

# Table des matières

Teny fisaorana .....	i
Table des matières .....	ii
Liste des abréviations et notations .....	v
LISTE DES TABLEAUX .....	ix
LISTE DES FIGURES.....	x
INTRODUCTION .....	1
Chapitre I : Etat de l'art sur la machine asynchrone triphasée .....	3
1. Généralités .....	3
1.1. Définition.....	3
1.2. Rôle .....	3
1.3. Symboles .....	3
1.4. Eléments constitutifs de la machine asynchrone triphasée.....	4
2. Principe de fonctionnement de la machine asynchrone triphasée .....	7
2.1. Théorème d'Ampère appliqué à un circuit magnétique élémentaire.....	7
2.2. Force Magnétomotrice statorique.....	8
2.3. Mise en évidence d'un champ tournant dans l'entrefer.....	13
2.4. Mise en rotation du rotor. ....	13
2.5. Influence de la force magnétomotrice rotorique.....	14
3. Les bases sur l'utilisation du moteur asynchrone triphasé .....	14
3.1. Plaque signalétique.....	14
3.2. Le couplage .....	16
3.3. Liaison avec le réseau.....	17
3.4. Les modes de démarrage du moteur asynchrone triphasé .....	18
Chapitre II : Expressions des grandeurs électriques et électromagnétiques .....	22
1. Les vecteurs d'espace .....	22
1.1 Vecteur d'espace des courants.....	24
1.2 Vecteur d'espace des flux.....	25
1.3 Vecteur d'espace des tensions .....	25
2. Expression de la puissance électrique .....	26
2.1 Expression de la puissance instantanée .....	26
2.2 Pertes par effet Joule .....	27
3. Expressions des flux statoriques et rotoriques.....	28
3.1 Définitions des inductances de la machine asynchrone triphasée .....	28
3.2 Expression des flux statoriques et rotoriques en fonction des courants .....	30
4. Expression des tensions statoriques et rotoriques .....	32

4.1. Expression des tensions et flux dans un repère (d,q) tournant à une vitesse angulaire électrique $\omega x$ par rapport au stator.....	32
4.2. Expression des tensions et des flux dans le repère (M, N).....	35
4.3. Expression des tensions et des flux dans le repère ( $\alpha, \beta$ ).....	36
4.4. Equations de Park.....	37
5. Expression du couple électromagnétique.....	38
Chapitre III : Modélisation de la machine asynchrone triphasée.....	42
1. Fonctionnement de la machine asynchrone triphasée en régime permanent.....	42
1.1. Schémas électriques équivalents.....	44
1.2. Alimentation en tension.....	47
1.3. Alimentation en courant.....	49
2. Fonctionnement de la machine asynchrone triphasée en régime transitoire.....	49
2.1. Commande en tension.....	50
2.2. Commande en courant.....	52
3. Calcul de la vitesse du moteur.....	53
4. Schémas fonctionnels.....	54
4.1. Commande en tension.....	54
4.2. Commande en courant.....	55
5. Prise en considération des pertes fer dans la modélisation de la machine asynchrone.....	55
5.1. Origines et effets des pertes fer dans les matériaux ferromagnétiques.....	55
5.2. Formulation des pertes fer dans les machines tournantes.....	57
Chapitre IV : SIMULATION DE FONCTIONNEMENT D'UNE MACHINE ASYNCHRONE ALIMENTEE PAR UN ONDULEUR DE PUISSANCE.....	59
1. Hypothèses sur les conditions de travail.....	59
2. Analyse du signal d'alimentation de la machine.....	59
2.1. Transformée de Fourier.....	59
2.2. Transformée de Fourier Discrète ou « Discrete Fourier Transform (DFT) ».....	60
2.3. Transformée de Fourier Rapide ou « Fast Fourier Transform (FFT) ».....	60
3. Déroulement de la simulation.....	61
4. Description et paramètres de la machine utilisée pour la simulation.....	61
5. Résultats des simulations et Interprétations.....	62
5.1. Résultats de simulation de la commande en tension.....	62
5.2. Résultats de simulation de la commande en courant.....	74
6. Synthèse.....	86
CONCLUSION.....	87
BIBLIOGRAPHIE.....	88
ANNEXES.....	1

1.	ORGANIGRAMME SIMPLIFIEE DE LA SIMULATION DE LA COMMANDE EN TENSION.....	I
2.	ORGANIGRAMME SIMPLIFIEE DE LA SIMULATION DE LA COMMANDE EN COURANT.....	II

## Liste des abréviations et notations

a : indice de la première phase

A: Ampère

b : indice de la deuxième phase

B : induction magnétique

c : indice de la troisième phase

C<sub>ch</sub> : couple de charge

com : indice pour « commune »

$C_{hyst}$  : coefficient des pertes par Hystérésis

$C_{CF}$  : coefficient des pertes par Courant de Foucault

$C_{emg}$  : Couple électromagnétique

$C_{exc}$  : coefficient des pertes excédentaires

$C_n$ : amplitude complexe de l'harmonique de rang n

$C_r$  : couple résistant

$d_0$ : composante continue

$d_n$ : amplitude de l'harmonique de rang n

d : indice de l'axe directe

DFT : « Discrete Fourier Transform » ou Transformée de Fourier Discrète

dl : élément de longueur

e : épaisseur de l'entrefer

E : Force magnétomotrice

$E_{sr}$  : force magnétomotrice statorique résultante

f : fréquence

Fe : indice correspondant au Fer

FFT : Fast Fourier Transform ou Transformée Rapide de Fourier

$g$  : glissement

$H$  : excitation magnétique

$H$  : Henry

$Hz$  : Hertz

$i$  : courant

$IP$  : Indice de Protection

$i(t), j(t)$  : valeur instantanée du courant

$J_{sm}$  : valeur crête du courant statorique

$J_t$  : Inertie totale du système

$k$  : coefficient de couplage

$L$  : Inductance

$M$  : Inductance mutuelle

$m$  : mètre

$m$  : rapport de transformation

$MATLAB$  : Matrix Laboratory

$mn$  : minute

$N_r, \Omega_r$  : vitesse de rotation de l'arbre du rotor

$N_s, \Omega_s$  : vitesse de synchronisme

$N$  : Newton

$N$  : inductance de fuite

$n$  : nombre de spires

$p$  : nombre de pair de pôles

$p(t)$  : puissance instantanée

$P_{0^\circ}(\hat{B})$  : Pertes fer suivant la direction à  $0^\circ$

$P_{90^\circ}(\hat{B})$  : Pertes fer suivant la direction à  $90^\circ$

$P_{emg}$  : Puissance électromagnétique

$P_{tot}$  : Pertes fer totales

q : indice de l'axe en quadrature

r : indice du rotor

R : résistance

s : seconde

s : indice du stator

$S_i$  : Surface d'indice i

$\sigma$  : coefficient de fuite magnétique de Blondel

T : Tesla

T : période

t : temps

$T_e$  : période d'échantillonnage

$T_h$  : indice pour « Thévenin »

tr: tour

$\varphi$  : Phase à l'origine

$-\varphi_n$ : déphasage de l'harmonique de rang n

$\mu_0$ : perméabilité magnétique du vide

$\mu_r$ : perméabilité magnétique du matériau

V : tension

v(t) :valeur instantanée de la tension

V: Volt

$\psi$  : flux

W : Watt

$\omega$  : racine n-ième de l'unité

$\omega_{cr}$  : fréquence des courants rotoriques

$\omega_s$  : pulsation des grandeurs statoriques.

$\omega_x$  : vitesse de rotation du repère (d,q)

$\Omega$  : Ohm

$\Omega_{cr}$  : fréquence de balayage des circuits rotoriques par le champ statorique

$\Omega_s$  : vitesse de rotation du champ statorique

$X(n)$  : Transformée de Fourier discret de  $x(nT_e)$

$\bar{X}(t)$  : vecteur d'espace de la grandeur  $x(t)$

$X_d, X_q$  : composantes du vecteur d'espace  $\bar{X}(t)$

$\bar{X}_{sX}$  : vecteur d'espace de la grandeur statorique  $X$  dans le repère tournant à  $\omega_x$

$\bar{X}_{rX}$  : vecteur d'espace de la grandeur rotorique  $X$  dans le repère tournant à  $\omega_x$

$\dot{x}$  : dérivée de la grandeur  $x$

$Z$  : impédance

## **LISTE DES TABLEAUX**

Tableau I. 1. Signification des Inscriptions sur les symboles de la machine asynchrone triphasée.....	4
Tableau I. 2. Désignation des éléments de la Figure I.6. ....	7
Tableau I. 3. Vitesse de synchronisme en fonction du nombre de paires de pôles .....	15
Tableau III. 1. Paramètres des schémas équivalents .....	47
Tableau IV. 1. Paramètres d'une machine asynchrone de 3kW .....	61



## LISTE DES FIGURES

Figure I. 1.Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à cage .....	3
Figure I. 2.Symbole d'un moteur asynchrone triphasé bobiné .....	3
Figure I. 3.Stator.....	5
Figure I. 4.Rotor à bague.....	5
Figure I. 5.Rotor à cage d'écureuil .....	6
Figure I. 6.Vue d'ensemble éclatée d'un moteur asynchrone triphasé à cage (Leroy Somer).....	6
Figure I. 7.Circuit magnétique élémentaire.....	7
Figure I. 8.Stator supposé à un seul enroulement.....	8
Figure I. 9.Développement du stator .....	9
Figure I. 10.Flux du vecteur induction à travers le cylindre statorique.....	9
Figure I. 11.Force Magnétomotrice le long de l'entrefer.....	10
Figure I. 12.Positionnement des 3 enroulements d'une phase statorique .....	10
Figure I. 13.Répartition de la Force Magnétomotrice le long de l'entrefer .....	11
Figure I. 14.Répartition sinusoïdale de la Force Magnétomotrice dans l'entrefer.....	12
Figure I. 15.Exemple de plaque signalétique (LEROY SOMER).....	14
Figure I. 16.Liaison des bornes aux bobines .....	16
Figure I. 17.Montage en étoile .....	16
Figure I. 18.Montage en triangle.....	16
Figure I. 19.Schéma de câblage pour la connexion au réseau.....	17
Figure I. 20.Démarrage sous tension réduite par autotransformateur .....	18
Figure I. 21.Schéma de câblage d'un démarrage étoile triangle.....	19
Figure I. 22.Schéma de câblage d'un démarrage statorique .....	20
Figure I. 23.Schéma de câblage d'un démarrage rotorique .....	21
Figure II. 1.Repère associé au stator et repère associé au rotor.....	23
Figure II. 2.Définition des inductances de la machine .....	29
Figure II. 3.Mise en évidence des différents repères.....	33
Figure III. 1.Schéma en T.....	44
Figure III. 2.Fuites partielles .....	45
Figure III. 3.Fuites totalisées au stator .....	45
Figure III. 4.Fuites totalisées au rotor .....	46
Figure III. 5.Schéma équivalent d'une alimentation en tension.....	47
Figure III. 6.Schéma équivalent de Thévenin .....	48
Figure III. 7.Schéma équivalent d'une alimentation en courant .....	49
Figure III. 8.Schéma fonctionnel de la commande en tension .....	54
Figure III. 9.Schéma fonctionnel de la commande en courant.....	55
Figure III. 10.Courants induits microscopiques lors du déplacement d'une paroi à 180°.....	56
Figure III. 11.Cycle d'Hystérésis.....	56
Figure III. 12.Perte par courant de Foucault.....	57
Figure IV. 1.Tension aux bornes d'une phase statorique .....	62
Figure IV. 2.Courant dans une phase statorique.....	62
Figure IV. 3.Couples électromagnétique et mécanique.....	63
Figure IV. 4.Vitesse en fonction du temps .....	63

Figure IV. 5.Couple en fonction de la vitesse .....	64
Figure IV. 6.Puissance perdue.....	64
Figure IV. 7.Rendement.....	65
Figure IV. 8.Tension aux bornes d'une phase du stator sous la pollution harmonique .....	65
Figure IV. 9.Taux d'harmonique de la tension .....	66
Figure IV. 10.Courant dans une phase du stator sous la pollution harmonique .....	66
Figure IV. 11.Couples électromagnétique et mécanique.....	67
Figure IV. 12.Vitesse en fonction du temps.....	67
Figure IV. 13.Couple en fonction de la vitesse .....	68
Figure IV. 14.Puissance perdue.....	68
Figure IV. 15.Rendement.....	69
Figure IV. 16.Couples électromagnétique et mécanique.....	69
Figure IV. 17.Vitesse.....	70
Figure IV. 18.Couple en fonction de la vitesse .....	70
Figure IV. 19.Estimation des Pertes fer.....	70
Figure IV. 20.Puissance perdue.....	71
Figure IV. 21.Rendement.....	71
Figure IV. 22.Couples sous la pollution harmonique.....	72
Figure IV. 23.Vitesse sous la pollution harmonique .....	72
Figure IV. 24.Instabilité du couple et de la vitesse sous la pollution harmonique.....	73
Figure IV. 25.Evolution des pertes fer .....	73
Figure IV. 26.Evolution de la puissance perdue.....	74
Figure IV. 27.Instabilité du rendement .....	74
Figure IV. 28.Courant d'alimentation dans une phase statorique.....	74
Figure IV. 29.Couples électromagnétique et mécanique.....	75
Figure IV. 30.Vitesse en fonction du temps.....	75
Figure IV. 31.Couple électromagnétique en fonction de la vitesse.....	76
Figure IV. 32.Puissance perdue.....	76
Figure IV. 33.Rendement.....	77
Figure IV. 34.Courant pollué par des harmoniques dans une phase .....	77
Figure IV. 35.Taux d'harmonique du courant .....	78
Figure IV. 36.Couples électromagnétique et mécanique.....	78
Figure IV. 37.Vitesse en fonction du temps.....	78
Figure IV. 38.Evolution du couple en fonction de la vitesse .....	79
Figure IV. 39.Puissance perdue.....	79
Figure IV. 40.Rendement.....	80
Figure IV. 41.Couples électromagnétique et mécanique.....	80
Figure IV. 42.Vitesse en fonction du temps.....	81
Figure IV. 43.Couple en fonction de la vitesse .....	81
Figure IV. 44.Estimation des pertes fer.....	82
Figure IV. 45.Puissance perdue.....	82
Figure IV. 46.Rendement.....	82
Figure IV. 47.Allure des couples sous la pollution harmonique .....	83
Figure IV. 48.Allure de la vitesse sous la pollution harmonique .....	83
Figure IV. 49.Instabilité du couple et de la vitesse sous la pollution harmonique.....	84
Figure IV. 50.Estimation des pertes fer.....	84
Figure IV. 51.Estimation de la puissance perdue .....	85
Figure IV. 52.Instabilité du rendement .....	85

# INTRODUCTION

Le moteur asynchrone représente environ 80% du parc « moteurs électriques », c'est de loin le plus répandu. C'est un matériel très fiable et qui demande peu d'entretien en raison de sa simplicité de construction.

Le moteur asynchrone est largement utilisé dans l'industrie pour : les stations de pompage, les appareils simples de levage, les machines-outils de base pour le travail des métaux ou du bois, les dispositifs de manutention comme les tapis roulants, les compresseurs de groupe producteur de froid. Il se rencontre aussi très souvent dans les bâtiments comme les locaux de travail ou les hôtels pour : les ascenseurs et les ventilateurs pour la climatisation.

Dans un réseau sain, seuls les courants et les tensions ayant une fréquence égale à 50 Hz ou 60 Hz appelés fondamentales sont présentes, tandis que dans un réseau pollué, il y a plusieurs grandeurs électriques de fréquences supérieures et multiples de celle de la fondamentale, appelées harmoniques qui s'y superposent.

Les courants et tensions harmoniques sont créés par des charges non linéaires (les composants électroniques) raccordées au réseau de distribution. Tous les convertisseurs électroniques de puissance utilisés dans différents types de systèmes électroniques à l'exemple des onduleurs de puissance peuvent accroître les perturbations harmoniques en injectant directement des courants harmoniques dans le réseau.

La pollution harmonique est susceptible d'affecter le fonctionnement du moteur asynchrone et de poser des problèmes si la somme des courants harmoniques est supérieure à certaines valeurs limites. Ce phénomène suscite l'intérêt d'une étude sur le fonctionnement des machines asynchrones connectées sur un réseau d'énergie pollué par des onduleurs de puissance. L'absence de travaux théoriques sur ce sujet nous a conduit à orienter notre travail dans cette direction.

Le but visé est l'étude des fonctionnements des machines asynchrones commandées en tension et en courant raccordées au réseau fortement pollué par des harmoniques.

Le premier chapitre de ce document rappelle une description de la machine asynchrone triphasée. Dans un premier temps, une brève généralité sur la machine sera énoncée, incluant une définition de la machine, son rôle et les symboles pour la représenter. Il s'en suivra un rappel sur la constitution de la machine et une description des principaux éléments constitutifs. Dans un deuxième temps, ce premier chapitre inclura une explication du principe de fonctionnement de la machine en partant de l'injection des courants dans les enroulements statoriques jusqu'à la création du champ tournant et du couple électromagnétique.

Ce premier chapitre sera clôturé par un rappel sur les bases de la manipulation et l'utilisation de la machine asynchrone triphasée, incluant la lecture de la plaque signalétique, les modes de couplage et les modes de démarrage.

Le second chapitre est destiné à la détermination des expressions des diverses grandeurs électriques et électromagnétiques intervenant dans les équations de la machine. Pour se faire, ce chapitre débutera par introduire, dans un premier temps, la notion de vecteur d'espace qui servira à transformer les écritures mathématiques de ces grandeurs. Il s'en suivra une expression de la puissance électrique. Dans un deuxième temps, ce chapitre sera consacré à l'établissement des équations de tension de la machine en exprimant tout d'abord le flux magnétique. Pour clore ce chapitre, une partie est consacré à la détermination de l'expression du couple électromagnétique moyennant la connaissance des diverses grandeurs déterminées tout au long du second chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation de la machine asynchrone triphasée. La modélisation prendra en compte deux fonctionnements : le fonctionnement en régime permanent et le fonctionnement en régime transitoire. Pour chaque fonctionnement, deux cas seront considérés : le cas d'une alimentation en courant ou commande en courant ainsi que le cas d'une alimentation en tension ou commande en tension. Cette recherche nécessite une connaissance très précise des comportements du moteur. Ainsi, en plus d'une approche analytique, la réalisation des simulations numériques sont nécessaires, après avoir défini un modèle global pour le moteur asynchrone. Pour se faire, les équations d'état de la machine seront discrétisées dans le but de simuler numériquement le fonctionnement de la machine. Ainsi, des outils mathématiques comme la Transformée de Fourier Rapide(FFT) seront utilisés et la programmation pour la résolution des équations sera faite sous MATLAB.

Le quatrième et dernier chapitre est réservé aux simulations des fonctionnements de la machine et aux résultats de ces simulations. Les paramètres utilisées pour ces simulations sont les données et contraintes réelles de la machine afin d'approcher le mieux possible les applications réels. Les fonctionnements de la machine seront alors simulés avec une alimentation fortement pollué par des harmoniques. Ce chapitre sera clos sur une discussion des résultats.

# Chapitre I : Etat de l'art sur la machine asynchrone triphasée

## 1. Généralités

### 1.1. Définition

La machine asynchrone appelée aussi machine à induction est une machine électrique qui utilise le phénomène de l'induction électromagnétique pour faire la conversion entre l'énergie mécanique et l'énergie électrique.

La machine asynchrone est une machine dont le rotor tourne à une vitesse différente de celle du champ tournant d'où le nom de machine « asynchrone ».

Plus particulièrement, la machine asynchrone triphasée a trois phases c'est-à-dire que les enroulements statoriques sont soumis à un système de tensions triphasé et parcourus par un système de courant triphasé.

### 1.2. Rôle

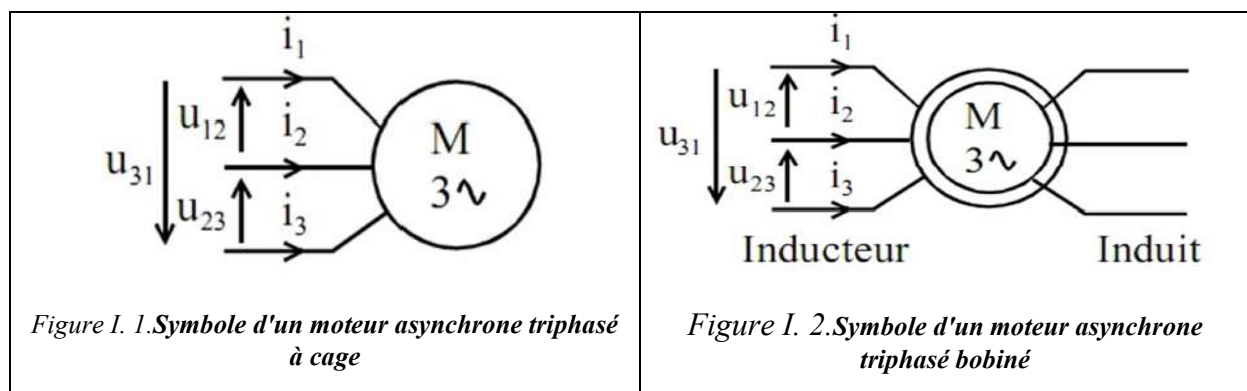
La machine asynchrone peut fonctionner de deux manières : fonctionnement en génératrice et fonctionnement en moteur.

Pour convertir l'énergie mécanique en énergie électrique, le rotor de la machine est entraîné à une vitesse supérieure à la vitesse de synchronisme : vitesse du champ tournant, la machine fonctionne alors en génératrice dit « génératrice hyper-synchrone ».

Pour convertir l'énergie électrique en énergie mécanique, des courants électriques sont injectés dans les enroulements du stator afin de créer un champ tournant et fournir un couple sur l'arbre du rotor. La machine fonctionne alors en moteur dont la vitesse sur l'arbre est légèrement inférieure à la vitesse de synchronisme.

### 1.3. Symboles

Les symboles représentant le moteur asynchrone triphasé sont donnés ci-dessous [1] :



Les inscriptions sur ces symboles peuvent varier selon le cas. En général, ces inscriptions donnent une précision sur : le rôle de la machine (moteur ou générateur) et le mode de couplage (étoile ou triangle)

Tableau I. 1. *Signification des Inscriptions sur les symboles de la machine asynchrone triphasée*

Inscription sur le symbole	M	G	$\Delta$	Y
Signification	Moteur	Générateur	Triangle	Etoile

#### 1.4. Eléments constitutifs de la machine asynchrone triphasée

Cette partie est consacrée aux éléments qui constituent la machine asynchrone triphasée afin de mieux comprendre la contribution de chacun d'eux au bon fonctionnement et à la facilité d'utilisation de la machine asynchrone.

A l'apparence générale, la machine asynchrone triphasée est constituée d'un carter en fonte ou en acier constituant la partie externe du stator, à l'intérieur duquel sont logés le circuit magnétique statorique et une partie rotative appelée rotor. La rotation du rotor est rendu possible par la présence de paliers qui lui servent de support tout en recouvrant l'avant et l'arrière de la machine.

Un ventilateur est fixé à l'arbre de la machine au côté opposé à l'accouplement (moteur/charge) dans le but de refroidir la machine. Les pales du ventilateur sont droites pour qu'il puisse fonctionner dans les deux sens de rotation. Le carter statorique est nervuré et possède des ailettes longitudinales suivant lesquelles l'air est dirigé pour optimiser le refroidissement de la machine. Ce ventilateur est situé entre le flasque arrière et un grillage qui vient finalement couvrir l'arrière de la machine.

Pour la connexion au réseau, une boîte à borne est accessible sur le carter de la machine. Une plaque signalétique, contenant les informations sur la machine est aussi fixée sur le carter.

##### 1.4.1 Le stator

La partie interne du stator est constituée par un circuit magnétique doté d'encoches dans lesquels sont placés les bobinages ou enroulements statoriques. La machine asynchrone triphasée possède trois bobinages notés sA, sB, et sC parcourus par des courants de pulsation  $\omega_s$  et déphasés entre eux d'un angle électrique de  $2\pi/3$ . Ces enroulements sont bobinés de manière à obtenir un enroulement triphasé à «  $p$  » paires de pôle. Les enroulements sont faits de méplats de cuivre de différentes sections qui sont insérés directement dans les encoches pour les grosses machines.

Ce circuit magnétique est formé par des tôles d'acier qui peuvent être découpées en une seule pièce pour les petites machines. Pour les machines de grande puissance, ces tôles sont découpées par section. Ces tôles sont ensuite recouvertes de vernis pour limiter les effets des courants de Foucault. Elles sont finalement assemblées au moyen de boulons ou de soudure pour former le circuit magnétique statorique. Un matériau isolant assure l'isolation entre les enroulements statoriques et les tôles d'acier.

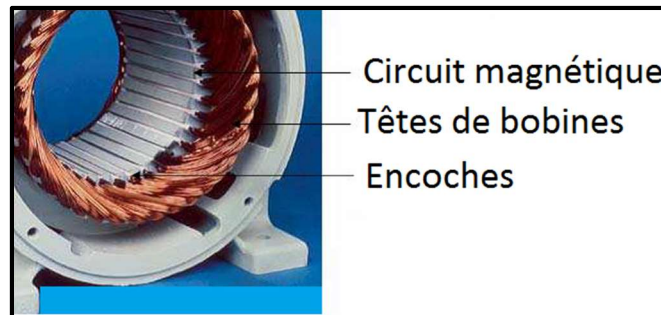


Figure I. 3. Stator

## 1.4.2 Le rotor

Comme pour le stator, le circuit magnétique rotorique est constitué de tôles d'acier qui sont généralement de même provenance que les tôles du circuit magnétique statorique.

Il existe deux types de rotor : le rotor bobiné appelé aussi rotor à bague et le rotor à cage d'écureuil appelé communément rotor à cage.

### 1.4.2.1 Le rotor bobiné

Les enroulements rotoriques sont localisés dans les encoches situées à la périphérie du rotor. Ces enroulements notés  $r_A$ ,  $r_B$  et  $r_C$  sont bobinés de manière à obtenir un enroulement triphasé à « $p$ » paires de pôle identique au nombre de pair de pôles créé par les enroulements statoriques. Les bobinages rotoriques sont toujours couplés en étoile et les trois bornes accessibles sont reliées à la boîte à borne sur le carter du stator à l'aide d'un système constitué de trois bagues tournantes et de trois balais fixes. Les enroulements d'un rotor bobiné peuvent être court-circuités au moyen des balais.

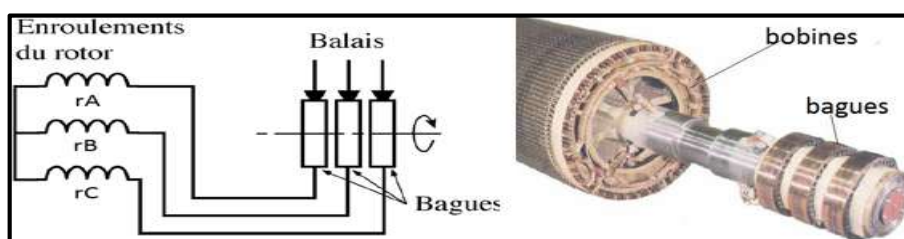


Figure I. 4. Rotor à bague

### 1.4.2.2 Le rotor à cage

Le rotor à cage est le type de rotor le plus répandu. Dans chaque encoche rotorique est placée une barre de conducteur généralement nue. Ces barres sont en cuivre pour les moteurs de forte puissance, et en alliage d'aluminium pour les machines de faible et moyenne puissance. Elles sont réunies aux faces avant et arrière du rotor par des « anneaux de court-circuit » réalisant le court-circuit. Ainsi, les enroulements rotoriques ne sont pas accessibles à partir de la boîte à borne.



Figure I. 5. Rotor à cage d'écureuil

### 1.4.3 Les paliers

Les paliers sont les organes mécaniques qui supportent et permettent de mettre en rotation l'arbre du rotor. Ils sont constitués par les flasques et les roulements à billes insérés à chaud sur l'arbre. Les flasques ont été moulées en fonte. Elles sont fixées sur le carter du stator à l'avant et à l'arrière par des boulons ou des tiges de montage.

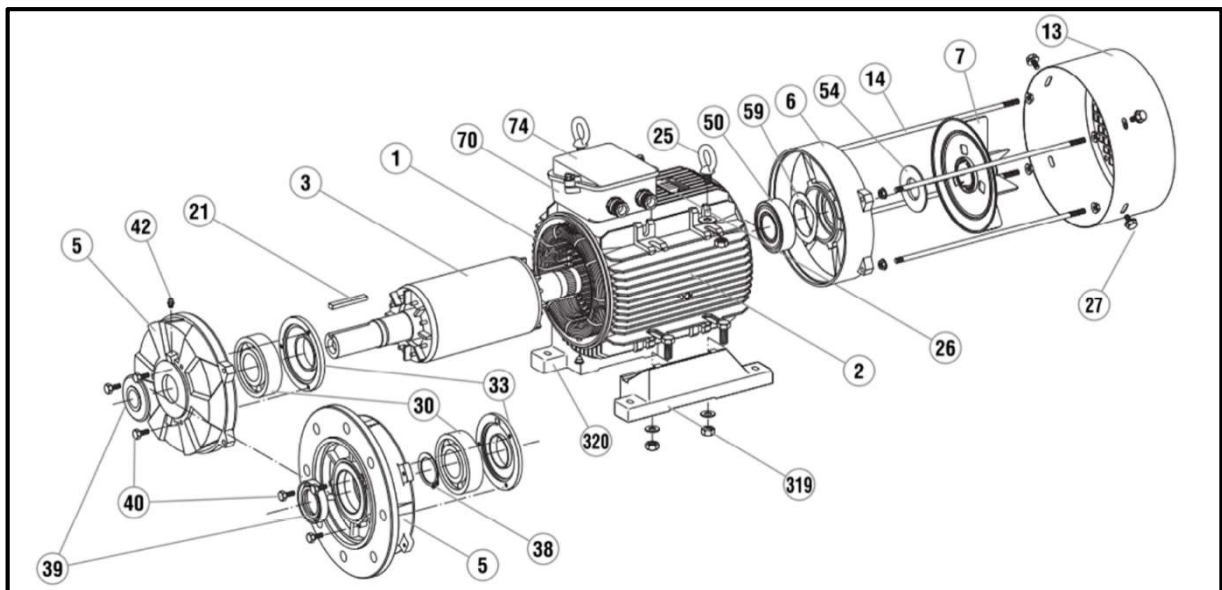


Figure I. 6. Vue d'ensemble éclatée d'un moteur asynchrone triphasé à cage (Leroy Somer)



Tableau I. 2. Désignation des éléments de la Figure I.6

N°	Désignation
1	Stator bobiné (3 enroulements)
2	Carter avec ailettes de refroidissement
3	Rotor à cage (barreaux coulés en alliage + empilage de tôles ferromagnétiques)
5	Flasque avant
6	Flasque arrière
7	Ventilateur entraîné par le rotor
14	Tige de montage
26	Plaque signalétique
30 et 50	Roulements
40	vis
74	Boite à bornes

## 2. Principe de fonctionnement de la machine asynchrone triphasée

### 2.1. Théorème d'Ampère appliqué à un circuit magnétique élémentaire

Pour bien comprendre le phénomène électromagnétique qui se passe dans la machine, il est intéressant de voir ce qui se passe au sein d'un circuit magnétique élémentaire.

Le Théorème d'Ampère énonce que la circulation du vecteur champ magnétique le long d'un contour fermé est égale à la somme algébrique des courants enlacés par ce contour.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = n \cdot i \quad (1.1)$$

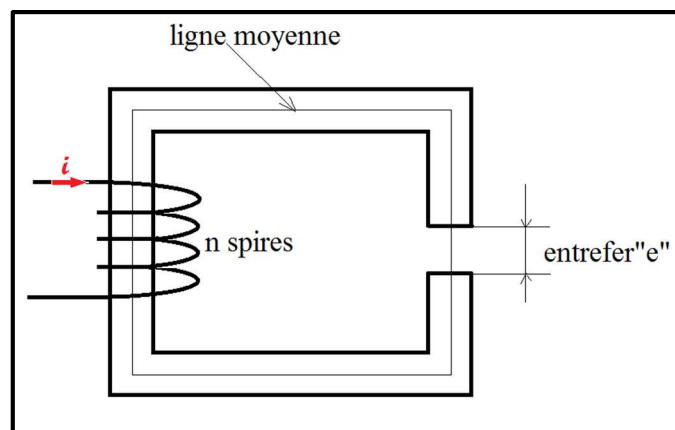


Figure I. 7. Circuit magnétique élémentaire

En développant l'écriture, nous avons :

$$H_{fer} \cdot L_{fer} + H_e \cdot e = n \cdot i \quad (1.2)$$

Cependant, le champ magnétique est relié à l'induction magnétique par la relation :

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} \quad (1.3)$$

En prenant en compte que la valeur de la perméabilité magnétique relative du fer est très grande devant celle de l'air, le champ magnétique dans la partie fer est négligeable devant le champ magnétique d'entrefer ce qui simplifie l'écriture du théorème d'ampère appliqué au circuit magnétique élémentaire.

Finalement, l'équation devient :

$$H_e \cdot e = n \cdot i \quad (1.4)$$

## 2.2. Force Magnétomotrice statorique

La Force magnétomotrice est notée  $E$  tel que  $E = H \cdot e$ . Elle est mesurée en Ampère-tour (At). Le Stator comporte plusieurs encoches dans lesquels sont installés les enroulements. En se référant au théorème d'Ampère, chaque enroulement devrait engendrer une force magnétomotrice dans l'entrefer. La composition de chaque force magnétomotrice créée par les enroulements donne alors une force magnétomotrice statorique résultante dans l'entrefer.

### 2.2.1. Force magnétomotrice créée par un enroulement statorique

Dans cette étude, il est supposé que le stator comporte un seul enroulement comme le montre la figure ci-dessous.

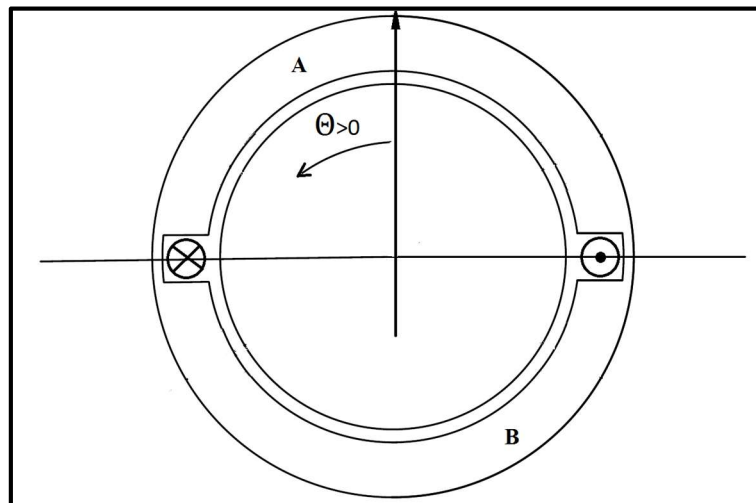


Figure I. 8. Stator supposé à un seul enroulement

Le développement de cette figure nous donne un aperçu du circuit magnétique formé par le stator, l'entrefer, et le rotor.

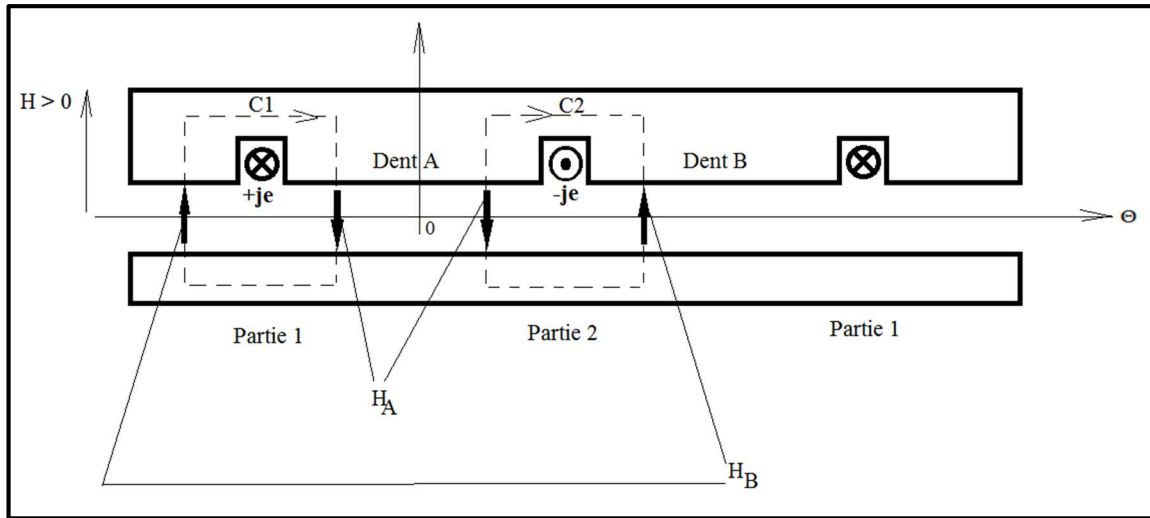


Figure I. 9. Développement du stator

En appliquant le théorème d'ampère suivant les contours C1 et C2, nous avons :

$$\left. \begin{array}{l} C1 : -H_A \cdot e + H_B \cdot e = +je \\ C2 : +H_A \cdot e - H_B \cdot e = -je \end{array} \right\} \quad (1.5)$$

Ces deux équations sont les mêmes ainsi une autre équation est nécessaire pour les résoudre. Cette équation est donnée par la propriété de conservation du flux magnétique. En effet, si on considère la surface fermée enveloppant le cylindre statorique, la somme des flux du vecteur induction magnétique à travers toutes ses faces est nulle en vertu de la conservation du flux.

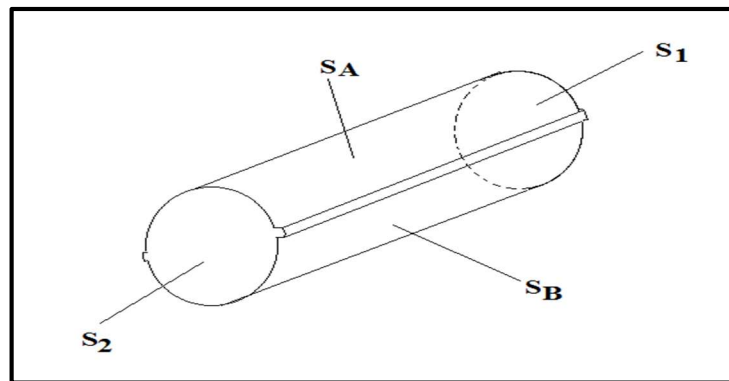


Figure I. 10. Flux du vecteur induction à travers le cylindre statorique

Le vecteur induction magnétique étant parallèle aux faces S1 et S2, les flux à travers ces faces sont nuls. Il ne reste alors que les flux à travers  $S_A$  et  $S_B$ .

$$H_A \cdot S_A + H_B \cdot S_B = 0 \quad (1.6)$$

Puisque  $S_A = S_B$ , nous avons l'autre équation :

$$H_A + H_B = 0 \quad (1.7)$$

La résolution de ces équation donne les forces magnétomotrices sous la dent A et sous la dent B.

$$E_A = -\frac{1}{2} \cdot je \quad \text{et} \quad E_B = +\frac{1}{2} \cdot je \quad (1.8)$$

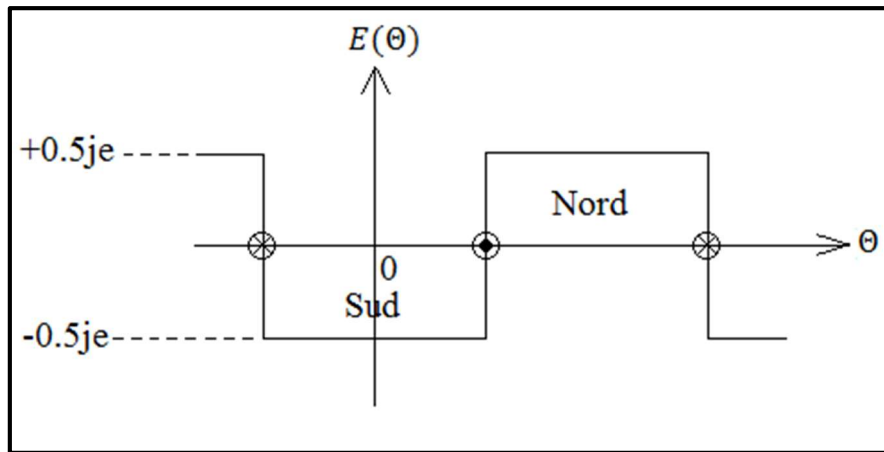


Figure I. 11. Force Magnétomotrice le long de l'entrefer

### 2.2.2. Amélioration de la forme d'onde

Pour avoir une répartition sinusoïdale de la force magnétomotrice dans l'entrefer, plusieurs enroulements sont ajoutés et judicieusement positionnés dans le stator. Plus il y a d'enroulements et d'encoche, plus la forme de la répartition de la force magnétomotrice se rapproche d'une sinusoïde.

Une machine constituée de trois enroulements par phase, logés dans trois encoches équitablement réparties sur la circonférence du stator sera pris comme exemple et illustration.

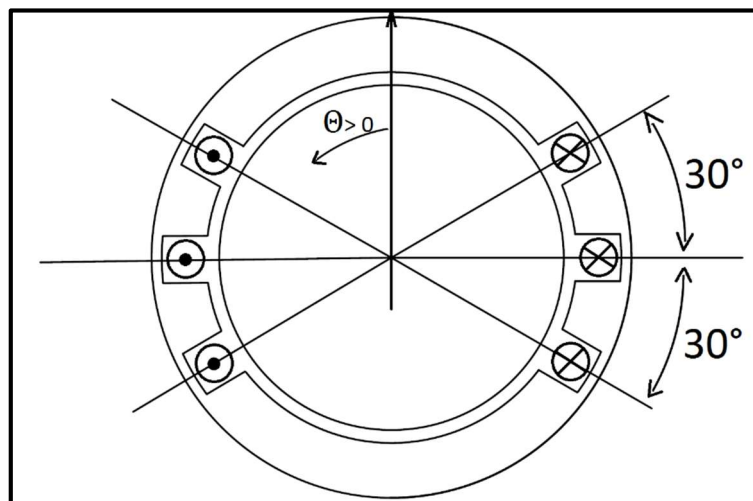


Figure I. 12. Positionnement des 3 enroulements d'une phase statorique

Néanmoins, les machines asynchrones triphasées contiennent en pratique beaucoup plus que trois enroulements par phase.

La répartition de la Force magnétomotrice engendrée par une phase dans l'entrefer est donnée par la courbe ci-après :

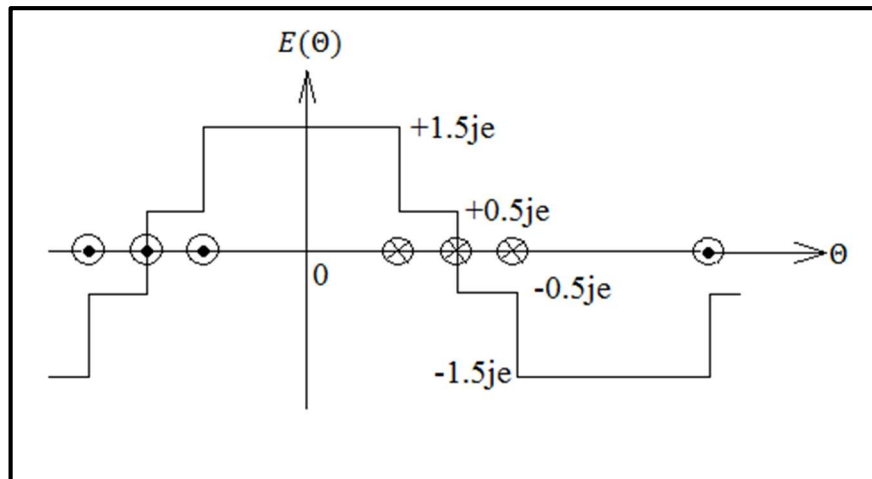


Figure 1. 13. Répartition de la Force Magnétomotrice le long de l'entrefer

La courbe représentant la répartition de la force magnétomotrice dans l'entrefer est périodique. Elle admet alors un développement en série de Fourier. Autrement dit, elle peut être exprimée par une somme de termes en cosinus et en sinus.

$$E(\theta) = A_1 \sin(p\theta) + B_1 \cos(p\theta) + \dots + A_n \sin(np\theta) + B_n \cos(np\theta) + \dots$$

En tenant compte de la symétrie de l'onde, les termes en sinus sont nuls. Il ne reste alors que les termes en cosinus.

De plus, une approximation de la force magnétomotrice peut être faite en utilisant la méthode du Premier harmonique qui énonce que seule la fondamentale de l'onde a de l'importance [2]. Ainsi les harmoniques de rang supérieur ou égal à 2 ainsi que leurs effets sont négligés.

Ainsi la force magnétomotrice est approchée par l'expression :

$$E(\theta) = B_1 \cos(p\theta) \quad (1.9)$$

Le coefficient  $B_1$  est donné par la formule

$$B_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi E(\theta) \cos(p\theta) d\theta \quad (1.10)$$

Dans le cas de l'exemple, pour une machine à 3 enroulements par phase et une paire de pôle ( $p=1$ ) :

$$B_1 = \frac{2\sqrt{3}+2}{\pi} je \text{ d'où } E(\theta) = \frac{2\sqrt{3}+2}{\pi} je. \cos(\theta) \quad (1.11)$$

Et si le circuit magnétique n'est pas saturé, on en déduit l'expression de  $B(\theta)$  :

$$B(\theta) = \frac{\mu_0}{e} \frac{2\sqrt{3}+2}{\pi} je. \cos(\theta) \quad (1.12)$$

Pour généraliser ces écritures, posons  $k_s \cdot je = B_1$  et  $\lambda_s = \frac{\mu_0}{e} k_s$

Finalement, la force magnétomotrice statorique et l'induction magnétique statorique dans l'entrefer s'expriment par :

$$E_s(\theta) = k_s \cdot je. \cos(p\theta) \quad (1.13)$$

$$B_s(\theta) = \lambda_s \cdot je. \cos(p\theta) \quad (1.14)$$

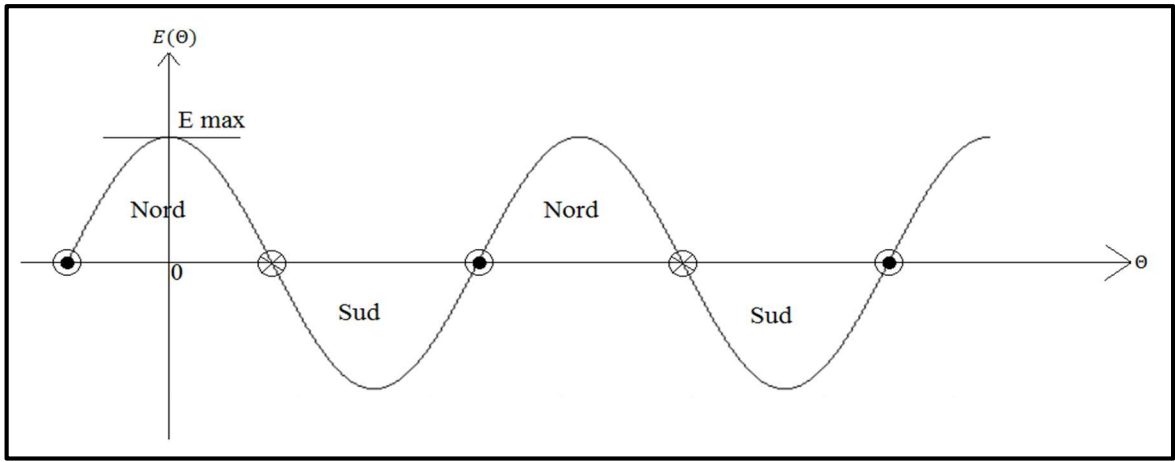


Figure I. 14. Répartition sinusoidale de la Force Magnétomotrice dans l'entrefer

### 2.2.3. Force magnétomotrice résultante dans l'entrefer

Les courants dans les trois phases du stator sont donnés par les expressions :

$$\left. \begin{aligned} j_{sa}(t) &= J_{sm} \cos(\omega_s t + \alpha) \\ j_{sb}(t) &= J_{sm} \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3} + \alpha\right) \\ j_{sc}(t) &= J_{sm} \cos\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right) \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

Les expressions des forces magnétomotrices statoriques créées par chaque phase sont données par les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} E_{sa}(\theta, t) &= k_s \cdot J_{sm} \cos(\omega_s t + \alpha) \cdot \cos(p\theta) \\ E_{sb}(\theta, t) &= k_s \cdot J_{sm} \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3} + \alpha\right) \cdot \cos(p\theta) \\ E_{sc}(\theta, t) &= k_s \cdot J_{sm} \cos\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right) \cdot \cos(p\theta) \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

L'expression de la force magnétomotrice statorique résultante  $E_{sr}(\theta, t)$  est donnée par la somme des forces magnétomotrices engendrées par chaque phase.

$$E_{sr}(\theta, t) = E_{sa}(\theta, t) + E_{sb}(\theta, t) + E_{sc}(\theta, t) \quad (1.17)$$

L'expression de la force magnétomotrice résultante est obtenue en transformant cette écriture en utilisant la formule trigonométrique

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{\cos(a-b) + \cos(a+b)}{2} \quad (1.18)$$

Nous obtenons

$$E_{sr}(\theta, t) = \frac{3}{2} k_s J_{sm} \cos(\omega_s t + \alpha - p\theta) \quad (1.19)$$

### 2.3. Mise en évidence d'un champ tournant dans l'entrefer

A partir de l'expression de  $E_{sr}(\theta, t)$ , il est possible de déterminer les angles  $\theta$  tel que cette force magnétomotrice résultante soit constante par exemple :

$$E_{sr}(\theta, t) = \frac{3}{2} k_s J_{sm} \cos(\varphi) \text{ avec } \varphi \text{ constante}$$

$$\text{Alors } \varphi = \omega_s t + \alpha - p\theta \text{ ainsi } \theta = \frac{\omega_s t}{p_0} + \frac{\alpha - \varphi}{p_0} = \Omega_s t + \theta_0$$

Le point de l'espace caractérisé par l'angle  $\theta$  pour lequel  $E_{sr}(\theta, t)$  est constant, se déplace à la vitesse  $\Omega_s$ . On peut dire que la force magnétomotrice statorique résultante se déplace ou glisse à la vitesse  $\Omega_s$  dans l'entrefer.

La répartition de l'induction résultante dans l'entrefer est donnée par l'expression :

$$\left. \begin{aligned} B_{sr}(\theta, t) &= \frac{3}{2} \lambda_s J_{sm} \cos(\omega_s t + \alpha - p\theta) \\ B_{sr}(\theta, t) &= \frac{3}{2} B_{smax} \cos(\omega_s t + \alpha - p\theta) \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

Il est vérifié que cette expression du champ tournant est la même que celle donné par le théorème de Ferraris [2].

Si on inverse deux phases statoriques, l'expression de la force magnétomotrice résultante devient :

$$E_{sr}(\theta, t) = \frac{3}{2} k_s J_{sm} \cos(\omega_s t + \alpha + p\theta) \quad (1.21)$$

On remarque alors que l'inversion de deux phases entraîne l'inversion du sens de rotation de la machine.

### 2.4. Mise en rotation du rotor.

Le champ tournant créé par le stator balaye les enroulements rotoriques et crée un flux magnétique variable à travers la surface entourée par les conducteurs rotoriques. Une des lois basiques de l'électromagnétisme : la loi de la Tension Induite Généralisée, dit que cette variation de flux induit une tension aux bornes des enroulements du rotor. Puisque les enroulements rotoriques sont court-circuités, ils sont traversés par des courants induits.

Un conducteur parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique est le siège d'une force de Laplace qui est une force proportionnelle à l'intensité du courant et l'intensité de l'induction électromagnétique. Par la disposition mécanique du rotor, la force de Laplace est appliquée sur les conducteurs, à la périphérie du cylindre rotorique mobile autour de son axe. A la force électromagnétique de Laplace, on associe un bras de levier qui est le rayon du rotor pour donner un couple électromagnétique. C'est ce couple électromagnétique qui est à l'origine de la rotation du rotor.

Selon Faraday, la force électromotrice induite crée un courant qui tend par ses effets à s'opposer à la cause qui lui a donné naissance. Ainsi, les courants induits dans les enroulements rotoriques vont par leurs effets, c'est-à-dire par la force de Laplace et donc le couple électromagnétique, tenter de rattraper le champ tournant qui les a induits. Le rotor tourne alors dans le même sens que le champ tournant néanmoins sa vitesse est légèrement inférieure à celle du champ tournant parce qu'il faut que le champ soit en mouvement par rapport au rotor pour que les courants induits existent.

## 2.5. Influence de la force magnétomotrice rotorique

Il a été vu dans le paragraphe précédent que le rotor tourne à une vitesse légèrement inférieure à la vitesse de synchronisme. On définit le glissement d'une machine asynchrone par :

$$g = \frac{N_s - N_r}{N_s} = \frac{\Omega_s - \Omega_r}{\Omega_s} \quad (1.22)$$

Le glissement est donc le rapport de la vitesse relative du champ par rapport au rotor par sa vitesse absolue.

Les enroulements du rotor sont balayés par le champ tournant statorique à la fréquence  $\Omega_{cr} = \Omega_s - \Omega_r$  qui induit donc un courant de fréquence  $\omega_{cr} = p\Omega_{cr}$ .

On a alors une autre expression du glissement :  $g = \frac{\omega_{cr}}{\omega_s}$

Par analogie aux enroulements statoriques, les enroulements rotoriques génèrent une force magnétomotrice dans l'entrefer qui tourne à une vitesse  $\frac{\omega_{cr}}{p} = \Omega_{cr}$  par rapport au rotor. Cette force magnétomotrice rotorique tourne alors par rapport au stator avec  $\Omega_s = \Omega_{cr} + \Omega_r$ .

Les forces magnétomotrices statoriques et rotoriques tournent à la même vitesse  $\Omega_s$ . Ainsi, en régime permanent, le champ tournant résultant dans l'entrefer tourne à la vitesse de synchronisme  $\Omega_s$  et son intensité est donné par la composition de l'intensité du champ statorique et du champ rotorique.

## 3. Les bases sur l'utilisation du moteur asynchrone triphasé

### 3.1. Plaque signalétique

Type		LS 90 Lz		595257/3	
kW	1,5	cos φ	0,78	ΔV	230 A 6,65
		rd <sup>to</sup> / <sub>D</sub>	76	λY	400 A 3,84
tr/min	1440	isoclasse		amb <sup>ce</sup> /C	40
Hz	50	ph	3	S.™	S1

MOT. 3 ~ LS 100 L		N° 8945/79		22 kg	
Code : T					
IP 55	I cl. F	40°C	S1	%	c/h
Δ 380	50	1415	3	0,83	7,1
Δ 400	50	1420	3	0,78	7,2
Δ 415	50	1430	3	0,74	7,3

Figure I. 15.Exemple de plaque signalétique (LEROY SOMER)



La plaque signalétique contient les informations sur le moteur asynchrone. Elle est facile d'accès car elle est fixée sur le carter du moteur. La lecture de cette plaque aide à la bonne compréhension du fonctionnement du moteur.

Les informations données par la plaque signalétique sont les suivants :

- Type :(LS90Lz) référence propre au constructeur
- Puissance :(1,5kW) puissance utile délivrée sur l'arbre du moteur.
- Facteur de puissance ou  $\cos \phi$  :(0,78) permet le calcul de la puissance réactive consommée.
- rendement : (76%) permet de connaître la puissance électrique consommée ou absorbée
- Tensions : (230V/400V) la première indique la valeur nominale de la tension aux bornes d'un enroulement. Elle détermine le couplage (étoile ou triangle) à effectuer en fonction de la tension du réseau d'alimentation.
- Intensités :(6,65A/3,84A) Elles représentent l'intensité en ligne (dans chaque phase) pour chacun des couplages.
- vitesse :(1440 Tr/mn) Indique la vitesse nominale du rotor. On dit aussi vitesse réelle. On connaît alors La vitesse de synchronisme  $N_s$  du moteur (ici 1500 tr/mn). S'il y a une paire de pôles magnétique pour chacune des trois phases, la fréquence de synchronisme est alors de 3000 tr/mn. Si on augmente le nombre de paires de pôles  $p$ , il est possible d'obtenir des moteurs avec des fréquences de rotation différentes.

*Tableau I. 3.Vitesse de synchronisme en fonction du nombre de pair de pôles*

p	1	2	3	4	5	6
N (tr/mn)	3000	1500	1000	750	600	500

- Classe d'isolement :(non indiquée).
- Température ambiante :(40°C) utilisation recommandée maximum
- Fréquence :(50Hz) fréquence du réseau d'alimentation.
- Nombre de phases :(Ph 3) moteur triphasé
- Service :(S1) utilisation en marche continue, intermittente...
- Indice de protection IP :(non indiquée) défini par trois chiffres le degré de protection du moteur à la poussière, à l'eau et aux chocs mécaniques.

### 3.2. Le couplage

Le branchement des bobines sur le réseau se fait au niveau de la boîte à borne située sur le dessus du moteur. On dispose ainsi de six (6) connexions, une pour chacune des extrémités des trois bobines. Les bornes sont reliées aux bobines selon le schéma ci-dessous.

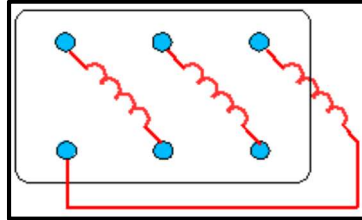


Figure I. 16. *Liaison des bornes aux bobines*

Les bobines sont logées dans les encoches du stator.

Le moteur asynchrone peut être branché de deux façons au réseau de fourniture de l'énergie électrique : le montage en triangle et le montage en étoile.

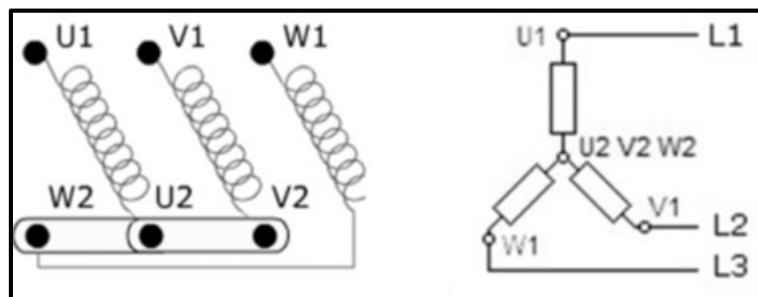


Figure I. 17. *Montage en étoile*

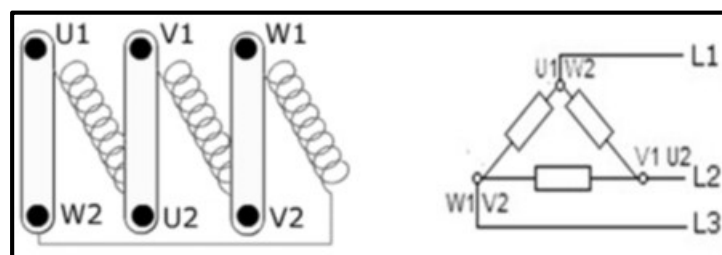


Figure I. 18. *Montage en triangle*

Le montage en triangle fournit la tension nominale du réseau aux bornes de chacune des bobines statoriques tandis que le montage en étoile fournit à ces bornes une tension  $\sqrt{3}$  fois plus petite que la tension nominale du réseau.

Ainsi, le montage en étoile est préféré au montage en triangle dans le cas où un moteur de 230V doit être branché sur un réseau de 400V, ou dans le cas où le moteur doit être démarré à puissance réduite ce qui est le cas de l'entraînement d'une charge à forte inertie mécanique.

### 3.3. Liaison avec le réseau

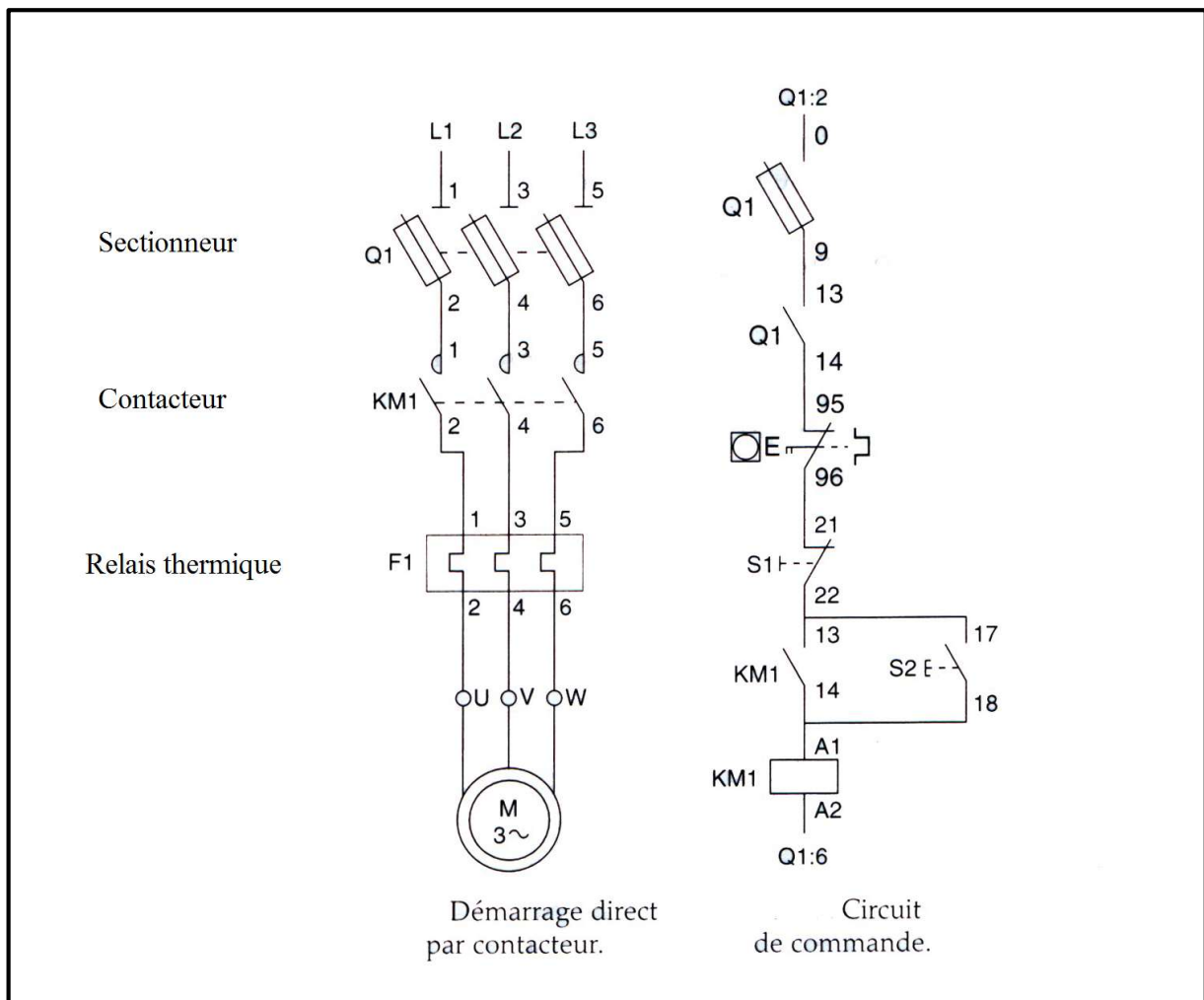


Figure I. 19. Schéma de câblage pour la connexion au réseau

Le moteur est relié au réseau par un certain nombre de dispositifs de sécurité et de commande.

- Le sectionneur d'isolement avec fusibles permet de déconnecter le moteur du réseau pour des opérations de maintenance par exemple. Il protège également le dispositif en aval contre les risques de court-circuit grâce aux fusibles.

- Le contacteur permet d'alimenter le moteur avec une commande manuelle ou automatique avec un automate programmable.

- Le relais thermique protège le moteur contre les surcharges de courant, l'intensité maximale admissible est réglable. Son action différentielle permet de détecter une différence de courants entre les phases en cas de coupure d'une liaison par exemple.

### 3.4. Les modes de démarrage du moteur asynchrone triphasé

Pour un démarrage direct, comme le cas de la Figure I.19, le moteur est branché directement sur le réseau. Il démarre et atteint sa vitesse nominale en 2s à 3s. Ce mode de démarrage offre un couple de démarrage assez important, de l'ordre de 0,6 à 1,5 fois le couple nominal. Cependant, ce mode de démarrage fait un appel en courant très important car le courant de démarrage peut atteindre un pic de 4 à 8 fois le courant nominal ce qui rend le démarrage assez violent.

Le démarrage direct n'étant pas recommandé pour les moteurs de puissance supérieure à 5 kW, plusieurs modes de démarrage ont été mis au point pour diverses utilisations du moteur asynchrone triphasé.

#### 3.4.1. Le démarrage sous tension réduite par autotransformateur

Pour ce procédé, la réduction de l'intensité de démarrage est réalisée par un autotransformateur qui adapte la tension d'alimentation du moteur. Ce procédé est donc assez coûteux en raison de la nécessité d'un transformateur. Il est ainsi rencontré le plus souvent dans les applications de grande puissance. L'intensité et le couple de démarrage sont établis en fonction du rapport de transformation.

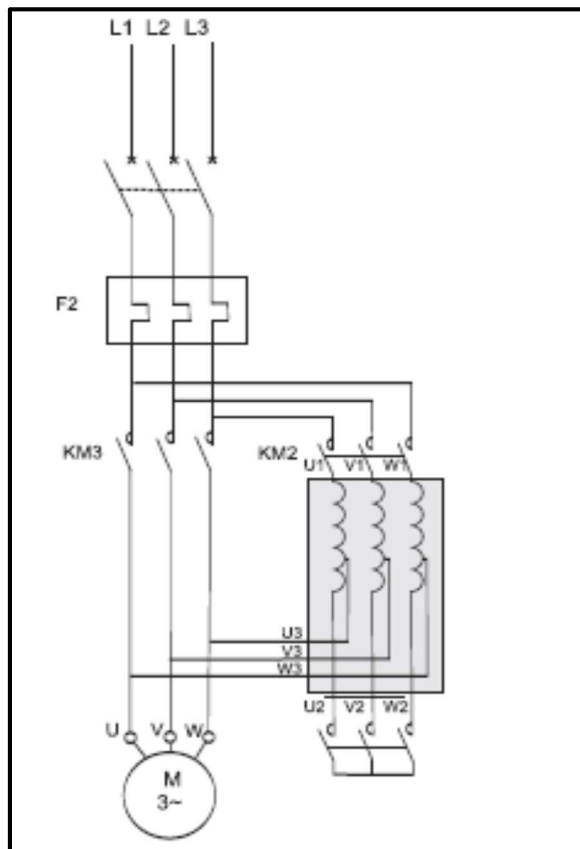


Figure I. 20. Démarrage sous tension réduite par autotransformateur

### 3.4.2. Le démarrage étoile triangle

Ce mode de démarrage s'applique aux moteurs asynchrones triphasés dont le couplage triangle correspond à la tension du réseau. Ce mode de démarrage se réalise en deux temps. Dans un premier temps, on couple les enroulements statoriques en étoile pour réduire la tension à leurs bornes puis on met le moteur sous tension. Ensuite, à l'aide de contacteurs, on supprime le couplage en étoile pour le remplacer par un couplage triangle, dans un deuxième temps afin d'alimenter le moteur à pleine tension. Ce démarrage dure entre 3s à 7s selon le moteur et offre un couple de démarrage entre 0,2 à 0,6 fois le couple nominal soit trois fois moins que le démarrage direct. Il est de préférence utilisé pour démarrer un moteur à vide ou avec une charge faible. Le pic de courant est très réduit par rapport à celui du démarrage direct car il est de l'ordre de 1,3 à 2,6 fois le courant nominal.

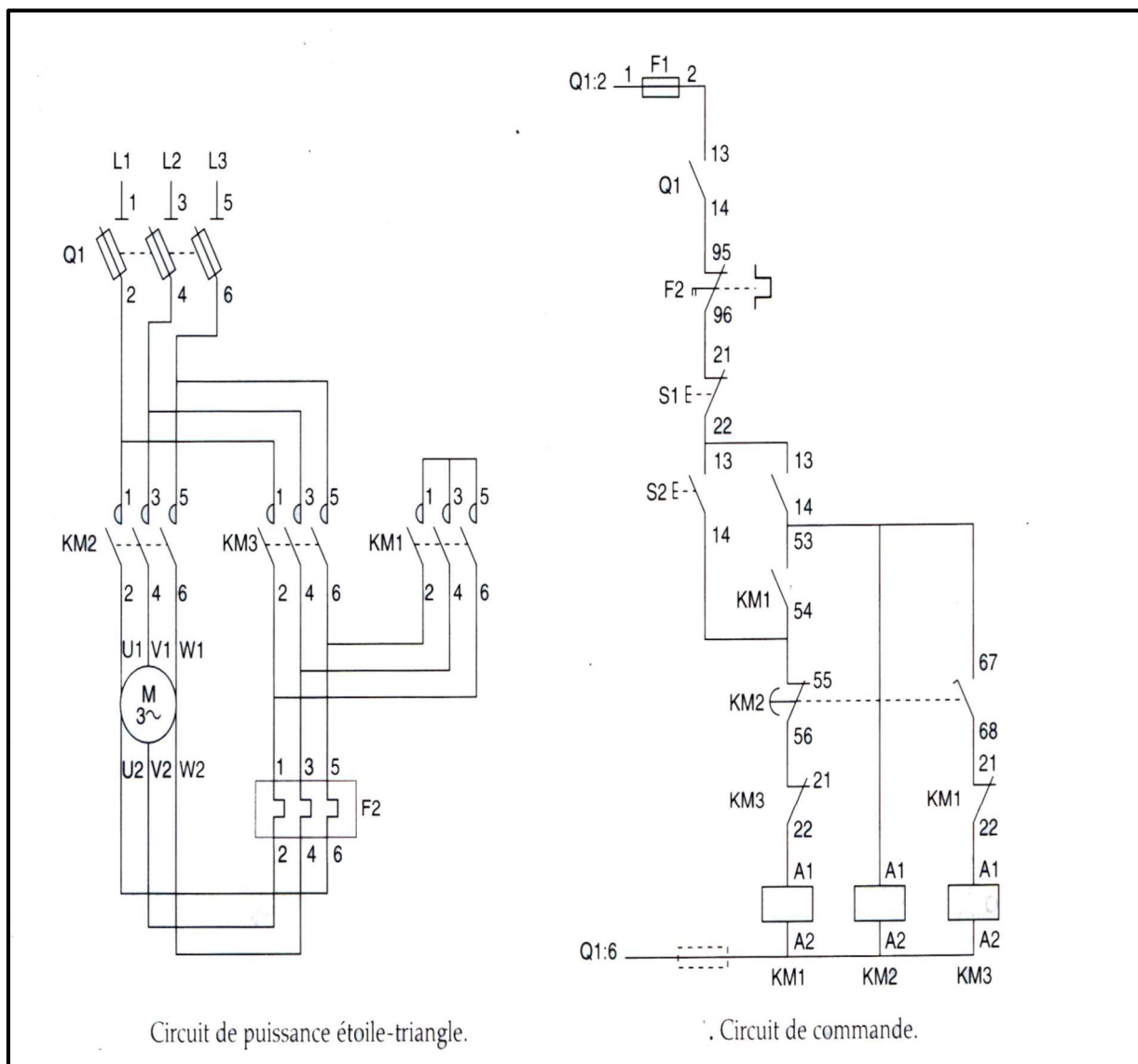


Figure I. 21. Schéma de câblage d'un démarrage étoile triangle

### 3.4.3. Le démarrage statorique

Pour ce procédé, l'utilisation de résistance est nécessaire. En effet, afin de réduire la tension aux bornes des enroulements du stator, des résistances sont mises en séries avec les bobines lors de la mise sous tension du moteur. Elles sont ensuite court-circuitées pour alimenter la machine à pleine tension. Le but visé par la méthode est la même que pour le démarrage étoile triangle sauf que pour le démarrage statorique, il n'y a pas de coupure de l'alimentation. La réduction du pic de courant n'est pas aussi efficace que celle du démarrage étoile triangle, mais elle est néanmoins acceptable avec un courant d'appel d'environ 4,5 fois le courant nominal. Le couple de démarrage varie de 0,6 à 0,85 fois le couple nominal. Le démarrage dure entre 7s et 12s et il est recommandé pour les machines à forte inertie.

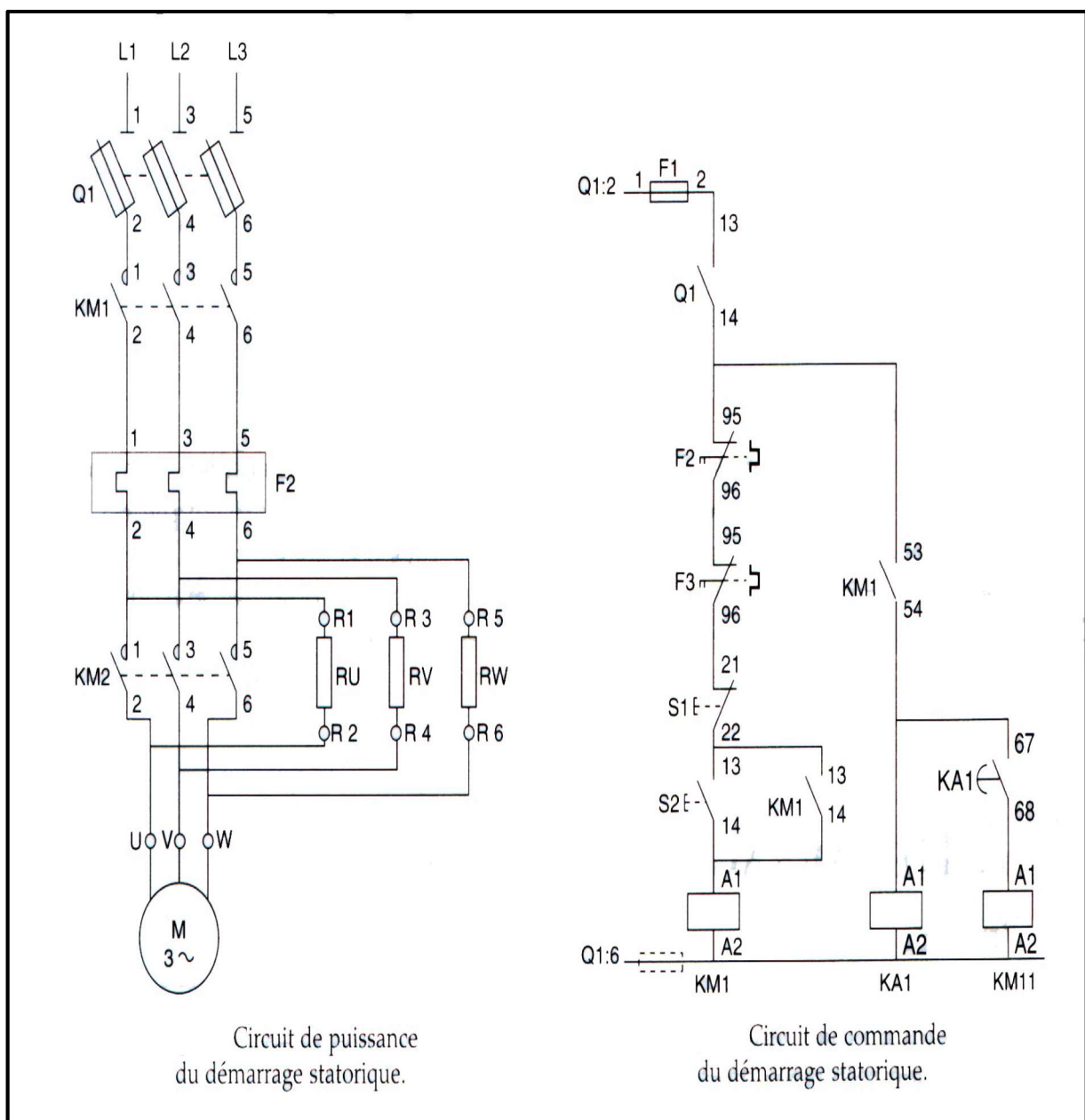


Figure I. 22. Schéma de câblage d'un démarrage statorique

### 3.4.4. Le démarrage rotorique

Ce procédé nécessite aussi l'usage de résistances qui sont branchées en série avec les enroulements du rotor. Ainsi, ce mode de démarrage est exclusivement associé aux moteurs asynchrone à bague ou bobiné car l'accès aux bornes des enroulements rotoriques est nécessaire. L'augmentation de la résistance rotorique est faite dans le but de limiter le courant absorbé au stator. Ainsi, ce mode de démarrage fait appel à un courant sensiblement proportionnel à l'intensité nominale ( $I_{dem} = 2,5 I_N$ ). Les résistances seront court-circuitées petit à petit au fur et à mesure que le moteur gagne en vitesse. Le couple de démarrage est de l'ordre de 2 à 2,5 fois le couple nominal. Ce démarrage assez rapide dure entre 2,5s et 5s. Ce mode de démarrage est conseillé pour un démarrage progressif ou pour un levage.

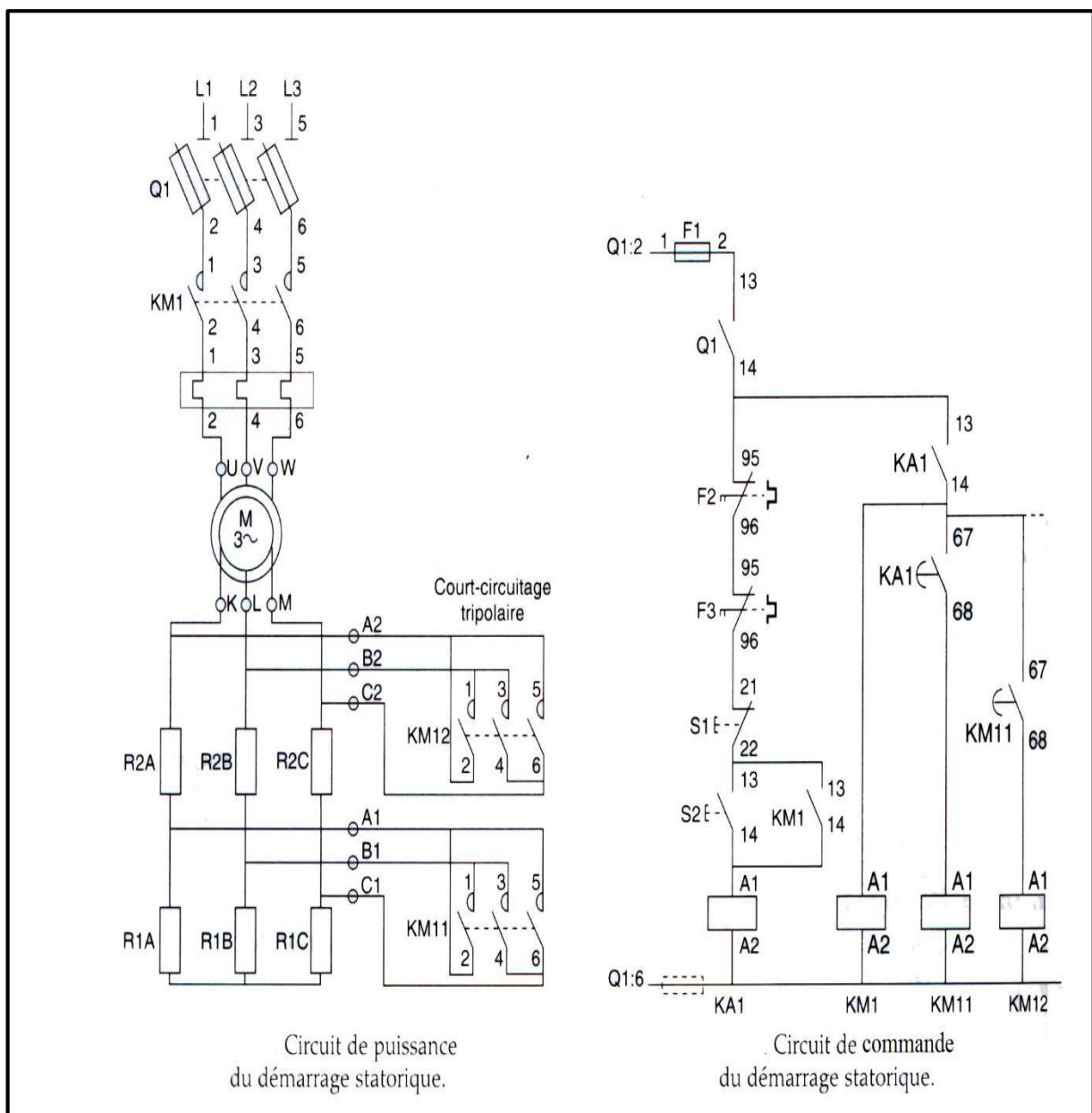


Figure I. 23. Schéma de câblage d'un démarrage rotorique

# Chapitre II : Expressions des grandeurs électriques et électromagnétiques

## 1. Les vecteurs d'espace

Les vecteurs d'espace ont été introduits pour simplifier l'écriture mathématique des systèmes de grandeurs triphasées. La méthode consiste à associer à un système triphasé  $\{x_a(t), x_b(t), x_c(t)\}$ , un vecteur  $\bar{X}$  du plan complexe.

Le vecteur d'espace  $\bar{X}$  est associé aux grandeurs  $x_a(t), x_b(t)$  et  $x_c(t)$  par la relation ci-dessous :

$$\bar{X}(t) = \frac{2}{3}(x_a(t) + a.x_b(t) + a^2.x_c(t)) \quad (2.1)$$

Le conjugué de  $\bar{X}$  est  $\bar{X}^*$ , défini par :

$$\bar{X}^*(t) = \frac{2}{3}(x_a(t) + a^2.x_b(t) + a.x_c(t)) \quad (2.2)$$

Ici,  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$  est la racine troisième de l'unité qui est aussi un opérateur de rotation de  $+\frac{2\pi}{3}$  dans de plan complexe.

Tous les systèmes triphasés peuvent être représentés par les vecteurs d'espace [2]. Ainsi cette transformation mathématique est sollicitée pour l'étude de la machine asynchrone triphasée. En effet, chaque grandeur tel que le courant, la tension, le flux est associé à un vecteur d'espace pour simplifier l'étude de la machine.

Il est nécessaire de définir le plan complexe dans lequel sera construit le vecteur d'espace. Pour cela, deux systèmes d'axes différents seront utilisés, l'un pour les grandeurs statoriques et l'autre pour les grandeurs rotoriques.

Pour les grandeurs statoriques, l'axe des réels du plan complexe sera confondu avec l'axe de la phase A du stator noté sA et l'axe des imaginaires sera l'axe en quadrature avance par rapport à ce dernier. Ces axes seront notés M et N tel que  $\bar{X}_S = X_{SM} + jX_{SN}$ .

Pour les grandeurs rotoriques, l'axe des réels du plan complexe sera confondu avec l'axe de la phase A du rotor noté rA et l'axe des imaginaires sera l'axe en quadrature avance par rapport à ce dernier. Ces axes seront notés  $\alpha$  et  $\beta$  tel que  $\bar{X}_r = X_{r\alpha} + jX_{r\beta}$ .



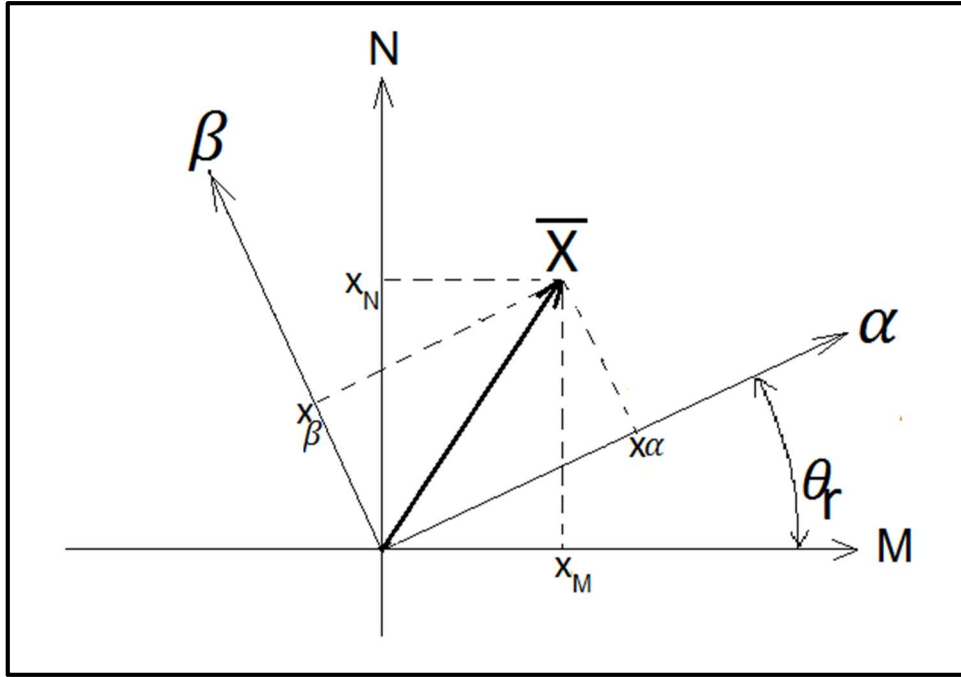


Figure II. 1. Repère associé au stator et repère associé au rotor

Le vecteur  $\bar{X}_S$  peut être exprimé dans le repère  $(\alpha, \beta)$  et il sera noté  $\bar{X}'_S$  tel que :

$$\bar{X}'_S = \bar{X}_S e^{-j\theta_r} \quad (2.3)$$

La matrice de passage est donnée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} X_{S\alpha} \\ X_{S\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{SM} \\ X_{SN} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

De même, le vecteur  $\bar{X}_r$  peut être exprimé dans le repère  $(D, Q)$  et il sera noté  $\bar{X}'_r$  tel que :

$$\bar{X}'_r = \bar{X}_r e^{j\theta_r} \quad (2.5)$$

La matrice de passage est donnée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} X_{rM} \\ X_{rN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{r\alpha} \\ X_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

En développant l'expression de  $\bar{X}(t)$ , elle devient :

$$\begin{aligned} \bar{X}(t) &= \frac{2}{3} (x_a(t) + [\cos(2\pi/3) + j\sin(2\pi/3)].x_b(t) + [\cos(4\pi/3) + j\sin(4\pi/3)].x_c(t)) \\ \bar{X}(t) &= \frac{2}{3} \left[ \left( x_a(t) - \frac{1}{2}x_b(t) - \frac{1}{2}x_c(t) \right) + j\frac{\sqrt{3}}{2}(x_b(t) - x_c(t)) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

A partir de ce développement, on peut déduire pour un système triphasé équilibré, les matrices de passage pour passer du système triphasé au système diphasé équivalent, ou pour retrouver les grandeurs triphasées à partir des composantes complexes diphasés équivalents. Ces matrices sont données ci-dessous :

Pour les grandeurs statoriques :

$$\begin{bmatrix} X_{SM} \\ X_{SN} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & +\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{Sa} \\ X_{Sb} \\ X_{Sc} \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} X_{Sa} \\ X_{Sb} \\ X_{Sc} \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} +\frac{2}{3} & 0 & +\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & +\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{SM} \\ X_{SN} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Pour les grandeurs rotoriques :

$$\begin{bmatrix} X_{r\alpha} \\ X_{r\beta} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & +\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{ra} \\ X_{rb} \\ X_{rc} \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} X_{ra} \\ X_{rb} \\ X_{rc} \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} +\frac{2}{3} & 0 & +\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & +\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{r\alpha} \\ X_{r\beta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

### 1.1 Vecteur d'espace des courants

Vecteur d'espace des courants statoriques :

Le vecteur d'espace des courants statoriques est défini par :

$$\bar{J}_s(t) = \frac{2}{3} (j_{sa}(t) + a \cdot j_{sb}(t) + a^2 \cdot j_{sc}(t)) \quad (2.10)$$

En utilisant les matrices de passage, les valeurs instantanées des courants se retrouvent facilement.

Dans la phase A :

$$j_{sa}(t) = J_{SM}$$

Ainsi,

$$j_{sa}(t) = \text{Re}(\bar{J}_s(t)) \quad (2.11)$$

Dans la phase B :

D'une part, la matrice de passage donne la relation :

$$j_{sb}(t) = -\frac{1}{2} J_{SM} + \frac{\sqrt{3}}{2} J_{SN}$$

D'autre part,

$$a^2 \cdot \bar{J}_s(t) = \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (J_{SM} + jJ_{SN}) = \left( -\frac{1}{2}J_{SM} + \frac{\sqrt{3}}{2}J_{SN} \right) + j \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}J_{SM} - \frac{1}{2}J_{SN} \right)$$

Par identification,

$$j_{sb}(t) = \text{Re}(a^2 \cdot \bar{J}_s(t)) \quad (2.12)$$

Dans la phase C :

D'une part, la matrice de passage donne la relation :

$$j_{sc}(t) = -\frac{1}{2}J_{SM} - \frac{\sqrt{3}}{2}J_{SN}$$

D'autre part,

$$a \cdot \bar{J}_s(t) = \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (J_{SM} + jJ_{SN}) = \left( -\frac{1}{2}J_{SM} - \frac{\sqrt{3}}{2}J_{SN} \right) + j \left( \frac{\sqrt{3}}{2}J_{SM} - \frac{1}{2}J_{SN} \right)$$

Par identification,

$$j_{sc}(t) = \text{Re}(a \cdot \bar{J}_s(t)) \quad (2.13)$$

Le vecteur d'espace des courants rotoriques est défini par :

$$\bar{J}_r(t) = \frac{2}{3} (j_{ra}(t) + a \cdot j_{rb}(t) + a^2 \cdot j_{rc}(t)) \quad (2.14)$$

## 1.2 Vecteur d'espace des flux

Le vecteur d'espace des flux statoriques est défini par :

$$\bar{\psi}_s(t) = \frac{2}{3} (\psi_{sa}(t) + a \cdot \psi_{sb}(t) + a^2 \cdot \psi_{sc}(t)) \quad (2.15)$$

Le vecteur d'espace des flux rotoriques est défini par :

$$\bar{\psi}_r(t) = \frac{2}{3} (\psi_{ra}(t) + a \cdot \psi_{rb}(t) + a^2 \cdot \psi_{rc}(t)) \quad (2.16)$$

## 1.3 Vecteur d'espace des tensions

Les bobinages statoriques et rotoriques peuvent être assimilés à des circuits RL couplés. Les circuits statoriques et rotoriques sont équilibrés ainsi les résistances par phase sont identiques.

Pour le stator, les équations des tensions sont :

$$\left. \begin{aligned} v_{sa} &= R_S j_{sa} + \frac{d\psi_{sa}}{dt} \\ v_{sb} &= R_S j_{sb} + \frac{d\psi_{sb}}{dt} \\ v_{sc} &= R_S j_{sc} + \frac{d\psi_{sc}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Le vecteur d'espace des tensions statoriques est défini par :

$$\bar{V}_s(t) = \frac{2}{3} (v_{sa}(t) + a \cdot v_{sb}(t) + a^2 \cdot v_{sc}(t)) \quad (2.18)$$

Ce système d'équation des tensions statoriques peut être exprimé à partir des vecteurs d'espace comme suit :

$$\bar{V}_s = R_S \bar{J}_s(t) + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} \quad (2.19)$$

Pour le rotor, les équations des tensions sont :

$$\left. \begin{aligned} v_{ra} &= 0 = R_r j_{ra} + \frac{d\psi_{ra}}{dt} \\ v_{rb} &= 0 = R_r j_{rb} + \frac{d\psi_{rb}}{dt} \\ v_{rc} &= 0 = R_r j_{rc} + \frac{d\psi_{rc}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Le vecteur d'espace des tensions rotoriques est défini par :

$$\bar{V}_r(t) = \frac{2}{3} (v_{ra}(t) + a \cdot v_{rb}(t) + a^2 \cdot v_{rc}(t)) \quad (2.21)$$

Ce système d'équation des tensions rotoriques peut être exprimé à partir des vecteurs d'espace comme suit :

$$\bar{V}_r = 0 = R_r \bar{J}_r(t) + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt} \quad (2.22)$$

## 2. Expression de la puissance électrique

### 2.1 Expression de la puissance instantanée

La puissance instantanée  $p$ , consommée par la machine asynchrone triphasée est exprimée comme suit :

$$p(t) = v_{sa} j_{sa} + v_{sb} j_{sb} + v_{sc} j_{sc} \quad (2.23)$$

Le conjugué du vecteur d'espace des courants statoriques est noté  $\bar{J}_s^*(t)$ . Le produit scalaire de ce vecteur par le vecteur d'espace des tensions statoriques s'exprime comme suit :

$$\bar{V}_s \cdot \bar{J}_s^* = \frac{4}{9} (v_{sa}(t) + a \cdot v_{sb}(t) + a^2 \cdot v_{sc}(t)) \cdot (j_{sa}(t) + a^2 \cdot j_{sb}(t) + a \cdot j_{sc}(t)) \quad (2.24)$$

Le calcul de la partie réelle de ce produit donne :

$$Re(\bar{V}_s \cdot \bar{J}_s^*) = \frac{4}{9} (v_{sa}j_{sa} + -\frac{1}{2}v_{sa}(j_{sb} + j_{sc}) + v_{sb}j_{sb} - \frac{1}{2}v_{sb}(j_{sa} + j_{sc}) + v_{sc}j_{sc} - \frac{1}{2}v_{sc}(j_{sa} + j_{sb}))$$

Finalement, en considérant que la somme  $j_{sa} + j_{sb} + j_{sc}$  est nulle, l'équation devient :

$$Re(\bar{V}_s \cdot \bar{J}_s^*) = \frac{2}{3} (v_{sa}j_{sa} + v_{sb}j_{sb} + v_{sc}j_{sc})$$

L'expression de la puissance totale instantanée de la machine peut alors être déduite de cette écriture.

$$p(t) = \frac{3}{2} Re(\bar{V}_s \cdot \bar{J}_s^*) \quad (2.25)$$

## 2.2 Pertes par effet Joule

Les échauffements des conducteurs dissipent de l'énergie électrique sous forme de chaleur. Ils représentent une énergie perdue par la machine qui est appelé perte par effet Joule.

Ces pertes s'expriment par les équations ci-dessous :

Pour le stator :

$$P_{JS} = R_S (j_{sa}^2 + j_{sb}^2 + j_{sc}^2) \quad (2.26)$$

$P_{JS}$  peut aussi être exprimé à partir du vecteur d'espace des courants statoriques.

Si on pose X et Y tel que  $\bar{J}_s(t) = \frac{2}{3} (X + jY)$ .

$$|\bar{J}_s|^2 = \frac{4}{9} (X^2 + Y^2) \quad (2.27)$$

Le calcul de  $X^2$  et  $Y^2$  donnent :

$$X^2 = \frac{9}{4} j_{sa}^2$$

$$Y^2 = \frac{3}{4} (j_{sb}^2 + j_{sc}^2) - \frac{3}{2} j_{sb}j_{sc}$$

$$j_{sa} + j_{sb} + j_{sc} = 0 \text{ alors } j_{sb}j_{sc} = \frac{j_{sa}^2 - j_{sb}^2 - j_{sc}^2}{2}$$

Ce calcul permet d'obtenir l'expression de  $Y^2$ :

$$Y^2 = \frac{3}{2}(j_{sb}^2 + j_{sc}^2) - \frac{3}{4}j_{sa}^2$$

En additionnant les résultats,

$$X^2 + Y^2 = \frac{3}{2}(j_{sa}^2 + j_{sb}^2 + j_{sc}^2)$$

Ainsi, le carré du module du vecteur d'espace des courants statoriques est :

$$|\bar{J}_s|^2 = \frac{2}{3}(j_{sa}^2 + j_{sb}^2 + j_{sc}^2) \quad (2.28)$$

Finalement, l'expression des pertes par effet Joule au stator s'exprime par :

$$P_{JS} = \frac{3}{2}R_S |\bar{J}_s|^2 \quad (2.29)$$

Pour le rotor :

$$P_{Jr} = R_r(j_{ra}^2 + j_{rb}^2 + j_{rc}^2) \quad (2.30)$$

Par analogie aux pertes Joules statoriques, les pertes Joules rotoriques s'expriment aussi par :

$$P_{Jr} = \frac{3}{2}R_r |\bar{J}_r|^2 \quad (2.31)$$

### 3. Expressions des flux statoriques et rotoriques

#### 3.1 Définitions des inductances de la machine asynchrone triphasée

Les circuits statoriques et rotoriques sont des circuits couplés magnétiquement. Chaque enroulement interagit alors avec les autres en partageant un flux commun avec chacun d'eux. Chacun des enroulements possède alors un flux qui lui est propre et plusieurs autres flux qu'il partage un à un avec les autres enroulements. Chaque flux peut être caractérisé par le produit d'une inductance et d'un courant. Ainsi pour définir les flux statoriques et rotoriques, plusieurs inductances seront utilisés.

Ces inductances sont notées par :

$l_s$  : C'est l'inductance propre d'une phase statorique. Si on considère la phase A du stator parcouru par le courant  $j_{sa}$ , le flux  $\Phi_{sa}$  crée par  $j_{sa}$  à travers la phase sA est conforme à l'équation:  $\Phi_{sa} = l_s \cdot j_{sa}$

$M_s$  : Il s'agit de l'inductance mutuelle entre deux phases du stator (entre sA et sB par exemple). Si on considère que la phase sA est parcourue par un courant  $j_{sa}$ , le flux  $\Phi_{sb}$  crée par  $j_{sa}$  à travers la phase sB est conforme à l'équation:  $\Phi_{sb} = M_s \cdot j_{sa}$ .

$l_r$  : C'est l'inductance propre d'une phase rotorique. Si on considère la phase A du rotor parcouru par le courant  $j_{ra}$ , le flux  $\Phi_{ra}$  crée par  $j_{ra}$  à travers la phase rA est conforme à l'équation:  $\Phi_{ra} = l_r \cdot j_{ra}$

$M_r$  : Il s'agit de l'inductance mutuelle entre deux phases du rotor (entre rA et rB par exemple). Si on considère que la phase rA est parcourue par un courant  $j_{ra}$ , le flux  $\Phi_{rb}$  crée par  $j_{ra}$  à travers la phase sB est conforme à l'équation:  $\Phi_{rb} = M_r \cdot j_{ra}$ .

$M_{sr}$  : C'est l'inductance mutuelle maximale entre une phase statorique et une phase rotorique. Si on considère la phase sA du stator et la phase rB du rotor, le flux  $\Phi_{srb}$  engendré par  $j_{sa}$  à travers la phase rB, lorsque rB se trouve aligné dans l'axe de sA, est conforme à l'équation :  $\Phi_{srb} = M_{sr} \cdot j_{sa}$ .

Ces définitions sont illustrées par le schéma ci-dessous.

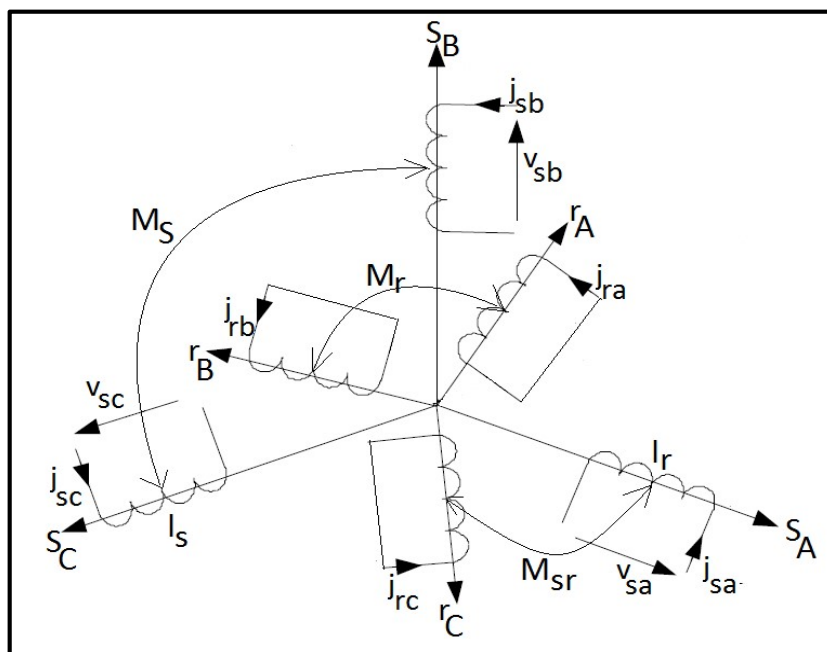


Figure II. 2. Définition des inductances de la machine

### 3.2 Expression des flux statoriques et rotoriques en fonction des courants

Compte tenu des diverses inductances définies précédemment, les flux peuvent être exprimés comme suit :

Flux total à travers la phase sA du stator :

$$\psi_{sa} = l_s j_{sa} + M_S j_{sb} + M_S j_{sc} + M_{sr} \cos(\theta_r) j_{ra} + M_{sr} \cos(\theta_r + 2\pi/3) j_{rb} + M_{sr} \cos(\theta_r + 4\pi/3) j_{rc} \quad (2.32)$$

Flux total à travers la phase rA du rotor :

$$\psi_{ra} = l_r j_{ra} + M_r j_{rb} + M_r j_{rc} + M_{sr} \cos(\theta_r) j_{sa} + M_{sr} \cos(\theta_r + 4\pi/3) j_{sb} + M_{sr} \cos(\theta_r + 2\pi/3) j_{sc} \quad (2.33)$$

On en déduit les expressions de  $\psi_{sb}, \psi_{sc}, \psi_{rb}, \psi_{rc}$ .

Soient  $M_1, M_2$  et  $M_3$  définis par :

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= M_{sr} \cos(\theta_r) \\ M_2 &= M_{sr} \cos(\theta_r + 4\pi/3) \\ M_3 &= M_{sr} \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

Ces expressions sont reformulées par la matrice ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \\ \psi_{ra} \\ \psi_{rb} \\ \psi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & M_S & M_S & M_1 & M_3 & M_2 \\ M_S & l_s & M_S & M_2 & M_1 & M_3 \\ M_S & M_S & l_s & M_3 & M_2 & M_1 \\ M_1 & M_2 & M_3 & l_r & M_r & M_r \\ M_3 & M_1 & M_2 & M_r & l_r & M_r \\ M_2 & M_3 & M_1 & M_r & M_r & l_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} j_{sa} \\ j_{sb} \\ j_{sc} \\ j_{ra} \\ j_{rb} \\ j_{rc} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Cette matrice peut être condensée comme suit :

$$\begin{bmatrix} \psi_{s(a,b,c)} \\ \psi_{r(a,b,c)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_S & M_{Sr} \\ M_{rs} & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} j_{s(a,b,c)} \\ j_{r(a,b,c)} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Avec :

$$[\psi_{s(a,b,c)}] = \begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \end{bmatrix} \quad [\psi_{r(a,b,c)}] = \begin{bmatrix} \psi_{ra} \\ \psi_{rb} \\ \psi_{rc} \end{bmatrix}$$



$$[j_{s(a,b,c)}] = \begin{bmatrix} j_{sa} \\ j_{sb} \\ j_{sc} \end{bmatrix} \quad [j_{r(a,b,c)}] = \begin{bmatrix} j_{ra} \\ j_{rb} \\ j_{rc} \end{bmatrix}$$

$$[L_S] = \begin{bmatrix} l_s & M_S & M_S \\ M_S & l_s & M_S \\ M_S & M_S & l_s \end{bmatrix} \quad [L_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^t = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r + 4\pi/3) \\ \cos(\theta_r + 4\pi/3) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r) \\ \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r + 4\pi/3) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

### 3.2.1 Expression du flux statorique à partir des vecteurs d'espace des courants

Le vecteur d'espace des flux statoriques est défini par :

$$\bar{\psi}_s(t) = \frac{2}{3}(\psi_{sa}(t) + a \cdot \psi_{sb}(t) + a^2 \cdot \psi_{sc}(t)) \quad (2.37)$$

Si on remplace  $\psi_{sa}, \psi_{sb}, \psi_{sc}$  par leurs expressions en fonction des courants statoriques et rotoriques, on a, après calcul, l'expression du flux statorique en fonction des vecteurs d'espace.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\psi}_s &= L_S \bar{J}_s + M \bar{J}_r e^{j\theta_r} \\ \bar{\psi}_s &= L_S \bar{J}_s + M \bar{J}'_r \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

Avec :

$L_S = l_s - M_S$  : l'inductance cyclique statorique

$M = \frac{3}{2}M_{sr}$  : l'inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor

En remplaçant les vecteurs d'espace par leurs composantes dans le repère (M, N), la relation devient :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\psi}_s &= L_S(J_{SM} + jJ_{SN}) + M(J_{rM} + jJ_{rN}) \\ \bar{\psi}_s &= L_S J_{SM} + M J_{rM} + j(L_S J_{SN} + M J_{rN}) \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

Par identification :

$$\left. \begin{aligned} \psi_{SM} &= L_S J_{SM} + M J_{rM} \\ \psi_{SN} &= L_S J_{SN} + M J_{rN} \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

### 3.2.2 Expression du flux rotorique à partir des vecteurs d'espace des courants

Le vecteur d'espace des flux rotoriques est défini par :

$$\bar{\psi}_r(t) = \frac{2}{3}(\psi_{ra}(t) + a \cdot \psi_{rb}(t) + a^2 \cdot \psi_{rc}(t)) \quad (2.41)$$

Si on remplace  $\psi_{ra}, \psi_{rb}, \psi_{rc}$  par leurs expressions en fonction des courants statoriques et rotoriques, on a, après calcul, l'expression du flux rotorique en fonction des vecteurs d'espace.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\psi}_r &= L_r \bar{J}_r + M \bar{J}_s e^{-j\theta_r} \\ \bar{\psi}_r &= L_r \bar{J}_r + M \bar{J}'_s \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Avec :

$L_r = l_r - M_r$  : l'inductance cyclique rotorique

$M = \frac{3}{2} M_{Sr}$  : l'inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor

En remplaçant les vecteurs d'espace par leurs composantes dans le repère  $(\alpha, \beta)$ , la relation devient :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\psi}_r &= L_r (J_{r\alpha} + j J_{r\beta}) + M (J_{s\alpha} + j J_{s\beta}) \\ \bar{\psi}_r &= L_r J_{r\alpha} + M J_{s\alpha} + j (L_s J_{r\beta} + M J_{s\beta}) \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

Par identification :

$$\left. \begin{aligned} \psi_{r\alpha} &= L_r J_{r\alpha} + M J_{s\alpha} \\ \psi_{r\beta} &= L_s J_{r\beta} + M J_{s\beta} \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

## 4. Expression des tensions statoriques et rotoriques

### 4.1. Expression des tensions et flux dans un repère (d,q) tournant à une vitesse angulaire électrique $\omega_x$ par rapport au stator.

Les équations statoriques sont exprimés dans le repère (M, N) et les équations rotoriques sont exprimées dans le repère  $(\alpha, \beta)$ . Ces équations doivent être ramenées dans le repère d'étude qui est le repère (d, q).

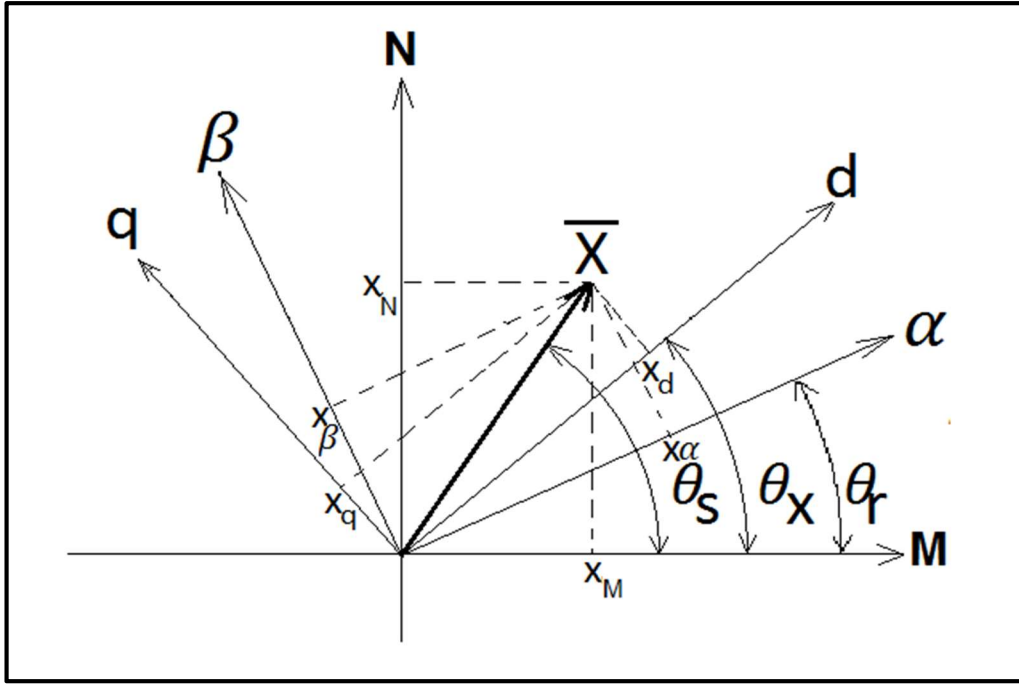


Figure II. 3. Mise en évidence des différents repères

Les relations de passage entre ces repères sont données ci-dessous :

Pour ramener les grandeurs statoriques :

$$\bar{X}_{SX} = \bar{X}_S e^{-j\theta_x} \quad (2.45)$$

$\bar{X}_{SX}$  est la grandeur statorique ramenée dans le repère (d, q).

Pour ramener les grandeurs rotoriques :

$$\bar{X}_{rX} = \bar{X}_r e^{-j(\theta_x - \theta_r)} \quad (2.46)$$

$\bar{X}_{rX}$  est la grandeur rotorique ramenée dans le repère (d, q).

L'équation de tension statorique s'écrit dans (M, N) comme suit :

$$\bar{V}_S = R_S \bar{J}_S + \frac{d\bar{\psi}_S}{dt} \quad (2.47)$$

$$\frac{d\bar{\psi}_S}{dt} = \frac{d(\bar{\psi}_{SX} e^{j\theta_x})}{dt} = \frac{d\bar{\psi}_{SX}}{dt} e^{j\theta_x} + j\omega_x \bar{\psi}_{SX} e^{j\theta_x} \quad (2.48)$$

L'équation de tension ramenée dans le repère (d, q) est alors :

$$\bar{V}_{SX} = R_S \bar{J}_{SX} + \frac{d\bar{\psi}_{SX}}{dt} + j\omega_x \bar{\psi}_{SX} \quad (2.49)$$

Avec :

$$\bar{\psi}_{SX} = L_S \bar{J}_{SX} + M \bar{J}_{rX} \quad (2.50)$$

L'équation de tension rotorique s'écrit dans le repère  $(\alpha, \beta)$  comme suit :

$$\bar{V}_r = R_r \bar{J}_r + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt} \quad (2.51)$$

$$\frac{d\bar{\psi}_r}{dt} = \frac{d(\bar{\psi}_{rX} e^{j(\theta_x - \theta_r)})}{dt} = \frac{d\bar{\psi}_{rX}}{dt} e^{j(\theta_x - \theta_r)} + j(\omega_x - \omega_r) \bar{\psi}_{rX} e^{j(\theta_x - \theta_r)} \quad (2.52)$$

L'équation de tension ramenée dans le repère  $(d, q)$  est alors :

$$\bar{V}_{rX} = R_r \bar{J}_{rX} + \frac{d\bar{\psi}_{rX}}{dt} + j(\omega_x - \omega_r) \bar{\psi}_{rX} \quad (2.23)$$

Avec :

$$\bar{\psi}_{rX} = L_r \bar{J}_{rX} + M \bar{J}_{sX} \quad (2.54)$$

On peut encore exprimer ces relations avec les composantes des vecteurs d'espace dans  $(d, q)$ .

Les équations statoriques sont :

$$\left. \begin{aligned} V_{sd} &= R_s J_{sd} + \frac{d}{dt} \psi_{sd} - \omega_x \psi_{sq} \\ V_{sq} &= R_s J_{sq} + \frac{d}{dt} \psi_{sq} + \omega_x \psi_{sd} \\ \psi_{sd} &= L_s J_{sd} + M J_{rd} \\ \psi_{sq} &= L_s J_{sq} + M J_{rq} \end{aligned} \right\} \quad (2.55)$$

Les équations rotoriques sont :

$$\left. \begin{aligned} V_{rd} &= R_r J_{rd} + \frac{d}{dt} \psi_{rd} - (\omega_x - \omega_r) \psi_{rq} \\ V_{rq} &= R_r J_{rq} + \frac{d}{dt} \psi_{rq} + (\omega_x - \omega_r) \psi_{rd} \\ \psi_{rd} &= L_r J_{rd} + M J_{sd} \\ \psi_{rq} &= L_r J_{rq} + M J_{sq} \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

Ces équations peuvent être écrites sous forme matricielle.

Exprimée avec les vecteurs d'espace des tensions et des courants, la matrice est donnée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{Sx} \\ \bar{V}_{rx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{J}_{Sx} \\ \bar{J}_{rx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_S & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \times \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{J}_{Sx} \\ \bar{J}_{rx} \end{bmatrix} + j\omega_x \begin{bmatrix} L_S & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{J}_{Sx} \\ \bar{J}_{rx} \end{bmatrix} - j\omega_r \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{J}_{Sx} \\ \bar{J}_{rx} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Cette matrice peut être écrite en fonction des composantes de ces vecteurs d'espace pour avoir la matrice ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} V_{Sd} \\ V_{Sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S + pL_S & -\omega_x L_S & pM & -\omega_x M \\ \omega_x L_S & R_S + pL_S & \omega_x M & pM \\ pM & -(\omega_x - \omega_r)M & R_r + pL_r & -(\omega_x - \omega_r)L_r \\ (\omega_x - \omega_r)M & pM & (\omega_x - \omega_r)L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{Sd} \\ J_{Sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

On peut encore séparer la matrice des courants et leurs dérivées.

$$\begin{bmatrix} V_{Sd} \\ V_{Sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S & -\omega_x L_S & 0 & -\omega_x M \\ \omega_x L_S & R_S & \omega_x M & 0 \\ 0 & -(\omega_x - \omega_r)M & R_r & -(\omega_x - \omega_r)L_r \\ (\omega_x - \omega_r)M & 0 & (\omega_x - \omega_r)L_r & R_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{Sd} \\ J_{Sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_S & 0 & M & 0 \\ 0 & L_S & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{J}_{Sd} \\ \dot{J}_{Sq} \\ \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

#### 4.2. Expression des tensions et des flux dans le repère (M, N)

Les expressions des équations de la machine dans le repère (M, N) peuvent être déduites de leurs expressions dans le repère (d, q) en fixant  $\omega_x = 0$ . En effet, le repère (M, N) peut être assimilé à un repère (d, q) fixe par rapport au stator. Les composantes réelles d'indice « d » et « M » seront alors confondues. De même, les composantes imaginaires d'indice « q » et « N » seront confondues.

Les équations statoriques sont :

$$\left. \begin{aligned} V_{Sd} &= R_S J_{Sd} + \frac{d}{dt} \psi_{Sd} \\ V_{Sq} &= R_S J_{Sq} + \frac{d}{dt} \psi_{Sq} \\ \psi_{Sd} &= L_S J_{Sd} + M J_{rd} \\ \psi_{Sq} &= L_S J_{Sq} + M J_{rq} \end{aligned} \right\} \quad (2.60)$$

Les équations rotoriques sont :

$$\left. \begin{aligned} V_{rd} &= R_r J_{rd} + \frac{d}{dt} \psi_{rd} + \omega_r \psi_{rq} \\ V_{rq} &= R_r J_{rq} + \frac{d}{dt} \psi_{rq} - \omega_r \psi_{rd} \\ \psi_{rd} &= L_r J_{rd} + M J_{sd} \\ \psi_{rq} &= L_r J_{rq} + M J_{sq} \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

Sous forme matricielle, ces équations sont exprimées comme suit :

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S + pL_S & 0 & pM & 0 \\ 0 & R_S + pL_S & 0 & pM \\ pM & +\omega_r M & R_r + pL_r & +\omega_r L_r \\ -\omega_r M & pM & -\omega_r L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

On peut encore séparer la matrice des courants et leurs dérivées.

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 & 0 \\ 0 & +\omega_r M & R_r & +\omega_r L_r \\ -\omega_r M & 0 & -\omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_S & 0 & M & 0 \\ 0 & L_S & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{J}_{sd} \\ \dot{J}_{sq} \\ \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

### 4.3. Expression des tensions et des flux dans le repère $(\alpha, \beta)$

Les expressions des équations de la machine dans le repère  $(\alpha, \beta)$  peuvent être déduites de leurs expressions dans le repère  $(d, q)$  en fixant  $\omega_x = \omega_r$ . En effet, le repère  $(\alpha, \beta)$  peut être assimilé à un repère  $(d, q)$  fixe par rapport au rotor. Les composantes réelles d'indice « d » et «  $\alpha$  » seront alors confondues. De même, les composantes imaginaires d'indice « q » et «  $\beta$  » seront confondues.

Les équations statoriques et rotoriques sont respectivement :

$$\left. \begin{aligned} V_{sd} &= R_S j_{sd} + \frac{d}{dt} \psi_{sd} - \omega_r \psi_{sq} \\ V_{sq} &= R_S j_{sq} + \frac{d}{dt} \psi_{sq} + \omega_r \psi_{sd} \\ \psi_{sd} &= L_S j_{sd} + M j_{rd} \\ \psi_{sq} &= L_S j_{sq} + M j_{rq} \end{aligned} \right\} \quad (2.64)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{rd} &= R_r j_{rd} + \frac{d}{dt} \psi_{rd} \\ V_{rq} &= R_r j_{rq} + \frac{d}{dt} \psi_{rq} \\ \psi_{rd} &= L_r j_{rd} + M j_{sd} \\ \psi_{rq} &= L_r j_{rq} + M j_{sq} \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

Sous forme matricielle, ces équations sont exprimées comme suit :

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S + pL_S & -\omega_r L_S & pM & -\omega_r M \\ \omega_r L_S & R_S + pL_S & \omega_r M & pM \\ pM & 0 & R_r + pL_r & 0 \\ 0 & pM & 0 & R_r + pL_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

On peut encore séparer la matrice des courants et leurs dérivées.

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S & -\omega_r L_S & 0 & -\omega_r M \\ \omega_r L_S & R_S & \omega_r M & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_S & 0 & M & 0 \\ 0 & L_S & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{J}_{sd} \\ \dot{J}_{sq} \\ \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

#### 4.4. Equations de Park

Un des transformations les plus utilisés pour l'étude des machines asynchrone est la transformation de Park. Cette transformation consiste à écrire les équations de la Machine dans un repère diphasé équivalent tournant à la vitesse angulaire électrique de synchronisme. Ce repère peut être assimilé à un repère (d, q) lié au champ tournant en fixant  $\omega_x = \omega_s$ .

Ainsi, les équations de Park de la machine asynchrone triphasée sont écrites ci-dessous :

Les équations statoriques sont :

$$\left. \begin{aligned} V_{sd} &= R_S J_{sd} + \frac{d}{dt} \psi_{sd} - \omega_s \psi_{sq} \\ V_{sq} &= R_S J_{sq} + \frac{d}{dt} \psi_{sq} + \omega_s \psi_{sd} \\ \psi_{sd} &= L_S J_{sd} + M J_{rd} \\ \psi_{sq} &= L_S J_{sq} + M J_{rq} \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

En notant que  $\omega_s - \omega_r = g\omega_s$ , les équations rotoriques sont :

$$\left. \begin{aligned} V_{rd} &= R_r J_{rd} + \frac{d}{dt} \psi_{rd} - g\omega_s \psi_{rq} \\ V_{rq} &= R_r J_{rq} + \frac{d}{dt} \psi_{rq} + g\omega_s \psi_{rd} \\ \psi_{rd} &= L_r J_{rd} + M J_{sd} \\ \psi_{rq} &= L_r J_{rq} + M J_{sq} \end{aligned} \right\} \quad (2.69)$$

Sous forme matricielle, ces équations sont exprimées comme suit :

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S + pL_S & -\omega_s L_S & pM & -\omega_s M \\ \omega_s L_S & R_S + pL_S & \omega_s M & pM \\ pM & -g\omega_s M & R_r + pL_r & -g\omega_s L_r \\ g\omega_s M & pM & g\omega_s L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

On peut encore séparer la matrice des courants et leurs dérivées.

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S & -\omega_s L_S & 0 & -\omega_s M \\ \omega_s L_S & R_S & \omega_s M & 0 \\ 0 & -g\omega_s M & R_r & -g\omega_s L_r \\ g\omega_s M & 0 & g\omega_s L_r & R_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_S & 0 & M & 0 \\ 0 & L_S & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{J}_{sd} \\ \dot{J}_{sq} \\ \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

## 5. Expression du couple électromagnétique

Il a été vu au paragraphe 2.1 que l'expression de la puissance instantanée est la suivante :

$$p(t) = \frac{3}{2} \text{Re}(\bar{V}_s \cdot \bar{J}_s^*) \quad (2.77)$$

Cette expression peut être réécrite avec les composantes des vecteurs d'espace dans le repère d'étude (d, q).

$$p(t) = \frac{3}{2} (V_{sd} J_{sd} + V_{sq} J_{sq}) \quad (2.78)$$

En remplaçant dans cette expression les composantes des vecteurs d'espace des courants et des tensions par leurs expressions dans les équations de Park, on a la relation suivante :

$$p(t) = \frac{3}{2} (R_S (J_{sd}^2 + J_{sq}^2) + \left( \frac{d\psi_{sd}}{dt} J_{sd} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} J_{sq} \right) + \omega_s (\psi_{sd} J_{sq} - \psi_{sq} J_{sd})) \quad (2.79)$$

$\frac{3}{2} R_S (J_{sd}^2 + J_{sq}^2)$  : C'est l'expression de la puissance perdue par effet Joule au stator.

$\frac{3}{2} \left( \frac{d\psi_{sd}}{dt} J_{sd} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} J_{sq} \right)$  : C'est l'expression de la puissance représentant la variation de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le milieu magnétique.

$\frac{3}{2} \omega_s (\psi_{sd} J_{sq} - \psi_{sq} J_{sd})$  : C'est l'expression de la puissance électromagnétique transmise au rotor, responsable du couple électromagnétique.

$$P_{emg} = \frac{3}{2} \omega_s (\psi_{sd} J_{sq} - \psi_{sq} J_{sd}) \quad (2.80)$$

$$P_{emg} = C_{emg} \Omega_s \quad (2.81)$$

En notant que  $p$  est le nombre de pair de pôles de la machine et que  $\Omega_s = \frac{\omega_s}{p}$ , on en déduit l'expression du couple électromagnétique.



$$C_{emg} = \frac{3}{2}p(\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd}) \quad (2.82)$$

En faisant le bilan des puissances au rotor, il est possible de voir la répartition de de la puissance électromagnétique transmise au rotor.

On exprime alors la puissance instantanée au rotor par :

$$p_r(t) = 0 = \frac{3}{2}(R_r(J_{rd}^2 + J_{rq}^2) + \left(\frac{d\psi_{rd}}{dt}J_{rd} + \frac{d\psi_{rq}}{dt}J_{rq}\right) + g\omega_s(\psi_{rd}J_{rq} - \psi_{rq}J_{rd})) \quad (2.83)$$

Comparons les termes  $(\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd})$  et  $(\psi_{rd}J_{rq} - \psi_{rq}J_{rd})$ .

D'une part,

$$\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd} = L_s J_{sd} J_{sq} + M J_{rd} J_{sq} - L_s J_{sq} J_{sd} - M J_{rq} J_{sd}$$

$$\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd} = M(J_{rd}J_{sq} - J_{rq}J_{sd})$$

D'autre part,

$$\psi_{rd}J_{rq} - \psi_{rq}J_{rd} = L_r J_{rd} J_{rq} + M J_{sd} J_{rq} - L_r J_{rq} J_{rd} - M J_{sq} J_{rd}$$

$$\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd} = M(J_{sd}J_{rq} - J_{sq}J_{rd})$$

On remarque que  $\psi_{rd}J_{rq} - \psi_{rq}J_{rd} = -(\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd})$ .

On en déduit une autre expression du couple électromagnétique :

$$C_{emg} = \frac{3}{2}p(\psi_{rq}J_{rd} - \psi_{rd}J_{rq}) \quad (2.84)$$

Cette expression est équivalente aux expressions suivantes :

$$C_{emg} = \frac{3}{2} \frac{M}{L_r} p(\psi_{rd}J_{sq} - \psi_{rq}J_{sd}) \quad (2.85)$$

$$C_{emg} = \frac{3}{2} M p(J_{rd}J_{sq} - J_{rq}J_{sd}) \quad (2.86)$$

L'expression de  $p_r(t)$  devient alors :

$$p_r(t) = 0 = \frac{3}{2}(R_r(J_{rd}^2 + J_{rq}^2) + \left(\frac{d\psi_{rd}}{dt}J_{rd} + \frac{d\psi_{rq}}{dt}J_{rq}\right) + (\omega_r - \omega_s)(\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd}))$$

On en déduit :

$$P_{emg} = \frac{3}{2}(R_r(J_{rd}^2 + J_{rq}^2) + \left(\frac{d\psi_{rd}}{dt}J_{rd} + \frac{d\psi_{rq}}{dt}J_{rq}\right)) + \frac{3}{2}\omega_r(\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd}) \quad (2.87)$$

$$C_{emg}\Omega_s = \frac{3}{2}(R_r(J_{rd}^2 + J_{rq}^2) + \left(\frac{d\psi_{rd}}{dt}J_{rd} + \frac{d\psi_{rq}}{dt}J_{rq}\right)) + C_{emg}\Omega_r \quad (2.88)$$

$\frac{3}{2}R_r(J_{rd}^2 + J_{rq}^2)$  : C'est l'expression de la puissance perdue par effet Joule dans les enroulements rotoriques

$\frac{3}{2}\left(\frac{d\psi_{rd}}{dt}J_{rd} + \frac{d\psi_{rq}}{dt}J_{rq}\right)$  : C'est l'expression de la puissance représentant la variation de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le milieu magnétique.

$\frac{3}{2}\omega_r(\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd})$  : C'est l'expression de la puissance électromagnétique équivalente à la puissance mécanique totale transmise sur l'arbre du moteur.

On peut également exprimer le couple électromagnétique à l'aide des vecteurs d'espace.

Le produit du conjugué du vecteur d'espace des flux statoriques et du vecteur d'espace des courants statoriques est exprimé comme suit :

$$\bar{\psi}_s^* \bar{J}_s = \psi_{sd}J_{sd} + \psi_{sq}J_{sq} + j(\psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd}) \quad (2.89)$$

On peut alors écrire :

$$C_{emg} = \frac{3}{2}p \text{Im}(\bar{\psi}_s^* \bar{J}_s) \quad (2.90)$$

On peut aussi trouver d'autres relations :

$$C_{emg} = \frac{3}{2}p \text{Im}(\bar{J}_r^* \bar{\Psi}_r) \quad (2.91)$$

En effet,  $\Psi_{rd}J_{rq} - \Psi_{rq}J_{rd} = L_r J_{rd}J_{rq} + M J_{sd}J_{rq} - L_r J_{rd}J_{rq} - M J_{sq}J_{rd}$

$$\Psi_{rd}J_{rq} - \Psi_{rq}J_{rd} = M(J_{sd}J_{rq} - J_{sq}J_{rd})$$

En mettant M en facteur, on a :

$$C_{emg} = \frac{3}{2}pM \cdot \text{Im}(\bar{J}_r^* \bar{J}_s) \quad (2.92)$$

Le produit vectoriel peut aussi servir à exprimer le couple électromagnétique.

Le calcul du produit vectoriel  $\vec{\psi}_s \wedge \vec{J}_s$  est donné ci-dessous :

$$\vec{\psi}_s \wedge \vec{J}_s = (\psi_{sd} \times \vec{i} + \psi_{sq} \times \vec{j}) \wedge (J_{sd} \times \vec{i} + J_{sq} \times \vec{j})$$

$$\vec{\psi}_s \wedge \vec{J}_s = \psi_{sd}J_{sq} - \psi_{sq}J_{sd} \quad (2.93)$$

On en déduit l'expression :

$$C_{emg} = \frac{3}{2}p(\vec{\psi}_s \wedge \vec{J}_s) \quad (2.94)$$

En appliquant le même raisonnement, le couple électromagnétique s'exprime aussi comme suit :

$$C_{emg} = \frac{3}{2} p (\vec{J}_r \Lambda \vec{\psi}_r) \quad (2.95)$$

En effet,  $(\vec{J}_r \Lambda \vec{\psi}_r) = M(j_{sq}j_{rd} - j_{sd}j_{rq})$  et  $(\vec{J}_r \Lambda \vec{\psi}_r) = M(j_{sq}j_{rd} - j_{sd}j_{rq})$  d'où l'équivalence.

En mettant M en facteur, on peut encore écrire :

$$C_{emg} = \frac{3}{2} Mp (\vec{J}_r \Lambda \vec{J}_s) \quad (2.96)$$

En notant que  $\vec{\psi}_r = \frac{M}{L_s} \vec{\psi}_s$ , on peut écrire :

$$C_{emg} = \frac{3}{2} \frac{M}{L_s} p (\vec{J}_r \Lambda \vec{\psi}_s) \quad (2.97)$$

De même, en notant que  $\vec{\psi}_s = \frac{M}{L_r} \vec{\psi}_r$ , on peut écrire :

$$C_{emg} = \frac{3}{2} \frac{M}{L_r} p (\vec{\psi}_r \Lambda \vec{J}_s) \quad (2.98)$$

## Chapitre III : Modélisation de la machine asynchrone triphasée

Il a été vu au chapitre II que les enroulements de la machine peuvent être assimilés à des circuits RL séries. Il est alors intéressant de connaître l'évolution du courant dans un circuit RL en fonction du temps.

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{d}{dt}(i(t)) \quad (3.1)$$

L'alimentation de la machine est en générale une tension sinusoïdale de la forme  $v(t) = \hat{V} \sin(\omega_s t)$

La résolution de l'équation différentielle donne alors la forme du courant dans le circuit :

$$i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B \sin(\omega_s t - \varphi) \quad (3.2)$$

Le courant est alors composé par une forme exponentielle appelée régime libre et une forme sinusoïdale appelée régime forcé.

Lors du démarrage du moteur, la forme exponentielle affecte encore beaucoup la forme du courant. Cependant, au bout d'un certain temps, cette forme exponentielle voit ses effets diminuer jusqu'à devenir négligeable devant la forme sinusoïdale.

On distingue ainsi deux régimes de fonctionnement du moteur : un régime transitoire qui correspond à la phase de démarrage et un régime permanent correspondant au régime forcé sinusoïdal.

### 1. Fonctionnement de la machine asynchrone triphasée en régime permanent

En régime permanent, toutes les grandeurs sont sinusoïdales et sont de la forme :

Pour les grandeurs statoriques :

$$\left. \begin{aligned} x_a(t) &= X\sqrt{2} \cos(\omega_s t + \gamma) \\ x_b(t) &= X\sqrt{2} \cos\left(\omega_s t + \gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \\ x_c(t) &= X\sqrt{2} \cos\left(\omega_s t + \gamma + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Dans le repère d,q tournant à la vitesse  $\omega_s$ , la grandeur X s'exprime par son vecteur d'espace :

$$\bar{X}_{SX} = X_{Sd} + jX_{Sq} = \frac{2}{3}(x_a(t) + a \cdot x_b(t) + a^2 \cdot x_c(t))e^{-j\theta_s} \quad (3.4)$$

Après calcul, compte tenu des expressions de  $x_a(t)$ ,  $x_b(t)$  et  $x_c(t)$ , les composantes du vecteurs d'espace sont :

$$\left. \begin{aligned} X_{Sd} &= X\sqrt{2}\cos\gamma \\ X_{Sq} &= X\sqrt{2}\sin\gamma \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

On remarque alors que les vecteurs d'espaces des grandeurs statoriques sont fixes dans le repère d,q en régime permanent car leurs composantes sont constantes. Un raisonnement identique peut montrer que les grandeurs rotoriques sont aussi fixes dans le repère d,q et leurs composantes sont aussi constantes.

Ceci implique que :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt}\Psi_{Sd} &= 0 \\ \frac{d}{dt}\Psi_{Sq} &= 0 \\ \frac{d}{dt}\Psi_{rd} &= 0 \\ \frac{d}{dt}\Psi_{rq} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Les équations de la machine, présentées au chapitre II sont alors simplifiées pour le fonctionnement en régime permanent.

Les équations des tensions deviennent alors :

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_{SX} &= R_S \bar{J}_{SX} + j\omega_s \bar{\psi}_{SX} \\ \bar{V}_{rX} &= R_r \bar{J}_{rX} + jg\omega_s \bar{\psi}_{rX} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

En remplaçant les flux par leurs expressions, ces écritures aboutissent finalement aux expressions :

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_{SX} &= R_S \bar{J}_{SX} + jL_S \omega_s \bar{J}_{SX} + jM \omega_s \bar{J}_{rX} \\ 0 &= \frac{R_S}{g} \bar{J}_{rX} + jL_r \omega_s \bar{J}_{rX} + jM \omega_s \bar{J}_{SX} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

## 1.1. Schémas électriques équivalents

### 1.1.1. Schéma de base en « T »

Les équations simplifiées au-dessus, écrites avec les vecteurs d'espace peuvent être réécrites d'une autre manière :

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_{SX} &= R_S \bar{J}_{SX} + j\omega_S(L_S - M)\bar{J}_{SX} + jM\omega_S(\bar{J}_{SX} + \bar{J}_{rX}) \\ 0 &= \frac{R_S}{g} \bar{J}_{rX} + j\omega_S(L_r - M)\bar{J}_{rX} + jM\omega_S(\bar{J}_{SX} + \bar{J}_{rX}) \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Ces équations ne tiennent pas compte des pertes Fer (pertes par courant de Foucault et pertes par Hystérésis). Dans le cas où ces pertes sont connues, une résistance Fer  $R_{Fe}$  peut être branchée en parallèle avec l'inductance mutuelle pour dissiper l'énergie équivalente aux pertes fer dans la machine. Le schéma en « T » ci-dessous est donné en guise d'illustration.

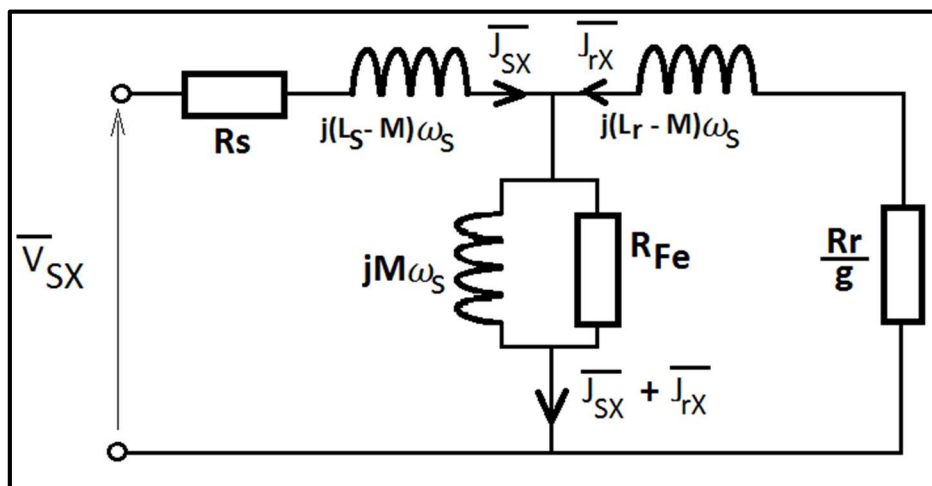


Figure III. 1. Schéma en T

Ce schéma est tout de même théorique car il suggère un rapport de transformation égal à l'unité. Néanmoins, ce schéma servira à l'élaboration des schémas équivalents utilisés pour la modélisation de la machine asynchrone triphasée.

### 1.1.2. Schéma utilisant les inductances cycliques de fuites magnétiques partielles.

Par définition, les flux ne faisant pas parti du flux principal sont appelés flux de fuites. Ces flux sont associés à des inductances. Ainsi, dans le cas où les fuites sont localisées au stator et au rotor, les deux inductances de fuites sont considérées : l'inductance de fuite magnétique partielle statorique et l'inductance de fuite magnétique partielle rotorique.

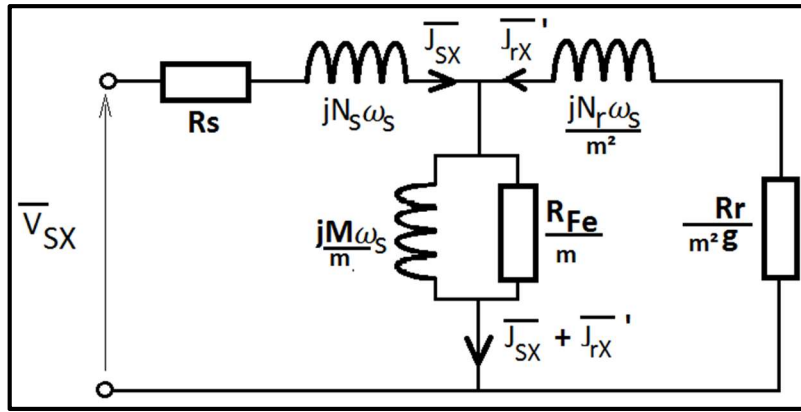


Figure III. 2. Fuites partielles

$N_s$ : Inductance de fuite magnétique statorique

$N_r$ : Inductance de fuite magnétique rotorique

Les inductances de fuites magnétiques peuvent être calculées à l'aide des relations ci-dessous :

$$N_s = L_s - \frac{M}{m} \quad (3.10)$$

$$N_r = L_r - m \quad (3.11)$$

Le coefficient de couplage magnétique entre le stator et le rotor est donné ci-dessous :

$$k = \frac{M}{(L_s L_r)^{1/2}} \quad (3.12)$$

Le coefficient de fuite magnétique de Blondel est donné par :

$$\sigma = 1 - k^2 \quad (3.13)$$

### 1.1.3. Schéma utilisant l'inductance cyclique de fuite magnétique totalisé au stator.

En admettant l'hypothèse que les fuites magnétiques rotoriques n'existent pas ou sont négligeable i.e  $N_r \cong 0$ , les fuites magnétiques de la machine sont totalisées au stator.

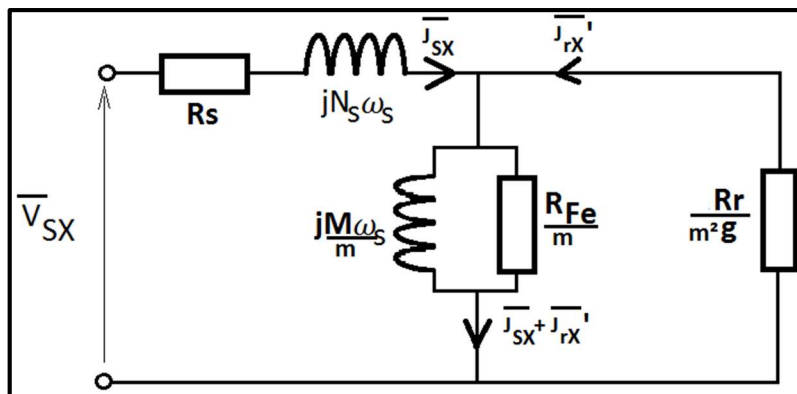


Figure III. 3. Fuites totalisées au stator

Puisque  $N_r \cong 0$ , le rapport de transformation peut être exprimé en fonction de  $L_r$  et de  $M$ .

$$m = \frac{L_r}{M} \quad (3.14)$$

Ainsi, l'inductance de fuite magnétique statorique a pour expression :

$$N_S = L_S - \frac{M^2}{L_r} = L_S - k^2 L_S = \sigma L_S \quad (3.15)$$

De même, l'inductance cyclique mutuelle ramenée au stator s'exprime par :

$$\frac{M}{m} = (1 - \sigma) L_S \quad (3.16)$$

#### 1.1.4. Schéma utilisant l'inductance cyclique de fuite magnétique totalisé au rotor.

En admettant l'hypothèse que les fuites magnétiques statoriques n'existent pas ou sont négligeable i.e  $N_S \cong 0$ , les fuites magnétiques de la machine sont totalisées au rotor.

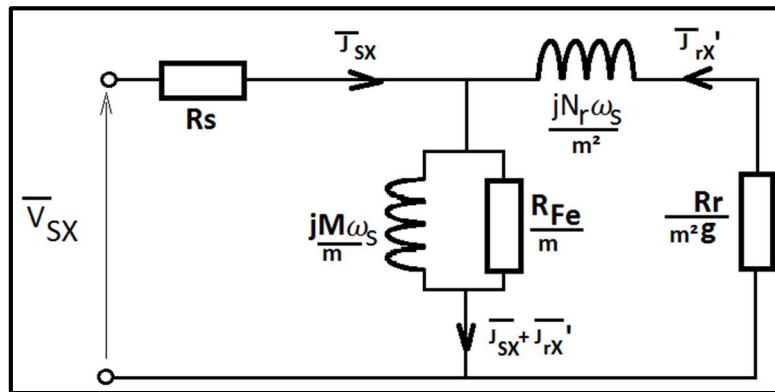


Figure III. 4. Fuites totalisées au rotor

$$N_S \cong 0$$

Le rapport de transformation peut être exprimé en fonction de  $L_S$  et de  $M$ .

$$m = \frac{M}{L_S} \quad (3.17)$$

Ainsi, l'inductance de fuite magnétique statorique a pour expression :

$$N_r = L_r - \frac{M^2}{L_S} = L_r - k^2 L_r = \sigma L_r \quad (3.18)$$

De même, l'inductance cyclique mutuelle ramenée au stator s'exprime par :

$$\frac{M}{m} = L_S \quad (3.19)$$



En notant  $R'_{Fe} = \frac{R_{Fe}}{m}$ , les diverses impédances dans les schémas équivalents sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Afin d'alléger les schémas équivalents, La résistance Fer et l'inductance mutuelle qui sont en parallèle seront représentées par une impédance commune notée  $\bar{Z}_{com}$ .

Tableau III. 1. Paramètres des schémas équivalents

	Fuites totalisées au stator	Fuites totalisées au rotor	Fuites partielles au stator et au rotor
Impédance statorique ( $\bar{Z}_S$ )	$R_S + j\sigma L_S \omega_S$	$R_S$	$R_S + j(L_S - \frac{M}{m}) \omega_S$
Impédance rotorique ( $\bar{Z}_r$ )	$\frac{R_r}{m^2 g}$	$\frac{R_r}{m^2 g} + j \frac{\sigma L_r \omega_S}{m^2}$	$\frac{R_r}{m^2 g} + j \frac{(L_r - mM) \omega_S}{m^2}$
Impédance commune ( $\bar{Z}_{com}$ )	Avec $R_{Fe}$	$\frac{R_{Fe}' \cdot j(1 - \sigma)L_S \omega_S}{R_{Fe}' + j(1 - \sigma)L_S \omega_S}$	$\frac{R_{Fe}' \cdot j \frac{M}{m} \omega_S}{R_{Fe}' + j \frac{M}{m} \omega_S}$
	Sans $R_{Fe}$	$j(1 - \sigma)L_S \omega_S$	$j \frac{M}{m} \omega_S$

## 1.2. Alimentation en tension

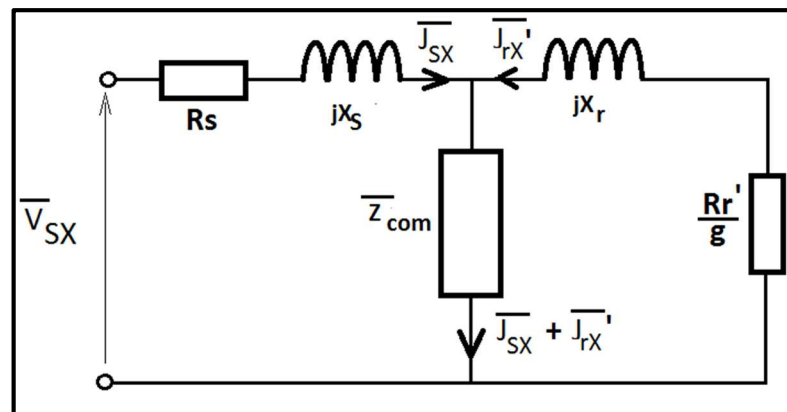


Figure III. 5. Schéma équivalent d'une alimentation en tension

$$\frac{R'r}{g} = \frac{R_r}{m^2 g} \quad (3.20)$$

L'alimentation en tension consiste à commander la machine en agissant sur la tension aux bornes du stator. La machine est alimentée par une source de tension. Le couple électromagnétique développé est alors exprimé en fonction de la tension d'alimentation.

L'expression du couple électromagnétique est déduite de l'expression de la puissance électromagnétique qui est égale à la puissance consommée par la résistance  $\frac{R_r}{g}$ .

Il est commode de transformer le schéma équivalent en utilisant le théorème de Thévenin pour aboutir à un schéma plus explicite sur l'expression du couple électromagnétique.

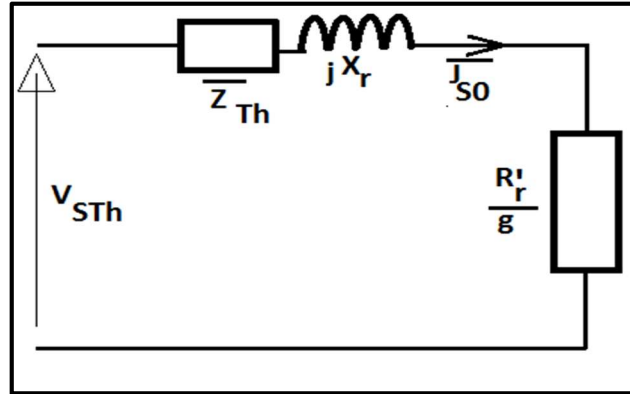


Figure III. 6. Schéma équivalent de Thévenin

Puisque le schéma utilisé pour la modélisation du fonctionnement de la machine asynchrone triphasée varie selon les approximations faites et les hypothèses simplificatrices. L'expression des paramètres du schéma équivalent de Thévenin varie aussi selon le cas. Ces paramètres sont donnés dans le tableau vu précédemment.

L'impédance équivalente de Thévenin s'exprime par :

$$\bar{Z}_{Th} = (\bar{Z}_{com}) // (\bar{Z}_S)$$

$$\bar{Z}_{Th} = \frac{(\bar{Z}_{com}) \cdot (\bar{Z}_S)}{(\bar{Z}_{com}) + (\bar{Z}_S)}$$

La tension à vide aux bornes du rotor s'exprime par :

$$\bar{V}_{STh} = \frac{\bar{Z}_{com}}{(\bar{Z}_{com}) + (\bar{Z}_S)} \bar{V}_S$$

Le courant qui circule dans le circuit équivalent de Thévenin est :

$$\bar{J}_{S0} = \frac{\bar{V}_{STh}}{\bar{Z}_{Th} + \bar{Z}_r} \quad (3.21)$$

L'expression de la puissance électromagnétique est alors :

$$P_{em,g} = \frac{R_r}{g} \cdot J_{S0}^2 \quad (3.22)$$

On en déduit l'expression du couple électromagnétique :

$$C_{emg} = \frac{pR'_r}{\omega_{sg}} \cdot J_{S0}^2 \quad (3.23)$$

Le courant dans le stator peut être exprimé comme suit :

$$\bar{J}_{SX} = \frac{\bar{V}_{SX}}{\bar{Z}_S + \frac{\bar{Z}_r \cdot \bar{Z}_{com}}{\bar{Z}_r + \bar{Z}_{com}}} \quad (3.24)$$

### 1.3. Alimentation en courant

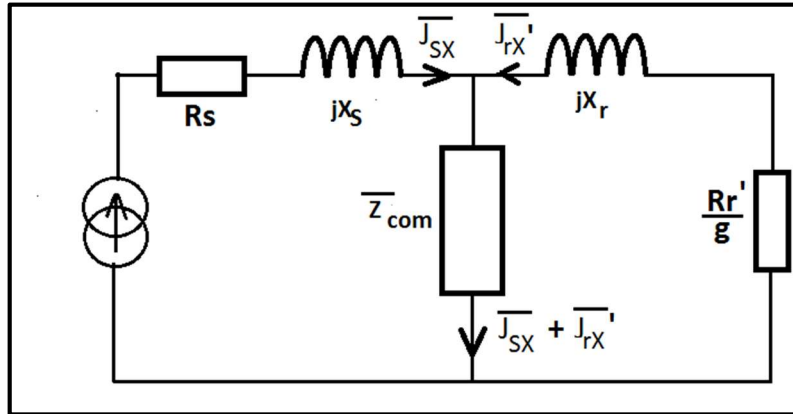


Figure III. 7. Schéma équivalent d'une alimentation en courant

Le courant qui circule dans les enroulements rotoriques s'exprime par :

$$\bar{J}'_{rX} = -\frac{\bar{Z}_{com}}{\bar{Z}_{com} + \bar{Z}_r} \bar{J}_{SX} \quad (3.25)$$

L'expression de la puissance électromagnétique est alors :

$$P_{emg} = \frac{R'_r}{g} \cdot J'_{rX}{}^2 \quad (3.26)$$

L'expression du couple s'en déduit comme suit :

$$C_{emg} = \frac{pR'_r}{\omega_{sg}} \cdot J'_{rX}{}^2 \quad (3.27)$$

## 2. Fonctionnement de la machine asynchrone triphasée en régime transitoire

En régime transitoire, les grandeurs ne sont plus sinusoïdales car la forme exponentielle du régime libre affecte encore beaucoup leur forme. Ainsi, les schémas équivalents ne sont plus adaptés pour ce régime de fonctionnement. Il est alors impératif de revenir aux équations du chapitre précédent, régissant le fonctionnement dynamique de la machine.

Ces équations peuvent être exprimées dans différents repère comme il a été vu au chapitre II. Cependant, la relation de passage la plus simple est celle qui passe du système triphasé à un repère MN associé au stator, ne nécessitant pas le calcul d'un angle au préalable, c'est ce repère qui sera utilisé. En s'aidant des schémas fonctionnels, on pourra modéliser les deux types commande de la machine : l'alimentation en tension et l'alimentation en courant.

## 2.1. Commande en tension

Les équations des tensions, condensées sous forme matricielle sont :

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 & 0 \\ 0 & +\omega_r M & R_r & +\omega_r L_r \\ -\omega_r M & 0 & -\omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_S & 0 & M & 0 \\ 0 & L_S & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{J}_{sd} \\ \dot{J}_{sq} \\ \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix}$$

Ces équations peuvent être réarrangées de la manière suivante pour obtenir une équation d'état :

$$\begin{bmatrix} L_S & 0 & M & 0 \\ 0 & L_S & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{J}_{sd} \\ \dot{J}_{sq} \\ \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_S & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_r M & -R_r & -\omega_r L_r \\ \omega_r M & 0 & \omega_r L_r & -R_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

En notant que  $\sigma = \frac{L_S L_r - M^2}{L_S L_r}$ , on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} L_S & 0 & M & 0 \\ 0 & L_S & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{L_r}{L_S L_r - M^2} & 0 & \frac{-M}{L_S L_r - M^2} & 0 \\ 0 & \frac{L_r}{L_S L_r - M^2} & 0 & \frac{-M}{L_S L_r - M^2} \\ \frac{-M}{L_S L_r - M^2} & 0 & \frac{L_S}{L_S L_r - M^2} & 0 \\ 0 & \frac{-M}{L_S L_r - M^2} & 0 & \frac{L_S}{L_S L_r - M^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_S} & 0 & \frac{-M}{\sigma L_S L_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_S} & 0 & \frac{-M}{\sigma L_S L_r} \\ \frac{-M}{\sigma L_S L_r} & 0 & \frac{1}{\sigma L_r} & 0 \\ 0 & \frac{-M}{\sigma L_S L_r} & 0 & \frac{1}{\sigma L_r} \end{bmatrix}$$

En isolant le vecteur d'état contenant les dérivées des courants, cette équation devient :

$$\begin{bmatrix} \dot{J}_{sd} \\ \dot{J}_{sq} \\ \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma} \times \begin{bmatrix} -\frac{R_S}{L_S} & \frac{M^2 \omega_r}{L_S L_r} & \frac{M R_r}{L_S L_r} & \frac{M \omega_r}{L_S} \\ -\frac{M^2 \omega_r}{L_S L_r} & -\frac{R_S}{L_S} & -\frac{M \omega_r}{L_S} & \frac{M R_r}{L_S L_r} \\ \frac{M R_S}{L_S L_r} & -\frac{M \omega_r}{L_r} & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r \\ \frac{M \omega_r}{L_r} & \frac{M R_S}{L_S L_r} & \omega_r & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_S} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_S} & 0 & 0 \\ -\frac{M}{\sigma L_S L_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{M}{\sigma L_S L_r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

La résolution de cette équation d'état permet d'obtenir les valeurs des composantes des vecteurs d'espace des courants, qui permettront le calcul du couple électromagnétique comme il a été vu au chapitre précédent. Pour alléger cette écriture, adoptons les égalités suivantes :

$$[j] = \begin{bmatrix} J\dot{s}d \\ J\dot{s}q \\ J\dot{r}d \\ J\dot{r}q \end{bmatrix} [J] = \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \\ J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} [V] = \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{R_S}{L_S} & \frac{M^2\omega_r}{L_S L_r} & \frac{MR_r}{L_S L_r} & \frac{M\omega_r}{L_S} \\ -\frac{M^2\omega_r}{L_S L_r} & -\frac{R_S}{L_S} & -\frac{M\omega_r}{L_S} & \frac{MR_r}{L_S L_r} \\ \frac{MR_S}{L_S L_r} & -\frac{M\omega_r}{L_r} & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r \\ \frac{M\omega_r}{L_r} & \frac{MR_S}{L_S L_r} & \omega_r & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} [C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_S} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_S} & 0 & 0 \\ -\frac{M}{\sigma L_S L_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{M}{\sigma L_S L_r} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ainsi on peut écrire :

$$[j] = \frac{1}{\sigma} \times [B] \times [J] + [C] \times [V] \quad (3.30)$$

En ramenant cette écriture dans le domaine discret, on a :

$$[j](n) = \frac{1}{\sigma} \times [B] \times [J](n) + [C] \times [V](n) \quad (3.31)$$

La théorie des systèmes échantillonnés permet le passage du système continu au système discrétisé en utilisant les relations suivantes [2] :

$$\left. \begin{aligned} [\Phi(Te)] &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} \times \left(\frac{1}{\sigma} \times [B]\right) Te^i \\ [\Psi(Te)] &= Te \times \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(i+1)!} \times \left(\frac{1}{\sigma} \times [B]\right) Te^i \\ [\Phi(Te)] &= [1n] + \left(\frac{1}{\sigma} \times [B]\right) \times [\Psi(Te)] \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

En s'aidant de ces relations, l'équation d'état est transformée en la relation ci-dessous :

$$[J](n+1) = [B1][J](n) + [C1] \times [V](n) \quad (3.33)$$

Avec  $[B1] = [\Phi(Te)]$  et  $[C1] = [\Psi(Te)] \times [C]$

## 2.2. Commande en courant

L'équation des courants est tirée de l'équation des tensions rotoriques :

$$0 = R_r J_{rd} + \frac{d}{dt} \psi_{rd} + \omega_r \psi_{rq}$$

$$0 = R_r J_{rq} + \frac{d}{dt} \psi_{rq} - \omega_r \psi_{rd}$$

$$\psi_{rd} = L_r J_{rd} + M J_{sd}$$

$$\psi_{rq} = L_r J_{rq} + M J_{sq}$$

Ces équations permettent d'écrire la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned} L_r \dot{J}_{rd} &= -R_r J_{rd} - M \dot{J}_{sd} - \omega_r L_r J_{rq} - \omega_r M J_{sq} \\ L_r \dot{J}_{rq} &= -R_r J_{rq} - M \dot{J}_{sq} + \omega_r L_r J_{rd} + \omega_r M J_{sd} \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Sous forme matricielle, cette relation s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r \\ \omega_r & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\omega_r M}{L_r} \\ \frac{\omega_r M}{L_r} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{M}{L_r} & 0 \\ 0 & -\frac{M}{L_r} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{J}_{sd} \\ \dot{J}_{sq} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Pour des courants sinusoïdaux :

$$J_{sd} = J_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t + \lambda)$$

$$J_{sq} = J_s \sqrt{2} \sin(\omega_s t + \lambda)$$

Alors :

$$\dot{J}_{sd} = J_s \sqrt{2} \omega_s \cos\left(\omega_s t + \lambda + \frac{\pi}{2}\right) = -J_{sq} \omega_s$$

$$\dot{J}_{sq} = J_s \sqrt{2} \omega_s \sin\left(\omega_s t + \lambda + \frac{\pi}{2}\right) = +J_{sd} \omega_s$$

En reportant ces expressions dans l'écriture matricielle, on a l'équation d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{J}_{rd} \\ \dot{J}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r \\ \omega_r & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{M(\omega_s - \omega_r)}{L_r} \\ \frac{M(\omega_s - \omega_r)}{L_r} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Sous forme condensée, on peut écrire :

$$[\dot{J}_r] = [E] \times [J_r] + [F] \times [J_s] \quad (3.37)$$

$$[E] = \begin{bmatrix} -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r \\ \omega_r & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} [F] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{M(\omega_s - \omega_r)}{L_r} \\ \frac{M(\omega_s - \omega_r)}{L_r} & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\dot{J}_r] = \begin{bmatrix} J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} [J_r] = \begin{bmatrix} J_{rd} \\ J_{rq} \end{bmatrix} [J_s] = \begin{bmatrix} J_{sd} \\ J_{sq} \end{bmatrix}$$

En reportant cette écriture dans le domaine discret, on a :

$$[J_r](n) = [E] \times [J_r](n) + [F] \times [J_s](n) \quad (3.38)$$

On peut alors résoudre cette équation par programmation en s'aidant de la théorie des systèmes échantillonnés, puis en utilisant des boucles.

En introduisant les relations entre les flux et les courants dans l'équation d'état, on peut encore écrire :

$$[\dot{\Psi}_r](n) = [E'] \times [\Psi_r](n) + [F'] \times [J_s](n) \quad (3.39)$$

$$\text{Avec : } [E'] = \begin{bmatrix} -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r \\ \omega_r & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \text{ et } [F'] = \begin{bmatrix} \frac{MR_r}{L_r} & 0 \\ 0 & \frac{MR_r}{L_r} \end{bmatrix}$$

Cette équation peut aussi être résolue par programmation en utilisant la théorie des systèmes échantillonnés.

### 3. Calcul de la vitesse du moteur

La vitesse du moteur est régie par l'équation mécanique :

$$J_t \frac{d\Omega_r}{dt} = C_{emg} - C_r = \Delta C \quad (3.40)$$

$J_t$  : Inertie totale du système {moteur+charge}

$\Omega_r$  : Vitesse de rotation de l'arbre du rotor

$C_{emg}$  : Couple électromagnétique

$C_r$  : Couple résistant

La vitesse peut être déterminée alors par la formule :

$$\Omega_r(t1) = \int_0^{t1} \frac{\Delta C}{J_t} dt$$

Sous forme discrète, elle s'écrit :

$$\Omega_r(n) = \int_0^n \frac{\Delta C}{J_t} dt$$

On peut encore écrire  $\Omega_r(n) = \Omega_r(n-1) + \int_{n-1}^n \frac{\Delta C}{J_t} dt$

Or l'intégrale  $\int_{n-1}^n \frac{\Delta C}{J_t} dt$  peut être approchée par la méthode des rectangles par  $\frac{T_e}{J_t} \Delta C(n)$ .

On obtient alors une relation de récurrence qu'on peut boucler par programmation :

$$\Omega_r(n) = \Omega_r(n-1) + \frac{T_e}{J_t} \Delta C(n) \quad (3.41)$$

## 4. Schémas fonctionnels

Les schémas fonctionnels servent de guide pour la simulation du fonctionnement de la machine asynchrone triphasée. On peut alors distinguer deux schémas fonctionnels, l'un pour la commande en tension et l'autre pour la commande en courant.

### 4.1. Commande en tension

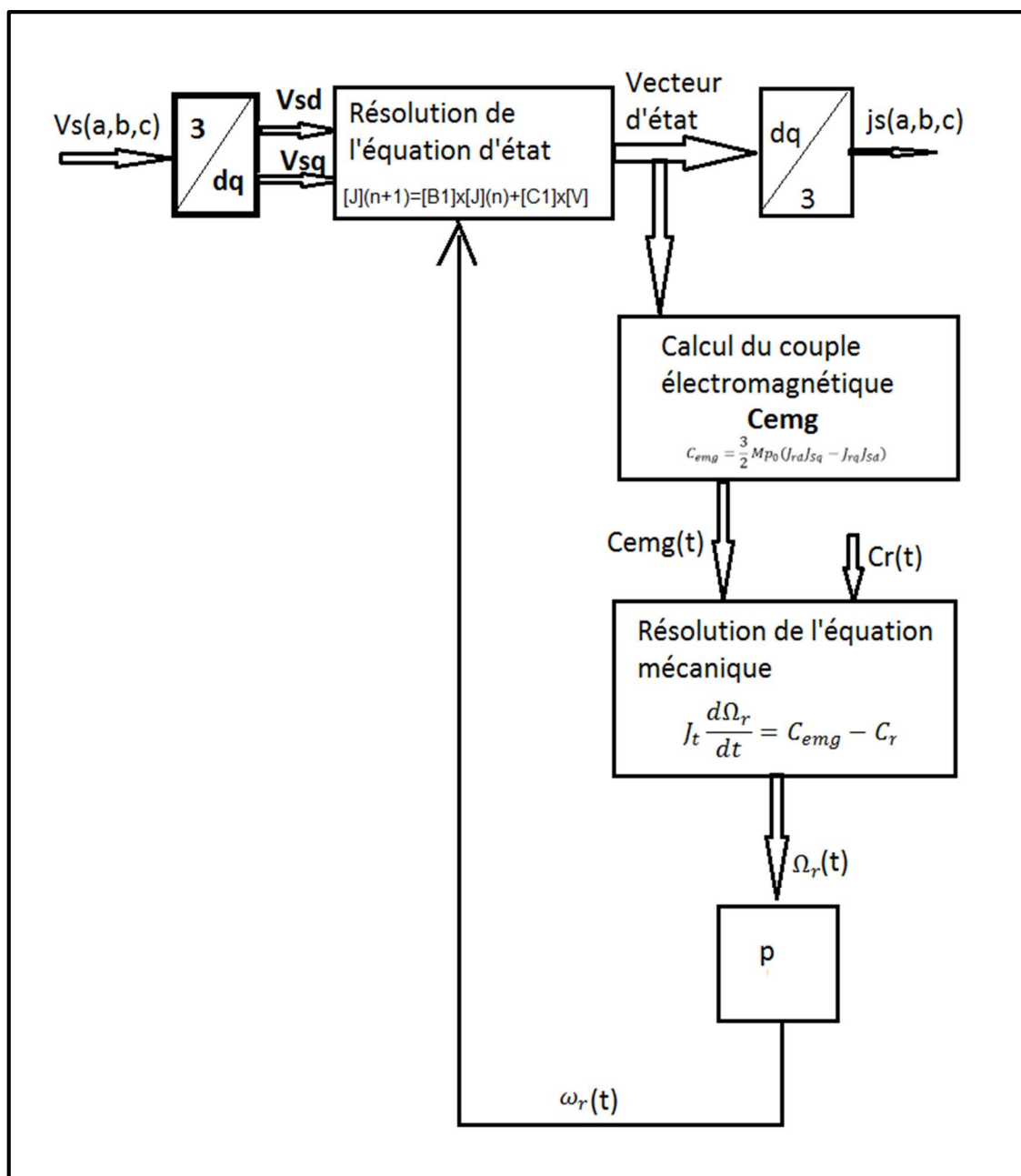


Figure III. 8. Schéma fonctionnel de la commande en tension



## 4.2. Commande en courant

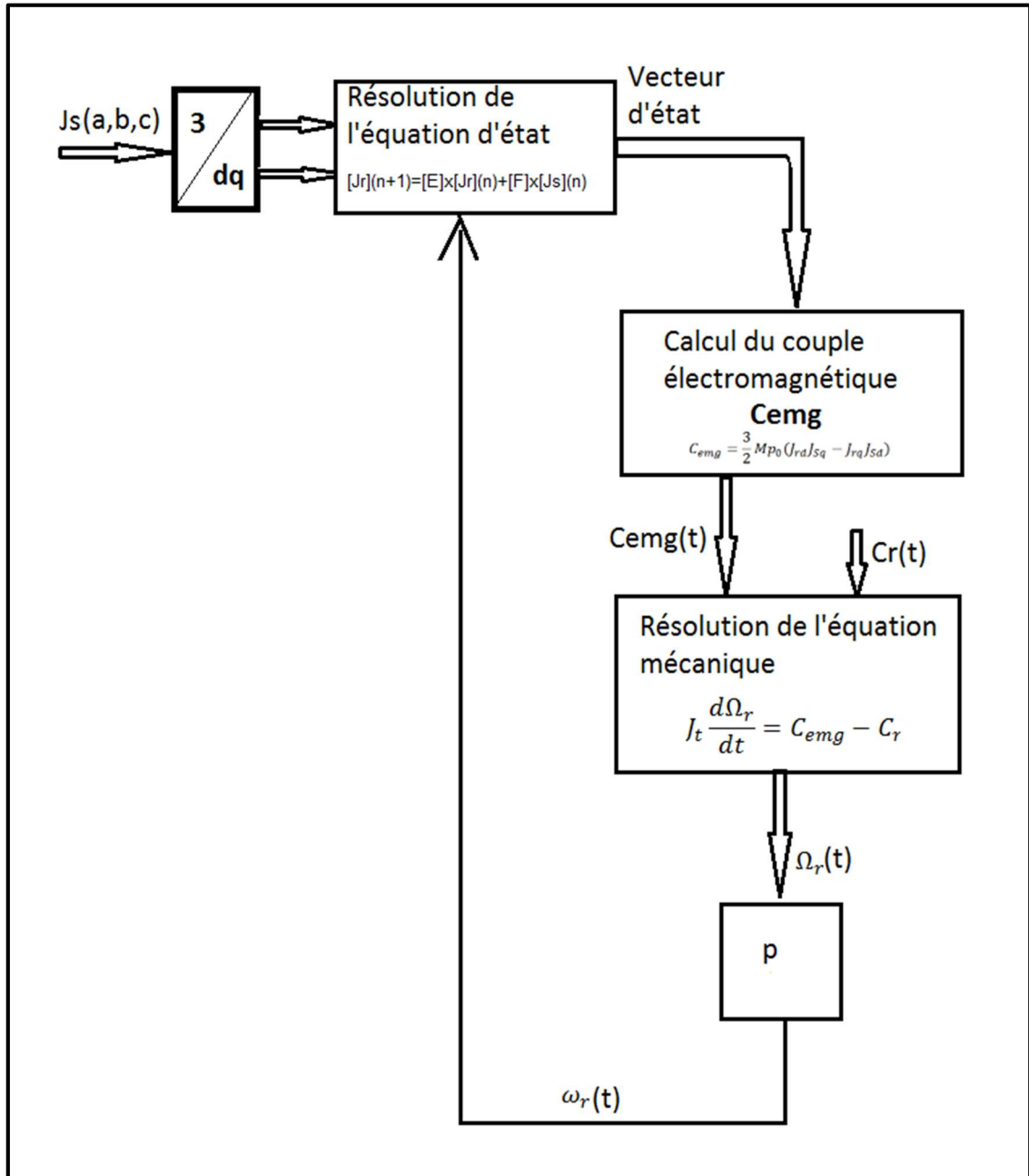


Figure III. 9. Schéma fonctionnel de la commande en courant

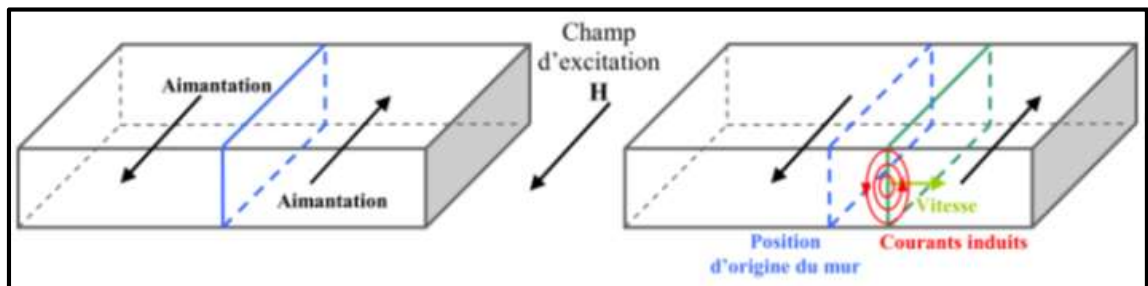
## 5. Prise en considération des pertes fer dans la modélisation de la machine asynchrone

### 5.1. Origines et effets des pertes fer dans les matériaux ferromagnétiques

Les pertes dans les matériaux ferromagnétiques sont dues à l'application d'un champ variable dans le temps au sein de ces matériaux, elles sont à l'origine d'une dissipation d'énergie qui sont principalement des pertes par courants induits mais à des échelles différentes. Selon le modèle proposé par Bertotti, les pertes fer peuvent être classées en trois catégories.

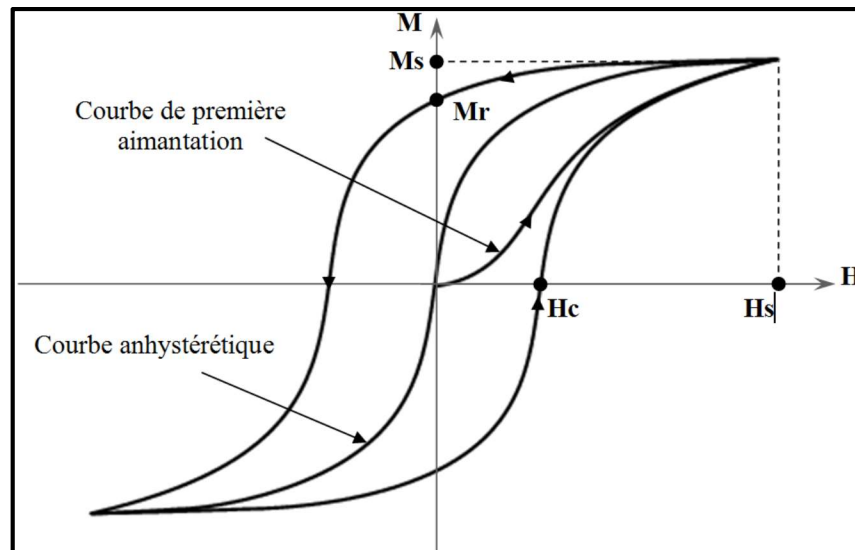
### 5.1.1. Les pertes par hystérésis

C'est le mouvement des parois de Bloch : parois séparant deux domaines de Weiss de direction d'aimantation opposées, qui est la cause des pertes par hystérésis. En effet, le mouvement de ces parois est équivalent à une variation locale de l'aimantation ce qui crée des courants induits au niveau microscopique. L'effet des pertes par hystérésis se manifeste par un retard de l'induction par rapport à l'excitation. Ce retard est visible sur la courbe d'hystérésis du matériau. Les pertes par hystérésis par cycle correspondent à la surface fermée par la courbe du cycle d'hystérésis.



Source : Dr Mircea Fratila, Contribution à la prise en compte des pertes fer dans la modélisation des machines électriques par éléments finis, 2013

Figure III. 10. Courants induits microscopiques lors du déplacement d'une paroi à 180°



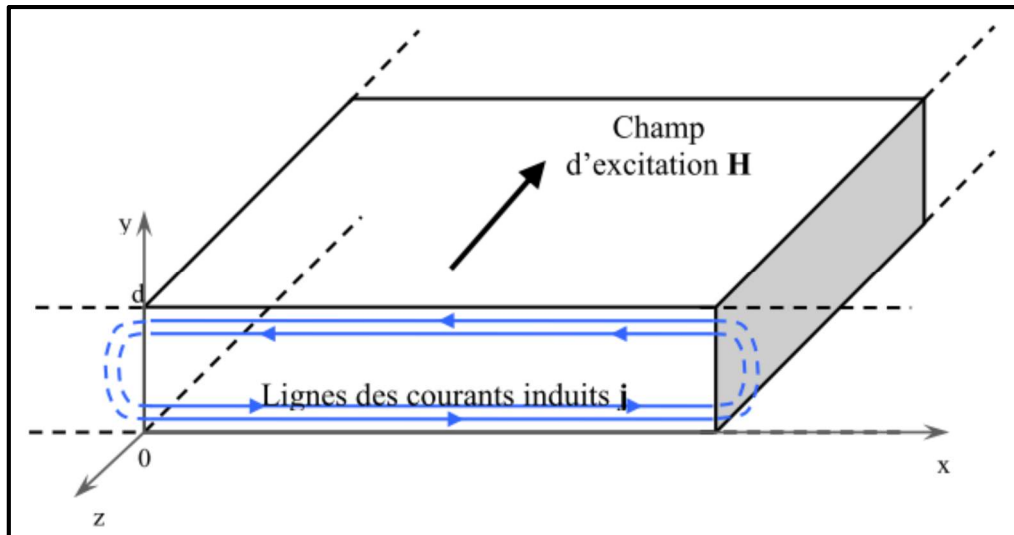
Source : Dr Mircea Fratila, Contribution à la prise en compte des pertes fer dans la modélisation des machines électriques par éléments finis, 2013

Figure III. 11. Cycle d'Hystérésis

### 5.1.2. Les pertes par Courant de Foucault

Les pertes par courants de Foucault dans les alliages résultent, selon la loi de Faraday, des variations temporelles des flux qui induisent des forces électromotrices dans leur masse.

Ces forces électromotrices donnent naissance à des courants qui se ferment dans la masse du fer dans des plans normaux à la direction du flux. Le phénomène est analogue à celui qui génère des courants dans une boucle fermée conductrice traversée par un flux variable, la masse du fer pouvant être décomposée, par la pensée, en un ensemble de boucles fermées conductrices. Ces courants sont constitués par le mouvement des électrons libres du matériau magnétique, du fait de l'action du champ électrique local, que l'on peut déduire des équations de Maxwell à partir du champ magnétique d'excitation, comme dans tout conducteur excité par une force électromotrice.



Source : Dr Mircea Fratila, *Contribution à la prise en compte des pertes fer dans la modélisation des machines électriques par éléments finis*, 2013

Figure III. 12. *Perte par courant de Foucault*

### 5.1.3. Les pertes Excédentaires

Les pertes dites excédentaires sont dues aux interactions spatio-temporelles entre les domaines lors de l'aimantation du matériau qui causent une augmentation locale des pertes magnétiques autour des parois en déplacement. Bertotti a montré que ce phénomène est proportionnel à la fréquence avec un exposant de 1.5 pour une aimantation sinusoïdale. Les pertes par hystérésis et les pertes excédentaires dépendent grandement de l'état cristallin du matériau relié à l'historique de déformation et de recuit de l'échantillon, et de la quantité d'inclusions sous forme de précipités dans le matériau reliée à sa pureté [3].

## 5.2. Formulation des pertes fer dans les machines tournantes

Dans les machines tournantes, les pertes fer peuvent être séparées en utilisant la séparation de Bertotti comme il a été vu au paragraphe précédent. Les pertes fer totaux sont alors la somme des pertes par hystérésis, les pertes par courant de Foucault et les pertes excédentaires.

Dans un matériau, alliage magnétique, siège d'un champ variable dans une seule direction, ces pertes s'expriment par [3], [4]:

En régime statique :

$$P_{Fe} = C_{hyst} f \hat{B}^\alpha + C_{CF} (f \hat{B})^2 + C_{exc} (f \hat{B})^{1.5} \quad (3.42)$$

En régime dynamique :

$$P_{Fe}(t) = C_{hyst} f \hat{B}^\alpha + \frac{C_{CF}}{2\pi^2} \left( \frac{dB}{dt} \right)^2 + \frac{C_{exc}}{8.764} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1.5} \quad (3.43)$$

Les coefficients dans cette formule sont déterminés à partir des essais sur le matériau.

Dans les machines électriques tournantes, le circuit magnétique est soumis à un champ magnétique tournant, ainsi la variation du champ n'est plus unidirectionnelle. Il faut alors prendre en compte cette variation du champ dans les deux directions qui caractérisent le plan dans lequel le champ magnétique tourne.

Les pertes fer totales sont alors la somme des pertes calculées pour chacune des deux directions [4].

$$P_{tot} = P_{0^\circ}(\hat{B}) + P_{90^\circ}(\hat{B}) \quad (3.44)$$

### 5.3. Amélioration de la détermination du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique est défini comme étant le rapport de la puissance électromagnétique transmise au rotor par la pulsation  $\omega_s$ . Ce couple a été exprimé au chapitre II en négligeant les pertes fer. Ainsi, pour approcher au mieux la valeur du couple électromagnétique, il faut soustraire les pertes fer de la puissance électromagnétique transmise au rotor. L'expression du couple est alors rectifiée comme suit :

$$C_{emg} = \frac{P_{emg}}{\omega_s} - \frac{P_{tot}}{\omega_s} \quad (3.45)$$

# Chapitre IV : SIMULATION DE FONCTIONNEMENT D'UNE MACHINE ASYNCHRONE ALIMENTEE PAR UN ONDULEUR DE PUISSANCE

## 1. Hypothèses sur les conditions de travail.

- La saturation du matériau magnétique n'est pas prise en compte. Cette hypothèse implique que la relation B(H) exprimant l'induction en fonction de l'excitation magnétique est linéaire, ainsi les inductances peuvent être considérées constantes.
- Les harmoniques d'amplitude inférieures à 5% de la fondamentale sont négligés car ils n'affectent pas beaucoup l'allure du signal.
- L'effet de peau est négligé. Cette hypothèse suggère que la résistance des conducteurs est constante ; en effet, ne travaillant pas dans de très hautes fréquences, l'effet de peau affecte peu la résistance des conducteurs.

## 2. Analyse du signal d'alimentation de la machine

### 2.1. Transformée de Fourier

Selon le mathématicien Fourier, un signal périodique  $x(t)$  de période T peut se décomposer en une somme infinie de sinusoïdes de pulsation  $n\omega = \frac{n2\pi}{T}$  qui sont des multiples de la pulsation fondamentale  $= \frac{2\pi}{T}$ . Cette somme s'écrit comme suit :

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n e^{j\frac{2\pi n t}{T}} \quad (4.1)$$

$C_n$ : amplitude complexe de l'harmonique de rang n

Cette somme peut encore s'écrire comme suit :

$$x(t) = d_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} d_n \cos(n\omega t - \varphi_n) \quad (4.2)$$

$d_0$ : composante continue qui est égale à la valeur moyenne de x(t)

$d_n$ : amplitude de l'harmonique de rang n

$-\varphi_n$ : déphasage de l'harmonique de rang n

Ces relations ci-dessus sont liées par les égalités suivantes :

$$d_n = 2 \cdot \sqrt{(Re(C_n))^2 + (Im(C_n))^2} \quad \text{et} \quad d_0 = C_0$$

$$\varphi_n = \text{Arctan}\left(-\frac{Im(C_n)}{Re(C_n)}\right)$$

Ainsi, ces amplitudes et ces déphasages sont déterminés par la formule :

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j\frac{2\pi n t}{T}} dt \quad (4.3)$$

## 2.2. Transformée de Fourier Discrète ou « Discrete Fourier Transform (DFT) »

Dans le cadre d'une simulation numérique du fonctionnement dynamique du moteur, à l'aide d'un ordinateur, la variable temporelle est une variable discrète. Les signaux qui interviennent dans les équations de la machine sont alors discrétisés et échantillonnés à intervalle de temps constante.

La transformée de Fourier Discrète est l'équivalent de la transformé de Fourier dans le domaine discret. Ainsi, le calcul de l'intégrale définissant le coefficient complexe  $C_n$  est approximé par la méthode des rectangles comme le montre la formule ci-dessous :

$$C_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_e) e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad (4.4)$$

$T_e = \frac{T}{N}$  : période d'échantillonnage.

Dans le domaine discret, le signal  $x(t)$  est alors représenté par une suite d'échantillons  $x(k)$  pour  $k$  variant de 0 à  $N-1$ . La DFT de  $x(n)$  est la suite finie de nombre complexe  $X(n)$  définie par :

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad (4.5)$$

On peut identifier que  $C_n = \frac{1}{N} X(n)$  (4.6)

En notant  $\omega = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$  la première racine  $N$ -ième de l'unité rencontrée sur le cercle trigonométrique en partant de 1 et en allant dans le sens négatif, on peut encore écrire :

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \omega^{nk} \quad (4.7)$$

Cette définition peut être interprétée matriciellement comme suit :

$$[X_n] = [x_k] \cdot [\omega^{nk}] \quad (4.8)$$

$n$  et  $k$  variant de 0 à  $N-1$

Pour un échantillon de  $N$  valeurs, le calcul de la DFT inclue alors  $N^2$  (taille de la matrice  $[\omega^{nk}]$ ) opérations suivi de  $N$  (taille de  $[x_k]$ ) multiplications.

## 2.3. Transformée de Fourier Rapide ou « Fast Fourier Transform (FFT) »

La Transformée de Fourier Rapide est un algorithme de calcul de la Transformée de Fourier Discrète qui permet de réduire le nombre de calcul à exécuter afin d'optimiser le temps de calcul d'où le nom de transformée « rapide ». Plus particulièrement, pour un nombre d'échantillon  $N$  égale à une puissance de 2, l'algorithme de la FFT exige un nombre d'opérations de l'ordre de  $N \log_2(N)$  ce qui est beaucoup plus petit que celui de la DFT qui est de l'ordre de  $N^2$ .

### 3. Déroulement de la simulation

Le programme servant à la modélisation de la machine asynchrone est fidèle aux modèles de simulation présentés au chapitre III.

Le signal d'alimentation de la machine est récupéré à la sortie d'un onduleur triphasé à redresseur 6 pulses.

Ce signal est décomposé en série de Fourier en s'aidant de la fonction « fft » dans MATLAB. Les harmoniques obtenues sont traitées une à une par le programme comme étant des signaux d'alimentation indépendantes mais leurs effets seront combinés après calcul pour afficher le résultat final.

Les résultats porteront sur :

- L'évolution des couples en fonction du temps
- L'évolution de la vitesse en fonction du temps
- L'évolution du couple électromagnétique en fonction de la vitesse
- L'évolution du courant statorique
- L'évolution des pertes en fonctions du temps
- Le rendement de la machine

### 4. Description et paramètres de la machine utilisée pour la simulation.

Tableau IV. 1. Paramètres d'une machine asynchrone de 3kW

Inductance cyclique rotorique : $L_r$	15.9 [mH]
Inductance cyclique statorique : $L_s$	191 [mH]
Inductance cyclique mutuelle : $M$	52 [mH]
Résistance rotorique : $R_r$	93 [m $\Omega$ ]
Résistance statorique : $R_s$	1 [ $\Omega$ ]
Nombre de pair de pôle : $p$	2
Coefficient des pertes par Hystérésis : $C_{Hyst}$	1.87e-2
Coefficient des pertes par Courant de Foucalut : $C_{CF}$	4.98e-5
Coefficient des pertes excédentaires : $C_{exc}$	6.31e-4
Exposant Hystérésis : $\alpha$	2
Moment d'inertie totale ramené sur l'arbre du rotor : $J_t$	0.05 [kgm <sup>2</sup> ]

Le moteur asynchrone choisi pour la simulation est un modèle commercial standard. Les paramètres sont donnés dans le tableau IV.1 [5][6].

La simulation est celle d'un fonctionnement en charge avec un couple de charge proportionnel à la vitesse et passant par le point de fonctionnement nominal, sous la fréquence fondamentale de 50 Hz. Ce couple est exprimé ci-dessous :

$$C_{ch} = 0.1215 \times \Omega_r$$

## 5. Résultats des simulations et Interprétations

### 5.1. Résultats de simulation de la commande en tension

#### 5.1.3. Simulation sans pertes fer

##### 5.1.3.1. Fonctionnement à l'état sain

- Allure du signal d'alimentation

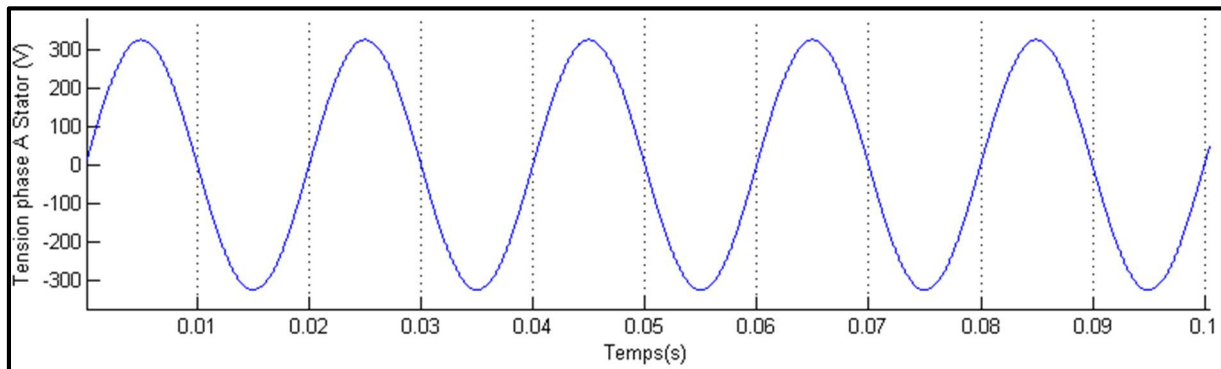


Figure IV. 1. Tension aux bornes d'une phase statorique

A l'état sain, la machine est alimentée par un courant sinusoïdal pur. La tension d'alimentation aux bornes du stator est une sinusoïde de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 230 V.

- Allure du courant statorique

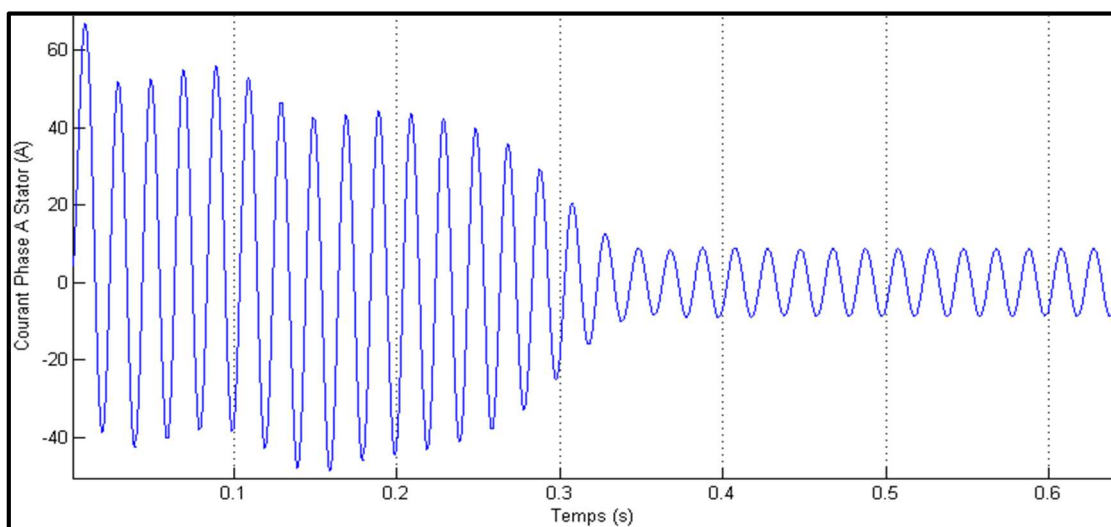


Figure IV. 2. Courant dans une phase statorique



Le courant atteint un pic de 66.9 A pendant la phase de démarrage. Il se stabilise en régime permanent en une sinusoïde d'amplitude 8.7A après 0.4 s.

- Allure des couples

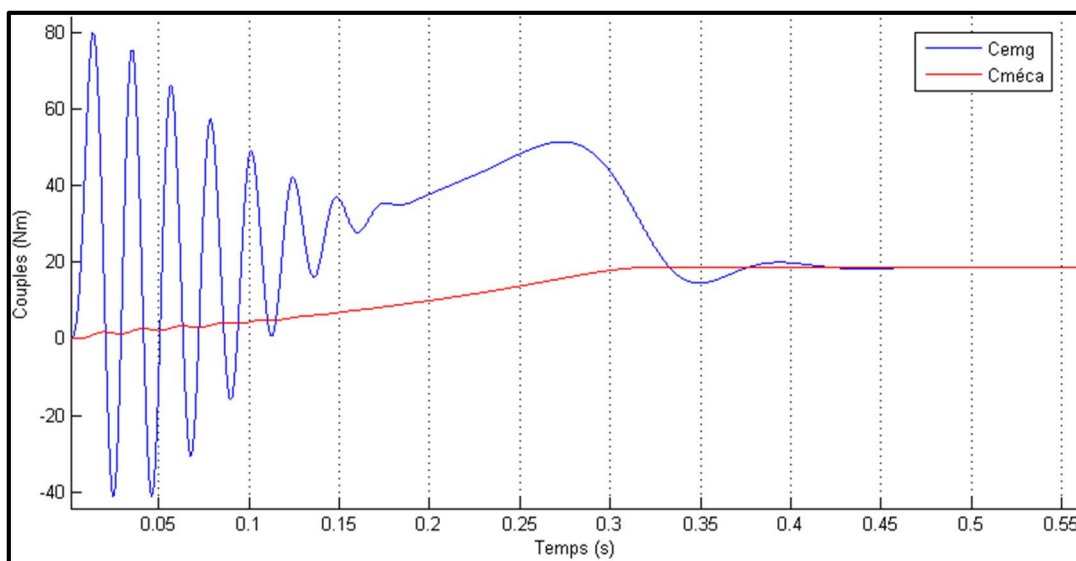


Figure IV. 3. Couples électromagnétique et mécanique

Le couple électromagnétique atteint un pic 80 Nm dans la phase de démarrage et diminue progressivement en amplitude jusqu'à se stabiliser en régime permanent et s'aligner au couple mécanique qui est de 18.7 Nm.

- Allure de la vitesse

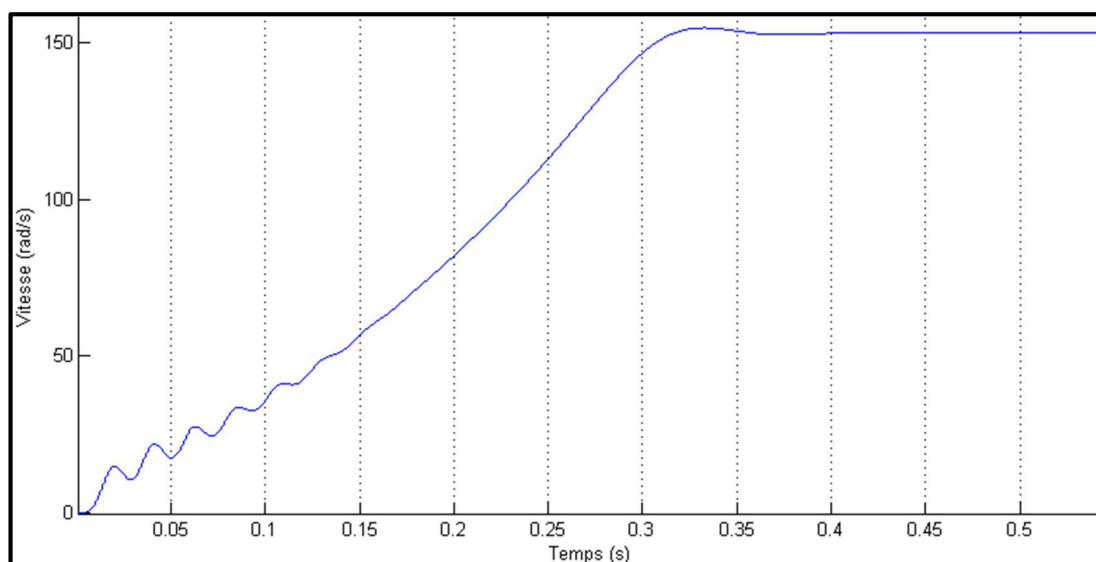


Figure IV. 4. Vitesse en fonction du temps

L'allure de la vitesse reflète la superposition du couple électromagnétique avec le couple mécanique vu précédemment.

En effet, depuis le démarrage jusqu'à environ 0.15 s, la vitesse présente une légère oscillation en raison de l'alternance du couple électromagnétique par rapport au couple mécanique. Entre 0.15 s et 0.4 s, la vitesse augmente en raison d'un couple accélérateur positif, le couple électromagnétique étant toujours supérieur au couple mécanique. Au-delà de 0.4s, la vitesse se stabilise à 153.2 rad/s car les deux couples sont égaux.

- Evolution du couple électromagnétique avec la vitesse

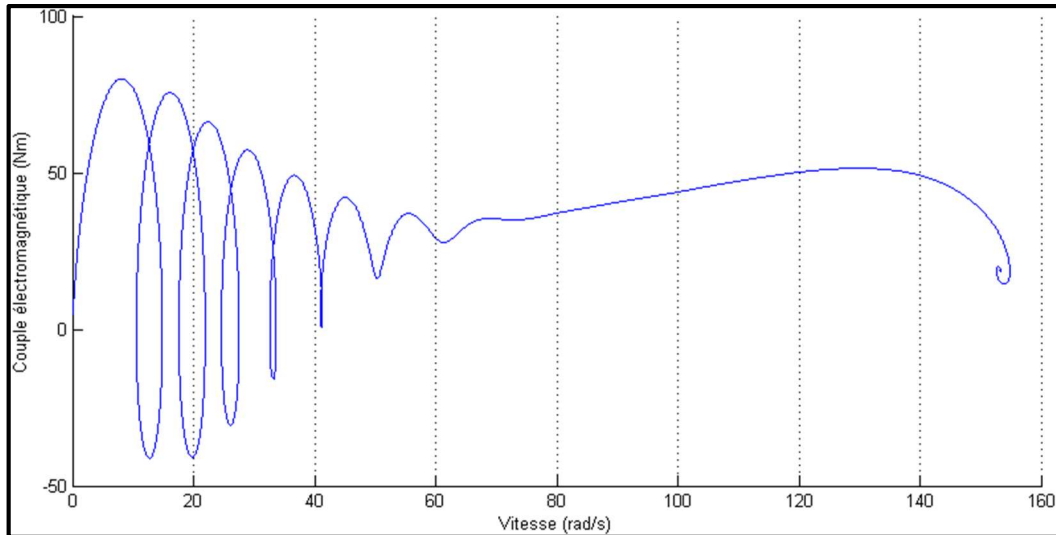


Figure IV. 5. Couple en fonction de la vitesse

Ce graphe représente l'évolution du couple électromagnétique en fonction de la vitesse. On peut remarquer que le couple maximal est atteint aux environs de 8.2 rad/s. Entre 8.2 rad/s et 36 rad/s, l'allure du couple présente des petites boucles en raison de l'oscillation des deux grandeurs : vitesse et couple électromagnétique. Aux environs de la vitesse en régime permanent qui est de 153.2 rad/s, on remarque une petite courbure en forme de spirale qui témoigne du petit dépassement de vitesse en fin de régime transitoire.

- Allure des pertes

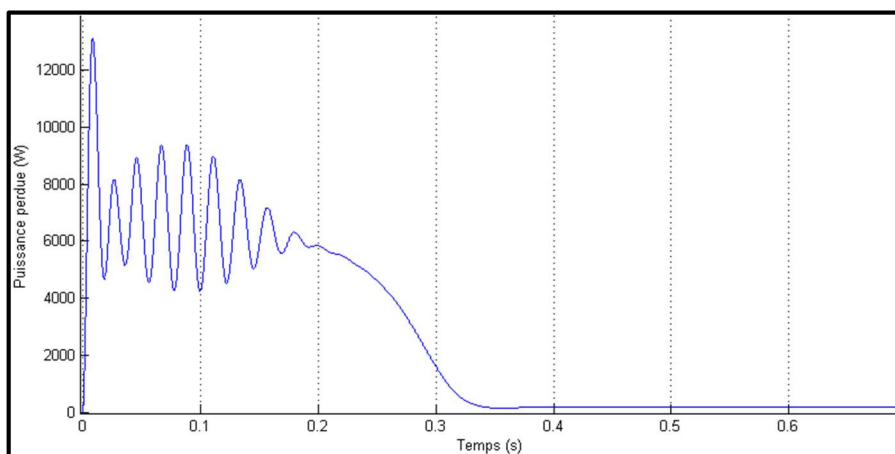


Figure IV. 6. Puissance perdue

Les pertes sont constituées par les pertes Joules. Ces pertes atteignent un pic de 13.08 kW en phase de démarrage en raison du fort courant d'appel qui engendre de grands échauffements dans les conducteurs. En régime permanent, ces pertes se stabilisent à 185 W.

- Rendement

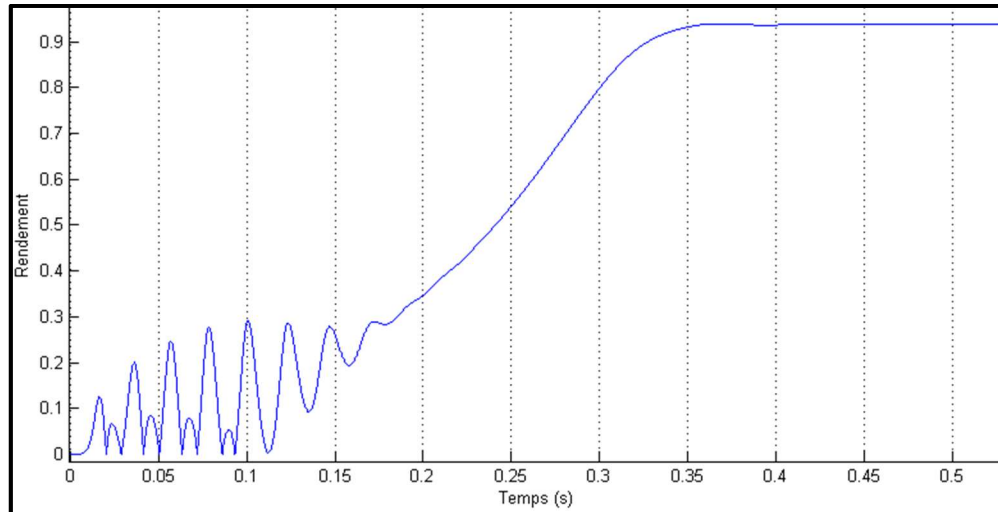


Figure IV. 7. Rendement

Le rendement témoigne du rapport entre la puissance utile délivrée sur l'arbre du moteur par la puissance consommée. En régime transitoire, Ces puissances présentent une forte variation, ainsi il est difficile de définir un rendement pour la machine. En régime établi, le moteur présente un rendement de 0.939 soit 93.9%.

### 5.1.3.2. Fonctionnement sous la tension polluée

- Allure du signal d'alimentation

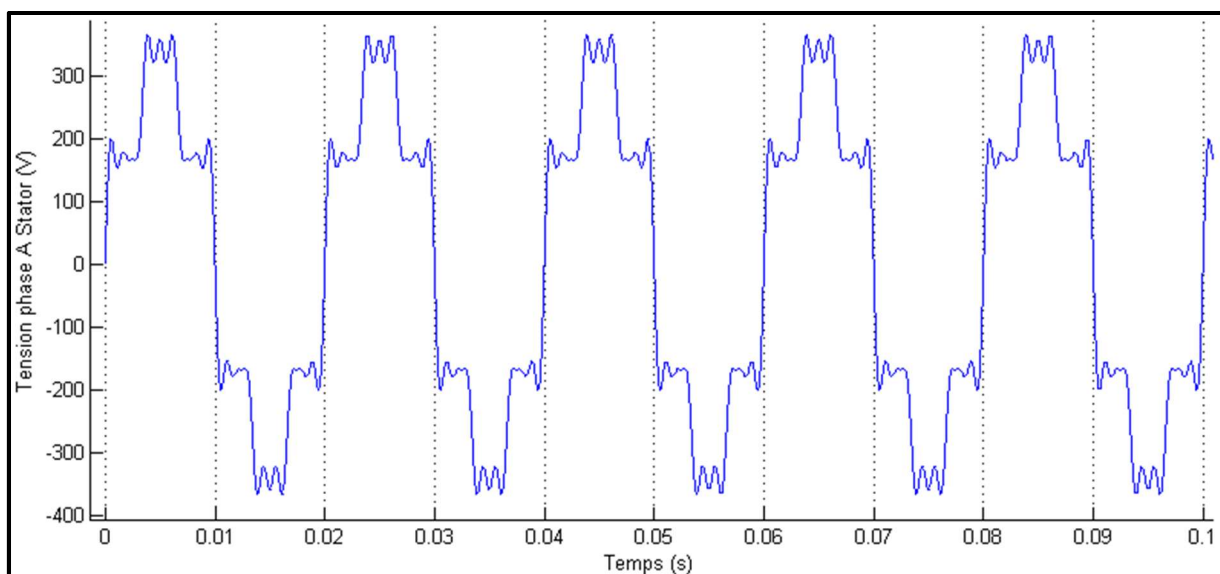


Figure IV. 8. Tension aux bornes d'une phase du stator sous la pollution harmonique

La tension d'alimentation a une allure de créneaux de signal carré à deux étages. Ce signal est récupéré à la sortie d'un onduleur 6 pulses. Ce graphe montre la superposition des harmoniques d'amplitude supérieures à 5% de la fondamentale.

- Taux d'harmonique du signal

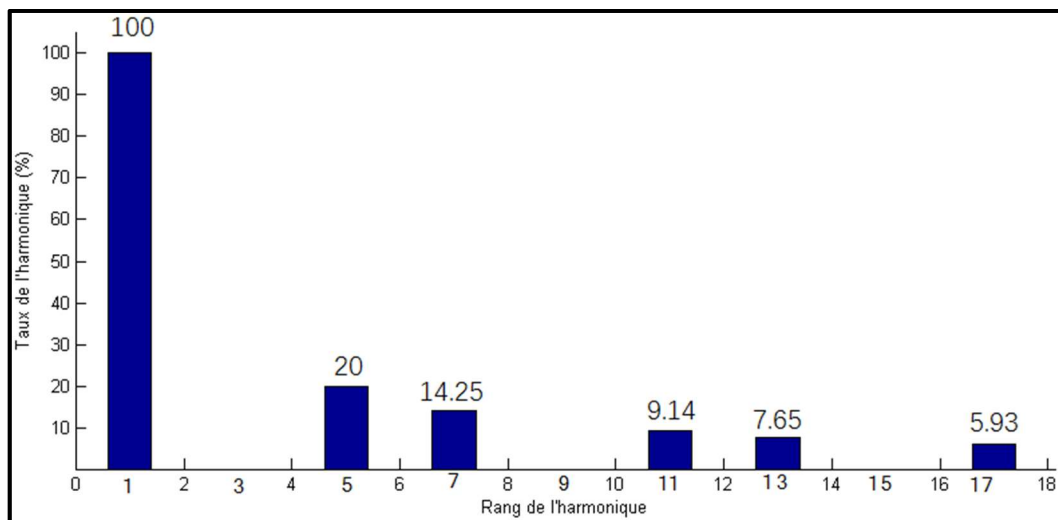


Figure IV. 9. Taux d'harmonique de la tension

Le taux d'harmonique du signal est donné par l'histogramme ci-dessus. On peut remarquer que les harmoniques de rang multiples de 3 sont éliminés, ceci est une particularité des onduleurs triphasés.

- Allure du courant statorique

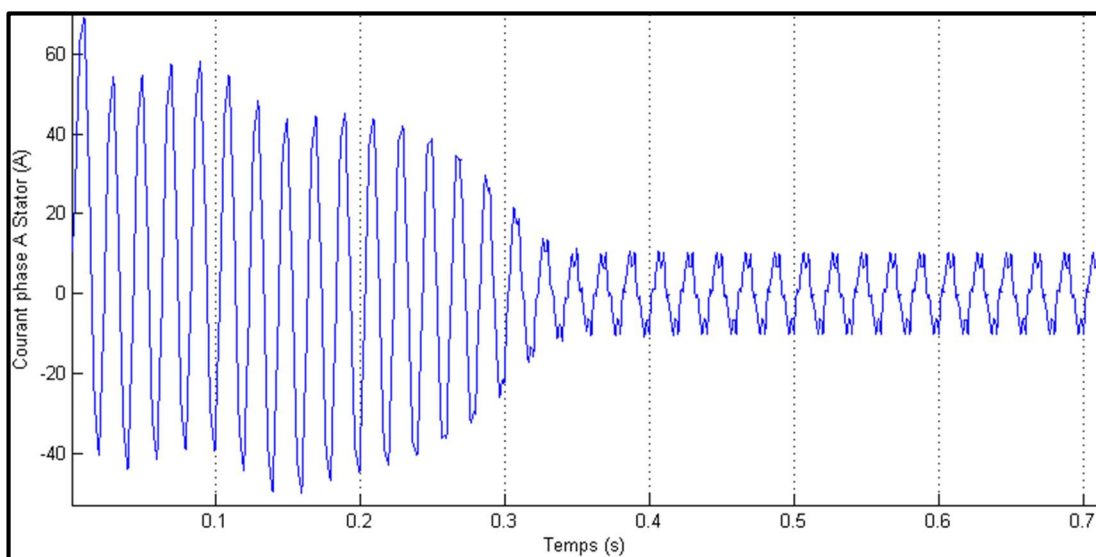


Figure IV. 10. Courant dans une phase du stator sous la pollution harmonique

Le courant statorique n'est plus une sinusoïde pure car les harmoniques de tensions engendrent des harmoniques de courant qui viennent affecter la forme de l'onde de courant.

- Allure des couples

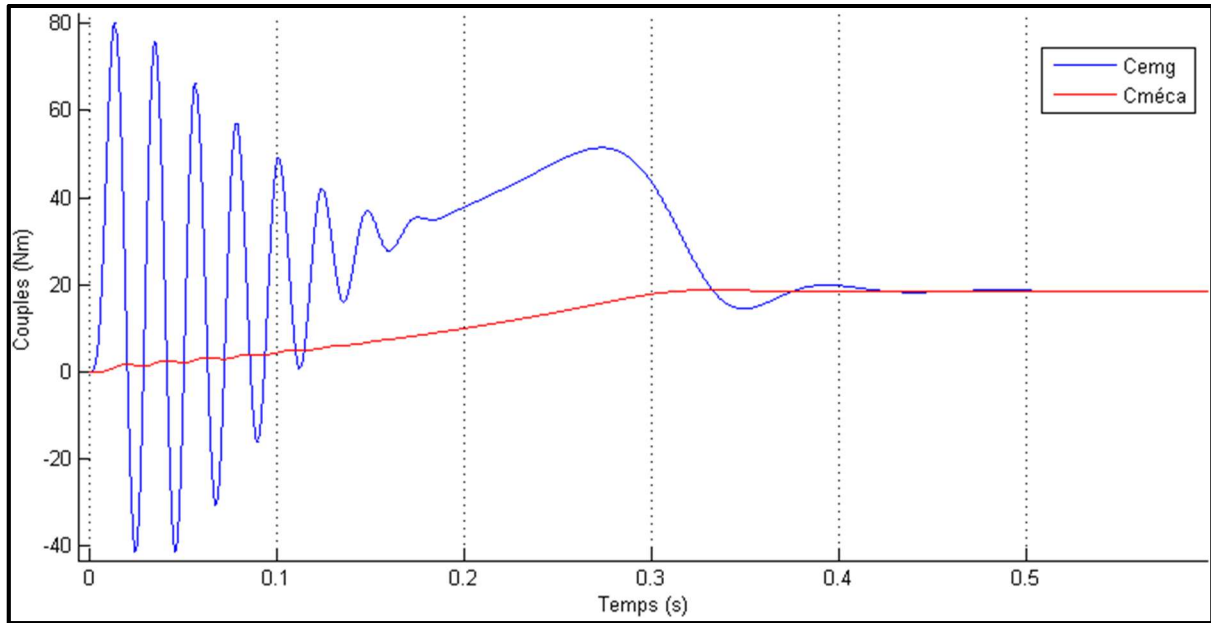


Figure IV. 11. *Couples électromagnétique et mécanique*

L'allure des couples est similaire à celle du fonctionnement en régime sain et les valeurs ne changent pas beaucoup.

- Allure de la vitesse

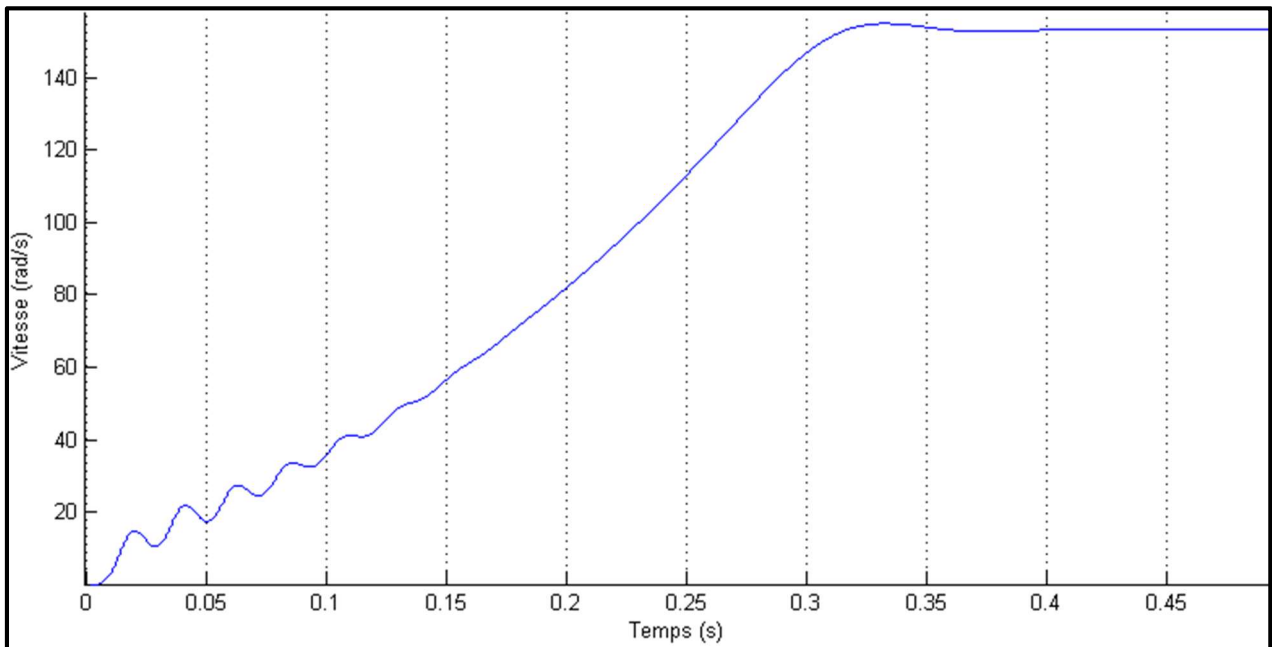


Figure IV. 12. *Vitesse en fonction du temps*

La variation de la vitesse est semblable à la variation des couples. La vitesse est à peine changée.

- Evolution du couple électromagnétique avec la vitesse

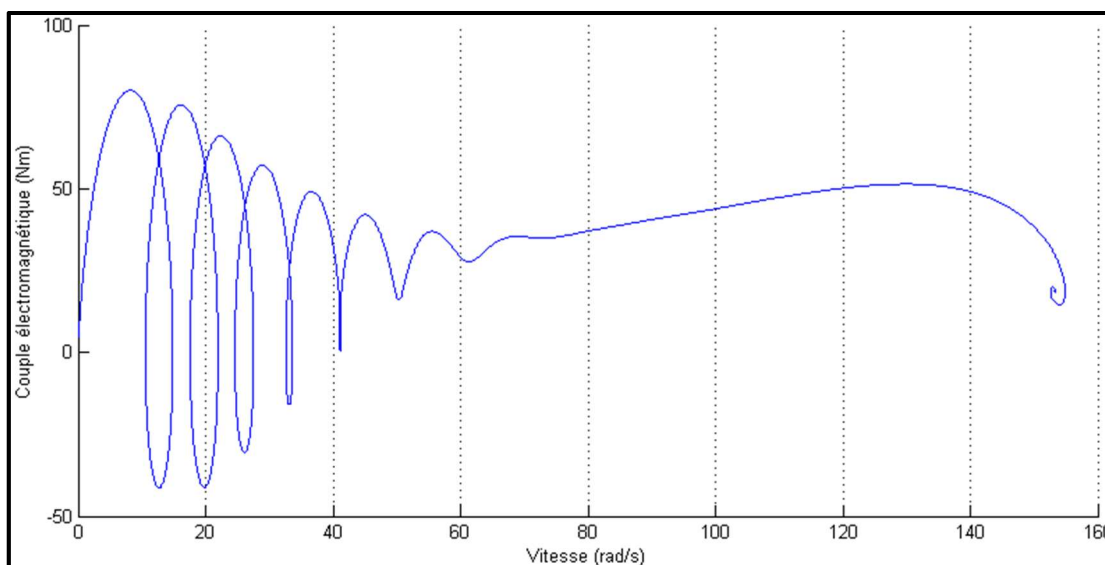


Figure IV. 13. *Couple en fonction de la vitesse*

L'évolution du couple électromagnétique en régime pollué est quasiment identique à celle du régime sain car les valeurs des couples et de la vitesse n'ont pas beaucoup changé.

- Allure des pertes

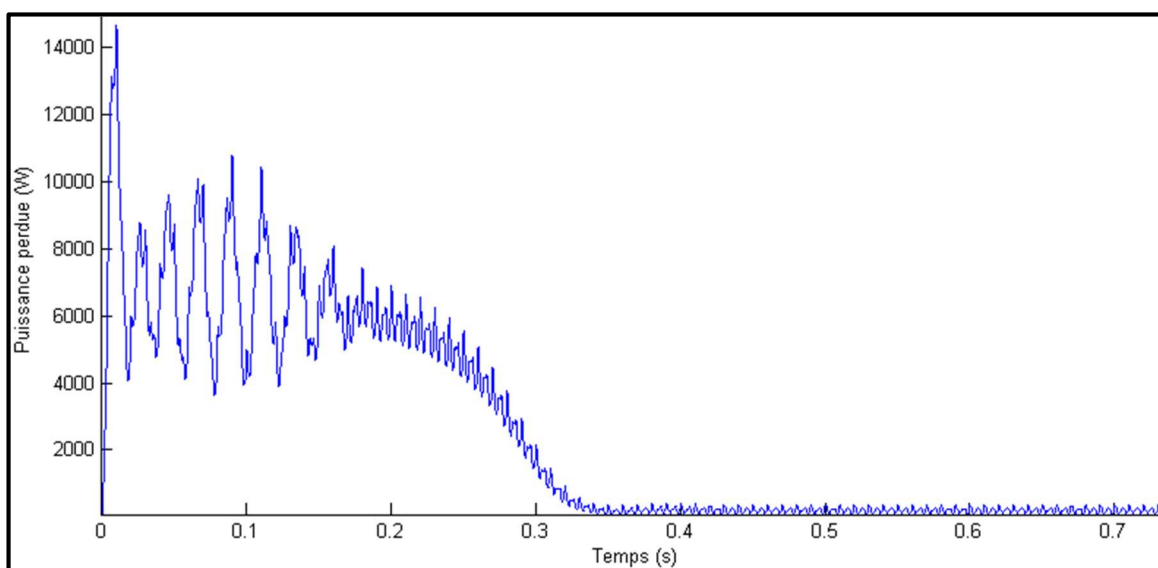


Figure IV. 14. *Puissance perdue*

Si le fonctionnement de la machine ne semblait pas être affecté par la pollution harmonique, le bilan des puissances l'est fortement, en effet, la puissance perdue dans la phase de démarrage s'est accru à un pic de 14.52 kW contre 13.08 kW en régime sain. En ce qui concerne le régime permanent, la présence des harmoniques engendre une oscillation de la puissance perdue entre plus de 102 W jusqu'à 377 W contrairement au régime sain qui s'est stabilisé à 185 W.

- Rendement

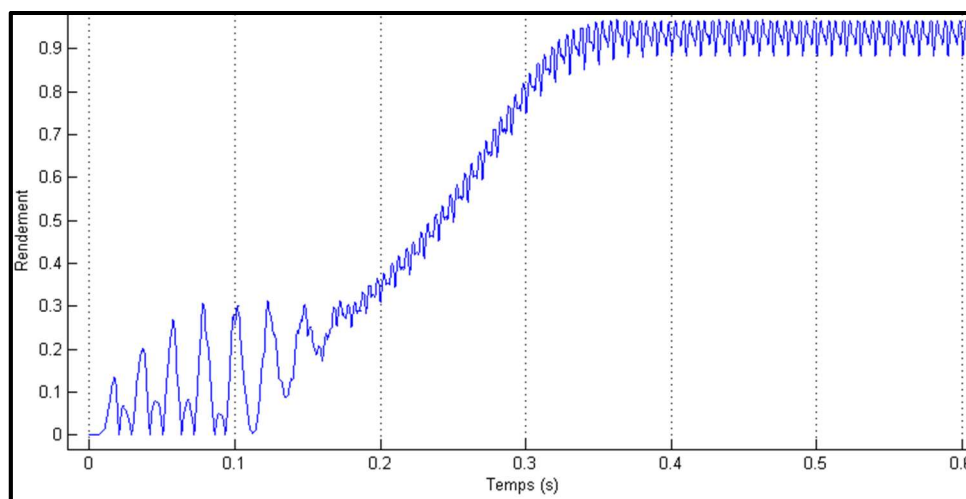


Figure IV. 15. Rendement

Puisque la puissance oscille, le rendement oscille aussi et sa valeur moyenne en régime permanent est de 0.9348 soit 93.48% ce qui est en baisse par rapport au régime sain où l'on avait un rendement de 93.9%.

#### 5.1.4. Simulation avec pertes fer

##### 5.1.4.1. Fonctionnement à l'état sain

- Allure des couples

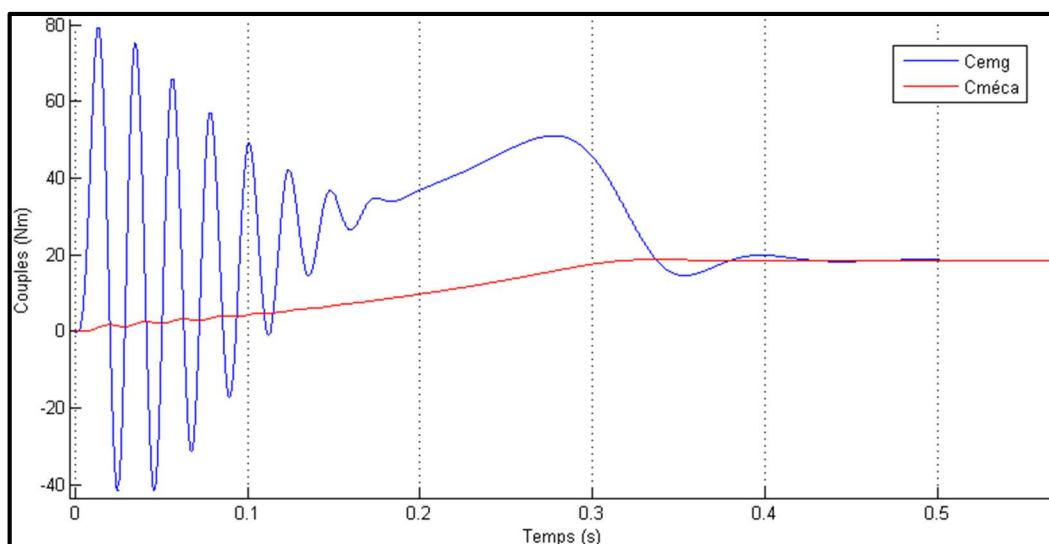


Figure IV. 16. Couples électromagnétique et mécanique

A l'état sain, l'effet des pertes fer ne se fait pas vraiment ressentir sur les couples car la baisse de leur valeur en régime permanent, qui est passé de 18.63 Nm à 18.62 Nm, est très petite. Néanmoins ceci témoigne de la perte de valeur du courant magnétisant due aux pertes fer dans le circuit magnétique.

- Allure de la vitesse

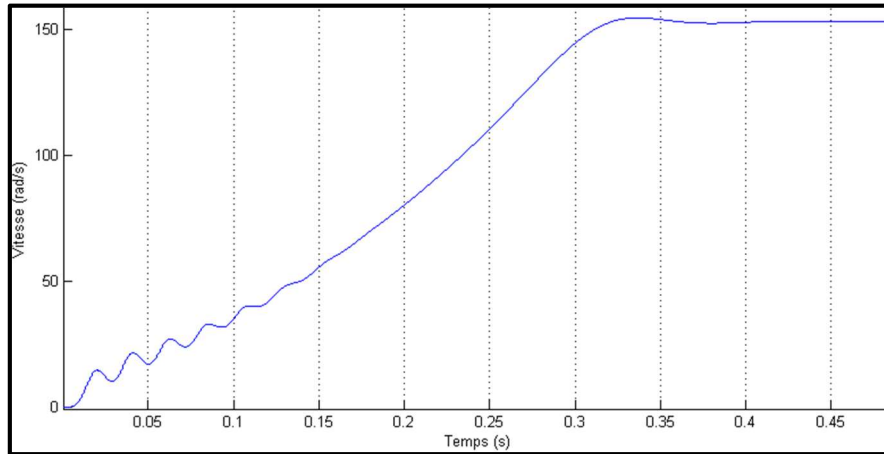


Figure IV. 17. *Vitesse*

La vitesse en régime permanent n'a quasiment pas changé.

- Evolution du couple électromagnétique avec la vitesse

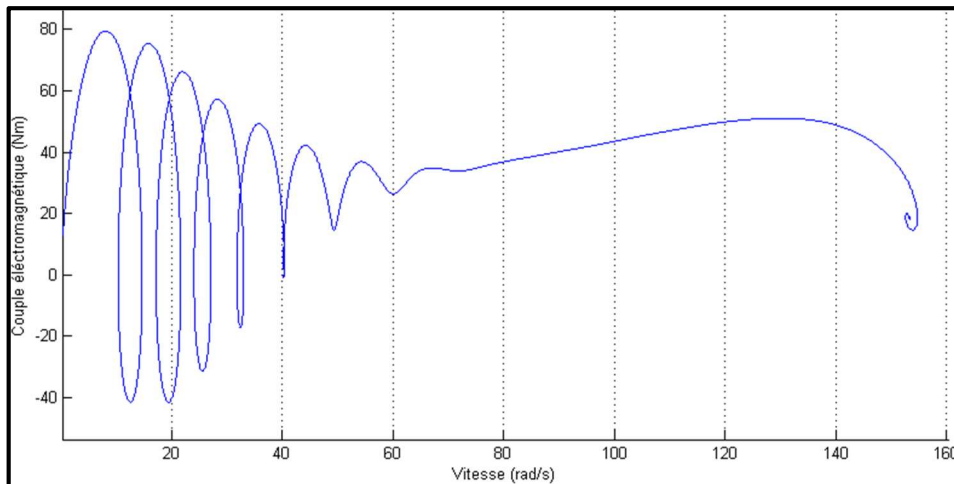


Figure IV. 18. *Couple en fonction de la vitesse*

L'allure du couple en fonction de la vitesse a la même allure qu'en régime sain sans perte fer.

- Allure des pertes

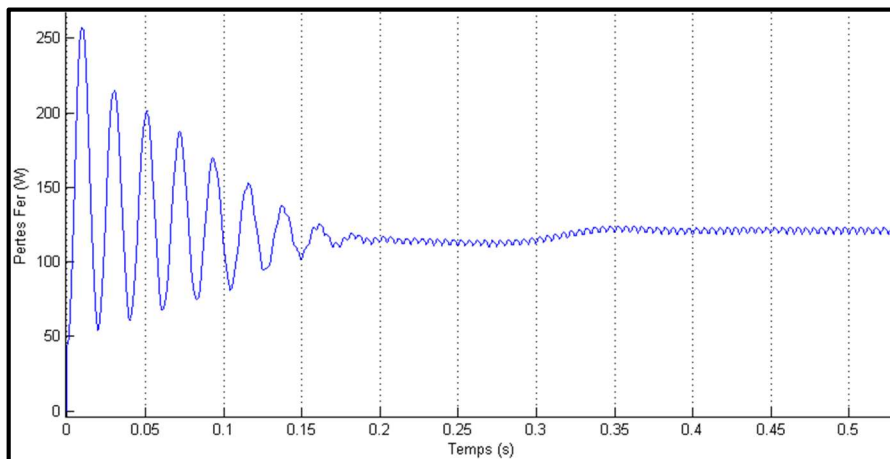


Figure IV. 19. *Estimation des Pertes fer*



Les pertes fer connaissent une forte variation pendant le démarrage car les forts courants d'appel induisent aussi de fortes inductions magnétique d'où les pertes fer importantes. En régime établi, les pertes fer sont constantes d'après la décomposition de Bertotti, cependant puisque les pertes par Hystérésis ont été programmées en utilisant la valeur instantanée de l'induction au lieu de la valeur crête, une petite oscillation de 2 W est tout de même visible sur le graphe. Dans la pratique, ces pertes sont constantes en régime permanent.

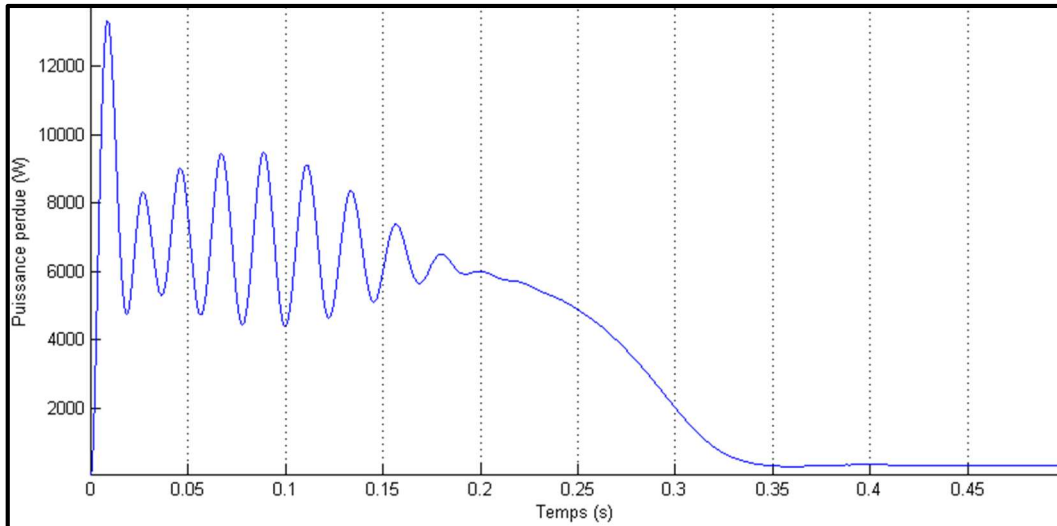


Figure IV. 20. Puissance perdue

Les pertes fer accroissent la puissance perdue comme on peut le remarquer sur le graphe. En effet la puissance perdue en régime permanent est passé de 185 W à 314.5 W.

- rendement

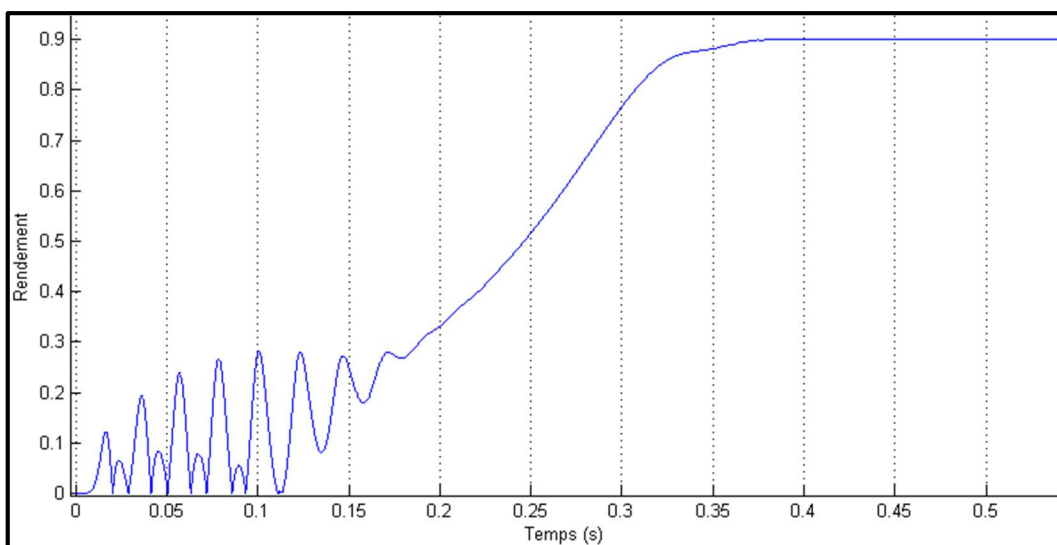


Figure IV. 21. Rendement

L'accroissement de la puissance perdue affecte le rendement qui a baissé de 93.9% à 90.08%.

### 5.1.4.2. Fonctionnement sous la pollution harmonique

- Allure des couples

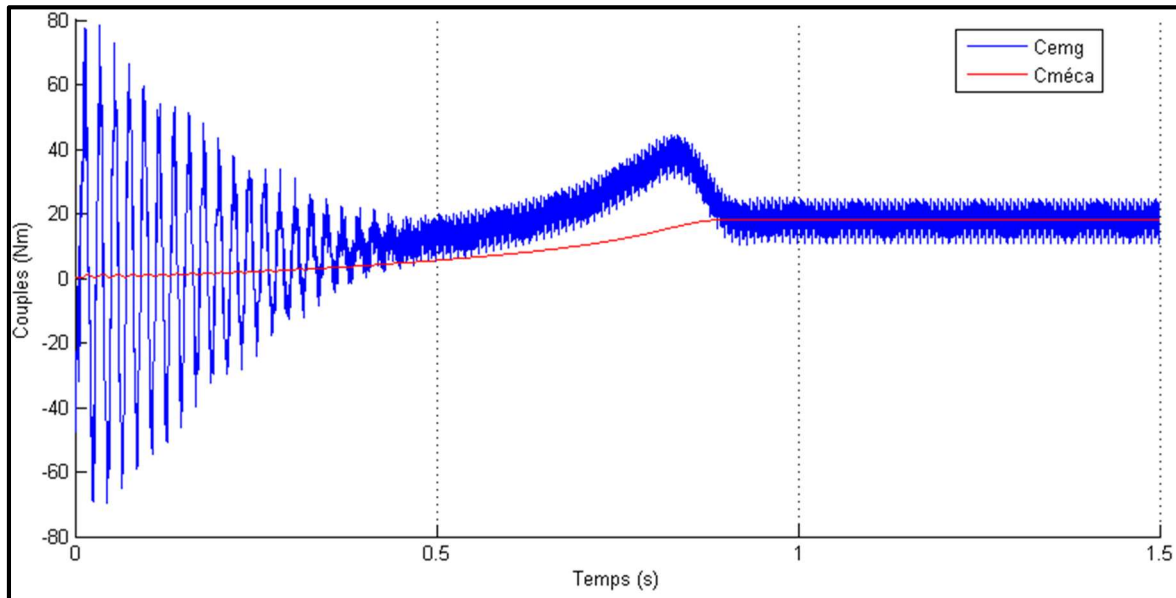


Figure IV. 22. *Couples sous la pollution harmonique*

Sous la pollution harmonique et en ajoutant les pertes fer dans les calculs, le couple électromagnétique présente une oscillation autour du couple engendré par la fondamentale. Ainsi, le couple électromagnétique ne se stabilise pas mais oscille aussi autour du couple mécanique en régime permanent.

- Allure de la vitesse

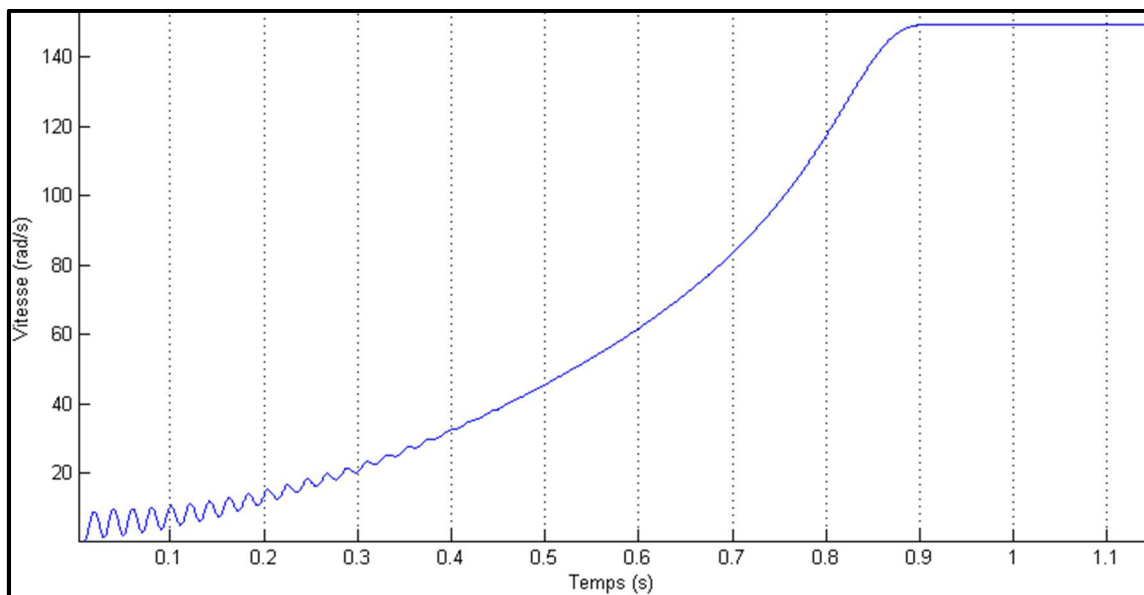


Figure IV. 23. *Vitesse sous la pollution harmonique*

La vitesse reflète beaucoup cette oscillation du couple électromagnétique. En effet, même en régime permanent, la vitesse n'est pas constante mais oscille autour d'une valeur (environ 109 rad/s). Dans la pratique, cette vibration peut ne pas se faire ressentir sur le moteur en raison de la très faible amplitude de l'oscillation. De plus ce graphe de la vitesse montre que le démarrage est beaucoup plus lent qu'avec une alimentation saine, en effet le temps de démarrage est passé de 0.4 s à 0.9 s.

- Evolution du couple électromagnétique avec la vitesse

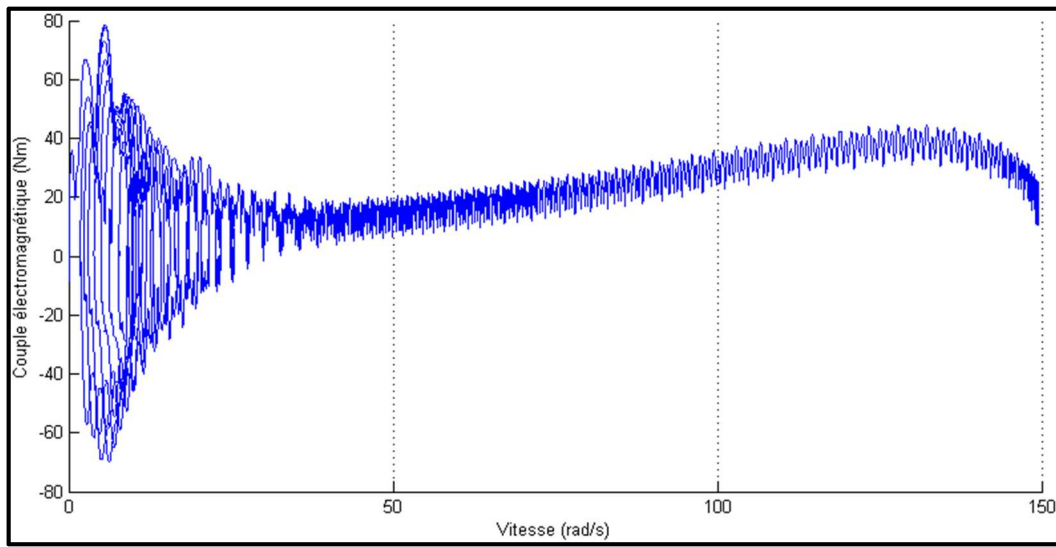


Figure IV. 24. *Instabilité du couple et de la vitesse sous la pollution harmonique*

L'allure du couple en fonction de la vitesse montre l'ampleur de l'instabilité du couple électromagnétique et de la vitesse sous l'effet de la pollution harmonique.

- Allure des pertes

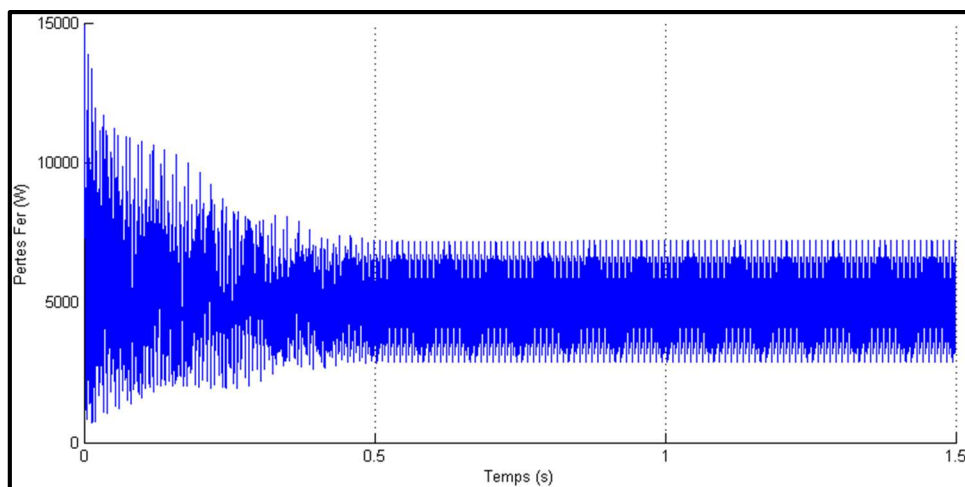


Figure IV. 25. *Evolution des pertes fer*

Les pertes fer sont accrues par les pertes engendrées par les harmoniques.

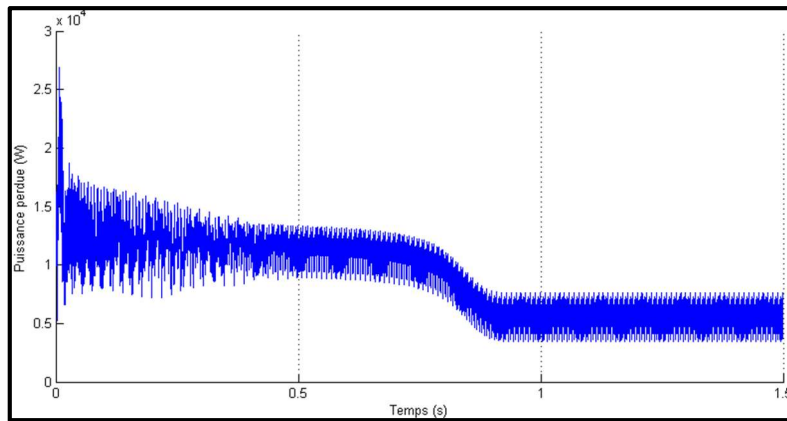


Figure IV. 26. Evolution de la puissance perdue

La puissance perdue connaît aussi une forte croissance.

- Rendement

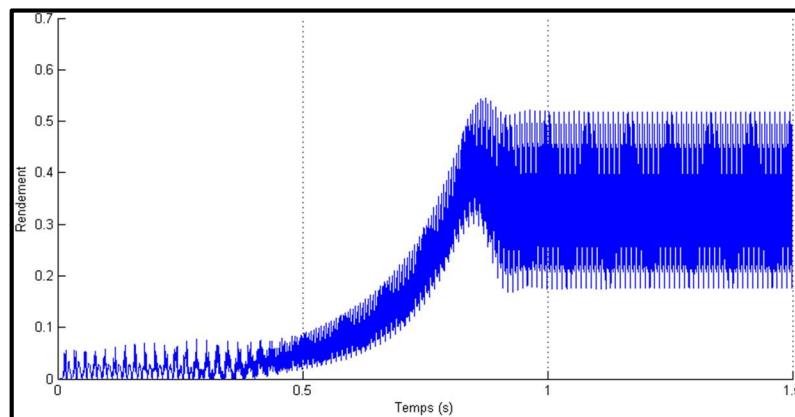


Figure IV. 27. Instabilité du rendement

L'instabilité engendré par les harmoniques affecte le rendement de la machine qui varie entre 20% à 50%, ce qui n'est pas satisfaisant ni rentable. La valeur moyenne de ce rendement en régime permanent est de 33.61%

## 5.2. Résultats de simulation de la commande en courant

### 5.2.3. Simulation sans pertes fer

#### 5.2.3.1. Fonctionnement à l'état sain

- Allure du courant d'alimentation

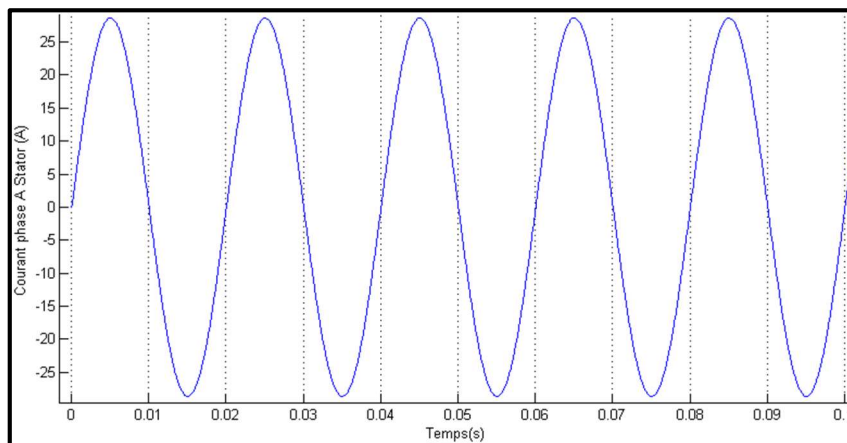


Figure IV. 28. Courant d'alimentation dans une phase statorique

A l'état sain, l'alimentation est connectée à une source de courant sinusoïdale de fréquence 50 Hz et d'amplitude 28.6 A ce qui correspond à une valeur efficace de 20.2 A.

- Allure des couples

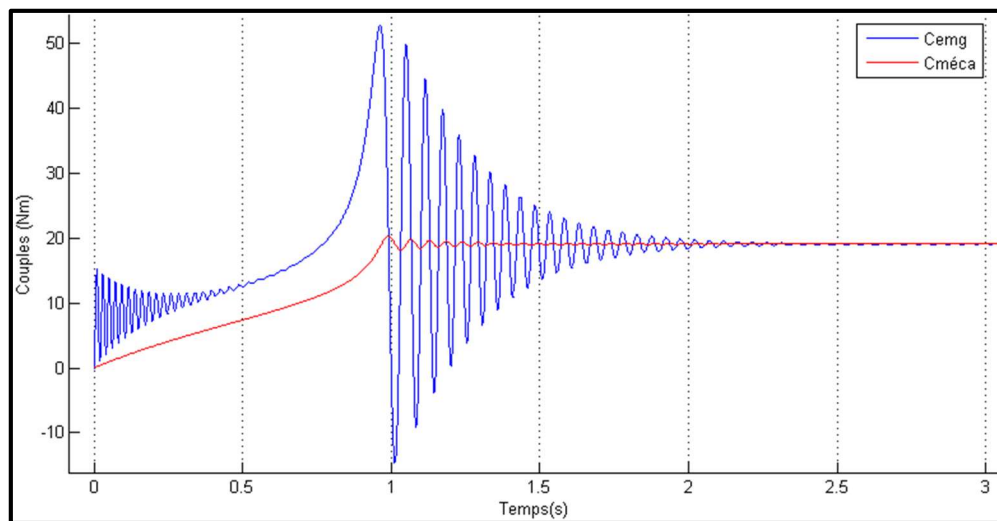


Figure IV. 29. *Couples électromagnétique et mécanique*

Le graphe ci-dessus montre l'évolution du couple électromagnétique et du couple mécanique en fonction du temps. On peut remarquer que les couples ne se stabilisent à la même valeur qu'après 2s. On peut en conclure que le démarrage dure environ 2s.

- Allure de la vitesse

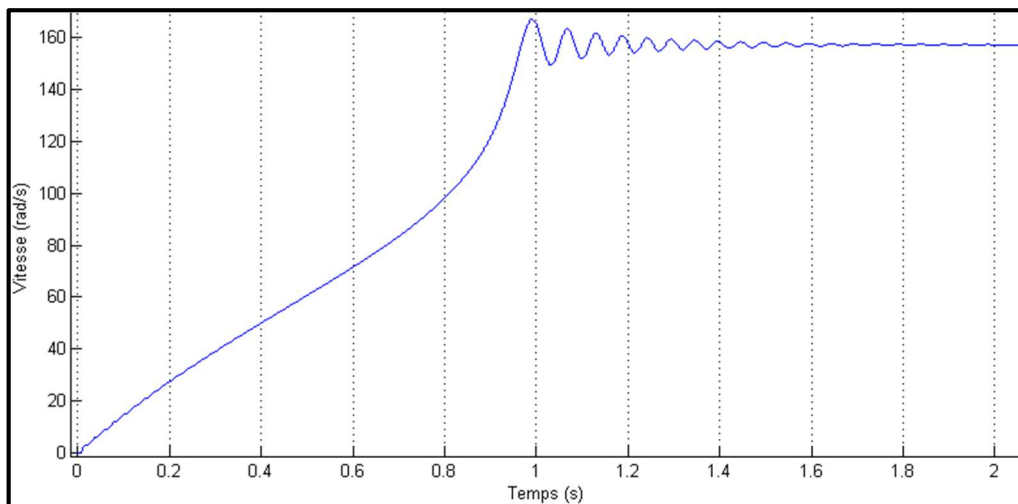


Figure IV. 30. *Vitesse en fonction du temps*

La courbe de la vitesse en fonction du temps montre bien la superposition du couple électromagnétique et du couple mécanique en fonction du temps. Elle témoigne aussi de la durée du régime transitoire au cours de laquelle la vitesse croît progressivement jusqu'à atteindre sa valeur en régime permanent : 157 rad/s.

- Evolution du couple électromagnétique avec la vitesse

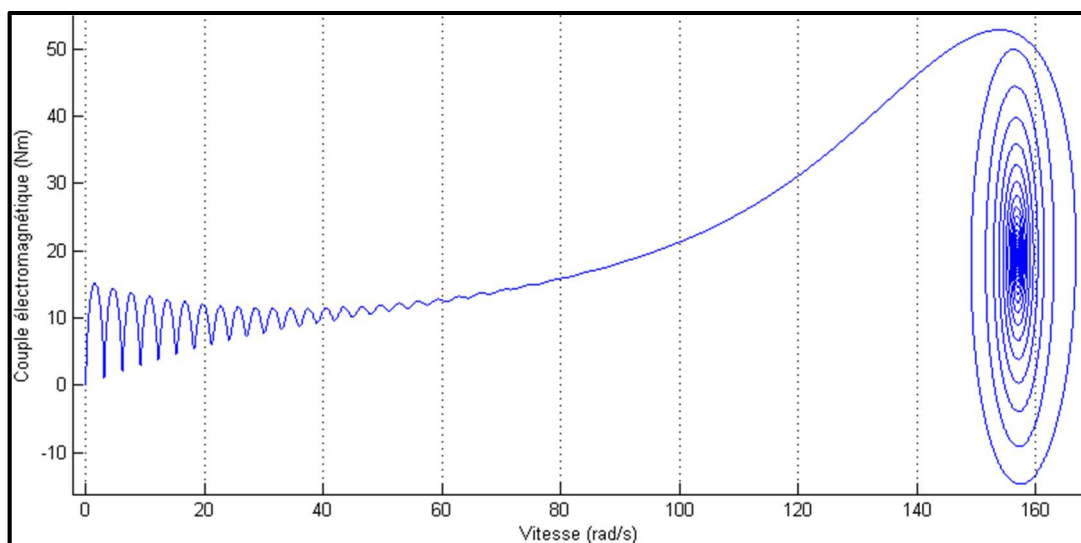


Figure IV. 31. *Couple électromagnétique en fonction de la vitesse*

Le graphe du couple électromagnétique en fonction de la vitesse résume la variation du couple électromagnétique et de la vitesse en fonction du temps. Du démarrage jusqu'à environ 0.5 s, le couple électromagnétique et la vitesse oscillent mais la vitesse continue à croître, ce qui explique l'allure de la courbe entre 0 rad/s et 60 rad/s. Entre 60 rad/s et 149 rad/s, le couple électromagnétique croît avec la vitesse sans osciller. Après 149 rad/s, la vitesse oscille autour de 157 rad/s et le couple électromagnétique oscille aussi. On peut voir que la courbe forme une spirale qui semble tourner autour d'une valeur car la vitesse ne croît plus mais se stabilise à 157 rad/s.

- Allure des pertes

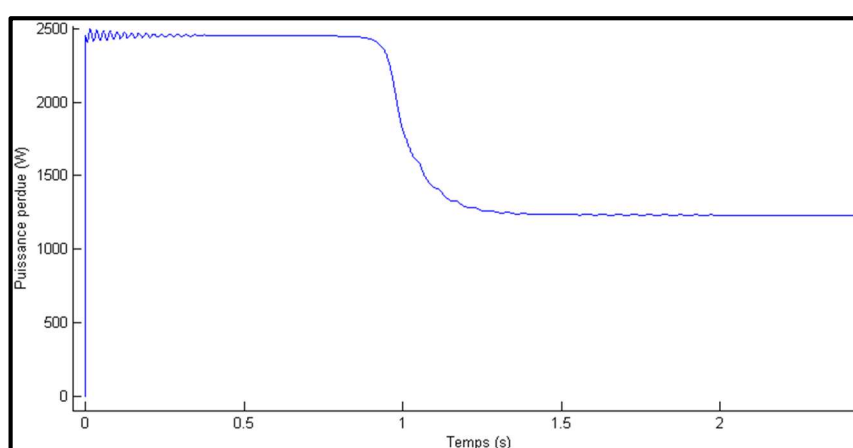


Figure IV. 32. *Puissance perdue*

Les pertes en régime de démarrage sont à peu près le double des pertes en régime établi. La puissance perdue atteint un pic de 2495 W pendant le démarrage et se stabilise à 1232 W en régime établi.

- Rendement

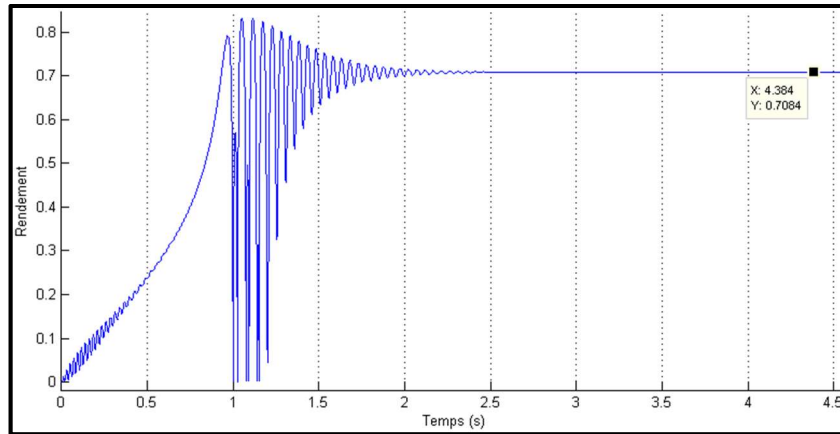


Figure IV. 33. Rendement

Le rendement est de 70.84 % en régime établi.

### 5.2.3.2. Fonctionnement sous le courant pollué

- Allure du courant d'alimentation

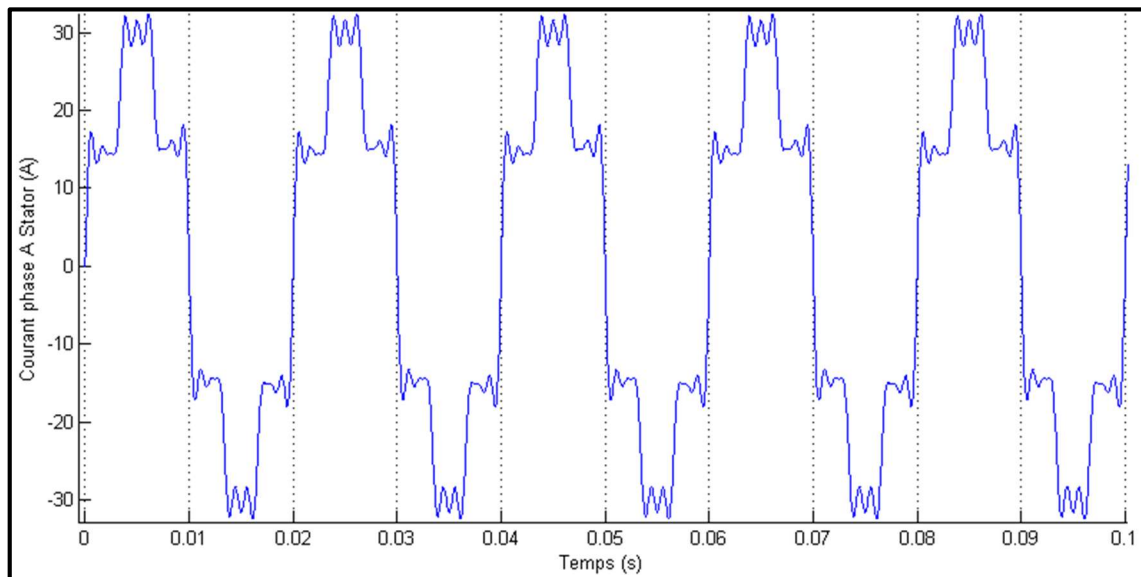


Figure IV. 34. Courant pollué par des harmoniques dans une phase

Le signal alimentant la machine est un créneau de signal carré à deux étages qui est récupéré à la sortie d'un onduleur de courant 6 pulses.

- Taux d'harmonique du courant statorique

Le taux d'harmonique du courant statorique, calculé avec la fonction « fft » de MATLAB est donné ci-après.

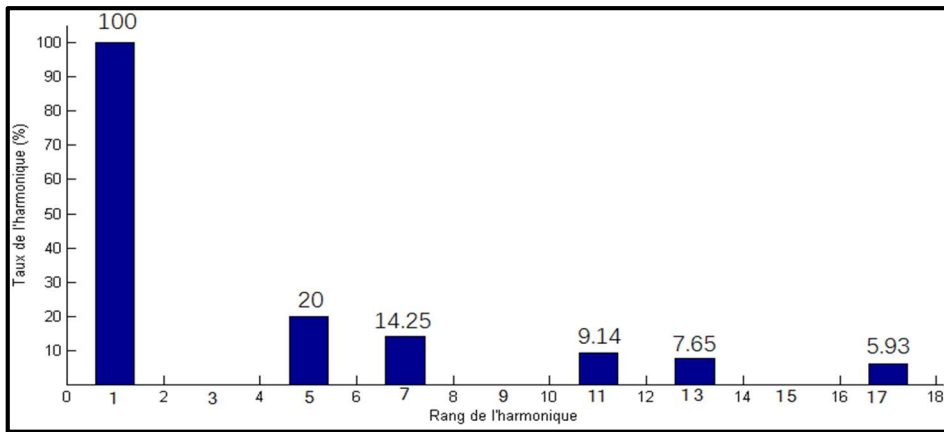


Figure IV. 35. Taux d'harmonique du courant

- Allure des couples

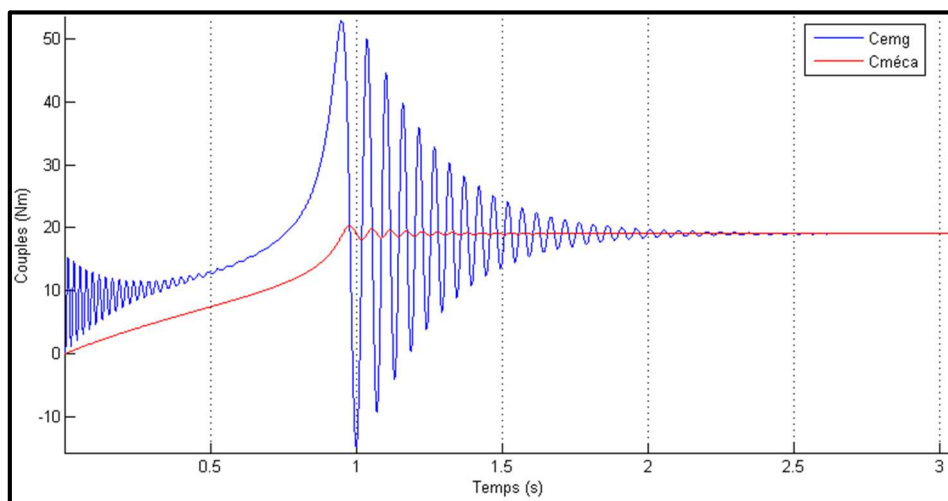


Figure IV. 36. Couples électromagnétique et mécanique

Sans pertes fer, les harmoniques n'affectent pas beaucoup les couples intervenant dans la machine. Les valeurs sont à peine changées.

- Allure de la vitesse

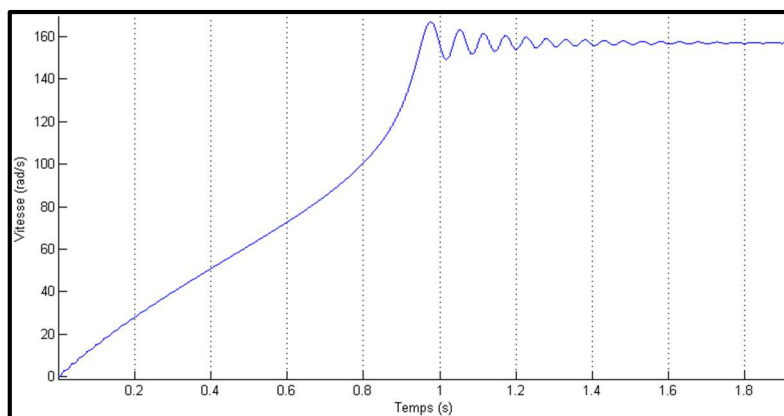


Figure IV. 37. Vitesse en fonction du temps

Sans perte fer, la vitesse ne reflète pas la pollution harmonique.



- Evolution du couple électromagnétique avec la vitesse

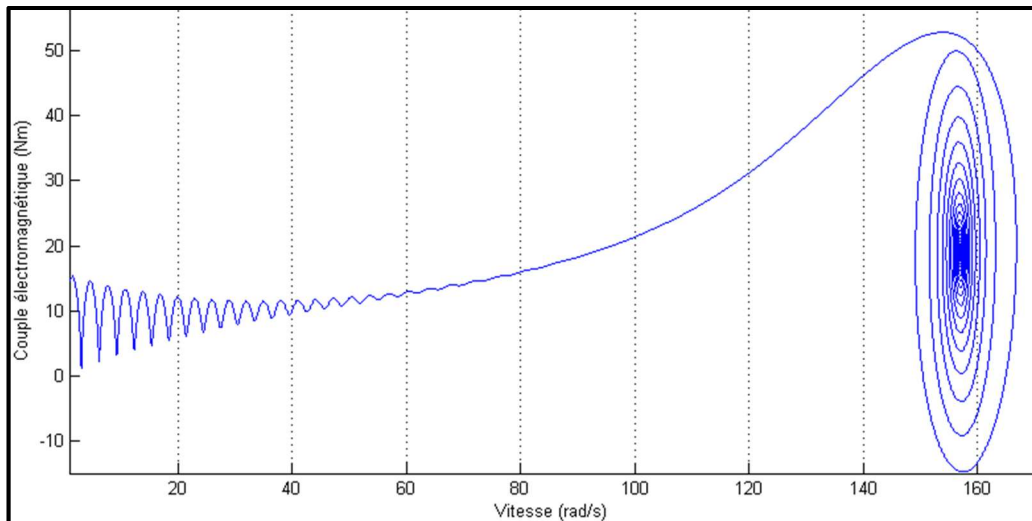


Figure IV. 38. Evolution du couple en fonction de la vitesse

L'évolution du couple électromagnétique en fonction de la vitesse ne change pas en régime pollué, si on néglige les pertes fer.

- Allure des pertes

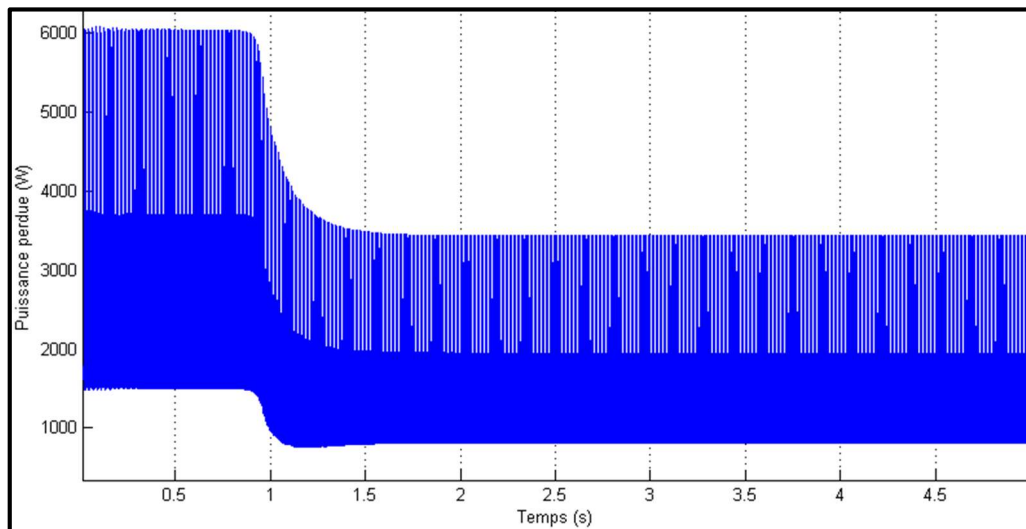


Figure IV. 39. Puissance perdue

Les harmoniques se font plus ressentir au niveau de la puissance perdue qui s'est vraiment accru atteignant jusqu'à 6000 W en démarrage et 3500 W en régime établi.

- Rendement

La puissance perdue présente une forte oscillation à cause des harmoniques et cela affecte aussi le rendement. La valeur moyenne du rendement en régime permanent est de 68.94 % ce qui est en baisse par rapport au 70.84% du régime sain.

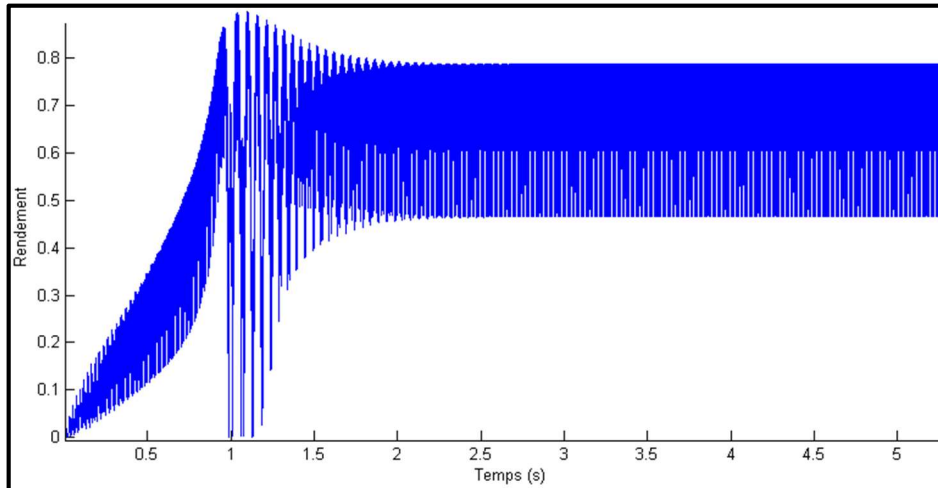


Figure IV. 40. Rendement

## 5.2.4. Simulation avec pertes fer

### 5.2.4.1. Fonctionnement à l'état sain

- Allure des couples

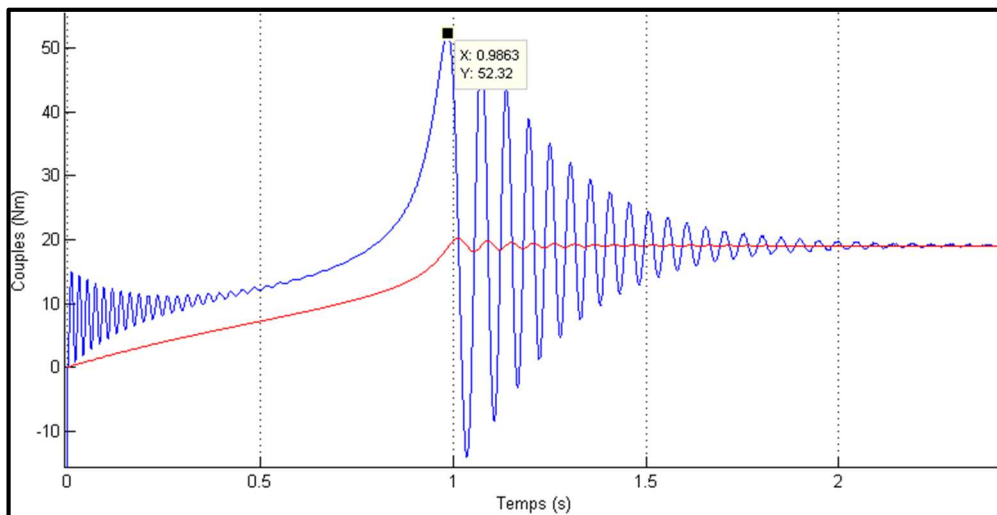


Figure IV. 41. Couples électromagnétique et mécanique

Avec les pertes fer, en tenant compte que la saturation du matériau magnétique est négligée, le couple électromagnétique baisse légèrement. En effet le pic est passé de 52.78 Nm à 52.32 Nm et le couple en régime permanent est passé de 19.07 Nm à 18.99 Nm.

- Allure de la vitesse

La vitesse a à peu près la même allure que sans les pertes fer. Néanmoins, on remarque que le temps de démarrage a été un peu décalé.

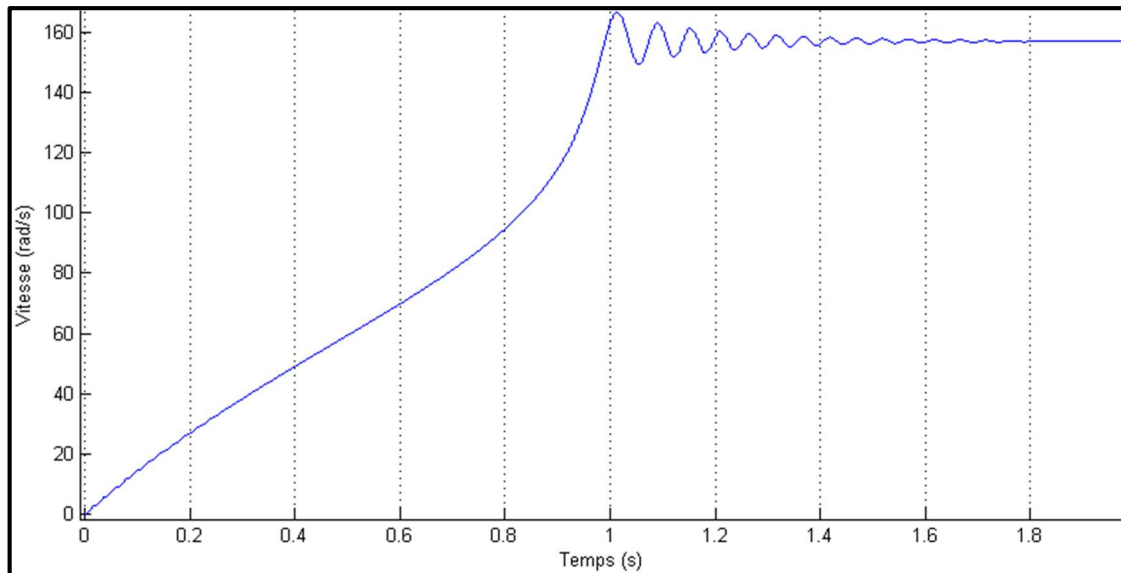


Figure IV. 42. Vitesse en fonction du temps

- Evolution du couple électromagnétique avec la vitesse

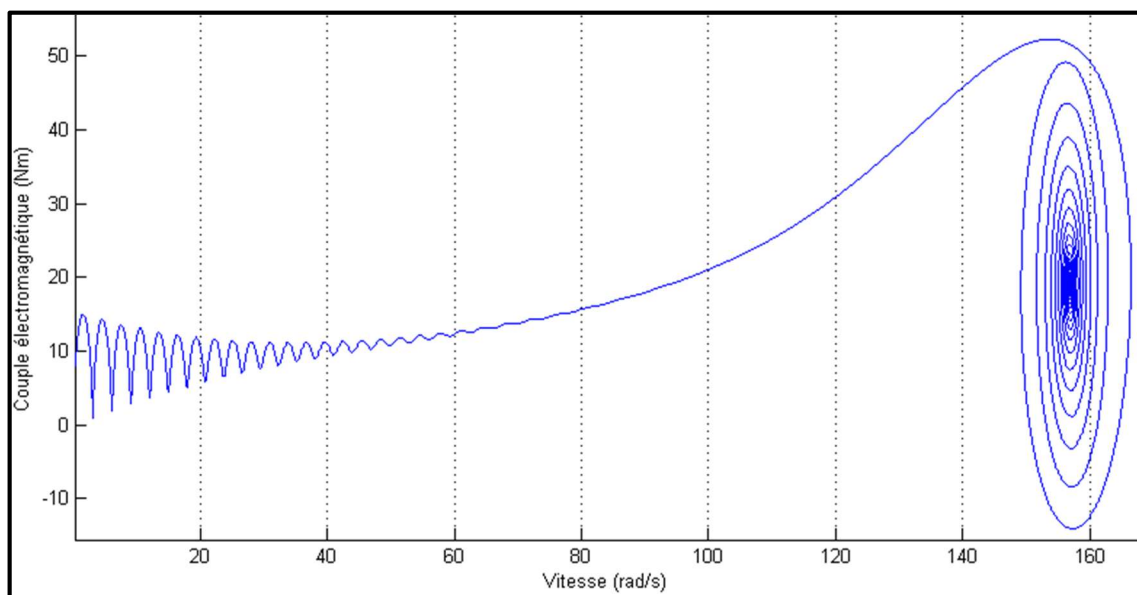


Figure IV. 43. Couple en fonction de la vitesse

L'évolution du couple en fonction de la vitesse montre bien les variations du couple et de la vitesse au cours du temps.

- Allure des pertes

Les pertes fer sont accrues en régime établi, de l'ordre de 3000 W du fait que l'on a négligé la saturation du matériau magnétique dans la programmation. En pratique, puisque la saturation est un phénomène inévitable, ces pertes ne dépassent pas une valeur seuil.

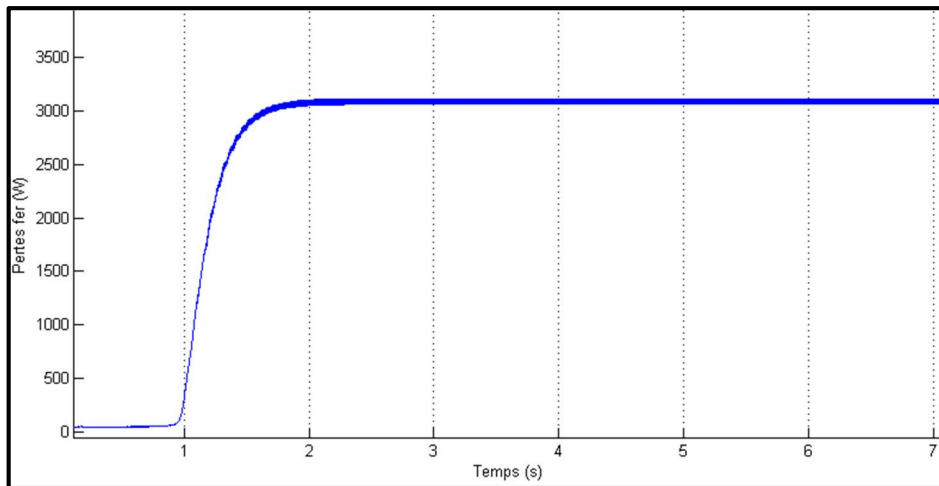


Figure IV. 44. Estimation des pertes fer

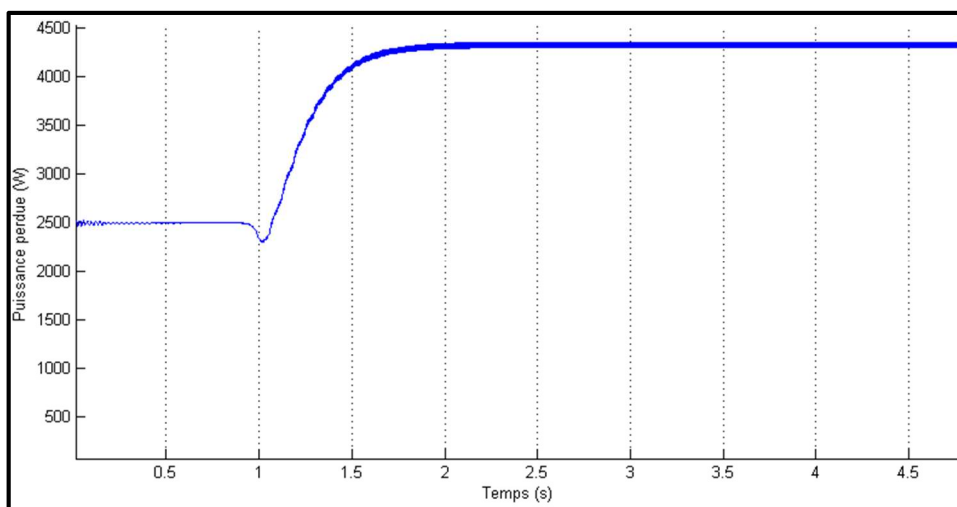


Figure IV. 45. Puissance perdue

La puissance perdue est surdimensionnée en raison des pertes fer non limitées par la saturation.

- rendement

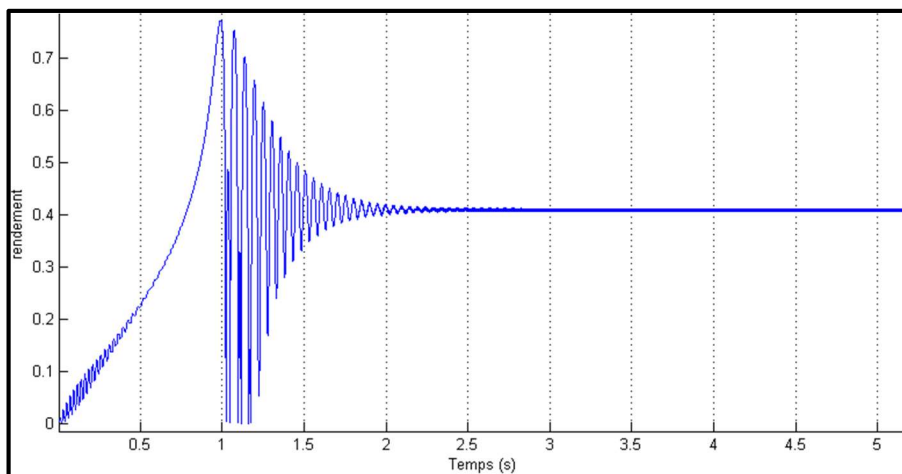


Figure IV. 46. Rendement

Le rendement est assez bas car il est seulement de 41 % .Cependant, dans la pratique, puisque les pertes fer sont limitées par la saturation, les couples génèrent plus de puissance utile tandis que la puissance perdue diminue donc le rendement augmente beaucoup.

#### 5.2.4.2.Fonctionnement sous le courant pollué

- Allure des couples

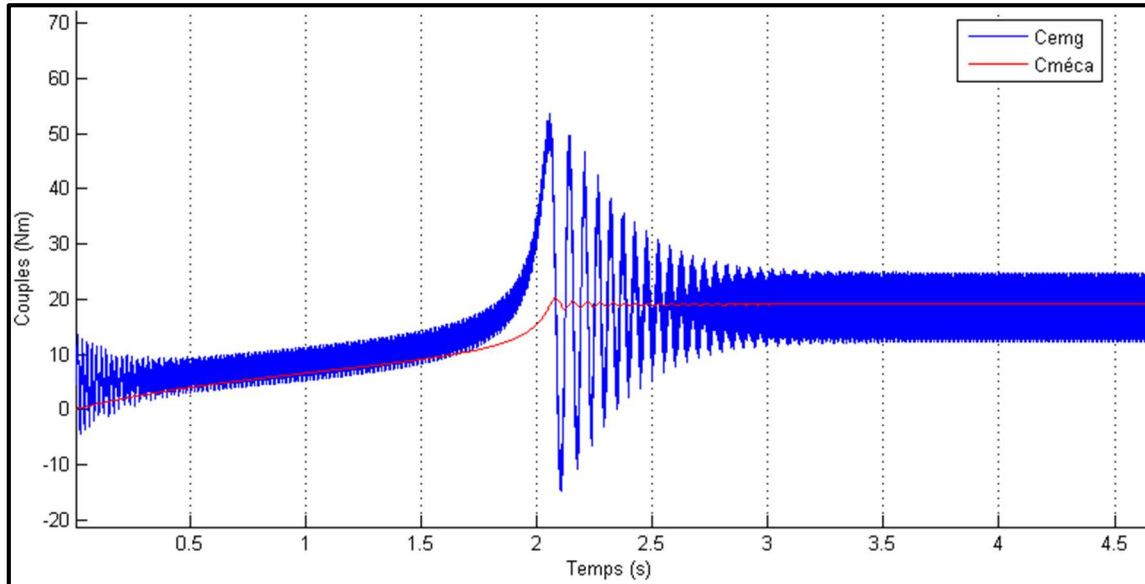


Figure IV. 47.Allure des couples sous la pollution harmonique

L'allure des couples montre que la pollution harmonique déstabilise le couple électromagnétique en la faisant osciller autour du couple mécanique.

- Allure de la vitesse

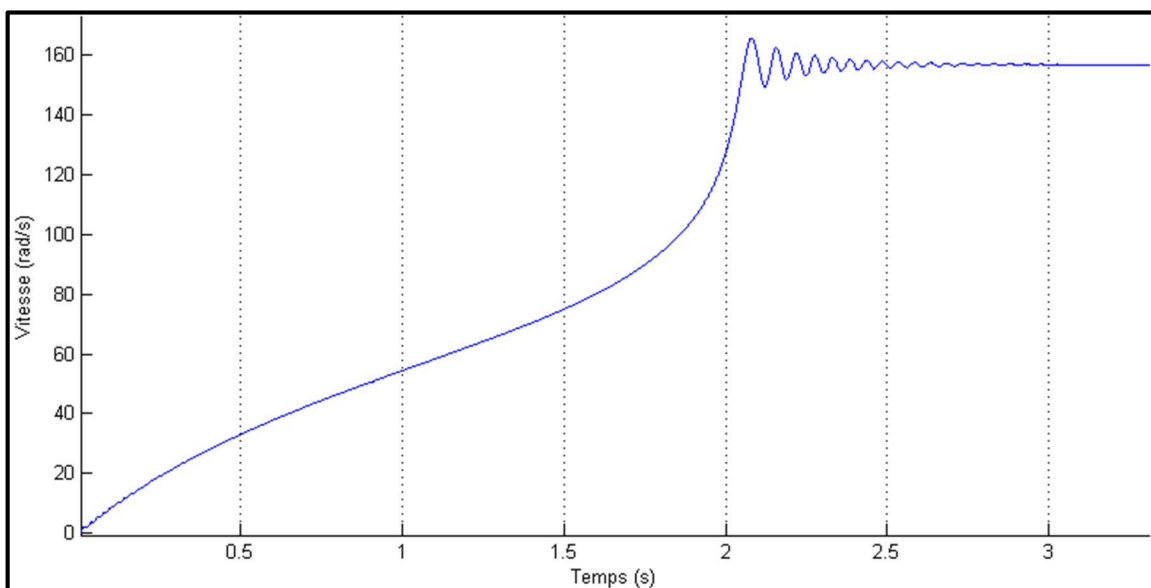


Figure IV. 48.Allure de la vitesse sous la pollution harmonique

La vitesse présente aussi des oscillations par rapport à l'état sain. Ces oscillations sont dues à la pollution harmonique mais elles peuvent ne pas se faire sentir sur le moteur. On remarque que le temps de démarrage de la machine est accru par les harmoniques, en effet il est passé d'environ 1,8 s à environ 3 s.

- Evolution du couple électromagnétique avec la vitesse

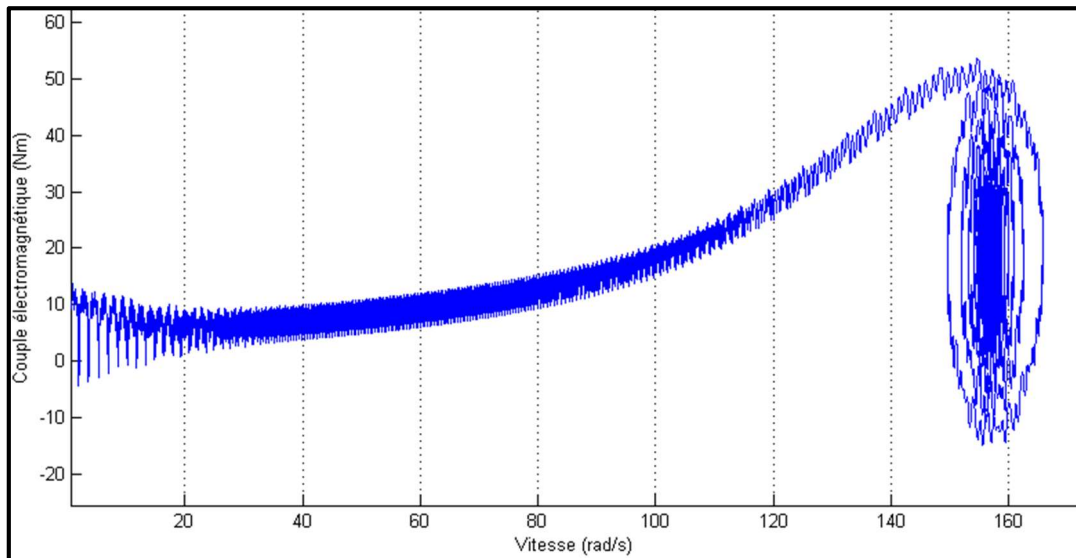


Figure IV. 49. Instabilité du couple et de la vitesse sous la pollution harmonique

Le graphe ci-dessus du couple électromagnétique en fonction de la vitesse montre l'instabilité des deux grandeurs au cours du temps, à cause de la pollution harmonique.

- Allure des pertes

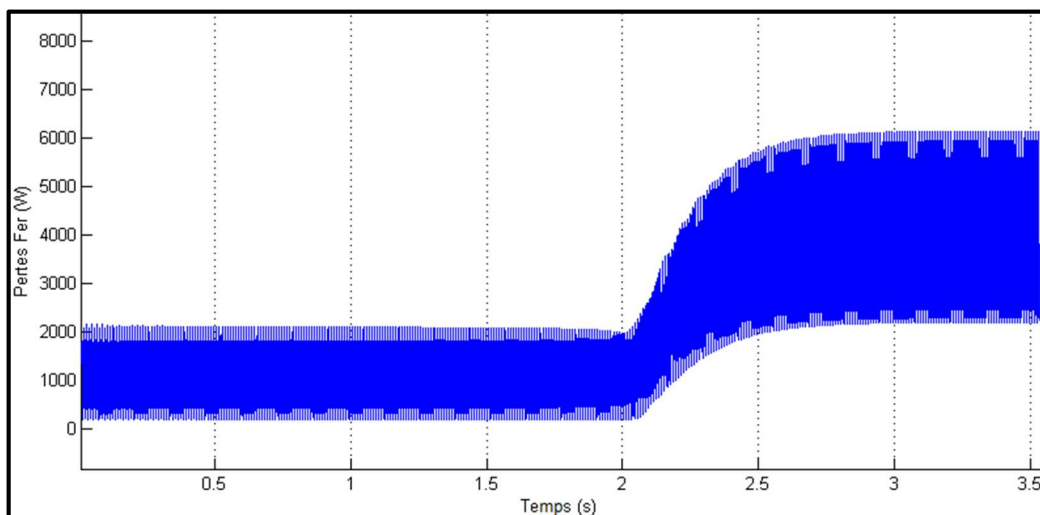


Figure IV. 50. Estimation des pertes fer

La pollution harmonique accroît les pertes fer par rapport à l'état sain comme on peut l'observer sur le graphe.

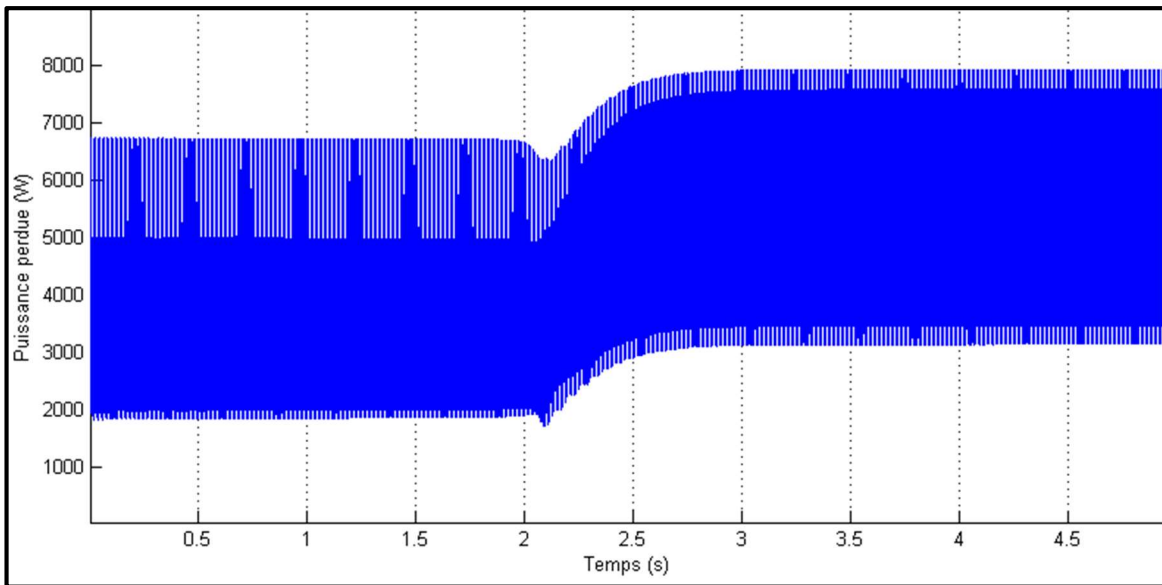


Figure IV. 51. Estimation de la puissance perdue

La puissance perdue est aussi accrue par la pollution harmonique comparée à l'état sain.

- Rendement

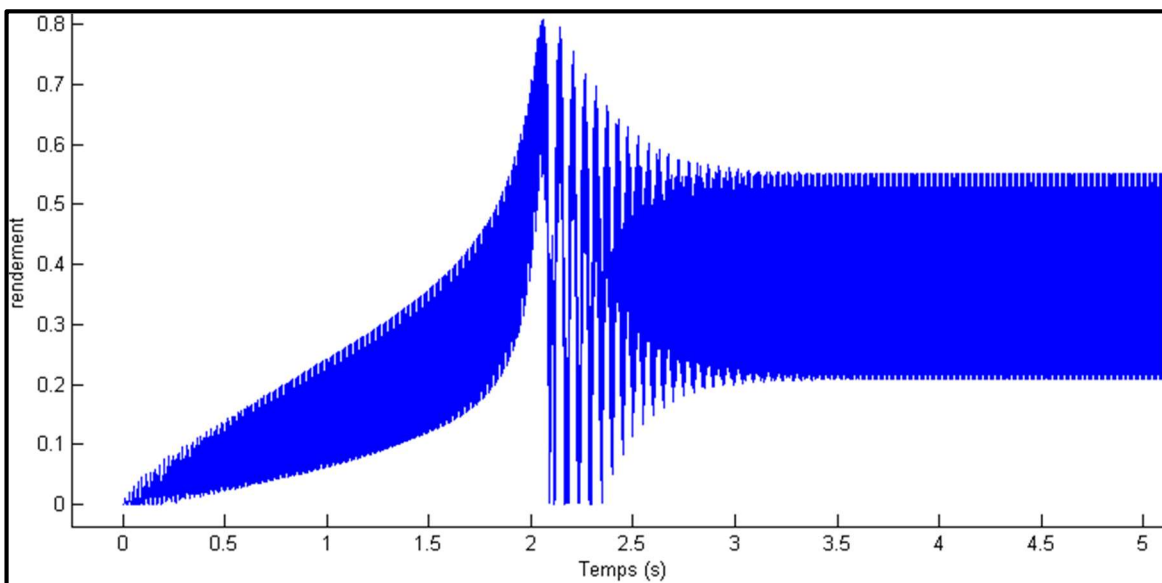


Figure IV. 52. Instabilité du rendement

Le rendement en régime permanent, sous la pollution harmonique est de 0.3641 soit 36.41% ce qui est en baisse par rapport à l'état sain. La pollution harmonique entraîne une baisse de rendement en commande en courant. Dans la pratique, ce rendement est beaucoup plus élevé en raison de la saturation, néanmoins il reste inférieur au rendement à l'état sain.

## 6. Synthèse

On a pu remarquer que la pollution harmonique affecte le fonctionnement de la machine asynchrone sur les points suivants :

- Augmentation du courant due aux harmoniques risquant un déclenchement inattendu des systèmes de protections.
- Augmentation de l'échauffement dans les conducteurs en raison de l'augmentation du courant impliquant un vieillissement précoce de l'installation ou une nécessité de surdimensionnement.
- Apparitions des bruits électromagnétiques dues à l'instabilité des grandeurs électromagnétiques affectées par les harmoniques.
- Augmentation du temps de démarrage ce qui peut favoriser le vieillissement du matériel.
- Baisse du rendement causée par un accroissement démesuré de la puissance perdue et de la puissance consommée impliquant une baisse de la productivité et un surplus de coût de production.



## CONCLUSION

La machine asynchrone couvre la majeure partie du parc moteur électrique. Elle est utilisée dans divers secteurs d'activités. C'est une machine à courant alternatif et facile à manipuler puisqu'il suffit de la brancher au réseau pour qu'elle fonctionne. Cependant, l'évolution des systèmes d'alimentation en énergie électrique à l'instar des onduleurs de puissance en aval des systèmes photovoltaïques, a affecté la qualité du réseau électrique. En effet les onduleurs de puissance qui présentent l'avantage de convertir l'énergie électrique continue en alternatif, a aussi un effet nocif sur le réseau en y injectant des harmoniques qui polluent le réseau et en détériore la qualité.

Le fonctionnement de la machine asynchrone peut être affecté par cette pollution harmonique puisqu'elle a été conçue pour être alimentée par un réseau sain.

Le but de ce mémoire est d'établir un modèle de la machine asynchrone puis de la programmer par ordinateur en s'aidant du logiciel MATLAB et d'en déterminer le comportement sous une alimentation polluée par des onduleurs de puissance.

Le modèle établi a permis de faire une série de simulations de fonctionnement sur une machine asynchrone commerciale standard de 3kW.

Les simulations ont considéré plusieurs cas de fonctionnement à savoir la commande en tension, la commande en courant, l'alimentation saine et l'alimentation polluée.

Les résultats des simulations confirment que la pollution harmonique affecte le fonctionnement de la machine asynchrone. En effet, les simulations sous la pollution harmoniques ont montré une augmentation des échauffements qui présente un risque de détérioration des câbles, une instabilité des grandeurs électromagnétiques qui sont sources de bruits, une augmentation du temps de démarrage qui accentue le vieillissement du matériel et une baisse du rendement donc de la productivité.

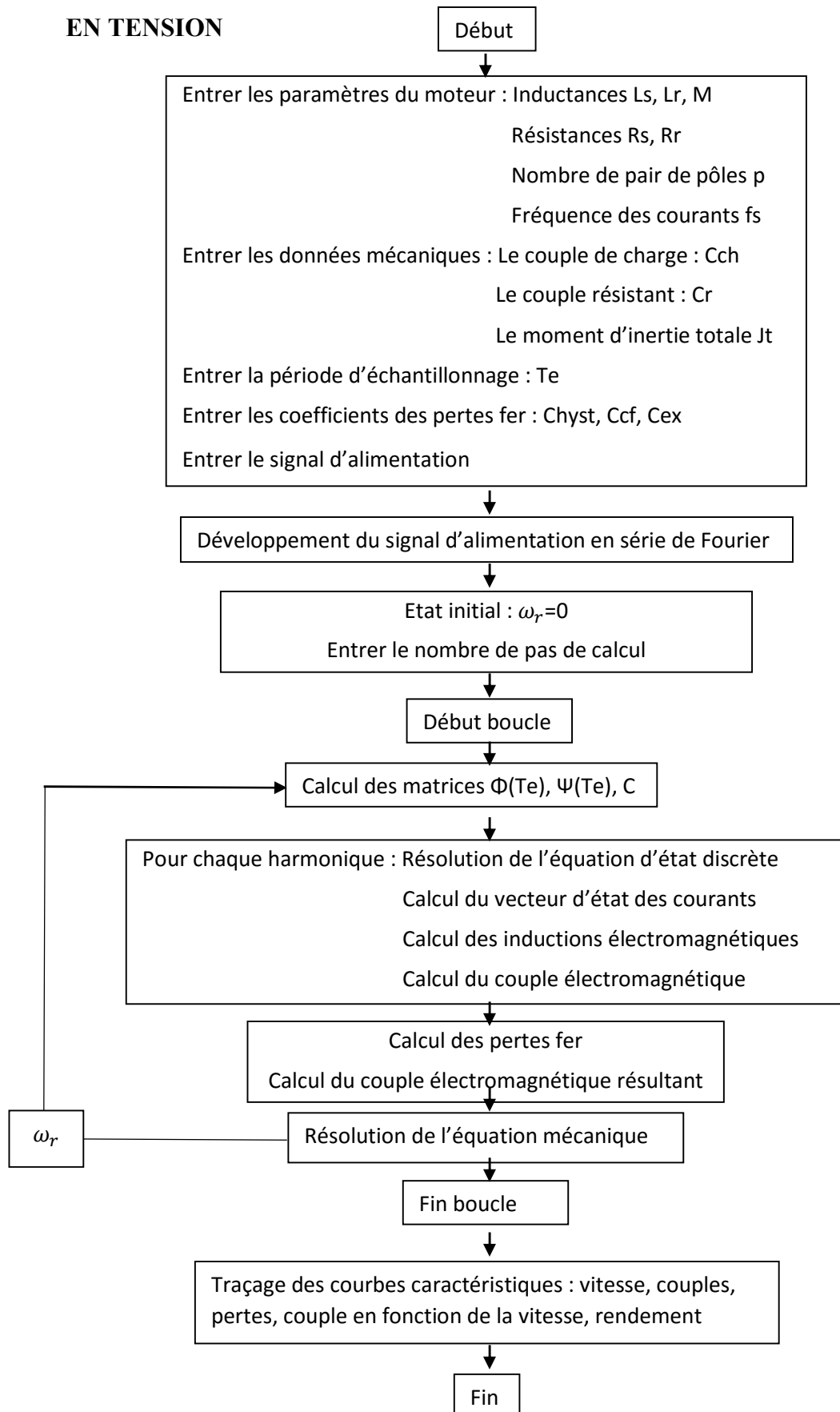
Pour pallier ces inconvénients engendrés par la pollution harmonique, il faut limiter la propagation de ces harmoniques sur le réseau afin de protéger les charges comme le moteur asynchrone. Des moyens technologiques sont déjà mis en œuvre pour combattre la pollution harmonique en assurant un filtrage de cette dernière.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Guy Chateigner, Michel Boës, Daniel Bouix et al ; Manuel De Génie Electrique, ISBN 978-2-10-048499-7, Paris : Dunod, 2006, 626 p.
- [2] Luc Mutrel, Le moteur asynchrone Régimes statique et dynamique, ISBN 2-7298-5980-2, France : Ellipses, 1999, 160 p.
- [3] F.Mircea, Contribution à la prise en compte des pertes fer dans la modélisation des machines électriques par éléments finis, Doctorat, Université Lille 1, Lille, France, 2012, 41038, 194 p.
- [4] A.FRIAS, Minimisation des pertes fer des machines électriques de traction par la modélisation et l'optimisation, Doctorat, Université de Grenoble, Grenoble, France, 2015, 105 p.
- [5] Shuyun Wu et Yuchao Luo, Modélisation d'une machine asynchrone sous Matlab en vue de sa commande, Polytech Lille, Lille, France, Rapport technique, 2014.
- [6] F.Parasiliti, M.Villani, C.Paris et al ; Three-phase induction motor efficiency improvements with the die-cast copper rotor cage and premium steel, SPEEDAM, p. 338-343, 2004.

# ANNEXES

## 1. ORGANIGRAMME SIMPLIFIEE DE LA SIMULATION DE LA COMMANDE EN TENSION



## 2. ORGANIGRAMME SIMPLIFIEE DE LA SIMULATION DE LA COMMANDE EN COURANT

