

## *Table des matières*

Dédicaces

Remerciement

Résumé

Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

Liste des abréviations

Introduction générale ..... 1

### CHAPITRE I

#### Dispersions

|   |    |
|---|----|
| 1.1. Introduction .....   | 3  |
| 1.2. Définition.....  | 4  |
| 1.3. Étude détaillée des dispersions .....                            | 4  |
| 1.3.1. Dispersion systématique.....                                   | 5  |
| 1.3.2. Dispersion thermique .....                                     | 6  |
| 1.3.3. Dispersion aléatoire.....                                      | 7  |
| 1.3.3.1. Dispersion aléatoire de mise en position.....                | 8  |
| 1.3.3.2. Dispersion aléatoire de la surface usinée .....              | 9  |
| 1.3.3.3. Défaut géométrique de la machine ( $Dg$ ou $\Delta g$ )..... | 9  |
| 1.3.3.4. Dispersion du défaut de forme ( $Df$ ou $\Delta f$ ).....    | 9  |
| 1.3.4. Simplification du problème des dispersions.....                | 9  |
| 1.4. Condition de fabrication série.....                              | 10 |
| 1.5. Représentation graphique d'une distribution.....                 | 10 |
| 1.6. Capabilité d'un moyen de production .....                        | 10 |
| 1.6.1. Définitions .....  | 10 |
| 1.6.2. Capabilité.....  | 11 |
| 1.6.2.1. Capabilité de la machine .....                               | 12 |
| 1.6.2.2. Capabilité du procédé.....                                   | 13 |
| 1.6.3. Etude de quelques cas de capabilité d'un procédé .....         | 13 |
| 1.6.4. Relation entre $C_m$ et $C_p$ : Perte de Capabilité.....       | 14 |

|  |    |
|--|----|
| 1.6.5. Loi normale .....                                   | 15 |
| 1.7. Capabilité d'un procédé Cp ou d'une machine Cm.....   | 17 |
| 1.8. Indicateurs d'aptitude.....                           | 18 |
| 1.9. Les différents indices utilisés .....                 | 18 |
| 1.10. Cartographie des capacités machines .....            | 19 |
| 1.11. Écart sur les cotes fabriquées ( $\Delta C_f$ )..... | 19 |
| 1.12. Conclusion .....                                     | 20 |

## CHAPITRE II

### Initiation à la pratique de statistiques

|   |    |
|---|----|
| 2.1. Introduction .....   | 22 |
| 2.2. Définitions .....  | 22 |
| 2.3. Séries statistiques à une variable .....                         | 23 |
| 2.3.1. Terminologie .....   | 23 |
| 2.3.2. Organisation des données .....                                 | 24 |
| 2.3.3. Diagrammes.....  | 24 |
| 2.4. Caractéristiques numériques d'une série quantitative .....       | 25 |
| 2.4.1. Caractéristiques de position.....                              | 25 |
| 2.4.1.1. Mode .....   | 25 |
| 2.4.1.2. Médiane.....   | 25 |
| 2.4.1.3. Moyenne .....  | 26 |
| 2.4.2. Caractéristiques de dispersion .....                           | 27 |
| 2.4.2.1. Etendue .....  | 27 |
| 2.4.2.2. Intervalle interquartile.....                                | 27 |
| 2.4.2.3. Variance .....   | 27 |
| 2.4.2.4. Ecart type .....   | 28 |
| 2.5. Séries statistiques à deux variables.....                        | 28 |
| 2.5.1. Définition – Nuage de points.....                              | 28 |
| 2.5.2. Droite d'ajustement affine : Méthode de Mayer .....            | 29 |
| 2.5.3. Ajustement analytique par la méthode des moindres carrés ..... | 31 |
| 2.5.4. Déterminer la droite d'ajustement avec le tableur Excel .....  | 32 |

|                      |    |
|----------------------|----|
| 2.6. Conclusion..... | 34 |
|----------------------|----|

## **CHAPITRE III**

### **Approche expérimentale**

|  |    |
|--|----|
| 3.1. Introduction .....  | 36 |
| 3.2. Présentation des équipements .....  | 36 |
| 3.3. Description des manipulations.....  | 37 |
| 3.3.1. Expérience (1) - Dispersion thermique de la machine .....                   | 37 |
| 3.3.2. Expérience (2) - Dispersion de la mise en position du porte-outil.....      | 41 |
| 3.3.3. Expérience (3) - Dispersion de la mise en position de la pièce brute .....  | 43 |
| 3.3.4. Expérience (4) - Dispersion de la mise en position de la pièce usinée ..... | 45 |
| 3.3.5. Expérience (5) - Dispersion de dressage en série.....                       | 47 |
| 3.3.6. Expérience (6) - Contrôle des pièces.....                                   | 48 |
| 3.4. Conclusion.....   | 50 |

## **CHAPITRE IV**

### **Résultats et discussions**

|  |    |
|--|----|
| 4.1. Introduction .....  | 52 |
| 4.2. Utilisation du logiciel Graph-4.3 .....                                       | 52 |
| 4.3. Résultats et interprétations.....   | 54 |
| 4.3.1. Expérience (1) - Dispersion thermique de la machine .....                   | 54 |
| 4.3.2. Expérience (2) - Dispersion de la mise en position du porte-outil.....      | 57 |
| 4.3.3. Expérience (3) - Dispersion de la mise en position de la pièce brute .....  | 58 |
| 4.3.4. Expérience (4) - Dispersion de la mise en position de la pièce usinée ..... | 59 |
| 4.3.5. Expérience (5) - Dispersion de dressage en série .....                      | 60 |
| 4.4. Capabilité de la machine $C_m$ , $C_{mk}$ .....                               | 61 |
| 4.4.1. Calcul de la moyenne, variance et l'écart type.....                         | 61 |
| 4.4.2. Capabilité.....   | 62 |
| 4.4.3. Exemple illustratif.....  | 63 |
| 4.5. Conclusion.....   | 64 |

## **Conclusion générale et perspectives**

|   |    |
|---|----|
| Conclusion générale et perspectives ..... | 66 |
| Références bibliographiques .....         | 68 |

## Liste des tableaux

### **CHAPITRE I : Dispersions**

|  |    |
|--|----|
| Tableau 1.1 : Exigences en terme d'indice de capabilité..... | 19 |
|--|----|

### **CHAPITRE II : Initiation à la pratique de statistiques**

|  |    |
|--|----|
| Tableau 2.1 : Forme d'une série statistique à caractère discret..... | 23 |
|--|----|

### **CHAPITRE III : Approche expérimentale**

|   |    |
|---|----|
| Tableau 3.1 : Ecart enregistrés par le comparateur - machine à froid.....   | 39 |
| Tableau 3.2 : Ecart enregistrés par le comparateur - machine à chaud .....  | 40 |
| Tableau 3.3 : Ecart enregistrés par le comparateur pour la remise en position du porte-outil .....                          | 42 |
| Tableau 3.4 : Ecart enregistrés par le comparateur de la mise en position de la pièce sur le mandrin (surface brute) .....  | 44 |
| Tableau 3.5 : Ecart enregistrés par le comparateur de la mise en position de la pièce sur le mandrin (surface usinée) ..... | 46 |
| Tableau 3.6 : Ecart enregistrés par le comparateur .....  | 50 |

### **CHAPITRE IV : Résultats et discussions**

|  |    |
|--|----|
| Tableau 4.1 : Calcul de la moyenne, la variance et l'écart type..... | 61 |
| Tableau 4.2 : Calcul de la dispersion $3\sigma$ et $6\sigma$ .....   | 62 |

## CHAPITRE I : Dispersions

|  |    |
|--|----|
| Fig. 1.1 : Schéma d'un travail en série.....                                 | 3  |
| Fig. 1.2 : Catégorie de dispersions globales .....                           | 4  |
| Fig. 1.3 : Représentation graphique de l'usure de l'outil.....               | 5  |
| Fig. 1.4 : Tracé point de stabilisation.....                                 | 7  |
| Fig. 1.5 : Point de stabilisation.....                                       | 7  |
| Fig. 1.6 : Dispersion aléatoire de mise en position .....                    | 8  |
| Fig. 1.7 : Dispersion aléatoire de reprise .....                             | 9  |
| Fig. 1.8 : Représentations graphiques d'une distribution .....               | 10 |
| Fig. 1.9 : Processus .....   | 11 |
| Fig. 1.10 : Différence entre un procédé capable et un autre non capable..... | 11 |
| Fig. 1.11 : Illustration du $C_{mk}$ dans le cas d'une loi normale.....      | 12 |
| Fig. 1.12 : Etude de quelques cas de capabilité d'un procédé .....           | 13 |
| Fig. 1.13 : Schéma montre la relation entre $C_m$ et $C_p$ .....             | 14 |
| Fig. 1.14 : Loi normale (Courbe de Gauss) .....                              | 16 |
| Fig. 1.15 : Ecart sur les cotes fabriquées ( $\Delta C_f$ ) .....            | 20 |

## CHAPITRE II : Initiation à la pratique de statistiques

|  |    |
|--|----|
| Fig. 2.1 : Représentation d'un ajustement par une droite (ou affine) - Méthode de Mayer..... | 30 |
| Fig. 2.2 : Méthode des moindres carrés .....   | 31 |
| Fig. 2.3 : Photographie de l'assistant graphique du tableur Excel .....                      | 32 |
| Fig. 2.4 : Photographie de nuage de points sélectionnés.....                                 | 33 |
| Fig. 2.5 : Photographie de la fenêtre d'insertion d'une courbe de tendance .....             | 33 |
| Fig. 2.6 : Photographie de la droite et son équation affichée .....                          | 34 |

### CHAPITRE III : Approche expérimentale

|   |    |
|---|----|
| Fig. 3.1 : Photographie du tour utilisé.....                      | 36 |
| Fig. 3.2 : Photographie du comparateur avec support.....          | 37 |
| Fig. 3.3 : Photographie de l'outil monté sur le porte outil ..... | 37 |
| Fig. 3.4 : Photographies du montage.....                          | 38 |
| Fig. 3.5 : Photographie du montage .....                          | 41 |
| Fig. 3.6 : Photographie du montage .....                          | 41 |
| Fig. 3.7 : Photographie du montage .....                          | 45 |
| Fig. 3.8 : Schéma de l'opération de dressage.....                 | 47 |
| Fig. 3.9 : Photographie de la pièce pendant l'usinage.....        | 48 |
| Fig. 3.10 : Photographie des pièces usinées.....                  | 48 |
| Fig. 3.11 : Photographie du montage de contrôle .....             | 49 |
| Fig. 3.12 : Photographie de contrôle d'une pièce.....             | 49 |

### CHAPITRE IV : Résultats et discussions

|  |    |
|--|----|
| Fig. 4.1 : Interface du logiciel Graph-4.3.....  | 52 |
| Fig. 4.2 : Interface de la fenêtre de logiciel .....   | 53 |
| Fig. 4.3 : Interface de la fenêtre « Insère une courbe d'ajustement » .....  | 53 |
| Fig. 4.4 : Interface de la droite d'ajustement et son équation .....   | 54 |
| Fig. 4.5 : Tracé des dispersions - machine à froid .....   | 54 |
| Fig. 4.6 : Droite de régression du tracé des dispersions - machine à froid .....   | 55 |
| Fig. 4.7 : Tracé des dispersions - machine à chaud.....  | 56 |
| Fig. 4.8 : Droite de régression du tracé des dispersions - machine à chaud.....  | 56 |
| Fig. 4.9 : Tracé des dispersions de la remise en position du porte-outil .....   | 57 |
| Fig. 4.10 : Droite de régression du tracé des dispersions du porte-outil.....  | 58 |
| Fig. 4.11 : Tracé des dispersions de la mise en position de la pièce sur le mandrin - Pièce brute.....                           | 59 |
| Fig. 4.12 : Tracé des dispersions de la mise en position de la pièce sur le mandrin - Pièce usinée.....                          | 59 |
| Fig. 4.13 : Droite de régression du tracé des dispersions de la mise en position de la pièce sur le mandrin - Pièce usinée ..... | 60 |
| Fig. 4.14 : Tracé des dispersions du contrôle des pièces usinées - Dressage en série.....  | 61 |
| Fig. 4.15 : Dessin de définition.....  | 63 |

## Liste des abréviations

|                |   |
|----------------|---|
| $\sigma$       | : Ecart type.   |
| $\Delta l'$    | : Dispersion globale de mise en position.   |
| $\Delta l$     | : Dispersion de fabrication.  |
| $\Delta g, Dg$ | : Défaut géométrique de la machine.   |
| $\Delta f, Df$ | : Dispersion du défaut de forme.  |
| $\Delta Cf$    | : Ecart sur les cotes fabriquées.   |
| $\bar{x}, m$   | : Moyenne des mesures (population).   |
| $a$            | : Coefficient directeur de la droite de dérive de la valeur moyenne des dimensions. |
| $a, b$         | : Coefficients d'équation d'une droite d'ajustement.                                |
| $C_m, C_{mk}$  | : Capabilité de la machine.   |
| $C_p, C_{pk}$  | : Capabilité du procédé.  |
| CPL            | : Proximité de la distribution inférieure.  |
| CPU            | : Proximité de la distribution supérieure.  |
| D              | : Droite d'ajustement.  |
| $D_a$          | : Dispersion aléatoire.   |
| $D_s$          | : Dispersion systématique.  |
| $D_t$          | : Dispersion thermique.   |
| F              | : Effectif cumulé.  |
| $f(x)$         | : Equation de la droite de régression.  |
| $f_i$          | : Fréquence de l'échantillon.   |
| G              | : Point moyen.  |
| I              | : Intervalle interquartile.   |
| IT             | : Intervalle de tolérance.  |
| k              | : Constante donnée en fonction de la nature et la géométrie de l'outil.             |
| L              | : Longueur de coupe effectuée par l'outil.  |
| $L_{Max}$      | : Longueur de la cote maximale.   |
| $L_{min}$      | : Longueur de la cote minimale.   |
| Me             | : Médiane.  |
| Mo             | : Mode.   |
| n              | : Nombre de pièces.   |



|          |   |
|----------|---|
| N        | : Vitesse de rotation.                    |
| $n_i, N$ | : Effectif de l'échantillon.              |
| $R^2$    | : Mesure de la qualité du modèle.         |
| $T_i$    | : Tolérance inférieure.                   |
| $T_s$    | : Tolérance supérieure.                   |
| U        | : Valeur de l'usure constatée de l'outil. |
| V        | : Variance.                               |
| $V_a$    | : Vitesse d'avance.                       |
| $V_c$    | : Vitesse de coupe.                       |
| w        | : Etendue.                                |

# **Introduction générale**

## **Introduction générale**

L'influence des dispersions sur la précision de l'usinage des pièces est un facteur non négligeable dans un travail de série. La constatation de variations importantes de dimensions des pièces obtenues à partir d'un seul réglage de la machine-outil nous dirige vers l'étude pratique des dispersions des machines-outils disponibles au niveau de l'atelier de fabrication mécanique de la faculté de technologie

Ce travail a pour but de déterminer les dispersions d'une machine-outil, en vue de la réalisation d'une série de pièces, on prenant compte les facteurs d'influence à cette précision tels la variation de température de la machine-outil, l'usure de l'outil, le montage de la pièce dans le mandrin, la reprise de l'usinage...etc.

A cet effet ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre présente un aperçu sur les dispersions en usinage.

Le deuxième chapitre est dédié à l'initiation à la pratique de statistiques avec exemple de calculs de la droite de régression.

Le troisième chapitre décrit l'approche expérimentale des manipulations réalisées au niveau de l'atelier pour créer la base de données des mesures.

Le quatrième chapitre présente les traitements des résultats par les courbes tracées par le logiciel Graph 4-3 et la capabilité de la machine.

Une conclusion générale et des perspectives de développement de ce travail parachèvent ce mémoire.

# **Chapitre I**

## **Dispersions**

# CHAPITRE I

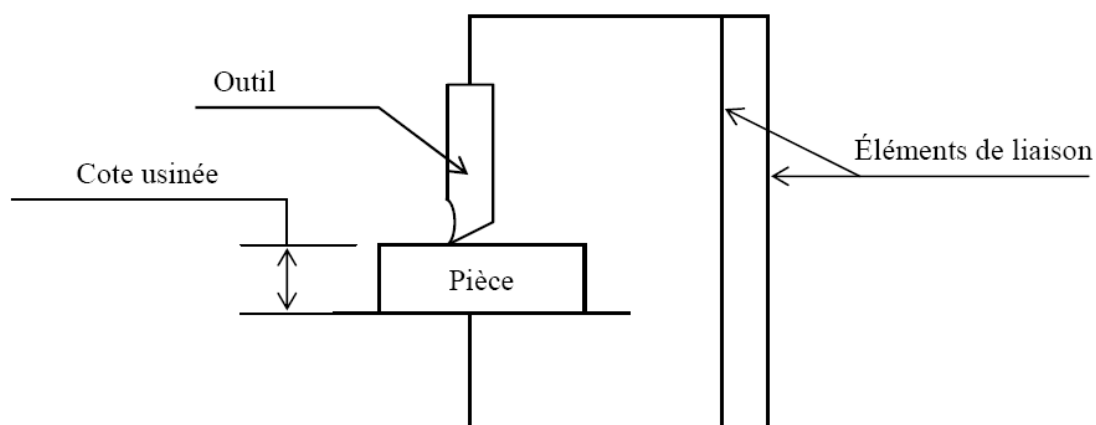
## Dispersion

### 1.1. Introduction

En général les cotes sont obtenues par enlèvement de matière à l'aide de moyens d'usinage. Les limites de ces derniers ne permettent pas de réaliser des cotes rigoureuses et identiques dans le temps.

On constate, lors des contrôles des dimensions obtenues sur chaque pièce, des écarts variables par rapport à la cote visée.

L'observation de la production d'une machine outil pré-réglée, utilisée dans des travaux en série, permet de constater des variations importantes de dimensions des pièces obtenues à partir d'un seul réglage de la machine outil.



*Fig. 1.1 : Schéma d'un travail en série [1]*

La mesure de chaque pièce réalisée permet de chiffrer ces variations. La différence entre la plus grande et la plus petite des dimensions relevées est une caractéristique importante de la machine outil : C'est **la dispersion globale  $\Delta l'$**  [1].

$$\Delta l' = L_{Max} - L_{min} \quad (1.1)$$

Avec :

$L_{Max}$  : longueur de la cote maximale,

$L_{min}$  : longueur de la cote minimale.

## 1.2. Définition

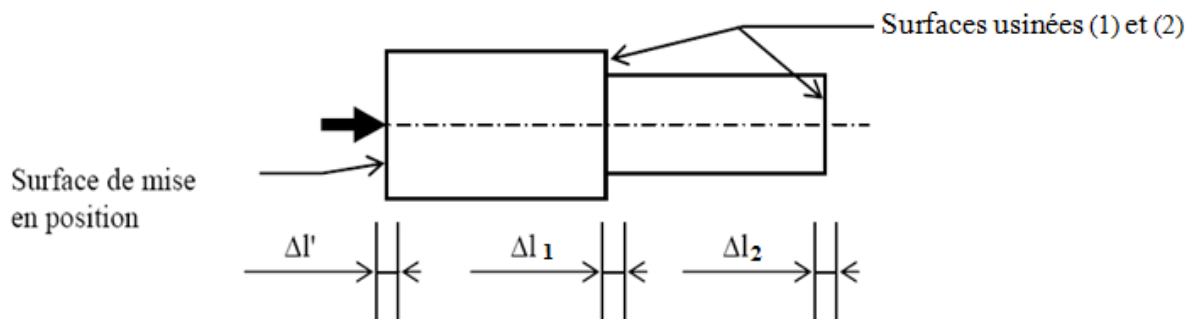
C'est la variation dans le temps des écarts entre une valeur cible recherchée et les valeurs réelles obtenues.

C'est la différence entre la dimension la plus grande  $L_{Max}$  et la plus petite  $L_{min}$ .

La variation du nombre de pièces prélevées entraîne également une variation de la valeur de la dispersion globale constatée. Après expérimentation, on peut constater la présence de deux catégories de dispersions globales :

La dispersion globale de mise en position  $\Delta l'$  ; relative aux surfaces de contact entre la pièce et la porte pièce.

La dispersion de fabrication  $\Delta l$  ;  $\Delta l_1, \Delta l_2$  relative à la surface usinée (1) et (2).



**Fig. 1.2 : Catégorie de dispersions globales [1]**

## 1.3. Étude détaillée des dispersions

Chacune des dispersions globales que nous venons de voir, est en fait la somme de trois dispersions caractéristiques du moyen de fabrication et de son utilisation particulière [1].

- $D_s$  : dispersion systématique,
- $D_t$  : dispersion thermique,
- $D_a$  : dispersion aléatoire.

On peut donc écrire :

$$\Delta l' = D's + D't + D'a \quad (1.2)$$

$$\Delta l = D_s + D_t + D_a \quad (1.3)$$

Avec :

$\Delta l'$  : dispersion globale de mise en position,

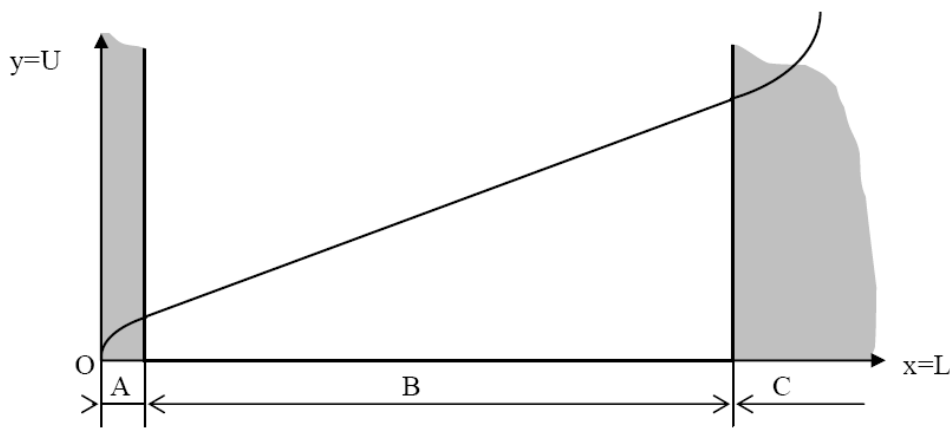
$\Delta l$  : dispersion de fabrication.

### 1.3.1. Dispersion systématique

L'usure frontale de l'outil entraîne une variation de dimension des pièces réalisées. L'étude expérimentale démontre que l'usure suit une loi très caractéristique dont la représentation graphique en coordonnées rectangulaires donne l'allure générale.

On porte :

- En ordonnée la valeur de l'usure constatée ( $U$ )
- En abscisse la longueur de coupe effectuée par l'outil ( $L$ )
- Le point "O" représente l'affûtage de l'outil.



**Fig. 1.3 : Représentation graphique de l'usure de l'outil** [1]

On distingue trois zones caractéristiques :

- *La zone A (zone de rodage) :*

C'est la période d'adaptation de la l'arête tranchante à le coupe. Cette période peut être réduite par rodage artificiel de l'arête. Il y a lieu d'éviter cette zone pour procéder à un réglage de la machine.

- *La zone B (zone d'usure linéaire) :*

L'usure de l'outil suit une loi pratiquement linéaire par rapport à la longueur de coupe.

$$U = k \cdot L \quad (1.4)$$

$U$  : valeur de l'usure constatée,

$L$  : longueur de coupe effectuée par l'outil

$k$  étant une constante donnée en fonction de la nature et la géométrie de l'outil ainsi que la nature et l'état du matériau usiné. C'est la zone normale de travail de l'outil.

• *La zone C (zone d'usure accélérée) :*

Lorsque l'usure de l'arête tranchante atteint une certaine valeur, sa détérioration s'accélère rapidement et peut aller jusqu'à la rupture de l'outil. L'effort nécessaire à la coupe, donc la puissance nécessaire à l'usinage, augmente également très rapidement. Il est dangereux d'utiliser un outil dans cette zone.

La dispersion systématique est essentiellement due à l'usure de l'outil entre la première et la dernière pièce produite.

Elle a pour effet d'engendrer une dérive de la valeur moyenne des dimensions qui peut être estimée par une régression linéaire.

$$Ds = a.N \quad (1.5)$$

Avec :

$a = \tan \alpha$  : coefficient directeur de la droite de dérive de la valeur moyenne des dimensions.

$N$  = nombre de pièces.

### **1.3.2. Dispersion thermique**

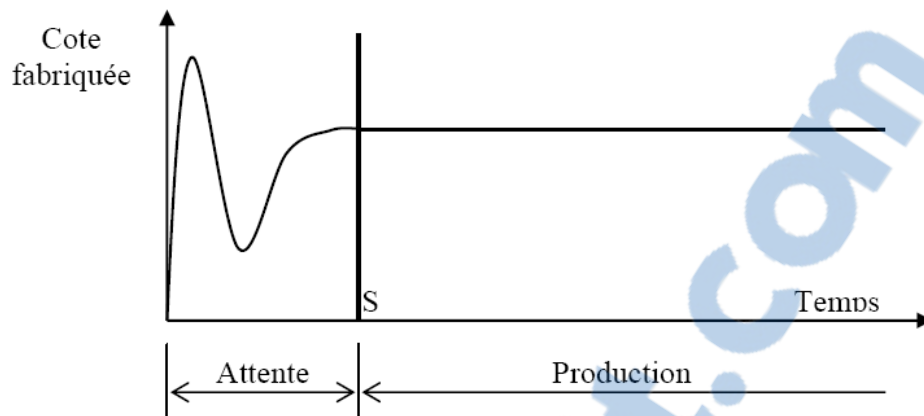
Lorsqu'une machine outil est utilisée après une période prolongée de repos, les différents organes doivent passer de la température ambiante à une température de stabilisation différente suivant leurs positions respectives dans la machine [1].

Cette température de stabilisation n'est jamais atteinte au même instant par tous les organes. Il en résulte des déformations successives des éléments de liaison situés entre l'outil et la table porte pièce.

Si l'on reprend le premier schéma (Fig. 1.1), les barres nommées "éléments de liaison" peuvent out à tour subir des variations de température suivant les transmissions thermiques propres à chaque machine. Suivant le type de construction de la machine, la variation de la cote usinée peut varier d'une valeur négligeable à une valeur de plusieurs dixièmes de millimètres.

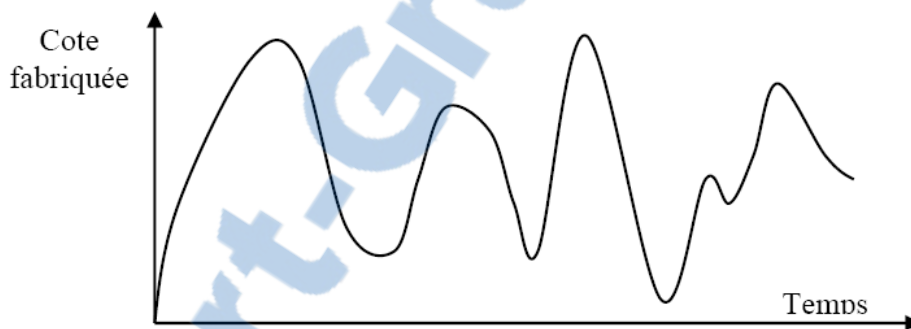
Lorsque cette variation est trop grande, il convient d'utiliser la machine en production de série qu'après avoir atteint le point de stabilisation "S", équilibre thermique. Le temps nécessaire à obtenir l'équilibre thermique peut aussi varier dans de grandes proportions.





**Fig. 1.4 : Tracé point de stabilisation [1]**

Sur certaines machines, le point de stabilisation n'est jamais atteint, les variations désordonnées persistent pendant toute la durée d'utilisation, les réglages de fabrication en série sont pratiquement impossibles à réaliser.



**Fig. 1.5 : Point de stabilisation [1]**

La variation de température des pièces usinées peut également avoir une incidence sur les dimensions des pièces réalisées. Ce phénomène est particulièrement sensible sur les tours automatiques travaillant en barre, où l'écart de température est très important entre le début et la fin de l'usinage de la barre.

### 1.3.3. Dispersion aléatoire

Lors de la réalisation de chaque pièce, certains paramètres de l'usinage subissent des variations accidentelles plus ou moins importantes [1].

✓ La machine :

- Rattrapage des jeux
- Manœuvre des organes (mise en butée ...)
- Déformations sous l'action de la coupe

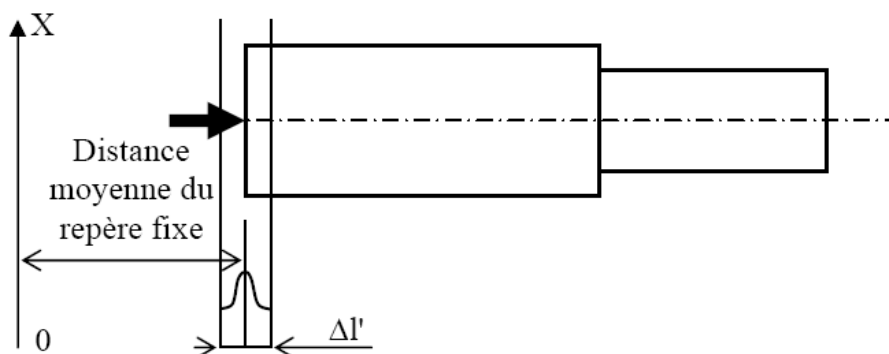
- ✓ L'outil :
  - État de l'arête tranchante
  - Effort de coupe
- ✓ La pièce :
  - Conditions de passe
  - Surépaisseurs
  - État superficiel du métal à couper
  - Mise en place des surfaces d'appui
  - Déformations de serrage, de coupe.

Toutes ces causes de variations se superposent sur une même pièce usinée. Leur somme détermine la valeur particulière de la cote usinée sur la pièce considérée.

Chaque cause prise séparément constitue une variable aléatoire dont la loi de distribution est une loi normale (loi de Gauss). La vérification par l'expérimentation en est très simple.

*La dispersion aléatoire est la somme des variables aléatoires dont la distribution suit une loi normale.*

### 1.3.3.1. Dispersion aléatoire de mise en position



**Fig. 1.6 : Dispersion aléatoire de mise en position [1]**

$\Delta l'$  est l'étendue des dispersions aléatoires introduites par la prise de pièce et la machine outil.

La prise de pièce est dépendante des :

- Variations de dimensions des pièces (défauts macro-géométriques ...)
- Variations des déformations locales des surfaces de contact pièce / porte pièce.

La machine outil influe de par ses :

- Variations de position dans les différentes liaisons mécaniques

- Variations de déformation des éléments de la machine.

### 1.3.3.2. Dispersion aléatoire de la surface usinée

Plusieurs paramètres interviennent dans les dispersions aléatoires de la surface usinée, ils ont été énoncés avant.

On peut représenter les dispersions comme suit :

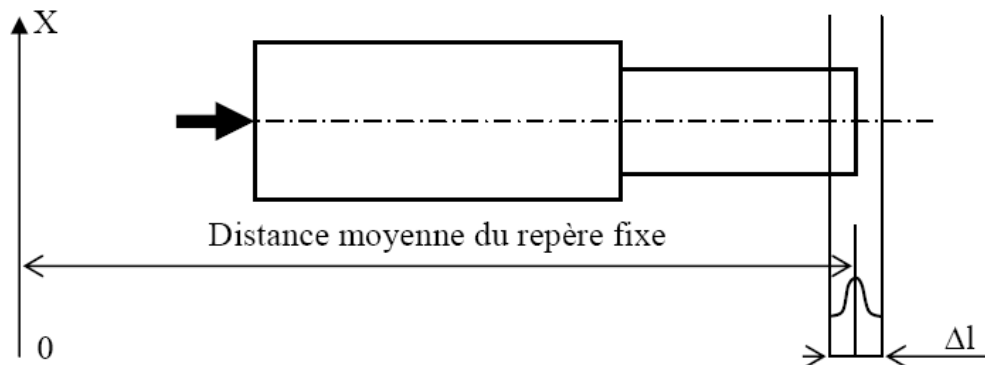


Fig. 1.7 : Dispersion aléatoire de reprise [1]

### 1.3.3.3. Défaut géométrique de la machine (Dg ou Δg)

Les machines possèdent des défauts géométriques dus au jeu de fonctionnement et à l'usure. Ce type de défaut réduit la tolérance de fabrication de la pièce.

### 1.3.3.4. Dispersion du défaut de forme (Df ou Δf)

Elles sont dues au mode opératoire de l'obtention de la surface (brute ou usinée, travail de forme ou d'enveloppe).

### 1.3.4. Simplification du problème des dispersions

Lors d'une fabrication en série stabilisée, la dispersion due à l'effet thermique (**Dt** et **D't**) peut être négligé, la machine étant en production continue. D'autre part, la dispersion consécutive à l'usure de l'outil n'intervient pas sur la dispersion globale de mise en position. On considère que les appuis de la porte pièce n'ont pas d'usure significative. On obtient donc après simplification [1] :

$$\Delta l' = D'a \quad (1.6)$$

$$\Delta l = Da + Ds \quad (1.7)$$

#### 1.4. Condition de fabrication série

La fabrication série est possible si la dispersion globale est inférieure ou égale à l'intervalle de tolérances [1].

$$\Sigma \Delta l \leq IT \quad (1.8)$$

#### 1.5. Représentation graphique d'une distribution

L'histogramme est une représentation graphique de la distribution d'une population ou d'un échantillon afin d'évaluer la nature d'une distribution. Les dispersions d'un procédé vont être visualisées à l'aide de ce diagramme.

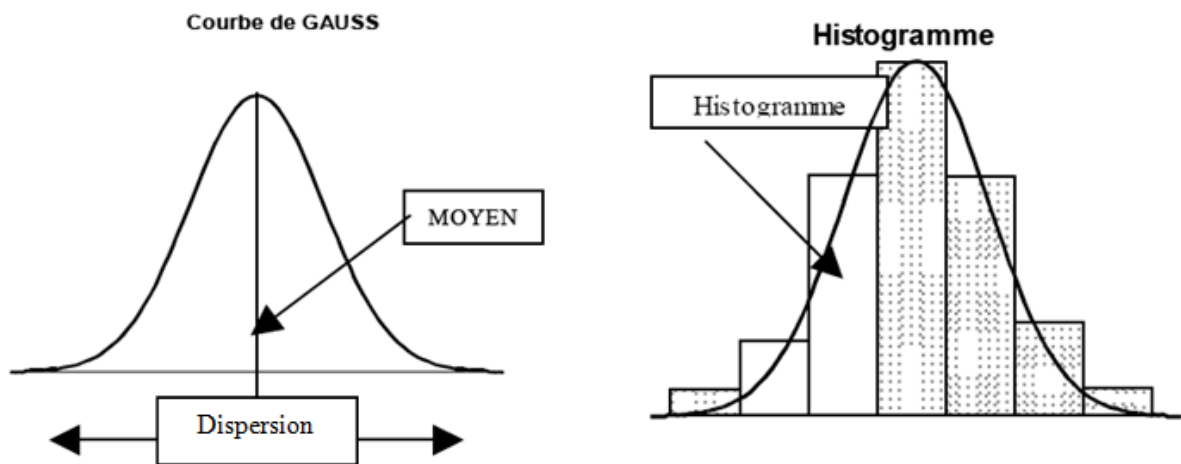


Fig. 1.8 : Représentations graphiques d'une distribution [3]

#### 1.6. Capacité d'un moyen de production

La capacité d'un moyen de production, d'un processus ou d'un moyen de mesure traduit l'aptitude de ceux-ci à satisfaire aux exigences.

Des règles précises définissent la gestion des capacités machines. Elles s'appliquent à l'ensemble des processus de fabrication [1].

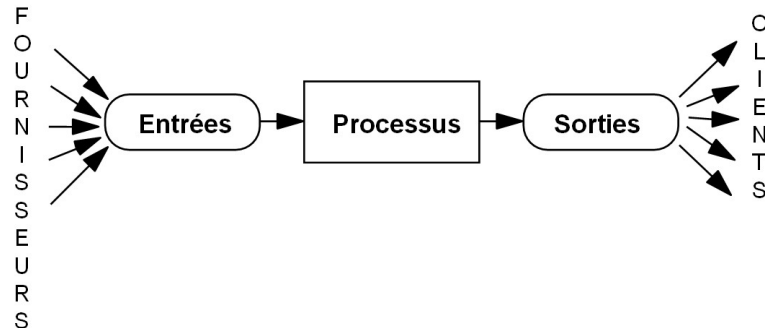
##### 1.6.1. Définitions

###### ➤ Tolérance

L'imprécision inévitable des procédés d'élaboration fait qu'une pièce n'est pas toujours réalisée de façon rigoureusement conforme aux dimensions fixées au préalable. Il a donc fallu tolérer que la dimension effectivement réalisée soit comprise entre deux dimensions limites, compatibles avec un fonctionnement correct de la pièce. La différence entre ces deux dimensions constitue la tolérance. Il existe différents types de tolérances [2].

➤ **Processus**

Un processus ou process est un système organisé d'activités qui transforme des éléments d'entrée (main-d'œuvre, matériaux, moyens de production) en éléments de sortie.

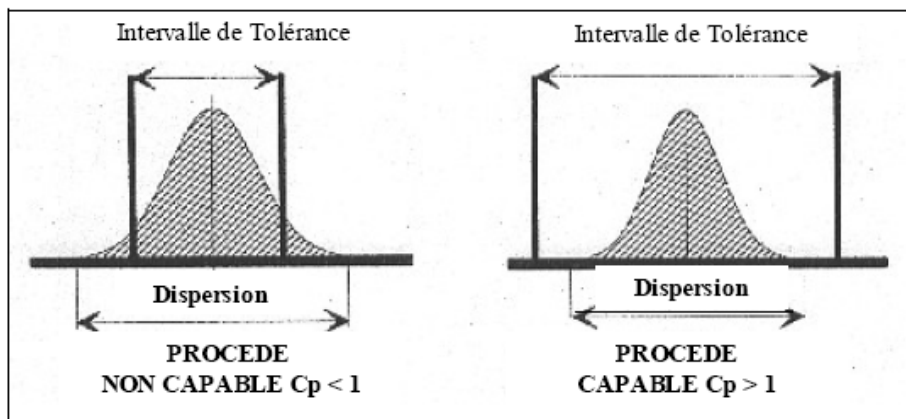


*Fig. 1.9 : Processus* [3]

**1.6.2. Capabilité**

L'étude de capabilité du moyen de production a pour but de mesurer l'aptitude de ce moyen à réaliser la caractéristique pour laquelle il est mis en œuvre.

La capabilité se définit comme le rapport entre la performance demandée et de la performance réelle [3].



*Fig. 1.10 : Différence entre un procédé capable et un autre non capable* [3]

$$\text{Capabilité} = \frac{\text{Performance demandée}}{\text{Performance réelle}} \quad (1.9)$$

$$\text{Capabilité} = \frac{IT}{\text{Dispersion}} \quad (1.10)$$

$$IT = T_s - T_i \quad (1.11)$$

Avec :

$T_s$  : tolérance supérieure,

$T_i$  : tolérance inférieure,

La dispersion correspond à  $6\sigma$ ,

Il existe deux types de capabilité :

Capabilité de la machine = capabilité à court terme =  $Cm$

Capabilité du procédé = capabilité à long terme =  $Cp$

### 1.6.2.1. Capabilité de la machine

Le calcul est effectué à partir d'au moins 50 pièces consécutives en essayant de neutraliser au maximum les influences externes : pas de changement d'opérateur, pas de modification du milieu de travail (température)...

$$Cm = \frac{T_s - T_i}{6\sigma} \quad (1.12)$$

Cet indicateur ne tient pas compte de la tendance centrale, c'est-à-dire de la position de la valeur moyenne par rapport aux spécifications.

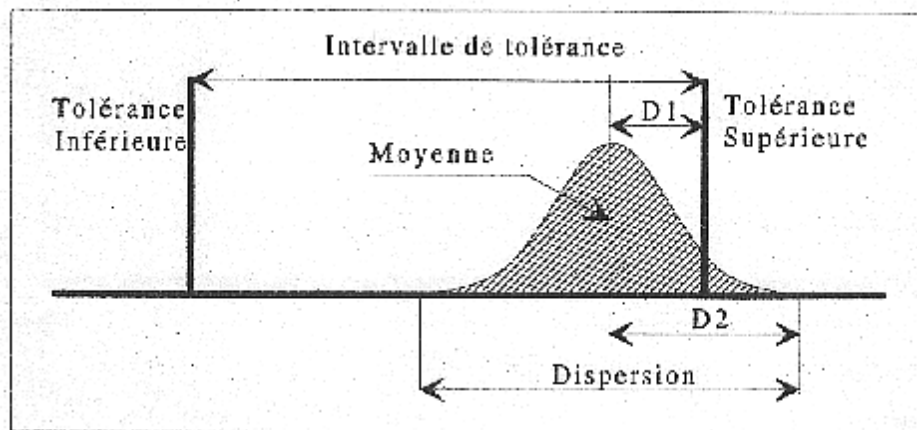


Fig. 1.11 : Illustration du  $Cmk$  dans le cas d'une loi normale [3]

Pour connaître la position de notre histogramme par rapport à l'intervalle de tolérance, on définit alors :

$$Cmk = \min \{Cmk_{sup}, Cmk_{inf}\} \quad (1.13)$$

Avec :

$$Cmk_{inf} = \frac{\bar{x} - T_i}{3\sigma} \quad Cmk_{sup} = \frac{T_s - \bar{x}}{3\sigma} \quad (1.14)$$

Il faut prendre le cas le plus défavorable.

En règle générale un bon procédé se caractérise par  $Cmk > 1,33$

### 1.6.2.2. Capabilité du procédé

Elle indique la performance du procédé dans sa globalité sur une base de temps plus importante. Elle est définie comme la capabilité machine:

$$Cpk = \min \{CPL, CPU\} \quad (1.15)$$

Avec :

$$CPL = \frac{\bar{x} - Ti}{3\sigma} \quad CPU = \frac{Tj - \bar{x}}{3\sigma} \quad (1.16)$$

Il faut prendre le cas le plus défavorable.

En règle générale un bon procédé se caractérise par  $Cpk > 1,33$ .

### 1.6.3. Etude de quelques cas de capabilité d'un procédé

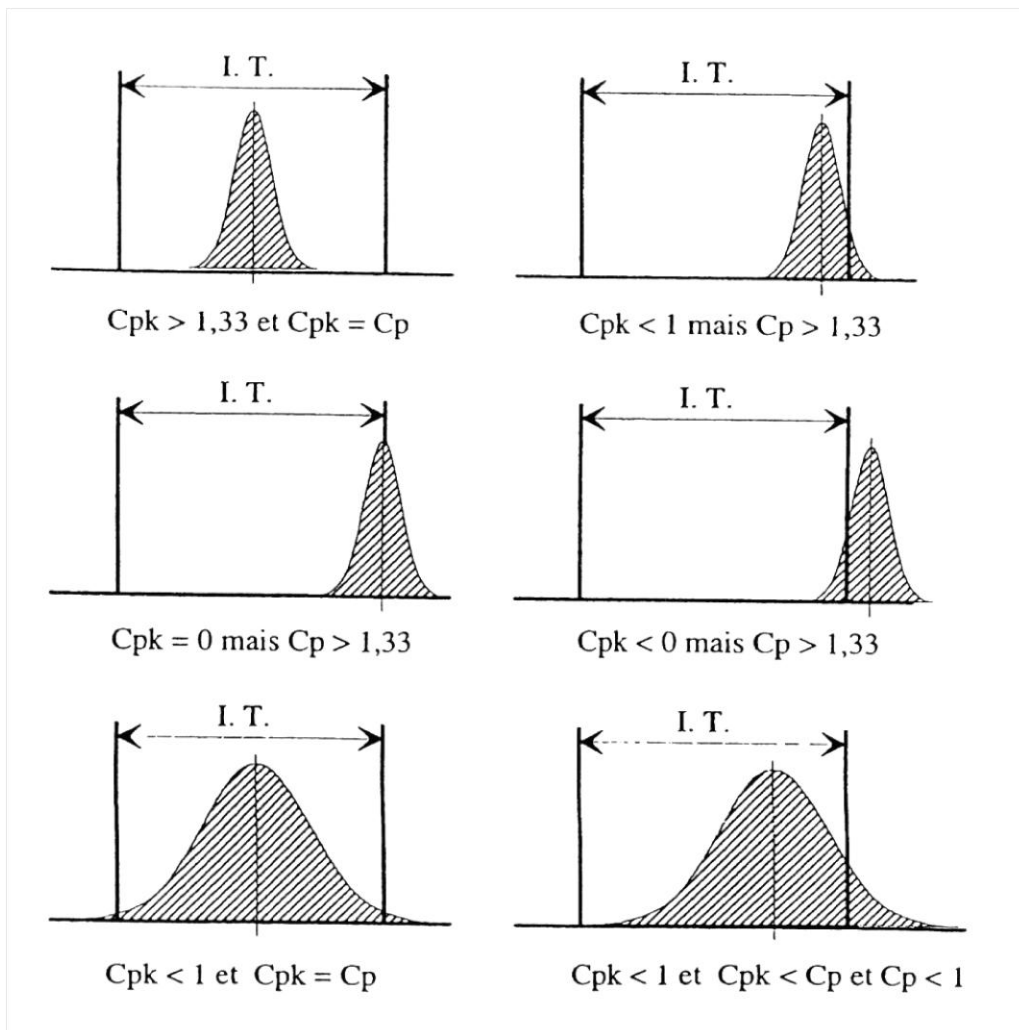


Fig. 1.12 : Etude de quelques cas de capabilité d'un procédé [3]

#### 1.6.4. Relation entre $C_m$ et $C_p$ : Perte de Capabilité

Nous pouvons remarquer que  $C_{mk}$  ne peut être que plus petit ou égal à  $C_m$  de même que  $C_p$  et  $C_{pk}$

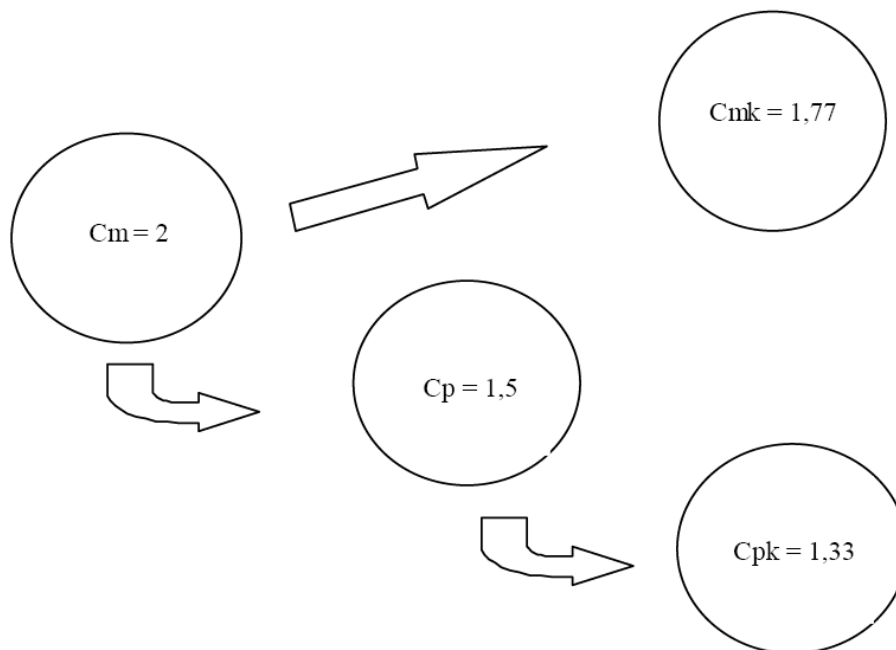
De même nous pouvons remarquer que  $C_p$  est toujours plus petit que  $C_m$ .

Pour avoir un  $C_{pk}$  de **1.33** il fallait avoir un minimum de  $C_p = 1.5$  sinon nous n'avions pas de possibilité de dérèglement du procédé il fallait qu'il reste centré si  $C_p = 1.33$ .

$C_m$  traduisant une variation instantanée, celle-ci sera plus faible que la variation globale, pour être plus précis il faut remplacer le mot variation par dispersion. Comme cette dispersion est dénominateur dans la division du ratio  $C_m$  et que l'intervalle est le même au numérateur la valeur demandée à  $C_m$  sera supérieure à celle de  $C_p$ .

En pratique on constate que  $C_m$  doit être minimum égal à **2** ou supérieur pour avoir  $C_p$  supérieur ou égal à **1.5**

D'où nous constatons une perte de capabilité entre  $C_m$  et  $C_p$  et  $C_p$  et  $C_{pk}$ . Par expérience nous savons que cette perte de capabilité entre ces différents indicateurs varie entre **20%** à **25%**.



**Fig. 1.13 : Schéma montre la relation entre  $C_m$  et  $C_p$  [3]**



- **Le responsable qualité** assure entre autres la planification, la réalisation et la gestion des études de capabilité machine et process ainsi que la gestion des plans d'actions d'amélioration des indices de capabilité machines et process.

- **Les techniciens méthodes et maintenance** participent à la réalisation des études de capabilité machines ainsi qu'aux groupes de travail pour l'amélioration des indices de capabilité machines.

Une entreprise doit pouvoir vérifier l'aptitude d'un moyen de production à réaliser en série des pièces dans des limites de tolérances définies, en application des normes :

*NF X 06-033* : aptitude des moyens de production et des processus de fabrication [4].

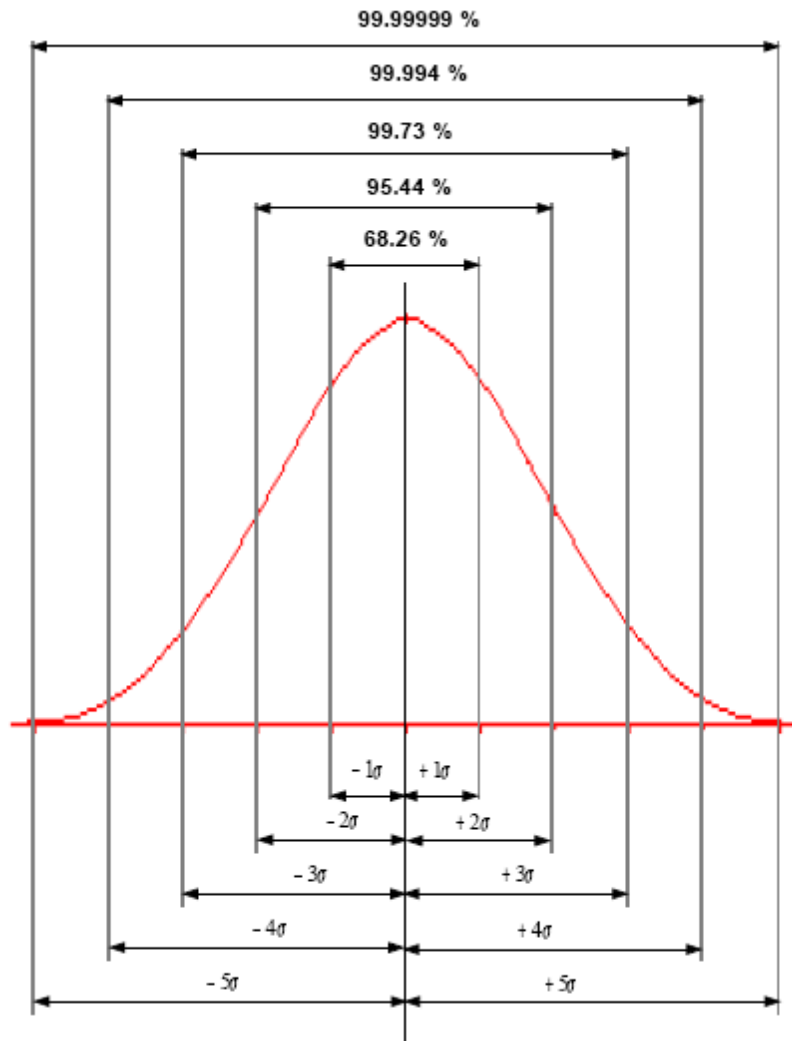
*NF E 60-181* : moyens de production, conditions de réception, méthode d'évaluation de l'aptitude à réaliser des pièces [5].

Cela s'applique aux moyens de production fabriquant des pièces dont les caractéristiques contrôlées suivent une loi de distribution proche d'une loi normale ou d'une loi de défaut de forme, dans différentes situations :

- à la demande du client,
- à la réception d'un nouveau moyen de production,
- à la réception d'un moyen de production rénové,
- pour valider des modifications machines susceptibles d'avoir une incidence sur la qualité du produit,
- pour valider des interventions maintenance susceptibles d'avoir une incidence sur la qualité du produit, dans le cadre du suivi périodique des moyens de production.

#### **1.6.5. Loi normale**

Certaines caractéristiques sont définies par une valeur nominale assortie d'une tolérance. Une telle caractéristique est mesurée en un seul point sur la pièce et suit a priori une loi normale.



**Fig. 1.14 : Loi normale (Courbe de Gauss) [7]**

Si la distribution suit la loi normale, alors l'écart type définit le pourcentage de la population normale.

**Exemple illustratif**

La taille des personnes est en moyenne de 170cm et l'écart type est de 10cm

*Interprétation*

68,26 % des personnes mesurent entre 160 cm et 180 cm.

95,44 % des personnes mesurent entre 150 cm et 190 cm.

99,73 % des personnes mesurent entre 140 cm et 200 cm.

Etc...

### 1.7. Capabilité d'un procédé $C_p$ ou d'une machine $C_m$

La réalisation d'une étude de capabilité d'un moyen de production se déroule comme suit :

- Prélèvement d'un échantillon de pièces,
- Mesure les caractéristiques de la machine qui l'on souhaite étudier,
- Exploitation statistique des mesures et analyse des résultats obtenus,
- Rédaction et diffusion du rapport d'étude de capabilité.

La capabilité d'un procédé  $C_p$  ou d'une machine  $C_m$ , exprime l'aptitude du procédé ou la machine à produire des pièces situées dans l'intervalle de tolérance.

La mesure de capabilité requière les conditions suivantes :

- Le procédé est sous contrôle statistique.
- La distribution et normale loi de (Laplace-Gauss)
- L'échantillonnage est correct.

Il existe deux indicateurs de capabilité :

**La capabilité machine  $C_m$**  qui renseigne sur les performances de la machine.

**La capabilité procédé  $C_p$**  qui renseigne sur l'ensemble des facteurs du procédé.

*Notions utiles*

La moyenne de l'échantillon  $i$  :  $\bar{x}_i$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.17)$$

L'étendue, est la différence entre les valeurs extrêmes de la distribution :  $w$

$$w = x_{max} - x_{min} \quad (1.18)$$

L'écart-type de l'échantillon  $i$  :  $\sigma$

$$\sigma = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.19)$$

## 1.8. Indicateurs d'aptitude

Il existe plusieurs indicateurs de l'aptitude, pour le moyen, le processus et le mesurage.

Nous nous intéressons ici aux indicateurs d'aptitude du moyen [3].

Suite à l'étude préliminaire de l'évolution dans le temps des paramètres de la caractéristique à contrôler, et après avoir vérifié la stabilité de la production pour l'échantillon prélevé, nous pouvons désormais nous intéresser aux indicateurs d'aptitude du moyen de production.

Les mesures d'aptitude d'un moyen sont des mesures statistiques qui résument l'amplitude de variation d'un moyen de production en fonction des spécifications du client.

Les mesures d'aptitude d'un moyen sont des mesures statistiques qui résument l'amplitude de variation d'un moyen de production en fonction des spécifications du client.

Pour accroître l'aptitude d'un moyen, il est nécessaire de réduire sa variation. Une réduction de variation garantit notamment :

- une meilleure vue du moyen permettant d'établir des prévisions plus fiables, de respecter les calendriers de commande, etc.,
- une diminution des rebuts et des retouches, ce qui réduit les coûts,
- des produits et services plus performants et plus durables,
- une plus grande satisfaction des clients.

L'aptitude du moyen de production à respecter les exigences en matière de qualité dépend à la fois de la position de la moyenne de la distribution du caractère contrôlé et de sa dispersion autour de cette moyenne, en regard de l'intervalle de tolérance.

## 1.9. Les différents indices utilisés

Le mot indice est une traduction possible de l'anglais index.

La lettre C indique une capabilité (court terme) et la lettre P indique une performance (long terme). Le long terme intègre les causes assignables (ou spéciales) et aléatoires (ou communes). Le court terme n'intègre que les causes aléatoires (ou communes).

L'indice normalisé Le seul indice normalisé *ISO* est *IAP* (Indice d'Aptitude du Processus), ou *Cp* dans la norme Iso 8258.

Les indices présentés définis par le QS-9000

### Cp

$$Cp = \frac{T_s - T_i}{6\sigma} \quad (1.20)$$

$T_s$  : limite de spécification supérieure,

$T_i$  : limite de spécification inférieure,

$\sigma$  : l'écart type à partir de la moyenne des étendues d'échantillons.

## **Cpk**

$$Cpk = \min \{CPL, CPU\} \quad (1.21)$$

Avec

$$CPU = \frac{T_s - \bar{x}}{3\sigma} \quad (1.22)$$

et

$$CPL = \frac{\bar{x} - T_i}{3\sigma} \quad (1.23)$$

## **Exigences**

| Indice de capabilité   | Conforme        | En limite d'acceptabilité | Non conforme |
|------------------------|-----------------|---------------------------|--------------|
| Loi normale            | $Cm \geq 1,67$  | $1,67 > Cm \geq 1,33$     | $Cm < 1,33$  |
| Loi de défaut de forme | $Cmk \geq 1,33$ | $1,33 > Cmk \geq 1$       | $Cmk < 1$    |

*Tableau 1.1 : Exigences en terme d'indice de capabilité [1]*

### **1.10. Cartographie des capabilités machines**

La cartographie des capabilités machines a pour but de donner une vision synthétique de l'état du parc machine et de permettre le suivi de l'évolution des capabilités machines.

Cet indicateur présente par secteur les indices de capabilité pour chaque caractéristique fabriquée par les machines suivies périodiquement. Le code couleur utilisé est :

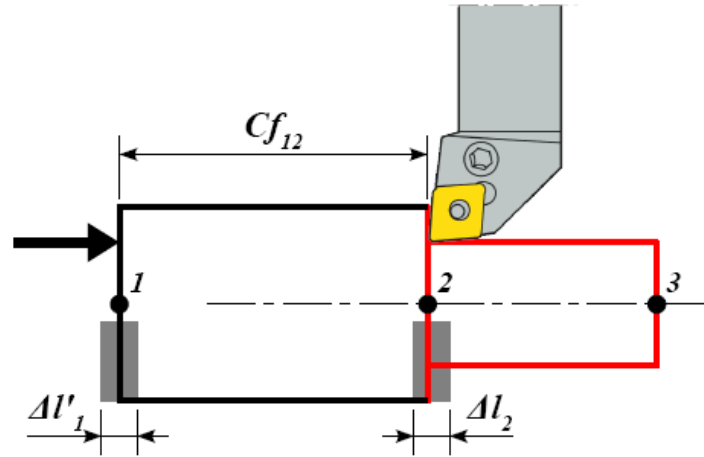
- rouge : non conforme
- orange : limite d'acceptabilité
- vert : conforme

Il est mis à jour après chaque validation d'une étude de capabilité, par le responsable qualité.

### **1.11. Écart sur les cotes fabriquées ( $\Delta Cf$ )**

Soit une cote fabriquée entre une surface 1 et une autre surface 2, notée  $Cf_{12}$ . L'écart noté  $\Delta Cf_{12}$  est la somme de la dispersion globale au niveau du référentiel  $\Delta l'_1$  et de la dispersion globale au niveau de la surface usinée  $\Delta l_2$ .

$$\Delta Cf_{12} = \Delta l'_1 + \Delta l_2 \quad (1.24)$$



*Fig. 1.15 : Écart sur les cotes fabriquées ( $\Delta C_f$ ) [1]*

### 1.12. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les notions des différentes dispersions rencontrées l'ordre de l'usinage. Une étude de capabilité d'un moyen de production s'appliquant à l'ensemble des processus de fabrication est décrite. Enfin nous définissons l'indicateur d'aptitude.

# **Chapitre II**

## **Initiation à la pratique de statistiques**

## CHAPITRE II

### Initiation à la pratique de statistiques

#### 2.1. Introduction

Le but de la statistique est de dégager les significations de données, numériques ou non, obtenues au cours de l'étude d'un phénomène.

Il faut distinguer les données statistiques qui sont les résultats d'observations recueillies lors de l'étude d'un phénomène, et la méthode statistique qui a pour objet l'étude rationnelle des données.

La **statistique** est une méthode scientifique qui consiste à réunir des données chiffrées sur des ensembles nombreux, puis à analyser, à commenter et à critiquer ces données. Il ne faut pas confondre la statistique qui est la science qui vient d'être définie et une statistique qui est un ensemble de données chiffrées sur un sujet précis.

Les premières statistiques correctement élaborées ont été celles des recensements démographiques. Ainsi le vocabulaire statistique est essentiellement celui de la démographie. Les ensembles étudiés sont appelés population. Les éléments de la population sont appelés individus ou unités statistiques. La population est étudiée selon un ou plusieurs caractères.

#### 2.2. Définitions

La statistique (ou les statistiques) est une branche des mathématiques basée sur les observations d'événements réels à partir desquelles on cherche à établir des hypothèses plausibles en vue de prévisions concernant des circonstances analogues. L'étude d'un problème statistique peut se décomposer en quatre étapes : recueil de données, classement et réduction de ces données (statistique descriptive), analyse de ces données visant à la déduction de prévisions (statistique différentielle) [6].

Une étude statistique descriptive s'effectue sur une population (des personnes, des villes, des voitures...) dont les éléments sont des individus et consiste à observer et étudier un même aspect sur chaque individu, nommé caractère (taille, nombre d'habitants, consommation...).

Il existe deux types de caractères :

##### 2.2.1. Quantitatif



C'est un caractère auquel on peut associer un nombre c'est-à-dire, pour simplifier, que l'on peut "mesurer". On distingue alors deux types de caractère quantitatif :

✓ **Discret** : c'est un caractère quantitatif qui ne prend qu'un nombre fini de valeurs. Par exemple le nombre d'enfants d'un couple.

✓ **Continu** : c'est un caractère quantitatif qui, théoriquement, peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle de l'ensemble des nombres réels. Ses valeurs sont alors regroupées en classes. Par exemple la taille d'un individu, le nombre d'heures passées devant la télévision.

### 2.2.2. Qualitatif

Comme la profession, la couleur des yeux, la nationalité.

En général une série statistique à caractère discret se présente sous la forme :

|            |       |       |       |       |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| Valeur     | $x_1$ | $x_2$ | ..... | $x_p$ |
| Effectifs  | $n_1$ | $n_2$ | ..... | $n_p$ |
| Fréquences | $f_1$ | $f_2$ | ..... | $f_p$ |

**Tableau 2.1 : Forme d'une série statistique à caractère discret**

Plutôt que réécrire ce tableau on écrira souvent : la série  $(x_i, n_i)$ . (On n'indique pas le nombre de valeurs lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté). Souvent on notera  $N$  l'effectif total de cette série donc :

$$N = n_1 + n_2 + \dots + n_p \quad (2.1)$$

Lorsqu'une série comporte un grand nombre de valeurs, on cherche à la résumer, si possible, à l'aide de quelques nombres significatifs appelés paramètres. En seconde vous avez défini les notions de moyenne (à rapprocher de la notion de barycentre...), médiane, mode, qui est des paramètres de position et la notion d'étendue qui est un paramètre de dispersion. Le but de ce cours est de définir de nouveaux paramètres.

Dans la suite, tout caractère considéré est quantitatif.

## 2.3. Séries statistiques à une variable

### 2.3.1. Terminologie

✓ **Population** : Ensemble que l'on observe et qui sera soumis à une analyse statistique. Chaque élément de cet ensemble est un individu ou unité statistique.

✓ **Échantillon** : C'est un sous ensemble de la population considérée. Le nombre d'individus dans l'échantillon est la taille de l'échantillon.

✓ **Caractère** : C'est la propriété ou l'aspect singulier que l'on se propose d'observer dans la population ou l'échantillon. Un caractère qui fait le sujet d'une étude porte aussi le nom de « variable statistique ».

### 2.3.2. Organisation des données

On regroupe toutes les données de la série statistique dans un tableau indiquant la répartition des individus selon le caractère étudié. Le regroupement s'effectue par classes :

- Si le caractère est qualitatif ou discontinu, une classe contient tous les individus ayant la même modalité ou la même valeur du caractère.

- Si le caractère est continu, une classe est un intervalle.

➤ Pour construire ces intervalles, on respecte les règles suivantes :

- Le nombre de classes est compris entre 5 et 20 (de préférence entre 6 et 12)

- Chaque fois que cela est possible, les amplitudes des classes sont égales.

- Chaque classe (sauf la dernière) contient sa borne inférieure mais pas sa borne supérieure.

➤ Dans les calculs, une classe sera représentée par son centre, qui est le milieu de l'intervalle.

➤ Une fois la classe constituée, on considère les individus répartis uniformément entre les deux bornes (ce qui entraîne une perte d'informations par rapport aux données brutes).

➤ Que faut-il indiquer pour chaque classe ?

-**L'effectif** : nombre d'individus de la classe : on le note  $n_i$  ( $i$  est l'indice de la classe).

-**La fréquence** : proportion d'individus de la population ou de l'échantillon appartenant à la classe : on la note  $f_i$  et  $n_i$  sont liés par :

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad (2.2)$$

Où  $N$  est le nombre total d'individus dans la population.

-**L'effectif cumulé** (ou la fréquence cumulée) : effectif de la classe augmenté de ceux des classes précédentes (lorsque la variable statistique est quantitative). La fréquence cumulée est une fonction  $F$  de la borne supérieure de la classe (dans le cas d'une variable statistique continue).

### 2.3.3. Diagrammes

Ils servent à visualiser la répartition des individus.

✓ **Pour une variable statistique qualitative** :

On utilise des diagrammes à secteurs circulaires, des diagrammes en tuyaux d'orgue, des diagrammes en bandes. Le principe est de représenter des aires proportionnelles aux fréquences de la variable statistique.

✓ ***Pour une variable statistique discrète :***

On utilise un diagramme différentiel en bâtons, complété du diagramme des fréquences cumulées appelé diagramme cumulatif. Le diagramme cumulatif est la représentation graphique d'une fonction  $F$ , appelée fonction de répartition de la variable statistique.

✓ ***Pour une variable statistique continue :***

a. Le diagramme représentant la série est un histogramme : ce sont des rectangles juxtaposés dont chacune des bases est égale à l'intervalle de chaque classe et dont la hauteur est telle que l'aire de chaque rectangle soit proportionnelle aux effectifs (histogramme des effectifs) ou aux fréquences de la classe correspondante (histogramme des fréquences).

b. On obtient le polygone des effectifs (ou des fréquences) en reliant les milieux des bases supérieures des rectangles.

c. La courbe cumulative (ou polygone des fréquences cumulées) est obtenue en portant les points dont les abscisses représentent la borne supérieure de chaque classe et les ordonnées les fréquences cumulées correspondantes, puis en reliant ces points par des segments de droite. Son équivalent dans la théorie probabiliste est la fonction de répartition [6].

## **2.4. Caractéristiques numériques d'une série quantitative**

### **2.4.1. Caractéristiques de position**

#### **2.4.1.1. Mode**

Le mode, désigné par  $Mo$  est la valeur de la variable statistique la plus fréquente.

Dans le cas d'une variable statistique continue, on parle plutôt de classe modale.

**NB :** Le mode ou la classe modale n'est pas obligatoirement unique.

#### **2.4.1.2. Médiane**

La médiane, désignée par  $Me$ , est la valeur de la variable telle qu'il y ait autant d'observations, en dessous d'elle qu'au dessus ou, ce qui revient au même, la valeur correspondant à 50% des observations.

*Comment la déterminer?*

✓ ***Si la variable est discrète :***

On désigne par  $n$  le nombre d'observations.

⇒ Si  $n$  est impair :  $Me$  est la  $(\frac{n+1}{2})^{\text{ème}}$  observation.

⇒ Si  $n$  est pair : ( $n = 2k$ .  $Me$ ) est la moyenne arithmétique des deux observations centrales.

$$Me = \frac{k^{\text{ème}} \text{ observation} + (k + 1)^{\text{ème}} \text{ observation}}{2} \quad (2.3)$$

✓ Si la variable est continue :

$Me$  vérifie  $F(Me) = 0.5$ , où  $F$  est la fonction de répartition de la variable. On détermine alors un intervalle médian (intervalle contenant la médiane), puis on procède à l'intérieur de cette classe à une interpolation linéaire.

### 2.4.1.3. Moyenne

Lorsque  $x$  désigne la variable statistique, la valeur moyenne, ou moyenne de la série se note  $m$  ou  $\bar{x}$ . Elle est l'analogue d'un centre de gravité.

- **1<sup>er</sup> cas** : si les observations ne sont pas groupées (la série est dite non classée).

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (2.4)$$

$n$  : effectif total

$x_j$  :  $j^{\text{ème}}$  valeur de la variable

- **2<sup>ème</sup> cas** : si les observations sont groupées (la série est dite classée).

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i = \sum_{i=1}^k f_i x_i \quad (2.5)$$

$n$  : effectif total

$x_i$  : centre de la classe  $i$

$n_i$  : effectif de la classe  $i$

$f_i$  : fréquence de la classe  $i$

On effectue en fait ici une moyenne arithmétique pondérée.

**NB** : Dans le cas d'une variable continue, cette moyenne pondérée n'est qu'une valeur approchée de la vraie valeur moyenne de la série car on remplace chaque  $x_j$  par le centre de la classe à laquelle il appartient.

*Pourquoi utiliser la moyenne arithmétique?*

Elle a été choisie parmi d'autres types de moyenne (géométrique, harmonique...) car elle possède une propriété extrêmement intéressante:

Lorsqu'on se livre à des observations scientifiques, les mesures ne sont pas toujours exactement identiques d'une fois sur l'autre, même lorsque les conditions semblent être similaires. Il se produit ce que l'on appelle une erreur d'observation. On a la relation suivante:

$$\text{valeur observée} = \text{valeur exacte} + \text{erreur d'observation}$$

Avec:

$x_i$  : valeur observée

$x_e$  : valeur exacte

$x_i - x_e$  : erreur d'observation

On décide alors de prendre pour  $x_e$  la valeur qui minimise les erreurs d'observation, en fait la moyenne des carrés de ces erreurs (critère des moindres carrés). Le calcul prouve que la meilleure valeur estimant  $x_e$  suivant ce critère est  $\bar{x}$ .

**Propriété :** La moyenne  $\bar{x}$  des valeurs observées d'une grandeur  $x$  correspond à la meilleure estimation de  $x_e$ .

Cela ne signifie pas que  $\bar{x}$  soit la valeur exacte  $x_e$  de la grandeur observée mais que c'est la meilleure évaluation possible que l'on puisse en faire selon le critère des moindres carrés.

## 2.4.2. Caractéristiques de dispersion

### 2.4.2.1. Etendue

L'étendue, notée  $w$ , représente la différence entre les valeurs extrêmes de la distribution (la différence entre la valeur la plus grande et la valeur la plus faible):

$$w = x_{max} - x_{min} \quad (2.6)$$

### 2.4.2.2. Intervalle interquartile

L'intervalle interquartile, noté  $I$ , est la différence entre les deux quartiles  $Q_3$  et  $Q_1$  :

$$I = Q_3 - Q_1 \quad (2.7)$$

Cet intervalle contient 50% de la population en éliminant 25% à chaque extrémité.

Cette caractéristique est nettement meilleure que l'étendue.

### 2.4.2.3. Variance

La variance notée  $V$ , c'est la caractéristique de dispersion la plus utilisée avec l'écart quadratique moyen.

✓ **1er cas : série non classée**

$$V_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.8)$$

✓ **2ème cas : série classée**

$$V_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.9)$$

Dans le cas d'une variable statistique continue,  $x_i$  représente le centre de la  $i^{\text{ème}}$  classe.

La variance est donc toujours positive ou nulle. Les formules ci-dessus imposent de calculer les différences  $(x_i - \bar{x})^2$  ce qui est assez fastidieux. On peut éviter cet inconvénient en utilisant le théorème de Koenig.

Autre expression de la variance : **Théorème de KOENIG**

✓ **1er cas : série non classée**

$$V_x = \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j^2 \right) - \bar{x}^2 \quad (2.10)$$

✓ **2ème cas : série classée**

$$V_x = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 \right) - \bar{x}^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 \right) - \bar{x}^2 \quad (2.11)$$

*Démonstration:*

$$\begin{aligned} V_x &= \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k f_i (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) = \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - 2\bar{x} \left( \sum_{i=1}^k f_i x_i \right) + \bar{x}^2 \sum_{i=1}^k f_i \\ &= \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \bar{x}^2 \end{aligned}$$

Car :

$$\sum_{i=1}^k f_i x_i = \bar{x} \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^k f_i = 1$$

#### 2.4.2.4. Ecart type

Par définition, l'écart type d'une série statistique est la racine carrée de la variance.

On le note  $\sigma$ . A la différence de la variance qui correspond à un carré, l'écart type est homogène à la variable statistique et s'exprime dans les mêmes unités. Il permet de mesurer la dispersion de la distribution statistique autour de sa valeur moyenne.

## 2.5. Séries statistiques à deux variables

### 2.5.1. Définition – Nuage de points

Une série statistique à deux variables est une série dont les valeurs sont données par les couples  $(x, y)$  [9].

Elle est représentée dans un repère orthogonal par tout les points de coordonnées  $(x, y)$ .

L'ensemble de ces points forme *un nuage de points*. Ce nuage peut avoir une forme allongée, curviligne ou très dispersée.

Le nuage étant dessiné, et s'il existe une certaine corrélation entre les deux caractères étudiées, on peut essayer de trouver une fonction  $f$  telle que la courbe d'équation  $y = f(x)$  passe « le plus près possible » des points du nuage.

C'est le problème de l'ajustement.

#### ✓ Point moyen

Le point moyen d'un nuage de points est le point  $G$  de coordonnées  $(\bar{x}, \bar{y})$  où :

$\bar{x}$  représente la moyenne des valeurs  $x_i$ .

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.12)$$

$\bar{y}$  représente la moyenne des valeurs  $y_i$ .

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.13)$$

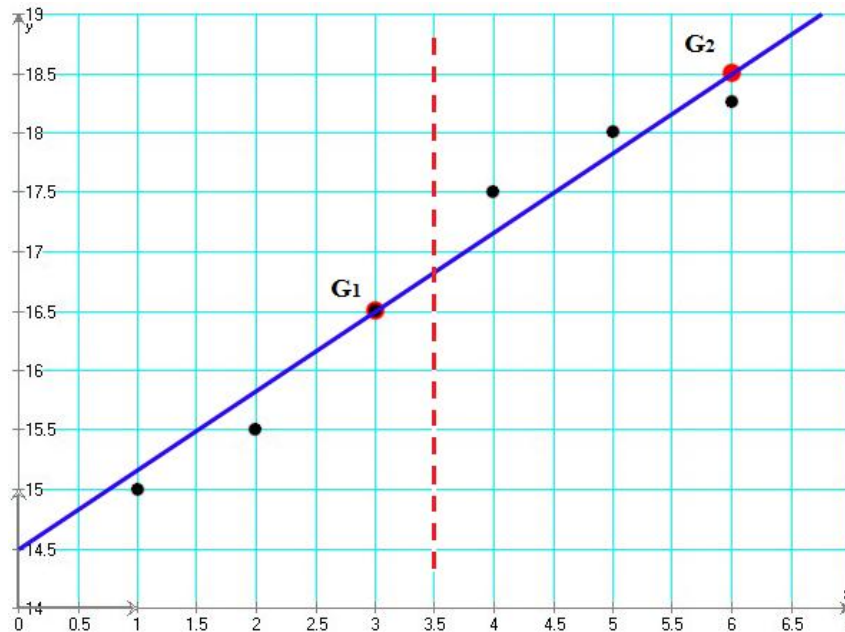
### 2.5.2. Droite d'ajustement affine : Méthode de Mayer

Dans le cas d'un nuage de points de forme allongée, et afin de faciliter l'étude de la série, il est possible de remplacer ce nuage par une droite appelée *droite d'ajustement affine*.

Pour tracer cette droite, on utilise la méthode de Mayer [7].

**Méthode :** On découpe le nuage de points en deux sous-ensembles de même effectif. Pour chacun des deux sous-ensembles, on calcule la moyenne des  $x_i$  et la moyenne des  $y_i$ . On obtient ainsi deux points  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$  et  $(\bar{x}_2, \bar{y}_2)$ , appelés points moyens. Il reste à tracer la droite passant par ces deux points.

La représentation de cette méthode illustrée dans (Fig.2.1).



**Fig.2.1 : Représentation d'un ajustement par une droite (ou affine) - Méthode de Mayer [9]**

➤ *Calcul des coordonnées des points moyens G1 et G2 :*

On partage le nuage de points en deux groupes de même importance suivant les valeurs croissantes de  $x_i$ , et on calcule les coordonnées des points moyens G1 et G2 de chaque groupe de points.

✓ Coordonnées de  $G_1(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$  avec  $\bar{x}_1$  moyenne des valeurs  $x$  du premier groupe et  $\bar{y}_1$ : moyenne des valeurs  $y$  du premier groupe.

✓ Coordonnées de  $G_2(\bar{x}_2, \bar{y}_2)$  avec  $\bar{x}_2$  moyenne des valeurs  $x$  du deuxième groupe et  $\bar{y}_2$ : moyenne des valeurs  $y$  du deuxième groupe.

➤ *On trace la droite d'ajustement qui passe par les deux points G1 et G2 (Fig.2.1)*

➤ *Equation de la droite d'ajustement affine*

Dans le cas générale toute droite passant par les points  $A(x_A, y_A)$  et  $B(x_B, y_B)$  est donnée par :

L'équation de la droite d'ajustement est de la forme :

$$y = a x + b \quad (2.14)$$

Avec

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (2.15)$$

Et

$$b = y_A - a x_A = y_B - a x_B \quad (2.16)$$



### 2.5.3. Ajustement analytique par la méthode des moindres carrés

Considérons deux séries statistiques  $(x_i)$  et  $(y_i)$ , telles que le nuage de points présente un « certain » alignement. On se propose de d'ajuster ce nuage par une droite ; on sait que des nombreuses droites sont possibles, laissées au choix de l'utilisateur [8].

Mais une méthode, la *méthode des moindres carrés*, est principalement utilisée, parce qu'elle présente de nombreux intérêts théoriques et que les calculs qu'elle entraîne se font sans trop de difficulté.

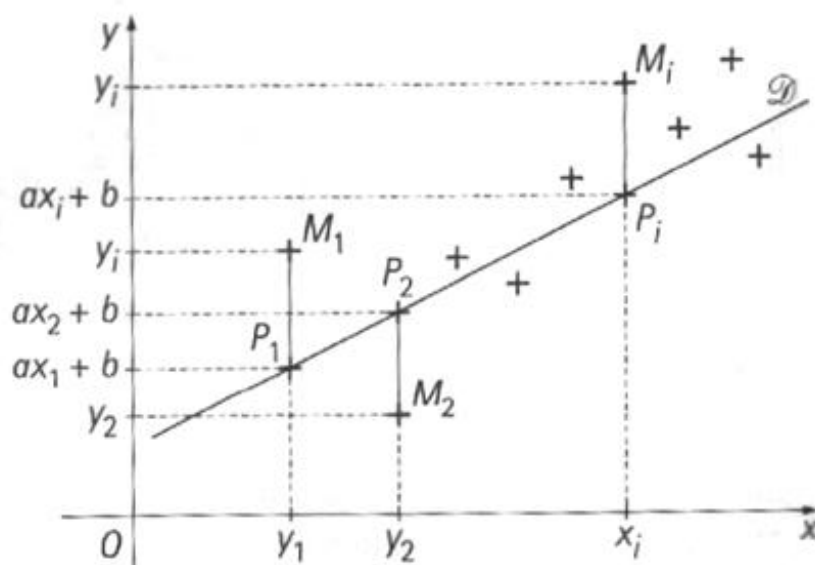


Fig.2.2 : Méthode des moindres carrés [8]

#### ➤ Principe de la méthode

L'idée est de déterminer les coefficients  $a$  et  $b$  d'une droite  $D$  d'équation  $y = ax + b$  de sorte qu'elle passe le « plus près » possible des points du nuage.

Pour chaque abscisse  $x_i$ , on calcule la distance  $M_i P_i$  entre le point du nuage et le point de la droite, c'est-à-dire que :

$$M_i P_i = |y_i - (ax_i + b_i)| \quad (2.17)$$

Dans la méthode des moindres carrés, on recherche  $a$  et  $b$  pour lesquels la somme des carrés de ces distances est minimale :

$$S = (M_1 P_1)^2 + (M_2 P_2)^2 + \dots + (M_n P_n)^2 \quad (2.18)$$

Il se trouve qu'il existe une *seule* droite répondant à cette condition.

➤ **Théorème**

La droite de régression de  $y$  en  $x$  associée au nuage de points  $M_i$  de coordonnées  $(x_i ; y_i)$  avec  $1 \leq i \leq n$  est la droite :

Passant par le point moyen  $G(\bar{x}, \bar{y})$  du nuage ,

De coefficient directeur  $a$  donné par la formule  $a = \frac{\text{cov}(x,y)}{V(x)}$  (2.19)

Avec

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{et} \quad \text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (2.20)$$

C'est la droite qui permet de minimiser la distance

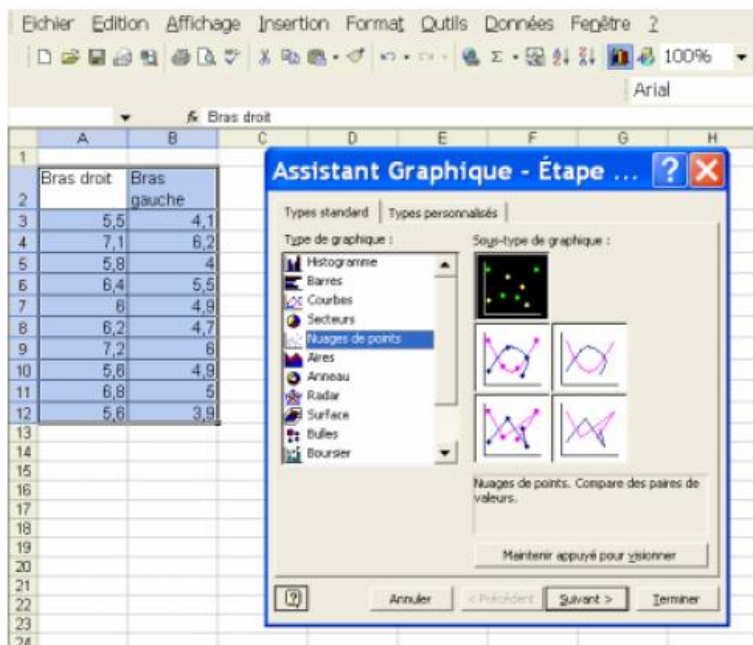
$$S = (M_1P_1)^2 + (M_2P_2)^2 + \dots + (M_nP_n)^2 \quad (2.21)$$

**2.5.4. Déterminer la droite d'ajustement avec le tableur Excel**

-Remplir le tableau de données et le sélectionner.

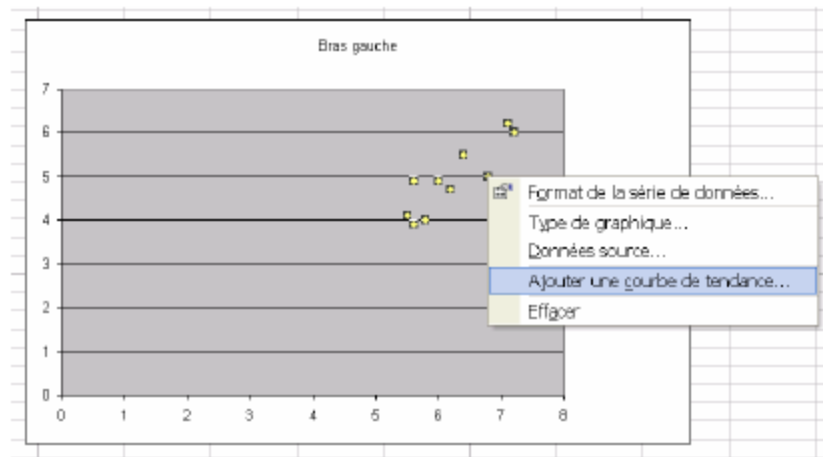
-Appeler l'assistant graphique 

-Sélectionner dans les types standards « Nuage de points » Sous type points non reliés entre eux(Fig.2.3).



**Fig.2.3 : Photographie de l'assistant graphique du tableur Excel**

-Avec le bouton droit de la souris cliquer sur un des points, tous les points doivent apparaître en surbrillance et dans la fenêtre qui s'ouvre cliquer sur « *ajouter une courbe de tendance* » (Fig.2.4).



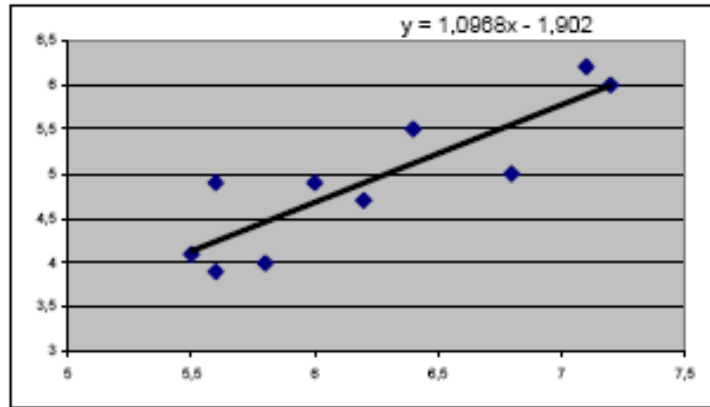
**Fig.2.4 : Photographie de nuage de points sélectionnés**

La nouvelle fenêtre « insertion d'une courbe de tendance » propose plusieurs types d'ajustement. Choisir le linéaire, cliquer sur l'onglet option et cocher « afficher l'équation sur le graphique » (Fig.2.5).



**Fig.2.5 : Photographie de la fenêtre d'insertion d'une courbe de tendance**

Sur le graphique la droite sera tracée et son équation sera affichée (Fig.2.6).



*Fig.2.6 : Photographie de la droite et son équation affichée*

## 2.6. Conclusion

Ce chapitre résume la partie mathématique des statistiques qui va être utilisée pour le tracé des courbes issues de la partie expérimentale adoptée dans notre travail. Nous expliquons brièvement les méthodes des droites d'ajustement linéaires, ainsi que leur détermination en utilisant le tableur Excel.

# **Chapitre III**

## **Approche expérimentale**

## CHAPITRE III

### Approche expérimentale

#### 3.1. Introduction

Cette partie présente la partie expérimentale effectuée, les différentes expériences, et les photographies des montages, ainsi que les écarts enregistrés par l'outil de contrôle.

Le but de ces expériences est de contribuer à la connaissance des dispersions sur une machine-outil avant et pendant l'usinage.

#### 3.2. Présentation des équipements

Les expériences ont été effectuées au niveau de l'atelier du hall technologique du département de génie mécanique de l'université de Tlemcen, on a utilisé le matériel suivant :

- ✓ Machine-outil : Tour parallèle **WEILER** avec les caractéristiques suivantes :

|                     |       |
|---------------------|-------|
| Référence           | 9592  |
| Tension de service  | 380 ~ |
| Tension de commande | 220 ~ |
| Puissance total     | 3kw   |
| Courant nominal     | 6,7 A |
| Fréquence           | 50 Hz |



*Fig. 3.1: Photographie du tour utilisé*

- ✓ Comparateur à cadran de précision de  $\frac{1}{100}$  mm avec son support de positionnement.



*Fig. 3.2: Photographie du comparateur avec support*

- ✓ Outil de coupe : outil à charioter et dresser à plaquette en carbure brasée



*Fig. 3. 3: Photographie de l'outil monté sur le porte outil*

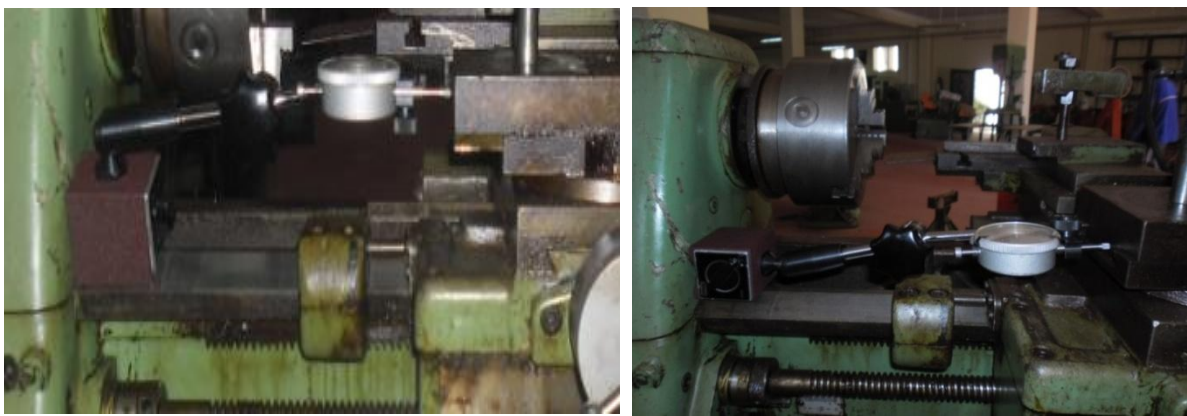
### 3.3. Description des manipulations

#### 3.3.1. Expérience (1) - Dispersion thermique de la machine

Cette première expérience consiste à déterminer la dispersion thermique de la machine. Deux manipulations ont été réalisées. Une à froid et l'autre à chaud (après une mise en service de 45min).

- On fixe le support du comparateur sur le bâti.
- On règle une course de longueur de la pièce à usiner avec une butée fixe.
- Lorsque le trainard vient en contact avec la butée fixe, on règle la touche du comparateur au contact du porte outil (l'aiguille à zéro).
- Réglage de la vitesse de rotation à 800 tr/min et la vitesse d'avance à 0,25 mm/min pour un déplacement automatique.
- On amène 50 fois le trainard contre la butée fixe et on a relevé les écarts enregistrés par le comparateur.

Les photographies (4.1) illustrent le montage.



***Fig. 3.4: Photographies du montage***

Les tableaux suivants représentent les écarts enregistrés respectivement quand on utilise la machine à froid et après la machine à chaud.



| N° | Ecart mesuré | Moy   | N° | Ecart mesuré | Moy    |
|----|--------------|-------|----|--------------|--------|
| 1  | 0,04         | 0,039 | 26 | -0,02        | -0,019 |
| 2  | 0,045        |       | 27 | -0,015       |        |
| 3  | 0,04         |       | 28 | -0,015       |        |
| 4  | 0,04         |       | 29 | -0,025       |        |
| 5  | 0,03         |       | 30 | -0,02        |        |
| 6  | 0,035        | 0,031 | 31 | -0,025       | -0,026 |
| 7  | 0,035        |       | 32 | -0,02        |        |
| 8  | 0,03         |       | 33 | -0,025       |        |
| 9  | 0,03         |       | 34 | -0,04        |        |
| 10 | 0,025        |       | 35 | -0,02        |        |
| 11 | 0,025        | 0,017 | 36 | -0,035       | -0,036 |
| 12 | 0,02         |       | 37 | -0,025       |        |
| 13 | 0,02         |       | 38 | -0,03        |        |
| 14 | 0,02         |       | 39 | -0,04        |        |
| 15 | 0            |       | 40 | -0,05        |        |
| 16 | 0,015        | 0,012 | 41 | -0,045       | -0,05  |
| 17 | 0,01         |       | 42 | -0,05        |        |
| 18 | 0,015        |       | 43 | -0,07        |        |
| 19 | 0,01         |       | 44 | -0,045       |        |
| 20 | 0,01         |       | 45 | -0,04        |        |
| 21 | 0,01         | 0,002 | 46 | -0,045       | -0,049 |
| 22 | -0,005       |       | 47 | -0,06        |        |
| 23 | 0,005        |       | 48 | -0,05        |        |
| 24 | 0,005        |       | 49 | -0,05        |        |
| 25 | -0,005       |       | 50 | -0,04        |        |

**Tableau 3.1 : Ecart enregistré par le comparateur - machine à froid**

| N° | Ecart mesuré | Moy    | N° | Ecart mesuré | Moy    |
|----|--------------|--------|----|--------------|--------|
| 1  | 0            | -0,006 | 26 | -0,01        | -0,008 |
| 2  | 0            |        | 27 | -0,01        |        |
| 3  | -0,02        |        | 28 | -0,005       |        |
| 4  | -0,01        |        | 29 | -0,005       |        |
| 5  | 0            |        | 30 | -0,01        |        |
| 6  | -0,02        | -0,009 | 31 | -0,005       | -0,023 |
| 7  | -0,005       |        | 32 | -0,03        |        |
| 8  | -0,005       |        | 33 | -0,065       |        |
| 9  | -0,005       |        | 34 | -0,005       |        |
| 10 | -0,01        |        | 35 | -0,01        |        |
| 11 | -0,04        | -0,014 | 36 | -0,005       | -0,008 |
| 12 | -0,01        |        | 37 | -0,02        |        |
| 13 | -0,005       |        | 38 | -0,005       |        |
| 14 | -0,005       |        | 39 | -0,005       |        |
| 15 | -0,01        |        | 40 | -0,005       |        |
| 16 | -0,07        | -0,053 | 41 | -0,005       | -0,011 |
| 17 | -0,01        |        | 42 | -0,015       |        |
| 18 | -0,07        |        | 43 | -0,005       |        |
| 19 | -0,06        |        | 44 | -0,02        |        |
| 20 | -0,055       |        | 45 | -0,01        |        |
| 21 | -0,005       | -0,018 | 46 | -0,04        | -0,02  |
| 22 | -0,005       |        | 47 | -0,01        |        |
| 23 | -0,045       |        | 48 | -0,03        |        |
| 24 | -0,02        |        | 49 | -0,01        |        |
| 25 | -0,015       |        | 50 | -0,01        |        |

*Tableau 3.2 : Ecart enregistré par le comparateur - machine à chaud*

### 3.3.2. Expérience (2) - Dispersion de la mise en position du porte-outil

Cette expérience consiste à déterminer la dispersion de la remise en position du porte-outil pour cela on a fait la manipulation suivante :

- On monte bien l'outil sur le porte-outil
- On fixe le support du comparateur sur le trainard bloqué.
- On touche la pointe du comparateur par la face avant du corps de l'outil.
- On enlève et on remet le porte-outil 50 fois. A chaque fois on relâche la pointe du comparateur et on relève les écarts enregistrés.



*Fig. 3.5: Photographie du montage*

Les écarts enregistrés, par le comparateur, sont reportés dans le tableau ci-dessous :

| N° | Ecart mesuré | Moy   | N° | Ecart mesuré | Moy   |
|----|--------------|-------|----|--------------|-------|
| 1  | -0,01        | 0,007 | 26 | 0,065        | 0,059 |
| 2  | 0,01         |       | 27 | 0,05         |       |
| 3  | 0,02         |       | 28 | 0,06         |       |
| 4  | 0            |       | 29 | 0,06         |       |
| 5  | 0,015        |       | 30 | 0,06         |       |
| 6  | 0,04         | 0,038 | 31 | 0,065        | 0,062 |
| 7  | 0,04         |       | 32 | 0,065        |       |
| 8  | 0,05         |       | 33 | 0,06         |       |
| 9  | 0,035        |       | 34 | 0,06         |       |
| 10 | 0,025        |       | 35 | 0,06         |       |
| 11 | 0,045        | 0,037 | 36 | 0,065        | 0,071 |
| 12 | 0,03         |       | 37 | 0,07         |       |
| 13 | 0,03         |       | 38 | 0,07         |       |
| 14 | 0,04         |       | 39 | 0,07         |       |
| 15 | 0,04         |       | 40 | 0,08         |       |
| 16 | 0,05         | 0,047 | 41 | 0,075        | 0,077 |
| 17 | 0,05         |       | 42 | 0,07         |       |
| 18 | 0,04         |       | 43 | 0,08         |       |
| 19 | 0,05         |       | 44 | 0,08         |       |
| 20 | 0,045        |       | 45 | 0,08         |       |
| 21 | 0,05         | 0,054 | 46 | 0,08         | 0,085 |
| 22 | 0,055        |       | 47 | 0,085        |       |
| 23 | 0,05         |       | 48 | 0,09         |       |
| 24 | 0,055        |       | 49 | 0,085        |       |
| 25 | 0,06         |       | 50 | 0,085        |       |

**Tableau 3.3 : Ecart enregistrés par le comparateur pour la remise en position du porte-outil**

### 3.3.3. Expérience (3) - Dispersion de la mise en position de la pièce brute

Cette expérience consiste à déterminer la dispersion de la mise et maintien en position de la pièce dans le mandrin. Pour le montage, nous avons mis au contact avec celui-ci une face usinée de la pièce, et l'autre face brute est contrôlée par le comparateur. La manipulation est la suivante :

- On monte la face usinée de la pièce en butée sur le mandrin.
- On fixe le support du comparateur sur le chariot transversal, on lâche sa pointe sur la surface brute.
- On dégage le chariot transversal par une distance pour le démontage et le remontage de la pièce puis on le maintient par la même distance pour avoir la même position du comparateur.
- On démonte et on remonte la pièce 50 fois et chaque fois on prend l'écart enregistré par le comparateur.



*Fig. 3.6: Photographie du montage*

Les écarts enregistrés par le comparateur sont reportés dans le tableau ci-dessous :

| N° | Ecart mesuré | Mo.    | N° | Ecart mesuré | Mo.    |
|----|--------------|--------|----|--------------|--------|
| 1  | 0,055        | 0,034  | 26 | -0,08        | -0,027 |
| 2  | 0,01         |        | 27 | 0,01         |        |
| 3  | 0,04         |        | 28 | 0            |        |
| 4  | 0,02         |        | 29 | -0,06        |        |
| 5  | 0,045        |        | 30 | -0,005       |        |
| 6  | -0,02        | 0,03   | 31 | -0,06        | -0,044 |
| 7  | 0,09         |        | 32 | -0,05        |        |
| 8  | 0,02         |        | 33 | -0,01        |        |
| 9  | 0,025        |        | 34 | -0,03        |        |
| 10 | 0,035        |        | 35 | -0,07        |        |
| 11 | 0,025        | 0,031  | 36 | -0,005       | 0,014  |
| 12 | 0,04         |        | 37 | 0,03         |        |
| 13 | 0,01         |        | 38 | 0,025        |        |
| 14 | 0,06         |        | 39 | 0,02         |        |
| 15 | 0,02         |        | 40 | 0            |        |
| 16 | -0,01        | 0,013  | 41 | 0,04         | 0,03   |
| 17 | 0,06         |        | 42 | -0,015       |        |
| 18 | 0,025        |        | 43 | 0,035        |        |
| 19 | 0,01         |        | 44 | 0,09         |        |
| 20 | -0,02        |        | 45 | 0            |        |
| 21 | -0,04        | -0,025 | 46 | -0,015       | 0,026  |
| 22 | 0,1          |        | 47 | 0,06         |        |
| 23 | -0,05        |        | 48 | 0,03         |        |
| 24 | -0,045       |        | 49 | 0,045        |        |
| 25 | 0            |        | 50 | 0,01         |        |

**Tableau 3.4 : Ecart enregistré par le comparateur de la mise en position de la pièce sur le mandrin (surface brute)**

### 3.3.4. Expérience (4) - Dispersion de la mise en position de la pièce usinée

Cette expérience consiste à déterminer la dispersion de la mise et maintien en position de la pièce dans le mandrin mais cette fois on fait une manipulation sur une pièce usinée de deux faces, l'expérience qui est la suivante.

- On monte le coté de la pièce usinée sur le mandrin.
- On fixe le support du comparateur sur le chariot transversal on lâche la pointe sur la face avant de la pièce.
- On dégage le chariot transversal par une distance pour le démontage et le remontage de la pièce puis on le maintien par la même distance pour avoir la même position du comparateur.
- On démonte et on remonte la pièce 50 fois et chaque fois on prend l'écart enregistré par le comparateur.



*Fig. 3.7: Photographie du montage*

Les écarts enregistrés par le comparateur, sont reportés sur le tableau suivant :

| N° | Ecart mesuré | Mo.    | N° | Ecart mesuré | Mo.    |
|----|--------------|--------|----|--------------|--------|
| 1  | -0,07        | -0,042 | 26 | -0,03        | -0,052 |
| 2  | -0,06        |        | 27 | -0,06        |        |
| 3  | -0,04        |        | 28 | -0,06        |        |
| 4  | -0,03        |        | 29 | -0,06        |        |
| 5  | -0,01        |        | 30 | -0,05        |        |
| 6  | -0,01        | -0,041 | 31 | -0,04        | -0,051 |
| 7  | -0,06        |        | 32 | -0,03        |        |
| 8  | -0,02        |        | 33 | -0,05        |        |
| 9  | -0,055       |        | 34 | -0,055       |        |
| 10 | -0,06        |        | 35 | -0,08        |        |
| 11 | -0,07        | -0,042 | 36 | -0,065       | -0,037 |
| 12 | -0,03        |        | 37 | -0,07        |        |
| 13 | -0,04        |        | 38 | 0,02         |        |
| 14 | -0,04        |        | 39 | -0,04        |        |
| 15 | -0,03        |        | 40 | -0,03        |        |
| 16 | -0,04        | -0,052 | 41 | -0,07        | -0,064 |
| 17 | -0,05        |        | 42 | -0,08        |        |
| 18 | -0,06        |        | 43 | -0,05        |        |
| 19 | -0,04        |        | 44 | -0,04        |        |
| 20 | -0,07        |        | 45 | -0,08        |        |
| 21 | -0,07        | -0,055 | 46 | -0,03        | -0,055 |
| 22 | -0,03        |        | 47 | -0,07        |        |
| 23 | -0,065       |        | 48 | -0,055       |        |
| 24 | -0,06        |        | 49 | -0,065       |        |
| 25 | -0,05        |        | 50 | -0,055       |        |

**Tableau 3.5 : Ecart enregistré par le comparateur de la mise en position de la pièce sur le mandrin (surface usinée)**



### 3.3.5. Expérience (5) - Dispersion de dressage en série

Cette expérience consiste à déterminer la dispersion de la machine au temps de la fabrication d'un lot de pièces réalisées en série. Pour cette expérience on prend un barre de l'acier ( $\varnothing 40$ ) ou on a scié 20 pièces de même longueur (environ 50mm). Une opération de dressage d'une face a été réalisée sur tout le lot des pièces, puis on les a numéroté de 1 à 20 pour leur usinage dans l'ordre.

On veut réaliser la cote nominale  $L = 46,2$  mm pour toute la série de pièces. On utilise la même machine, le même outil et les mêmes réglages (position de la butée, vitesse de coupe, l'avance...) [10].

L'outil utilisé est l'outil à charioter et à dresser.

Les paramètres de coupe sont :

-Vitesse de coupe  $V_c = 80$  m/min.

- L'avance  $a = 0,05$  mm/tr.

-Vitesse de rotation  $N$  :

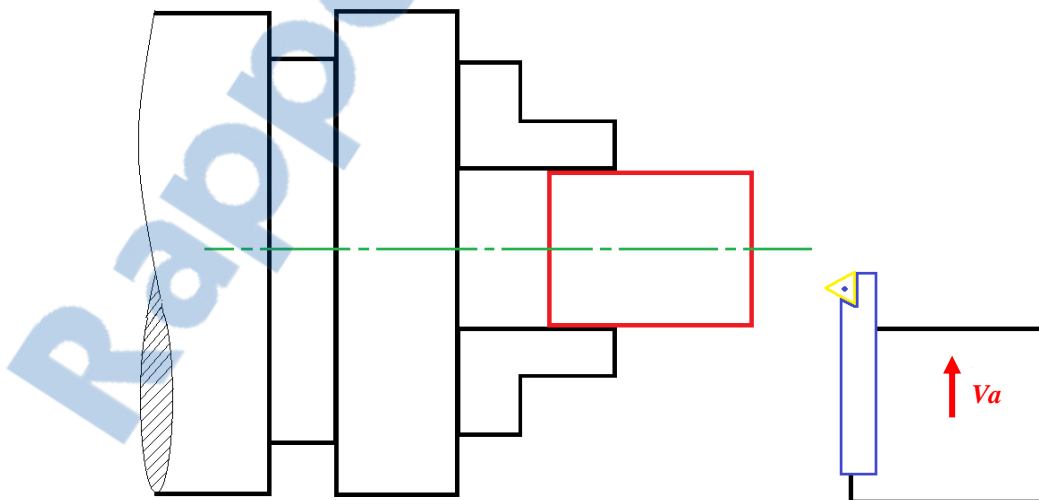
$$N = \frac{1000 \cdot V_c}{\pi D} = \frac{1000 \times 80}{3,14 \times 40} = 637 \text{ tr/min}$$

-Vitesse d'avance  $V_a$  :

$$V_a = N \times a = 637 \times 0,05 = 31,85 \text{ mm/min.}$$

-Matière de la pièce : Acier désignation C20.

-Usinage sans lubrification.



*Fig. 3.8: Schéma de l'opération de dressage*



*Fig. 3.9: Photographie de la pièce pendant l'usinage*



*Fig. 3.10: Photographie des pièces usinées*

### **3.3.6. Expérience (6) - Contrôle des pièces**

Après l'usinage des pièces on a fait un contrôle à la salle de métrologie au niveau du Hall technologique on utilisant un marbre, un comparateur et des cales étalons.

Le contrôle se fait comme suit :

- On fixe le support du comparateur sur le marbre.
- On lâche la pointe du comparateur sur les cales étalons de la cote nominale (46.2mm), puis on règle le cadran sur le zéro.

- On tire la pointe doucement et on enlève les cales étalons et on met la pièce usinée.
- On lâche la pointe sur la pièce et on relève l'écart enregistré par le comparateur.
- On répète l'opération pour toute la série suivant l'ordre établi pendant l'usinage.



*Fig. 3.11: Photographie du montage de contrôle*



*Fig. 3.12: Photographie de contrôle d'une pièce*

Les écarts enregistrés par le comparateur sont reportés sur le tableau suivant :

| N° | Ecart mesuré (mm) | N° | Ecart mesuré (mm) |
|----|-------------------|----|-------------------|
| 1  | 0,11              | 11 | -0,55             |
| 2  | 0,11              | 12 | -0,29             |
| 3  | 0,04              | 13 | -0,40             |
| 4  | 0,02              | 14 | -0,37             |
| 5  | 0,01              | 15 | -0,30             |
| 6  | -0,1              | 16 | -0,30             |
| 7  | 0,11              | 17 | -0,34             |
| 8  | 0,05              | 18 | -0,29             |
| 9  | 0,04              | 19 | -0,37             |
| 10 | 0,13              | 20 | -0,21             |

*Tableau 3.6 : Ecart enregistrés par le comparateur*

### **3.4. Conclusion**

Ce chapitre a résumé l'approche expérimentale adoptée dans ce travail. La description du dispositif expérimental utilisé est décrite. Les résultats de l'ensemble des six essais effectués sont récapitulés sous forme de tableaux.

# **Chapitre IV**

## **Résultats et discussions**

# CHAPITRE IV

## Résultats et discussions

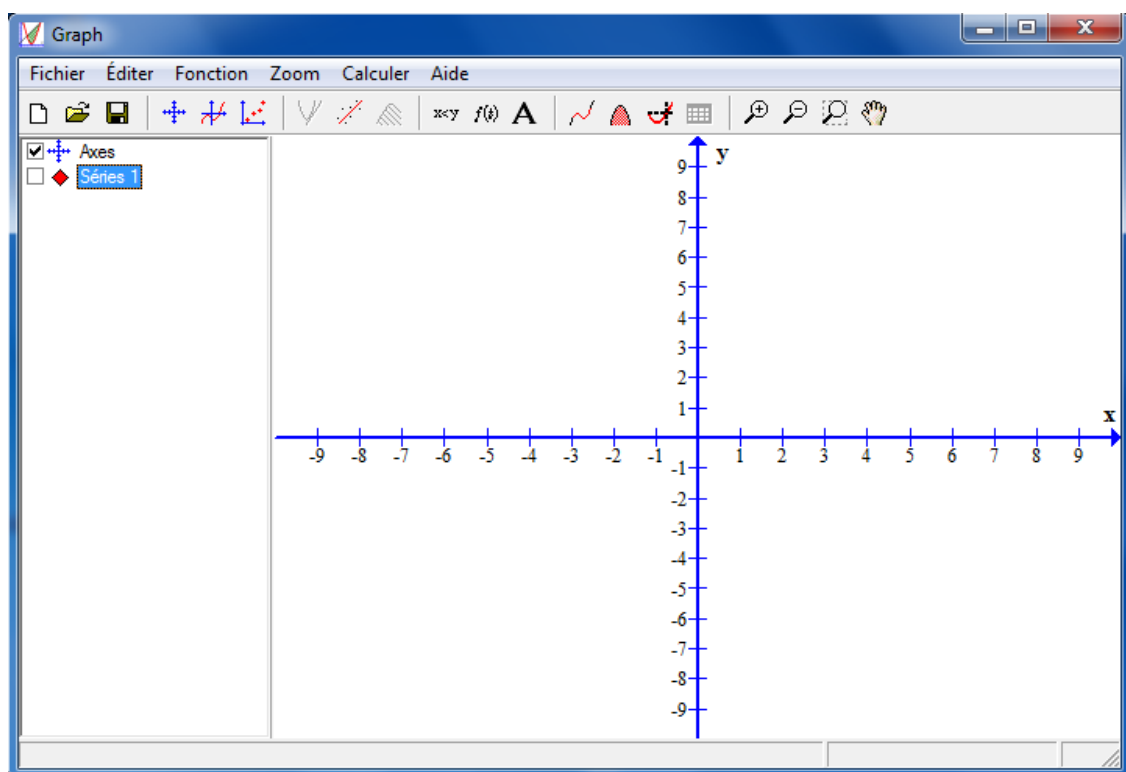
### 5.1. Introduction

Ce chapitre présente le logiciel utilisé pour les traitements des résultats. Les différentes courbes tracées sont interprétées. Nous calculons vers la fin du chapitre la capacité de la machine.

### 5.2. Utilisation du logiciel Graph-4.3

Pour tracer les graphes on a utilisé le logiciel **Graph-4.3**. Nous présentons brièvement les étapes de manipulations.


L'interface est présentée dans la (Fig. 4.1).



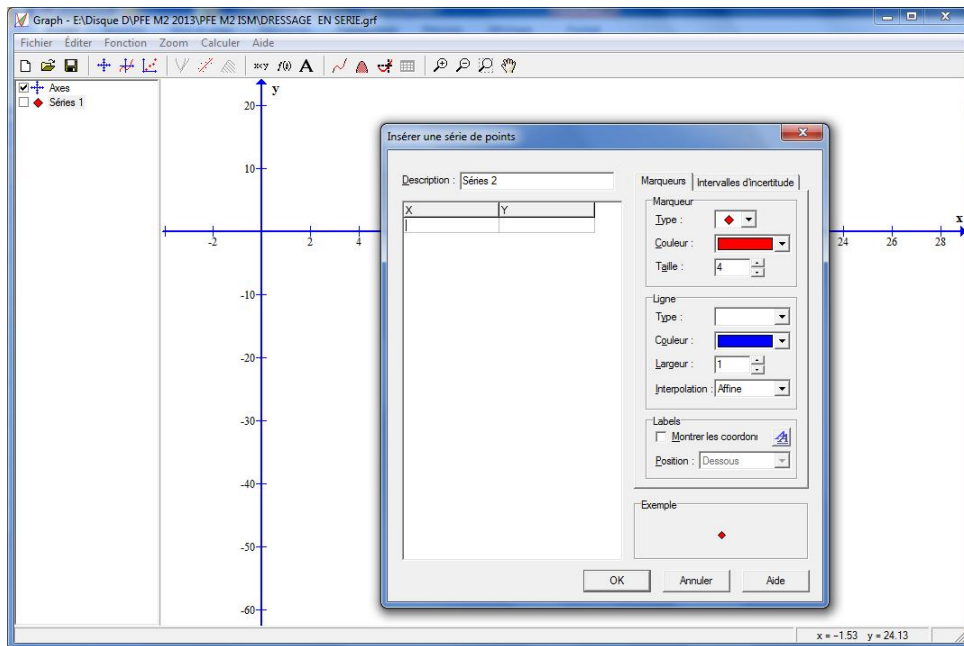
*Fig. 4.1: Interface du logiciel Graph-4.3*

Pour le tracé des droites de régression, on va suivre les étapes suivantes :


-Ouvrir la fenêtre du logiciel (Fig.4.2).

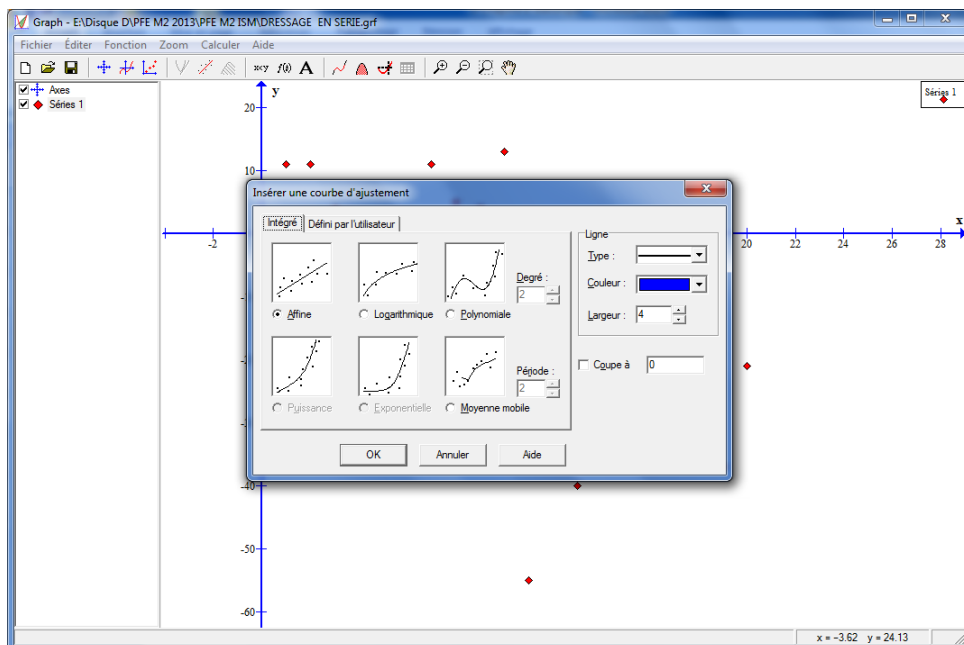
-Cliquer sur l'icône « Insérer une série de points » 

-Remplir le tableau de données puis cliqué OK (Fig.4.2).



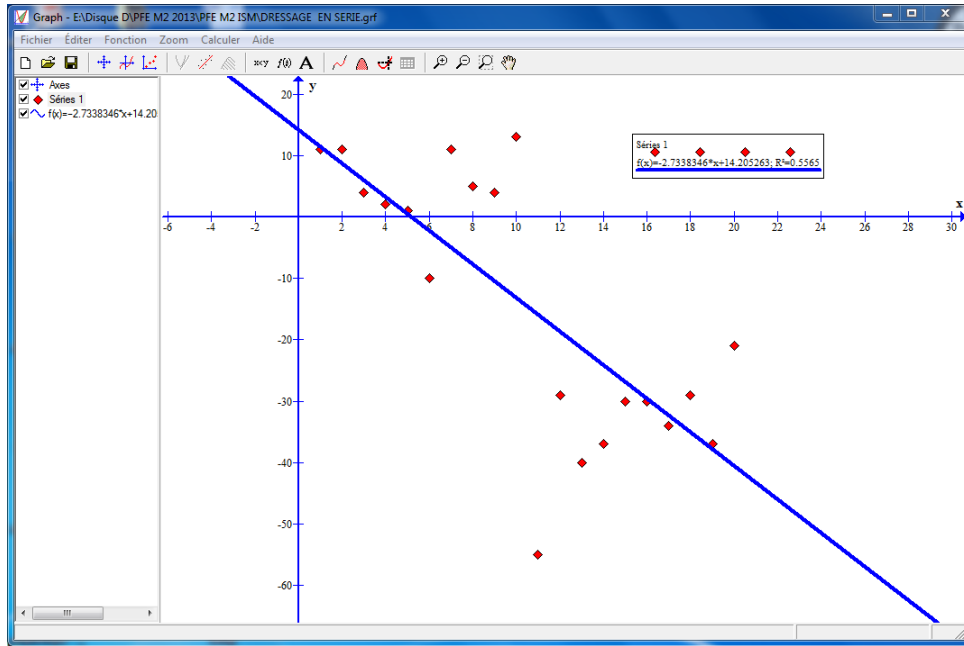
**Fig.4.2 : Interface de la fenêtre de logiciel**

- Sélectionner la série de nuage de points tracés.
- Cliquer sur l'icône « *Insère une courbe d'ajustement* »  et dans la fenêtre qui s'ouvre cliquer sur « affine » (Fig.4.3).



**Fig.4.3 : Interface de la fenêtre « *Insère une courbe d'ajustement* »**

- Cliquer OK, la droite sera tracée et son équation sera affichée (Fig.4.4).



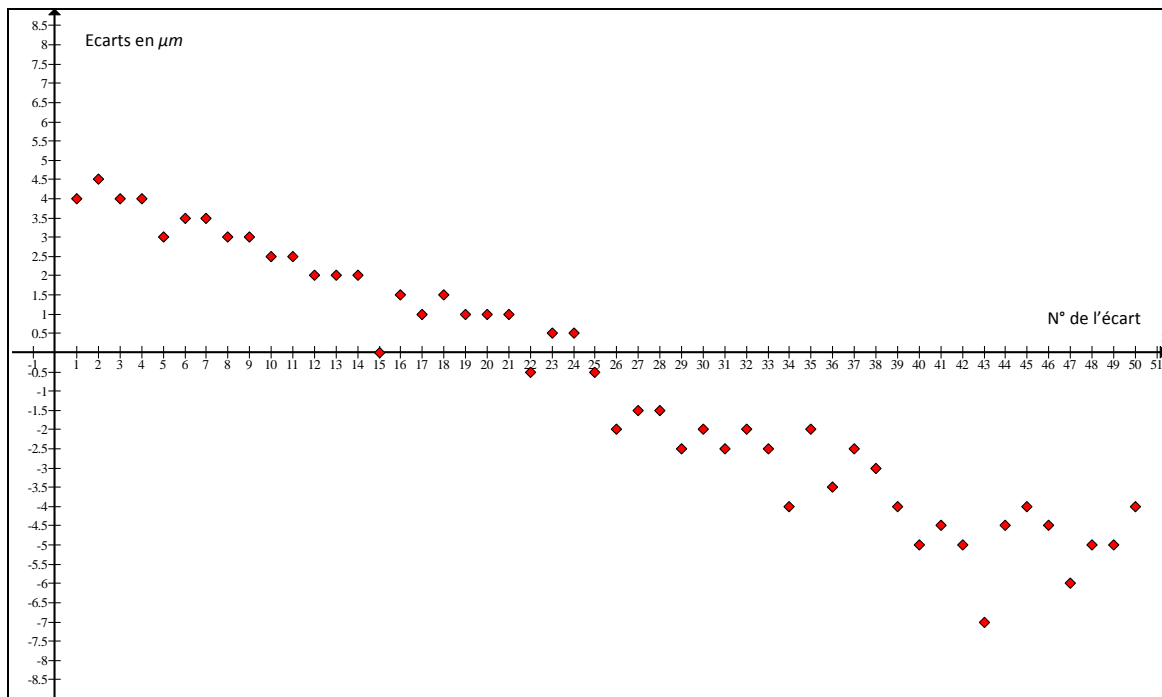
*Fig.4.4 : Interface de la droite d'ajustement et son équation*

### 5.3. Résultats et interprétations

#### 4.3.1. Expérience (1) - Dispersion thermique de la machine

➤ **Machine à froid**

D'après les résultats obtenus par la première manipulation (tableau 3.1), on a tracé les écarts enregistrés par le comparateur, se qui nous donne le nuage de points suivant (fig.4.5).

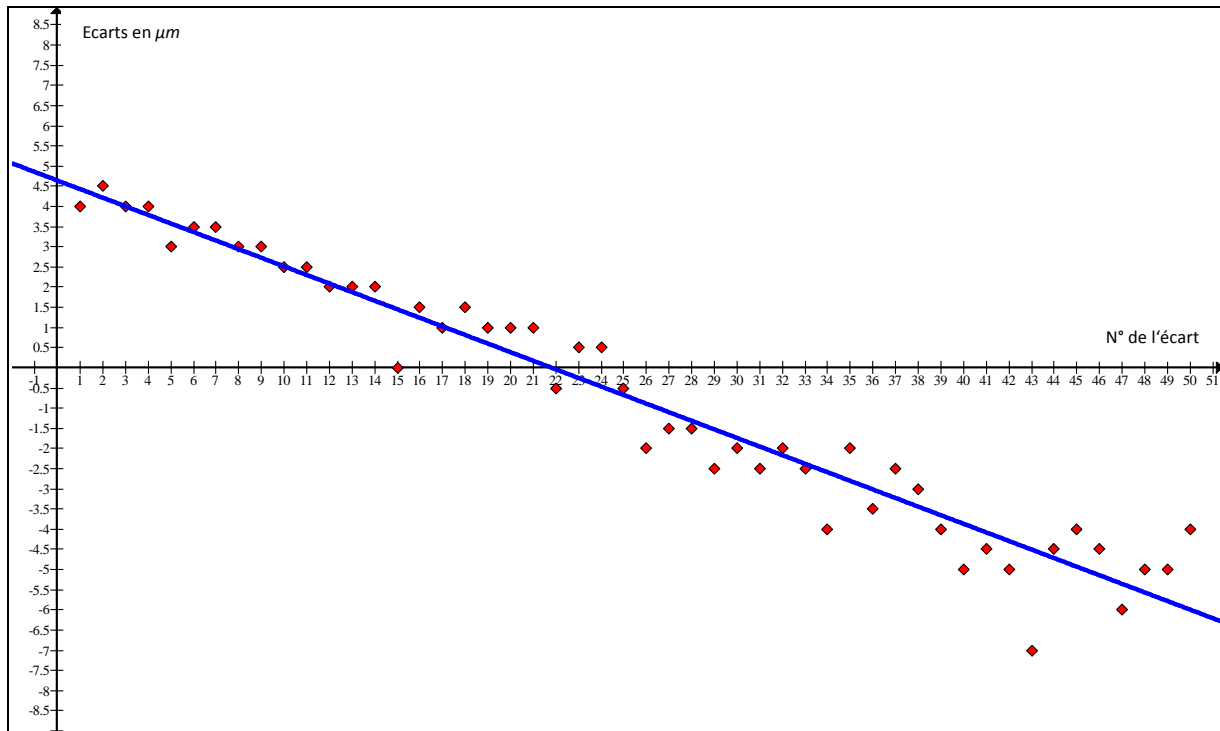


*Fig. 4.5: Tracé des dispersions - machine à froid*



Nous constatons que les écarts sont positifs au début du travail sur la machine puis ils deviennent progressivement négatifs avec l'élévation de température de la machine. Ceci nous montre qu'au début de l'expérience les dispersions de la machine ne sont pas stables. Plus la température de la machine augmente nous constatons que les écarts diminuent jusqu'à la stabilité thermique ou les écarts deviennent faibles.

La (fig.4.6) représente la droite de régression de ce nuage de points.



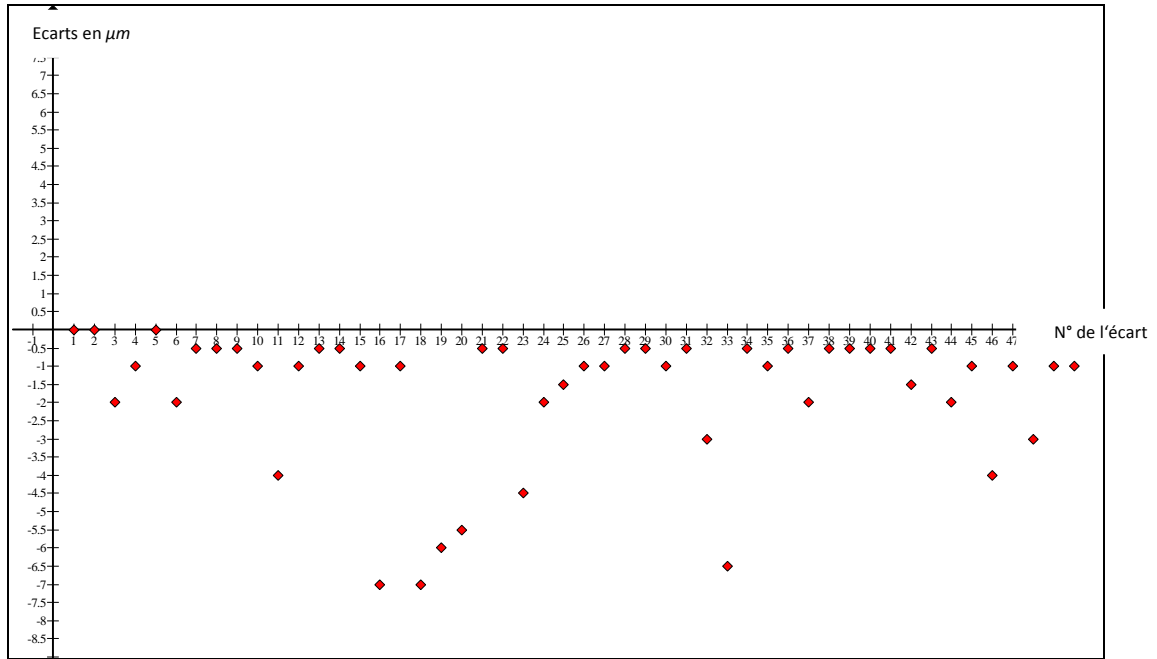
**Fig. 4.6: Droite de régression du tracé des dispersions - machine à froid**

L'équation de la droite de régression est :

$$f(x) = - 0.21270108x + 4.6338776 \quad ; R^2=0.944$$

➤ **Machine à chaud**

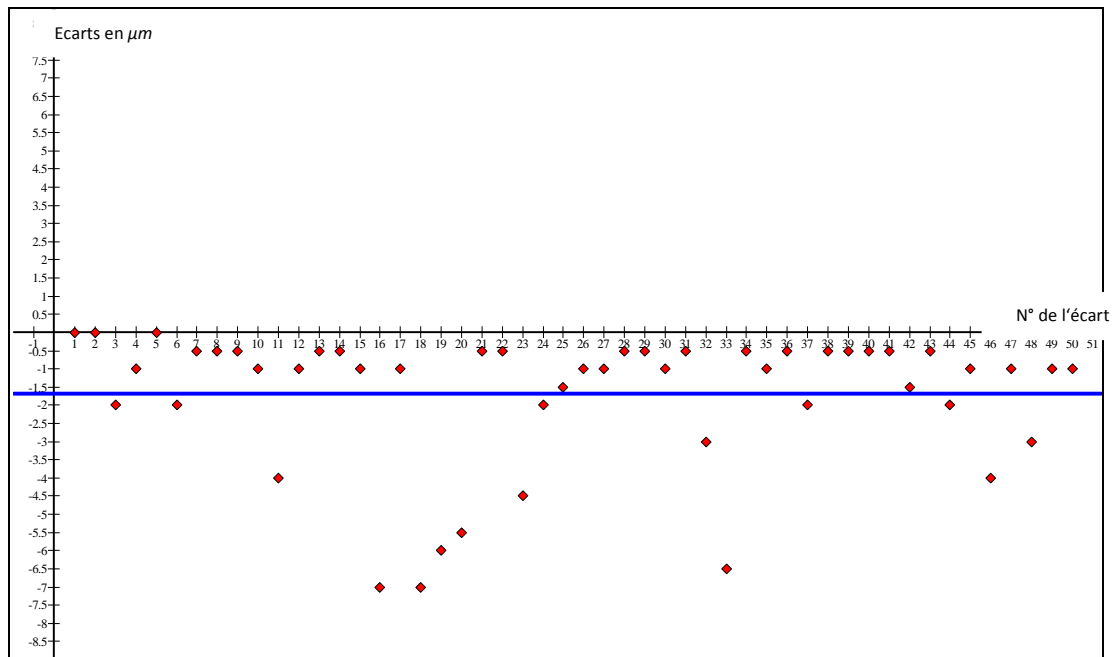
D'après les résultats obtenus par la première manipulation (Tableau 3.2), on a tracé les écarts enregistrés par le comparateur, se qui nous donne le nuage de points suivant (Fig.4.7).



**Fig. 4.7: Tracé des dispersions - machine à chaud**

Après la mise en marche de la machine pendant 45 minutes l'expérience montre que les écarts obtenus sont tous négatifs avec quelques valeurs éloignées, ceci nous montre qu'il y a une stabilité thermique c'est à dire que les écarts de dispersions sont faibles, et la droite de régression ci-dessous le montre bien.

La (fig.4.8) représente la droite de régression de ce nuage de points.



**Fig. 4.8: Droite de régression du tracé des dispersions - machine à chaud**

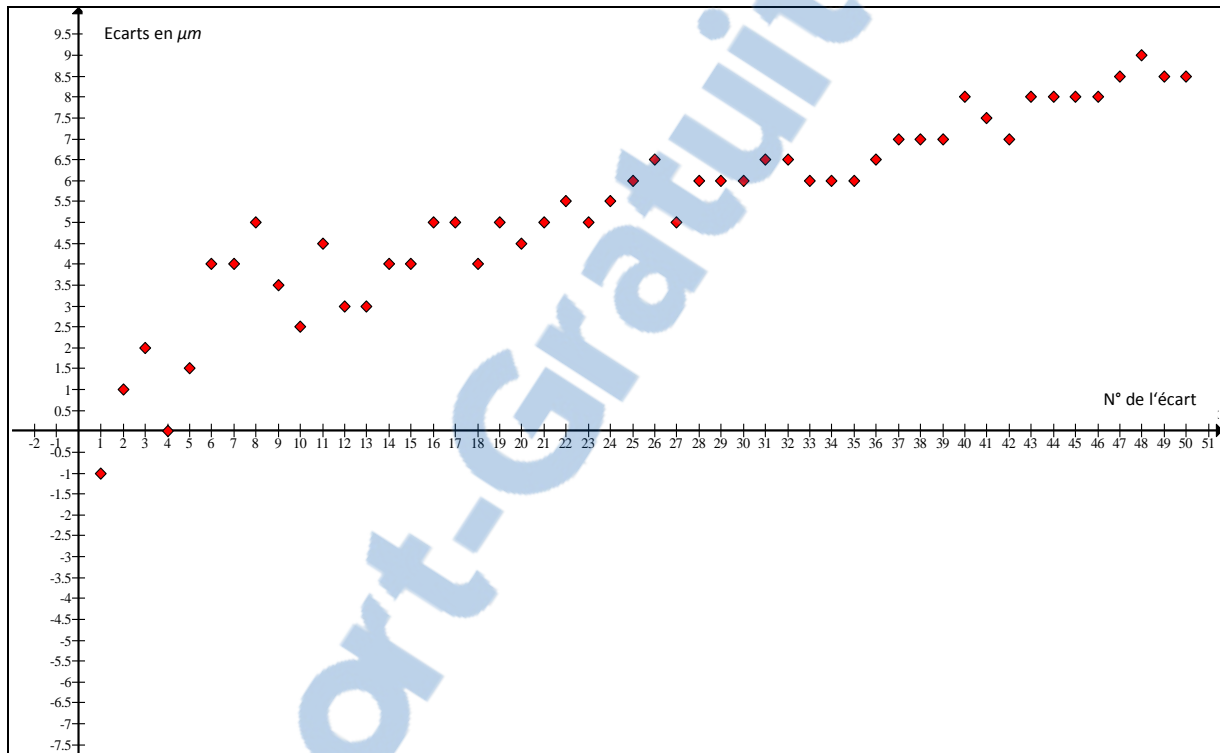
L'équation de la droite de régression est :

$$f(x) = - 0.00024009604x - 1.6938776$$

$$R^2=3.4497E-6$$

#### 4.3.2. Expérience (2) - Dispersion de la mise en position du porte-outil

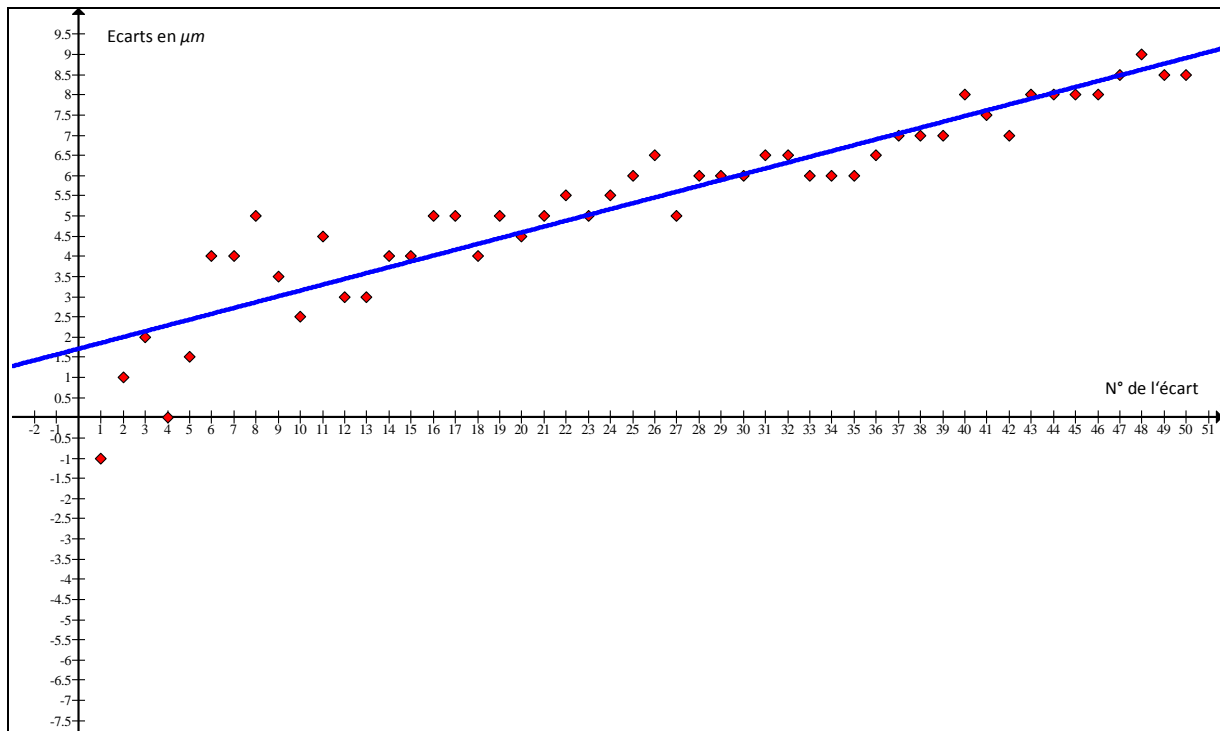
D'après les résultats obtenus par la manipulation (tableau 3.3), on a tracé les écarts enregistrés par le comparateur, se qui nous donne le nuage de points suivant (fig.4.9).



**Fig. 4.9: Tracé des dispersions de la remise en position du porte-outil**

*Nous constatons que les écarts sont tous positifs pendant toute la manipulation. L'écart entre deux manipulations est très réduit, ce qui prouve que les dispersions sont très réduites, aussi que le jeu de montage du porte-outil est très faible.*

La (Fig.4.10) représente la droite de régression.



*Fig. 4.10: Droite de régression du tracé des dispersions du porte-outil*

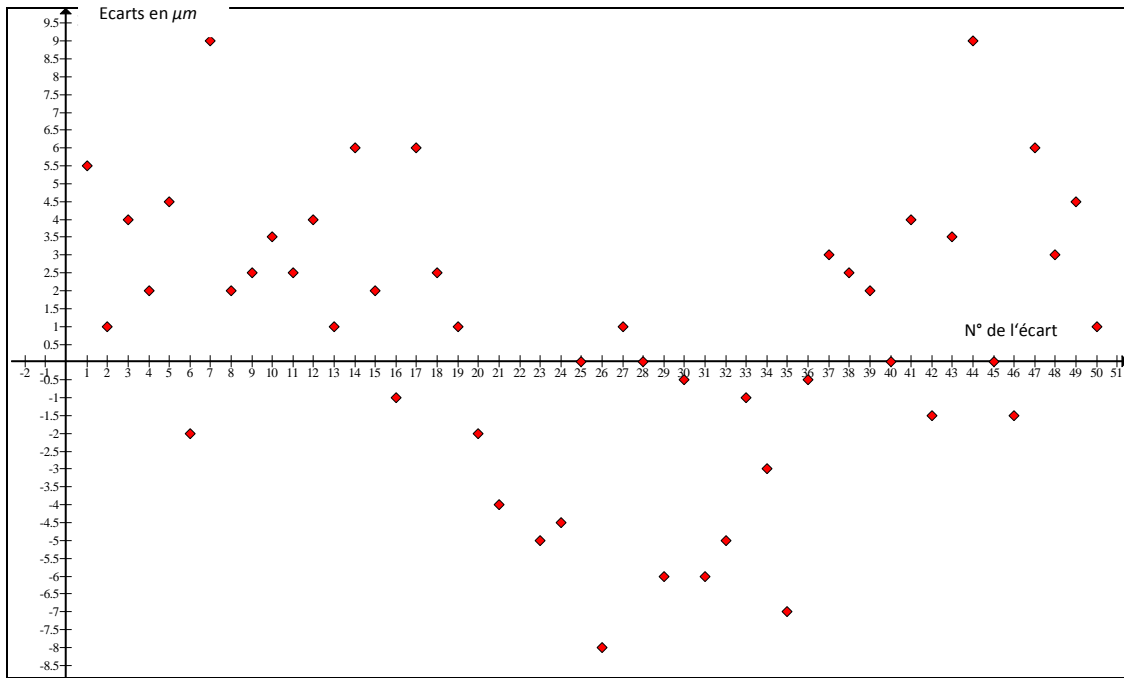
L'équation de la droite de régression est :

$$f(x) = 0.14403361x + 1.6971429 \quad ; R^2=0.8644$$

### 4.3.3. Expérience (3) - Dispersion de la mise en position de la pièce brute

D'après les résultats obtenus par la manipulation (tableau 3.4), on a tracé les écarts enregistrés par le comparateur, se qui nous donne le nuage de points suivant (fig.4.11).

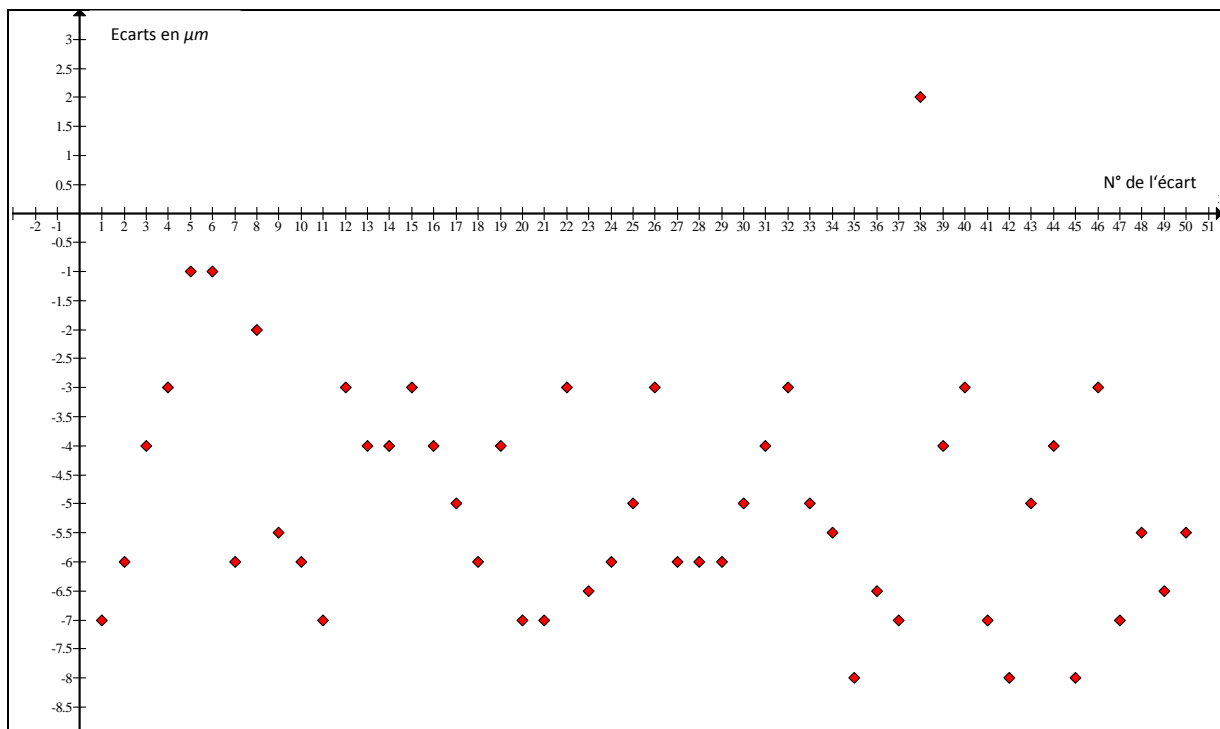
*Nous constatons que les écarts sont réparties d'une façon aléatoire est ce ci montre que le contact sur la surface brute utilisée est irrégulière dans sa forme.*



**Fig. 4.11: Tracé des dispersions de la mise en position de la pièce sur le mandrin - Pièce brute**

#### 4.3.4. Expérience (4) - Dispersion de la mise en position de la pièce usinée

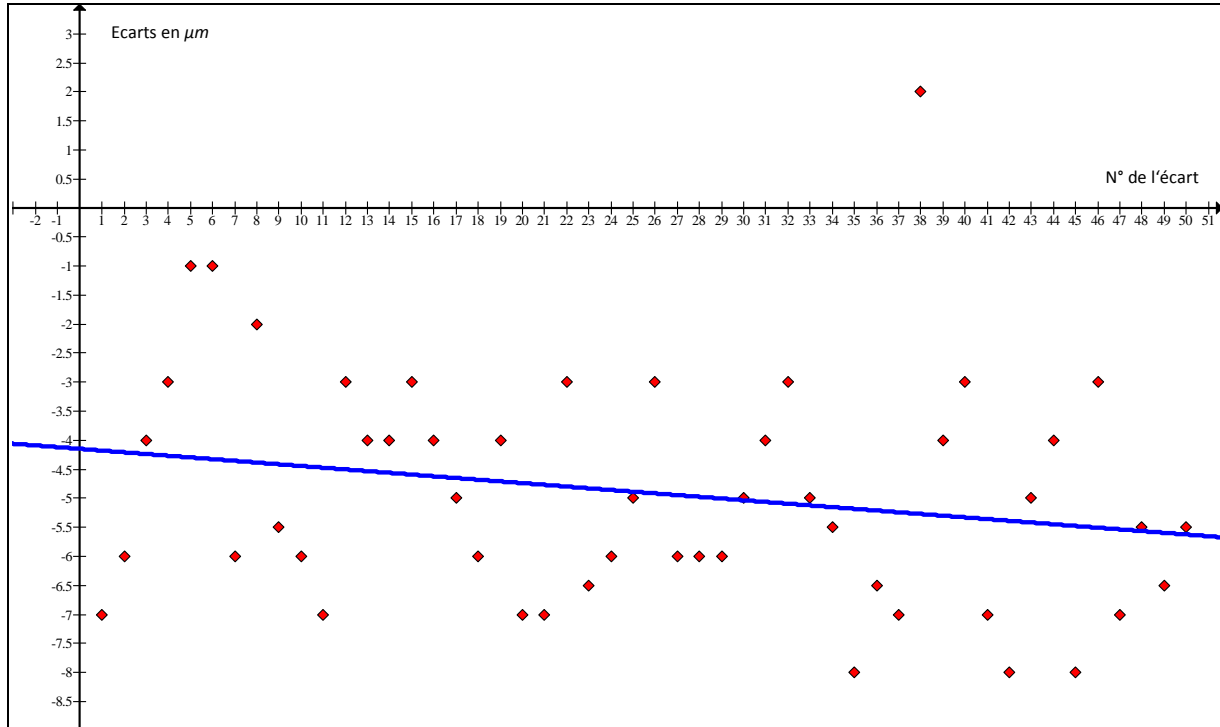
D'après les résultats obtenus par la manipulation (tableau 3.5), on a tracé les écarts enregistrés par le comparateur, se qui nous donne le nuage de points suivant (fig.4.12).



**Fig. 4.12: Tracé des dispersions de la mise en position de la pièce sur le mandrin - Pièce usinée**

Nous constatons que les écarts sont négatifs pendant toute la manipulation sur la pièce usinée, est ce qui nous montre que l'étendue des écarts est faible.

La (fig.4.13) représente la droite de régression de ce nuage de points.



**Fig. 4.13: Droite de régression du tracé des dispersions de la mise en position de la pièce sur le mandrin - Pièce usinée**

L'équation de la droite de régression est :

$$f(x) = - 0.029507803x - 4.157551 \quad ; R^2=0.0453$$

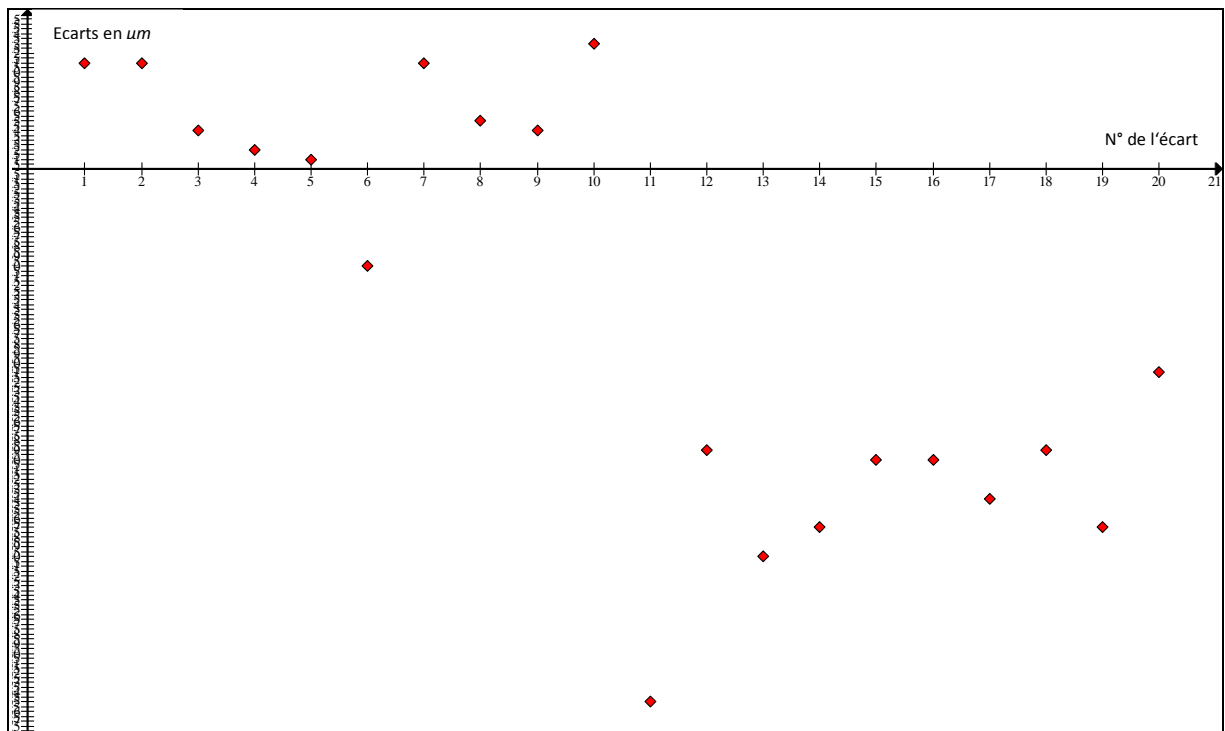
#### 4.3.5. Expérience (5) - Dispersions de dressage en série

On a tracé les écarts enregistrés par le comparateur (Tableau 3.6), par la manipulation se qui nous donne le nuage de points suivant (Fig.4.14).

*D'après le tracé nous constatons que les écarts sont fractionnés en deux sections, et ceci à cause de la rupture de l'outil après l'usinage de 10 pièces.*

*La première section on a des écarts positifs avec des petits intervalles de dispersions entres eux parce que l'outil est neuf,*

*La deuxième section après l'effondrement de l'arête de l'outil on a directement des écarts négatifs avec des grands intervalles de dispersions.*



*Fig. 4.14: Tracé des dispersions du contrôle des pièces usinées - Dressage en série*

#### 5.4. Capabilité de la machine Cm, Cmk

##### 4.4.1. Calcul de la moyenne, variance et écart type

Le tableau suivant présente les calculs de la moyenne  $\bar{x}$ , et la variance  $v$  ainsi que la l'écart type  $\sigma$  enregistrés dans les différentes expériences.

Les méthodes de calcul sont présentées au chapitre II.

|                                      | $\bar{x}$ | $V$        | $\sigma$   |
|--------------------------------------|-----------|------------|------------|
| <i>Machine à froid</i>               | -0,0079   | 0,00099809 | 0,03159256 |
| <i>Machine à chaud</i>               | -0,017    | 0,000348   | 0,01865476 |
| <i>Porte-outil</i>                   | 0,0537    | 0,00049981 | 0,02235643 |
| <i>Surface brute</i>                 | 0,0082    | 0,00147976 | 0,03846765 |
| <i>Surface usinée</i>                | -0,0491   | 0,00040069 | 0,02001724 |
| <i>Dressage en série (10 pièces)</i> | 0.052     | 0.004236   | 0.06508456 |

*Tableau 4.1 : Calcul de la moyenne, variance et écart type*

|                                      | $\sigma$   | $3\sigma$  | $6\sigma$   |
|--------------------------------------|------------|------------|-------------|
| <i>Machine à froid</i>               | 0.03159256 | 0.09477768 | 0.189555373 |
| <i>Machine à chaud</i>               | 0.01865476 | 0.05596428 | 0.11192856  |
| <i>Porte-outil</i>                   | 0.02235643 | 0.06706929 | 0.13413858  |
| <i>Surface brute</i>                 | 0.03846765 | 0.11540295 | 0.2308059   |
| <i>Surface usinée</i>                | 0.02001724 | 0.06005172 | 0.12010344  |
| <i>Dressage en série (10 pièces)</i> | 0.06508456 | 0.19525368 | 0.39050736  |

**Tableau 4.2 : Calcul de la dispersion  $3\sigma$  et  $6\sigma$**

#### 4.4.2. Capabilité

D'après les expériences et les résultats trouvés, on peut vérifier la capabilité de la machine utilisée (Tour parallèle **WEILER**), par les formules suivantes [3]:

- Deux spécifications

$$Cp = \frac{T_s - T_i}{6\sigma} \quad (4.1)$$

- Une seule spécification :  $T_s$  ou  $T_i$

$$Cp = \frac{T_s - \bar{x}}{3\sigma} \quad (4.2)$$

$$Cp = \frac{\bar{x} - T_i}{3\sigma} \quad (4.3)$$

Avec :

$T_s$  : limite de spécification supérieure

$T_i$  : limite de spécification inférieure

$T_s - T_i$  = intervalle de tolérance

$\sigma$  : écart type de la dispersion de la machine.



### ✓ L'indice Cpk

L'indice *Cpk* est introduit afin de donner une certaine influence à la moyenne.

$$Cpk = \min \{CPL, CPU\} \quad (4.4)$$

Avec :

$$CPL = \frac{\bar{x} - Ti}{3\sigma} \quad CPU = \frac{T_s - \bar{x}}{3\sigma} \quad (4.5)$$

D'après ces formules, on va calculer la capabilité puis on va vérifier la valeur trouvée avec les trois conditions suivantes :

- Si  $C_p$  et  $C_{pk} > 1$   $\Rightarrow$  Procédé capable et bien centré.
- Si  $C_p > 1$  et  $C_{pk} < 1$   $\Rightarrow$  Procédé capable et mal centré.
- Si  $C_p < 1$   $\Rightarrow$  Procédé non capable.

#### 4.4.3. Exemple illustratif

Soit le dessin de définition représenté ci-dessous (Fig. 4.16). Les surfaces 1 et 2 sont usinées en grande série, pour cela nous voulons vérifier la capabilité de la machine pour ces opérations de dressage.

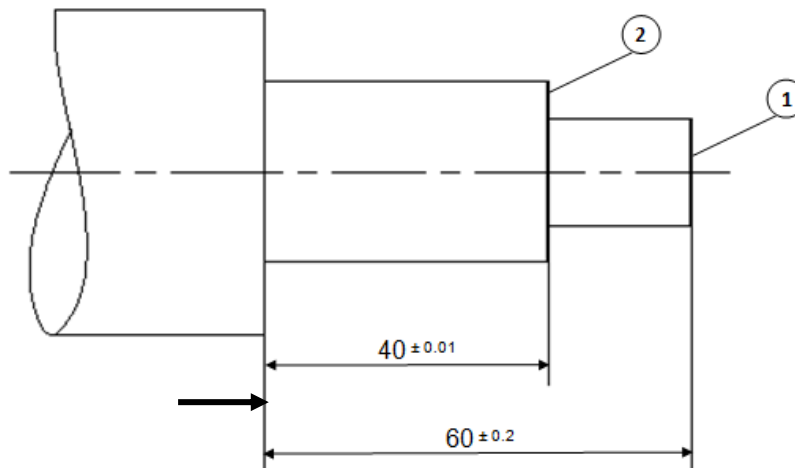


Fig. 4.16: Dessin de définition

Pour le dressage de la surface (1) Le calcul est le suivant :

On utilise la formule (4.1) 
$$Cp = \frac{T_s - Ti}{6\sigma}$$

$$T_s - T_i = 60,2 - 59,8 = 0,4$$

$6\sigma = 0,39050736$  (nous avons pris la valeur de  $\sigma$  calculée pour le dressage des dix premières pièces).

$$C_m = \frac{0,4}{0,39050736} \qquad \qquad \qquad \mathbf{C_m = 1,0243}$$

On a trouvée  $C_m > 1$ , alors notre machine est capable pour l'usinage de la surface (1) avec la cote mentionnée sur le dessin.

On ce qui concerne le dressage de la surface (2) le calcul est le suivant :

$$T_s - T_i = 40,01 - 39,99 = 0,02$$

$6\sigma = 0,39050736$  (nous avons pris la valeur de  $\sigma$  calculée pour le dressage des dix premières pièces).

$$C_m = \frac{0,02}{0,39050736} \qquad \qquad \qquad \mathbf{C_m = 0,0512}$$

On a trouvée  $C_m < 1$ , alors notre machine est non capable pour l'usinage de la surface (2) avec la cote mentionnée sur le dessin.

*On peut conclure que notre machine est capable de réaliser que les cotes à intervalle de tolérance large.*

## **5.5. Conclusion**

Ce chapitre a résumé les résultats obtenus, les graphes et les interprétations de chaque expérience. Un exemple illustratif a été fait pour montrer le calcul de capacité de la machine.

# **Conclusion générale et perspectives**

## **Conclusion générale et perspectives**

Le projet de fin d'étude consiste à déterminer les différentes dispersions de la machine-outil « Tour parallèle WEILER 9592 » qui se trouve au niveau du Hall Technologique de la faculté de technologie

Premièrement, on a évalué les différentes dispersions de la machine-outil, puis on a réalisé un usinage. L'opération est un dressage de face en série de 20 éprouvettes. Le contrôle des surfaces dressées est réalisé au niveau de la salle de Métrologie du Hall. Pour évaluer les écarts enregistrés de l'usinage.

Deuxièmement, et après les manipulations, on a fait un traitement des résultats obtenus par des nuages de points et des droites d'ajustements, suivi des calculs statistiques de la moyenne et l'écart type de chaque expérience.

Troisièmement, et d'après les résultats trouvés on a pu déterminer la capabilité de la machine utilisée, et un exemple illustratif a été donné.

Comme perspective, nous proposons d'établir une fiche technique des dispersions de chaque machine-outil du Hall Technologique, et ceci dans une éventuelle préparation d'un avant projet d'étude de fabrication pour un travail de série.

Rapport-gratuit.com

# **Références bibliographiques**

## Références Bibliographiques

- [1] **A. CHEVALIER, J. BOHAN**, *Guide de Technicien en Productique*  
Edition Hachette Technique, Année 2008.
- [2] **A. CHEVALIER**, *Guide du Dessinateur Industriel*  
Edition Hachette Technique, Année 2004.
- [3] **G. SCHAEFFER**, *Etudes de capabilité en vue d'améliorer les moyens de production*  
Stage de fin d'étude master de mathématiques et applications,  
Université de STRASBOURG, Année 2012.
- [4] **Norme française NF X 06-033**, *Aptitude des moyens de production et des processus de fabrication - Généralités*, AFNOR, Année 1995.
- [5] **Norme française NF E60-181**, *Moyens de production - Conditions de réception - Méthode d'évaluation de l'aptitude à réaliser des pièces*, AFNOR, Année 2001.
- [6] **P. JAFFARD**, *Initiation aux méthodes de la statistique et du calcul des probabilités*  
3<sup>e</sup>édition MASSON, Paris, Année 1996.
- [7] **Didier Müller**, *Cahier Statistiques*  
LCP, Année 2012.
- [8] **M. BOUMAH RAT, A. GOURDIN**, *Méthodes numériques appliquées*  
OPU , Alger, Année 1993.
- [9] **Michèle Le Bras, Claudine Merdy, Lydia Misset, Denis Ravaille**, *Déclic Term ES*  
Edition Hachette éducation, Année 2006.
- [10] **G.BRANGER DESFORGES**, *Guide de Bureau des Méthodes*  
Edition Hachette Technique, Année 1974.

### Sites WEB

- |   |                        |
|---|------------------------|
| <a href="http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/fr/">http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/fr/</a>                               | Consulté en Mai 2013.  |
| <a href="http://publications.ctn.asso.fr/la_lettre/lettre">http://publications.ctn.asso.fr/la_lettre/lettre</a> .                               | Consulté en Juin 2013. |
| <a href="http://techniques-ingenieur.fr/glossaire/capabilite-processus">http://techniques-ingenieur.fr/glossaire/capabilite-processus</a>       | Consulté en Mai 2013.  |
| <a href="http://kastler.org/cdt01/.../2483_19-2_Dispersions_-_Cours.pdf">http://kastler.org/cdt01/.../2483_19-2_Dispersions_-_Cours.pdf</a>     | Consulté en Juin 2013. |
| <a href="http://cipcgw.insa-lyon.fr/~atoumine/pdf/cours_complet_ecran.pdf">http://cipcgw.insa-lyon.fr/~atoumine/pdf/cours_complet_ecran.pdf</a> | Consulté en Juin 2013. |