Table des matières

Remerciements……..1

Introduction ……3

1. Transport ferroviaire……..4
   1.1 Contexte ……..4
   1.2 La gestion opérationnelle des circulations……..4
   1.3 Notions ferroviaires élémentaires……5
      1.3.1 Définitions élémentaires……5
      1.3.2 Structure d'un réseau……6
   1.4 Architecture technique et liens avec le modèle mathématique……8
   1.5 Problématique……..8
      1.5.1 Construction de graphiques de circulation……..9
      1.5.2 Insertion de circulations……10
      1.5.3 Gestion des aléas……...10

2. Formulation……..11
   2.1 Notations générales……11
      2.1.1 Variables……..11
      2.1.2 Données……11
      2.1.3 Contraintes du modèle à temps continu……..12
      2.1.4 Contraintes de durée minimale de correspondance…… .13
      2.1.5 Fonction objectif……...13
   2.2 Formulation en temps discret……...14
      2.2.1 Problème de type programmation entière……14
      2.2.2 Problème de type multiflot dans un domaine espace-temps……....14

3. Résolution par les langages CPLEX et C……..17
   3.1 Rappel sur CPLEX ……....17
   3.2 Programmation en CPLEX ……17
      3.2.1 Programme des contraintes à temps continu ……17
      3.2.2 L'affichage du programme……18
   3.3.1 Programmation en C……18
   3.3.2 L'affichage du programme ……19

Conclusion ……20

Bibliographie……..21

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Introduction

Le transport ferroviaire a donné lieu à de très nombreuses applications en Recherche Opérationnelle. Ce mode 2 transport est actuellement en pleine évolution, et est appelé à croître dans les prochaines années, notamment pour répondre à des besoins de mobilité accrue et pour des raisons environnementales et de développement durable. Ces évolutions font émerger de nombreux problèmes auxquels la Recherche Opérationnelle peut apporter des solutions.

La régulation ferroviaire lorsqu'elle porte sur un périmètre important est un problème complexe. Elle intervient dans la phase opérationnelle de la production. Son rôle consiste à trouver de nouvelles solutions en termes de planification des mouvements de trains suite à l'apparition d'un incident empêchant la réalisation normale du plan de transport tel que préétabli lors des phases en amont de la production.

La contribution de ce travail s'organise autour de trois axes : d'abord la modélisation du système ferroviaire, puis les modèles mathématiques pour l'optimisation de la régulation du trafic ferroviaire et enfin une partie consacrée à la résolution du probème.
Le premier axe consiste à définir une représentation abstraite du réseau ferroviaire et formaliser l'ensemble du fonctionnement du système ferroviaire. Ce modèle couvre en particulier une description de l'infrastructure qui permet plusieurs niveaux de représentation et proposer notre problématique gestion des conflits.
Le deuxième axe s'articule autour de l'étude des modèles mathématiques pour la régulation du trafic ferroviaire. Nous y présentons les évolutions d'un modèle en temps continu, puis nous proposons un modèle innovant à temps discret.
Enfin, l'objectif industriel consiste à proposer des solutions permettant une intégration des outils d'aide à la décision dans le futur système de gestion des circulations.

1. Transport ferroviaire

1.1 Contexte

Le secteur ferroviaire vit une phase d'accélération de son évolution (expansion des trains, mises en concurrence, développement des trafics transnationaux, préférence environnementale, etc.). En conséquence, les trafics s'intensifient et les méthodes de production se rationalisent. Ainsi certains secteurs de la production ferroviaire gagnent en complexité et nécessitent de nouveaux outils d'aide à la décision. C'est le cas en particulier de la construction des grilles horaires et de la gestion opérationnelle des circulations.

1.2 La gestion opérationnelle des circulations

La densité des trafics approche la saturation de l'infrastructure dans de nombreuses zones. Cette densification est d'ailleurs elle-même rendue possible en partie grâce aux outils d'optimisation de construction des grilles horaires. Cependant cette même densification rend les incidents plus fréquents et surtout leurs conséquences plus importantes ou, au moins, beaucoup plus difficiles à gérer efficacement.
D'autre part on assiste à une prise de conscience du rôle des interactions entre différentes parties du système ferroviaire ; on souhaite donc à présent optimiser la régulation de grandes zones de manière globale et non plus seulement gérer de petites zones localement.
La replanification et la gestion des circulations en temps réel nécessitent donc de plus en plus des outils d'aide à la décision adaptés.
Schématiquement le problème pourrait se résumer de la manière suivante : suite à l'apparition d'un ou plusieurs incidents, les horaires théoriques ne sont plus réalisables. La recherche d'une solution consiste à trouver de nouveaux horaires, de nouveaux routages et de nouveaux ordonnancements pour chaque circulation. Cette recherche doit se limiter à l'espace des solutions réellement possibles qui est régi par un ensemble de contraintes métiers à respecter absolument.

Liens avec le problème de la construction de grilles horaires (planification)

Le problème de la gestion opérationnelle des circulations ressemble donc beaucoup en principe à celui de la planification.
Du point de vue *mathématique,* la minimisation des pénalités liées à des écarts horaires (respectivement entre l'horaire commercial souhaité et l'horaire obtenu dans

le cas de la planification, et entre l'horaire théorique et l'horaire finalement réalisé dans le cas de la replanification). Néanmoins, la hiérarchie entre plusieurs objectifs peut aussi différer sensiblement.

Ainsi, la principale spécificité est liée à l'aspect *temps réel* de la gestion des circulations. Ceci amène plusieurs conséquences.
D'abord **le temps de calcul** devient évidement une limite opérationnelle forte. Alors que la planification met en jeu des problèmes dont les solutions seront appliquées au plus tôt dans quelques jours, dans le cas de la gestion opérationnelle, le délai atteint à peine quelques minutes. Les méthodes de résolution ne sont donc pas nécessairement semblables (à défaut d'être *optimale*, il faut a minima une *bonne* solution réalisable, rapidement).

Ensuite, le niveau de **précision** requis constitue une différence fondamentale. En phase de planification, aujourd'hui l'outil d'aide à la décision peut servir de support à l'expert pour construire la grille horaire ; il le guide dans la construction du scénario global, mais souvent, l'objectif ne consiste pas à construire directement une grille horaire opérationnelle (c'est à dire effectivement réalisable en l'état sur le terrain, avec des consignes de vitesse très précises et une prise en compte détaillée des aspects de sécurité et de signalisation).

1.3 Notions ferroviaires élémentaires

Avant de continuer plus avant, il paraît nécessaire de développer quelques concepts spécifiques au monde ferroviaire et au problème métier qui nous intéresse.
Or on ne peut pas faire abstraction sans dommage pour la qualité de notre réflexion de ses spécificités.

1.3.1 Définitions élémentaires

Ce paragraphe propose quelques définitions indispensables à la bonne compréhension du sujet.

Le plan de transport regroupe l'ensemble des dispositions destinées à organiser les ressources (humaines, matérielles, . . .) mises en place pour transporter des biens ou des personnes (ici par voie ferrée). Parmi celles-ci *les circulations* désignent les mobiles horaires, c'est-à-dire des ressources associant un matériel roulant dont les mouvements sont planifiés et une *mission* ou *desserte* constituée d'une succession de points d'arrêts commerciaux ou techniques (arrêts de service, . . .) utiles à l'entreprise ferroviaire. La *marche* d'une circulation désigne l'ensemble des temps de parcours intermédiaires entre deux points du réseau ferré. Enfin, l'*infrastructure* est constituée de ressources fixes, qui comprennent la signalisation.

Les *aléas* ou *incidents* recouvrent toute perturbation imprévue. Sans intervention de régulation, ces incidents initiaux génèrent en général un lot de perturbations secondaires en cascade. Néanmoins, celles-ci sont prévisibles dès lors que la perturbation initiale est connue. En revanche de nouveaux aléas peuvent s'ajouter à tout instant à la situation courante ; on parle alors de *sur-incident*.

1.3.2 Structure d'un réseau

Les enjeux économiques importants, l'obligation d'assurer la sécurité des passagers, et la nécessité d'offrir des prestations fia[5]s, aussi bien pour le trafic passager que pour le fret, offrent de nombreuses voies de recherche et domaines d'application pour l'optimisation et l'aide à la décision. Pour cela, il est essentiel de disposer d'une connaissance et d'une représentation adéquate du réseau ferroviaire et des éléments qui le constituent.
Il est de plus souhaitable, voire nécessaire, d'adapter cette représentation en tenant compte de la problématique traitée. Cette adaptation se traduit dans la pratique par une granularité plus ou moins importante. Nous présentons ci-dessous la structure des réseaux ferroviaires selon quatre niveaux de représentation, en partant d'une granularité importante (vision macroscopique, forte agrégation) pour aller vers une granularité fine (vision microscopique, faible agrégation).

1er niveau de représentation : réseau ferroviaire

Le premier niveau considère l'interconnexion des axes de circulation formant le réseau ferroviaire. Cette représentation peut être obtenue à l'aide d'un graphe, dans lequel les sommets représentent les *nœuds* du réseau, c'est à dire les gares et bifurcations, et les arcs (ou arêtes), appelés *tronçons*, représentent les liens directs entre ces nœuds. Des capacités et des temps de parcours peuvent être estimés pour ces différents *points* (nœuds et tronçons), éventuellement des temps d'arrêt (desserte) pour les nœuds de type gare. Une telle représentation, en raison de sa faible précision, est principalement utilisée pour le traitement de problématiques à long terme (niveau stratégique), et permet d'avoir une vision globale, bien qu'approximative, du trafic pouvant transiter par le réseau établi.
La figure suivante illustre cette représentation.

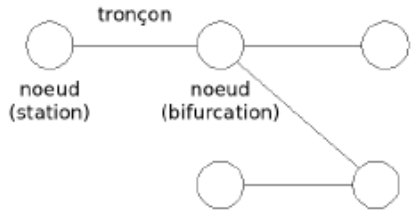


Figure1 : Représentation du réseau ferroviaire : nœuds et tronçons.

2ème niveau de représentation : espacement de sécurité

Les règles de sécurité imposent de plus aux circulations empruntant une même voie de respecter un espacement minimal. Cet espacement permet de s'assurer qu'une circulation dispose d'une distance de freinage suffisante (transcrite ici par un temps) dans le cas où celle-ci serait amenée à rattraper la circulation qui la précède. La valeur de cet espacement dépend de la nature des circulations considérées, une circulation rapide nécessitant une distance (et donc un temps) de freinage plus importante. Dans la pratique, si le nombre de voies aux points du réseau et la nature des circulations constituent des données du problème, l'ordre des circulations est le plus souvent obtenu par résolution d'un problème d'ordonnancement.
La modélisation retenue pour tenir compte des voies. Elle consiste simplement à détailler les voies existantes en chaque n[6]d et tronçon du réseau.

3ème niveau de représentation : cantons

Là encore, la différence avec le niveau de granularité repose sur la prise en compte des contraintes de capacité. Plus exactement, il s'agit ici de considérer non plus un temps d'espacement estimé en fonction de la nature des circulations, mais la gestion des espacements telle qu'elle est faite en réalité.
Pour cela, il nous faut revenir à la gestion « réelle » des espacements. Chaque voie d'un point du réseau est en réalité divisée en *cantons* (aussi appelés *blocks*), délimités à leurs extrémités par une signalisation (pour certaines circulations, la signalisation étant embarquée). Il est important de souligner que le cantonnement n'est pas nécessairement identique selon le sens de circulation considéré.
La prise en compte de ces cantons dans la modélisation, si elle permet de mieux considérer les contraintes d'espacement, a toutefois l'inconvénient d'augmenter de façon importante la taille du modèle. Cette représentation est ainsi utilisée plutôt pour l'étude de problèmes sur des sous-réseaux de taille réduite, par exemple pour la gestion des circulations en des nœuds importants, pour lesquels une évaluation précise du trafic et de sa capacité est souhaitée. Une illustration de cette représentation est présentée figure suivante :

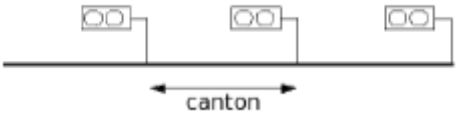


Figure 2 : Représentation du réseau ferroviaire : cantonnement d'une voie.

4ème niveau de représentation : circuits de voie

Le 4ème niveau est la granularité la plus fine. On tient compte ici des mécanismes de détection utilisés par les systèmes de signalisation. Chaque canton est pour cela divisé en *circuits de voie*, sur lesquels s'effectue réellement la détection.
La modélisation tient alors compte de la présence de ces circuits afin de déterminer la position exacte des trains sur le sous-réseau ferroviaire étudié. Là encore, ceci

conduit à accroître la taille du modèle, et ne peut être utilisé que sur des sous-réseaux de petite taille, principalement dans des problématiques d'ordonnancement dans des nœuds complexes.

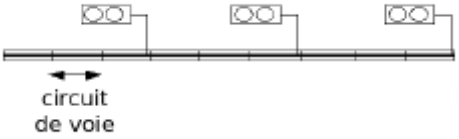


Figure 3 : Représentation du réseau ferroviaire : circuits de voie.

1.4 Architecture technique et liens avec le modèle mathématique

Le modèle de données contient les contraintes métiers relatives à chaque élément (objet). Ce modèle métier sera au fi 7 transposé en problème mathématique (contraintes mathématiques) selon la formulation souhaitée.
La figure suivante illustre les différentes couches intermédiaires de modèles.

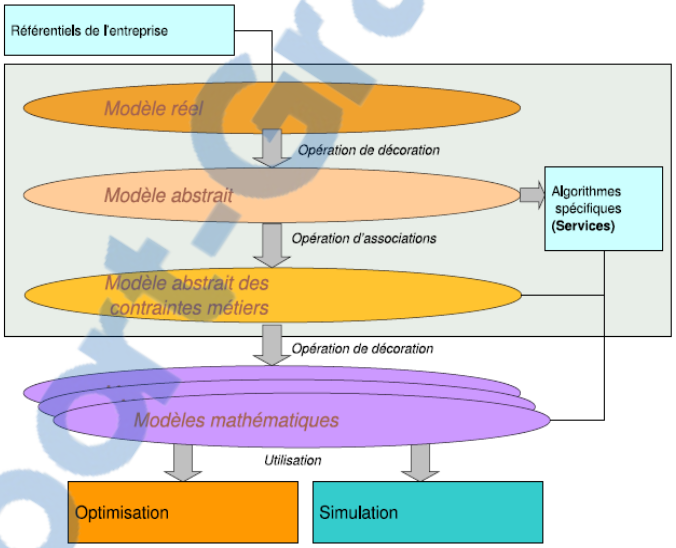


Figure 4 : Différentes couches de modèles

1.5 Problématique

De nombreuses problématiques d'optimisation dans le contexte ferroviaire ont été définies et étudiées, à tous les niveaux de décision. Du point de vue théorique, elles ont conduit à la publication de nombreux travaux, tandis que du point de vue pratique, des outils logiciels ont été développés et sont utilisés pour la résolution de ces problématiques.
Comme cela est mis en évidence sur la figure 5, ces différentes problématiques peuvent être classées selon deux critères principaux. Un premier critère correspond à la portée temporelle du problème. On distingue pour cela les portées stratégiques,

Rapport-Gratuit.com

d'horizon lointain (une à plusieurs années), tactiques, à moyen terme (de l'ordre de la semaine à l'année) et opérationnels, à très court terme (de quelques heures, minutes au temps réel).classification peut être défini par le niveau de représentation nécessaire pour la modélisation du problème, allant d'une vision macroscopique à un niveau « microscopique ». On pourra noter que ces deux classifications sont partiellement liées.
Dans notre étude, nous nous sommes particulièrement intéressés à trois problématiques que nous détaillons ci-dessous

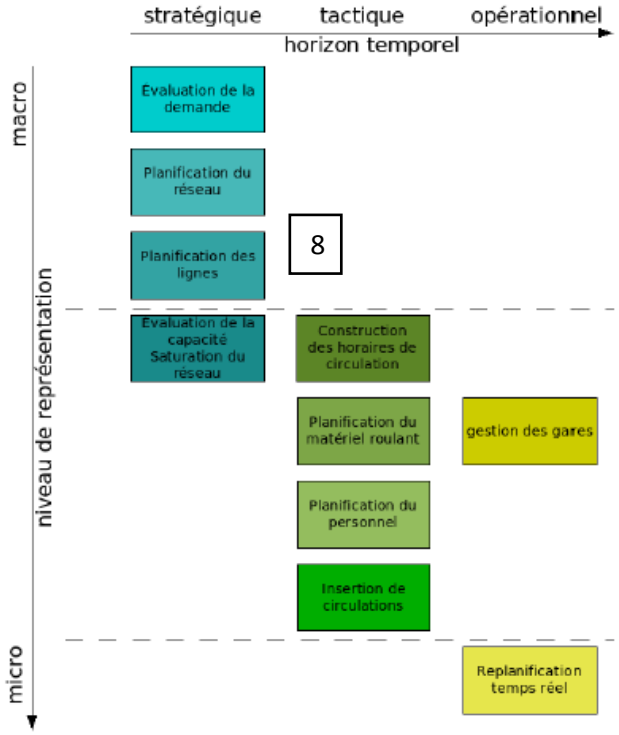


Figure 5 : Classification de problèmes d'optimisation ferroviaire

1.5.1 Construction de graphiques de circulation

La construction de graphique de circulation fait partie des problèmes tactiques portant sur des décisions le plus souvent à moyen ou long terme. Les graphiques de circulation (figure 6) représentent sur un diagramme espace-temps les circulations empruntant un itinéraire donné. La construction de ces graphiques est un problème fortement combinatoire. Elle nécessite la prise en compte d'un nombre important de contraintes qui peuvent être :
– le respect des règles de sécurité : espacement des trains sur les nœuds et tronçons
– des contraintes commerciales portant par exemple sur les temps d'arrêts maximums

Parmi les graphiques respectant les contraintes, on s'intéresse en général à déterminer ceux optimisant un ou plusieurs objectifs quantitatifs ou qualitatifs.
Le nombre de circulations planifiées est par exemple un objectif quantitatif que l'on tentera de maximiser.

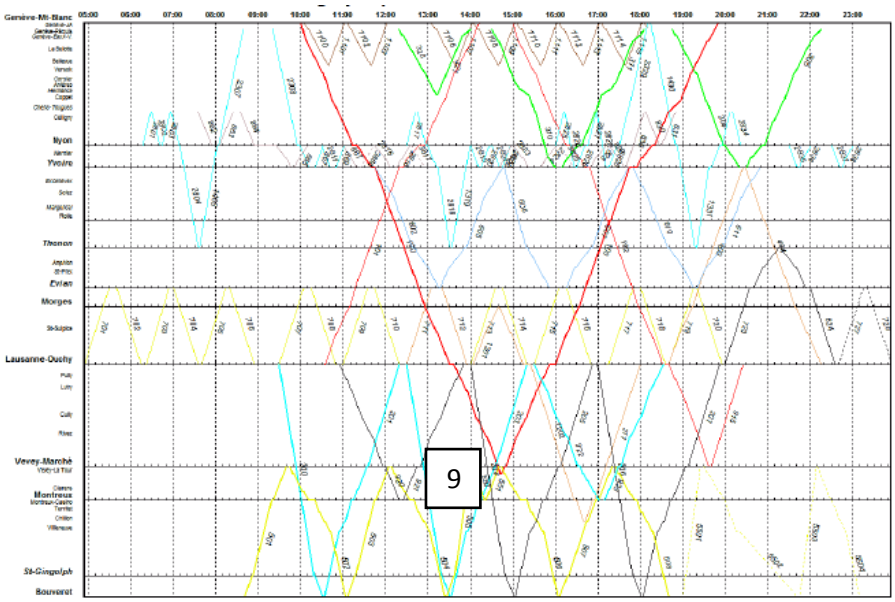


Figure 6: Exemple de graphique de circulation

1.5.2 Insertion de circulations

Cette problématique découle dans un sens de la précédente. Elle acquiert, avec la privatisation des services, une importance particulière. Il s'agit de positionner, dans un graphique de circulation existant, une nouvelle circulation qui doit respecter les contraintes liées à la capacité et à la sécurité du réseau.
Cette insertion, idéalement, doit se faire sans modification des circulations préexistantes.

1.5.3 Gestion des aléas

La gestion des aléas que nous traitons dans ce travail porte sur des décisions à court terme. Etant donné un graphique de circulations construit préalablement, il s'agit de suivre l'évolution de ce graphique et d'y apporter les correctifs induits par les aléas inévitables apparaissant dans l'exécution temps réel du plan de trafic prévu. Nous entendons par aléas tout incident non prévu dans la circulation. Nous ne considérons que les conséquences quantitatives de ces aléas se traduisant par le retard d'une ou plusieurs circulations. Une fois le retard détecté et quantifié, la grille de circulation en cours d'exploitation est modifiée afin de minimiser les effets de l'aléa.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

2. Formulation

2.1 Notations générales

Si nous prenons la convention de décrire l'ordre et les horaires d'entrée et de sortie aux (seuls) nœuds, on note :

C : ensemble des circulations, notées c,

N : ensemble des nœuds, notés n,

$N(c)$: ensemble des nœuds pouvant être empruntés par la circulation $c \in C$,

$C(n)$: ensemble des circulations pouvant utiliser le nœud $n \in N$

$succ(c, n)$: nœud succédant immédiatement à $n \in N(c)$, dans le sens de circulation de $c \in C$.

$C_{corres}(n)$: ensemble des couples de circulations en correspondance au nœud $n \in N$,

$c_1 < c_2$: relation de succession entre c_1 et c_2 (c_1 est avant c_2),

2.1.1 Variables

D'une part ce type de formulation présente des variables horaires associées à chaque évènement.

$$\forall c \in C, \quad \forall n \in N(c)$$

$a_{c,n} \in R^+$: horaire d'arrivée de la circulation c au nœud n,

$d_{c,n} \in R^+$: horaire de départ de la circulation c au nœud n.

D'autre part, pour chaque nœud n des variables booléennes permettent de gérer l'ordre des circulations

$$O_{(a_{c1,n} \leq a_{c2,n})} = \begin{cases} 1, \text{ si l'arrivée (resp. le départ) de } c_1 \text{ au noeud n avant l'arrivée (resp. le dèpart) de } c_2 \text{ au noeud n} \\ 0, \text{ sinon} \end{cases}$$

$$O_{(a_{c1,n} \leq d_{c2,n})} = \begin{cases} 1, \text{ si } c_1 \text{ arrive avant le depart de } c_2 \text{ au noeud n} \\ 0, \text{ sinon} \end{cases}$$

2.1.2 Données

ε^k_{min} : valeur minimale de durée d'espacement pour chaque contrainte k.

$t_{i,i+1}$: la valeur minimale de parcours entre deux nœuds successive n_i , n_{i+1}.

M : valeur arbitrairement grande (nécessaire pour les choix disjonctifs).

2.1.3 Contraintes du modèle à temps continu

Contraintes de durée minimale d'arrêt :

$$\forall c \in C \quad \boxed{11} \in N(c)$$

$$d_{c,n} \geq a_{c,n} + \varepsilon^1_{min}$$

Contraintes de durée minimale de parcours dans un noeud :

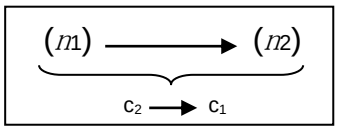
$$\forall c \in C, \quad \forall n_i \in N(c), \quad n_{i+1} = succ(c, n_i)$$

$$a_{c,n_{i+1}} \geq d_{c,n_i} + t_{i,i+1}$$

Contraintes de sécurité et d'espacement entre deux nœuds :

Deux situations peuvent se présenter :

Dans le premier cas (**succession**), deux circulations c_1 et c_2 partagent la même infrastructure délimitée par n_1 et n_2 et se suivent :



Alors, les contraintes de sécurité consistent à assurer que les espacements seront respectés au départ comme à l'arrivée (hypothèse importante : les vitesses sont homogènes sur chaque portion d'infrastructure) :

$$a_{c_2,n_2} \geq a_{c_1,n_2} + \varepsilon^2_{min} - M.\,(1 - O_{(a_{c_1,n_2} \leq a_{c_2,n_2})})$$

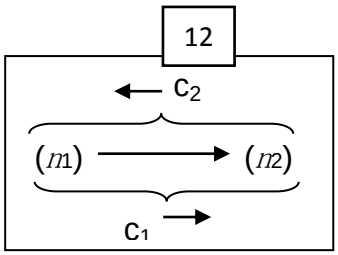
$$d_{c_2,n_2} \geq d_{c_1,n_2} + \varepsilon^3_{min} - M.\,(1 - O_{(d_{c_1,n_2} \leq d_{c_2,n_2})})$$

et que l'ordre au départ et à l'arrivée sera le même :

$$O(d_{c_1,n_2} \leq d_{c_2,n_2}) = O(a_{c_1,n_2} \leq a_{c_2,n_2})$$

N.B. la capacité de l'infrastructure est gérée de manière implicite grâce aux contraintes d'espacements.

Dans le deuxième cas (**conflit**), les circulations ne peuvent utiliser l'infrastructure que l'une après l'autre ; par exemple une voie unique délimitée par n_1 et n_2 utilisée par deux circulations c_1 et c_2 en sens contraire :



Alors, le départ de la seconde circulation ne peut avoir lieu qu'après l'arrivée de la première :

$$d_{c_2,n_2} \geq a_{c_1,n_2} + \varepsilon^4_{min} - M.\,(1 - O(a_{c_1,n_2} \leq d_{c_2,n_2}))$$

et

$$d_{c_1,n_1} \geq a_{c_2,n_1} + \varepsilon^5_{min} - M.\;O(a_{c_1,n_2} \leq d_{c_2,n_2})$$

2.1.4 Contraintes de durée minimale de correspondance : La durée minimale de correspondance permet aux voyageurs en provenance de c_1 d'embarquer dans c_2 avant son départ.

$$\forall n \in N,\;\; \forall (c_1, c_2) \in C_{corres}(n)$$

$$d(c_2, n) \geq a(c_1, n) + \varepsilon^6_{min}$$

2.1.5 Fonction objectif

La recherche d'une solution consiste à déterminer les valeurs optimales des horaires de passage pour toutes les circulations suivant l'objectif global défini.

Cependant, le choix d'ordonnancement auxquelles peuvent être affectées des valeurs dans la fonction objectif.

Pour la planification horaire on retrouve couramment une fonction objectif composée, pour chaque circulation c, d'une valeur (constante) nominale π_c de la desserte à l'heure, d'une pénalité $\phi_c()$ pour l'allongement de la durée de parcours (détente horaire) ν_c, et enfin d'une pénalité $\gamma_c()$ pour le retard par rapport à l'horaire de référence μ_c (translation de l'horaire) :

$$f = \sum_c \pi_c - \phi_c(\nu_c) - \gamma_c(\mu_c)$$

2.2 Formulation en temps discret

Elle consiste à diviser la plage d'étude en périodes t et fait intervenir des variables binaires pour associer un (ou plusieurs) évènement(s) à une (ou plusieurs) période(s) horaire.

2.2.1 Problème de type programmation entière

L'infrastructure y est divisée en cantons, la plage d'étude est subdivisée en périodes d'une minute. Si on utilise à nouveau la notation étendue aux ressources $r \in R$ qui désignent ici les cantons :

$$\forall c \in C, \ \forall r \in R(c),$$

$$X_{c,r,t} = \begin{cases} 1 \text{ , si la circulation c occupe la ressource r durant la periode t} \\ 0 \text{ , sinon} \end{cases}$$

Soit T^c l'ensemble des grilles horaires possibles pour chaque circulation c prise indépendamment ; c'est à dire comme si chaque circulation était la seule à utiliser l'ensemble de l'infrastructure. Chacune de ces grilles horaires est définie par le vecteur $x^c = (x_{c,r,t})_{r,t}$ de valeur $v^c(x^c)$.

Alors la formulation du problème est la suivante :

$$\text{Max} \sum_{c \in C} v^c(x^c)$$

$$x^c \in T^c, \ \forall c \in C,$$

$$\sum_{c \in C} (x_{c,r,t}) \leq 1, \forall r \in R, \forall t$$

où la dernière contrainte modélise la capacité unitaire d'un canton r.

2.2.2 Problème de type multiflot dans un domaine espace-temps

soit $G = (V, A)$ graphe tel que :

$V = \{(n, t)\}_{n,t}$ ensemble des nœuds $v = (n, t)$ représentant des dates possibles (période t) d'arrivée et de départ aux gares (infrastructure n). Ainsi $V = U \cup W$ où U est l'ensemble des nœuds du graphe associé aux arrivées et W l'ensemble de ceux associés aux départs. En particulier W_n et U_n désignent spécifiquement les sous-ensembles associés à la gare n et V_c celui associé à la circulation c. De plus, ρ et τ désignent respectivement les nœuds fictifs puits et source.

$A = \{a = (c, m_1, m_2, t_1, t_2)\}$, ensemble des arcs a décrivant un parcours d'une circulation c, entre deux dates (période de départ, période d'arrivée) (t_1, t_2) entre deux gares (m_1, m_2) ou un arrêt en gare 14 $= m_2$). De plus A_c représente la partition correspondant aux arcs associés à la circulation c.

Le problème consiste à trouver des chemins dans ce graphe espace-temps.

La variable x_a représente le choix d'un arc dans la solution :

$$x_a = \begin{cases} 1 \text{ , si l'arc } a \in A^c \text{ est sélectionné dans la solution} \\ 0 \text{ , sinon} \end{cases}$$

Ainsi la fonction objectif est composée de profits p_a associés aux choix des arcs $a \in A$:

$$f = \sum_{a \in A} p_a . x_a$$

soit la formulation multiflot suivante où pour chaque circulation $c \in C$, $\delta^+(c, n, t) \subset A^c$ et $\delta^-(c, n, t) \subset A^c$ désignent l'ensemble des arcs entrant et sortant du noeud (n, t) :

$$\max \sum_{a \in A} p_a . x_a$$

$$\sum_{a \in \delta^+(c,\rho)} x_a \leq 1, \forall c \in C$$

$$\sum_{a\in\delta^{+}(c,n,t)} x_a = \sum_{a\in\delta^{-}(c,n,t)} x_a \qquad \forall c\in C, \forall (n,t)\in V\setminus\{\rho,\tau\}$$

$$x_i + x_j \le 1 \ , \ \forall (x_i, x_j)\in K$$
$$x_a \in \{0, 1\} \ , \ \forall a \in A$$

Celle-ci étend la formulation dans l'espace de variables des nœuds (n, t) :
Soient $\forall(n, t) \in V$,

$$y_{n,t} = \begin{cases} 1 \text{ , si il existe un chemin comprenant le noeud (n, t)} \\ 0 \text{ , sinon} \end{cases}$$

et $\forall c \in C$, $\forall(n, t) \in V^{c}$,

$$X_{c,(n,t)} = \begin{cases} 1 \text{ , si le chemin associé à la circulation c passe par le noeud (n,t)} \\ 0 \text{ , sinon} \end{cases}$$

Alors,

$$x_{c,(n,t)} = \sum_{a\in\delta^{+}(c,n,t)} x_a \qquad \forall c\in C, \forall (n,t)\in V^{c}$$

$$y_{n,t} = \sum_{c} x_{c,n,t} \quad , \forall (n,t)\in V^{c}$$

Conflit à l'arrivée :

$$\sum_{\tau\in[t,t+\varepsilon]} y_{(n,\tau)} \le 1, \forall n\in N, \forall (n,t)\in U^{n}$$

Conflit au départ :

$$\sum_{\tau \in [t, t+\varepsilon]} y_{(n,\tau)} \leq 1, \forall n \in N, \forall (n,t) \in W^n$$

3. Résolution par les langages CPLEX et C

3.1 Rappel sur le CPLEX

CPLEX est un logiciel de programmation mathématique (l'un des plus utilisés) permettant de résoudre des programmes linéaires avec des variables réelles et/ou entières, ainsi que des programmes quadratiques, avec le logiciel OPL.

Exemple de problème résolu avec CPLEX :

Soit le problème suivant :

minimiser 4x - 2y
x - y ≥ 1
x ≥ 0

code en CPLEX :

```
dvar float x ;
dvar float y ;

minimize    4*x – 2*y ;
subject to
            {
            x - y >= 1;
                x >= 0 ;

            }
```

3.2 Programmation en CPLEX

3.2.1 Programme des contraintes à temps continu

```
//paramètres

 int m=...;  //nombre de circulation
 int p=...;  //nombre de nœud

 range c=1..m;
 range n=1..p;


 float epcilon1=...;
 float epcilon2=...;
 float epcilon3=...;

 int M=...;
 float pi[c][n]=...;
 float fi[c][n]=...;
 float gamma[c][n]=...;

 //variable

 dvar float+ a[1..m][1..p];
 dvar float+ d[1..m][1..p];

 dvar boolean o[1..m][1..m];
 dvar boolean u[1..m][1..m];

 minimize sum(i in c)(sum(j in n)(a[17]-pi[i][j]));

 subject to {

      forall(i in c, j in n)
        d[i][j]>=a[i][j]+epcilon1;

      forall(i in c, j in n){
        d[i][j]>=0;
        a[i][j]>=0;}

      forall(i in c,k in c, j in n)
```

Rapport-Gratuit.com

```
        d[k][j]>=a[i][j]+epcilon3-M*(1-u[i][k]);


        forall(i in c,k in c, j in n){
        a[i][j]>=a[k][j]+epcilon2-M*(1-o[i][k]);
      }
}
```

3.2.2 L'affichage du programme

```
// solution (optimal) with objective -71
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                                -7.1000000000e+001
// MILP solution norm |x| (Total, Max)           1.31000e+002 7.10000e+001
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)       0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x bound error (Total, Max)               0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x integrality error (Total, Max)         0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP slack bound error (Total, Max)           0.00000e+000 0.00000e+000
//

a = [[0
             0 0 0]
             [0 0 0 0]
             [0 0 0 0]];
d = [[5 5 5 5]
             [5 5 5 5]
             [5 5 5 5]];
```

3.3.1 Programmation en C

Programme pour éviter les conflits des circulations partagent la même infrastructure de sens contraire

```
#include<stdio.h>

#include<stdlib.h>


main()  {

            float epcilon;

            float a,d;


            epcilon=0,25;
```

// deux circulations c1 et c2 partages le même infrastructure délimitée par n1 et n2 dans un sens contraire

```
printf("donner l'heure de depart de c1 \t");
scanf("%f",&d);

printf("donner l'heure de d'arrive de c2 \t");
scanf("%f",&a);

if(d>a+epcilon)
        printf("l'infrastrecture n'est pas vide ");
 else
        printf("la desieme circulation peut passer");
      }
```

3.3.2 L'affichage du programme

Cas favorable

```
donner l'heure de depart de c1  8
donner l'heure de d'arrive de c2        9
la desieme circulation peut passer
--------------------------------
Process exited after 8.061 seconds with return value 0
Appuyez sur une touche pour continuer...
```

Cas défavorable

```
donner l'heure de depart de c1  9
donner l'heure de d'arrive de c2        8
l'infrastrecture n'est pas vide
--------------------------------
Process exited after 3.047 seconds with return value 0
Appuyez sur une touche pour continuer...
```

Conclusion

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

L’étude de ce sujet nous a révélé que de nombreuses techniques ont été appliquées aux problèmes ferroviaires pour la replanification grille horaire. Malheureusement, il manquait jusqu’à présent des modélisations formelles exhaustives du système ferroviaire, des bases de comparaison et des études réalistes.
Le réseau ferroviaire est très complexe, or les modèles mathématique cites dans ce mémoire permettent de modéliser les conflits et méritent qu’on les applique en pratique.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Bibliographie

[1] Laurent Gély, « Modélisation et optimisation de la Gestion Opérationnelle du Trafic Ferroviaire en cas d'Aléas.», 2010.

[2] Olivier Liess, Serigne Gueye, «Problématiques d'ordonnancement ferroviaire», 18 juin 2008

[3] Joaquin Rodriguez, «Application de la programmation par contraintes à la gestion du trafic d'un nœud ferroviaire » 13 décembre 2010.

[4] Haenel, H, «Une organisation ferroviaire à la hauteur de nos ambitions, Rapport technique, Ministère de l'écologie, du développement et de l'aménagement durables. » (2008).