = \frac{1}{8} \int_{\Delta\sigma} P(\sigma - \sigma_0) \cdot [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_1(x, y)][1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_2(x, y)][1 + \cos 2\pi\sigma d] \cdot d\sigma \quad (II.11)$$

L'équation (II.11) peut s'écrire :

$$I(d, x, y) = \frac{I_0}{2} + \frac{1}{2} \int_{\Delta\sigma} P_{out}(\sigma, x, y) \cos 2\pi\sigma d \cdot d\sigma \quad (II.12)$$

Rappelons que le premier terme est une composante continue tandis que le deuxième terme est une transformée de Fourier en cosinus de densité spectrale de puissance à la sortie :

$$\begin{aligned} I(d, x, y) &= \frac{I_0}{2} + \frac{1}{2} TF_{cos}\{P(\sigma - \sigma_0) \cdot [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_1(x, y)][1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_2(x, y)]\} \\ &= \frac{I_0}{2} + \frac{1}{2} \{TF_{cos}[P(\sigma - \sigma_0)] \otimes TF_{cos}[1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_1(x, y)] \otimes TF_{cos}[1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_2(x, y)]\} \end{aligned} \quad (II.13)$$

$\otimes$  : est le produit de convolution.

L'équation (II.13) devient :

$$\begin{aligned} I(d, x, y) &= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \left\{ \Gamma(d) \otimes \left[ \delta(d) + \frac{1}{2} \delta(d - \Delta_1(x, y)) + \frac{1}{2} \delta(d + \Delta_1(x, y)) \right] \right\} \\ &\quad \left\{ \otimes \left[ \delta(d) + \frac{1}{2} \delta(d - \Delta_2(x, y)) + \frac{1}{2} \delta(d + \Delta_2(x, y)) \right] \right\} \\ &= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \Gamma(d) + \frac{I_0}{4} \Gamma(d - \Delta_1(x, y)) + \frac{I_0}{4} \Gamma(d + \Delta_1(x, y)) + \frac{I_0}{4} \Gamma(d - \Delta_2(x, y)) + \frac{I_0}{4} \Gamma(d + \Delta_2(x, y)) \\ &\quad + \frac{I_0}{8} \Gamma(d - (\Delta_1(x, y) - \Delta_2(x, y))) + \frac{I_0}{8} \Gamma(d + (\Delta_1(x, y) - \Delta_2(x, y))) \\ &\quad + \frac{I_0}{8} \Gamma(d - (\Delta_1(x, y) + \Delta_2(x, y))) + \frac{I_0}{8} \Gamma(d + (\Delta_1(x, y) + \Delta_2(x, y))) \end{aligned} \quad (II.14)$$

A partir de (II.14) nous pouvons déduire que l'intensité à la sortie de l'interféromètre de réception est la superposition de la composante continue  $\frac{I_0}{2}$  avec les groupes de franges centrés sur  $d=0, \pm\Delta_1(x, y), \pm\Delta_2(x, y), \pm(\Delta_1(x, y) - \Delta_1(x, y))$  et  $\pm(\Delta_1(x, y) + \Delta_1(x, y))$  comme le montre la figure (II.5) :

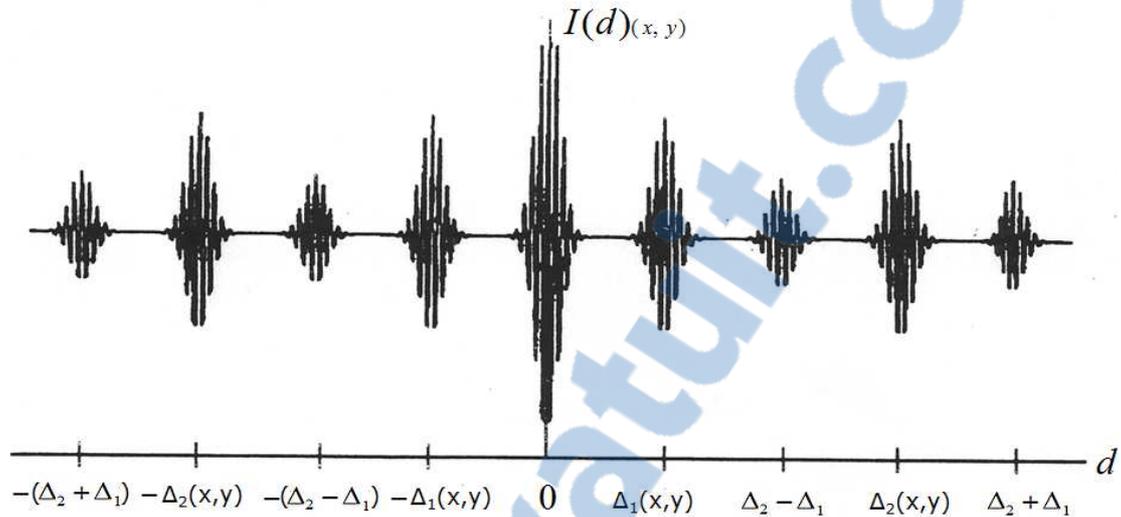


Figure II.5- Le tracé des groupes de franges [15]

De même que le décodage d'une seule image, pour décoder les images  $f_1(x, y)$  et  $f_2(x, y)$ , nous devons nous positionner sur  $\Delta_1(x, y)$  et  $\Delta_2(x, y)$  respectivement.

Nous allons maintenant voir comment effectuer la soustraction entre deux images.

III.3. La soustraction :

Pour réaliser la soustraction entre deux images nous devons nous positionner sur  $\Delta_2 - \Delta_1$  comme illustré sur la figure (II.6) :

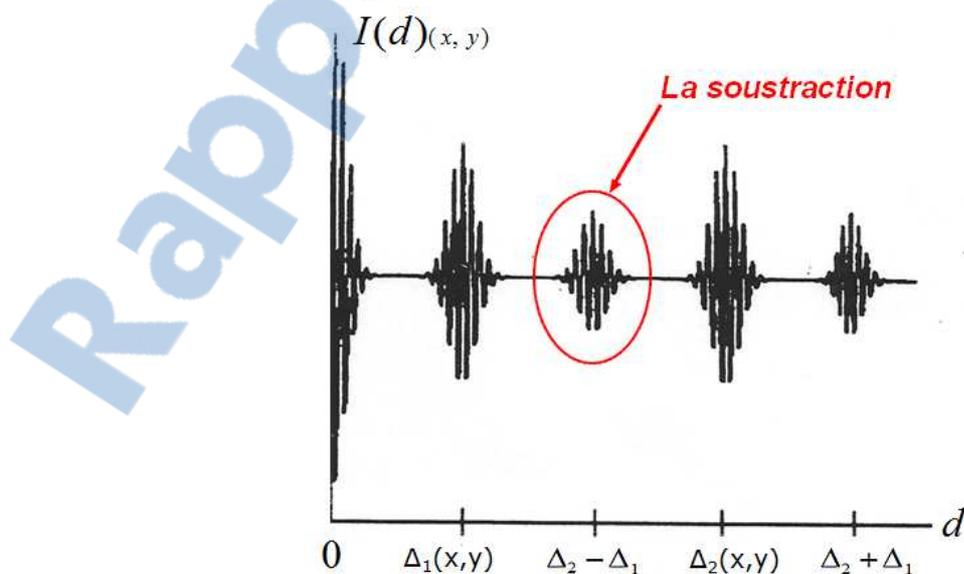


Figure II.6- La position de l'interféromètre pour effectuer la soustraction [15]

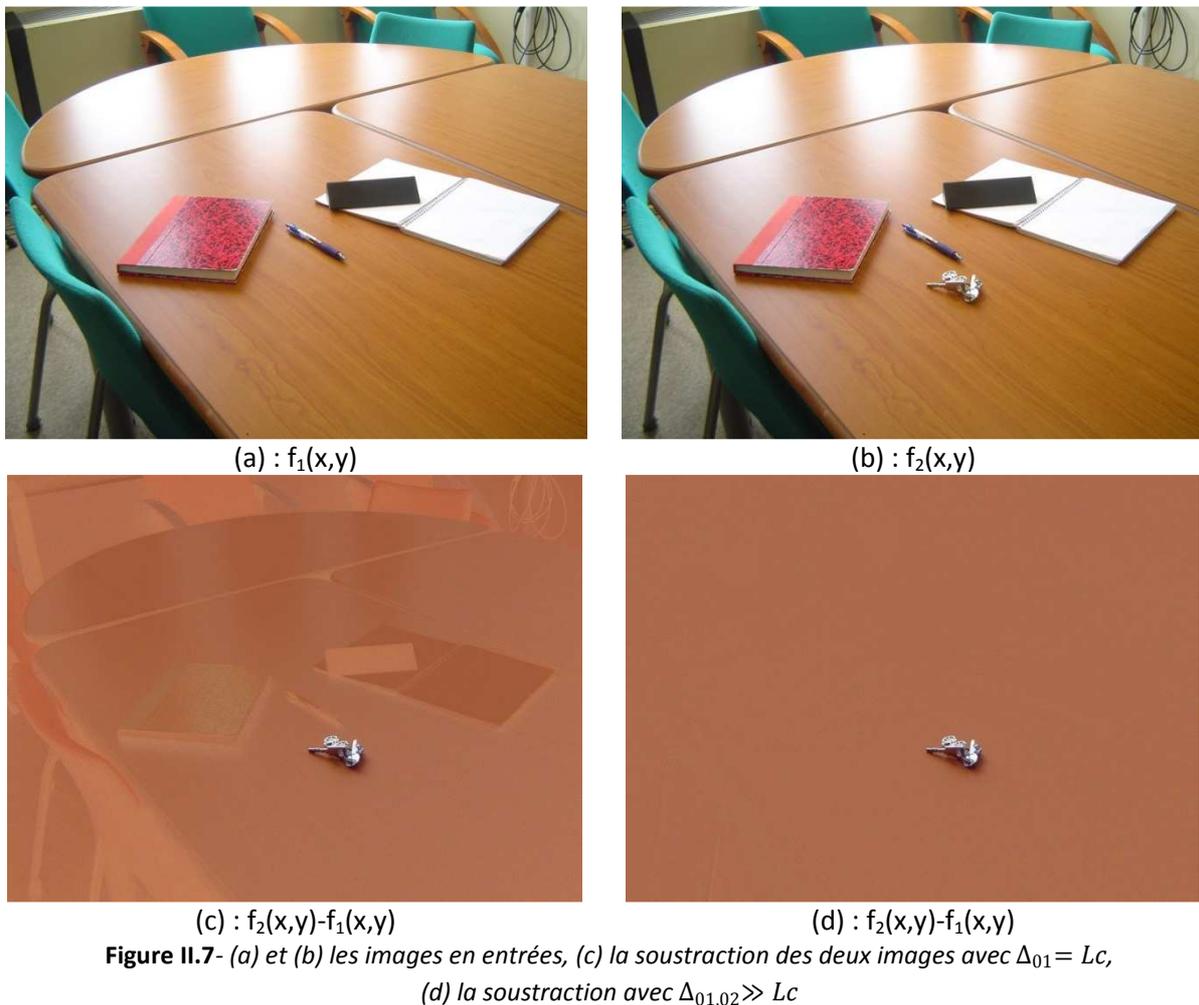
L'intensité détectée s'écrit :

$$I(x,y) = \frac{l_0}{8} [1 + \pi\sigma_0 K(f_2(x,y) - f_1(x,y))] \quad (\text{II.15})$$

Il faut rappeler les conditions :  $\Delta_{01,02} \gg l_c$  et  $\Delta_{02} = 3\Delta_{01}$ , dans ce qui suit, la justification de ces choix :

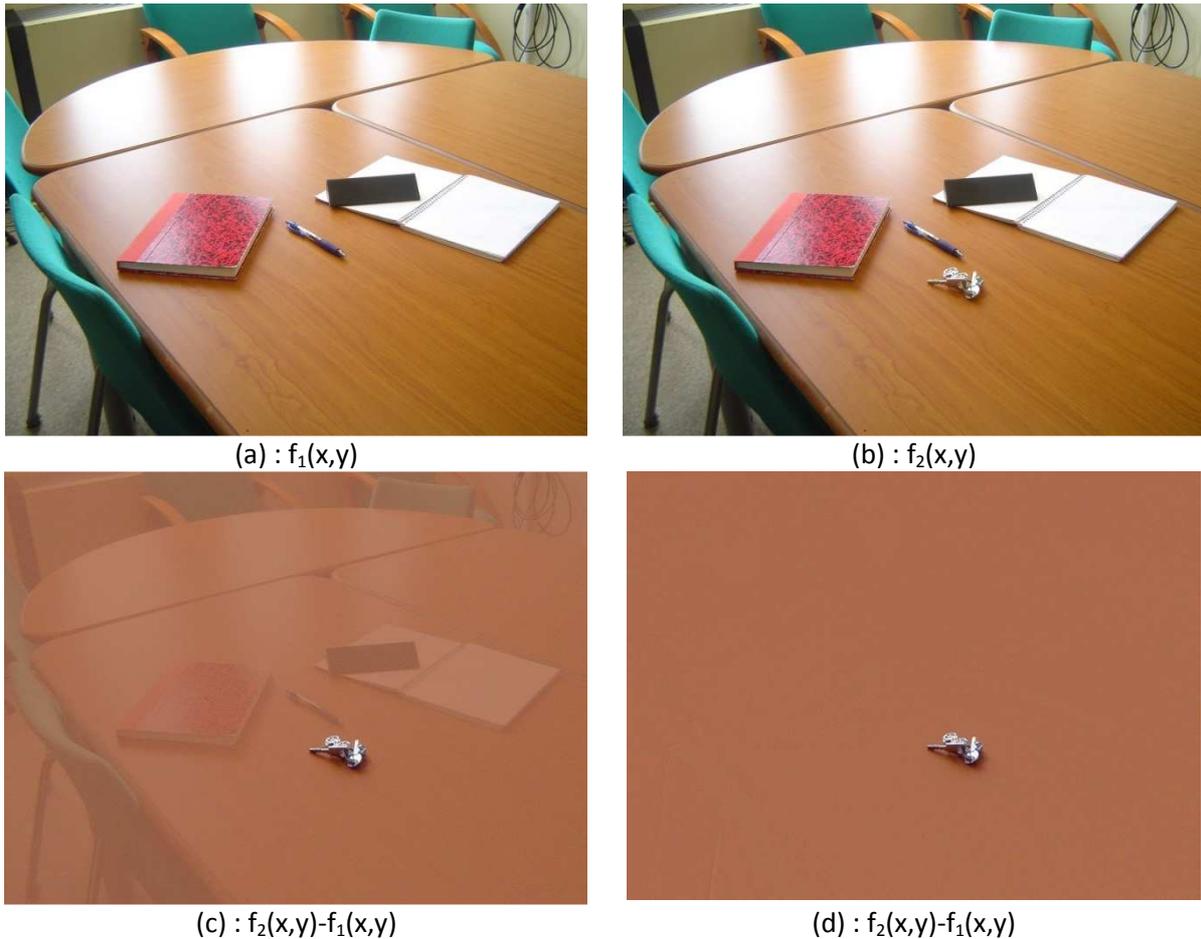
- **Remarque importante:**

Pour faire la soustraction entre les images  $f_2(x,y)$  et  $f_1(x,y)$ , ces deux dernières sont prises de la même scène (même arrière-plan) à l'aide d'un trépied utilisé comme support, aucun bougé ne doit être fait, sinon la soustraction sera impossible à réaliser.



D'après les résultats présentés sur la figure II.7, nous pouvons voir clairement dans l'image (c) les objets dans le cas où  $\Delta_{01} = l_c$ , par contre la soustraction est parfaite dans l'image (d) lorsque la condition  $\Delta_{01,02} \gg l_c$  est respectée.

Nous passons maintenant à la deuxième condition :  $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 3$



**Figure II.8-** (a) et (b) les images en entrées, (c) la soustraction des deux images avec  $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 1.5$ ,  
(d) la soustraction avec  $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 3$

Sur la figure II.8 nous avons pris le cas où  $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 1.5$  (image (c)), nous remarquons bien que la soustraction n'est pas parfaite, ceci est dû à la modulation d'intensité, contrairement dans le cas où la condition  $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 3$  est respectée (image (d)), la soustraction est parfaite, il ne reste que les clés, tous les autres objets ont été supprimés.

- **Rappel :**

Nous rappelons donc que deux conditions doivent absolument être respectées pour effectuer une soustraction parfaite :

- $\Delta_{01,02} \gg l_c$
- $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 3$

La question qui se pose maintenant c'est : « Est-ce que ces deux conditions sont suffisantes pour faire une bonne soustraction ? »

### III.3.1. Effet de l'éclairage sur la soustraction :

Dans tout ce qui suit, nous avons  $\Delta_{01,02} \gg l_c$  et  $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 3$ .

### III.3.1.1. Eclairage variable :

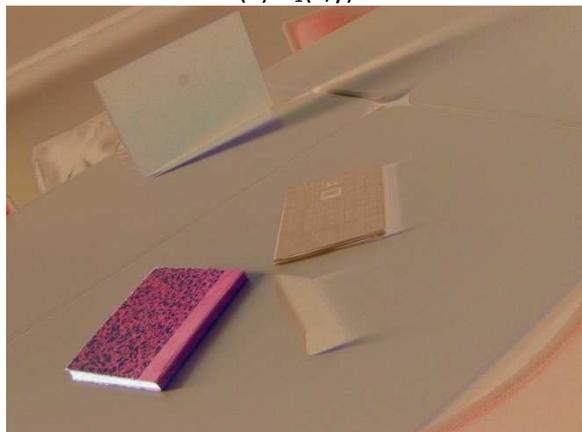
Le principe est de prendre des photos en lumière naturelle à des instants différents de telle sorte que l'éclairage varie, le résultat est présenté dans le tableau suivant :



(a) :  $f_1(x,y)$



(b) :  $f_2(x,y)$



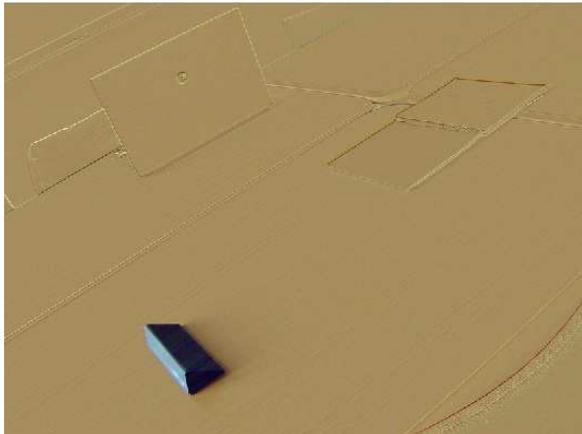
(c) :  $f_2(x,y) - f_1(x,y)$

**Figure II.9-** (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de la soustraction des deux images avec un éclairage variable

Nous constatons que la variation de l'éclairage engendre le changement du contraste dans les photos, ce qui influe sur la soustraction (image (c)). Le résultat obtenu est de mauvaise qualité, ce qui nous pousse à prendre les photos avec le même éclairage.

### III.3.1.2. Eclairage stable :

L'idée est de prendre des photos à des instants très courts, de façon à ce que l'éclairage ne change pas.

(a) :  $f_1(x,y)$ (b) :  $f_2(x,y)$ (c) :  $f_2(x,y) - f_1(x,y)$ 

**Figure II.10-** (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de la soustraction des deux images avec un éclairage stable

Le résultat présenté dans la figure II.10 montre que lorsque l'éclairage ne change pas, nous obtenons un résultat acceptable (image (c)), les objets ont été supprimé mais leurs contours persistent, ceci est probablement dû à des réflexions parasites sur les bords des objets. Nous verrons ultérieurement comment régler ce problème.

Pour confirmer le résultat obtenu, nous allons utiliser un éclairage artificiel.

### III.3.1.3. Eclairage artificiel :

Le but est de garantir que le contraste des images ne fluctue pas lors de leurs acquisitions. Nous éclairons donc la scène avec un spot lumineux.

(a) :  $f_1(x,y)$ (b) :  $f_2(x,y)$

(c) :  $f_2(x,y)-f_1(x,y)$ 

**Figure II.11-** (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de la soustraction des deux images avec un éclairage artificiel

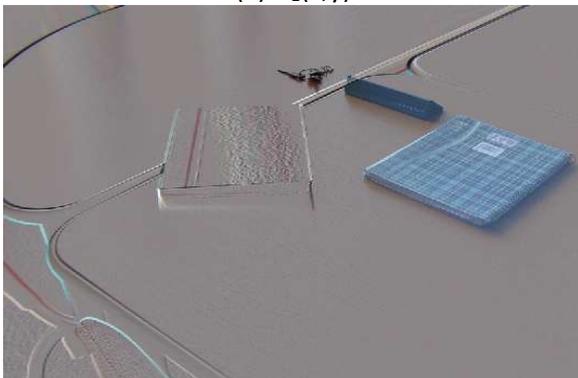
Le résultat de la figure II.11, nous confirme bien que pour avoir une soustraction de bonne qualité, la variation du contraste entre les deux images doit être réduite au minimum.

Cependant un nouveau problème vient de se poser : « la réflexion parasite ! »

### III.3.2. Effet de la réflexion parasite sur la soustraction :

#### III.3.2.1. Photos prises avec réflexion parasite :

Pour connaître l'influence de la réflexion parasite sur la soustraction, nous avons volontairement pris des photos dans la configuration illustrée sur la figure II.12, de manière à ce qu'on obtienne une réflexion de la lumière sur le support des objets.

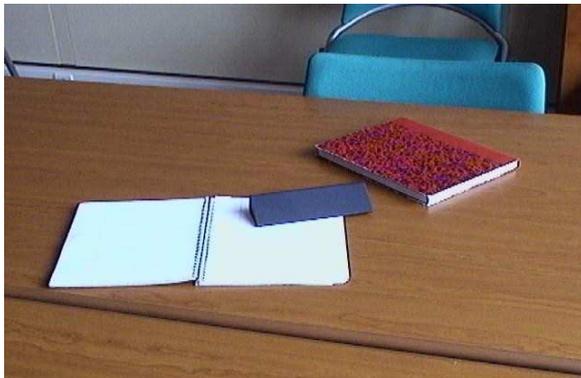
(a) :  $f_1(x,y)$ (b) :  $f_2(x,y)$ (c) :  $f_2(x,y)-f_1(x,y)$ 

**Figure II.12-** (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de la soustraction des deux images avec la réflexion sur la table

Le résultat montre que la réflexion parasite nuit à la soustraction, pour confirmer cela nous allons prendre des photos sans la réflexion sur la table.

### III.3.2.2. Photos prises sans réflexion parasite :

Les photos montrées dans la figure II.13 sont présent de façon à ne pas avoir des réflexions sur la table.



(a) :  $f_1(x,y)$



(b) :  $f_2(x,y)$



(c) :  $f_2(x,y) - f_1(x,y)$

**Figure II.13-** (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de la soustraction des deux images sans la réflexion sur la table

Le résultat obtenu (figure II.13) est assez bon, tous les objets ont été supprimés, ce qui permet de valider l'hypothèse de la réflexion parasite. Mais le problème est que nous sommes souvent confrontés à faire l'acquisition d'objets qui reflètent la lumière. Il n'est pas toujours évident d'éviter la réflexion. Comment faire dans ce cas-là ?

### III.3.2.3. Utilisation d'un polariseur lors de la prise de photos :

Nous savons que la lumière réfléchiée sur un objet est polarisée, nous allons donc utiliser un polariseur pour éliminer cette réflexion, c'est un film polariseur qu'on place sur l'objectif de l'appareille photo.

(a) :  $f_1(x,y)$ (b) :  $f_2(x,y)$ (c) :  $f_2(x,y) - f_1(x,y)$ 

**Figure II.14-** (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de la soustraction des deux images en utilisant un polariseur pour filtrer la lumière réfléchie sur la table

La figure II.14 illustre le résultat de la soustraction en utilisant un film polariseur pour supprimer la réflexion, nous constatons que le résultat est parfait, aucun autre objet n'apparaît sur la soustraction.

Ceci nous permet de déduire que l'utilisation du polariseur est indispensable.

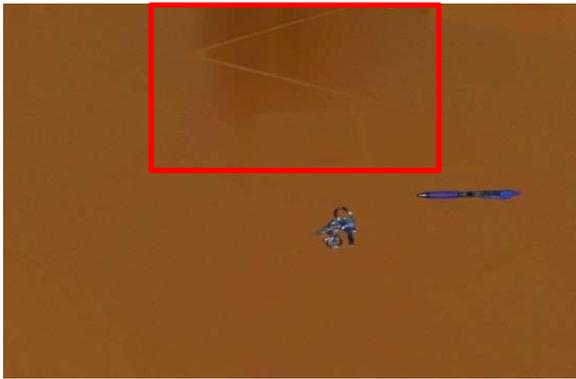
### III.3.3. Utilisation du flash lors de la prise de photos :

#### III.3.3.1. Avec réflexion parasite :

Comme discuté précédemment, si nous souhaitons que la variation du contraste entre les deux images soit réduite au minimum, il serait intéressant de faire des tests en utilisant un flash assimilable à un éclairage artificiel.

Dans un premier test, nous n'avons éclairé qu'une partie de la scène en lumière naturelle, comme le montre la figure II.15 :

(a) :  $f_1(x,y)$ (b) :  $f_2(x,y)$



**Figure II.15-** (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de la soustraction en utilisant le flash avec la présence de la réflexion sur la table

$$(c) : f_2(x,y) - f_1(x,y)$$

Le résultat est incroyable (figure II.15), la soustraction est parfaite partout sauf dans la partie qui a été éclairée (rectangle rouge) où nous pouvons clairement voir le contour de la table.

### III.3.3.2. Sans réflexion parasite :

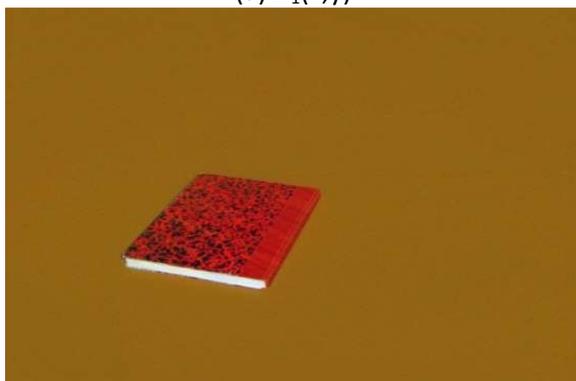
Lors du deuxième test, la scène n'est pas éclairée en lumière naturelle et les images sont prises en utilisant un le flash.



(a) :  $f_1(x,y)$



(b) :  $f_2(x,y)$



$$(c) : f_2(x,y) - f_1(x,y)$$

**Figure II.16-** (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de la soustraction en utilisant le flash sans la réflexion

Nous pouvons constater que la soustraction obtenue (figure II.16) est parfaite.

Ces deux exemples nous permettent de dire que l'utilisation du flash n'est pas indispensable, elle est plutôt préférée pour les scènes à faible éclairage.

**III.4. L'addition :**

Tout ce qui a été dit précédemment à propos de la soustraction s'applique aussi pour l'addition.

Pour faire la somme de deux images nous devons nous positionner sur le retard optique  $\Delta_2 + \Delta_1$  comme le montre la figure II.17 :

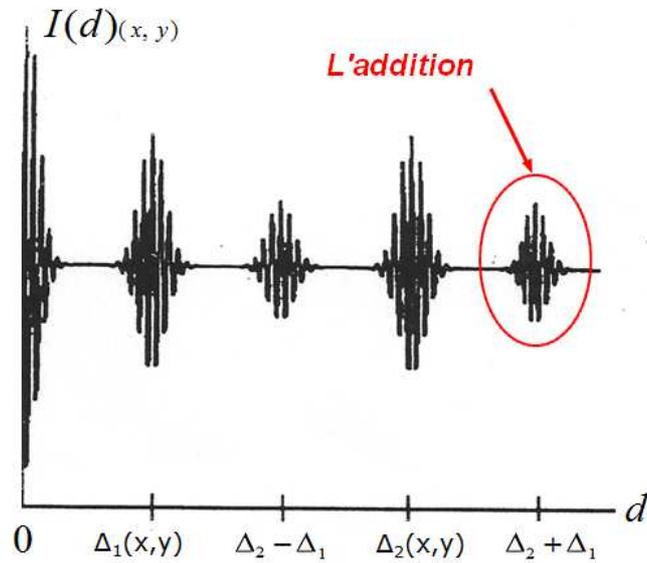


Figure II.17- La position de l'interféromètre pour effectuer l'addition [15]

L'intensité détectée s'écrit :

$$I(x, y) = \frac{I_0}{8} [1 + \pi \sigma_0 K(f_2(x, y) + f_1(x, y))] \tag{II.16}$$

Les conditions :  $\Delta_{01,02} \gg l_c$  et  $\Delta_{02} = 3\Delta_{01}$ .

L'exemple suivant montre comment nous pouvons rajouter des objets à une scène.



(a) :  $f_1(x,y)$



(b) :  $f_2(x,y)$



Figure II.18- (a) et (b) les images en entrées, (c) le résultat de l'addition des deux images

$$(c) : f_2(x,y)+f_1(x,y)$$

La figure II.18 illustre le résultat de l'addition des deux images (a et b) codées en modulation de cohérence. Il faut rappeler qu'aucun calcul n'est fait, le résultat est obtenu en se positionnant à  $d = \Delta_2 + \Delta_1$

**IV. Les opérations multiples :**

**IV.1. Le codage :**

L'un des avantages de la *modulation de cohérence* est la possibilité de multiplexer plusieurs signaux à travers un seul faisceau lumineux. Nous avons vu, précédemment, comment, avec seulement deux modulateurs, nous pouvons effectuer l'addition et la soustraction de deux images.

L'ajout d'un troisième modulateur en cascade(figure II.19) au système de codage, permet d'aller encore plus loin et d'effectuer les opérations multiples entre trois images, ceci bien évidemment en temps réel.

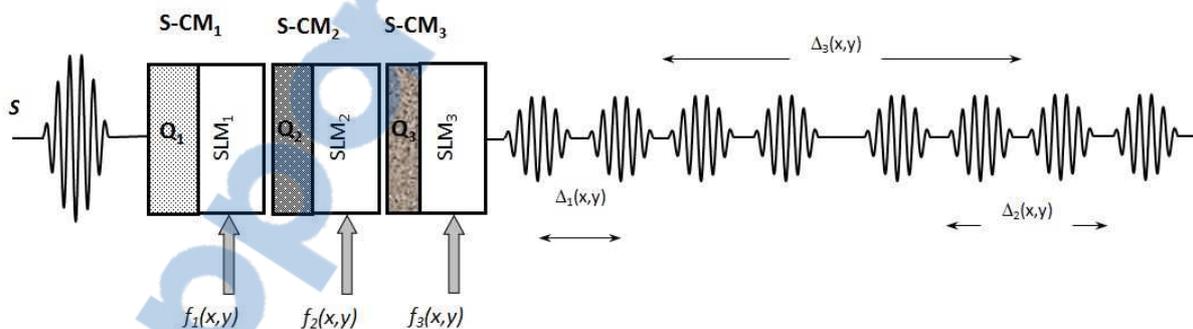


Figure II.19- Le système multiplexe pour effectuer les opérations multiples entre trois images

Les modulateurs 1,2 et 3 introduisent respectivement les différences de marches optiques  $\Delta_1, \Delta_2$  et  $\Delta_3$  tel que :

$$\Delta_i(x, y) = \Delta_{0i} + Kf_i(x, y), \quad i = 1:3$$

Avec les conditions :

$$\Delta_{01,02,03} \gg l_c \quad \text{et} \quad \Delta_{02}/\Delta_{01} = \Delta_{03}/\Delta_{02} = 3$$

L'intensité à la sortie du système de codage s'écrit :

$$I_{out}(x, y) = \frac{1}{4} \int_{\Delta\sigma} P(\sigma - \sigma_0) \cdot \prod_{i=1}^3 [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_i(x, y)] \cdot d\sigma \quad (II.17)$$

Avec  $P(\sigma - \sigma_0)$  est la densité spectrale de puissance de la source  $S$  centrée sur  $\sigma_0$ .

#### IV.2. Le décodage :

En plaçant, en réception, un interféromètre à deux ondes à différence de marche optique variable  $d$  l'intensité à la sortie s'écrit :

$$I(d, x, y) = \frac{1}{8} \int_{\Delta\sigma} P(\sigma - \sigma_0) \cdot \prod_{i=1}^3 [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_i(x, y)] \cdot [1 + \cos 2\pi\sigma d] \cdot d\sigma \quad (II.18)$$

L'expression (II.18) peut aussi être écrite comme :

$$\begin{aligned} I(d, x, y) &= \frac{I_0}{2} + \frac{1}{2} TF_{cos} \left\{ P(\sigma - \sigma_0) \cdot \prod_{i=1}^3 [1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_i(x, y)] \right\} \\ &= \frac{I_0}{2} + \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} TF_{cos}[P(\sigma - \sigma_0)] \otimes TF_{cos}[1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_1(x, y)] \\ \otimes TF_{cos}[1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_2(x, y)] \otimes TF_{cos}[1 + \cos 2\pi\sigma\Delta_3(x, y)] \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (II.19)$$

$\otimes$  : est le produit de convolution.

L'équation (II.19) devient :

$$I(d, x, y) = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \left\{ \begin{array}{l} \Gamma(d) \otimes \left[ \delta(d) + \frac{1}{2} \delta(d - \Delta_1(x, y)) + \frac{1}{2} \delta(d + \Delta_1(x, y)) \right] \\ \otimes \left[ \delta(d) + \frac{1}{2} \delta(d - \Delta_2(x, y)) + \frac{1}{2} \delta(d + \Delta_2(x, y)) \right] \\ \otimes \left[ \delta(d) + \frac{1}{2} \delta(d - \Delta_3(x, y)) + \frac{1}{2} \delta(d + \Delta_3(x, y)) \right] \end{array} \right\} \quad (II.20)$$

L'expression (II.20) de l'intensité à la sortie de l'interféromètre de réception est la superposition de la composante continue  $\frac{I_0}{2}$  avec les groupes de franges, la partie positive est illustrée dans la figure (II.19) :

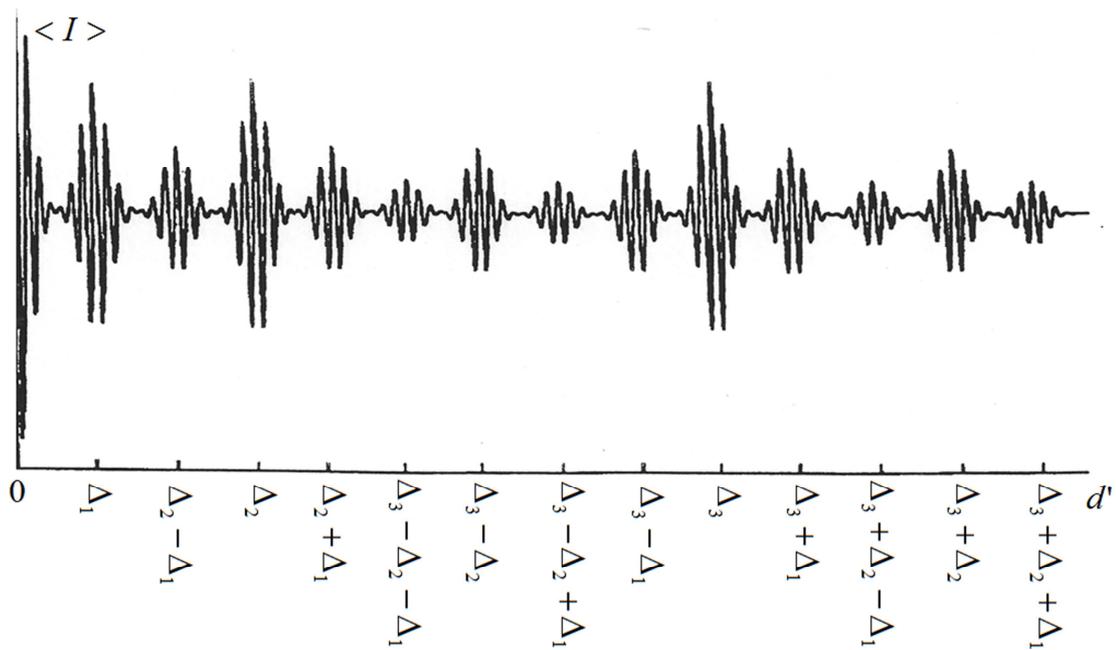


Figure II.20- Le tracé des groupes de franges [15]

Nous remarquons qu'en plus des images et des opérations simples, nous avons les opérations multiples entre trois images  $f_1(x,y)$ ,  $f_2(x,y)$  et  $f_3(x,y)$ . Voici quelques exemples :

**IV.2.1. Exemple 1 :**  $f_3(x,y) - f_2(x,y) + f_1(x,y)$

Dans cet exemple, nous allons nous positionner sur  $d = \Delta_3 - \Delta_2 + \Delta_1$ , l'intensité détectée s'écrit :

$$I(x,y) = \frac{I_0}{16} \{1 + K\pi\sigma_0 [f_3(x,y) - f_2(x,y) + f_1(x,y)]\} \tag{II.21}$$

La figure ci-dessous montre le résultat obtenu :



(a) :  $f_1(x,y)$



(b) :  $f_2(x,y)$

(c) :  $f_3(x,y)$ (d) :  $f_3(x,y) - f_2(x,y) + f_1(x,y)$ **Figure II.21-** (a),(b) et (c) les trois images en entrée, (d) l'image résultante à la sortie

L'objectif est, de réaliser la soustraction entre l'image  $f_3(x,y)$  et  $f_2(x,y)$  pour « récupérer » les clés, et de les rajouter à l'image  $f_1(x,y)$  cela en une seule opération en temps réel et sans calcul numérique. Le résultat est présenté sur la figure II.21 (d).

#### IV.2.2. Exemple 2 : $f_3(x,y) + f_2(x,y) - f_1(x,y)$

Pour effectuer cette opération, nous devons nous positionner sur  $d = \Delta_3 + \Delta_2 - \Delta_1$ , l'intensité détectée s'écrit :

$$I(x,y) = \frac{I_0}{16} \{1 + K\pi\sigma_0 [f_3(x,y) + f_2(x,y) - f_1(x,y)]\} \quad (\text{II.22})$$

La figure ci-dessous illustre le résultat de cette opération multiple :

(a) :  $f_1(x,y)$ (b) :  $f_2(x,y)$

(c) :  $f_3(x,y)$ (d) :  $f_3(x,y)-f_2(x,y)+f_1(x,y)$ **Figure II.22-** (a),(b) et (c) les trois images en entrée, (d) l'image résultante à la sortie

Dans cet exemple, nous avons fait la somme de  $f_3(x,y)$  et  $f_2(x,y)$ , pour doubler l'intensité du cahier blanc, et supprimé tous les objets, sauf le stylo, cela en faisant la soustraction avec l'image  $f_1(x,y)$ .

Rappelons qu'il s'agit d'une opération multiple réalisée en une seule étape en temps réel et sans calcul numérique.

#### V. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons vu comment coder et décoder des images en modulation de cohérence, en suite, en ajoutant un deuxième modulateur au système de codage, les opérations arithmétiques (addition soustraction) entre deux images deviennent possibles. Pour effectuer ces opérations, des conditions ont été mises en place, parmi lesquelles nous citons :

- Le rapport  $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 3$  avec  $\Delta_{01,02} \gg l_c$
- Les photos prises ont le même arrière-plan, aucun bougé ne doit être fait
- L'instant entre la prise des deux images doit être très court pour éviter tout changement de contraste
- Utilisation du polariseur pour éliminer les réflexions parasites
- Utilisation du flash (optionnel)

L'ajout d'un troisième modulateur au système de codage nous donne la possibilité d'effectuer des opérations multiples entre trois images.

La modulation de cohérence nous permet de faire des opérations arithmétiques sur deux images ou plus, en une seule étape, en temps réel et sans calcul numérique.

# Chapitre III

## Cryptage

## I. Introduction :

Au cours du précédent chapitre nous avons mis en application la modulation de cohérence pour réaliser des opérations arithmétiques sur les images, dans ce chapitre nous évoquerons un autre type d'application qui est le cryptage. Nous présenterons le principe utilisé pour crypter et décrypter une image par modulation de cohérence, ainsi que les tests de robustesse de notre cryptage en utilisant la méthode de corrélation.

Le cryptage proposé est de premier niveau. Il utilise une seule clé dans les deux sens. Des travaux sont en cours pour l'optimisation de la méthode en augmentant la robustesse.

## II. Le cryptage :

### II.1. Le principe :

Le principe est de faire l'addition de l'image originale, qui représente l'information utile avec une image aléatoire de même taille qui est considérée comme la clé de cryptage, l'image résultante est donc appelée image cryptée, la figure III.1 indique le schéma de montage du cryptage :

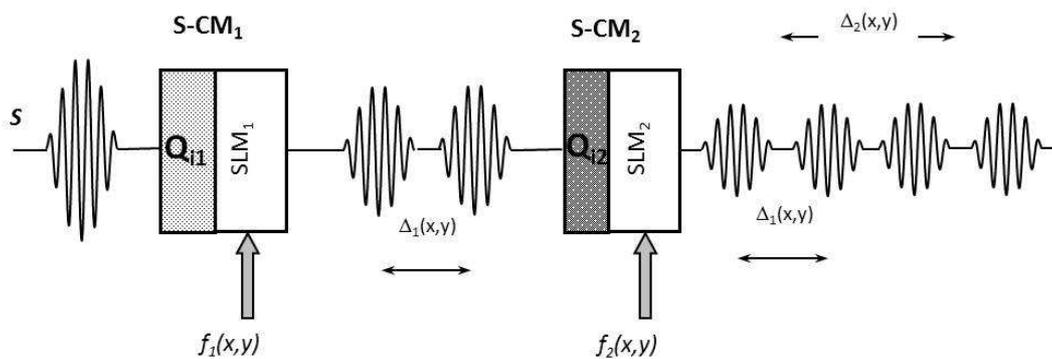


Figure III.1- Schéma du système multiplexe par cohérence destiné à faire du cryptage

$$\text{Avec : } \Delta_1(x, y) = \Delta_{01} + K f_1(x, y)$$

$$\Delta_2(x, y) = \Delta_{02} + K f_2(x, y)$$

$f_1(x, y)$  : représente l'image à crypter

$f_2(x, y)$  : représente la clé de cryptage

$Q_{i1}$  : est une lame biréfringente qui introduit un retard de phase *aléatoire*  $\Delta_{01}$  variant autour de la valeur de la différence de marche optique  $\Delta_0 \gg Lc$  de façon à ce que :

$$0.5\Delta_0 < \Delta_{01} < 1.5\Delta_0 \quad (\text{III.1})$$

$Q_{i2}$  : est une lame biréfringente qui introduit un retard de phase aléatoire  $\Delta_{02}$  qui suit la loi,

$$\Delta_{02} = (m \cdot \Delta_0) - \Delta_{01} \quad (\text{III.2})$$

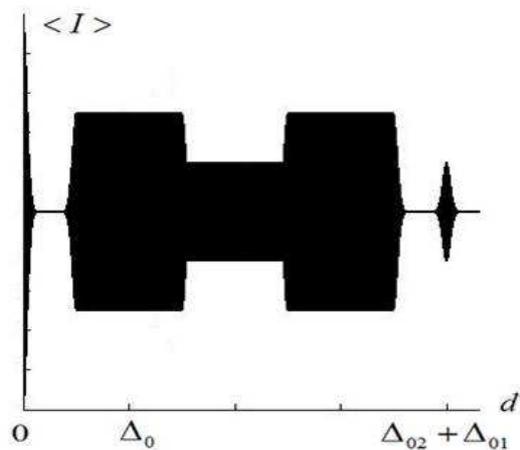
Avec  $m \geq 4$  afin d'éviter la superposition des groupes de franges

Le but d'utiliser  $Q_{i1}$  et  $Q_{i2}$  est de rendre impossible la détection, lors de l'étape de décodage, l'information utile ou bien la clé du cryptage. La seule information accessible sera leur somme qui représente l'image cryptée comme illustré sur la figure III.2.

L'intensité à la sortie s'écrit :

$$I(d, x, y) = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \Gamma(d) + \frac{I_0}{4} \Gamma(d - \Delta_1(x, y)) + \frac{I_0}{4} \Gamma(d - \Delta_2(x, y)) + \frac{I_0}{8} \Gamma(d - (\Delta_2(x, y) - \Delta_1(x, y))) + \frac{I_0}{8} \Gamma(d - (\Delta_2(x, y) + \Delta_1(x, y))) \quad (\text{III.3})$$

La figure III.2 représente l'évolution de l'intensité à la réception en fonction de la différence de marche  $d$  :



**Figure III.2-** Evolution de l'intensité détectée en fonction de la différence de marche optique où les groupes de franges relatifs à l'image originale, à la clé du cryptage et à la soustraction sont bruités

Nous constatons bien que seule la somme est accessible. Elle est centrée sur  $(m \cdot \Delta_0)$ , ( $m = 4$  dans l'exemple précédent), tandis que l'information utile, la clé du cryptage et la différence sont bruitées et ne peuvent être décodées en réception.

En positionnant, à la réception, l'interféromètre sur  $(m \cdot \Delta_0)$ , l'expression de l'intensité devient :

$$I(x, y) = \frac{I_0}{8} [1 + \pi \sigma_0 K(f_2(x, y) + f_1(x, y))] \quad (\text{III.4})$$

## II.2. L'application :

Lors des tests préliminaires, nous avons pris une image de taille (200x200) pixels en niveau de gris, figure III.3(a), elle représente l'information utile à crypter. La clé de cryptage est représentée sur la figure III.3(b). C'est une image aléatoire de même taille que l'image à crypter, le résultat du cryptage est illustré sur la figure III.3(c) :

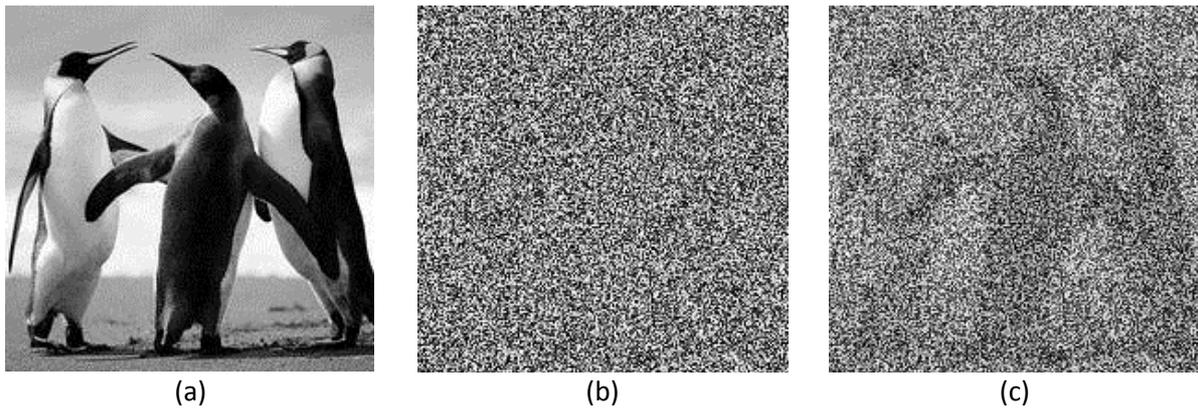


Figure III.3- (a) L'image originale à cryptée, (b) La clé du cryptage, (c) l'image cryptée

- *Remarque :*

Les intensités de l'image à crypter et la clé du cryptage sont multipliées par des coefficients  $p$  et  $q$  respectivement comme le montre la figure III.4 :

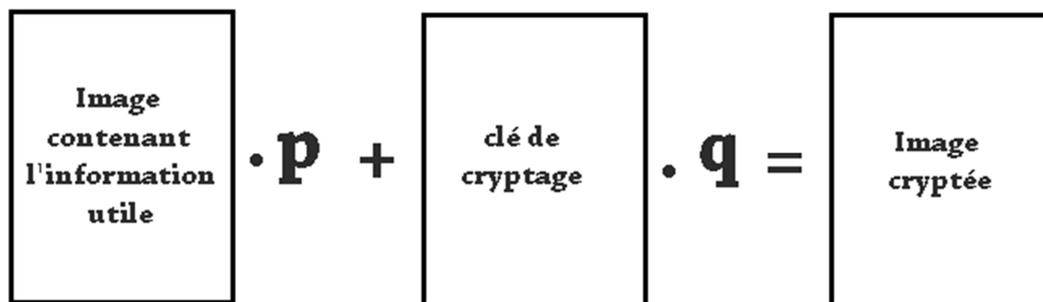


Figure III.4- Le principe de multiplication des intensités de l'image originale et la clé du cryptage avec les coefficients  $p$  et  $q$  respectivement

Avec :  $0 < p < 1$  et  $q \geq 1$

Le but est de diminuer l'intensité de l'image à crypter pour pouvoir la cacher en faisant la somme avec la clé du cryptage

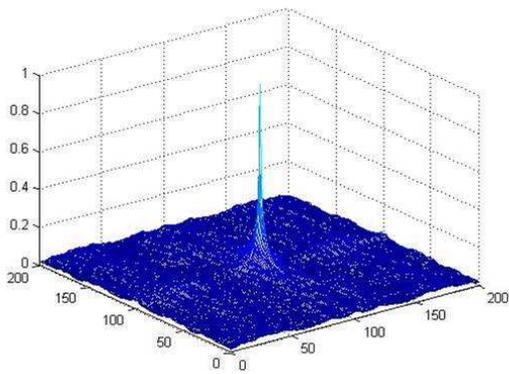
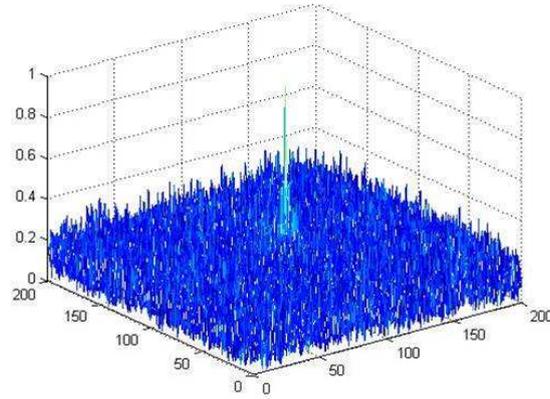
Dans notre exemple précédent nous avons pris  $p=0.2$  et  $q=1$

### II.3. La robustesse :

Pour tester la robustesse, nous utilisons un filtre POF [16] (Phase Only Filter) qui va faire la corrélation de l'image cryptée avec l'image originale et calculer la finesse du pic de corrélation appelée PCE [17] (Peak to Correlation Energy) et définie par,

$$PCE = \frac{\text{énergie contenue dans le pic de corrélation}}{\text{énergie contenue dans le plan de corrélation}}$$

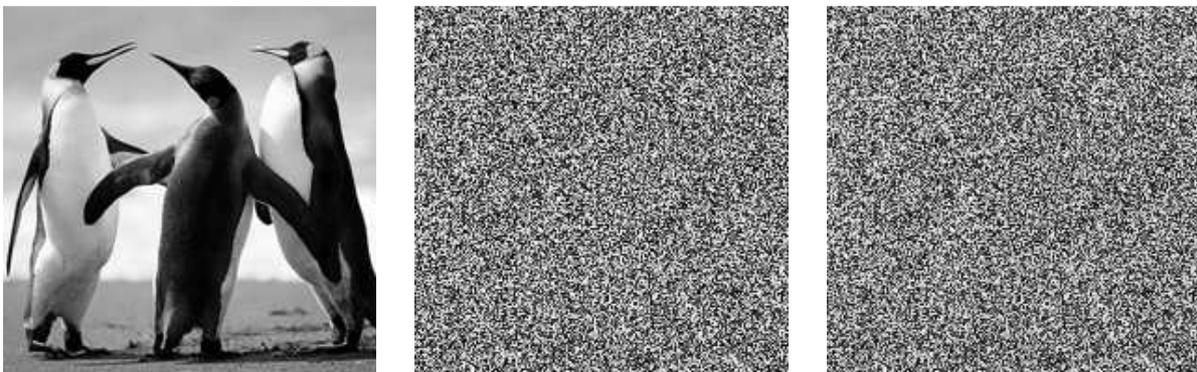
La figure III.5(a) illustre la fonction d'autocorrélation de l'image originale tandis que la figure III.5(b) indique la fonction de corrélation de l'image cryptée avec l'image originale.

(a)  $PCE = 6.23 * 10^{-2}$ (b)  $PCE = 3.1 * 10^{-3}$ **Figure III.5-** *Le pic de corrélation*

D'après la figure III.5(b) nous constatons la présence d'un pic de corrélation au centre, cela indique que notre cryptage est peu robuste.

#### II.4. Optimisation :

Dans le point précédent, nous avons vu que notre cryptage n'était pas assez robuste. Pour augmenter la robustesse de notre méthode nous allons augmenter la valeur du coefficient  $q$  ce qui va augmenter l'intensité de la clé du cryptage. Par exemple, pour  $q=5$ , l'image cryptée est représentée par la figure III.6(c) :



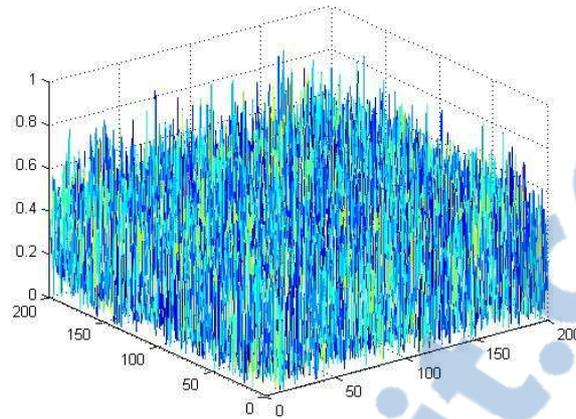
(a)

(b)

(c)

**Figure III.6-** (a) *L'image originale à crypter*, (b) *La clé de cryptage*, (c) *l'image cryptée*

Nous appliquons, maintenant, le filtre POF sur le résultat obtenu. La figure III.7 illustre la fonction de corrélation de l'image originale avec la clé de cryptage.



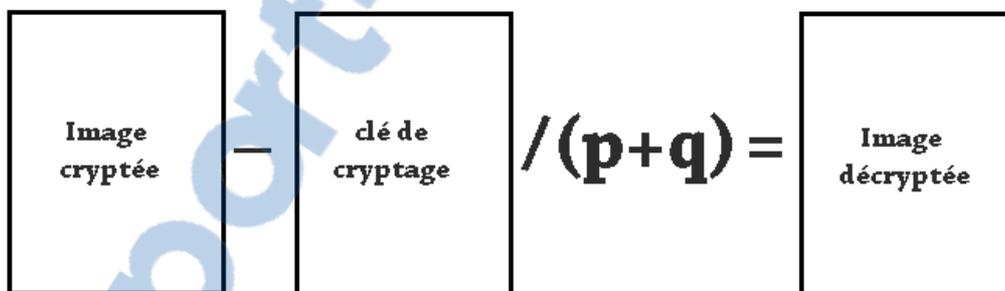
$$PCE = 3.56 * 10^{-4}$$

**Figure III.7-** Le produit de corrélation de l'image cryptée avec l'image originale

Nous remarquons, l'élimination du pic de corrélation. La valeur du PCE est très petite, cela veut dire que notre cryptage est assez robuste.

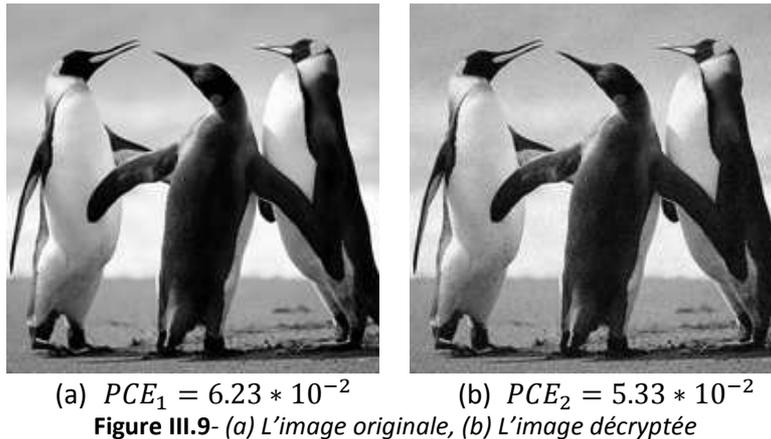
### III. Le décryptage :

Il existe deux méthodes, pour décrypter l'image, qui donnent le même résultat. L'image décryptée peut être obtenue soit optiquement soit numériquement. Pour cela, il suffit de faire la soustraction de l'image cryptée avec la clé du cryptage comme le montre la figure III.8 :



**Figure III.8-** Le principe de décryptage en divisant la clé du cryptage par la somme des coefficients  $p$  et  $q$

En prenant l'exemple de cryptage avec  $p=0.2$  et  $q=5$ , nous faisons la soustraction de l'image cryptée (figure III.6(c)) avec la clé de cryptage (figure III.6(b)) divisée par la somme des coefficients ( $p+q=5.2$ ), le résultat est présenté sur la figure III.9(b). Pour le comparer avec l'image originale, nous comparons le PCE de l'autocorrélation de l'image originale avec celui de la corrélation de l'image décryptée avec l'image originale:



Le rendement  $\eta$  est exprimé par:

$$\eta = \frac{PCE_2}{PCE_1} \approx 86\%$$

Donc l'image décryptée ressemble à 86% à l'image originale

#### IV. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons abordé le cryptage de premier niveau par modulation de cohérence, la méthode proposée consiste à coder aléatoirement l'image et la clé de cryptage de façon à ce qu'à la réception seule l'image cryptée soit détectable.

Les intensités de l'image originales et de la clé du cryptage sont multipliées par des coefficients  $p$  et  $q$  pour augmenter l'efficacité du cryptage

Pour décrypter l'image reçue, une simple soustraction de l'image cryptée avec la clé du cryptage divisée par la somme des coefficients  $p$  et  $q$  fera l'affaire.

Au cours des différents tests, nous avons constaté que plus on diminue  $p$  et augmente  $q$  plus le cryptage est robuste mais en même temps la qualité de l'image décryptée se dégrade et vice versa. Des travaux sont en cours pour déterminer une solution optimale ainsi que pour mettre en place le cryptage de deuxième niveau c'est-à-dire le cryptage avec deux clés.

# Conclusion Générale et Perspectives

## Conclusion Générale et Perspectives

La modulation de cohérence permet, en utilisant un simple interféromètre à deux ondes, de coder un signal à travers un faisceau lumineux en définissant un retard supérieur au temps de cohérence de la source à spectre large, l'ajout des autres modulateurs en cascade permet de réaliser le multiplexage.

Notre projet consiste à exploiter les avantages de la modulation de cohérence, qui, au départ, était destinée à faire de la transmission, pour réaliser des opérations arithmétiques en temps réel sur les images.

Pour réaliser une soustraction parfaite entre deux images, il existe quelques règles à respecter :

- Les deux images doivent avoir le même arrière-plan, aucun bougé ne doit être fait entre la prise des deux photos
- Le rapport des différences de marches optiques  $\Delta_{02}/\Delta_{01} = 3$  sachant que  $\Delta_{01,02} \gg Lc$
- L'instant entre la capture des deux images doit être très court pour éviter la variation du contraste, il est aussi préférable d'utiliser le flash dans les scènes à faible éclairage.
- L'utilisation d'un polariseur est très recommandée pour éliminer la réflexion parasite de la lumière sur les objets

Le multiplexage nous donne la possibilité de réaliser différentes opérations possibles entre trois images et plus.

Un autre type d'application de la modulation de cohérence a été abordé, qui est le cryptage de premier niveau. Le montage proposé consiste à rendre impossible la détection de l'image originale, la clé du cryptage et la soustraction des deux, seule l'image cryptée qui est la somme de l'image originale avec la clé du cryptage peut être détectable en réception. Pour le décryptage, il suffit de faire une simple soustraction de l'image cryptée avec la clé du cryptage.

✓ **Perspectives :**

- Effectuer de la compression vidéo avec la modulation de cohérence.
- Réaliser la soustraction des images prises en lumière Infra-Rouge.
- Mettre en place le cryptage avec deux clés

# Bibliographie

---

## Bibliographie :

- [1] C. Delisle and P. Cielo, « Application de la modulation spectrale à la transmission de l'information », *Can. J. Phys.*, vol. 53, pp. 1047-1053, 1975.
- [2] C. Delisle and P. Cielo, « Multiplexage en communication optique par interférométrie à grande différence de marche en lumière blanche », *Can. J. Phys.*, vol. 54, pp. 2322-2331, 1976.
- [3] J. F. Ebersole and J.C. Wyant, « Real-time optical subtraction of photographic imagery for difference detection », *Appl. Opt.*, vol. 15, pp. 871-876, 1976.
- [4] A. Ghosh and K. Murata, « Real-time addition and subtraction of two images by vector wave interferometry », *Optics and Laser Technology.*, vol. 20, pp. 211-215, 1988
- [5] Saleh B.E.A., Teich M.C., « Fundamentals of Photonics », *John Wiley & Sons, Inc, 1991*
- [6] M. Born, E. Wolf, « Principles of Optics », 7<sup>th</sup> Edition (Cambridge University Presse)
- [7] J.-P. Goedgbuer, H. Porte, N. Butterlin., « Cohérence Modulation of Light Based on Time Correlation of Lightwaves », *SPIE.*, vol. 2108, pp. 368-379, 1993
- [8] J.-P. Goedgbuer, H. Porte, P. Mollier, « Coherence modulation and correlation of stochastic light fields », *J. Phys. III France.* vol. 3, pp. 1413-1433, 1993
- [9] A. Yariv and P. Yeh, « *California I.T.*, Optical Waves in Crystals », *John Wiley & Sons, Inc, 1983*
- [10] J.-P. Goedgbuer, J. Salcedo, R. Ferrière, J.-Ch. Viénot, « Communication via electro optic modulation of with light », *Optics in Four Dimensions.*, vol. 65, 1981
- [11] J.-P., Goedgbuer, R. Ferrière, B.-E. Benkelfat, « An acousto-optic correlator working by coherence modulation of light », *Opt. Comm.* vol. 103, pp. 245-253, 1993
- [12] J.-P. Goedgbuer, H. Porte, A. Hamel, « Electrooptic Modulation of Multilongitudinal Mode Laser Diodes : Demonstration at 850 nm with Simultaneous Data Transmission by Coherence Multiplexing », *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 23, pp. 1135-1144, 1987
- [13] J. Brooks, « Coherence Multiplexing of Fiber-Optic Interferometric Sensors », *Journal of Lightwave Technology*, vol. 3, pp. 1062-1072, 1985
- [14] J.-P. Goedgbuer, J. Salcedo, J.-Ch. Viénot, « Multiplex communication via electro-optic phase modulation of white light », *Optica Acta*, vol. 24, pp. 471-477, 1982
- [15] B.-E. Benkelfat, S. El Wardi, M. Zghal, A. Alfalou « 2-D real-time arithmetic operations using optical coherence properties : image processing applications » *SPIE*, vol.8397, 2012
- [16] K. Rice, T. Taha, A. Chowdhury, A. Awwal, D. Woodard, « Design and acceleration of phase only filter based optical pattern recognition for fingerprint identification », *Optical Engineering*, vol. 48, pp. 117206-1 – 117206-11, 2009
- [17] J. Horner, « Metrics for assessing pattern-recognition performance », *Applied Optics*, vol. 31, pp. 165-166, 1992.

## Résumé

L'objectif de ce projet est de mettre à profit les avantages de la **modulation de cohérence** pour effectuer en temps réel des opérations arithmétiques simples et multiples sur les images. Cette technique permet de coder plusieurs images à travers un seul faisceau lumineux en tant qu'une différence de marche optique supérieure à la longueur de cohérence de la source de lumière. Pour décoder les images nous utilisons un interféromètre à deux ondes classique. Une autre application de la modulation de cohérence consiste à crypter une image en l'additionnant avec une clé de cryptage aléatoire.

### **Mots clés :**

Modulation de cohérence; multiplexage de cohérence; interférence à deux ondes; corrélation optique; spectroscopie.

## Abstract

The purpose of this project is to take advantage of **coherence modulation** to perform real-time single and multiple arithmetic operations on images. This technique enables several images to be encoded on a single light beam as an optical path-difference larger than the coherence length of the light source. To decode images, we use a classical two-wave interferometer. Another application of the coherence modulation involves image encrypting by adding an image to a random key encryption.

### **Keywords:**

Coherence modulation; coherence multiplexing; two-wave interference; optical correlation; spectroscopy.