TABLE DES MATIÈRES

Page

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE 5
1.1 Robot SCOMPI 5
1.2 Broutage d'usinage 6
1.2.1 Broutage régénératif 6
1.2.1.1 Équation dynamique du broutage régénératif 7
1.2.1.2 Loi de stabilité du broutage régénératif 8
1.2.1.3 Lobe de stabilité 9
1.2.2 Broutage par couplage de modes 11
1.2.2.1 Équation dynamique du broutage par couplage de modes 12
1.2.2.2 Loi de stabilité du broutage par couplage de modes 12
1.3 Étude du broutage du robot SCOMPI 14
1.4 Identification des paramètres modaux non stationnaires 16
1.4.1 Méthode non paramétrique 16
1.4.2 Méthode paramétrique 18
1.4.3 Formulation du modèle VTAR 18
1.4.3.1 Modèle Functional Series VTAR (FS-VTAR) 21
1.4.4 Formulation du modèle SSI 24
1.4.4.1 Modèle Data-Driven SSI (SSI-DATA) 25
1.5 Problématique : différentiation des paramètres modaux et ceux parasites 26
1.6 Originalité et contribution de la recherche 30
1.7 Organisation de la thèse 32

CHAPITRE 2 SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN SYSTÈME NON STATIONNAIRE ET ESSAIS SUR LE ROBOT SCOMPI EN REPOS ET EN MOUVEMENT 35
2.1 Simulation d'un système non stationnaire 35
2.2 Essais sur le robot 39
2.2.1 Robot au repos 39
2.2.1.1 Direction x 40
2.2.1.2 Direction y 46
2.2.1.3 Direction z 51
2.2.2 Robot en mouvement 60

CHAPITRE 3 EXTRACTION DES PARAMÈTRES MODAUX DE SYSTÈMES NON STATIONNAIRES PAR LE MODÈLE

'ADAPTABLE FUNCTIONAL SERIES VECTOR TIME-DEPENDENT AUTOREGRESSIVE' 63
3.1 Résumé....63
3.2 Introduction....63
3.3 Formulation du modèle AFS-VTAR 65
3.4 Extraction des modes structuraux 67
3.4.1 Partie déterministe et stochastique du signal 67
3.4.2 Décomposition du signal selon les valeurs propres de la matrice d'états.... 70
3.4.3 Indice TMSN 71
3.5 Application de TMSN....72
3.5.1 Application numérique sur un système non stationnaire 73
3.5.2 Application expérimental sur un robot flexible en mouvement 77
3.6 Conclusion 83

CHAPITRE 4 EXTRACTION DES PARAMÈTRES MODAUX DE SYSTÈMES NON STATIONNAIRES PAR *'DATA-DRIVEN STOCHASTIC SUBSPACE IDENTIFICATION'* 85
4.1 Résumé....85
4.2 Introduction....85
4.3 Formulation de SSI-DATA....87
4.3.1 Estimation de $\boldsymbol{\Psi}$ et $\boldsymbol{Cs}$.... 88
4.3.2 Estimation de $\boldsymbol{Ka}$.... 91
4.3.3 Sélection des paramètres du modèle SSI 93
4.4 Extraction des modes structuraux 94
4.4.1 Partie déterministe et stochastique du signal 94
4.4.2 Décomposition du signal en valeurs et vecteurs propres.... 96
4.4.3 Indice SMSN.... 98
4.5 Application de SMSN 100
4.5.1 Application numérique sur un système non stationnaire 100
4.5.2 Application expérimental sur un robot flexible en mouvement 104
4.6 Conclusion 107

CHAPITRE 5 SYNTHÈSE SUR LES MÉTHODES DU DOMAINE TEMPOREL POUR L'IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES MODAUX DE SYSTÈMES NON STATIONNAIRES....109
5.1 Condition 1....109
5.2 Condition 2....112

5.3 Condition 3 115
5.4 Synthèse 118

CONCLUSION 121

RECOMMANDATIONS 123

ANNEXE I Basis Function Selection Criterion for Modal Monitoring of Non-Stationary Systems 125

ANNEXE II Automatic structural mode extraction for time-varying structures via vector time-dependent autoregressive model 153

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES 183

LISTE DES TABLEAUX

Page

Tableau 2.1 Propriétés du système non stationnaire 37

Tableau 2.2 Identification de la direction x 57

Tableau 2.3 Identification de la direction y 58

Tableau 2.4 Identification de la direction z 59

Tableau 2.5 Résultat complet combinant 60

LISTE DES FIGURES

Page

Figure 1.1 Schéma du robot SCOMPI 5

Figure 1.2 Broutage régénératif 7

Figure 1.3 Exemple du lobe de stabilité 11

Figure 1.4 Broutage de couplage de mode 12

Figure 1.5 Robot SCOMPI sous ADAMS 15

Figure 1.6 Modèle à 1 DDL du robot SCOMPI 15

Figure 1.7 Réponse du modèle à 1 DDL selon profondeur de passe $h0$ 16

Figure 1.8 Exemples de fonctions de base 23

Figure 1.9 Exemple de B-spline 23

Figure 1.10 Exemple du diagramme de stabilité 28

Figure 1.11 Exemple de la méthode par partitionnements flous 30

Figure 2.1 Système à 3 DDL non stationnaire 36

Figure 2.2 Variation de la rigidité dans le temps : (a) $k2t$ (b) $k3t$ 36

Figure 2.3 Paramètres modaux temporels : 38

Figure 2.4 Réponses d'accélération du système à 3 DDL 39

Figure 2.5 (a) système d'acquisition LMS (b) capteur PCB 352C04 40

Figure 2.6 Robot SCOMPI statique 40

Figure 2.7 FRF obtenu par LMS 41

Figure 2.8 Diagramme de stabilité 42

Rapport-Gratuit.com

Figure 2.9 Identification par MODALAR.....42

Figure 2.10 FRF obtenu par LMS 47

Figure 2.11 Diagramme de stabilité 47

Figure 2.12 Identification par MODALAR.....48

Figure 2.13 FRF obtenu par LMS 52

Figure 2.14 Diagramme de stabilité 52

Figure 2.15 Identification par MODALAR.....53

Figure 2.16 Installation de l'essai du robot : 61

Figure 2.17 Réponse d'accélération du robot SCOMPI.....61

Figure 3.1 Procédure principale pour l'application de TMSN.....73

Figure 3.6 STFT de $x3t$ 74

Figure 3.7 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN :.....75

Figure 3.8 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN (NSR=20%) :.....76

Figure 3.9 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN (NSR=50%) :.....76

Figure 3.10 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN (NSR=100%) :.....77

Figure 3.14 STFT du robot SCOMPI : (a) canal 1 (b) canal 6.....78

Figure 3.15 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN :.....78

Figure 3.16 Deux paramètres modaux avec grand taux d'amortissement :.....79

Figure 3.17 Reconnaissance de deux fréquences du courant : 80

Figure 3.18 Comparaison des fréquences identifiées avec STFT pour tous les canaux 81

Figure 4.1 Procédure principale pour l'application de SMSN 99

Figure 4.2 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN : 101

Figure 4.3 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN : 102

Figure 4.4 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN (NSR=20%) : 103

Figure 4.5 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN : 104

Figure 4.6 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN : 105

Figure 4.7 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN : 106

Figure 4.8 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN : 107

Figure 5.1 Identification par AFS-VTAR à différents ordres du modèle n : 110

Figure 5.2 Identification par ST SSI-DATA à différents nombres des lignes du bloc v : 111

Figure 5.3 Identification par STAR à différents ordres du modèle n : 112

Figure 5.4 Identification par AFS-VTAR à différents ordres du modèle n : 113

Figure 5.5 Identification par ST SSI-DATA à différents nombres des lignes du bloc v : 114

Figure 5.6 Identification par STAR à différents ordres du modèle n : 115

Figure 5.7 Identification par AFS-VTAR à différents ordres du modèle n : 116

Figure 5.8 Identification par ST SSI-DATA à différents nombres des lignes du bloc v : 117

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Figure 5.9 Identification par STAR à différents ordres du modèle n : 118

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

2SLS	Two Stage Least Squares
AIC	Akaike Information Criterion
AFS-TAR	Adaptable Functional Series Time-dependent AutoRegressive
AFS-TARMA	Adaptable Functional Series Time-dependent AutoRegressive Moving Average model
AFS-VTAR	Adaptable Functional Series Vector Time-dependent AutoRegressive
AM	Average Modal amplitude
AME	Analyse Modale Expérimentale
AMO	Analyse Modale Opérationnelle
AR	AutoRegressive
ARMA	AutoRegressive Moving Average
BIC	Bayes Information Criterion
CAO	Conception Assistée par Ordinateur
CNC	Computer (or Computerized) Numerical Control
DDE	Delay-Differential Equation
DDL	degré de liberté
DMSN	Damped power Modal Signal-to-Noise
DPE	Deterministic Parameter Evolution
DPSS	Discrete Prolate Spheroidal Functions
EMD	Empirical Mode Decomposition
FDD	Frequency Domain Decomposition
FRF	Frequency Response Function
FS-TARMA	Functional Series Time-dependent AutoRegressive Moving Average
GA	algorithme génétique
IREQ	Institut de Recherche d'Hydro-Québec
ITD	Ibrahim Time Domain
LSCE	Least-squares Complex Exponential
MAC	Modal Assurance Criterion

MCF	Modal Confidence Factor
MDP	Module de la partie déterministe
ML	Maximum Likelihood
MSE	Mean Squared Error
MSN	Modal Signal to Noise
MSP	Module de la partie stochastique
OMAC	Order Modal Assurance Criterion
PDF	Periodic Differential Equation
pLSCF	poly-reference Least squares Complex Frequency-domain
PSO	optimisation par essaims particulaires
RLS	Recursive Least Squares
SCOMPI	Super Compact Institut de recherche d'Hydro-Québec
SMSN	Subspace Modal Signal-to-Noise
SPE	Stochastic Parameter Evolution
SSI	Stochastic Subspace Identification
SSI-DATA	Data-driven Stochastic Subspace Identification
SSI-COV	Covariance-driven Stochastic Subspace Identification
STAR	Short-Time AutoRegressive
STFT	Short-Time Fourier Transform
TARMA	Time-dependent AutoRegressive Moving Average
TMSN	Time-dependent Modal Signal-to-Noise
TSS	Time-dependent State-Space
UPE	Unstructured Parameter Evolution
VAR	Vector AutoRegressive
VTAR	Vector Time-dependent AutoRegressive

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

M	Masse de l'outil
C	Amortissement de l'outil
K	Rigidité de l'outil
$y(t)$	Déplacement de l'outil
$F_r(t)$	Force du tournage
K_r	Coefficient de la rigidité dans la direction du degré de liberté $y(t)$
h_0	Profondeur de passe désirée
$h(t)$	Profondeur de passe réelle
a	Épaisseur de passe perpendiculaire à $h(t)$
μ	Facteur de superposition qui décrit le pourcentage de la superposition des deux passes consécutives dont la valeur est entre 0 et 1
τ	Période de rotation de la pièce à usiner
$\phi(s)$	Fonction de transfert de compliance du système
a_{lim}	Limite de la profondeur de passe
$G(\omega)$	Partie réelle de la fonction de transfert de compliance $\phi(\omega)$ dans l'équation
ω_c	Fréquence du broutage
η	Différence de phase entre l'ondulation actuelle et précédente laissée sur la surface passée
κ	Nombre des ondulations ou des lobes générés en une période τ
ι	Nombre des dents de l'outil
γ	vitesse de rotation de la pièce en tr/min
K_p	Gain du processus qui dépend du matériau de la pièce, la vitesse d'alimentation, la vitesse de rotation de la pièce etc
$[U]$	Matrice modale normalisée par rapport à la masse
$q(t)$	Déplacement généralisé
t	Temps discret normalisé
p	Dimension de base

$G_j[t]$	Fonction de base
$a_i[t]$	Paramètres du modèle
a_{ij}	Coefficients inconnus de $a_i[t]$ à estimer
$\boldsymbol{x}[t]$	Signal vectoriel non stationnaire
$\boldsymbol{A_c}$	Matrice d'état continue de SSI
$\boldsymbol{B_c}$	Matrice d'expansion de l'excitation continue de SSI
$\boldsymbol{C_c}$	Matrice de sortie continue de SSI
$\boldsymbol{D_c}$	Matrice de l'excitation extérieure continue de SSI
$\boldsymbol{A_d}$	Matrice d'état discrète de SSI
$\boldsymbol{B_d}$	Matrice d'expansion de l'excitation discrète de SSI
$\boldsymbol{C_d}$	Matrice de sortie discrète de SSI
$\boldsymbol{D_d}$	Matrice de l'excitation extérieure discrète de SSI
N	Nombre des échantillons du signal $\boldsymbol{x}[t]$
k	Nombre des canaux du signal
n	Ordre de la partie Autoregressive
$\boldsymbol{e}[t]$	Séquence d'erreur résiduelle
$\boldsymbol{A}_i[t]$	AR time-dependent parameter matrix
$a_{lm}^{i}[t]$	Éléments de $\boldsymbol{A}_i[t]$
a_{lm}^{ij}	Coefficients inconnus de $a_{lm}^{i}[t]$ à estimer
$\boldsymbol{\Phi}(t)$	Matrice d'état à l'instant t dans le modèle FS-VTAR/AFS-VTAR
$\boldsymbol{\lambda}(t)$	Matrice diagonale des valeurs propres de $\boldsymbol{\Phi}(t)$
$\lambda_i[t]$	Éléments de $\boldsymbol{\lambda}(t)$
$\boldsymbol{V}(t)$	Matrice des vecteurs propres de $\boldsymbol{\Phi}(t)$
$fn_i(t)$	Fréquences propres à l'instant t
$\zeta_i(t)$	Taux d'amortissement à l'instant t
$\boldsymbol{I}$	Matrice unité
$r(t)$	Excitation de déplacement aléatoire inobservable
$k_2(t), k_3(t)$	Rigidités du système de simulation numérique non stationnaire
P_{i1}, P_{i2}	Périodes dans la variation du temps

$\boldsymbol{M}$	Matrice de masse
$\boldsymbol{C}$	Matrice d'amortissement
$\boldsymbol{K}(t)$	Matrice de rigidité
$\boldsymbol{b}$	Vecteur d'influence d'excitation
$\boldsymbol{z}[t]$	Vecteur d'état
$\boldsymbol{\Psi}$	Matrice d'état dans le modèle SSI-DATA
$\boldsymbol{K_a}$	Matrice de gain de Kalman
$\boldsymbol{C_s}$	Matrice de sortie
$\boldsymbol{\Theta}$	Matrice diagonale contenant les vecteurs propres de $\boldsymbol{\Psi}$
$\boldsymbol{\Upsilon}$	Matrice diagonale contenant les valeurs propres de $\boldsymbol{\Psi}$
λ_i	Éléments de $\boldsymbol{\Upsilon}$
$\boldsymbol{\Omega}$	Déformée modale
$\boldsymbol{H}_{0,2v-1}$	Matrice du bloc de Hankel
v	Nombre des lignes de $\boldsymbol{H}_{0,2v-1}$
w	Nombre des colonnes de $\boldsymbol{H}_{0,2v-1}$
$\boldsymbol{H}_p$	Matrice passée du bloc de Hankel
$\boldsymbol{H}_f$	Matrice future du bloc de Hankel
$\dagger$	Pseudo-inverse de Moore-Penrose d'une matrice
$\boldsymbol{P}_v$	Projection de $\boldsymbol{H}_{0,2v-1}$
$\widehat{\boldsymbol{Z}}_v$	Séquence d'état de filtre de Kalman

INTRODUCTION

La robotisation des travaux de réparation et d'entretien des équipements hydroélectriques s'est avéré une solution efficace et rentable pour Hydro Québec (Hazel et al. 2012, Hazel et al. 2012). Un des procédés robotisés les plus utilisés, est le meulage lors de la réparation des dommages par cavitation, de fissuration, de renforcement des roues de turbines et de la reconstitution de profils des arêtes. Ceci a mené au développement du robot SCOMPI par l'Institut de recherche d'Hydro-Québec (IREQ). C'est un robot léger et flexible à 6 degrés de liberté. Il pèse seulement environ 30 kg par rapport au poids moyen de 200 kg des robots industriels pour l'usinage.

Pour améliorer la précision et la qualité du meulage, il faut éviter le broutage et la vibration indésirable causés par la flexibilité élevée du robot portable SCOMPI en opération. Des recherches sur le broutage montrent que le broutage peut être divisé selon deux mécanismes dominants : le broutage régénératif (Altintas et al. 1996) et celui de couplage de modes (Tlusty et al. 1963). À chaque vitesse de rotation de l'outil, il y a une profondeur de passe limitée à ne pas excéder pour éviter le broutage régénératif. Ce principe est similaire pour tous les usinages (Altintas et al. 2004). Cette profondeur de passe limitée peut être calculée à partir du facteur lié aux matériaux de l'outil et de la pièce à usiner, et des paramètres modaux du système d'usinage, en termes des fréquences propres, des taux d'amortissement et de déformées modales. En raison du poids léger du robot, le mécanisme du broutage est principalement le broutage régénératif selon (Pan et al. 2006).

D'un autre côté, une recherche récente montre que le broutage de couplage de modes peut être aussi une raison majeure de l'instabilité du robot (Rafieian 2014). Pour le contrôler, établir l'équation dynamique du système décrite par les paramètres modaux, est nécessaire (Pan et al. 2006).

Du coup, peu importe le mécanisme du broutage, les paramètres modaux du système jouent un rôle important pour le contrôle du broutage.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Dans le cas particulier de cette thèse, le robot est un système non stationnaire puisque sa configuration géométrique change en temps et en mouvement. De plus, il est très difficile d'exciter le robot par une force contrôlée pour étudier son comportement modal en opération (Hazel et al. 2012, Hazel et al. 2012). De ce fait, l'axe de recherche de cette thèse porte sur identification des paramètres modaux de systèmes non stationnaires en se basant sur l'analyse modale opérationnelle à partir des réponses vibratoires seulement (Poulimenos et al. 2006).

L'analyse modale opérationnelle est principalement réalisée en utilisant des méthodes dans le domaine temporel (Batill et al. 1989). Beaucoup de méthodes existent dans le domaine temporel pour les systèmes stationnaires : méthode de *Least-squares time domain* (Smith 1981), méthode d'*Ibrahim time domain* (ITD) (Ibrahim et al. 1973, Pappa et al. 1981, Ibrahim 2000)), méthode de *Least-squares complex exponential (LSCE)* (Van der Auweraer et al. 2001, Verboven et al. 2002, Vanlanduit et al. 2003), méthode de *polyreference Least-Squares Complex Frequency-domain (pLSCF)* (Guillaume et al. 2003), méthode d'A*utoregressive Moving average (ARMA)* (Pandit 1991, Vu et al. 2011) etc.

Pour l'identification de systèmes non stationnaires, les méthodes les plus populaires actuellement sont celles se basant sur le modèle ARMA : Short Time ARMA (ST-ARMA), Functional Subspace Time-dependent ARMA (FS-TARMA) (Zou et al. 2003, Poulimenos et al. 2006, Jachan et al. 2007, Spiridonakos et al. 2014, Dziedziech et al. 2015) ainsi celles se basant sur le modèle d'état en fonction du temps : Stochastic Subspace Identification (SSI) (Van Overschee et al. 1996, Peeters et al. 1999, Goethals et al. 2004, Chang et al. 2009, Goursat et al. 2010, Bakir 2011, Liu et al. 2013, Guo et al. 2016) .

Toutefois, un des problèmes de ces méthodes est que le résultat identifié peut comprendre à la fois les paramètres modaux recherchés du système ainsi que ceux parasites qui ont besoin d'être identifiés et enlevés. Cependant les méthodes ayant ce but sont encore limitées. Pour résoudre ce problème, deux nouveaux indices sont développés dans cette thèse adaptés pour le modèle Adaptable Functional Subspace Vector Time-dependent AR (AFS-VTAR) et pour

Data-Driven Stochastic Subspace Identification (SSI-DATA). Avec les indices proposés, les fréquences recherchées peuvent être différentiées de celles parasites, même dans un environnement bruité et sous excitation aléatoire.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

1.1 Robot SCOMPI

SCOMPI (Super Compact IREQ) (Hazel et al. 2012, Hazel et al. 2012) est un robot portable multi-procédé destiné aux travaux d'entretien et de réparation des dommages par cavitation ou érosion des équipements hydroélectriques et aussi au besoin d'améliorer la performance des turbines en retravaillant leur contour. Les procédés interfacés au système de base sont le soudage, le meulage, le gougeage au plasma, le meulage de haute précision et d'autres procédés en développement dont le martelage.

SCOMPI est un robot six-axes se déplaçant sur un rail (Fig. 1.1). Il présente 5 degrés de libertés relatifs à la liaison des pivots numérotés de 2 à 6 et un degré de liberté pour la liaison de translation le long du rail, relatif au joint 1.

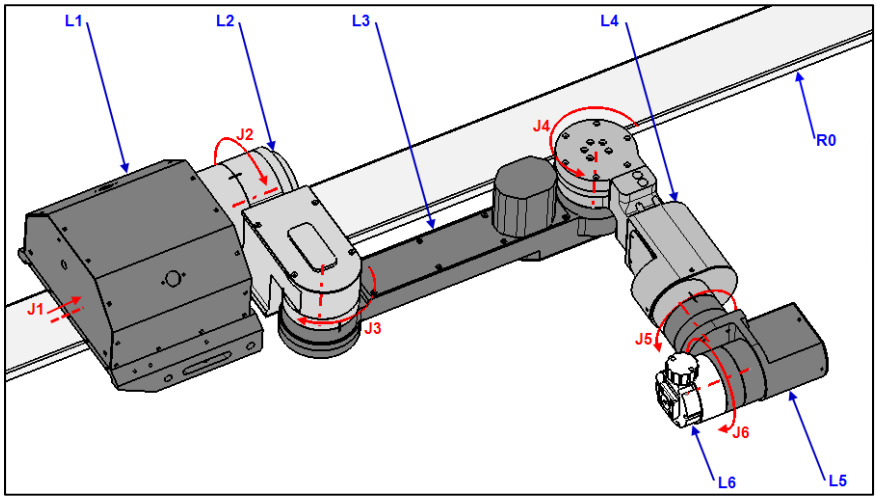


Figure 1.1 Schéma du robot SCOMPI
Tirée de (Swiatek et al. 2010)

Ce robot est léger, modulaire et compact. Il pèse seulement 30 kg par rapport au poids moyen de 200 kg des robots pour l'usinage. Il a été conçu pour être installé rapidement et facilement

en usine ou en chantier. Cette technologie offre plusieurs avantages tels que l'augmentation de la disponibilité des équipements de production, l'accroissement de la vie utile des équipements, l'amélioration du rendement des turbines ainsi que l'atteinte d'une qualité supérieure aux interventions manuelles. En dépit de tous ces avantages, le robot est en évolution continue. Les sujets de recherche concernent les problèmes liés au broutage et à la précision du meulage robotisé. Beaucoup de recherches ont prouvé que l'usinage avec le robot est plus enclin au broutage que l'usinage par la machine CNC (Rafieian 2014). Souvent la méthode essai-erreur est adoptée pour trouver un procédé approprié sans broutage, mais cela peut prendre beaucoup de temps et du coup, cela va réduire énormément la productivité.

1.2 Broutage d'usinage

Le broutage est issu des vibrations auto-excitées pendant le procédé d'enlèvement des matériaux. L'apparition du broutage cause les conditions d'usinage indésirables comme le bruit excessif, l'usure accrue d'outil et la pauvre qualité de la surface usinée. Le broutage a été étudié à partir des années 40 et 50 du 20e siècle. Le modèle mathématique a premièrement été proposé par (Tobias et al. 1958, Tlusty et al. 1963). L'énergie d'excitation à la condition du broutage provient du procédé d'usinage lui-même. Plusieurs mécanismes d'auto-excitation ont été reconnus le long des années de recherche jusqu'à présent. Parmi tous les mécanismes, le broutage régénératif et celui de couplage de modes sont considérés comme les deux mécanismes les plus dominants.

1.2.1 Broutage régénératif

L'outil coupe toujours la surface déjà coupée pendant la passe précédente de l'outil. Aussi la forme de la surface coupée est ondulée dû aux oscillations de l'outil. Le broutage régénératif (Regenerative Chatter) qui se base sur le mécanisme de rétroaction, est illustré dans la figure 1.2. L'excitation due à la force de passe F_c dépend de l'épaisseur de copeau h. L'épaisseur de copeau non coupée h_0 est modulée par les oscillations de l'outil entre la passe actuelle et précédente $y(t)$ et $y(t-\tau)$ avec le terme de délai τ signifiant la période de la passe de l'outil. La différence de phase η entre les ondulations laissées sur la surface cause les

perturbations à la force de passe F_c. Ces perturbations peuvent grandir exponentiellement sous certaines conditions et la réponse vibratoire de l'outil devient donc instable. C'est le signe que le broutage régénératif apparaît.

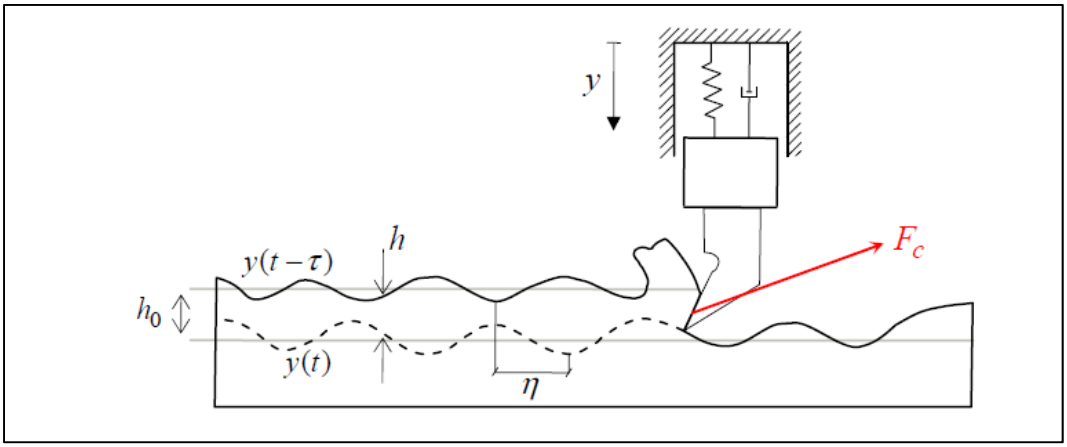


Figure 1.2 Broutage régénératif
Tirée de (Tlusty et al. 1963)

La fréquence du broutage régénératif est légèrement plus grande que la fréquence propre la plus sensible du système d'usinage (Ehmann et al. 1994). Les modèles mathématiques avec le terme de délai ou le terme périodique sont utilisés pour décrire le broutage dans le système tels que DDEs (delay-differential equations) et PDFs (periodic differential equations) (Pan et al. 2006).

1.2.1.1 Équation dynamique du broutage régénératif

Selon la figure 1.2, le broutage régénératif en tournage est présenté ici. Il peut être décrit par une équation dynamique scalaire à un degré de liberté (Altintas et al. 2004).

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = F_r(t) \tag{1.1}$$

$$F_r(t) = K_r a h(t) \tag{1.2}$$

$$h(t) = \{h_0 - \mu[y(t) - y(t-\tau)]\} \tag{1.3}$$

où :

M : Masse de l'outil;

C : Amortissement de l'outil;

K : Rigidité de l'outil;

$y(t)$: Déplacement de l'outil;

$F_r(t)$: Force du tournage;

K_r : Coefficient de la rigidité dans la direction du degré de liberté $y(t)$;

h_0 : Profondeur de passe désirée;

$h(t)$: Profondeur de passe réelle;

a : Épaisseur de passe perpendiculaire à $h(t)$;

μ : Facteur de superposition qui décrit le pourcentage de la superposition des deux passes consécutives dont la valeur est entre 0 et 1;

τ : Période de rotation de la pièce à usiner.

1.2.1.2 Loi de stabilité du broutage régénératif

Sachant que $s = i\omega$, le contrôle en boucle fermée de l'équation (1.1) est décrit comme :

$$\frac{h(s)}{h_0(s)} = \frac{1}{1+(1-e^{-s\tau})K_r a\phi(s)} \tag{1.4}$$

dont l'équation caractéristique qui détermine la condition de stabilité est :

$$1 + (1 - e^{-s\tau})K_r a\phi(s) = 0 \tag{1.5}$$

où $\phi(s)$ est la fonction de transfert de compliance du système :

$$\phi(s) = \frac{1}{Ms^2+Cs+K} \tag{1.6}$$

L'équation (1.6) peut s'écrire dans le domaine fréquentiel comme :

$$\phi(\omega) = \frac{(K-\omega^2 M)}{(K-\omega^2 M)^2+(\omega C)^2} + i\frac{-\omega C}{(K-\omega^2 M)^2+(\omega C)^2} = G(\omega) + iH(\omega) \tag{1.7}$$

Le système est strictement stable quand la partie réelle de la racine de l'équation (1.5) est zéro. Basé sur cette condition de stabilité, un modèle mathématique typique qui sert à prédire le phénomène du broutage en tournage est choisi pour l'introduction de la loi de stabilité. Pour les autres usinages, le principe de cette loi est similaire. Ce modèle a été formulé par Tlusty et Tobias dans les années 50 (Altintas et al. 2004).

$$a_{lim} = \frac{-1}{2K_r G(\omega_c)} \tag{1.8}$$

où:

a_{lim} : Limite de la profondeur de passe;

$G(\omega)$: Partie réelle de la fonction de transfert de compliance $\phi(\omega)$ dans l'équation (1.7);

ω_c : Fréquence du broutage.

Selon (Ehmann et al. 1994), la profondeur de passe est un paramètre important lié au broutage. Pendant l'opération, si la profondeur de passe dépasse a_{lim}, le broutage apparaît. La fréquence correspondante de la vibration est appelée la fréquence du broutage.

1.2.1.3 Lobe de stabilité

Un lobe de stabilité consiste à montrer la limite de la profondeur de passe en fonction de la vitesse de rotation de la pièce à usiner ou de l'outil selon le type d'usinage (Altintas et al. 1996, Altintas et al. 1999). La procédure de la création d'un lobe de stabilité est présentée ici. Selon (Altintas et al. 2004), les paramètres sont :

$$\psi = tan^{-1}\frac{H(\omega_c)}{G(\omega_c)} \tag{1.9}$$

$$\eta = 3\pi + 2\psi \tag{1.10}$$

$$T = \frac{2\kappa\pi+\eta}{\omega_c} \tag{1.11}$$

$$\iota = \frac{60}{\gamma T} \tag{1.12}$$

où :

η : Différence de phase entre l'ondulation actuelle et précédente laissée sur la surface passée;

κ : Nombre des ondulations ou des lobes générés en une période τ;

ι : Nombre des dents de l'outil;

γ : Vitesse de rotation de la pièce en tr/min.

L'équation (1.13) est obtenue par la substitution de ω_c, N à d'autres paramètres :

$$\omega_c = \frac{Nn}{60}\left(2k\pi + 3\pi + 2\,tan^{-1}\frac{\omega_c C}{{\omega_c}^2 M - K}\right) \tag{1.13}$$

Selon la loi de stabilité du broutage $a_{lim} = \frac{-1}{2K_t G(\omega_c)}$, , le minimum de a_{lim} se trouve au point où la valeur absolue de $G(\omega_c)$ atteint le maximum (soit réellement le minimum de $G(\omega_c)$). Dans ce cas-là, $\omega_c = \sqrt{\left(1 + \frac{C}{\sqrt{KM}}\right)\frac{K}{M}}$ est une valeur déterminée qui ne dépend que des paramètres modaux du système. Pour chaque valeur du nombre de lobes de stabilité k, il y a une valeur de N dont ω_c correspondant est $\sqrt{\left(1 + \frac{C}{\sqrt{KM}}\right)\frac{K}{M}}$. Du coup, il y a une vallée dans la forme de la courbe du lobe de stabilité pour chaque nombre du lobe de stabilité k. Puisque le minimum de a_{lim} est une constante pour un système déterminé, une courbe reliant les points des vallées des différents k doit garder une droite horizontale dont l'ordonnée est le minimum de a_{lim}. Si la fréquence du broutage est proche de la fréquence propre du système, a_{lim} tend vers une valeur très grande. Du coup, une courbe tend vers une valeur très grande à une certaine vitesse de rotation N dont ω_c correspondant est proche de $\sqrt{\frac{K}{M}}$.

Un exemple du lobe de stabilité est montré dans la figure 1.3. Les courbes en rouge, représentant le lobe de stabilité, divisent la figure deux régions : instable et stable. Les résultats du procédé avec et sans broutage sont aussi montrés à côté. On s'aperçoit clairement que le broutage laisse une surface usinée beaucoup plus rugueuse.

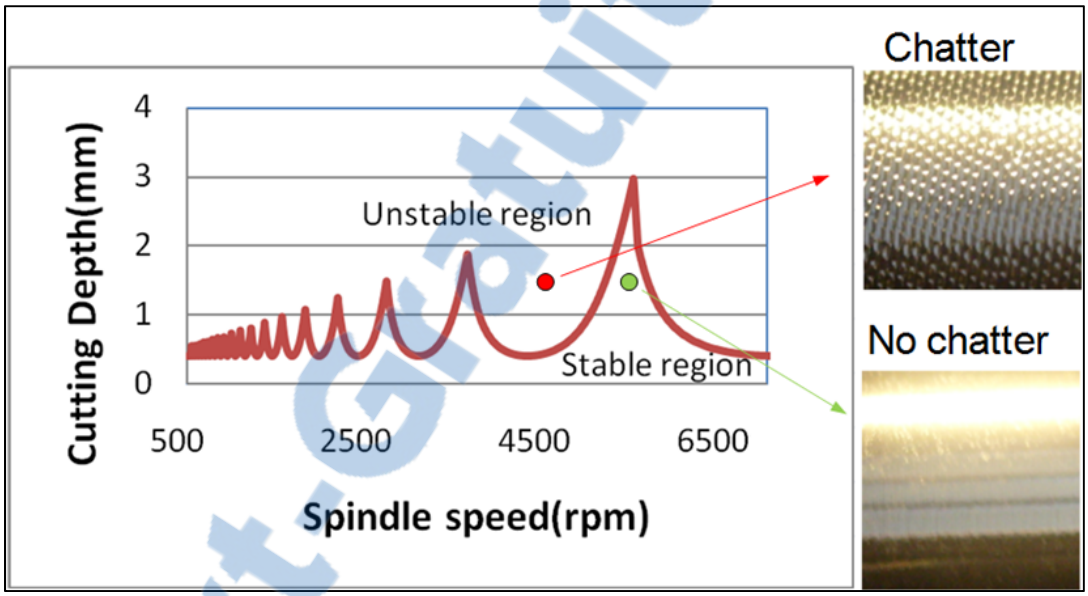


Figure 1.3 Exemple du lobe de stabilité
Tirée de (https://erdemozturkblog.wordpress.com/frederick-taylor-and-development-of-technology-against-chatter/)

1.2.2 Broutage par couplage de modes

Le mécanisme du broutage par couplage de mode (Mode Coupling Chatter) a premièrement été présenté par (Tlusty et al. 1963). Il est dû au fait que la masse du système vibre simultanément dans différentes directions du système avec des amplitudes et des phases différentes (Fig. 1.4), pour les systèmes à plus d'un degré de liberté (ce qui est le cas de tous systèmes physiques).

Rapport-Gratuit.com

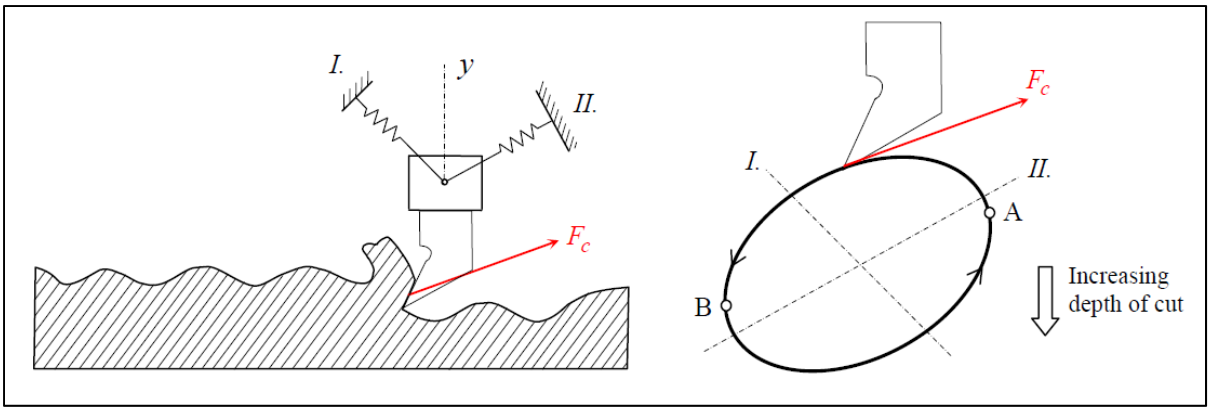


Figure 1.4 Broutage de couplage de mode
Tirée de (Tlusty et al. 1963)

1.2.2.1 Équation dynamique du broutage par couplage de modes

Selon la figure 1.3, l'équation dynamique du broutage par couplage de modes peut être formulée comme suit (Pan et al. 2006) :

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = K_p\{y(t)\} \tag{1.14}$$

où :

M : Masse de l'outil;

C : Amortissement de l'outil;

K : Rigidité de l'outil;

$y(t)$: Déplacement de l'outil;

K_p : Gain du processus qui dépend du matériau de la pièce, la vitesse d'alimentation, la vitesse de rotation de la pièce etc.

1.2.2.2 Loi de stabilité du broutage par couplage de modes

La stabilité du système dépend des valeurs propres de cette équation. Les hypothèses suivantes sont proposées pour simplification (Pan et al. 2006) :

1. Puisque l'effet de l'amortissement augmente la stabilité du système mais qu'il est difficile de l'identifier précisément, seulement le système non amorti est analysé (cas le pire)
2. La force ajoutée au système dans la direction d'alimentation est beaucoup plus petite que les forces dans la direction de passe et celle dans la direction normale. Du coup, quand la direction d'alimentation est Z, l'équation dynamique originale de 3D peut être simplifiée en 2D.

Après la simplification, l'équation dynamique pour un système à deux degrés de liberté non amorti devient :

$$[M]_{2\times2}\{\ddot{y}(t)\}_{2\times1} + [K]_{2\times2}\{y(t)\}_{2\times1} = K_p\{y(t)\}_{2\times1} \tag{1.15}$$

La matrice modale normalisée par rapport à la masse $[U]_{2\times2}$ est facile à calculer. L'équation est pré multipliée par $[U]^T$ avec le changement du variable $\{y(t)\}_{2\times1} = [U]_{2\times2}\{q(t)\}_{2\times1}$, l'équation devient donc :

$$[I]_{2\times2}\{\ddot{q}(t)\}_{2\times1} + [K_A]_{2\times2}\{q(t)\}_{2\times1} = [K_B]_{2\times2}\{q(t)\}_{2\times1} \tag{1.16}$$

avec $[K_A]_{2\times2} = [U]^T[K][U]$ et $[K_B]_{2\times2} = K_p[U]^T[U]$.

On obtient donc :

$$\{\ddot{q}(t)\}_{2\times1} = [K_\Gamma]_{2\times2}\{q(t)\}_{2\times1} \tag{1.17}$$

avec $[K_\Gamma]_{2\times2} = [K_B]_{2\times2} - [K_A]_{2\times2}$.

L'équation caractéristique du système est donc :

$$det|\lambda^2 I - [K_\Gamma]| = 0 \tag{1.18}$$

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Il y a deux réponses conjuguées de λ^2 pour deux cas. Dans le premier cas, les deux réponses conjuguées de λ^2 sont tous des nombres réels négatifs. Dans ce cas-là, les quatre valeurs propres se trouvent dans l'axe imaginaire, symétriques par rapport à l'axe réel. Du coup le système est stable. Dans le deuxième cas, les deux réponses conjuguées de λ^2 sont tous des nombres complexes avec la partie réelle négative. Dans ce cas-là, les quatre valeurs propres se trouvent symétriquement par rapport à l'origine du plan complexe, dont deux ont la partie réelle positive. Du coup le système est instable.

Selon les descriptions ci-dessus, les paramètres modaux du système jouent un rôle important pour le contrôle du broutage, quel que soit le mécanisme du broutage.

1.3 Étude du broutage du robot SCOMPI

L'étude du broutage du robot SCOMPI consisterait à établir la loi de stabilité par les paramètres modaux du robot, qui sont non stationnaires et en fonction du temps. Dans ce but, la recherche se divise principalement en deux directions :

1. La première direction se base sur la modélisation numérique à l'aide des logiciels CAO (Swiatek et al. 2010, Santos 2013). Actuellement un modèle du robot SCOMPI est disponible sur le logiciel ADAMS (Fig. 1.5) (Santos 2013).

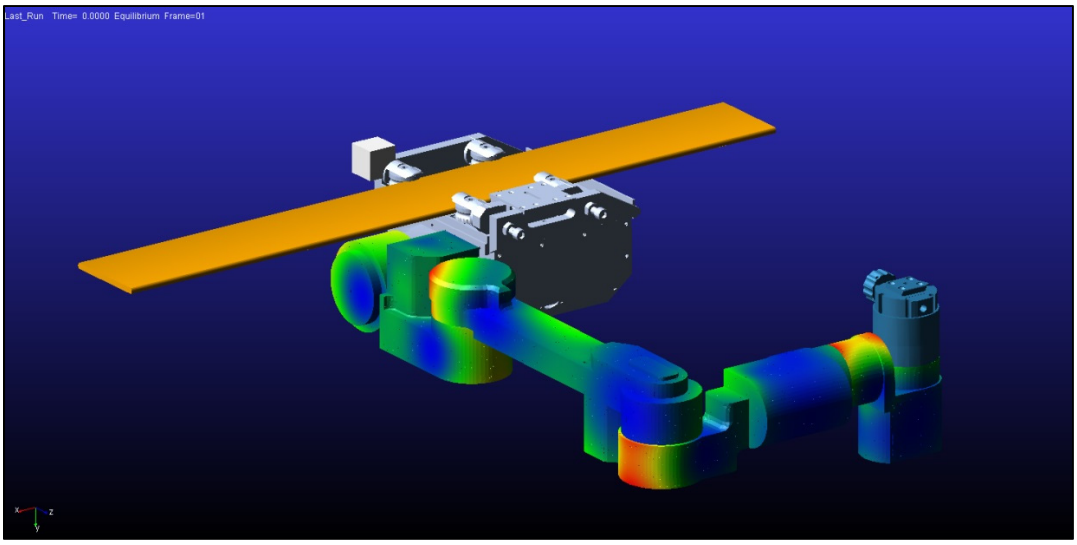


Figure 1.5 Robot SCOMPI sous ADAMS

2. La deuxième direction se base sur le modèle analytique du robot. Pour le robot au repos, un modèle analytique est obtenu par le test d'impact (Rafieian et al. 2009). Un autre modèle analytique sur le joint est aussi établi par le test réel (Lessard et al. 2012). Pour le robot en mouvement, un modèle analytique simplifié à 1 DDL est proposé par le fabricant (Fig. 1.6) (Hazel et al. 2011). Basé sur ce modèle, la réponse du déplacement de l'outil de différentes profondeurs de passe sont calculée (Fig. 1.7).

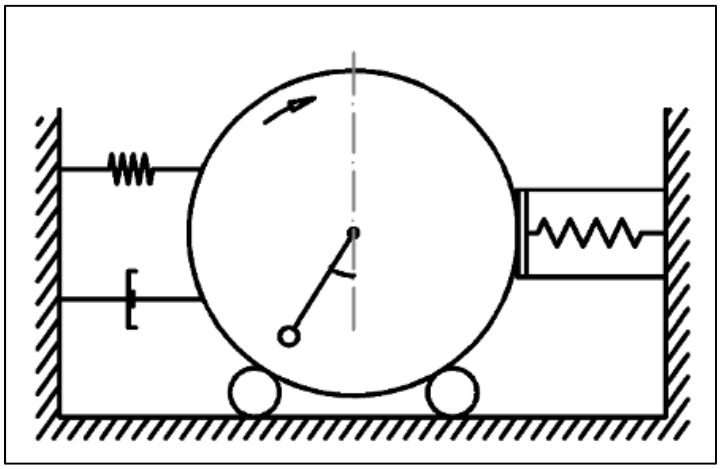


Figure 1.6 Modèle à 1 DDL du robot SCOMPI
Tirée de (Hazel et al. 2011)

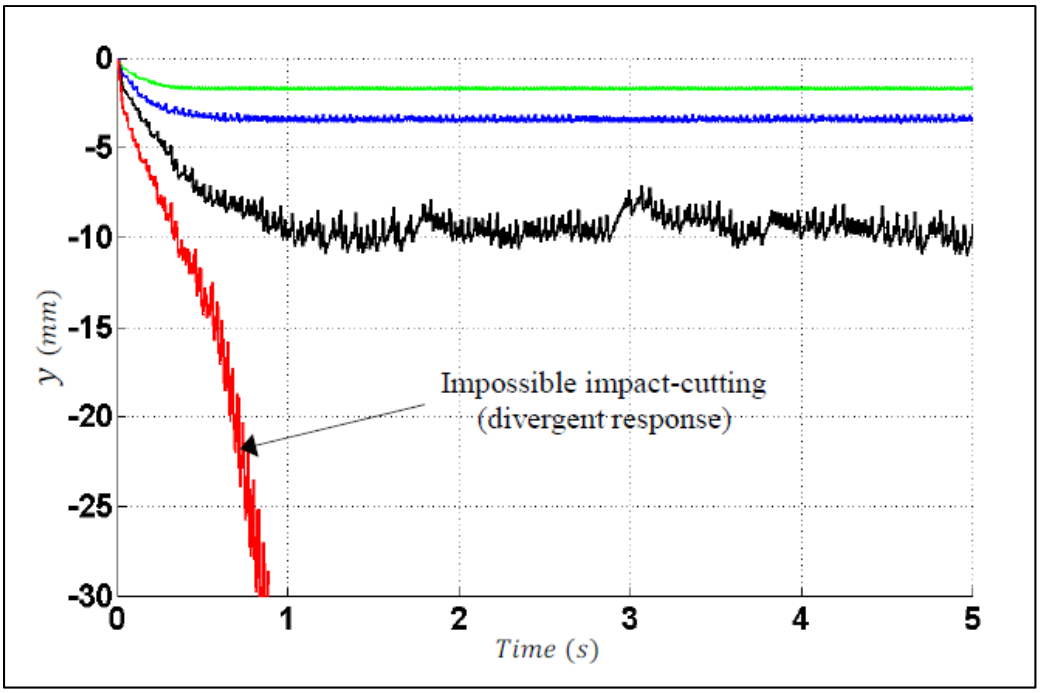


Figure 1.7 Réponse du modèle à 1 DDL selon profondeur de passe h_0
$(vert)\ h_0 = 0.05\ mm\ (bleu)\ h_0 = 0.1mm$
$(noir)\ h_0 = 0.2\ mm\ (rouge)\ h_0 = 0.3\ mm$
Tirée de (Hazel et al. 2011)

1.4 Identification des paramètres modaux non stationnaires

Le travail dans le cadre de cette thèse est sur la deuxième direction mentionnée ci-dessus. Le but est d'établir un modèle analytique du robot plus précis à partir des paramètres modaux identifiés du robot. L'identification des paramètres modaux non stationnaires est un sujet important qui a été beaucoup étudié ces dernières années (Cohen 1995, Hammond et al. 1996, Niedźwiecki 2000, Poulimenos et al. 2006, Staszewski et al. 2007). Les méthodes disponibles d'identification des paramètres modaux non stationnaires se divisent généralement en deux genres : les méthodes non paramétriques et celles paramétriques.

1.4.1 Méthode non paramétrique

Les méthodes non paramétriques ont attiré la plupart des regards grâce à leur simplicité. Elles se basent sur les représentations non paramétriques du signal comme une fonction simultanée

en temps-fréquence. Les méthodes typiques sont la transformée de Fourier rapide à fenêtre glissante : *Short-Time Fourier Transform (STFT)* et ses ramifications (Hammond et al. 1996), la distribution de Wigner-Ville et de Choi-Williams (Cohen 1995, Hammond et al. 1996) et les méthodes d'ondelettes (Newland 1993). Ces méthodes sont robustes contre le bruit dans le signal mesuré, mais une bonne résolution peut leur manquer, car elles sont contraintes par le principe d'incertitude de Heisenberg (Johansson et al. 2008). Le développement de ces méthodes s'est accélèré à partir du 21ième siècle. Une méthode largement utilisée, *Frequency Domain Decomposition (FDD)*, basée sur la décomposition de la fonction de la réponse en fréquence a été proposée dans les années 2000 pour l'identification modale de systèmes stationnaires (Brincker et al. 2001). Les méthodes pour l'identification modale de systèmes non stationnaires ont été développées par la suite. Dans les années 2010, une méthode de filtrage adaptatif du signal non stationnaire basé sur les ondelettes a été proposée (Klepka et al. 2014). Cette méthode sépare le signal en composantes où chaque composante représente un mode du système. Par cette méthode, les fréquences propres sont bien identifiées mais des plus grandes variances se trouvent dans les taux d'amortissement identifiés. Cependant les déformées modales ne peuvent pas être identifiées par cette méthode. Un peu plus tard, une application de la fonction de la réponse en fréquence basée sur les ondelettes a été proposée pour l'identification de tous les paramètres modaux non stationnaires, soit fréquence propre, taux d'amortissement et déformées modales (Dziedziech et al. 2015). L'auteur a montré que cette méthode peut identifier tous les paramètres modaux de systèmes non stationnaires avec succès. Par contre une grande limitation de cette méthode est que c'est une méthode d'entrée-sortie qui exige la mesure du signal d'excitation. Récemment, une nouvelle méthode basée sur le spectre instantané dérivé des représentations de temps-fréquence, telle que STFT ou la transformée d'ondelettes, a été proposée (Guo et al. 2016). Cette méthode peut identifier tous les paramètres modaux non stationnaires et surtout améliore le résultat du taux d'amortissement par rapport à la méthode FDD.

1.4.2 Méthode paramétrique

D'un autre côté, les méthodes paramétriques se basent sur les représentations paramétriques du signal en fonction du temps. Les méthodes typiques se basent sur le modèle ARMA (*Time-dependent AutoRegressive Moving Average model : TARMA*) et sur le modèle d'état en fonction du temps (*Time-dependent State-Space : TSS*) (Niedźwiecki 2000, Poulimenos et al. 2006). Contrairement aux méthodes conventionnelles stationnaires, leurs paramètres varient en fonction du temps. Les méthodes paramétriques ont plusieurs avantages par rapport à celles non paramétriques, soit : la précision de suivi du système non stationnaire et la résolution des résultats identifiés (Ben Mrad et al. 1998, Conforto et al. 1999, Petsounis et al. 2000, Kacha et al. 2008, Spiridonakos et al. 2010).

Ces deux modèles ont donc été choisi pour la recherche dans cette thèse. En particulier les ramifications de ces modèles : le modèle *Vector Time-dependent AutoRegressive (VTAR)* (Spiridonakos et al. 2009, Spiridonakos et al. 2009, Yang et al. 2015, Zhou et al. 2015) et le modèle *Stochastic Subspace Identification (SSI)* (Peeters et al. 1999, Goethals et al. 2004, Yan et al. 2004, Chang et al. 2009, Guo et al. 2016) sont utilisés, car ils sont capables de traiter un signal multi-variable.

1.4.3 Formulation du modèle VTAR

La formulation du modèle VTAR commence par une équation dynamique théorique stationnaire d'un système à *n* DDL (Fu et al. 2001, Thomas et al. 2007) :

$$\boldsymbol{M}_{n\times n} \cdot \ddot{\boldsymbol{u}}[t]_{n\times 1} + \boldsymbol{C}_{n\times n} \cdot \dot{\boldsymbol{u}}[t]_{n\times 1} + \boldsymbol{K}_{n\times n} \cdot \boldsymbol{u}[t]_{n\times 1} = \boldsymbol{f}[t]_{n\times 1} \tag{1.19}$$

où :

$\boldsymbol{M}_{n\times n}$: Matrice de la masse;

$\boldsymbol{C}_{n\times n}$: Matrice de l'amortissement;

$\boldsymbol{K}_{n\times n}$: Matrice de la rigidité;

t : Temps continu;

$\boldsymbol{u}[t]_{n\times1}, \dot{\boldsymbol{u}}[t]_{n\times1}, \ddot{\boldsymbol{u}}[t]_{n\times1}$: Déplacement, vitesse et accélération du système;
$\boldsymbol{f}[t]_{n\times1}$: Force extérieure au système.

L'équation théorique (1.19) est dans le domaine temporel continu. Dans le traitement du signal, le signal est mesuré dans le domaine temporel discret. En supposant qu'on a le signal mesuré à un point $x[t]$ et l'excitation à un point $f[t]$ sur le système, on a la transformé en Z et la transformé inverse en Z sur la fonction de transfert entre $x[t]$ et $f[t]$. Le modèle ARMA est obtenu (Fu et al. 2001, Thomas et al. 2007) selon:

$$x[t] + \sum_{i=1}^{2n} a_i \cdot x[t-i] = f[t] + \sum_{j=1}^{2n} c_j \cdot f[t-j] \tag{1.20}$$

Pour calculer les paramètres modaux, la matrice d'états $\boldsymbol{\Phi}$ est d'abord établie par les paramètres de la partie autorégressive a_i selon l'équation (1.21). Puis $\boldsymbol{\Phi}$ est décomposé en valeurs propres (Pandit 1991, Vu et al. 2011, Vu et al. 2013). Dans l'équation (1.21), $\boldsymbol{\lambda}$ est une matrice diagonale qui contient $2n$ valeurs propres conjugués λ_i correspondants à n paramètres modaux; $\boldsymbol{V}$ est la matrice des vecteurs propres dont chaque colonne représente la déformée modale correspondant à chaque λ_i (Pandit 1991, Vu et al. 2011, Vu et al. 2013).

$$\boldsymbol{\Phi}_{2n\times2n} = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & -a_{2n} \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{V}^{-1} \tag{1.21}$$

Les fréquences propres fn_i et les taux d'amortissement ζ_i sont alors calculés par les équations (1.22) et (1.23).

$$fn_i = \frac{\sqrt{Re^2(\lambda_i) + Im^2(\lambda_i)}}{2\pi} \tag{1.22}$$

$$\zeta_i = -\frac{Re(\lambda_i)}{2\pi \cdot fn_i} \tag{1.23}$$

Pour que le modèle ARMA s'adapte aux conditions suivantes :

- Analyse modale opérationnelle
- Système non stationnaire
- Signal multi-variable

Sa ramification, modèle VTAR est proposé (Spiridonakos et al. 2009, Spiridonakos et al. 2009, Yang et al. 2015, Zhou et al. 2015) :

$$\boldsymbol{x}[t] + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{A}_i[t] \cdot \boldsymbol{x}[t-i] = \boldsymbol{e}[t] \tag{1.24}$$

où :

$\boldsymbol{x}[t]_{(k\times 1)}$: Signal multivariable (k : nombre de canaux du signal);

$\boldsymbol{e}[t]_{(k\times 1)}$: Séquence résiduelle;

$\boldsymbol{A}_i[t]_{(k\times k)}$: Matrice des paramètres du modèle VTAR en fonction du temps dont les éléments sont $a_{lm}^{i}[t]$;

n : Ordre de la partie autorégressive (AR).

Dans l'application pratique, la matrice d'état du modèle VTAR, $\boldsymbol{\Phi}(t)$ dont la dimension est de $kna \times kna$ prend la forme :

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{A}_1[t] & -\boldsymbol{A}_2[t] & -\boldsymbol{A}_3[t] & \cdots & -\boldsymbol{A}_n[t] \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{pmatrix}_{kna\times kna} \tag{1.25}$$

À chaque instant t, les paramètres modaux sont calculés de la même façon par les équations (1.21)-(1.23).

1.4.3.1 Modèle Functional Series VTAR (FS-VTAR)

Dans cette thèse, un type du modèle VTAR, modèle Functional Series VTAR (FS-VTAR) est adopté, car ce modèle s'est avéré être efficace particulièrement pour la modélisation et l'analyse de vibration aléatoire non stationnaire (Poulimenos et al. 2006, Spiridonakos et al. 2009, Spiridonakos et al. 2009). Au fils des dernières décennies, il a été largement appliqué dans beaucoup de domaines, tels que l'analyse vibratoire, le diagnostic des défauts (Spiridonakos et al. 2009) et les applications de contrôle (Xie et al. 1983), grâce à sa précision de suivi de systèmes non stationnaires et la bonne résolution des résultats identifiés (Conforto et al. 1999, Petsounis et al. 2000).

Le modèle FS-VTAR impose une structure déterminée sur les paramètres du modèle (Subba Rao 1970, Newland 1993, Tsatsanis et al. 1993, Poulimenos et al. 2006, Spiridonakos et al. 2009). Ils sont projetés en sous-espaces fonctionnels spécifiques définis par une fonction de base déterminée $G_j[t]$. Les éléments de $\boldsymbol{A}_i[t]$ sont présentés comme :

$$a_{lm}^{i}[t] = \sum_{j=1}^{p} a_{lm}^{ij} \cdot G_j[t] \tag{1.26}$$

où a_{lm}^{ij} sont les coefficients inconnus à identifier et p est la dimension de base.

Des fonctions de base suggérées pour le modèle FS-VTAR incluent les polynômes d'ordre aléatoire (Liporace 1975, Reddy et al. 2014), comme ceux de Chebyshev (Mukhopadhyay et al. 1997, Fouskitakis et al. 2002), Legendre (Kozin 1978, Grenier 1983, Zou et al. 2003, Asutkar et al. 2009) et Jacobi (Poulimenos et al. 2005), les fonctions trigonométriques (Ha et al. 1995, EOM 1999, Petsounis et al. 2000, Zhang et al. 2010), discrete prolate spheroidal functions (DPSS) (Grenier 1983, Charbonnier et al. 1987) et les ondelettes (Tsatsanis et al. 1993, Fouskitakis et al. 2002, Wei et al. 2002, Li et al. 2011, Su et al. 2014). Les fonctions de base exponentielles complexes ont aussi été utilisées pour les signaux complexes (Tsatsanis et al. 1996, Jachan et al. 2007). La combinaison de plusieurs fonctions de base a aussi été

Rapport-Gratuit.com

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

proposée (Chon et al. 2005). Quelques exemples de fonctions de base sont présentés dans la figure 1.8.

Chaque fonction de base représente une propriété particulière. Avec les différents genres de fonction de base mentionnés ci-dessus, la sélection adéquate d'une fonction de base appropriée pour un problème en particulier est toujours un défi. En effet, dans le cas où la connaissance préliminaire n'est pas disponible concernant le changement des paramètres du modèle FS-TARMA, la méthode essai-erreur est souvent prise (Niedźwiecki 2000, Zou et al. 2003, Spiridonakos et al. 2014, Su et al. 2014). Récemment, une méthode plus avancée pour l'estimation simultanée du sous-espace et des coefficients de projection correspondants, basée sur le modèle Adaptable FS-TARMA (AFS-TARMA) a été proposée par (Spiridonakos et al. 2014). Ce modèle est adapté au signal aléatoire car il n'est pas basé sur une fonction de base de forme fixe. La fonction B-spline a été introduite dans ce modèle. Un exemple de B-spline est présenté à la figure 1.9. L'estimation de la forme de B-spline et des coefficients de projection est réalisée par la méthode d'optimisation non-quadratique sous contraintes (Golub et al. 1973).

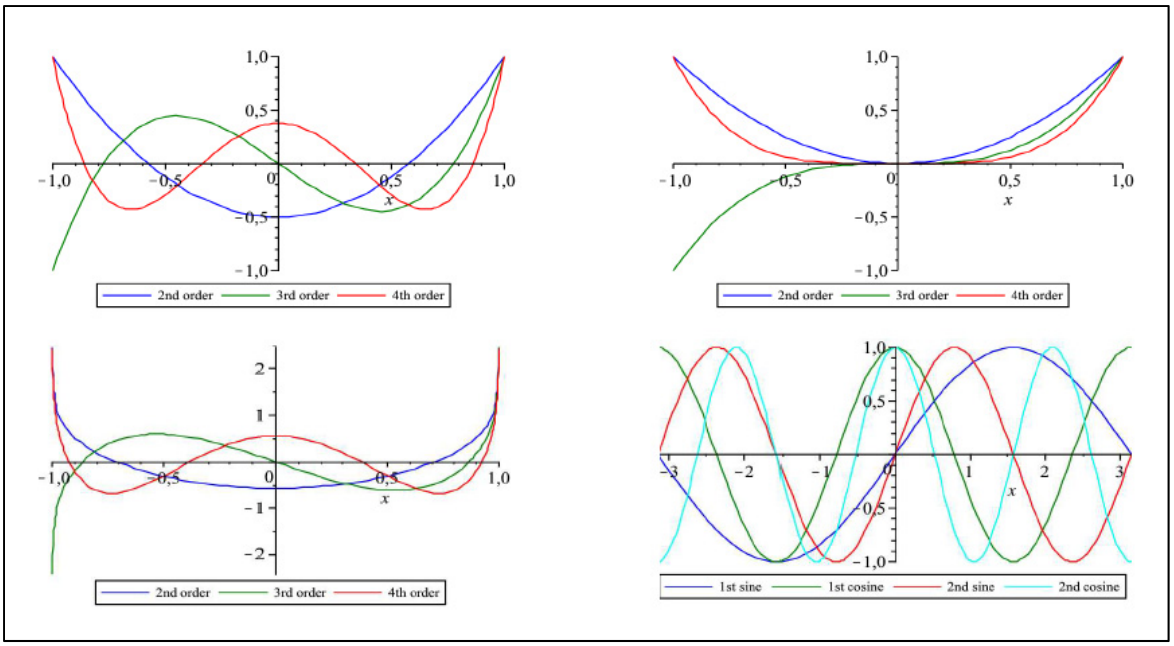


Figure 1.8 Exemples de fonctions de base
en haut à gauche : Legendre, en haut à droite : Puissance
en bas à gauche : Chebyshev, en bas à droite : Fourier
Tirée de (Jafarpour et al. 2009)

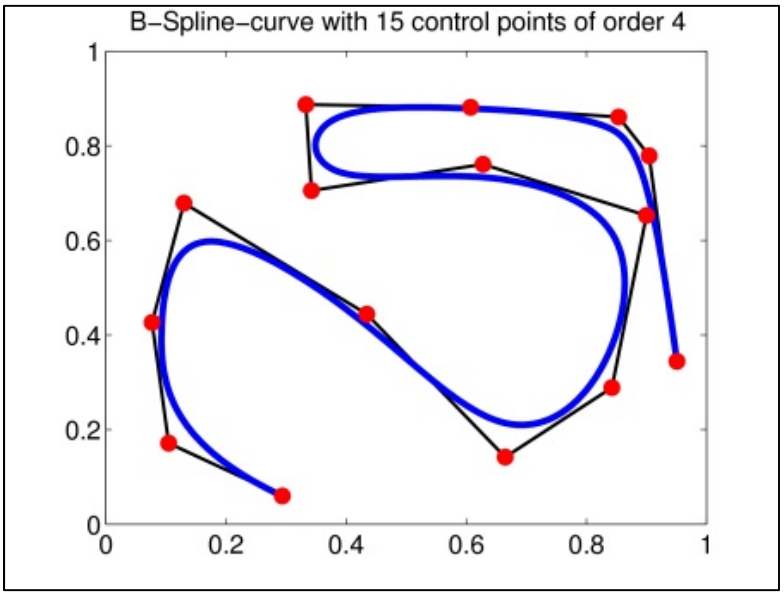


Figure 1.9 Exemple de B-spline
Tirée de (http://m2matlabdb.ma.tum.de/download.jsp?
MC_ID=7&SC_ID=7&MP_ID=485)

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

1.4.4 Formulation du modèle SSI

La formulation du modèle SSI commence par la même équation (1.19) dynamique théorique stationnaire d'un système à *n* DDL. Selon la théorie de la mécanique vibratoire, l'équation (1.19) peut être réécrite par une équation d'états (Peeters et al. 1999, Fu et al. 2001, Rune et al. 2006, Thomas et al. 2007) :

$$\dot{\boldsymbol{y}}[t] = \boldsymbol{A_c} \cdot \boldsymbol{y}[t] + \boldsymbol{B_c} \cdot \boldsymbol{f}[t] \tag{1.27}$$

avec le vecteur d'états $\boldsymbol{y}[t]$, la matrice d'état $\boldsymbol{A_c}$ dont les paramètres modaux sont calculés et la matrice $\boldsymbol{B_c}$ qui sont exprimés :

$$\boldsymbol{y}[t] = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{u}[t] \\ \dot{\boldsymbol{u}}[t] \end{Bmatrix}, \ \boldsymbol{A_{c_{2n\times 2n}}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{M^{-1}} \cdot \boldsymbol{K} & -\boldsymbol{M^{-1}} \cdot \boldsymbol{C} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{B_c} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{M^{-1}} \end{bmatrix}$$

Dans les cas pratiques, il est difficile de mesurer simultanément tous les degrés de liberté du système. Aussi, une équation pour le signal mesuré $\boldsymbol{x}[t]$ est proposée (Van Overschee et al. 1996, Peeters et al. 1999, Rune et al. 2006),où $\boldsymbol{x}[t]$ peut être le déplacement, la vitesse ou l'accélération dont la dimension est inférieure à *n* DDL du système :

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{C_c} \cdot \boldsymbol{y}[t] + \boldsymbol{D_c} \cdot \boldsymbol{f}[t] \tag{1.28}$$

avec la matrice de sortie $\boldsymbol{C_c}$ et la matrice de l'excitation extérieure $\boldsymbol{D_c}$.

Notons que les équations (1.27) et (1.28) sont dans le domaine temporel continu. Pour le traitement du signal, la transformée en domaine temporel discret est nécessaire. Par la discrétisation, l'équation d'états discrète prend la forme (Van Overschee et al. 1996, Peeters et al. 1999, Rune et al. 2006) :

$$\boldsymbol{y}[t+1] = \boldsymbol{A_d} \cdot \boldsymbol{y}[t] + \boldsymbol{B_d} \cdot \boldsymbol{f}[t] + \boldsymbol{w} \tag{1.29}$$

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{C_d} \cdot \boldsymbol{y}[t] + \boldsymbol{D_d} \cdot \boldsymbol{f}[t] + \boldsymbol{v} \tag{1.30}$$

avec $\boldsymbol{A_d}$, $\boldsymbol{B_d}$, $\boldsymbol{C_d}$, $\boldsymbol{D_d}$, les matrices de même définition mais pour les temps discrets. $\boldsymbol{w}$ et $\boldsymbol{v}$ sont les bruits inobservables du procédé et de mesure respectivement.

Pour que les équations (1.29) et (1.30) s'adaptent aux conditions suivantes :

- Analyse modale opérationnelle
- Système non stationnaire

Le modèle SSI est proposé en éliminant la partie de l'excitation qui prend la forme (Van Overschee et al. 1996, Peeters et al. 1999, Rune et al. 2006) :

$$\boldsymbol{y}[t+1] = \boldsymbol{A_d} \cdot \boldsymbol{y}[t] + \boldsymbol{w} \tag{1.31}$$

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{C_d} \cdot \boldsymbol{y}[t] + \boldsymbol{v} \tag{1.32}$$

Pour identifier un système non stationnaire, SSI peut être utilisé par la technique récursive (Goethals et al. 2004, Chang et al. 2009) ou par la technique de la fenêtre mobile (Goursat et al. 2010, Liu et al. 2013, Guo et al. 2016). La technique récursive demande un choix approprié du facteur de mémoire (Goethals et al. 2004, Chang et al. 2009). Le résultat identifié est sensible à ce dernier et pourrait être beaucoup influencé s'il n'est pas choisi correctement. Puisqu'il n'existe pas encore une règle générale pour choisir ce facteur de mémoire, la technique de la fenêtre mobile a été préférée dans cette thèse.

1.4.4.1 Modèle Data-Driven SSI (SSI-DATA)

La modélisation de SSI consiste à estimer la matrice $\boldsymbol{A_d}$ et $\boldsymbol{C_d}$ seulement par le signal mesuré $\boldsymbol{x}[t]$. Cela peut être réalisé selon deux modélisations différentes : Covariance-Driven SSI (SSI-COV) et Data-Driven SSI (SSI-DATA) (Peeters et al. 1999). Les deux modélisations

sont similaires mais seul SSI-DATA peut conduire à l'estimation du vecteur d'état $\boldsymbol{y}[t]$ et des bruits $\boldsymbol{w}$ et $\boldsymbol{v}$ qui pourrait être intéressants selon le cas étudié (Peeters et al. 1999, Yan et al. 2004).

Dans cette thèse SSI-DATA est adopté car l'estimation de $\boldsymbol{y}[t]$ et $\boldsymbol{w}$ et $\boldsymbol{v}$ est nécessaire pour développer la méthode originale. Le modèle SSI-DATA prend la forme :

$$\boldsymbol{y}[t+1] = \boldsymbol{A_d} \cdot \boldsymbol{y}[t] + \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t] \tag{1.33}$$

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{C_d} \cdot \boldsymbol{y}[t] + \boldsymbol{e}[t] \tag{1.34}$$

Dans SSI-DATA, $\boldsymbol{w}$ et $\boldsymbol{v}$ sont exprimés par la séquence résiduelle $\boldsymbol{e}[t]$ et la matrice de gain de Kalman $\boldsymbol{K_a}$ qui sert à estimer le vecteur d'état $\boldsymbol{y}[t]$.

Dans l'application pratique, la dimension de $\boldsymbol{A_d}$ est de $kv \times kv$, où k est le nombre de canaux du signal $\boldsymbol{x}[t]$et v est le nombre de lignes du bloc qui est similaire à l'ordre na du modèle VTAR.

1.5 Problématique : différentiation des paramètres modaux et ceux parasites

Pour un système à n DDL, la dimension théorique de la matrice d'états est de $2n \times 2n$ quel que soit le modèle utilisé selon les équations (1.21) et (1.27). Cependant, pour avoir un résultat identifié plus précis, la dimension pratique de la matrice d'états dans les équations (1.25) et (1.33) est généralement supérieure à la dimension théorique, surtout dans le cas de signal multi-variable. En effet, le résultat identifié comprend à la fois les paramètres modaux du système et à la fois les paramètres parasites à cause de cette dimension supérieure. Du coup, il faut discerner le vrai du faux.

A cette fin, il existe des méthodes pour le cas stationnaire. Le diagramme de stabilité est largement utilisé qui trace toutes les fréquences identifiées selon différents ordres du modèle

(na pour VTAR et v pour SSI) (Peeters et al. 1999, Fu et al. 2001, Van Der Auweraer et al. 2001, Verboven et al. 2002, Vanlanduit et al. 2003, Van der Auweraer et al. 2004, Thomas et al. 2007, Goursat et al. 2010, Vu et al. 2011). Dans ce diagramme, les vraies fréquences propres se stabilisent quel que soit l'ordre du modèle, c'est-à-dire qu'elles se comportent comme les lignes droites. Un exemple de diagramme de stabilité est montré à la figure 1.10.

Le facteur de confiance modal 'Modal Confidence Factor (MCF)' (Ibrahim 1978, Allemang et al. 1982) compare deux paramètres modaux identifiés selon deux parties différentes du signal. Logiquement les vrais paramètres modaux doivent peu influencés par la sélection de la partie du signal. Toutefois une limitation de MCF est qu'il est très influencé par le bruit du signal.

Le critère d'assurance modal 'Modal Assurance Criterion (MAC)' (Allemang 2003, Chiang et al. 2011) définit une corrélation entre les déformées modales identifiées et une déformée modale de référence. Les valeurs de MAC doivent être proches de l'unité pour les vrais modes. Dans le cas de l'analyse modale opérationnelle, la déformée modale de référence n'est pas disponible mais une nouvelle version de MAC nommé OMAC a été proposé par (Vu et al. 2011). Dans OMAC, la valeur de MAC est remplacée par la corrélation entre les même déformées modales mais identifiées à deux ordres successifs du modèle.

Le critère 'Modal Signal to Noise (MSN)' (Pandit 1991) décompose le signal en une partie déterministe et une partie stochastique selon toutes les valeurs propres de la matrice d'états. Celles qui correspondent aux paramètres modaux possèdent des valeurs plus élevées de MSN que celles qui correspondent aux paramètres parasites. Basé sur cette principe, un nouvel indice 'Damped power Modal Signal-to-Noise ratio (DMSN)' a été proposé pour le modèle Vector AutoRegressive (VAR) (Vu et al. 2013), en ajoutant le taux d'amortissement sur MSN pour bien distinguer le vrai du faux car les paramètres parasites possèdent souvent des taux d'amortissement beaucoup plus élevés.

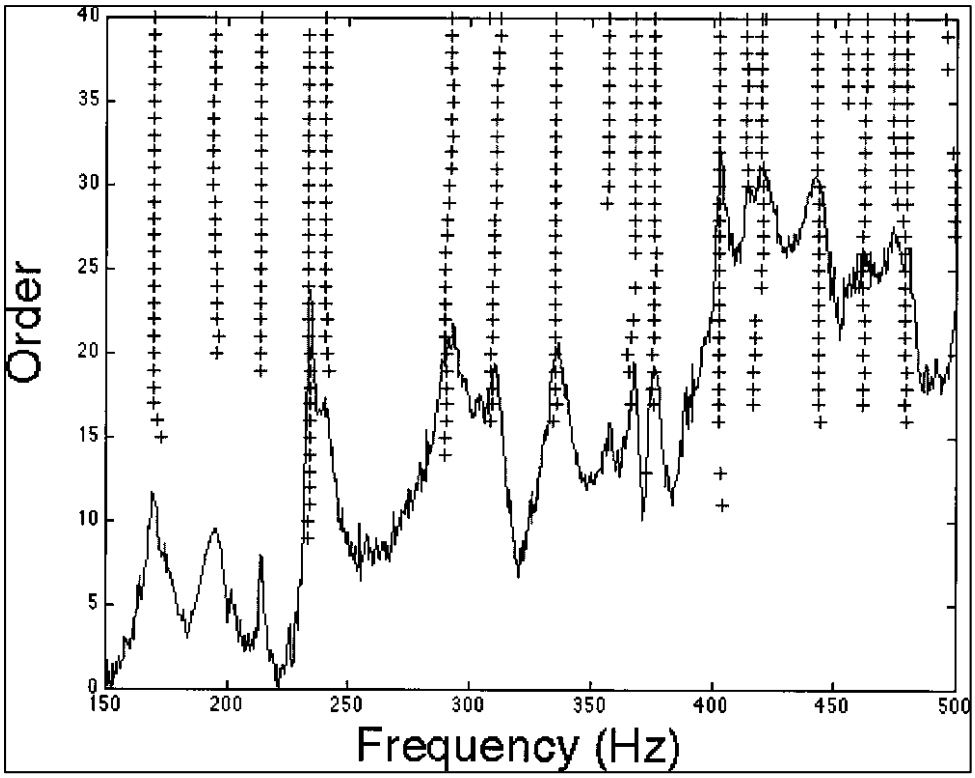


Figure 1.10 Exemple du diagramme de stabilité
Signe ‘’croix’’ : Fréquences identifiées aux différents ordres
Courbe : Spectre du signal
Tirée de (Van Der Auweraer et al. 2001)

Dans le cas non stationnaire, la méthode souvent prise consiste à utiliser le diagramme de stabilité à chaque instant (Magalhaes et al. 2009, Marchesiello et al. 2009, Bakir 2011, Liu et al. 2013, Avendano-Valencia et al. 2014, Chao et al. 2014, Su et al. 2014, Huang et al. 2016). À chaque instant, l’utilisation du diagramme de stabilité est semblable au cas stationnaire. L’inconvénient de cette méthode est que dans des cas non stationnaires, le diagramme de stabilité varie dans le temps et donc selon l’ordre. De plus le calcul pourrait être trop lourd car à chaque instant, tous les paramètres sont calculés aux différents ordres du modèle. Du coup, cette méthode devient inapplicable.

Récemment l’application des partitionnements flous (fuzzy clustering) a été proposée pour distinguer le vrai du faux (Zhou et al. 2014, Zhou et al. 2015). Les étapes de cette méthode sont présentées brièvement comme suit :

1. Construire le spectre par une méthode d'identification non ciblée (e.g. FS-VTAR) pour déterminer le nombre de fréquences réelles comme nombre de partitionnements;
2. Estimer les paramètres du modèle par une méthode d'identification ciblée telle que poly-référence Least Squares Complex Frequency-domain (pLSCF);
3. Déterminer les prototypes correspondant aux fréquences propres réelles et ses appartenances à partir de toutes les fréquences identifiées dans l'étape 2 par une estimation récursive;
4. Estimer les paramètres modaux continus une fois que toutes les appartenances sont déterminées dans l'étape 3.

Un exemple de cette méthode est présenté à la figure 1.11. Cette méthode s'est avérée efficace pour les cas étudiés dans les publications (Zhou et al. 2014, Zhou et al. 2015). L'inconvénient de cette méthode est que le calcul pourrait prendre beaucoup de temps puisque les prototypes et les appartenances sont déterminés récursivement. De plus, la détermination des prototypes et des appartenances pourrait être confondue pour un ordre du modèle élevé, ce qui résulte en beaucoup de fréquences de calcul, surtout quand le système à identifier a des fréquences propres proches.

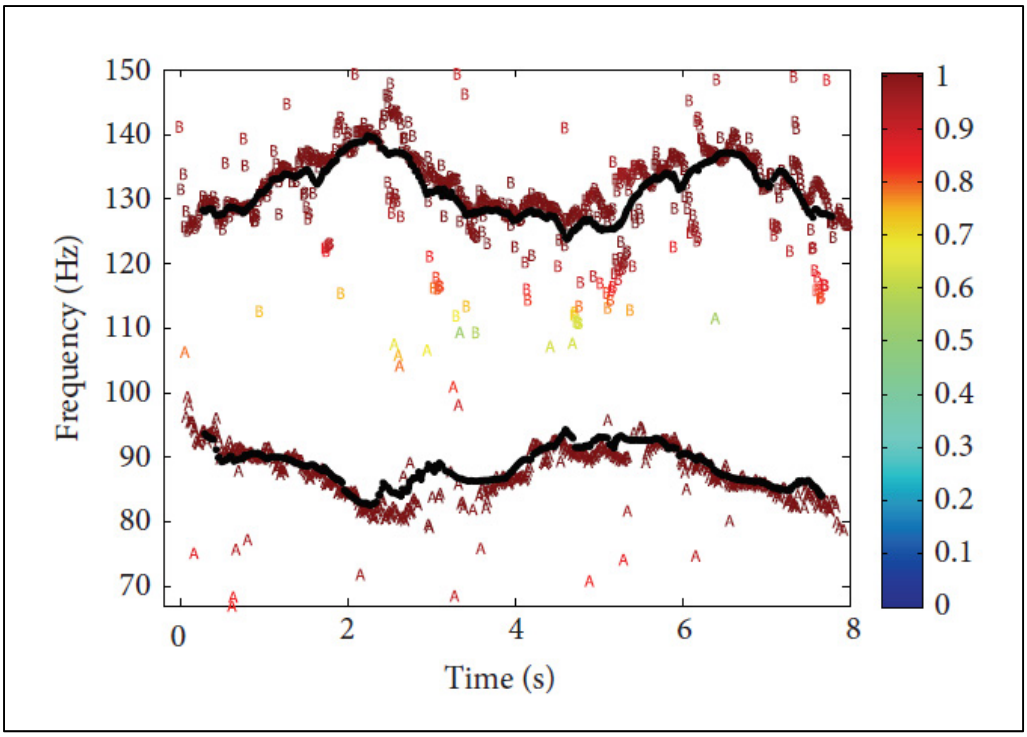


Figure 1.11 Exemple de la méthode par partitionnements flous
Courbe noire : Prototypes des fréquences propres réelles
Signe ‘’A’’ : Fréquences identifiées appartenant à la fréquence propre 1
Signe ‘’B’’ : Fréquences identifiées appartenant à la fréquence propre 2
Légende : Degré de l’appartenance
(1 : le plus coïncident, 0 : le moins coïncident)
Tirée de (Zhou et al. 2015)

1.6 Originalité et contribution de la recherche

Selon la description de la problématique ci-dessus, pour discerner les paramètres modaux réels de ceux parasites de systèmes non stationnaires, cette thèse présente les travaux de développement de deux nouveaux indices TMSN (Time-dependent Modal Signal to Noise) et SMSN (Subspace Modal Signal to Noise) appliqués aux modèles FS-VTAR et SSI-DATA respectivement. Ces deux indices se basent sur le principe de l’indice MSN, qui a été développé originalement pour le modèle VAR (Pandit 1991) et a été appliqué avec succès pour le système stationnaire (Vu et al. 2013). Toutefois, la formulation de MSN (Pandit 1991, Vu et al. 2013) ne peut pas directement être appliquée pour le modèle FS-VTAR et

SSI-DATA. Aussi, de nouveaux développements sont proposés pour développer TMSN et SMSN. Le principe de TMSN et SMSN est brièvement présenté ci-dessous :

Pour un système non stationnaire à *n* DDL à identifier par FS-VTAR ou SSI-DATA, supposant que la dimension pratique de la matrice d'état $\boldsymbol{\Phi}_p$ est de $2m \times 2m$ $(m > n)$, le signal multivariable $\boldsymbol{x}[t]$ peut alors être décomposé comme :

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{d}(\lambda_1) + \boldsymbol{s}(\lambda_1) + \cdots + \boldsymbol{d}(\lambda_n) + \boldsymbol{s}(\lambda_n) + \cdots + \boldsymbol{d}(\lambda_m) + \boldsymbol{s}(\lambda_m) \tag{1.35}$$

où :

λ_x : Valeurs propres de $\boldsymbol{\Phi}_p$;

$\boldsymbol{d}(\lambda_x)$: Partie déterministe du $\boldsymbol{x}[t]$ selon λ_x;

$\boldsymbol{s}(\lambda_x)$: Partie stochastique du $\boldsymbol{x}[t]$ selon λ_x.

La fonction $\boldsymbol{d}(\lambda_x)$ est définie comme la partie déterministe du $\boldsymbol{x}[t]$, car elle ne dépend que de la condition initiale du système qui est souvent décrite par $\boldsymbol{x}[t]$ à l'instant initial. La fonction $\boldsymbol{s}(\lambda_x)$ est définie comme la partie stochastique de $\boldsymbol{x}[t]$ à cause du biais de la modélisation ou/et l'acquisition du signal (Pandit 1991, Vu et al. 2013). Les indices TMSN et SMSN sont définis comme le rapport entre le module de la partie déterministe et la partie résiduelle selon λ_x :

$$TMSN_x, SMSN_x = \frac{module(\boldsymbol{d}(\lambda_x))}{module(\boldsymbol{r}(\lambda_x))} \tag{1.36}$$

Selon le principe de MSN, λ_x correspondant au paramètre modal possède une valeur de MSN plus élevée que celui correspondant au paramètre parasite (Pandit 1991, Vu et al. 2013). Dans l'application de MSN, les valeurs de MSN pour tous les λ_x sont calculées et mises en ordre décroissant. De ce fait, les valeurs de λ_x placées aux premières places correspondent aux paramètres modaux réels du système. L'application de TMSN et SMSN suit le même principe.

Rapport-Gratuit.com

Le discernement par les indices développés est efficace, rapide et robuste. Étant donné que peu de méthodes sont disponibles actuellement pour discerner les paramètres modaux de ceux parasites de systèmes non stationnaires, cette étude représente la contribution principale de cette thèse.

Les travaux réalisés durant cette thèse ont permis de rédiger 2 articles de revue et 2 articles de conférence (LI et al. 2014, LI et al. 2015, LI et al. 2016, LI et al. 2016).

1.7 Organisation de la thèse

Le contenu suivant de cette thèse est organisée comme suit :

Dans le chapitre 2, un système non stationnaire de simulation ainsi que les essais sur le robot SCOMPI qui sert à l'application des indices proposés dans les chapitres suivants sont présentés;

Dans le chapitre 3, les développements de l'indice TMSN pour le modèle FS-VTAR, ainsi que l'application de TMSN sur la simulation numérique et sur le robot SCOMPI sont présentés en détail;

Dans le chapitre 4, les développements de l'indice SMSN pour le modèle SSI-DATA, ainsi que l'application de SMSN à la simulation numérique et sur le robot SCOMPI sont présentés en détail;

Dans le chapitre 5, une synthèse est donnée sur les méthodes d'identification utilisées dans cette thèse (FS-VTAR et SSI-DATA), et aussi sur la méthode Short Time AR (STAR) (Vu et al. 2010) qui utilise le modèle AR à court terme par la technique de la fenêtre mobile pour identifier le système non stationnaire. Des comparaisons entre ces méthodes sur différents aspects sont montrées dans ce dernier chapitre;

Une conclusion et des recommandations sont données à la fin de la thèse.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

CHAPITRE 2

SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN SYSTÈME NON STATIONNAIRE ET ESSAIS SUR LE ROBOT SCOMPI EN REPOS ET EN MOUVEMENT

Dans ce chapitre, un système non stationnaire de simulation ainsi que des essais sur le robot SCOMPI sont présentés. Une simulation numérique d'un système mécanique non stationnaire est présentée pour étudier la sensibilité des indices proposés (TMSN et SMSN) dans les chapitres suivants.

Ces indices seront ensuite validés sur des mesures vibratoires du robot Scompi. Un test d'impact est d'abord réalisé sur le robot au repos en excitant l'extrémité du robot (L6 de la Fig. 1.1) à l'aide d'un marteau appliqué successivement dans les 3 directions. L'identification est réalisée par Analyse Modale Expérimentale (AME) et Analyse Modale Opérationnelle (AMO) pour fins de comparaison. Le résultat d'identification est obtenu en combinant ceux de chaque direction.

Ensuite un essai sur le robot en mouvement est réalisé. La trajectoire du mouvement est définie à l'extrémité du robot (L6 de la Fig. 1.1). La même configuration du robot que pour le test d'impact, est choisie pour le robot en mouvement. Les données d'accélération à différentes positions du robot sont mesurées. L'utilisation de ces données pour l'identification par AFS-VTAR et SSI-DATA est présentée dans les chapitres suivants. Le résultat du test d'impact est considéré comme la référence des paramètres modaux du robot.

2.1 Simulation d'un système non stationnaire

Le même système à 3 DDL non stationnaire que celui utilisé par (Poulimenos et al. 2006) (Fig. 2.1) est utilisé pour la simulation numérique, à des fins de comparaison. Ce système est excité par un déplacement aléatoire inobservable$r(t)$. Les rigidités $k_2(t)$ et $k_3(t)$ montrées à la Fig. 2.2 changent dans le temps selon l'équation suivante :

$$k_i(t) = k_{i0} + k_{i1} \cdot sin(2\pi t/P_{i1}) + k_{i2} \cdot sin(2\pi t/P_{i2}) \quad (i = 2,3) \tag{2.1}$$

où P_{i1}, P_{i2} signifient les périodes de variation temporelle.

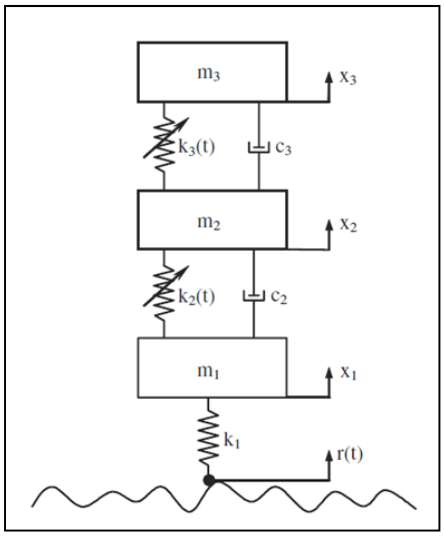


Figure 2.1 Système à 3 DDL non stationnaire
(Poulimenos *et al.* 2006)

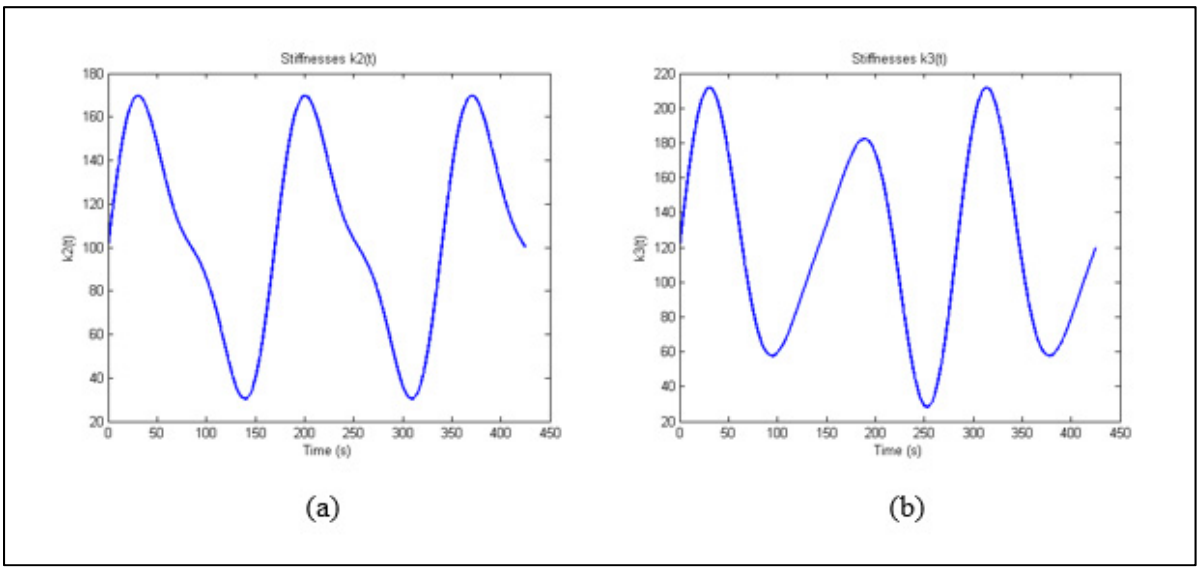


Figure 2.2 Variation de la rigidité dans le temps : (a) $k_2(t)$ (b) $k_3(t)$

Les autres paramètres physiques sont présentés dans le tableau 2.1.

Propriété	Symbole	Valeur
Masse du corps rigide 1	m_1	0.5 kg
Masse du corps rigide 2	m_2	1.5 kg
Masse du corps rigide 3	m_3	1.0 kg
Amortissement entre les corps rigides 1 et 2	c_2	0.5 N/(m/s)
Amortissement entre les corps rigides 2 et 3	c_3	0.3 N/(m/s)
Rigidité entre le corps rigide 1 et l'excitation	k_1	$300\ N/m$
Rigidité entre les corps rigides 1 et 2	$k_2(t)$	Varier en temps : $k_{20} = 100\ N/m$ $k_{21} = 60, k_{22} = 20\ N/m$ $P_{21} = 170, P_{22} = 85\ s$
Rigidité entre les corps rigides 2 et 3	$k_3(t)$	Varier en temps : $k_{30} = 120\ N/m$ $k_{31} = 72, k_{32} = 24\ N/m$ $P_{31} = 141.67, P_{32} = 94.44\ s$

Tableau 2.1 Propriétés du système non stationnaire

L'excitation $r(t)$ est un signal blanc stationnaire gaussien et d'espérance nulle. La réponse du système est non stationnaire à cause des paramètres de rigidité et donc de taux d'amortissement variant dans le temps. L'équation dynamique du système prend la forme (Poulimenos *et al.* 2006) :

$$\boldsymbol{M} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{C} \cdot \dot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{K}(t) \cdot \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{b} \cdot r(t) \tag{2.2}$$

où $\boldsymbol{x}(t) \triangleq [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$ signifie le vecteur de déplacement du système (Fig. 2.1); $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{K}(t)$ sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité; $\boldsymbol{b}$ représente l'amplitude de l'excitation.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Ils prennent les formes suivantes :

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{K}(t) = \begin{bmatrix} k_1 + k_2(t) & -k_2(t) & 0 \\ -k_2(t) & k_2(t) + k_3(t) & -k_3(t) \\ 0 & -k_3(t) & k_3(t) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} k_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{2.3}$$

En résolvant l'équation (2.2) en vibration libre sans l'excitation externe $r(t)$, les variations théoriques dans le temps des fréquences naturelles et des taux d'amortissement sont montrées à la Fig. 2.3.

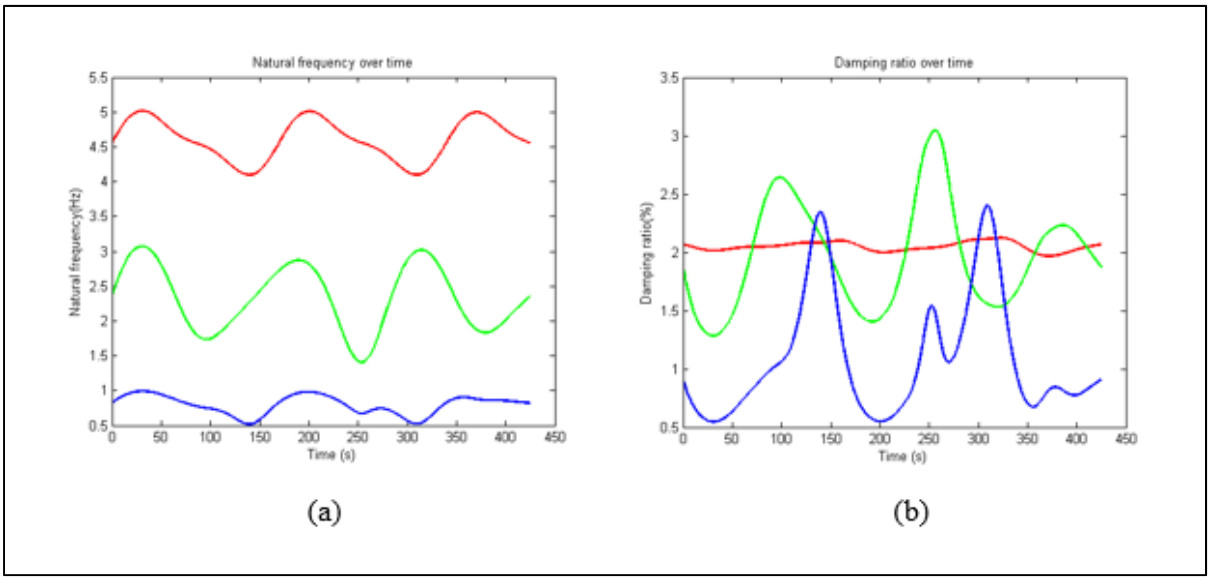


Figure 2.3 Paramètres modaux temporels :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

Les réponses vibratoires en accélération des trois masses sont utilisées pour l'identification des paramètres modaux. La réponse d'accélération à la Fig. 2.4 est enregistrée avec une fréquence d'échantillonnage de 24 Hz et pour une durée totale de 425 s.

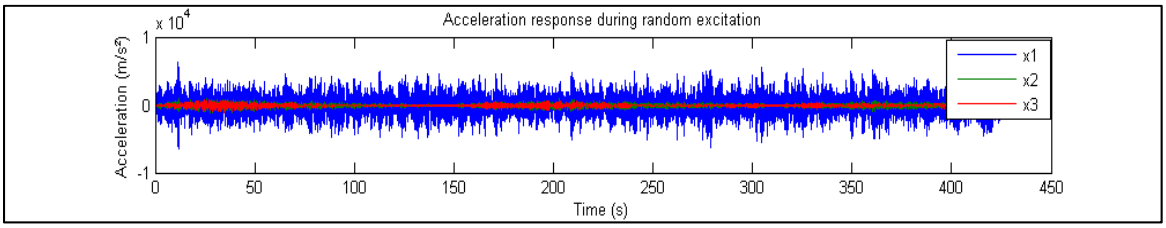


Figure 2.4 Réponses d'accélération du système à 3 DDL

2.2 Essais sur le robot

2.2.1 Robot au repos

Dans cette section, les résultats de l'analyse modale expérimentale (AME) et opérationnelle (AMO) pour le robot au repos sont présentés pour fin de comparaison. Les signaux vibratoires sont mesurés par le système d'acquisition LMS à l'aide des capteurs PCB 352C04 (Fig. 2.5). L'analyse modale opérationnelle est réalisée avec un logiciel MODALAR développé par (Vu *et al.* 2011, Vu *et al.* 2013) qui est basé sur le modèle '*Vector AutoRegressive'* (VAR).

Le test d'impact a été fait sur le robot au repos. La configuration est montrée à la figure 2.6. Les capteurs S1-S8 sont installés sur les joints et les bras du robot. La force d'impact est appliquée par un marteau successivement aux positions S6, S7, S8 dans les 3 directions (S6 : direction x; S7 : direction y; S8 : direction z). Les résultats d'identification par AME et AMO sont montrés ci-dessous.

Figure 2.5 (a) système d'acquisition LMS (b) capteur PCB 352C04
(https://www.plm.automation.siemens.com/en_us/products/lms/testing/scadas/)

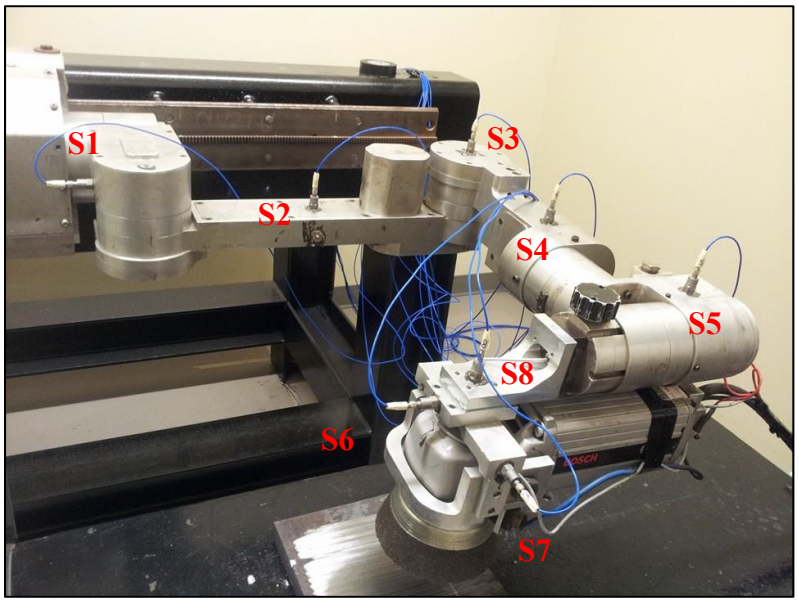


Figure 2.6 Robot SCOMPI statique

2.2.1.1 Direction x

La réponse en fréquence FRF (Frequency Response Function) d'un canal des données est montrée à la Fig. 2.7. 5 impacts sont appliqués et la FRF est obtenue en faisant la moyenne

de ces mesures. Les fréquences propres du robot sont identifiées comme les fréquences montrant un maximum d'amplitude et une phase de 90 degrés.

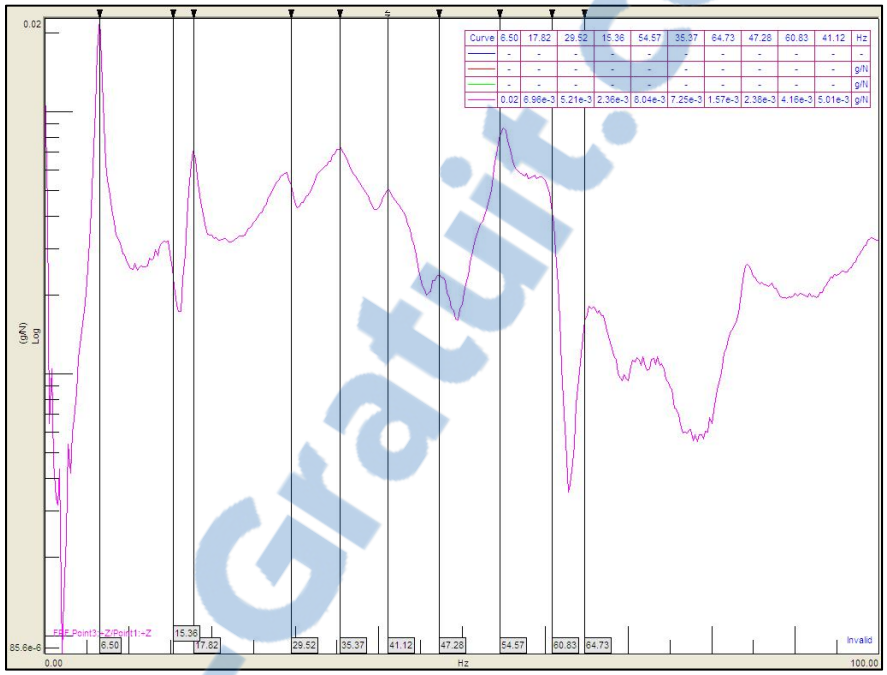


Figure 2.7 FRF obtenu par LMS

Le diagramme de stabilité calculé par MODALAR est montré à la figure 2.8. Dans ce diagramme, les fréquences propres sont identifiées par des lignes droites verticales car elles sont indépendantes de l'ordre du modèle. Les taux d'amortissement correspondants sont calculés par MODALAR (Fig. 2.9). Ce résultat montre qu'un ordre de 40 est suffisant pour trouver les fréquences et taux d'amortissement.

Rapport-Gratuit.com

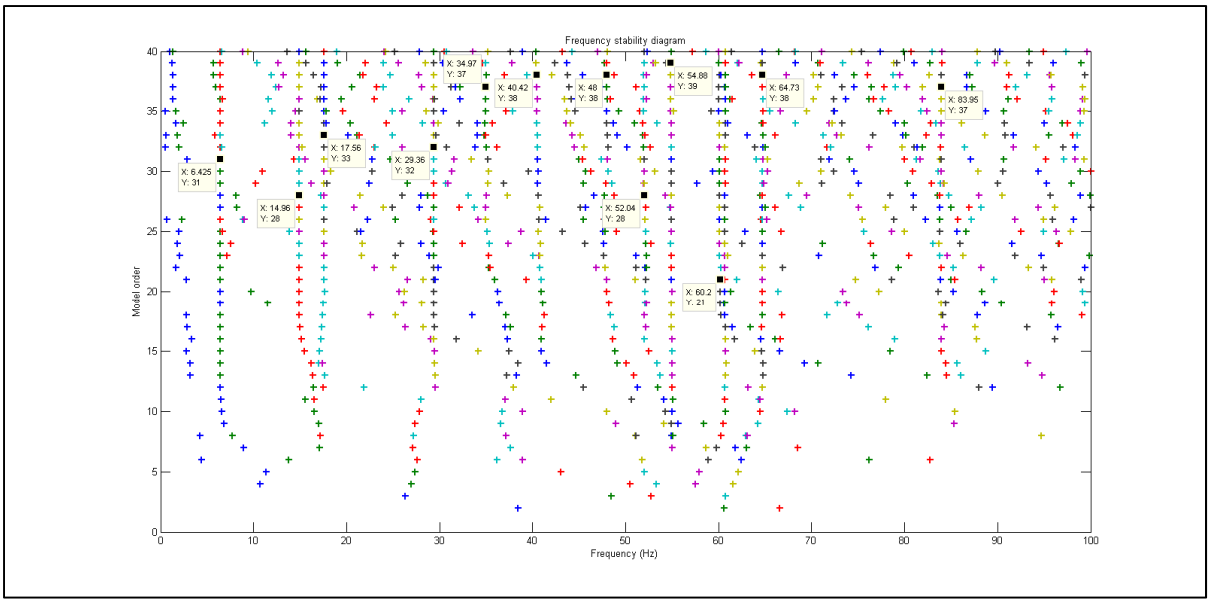


Figure 2.8 Diagramme de stabilité

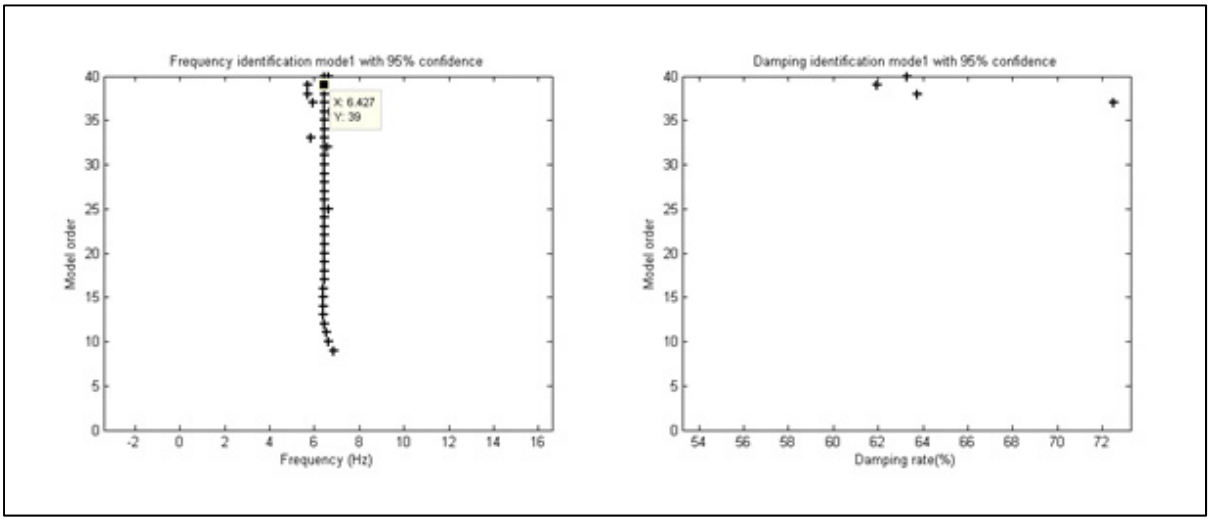
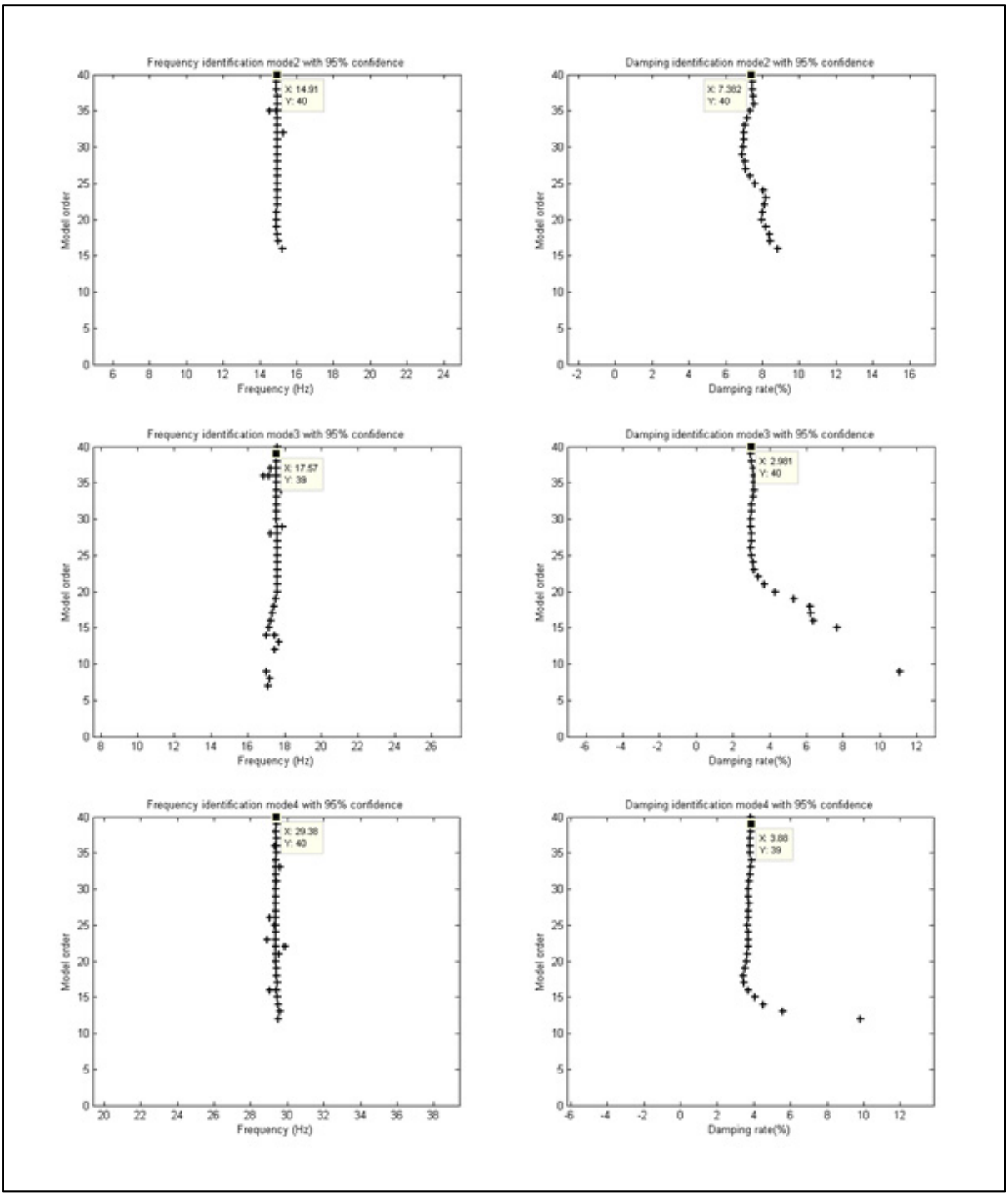


Figure 2.9 Identification par MODALAR

Figure 2.9 (suite)



Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Figure 2.9 (suite)

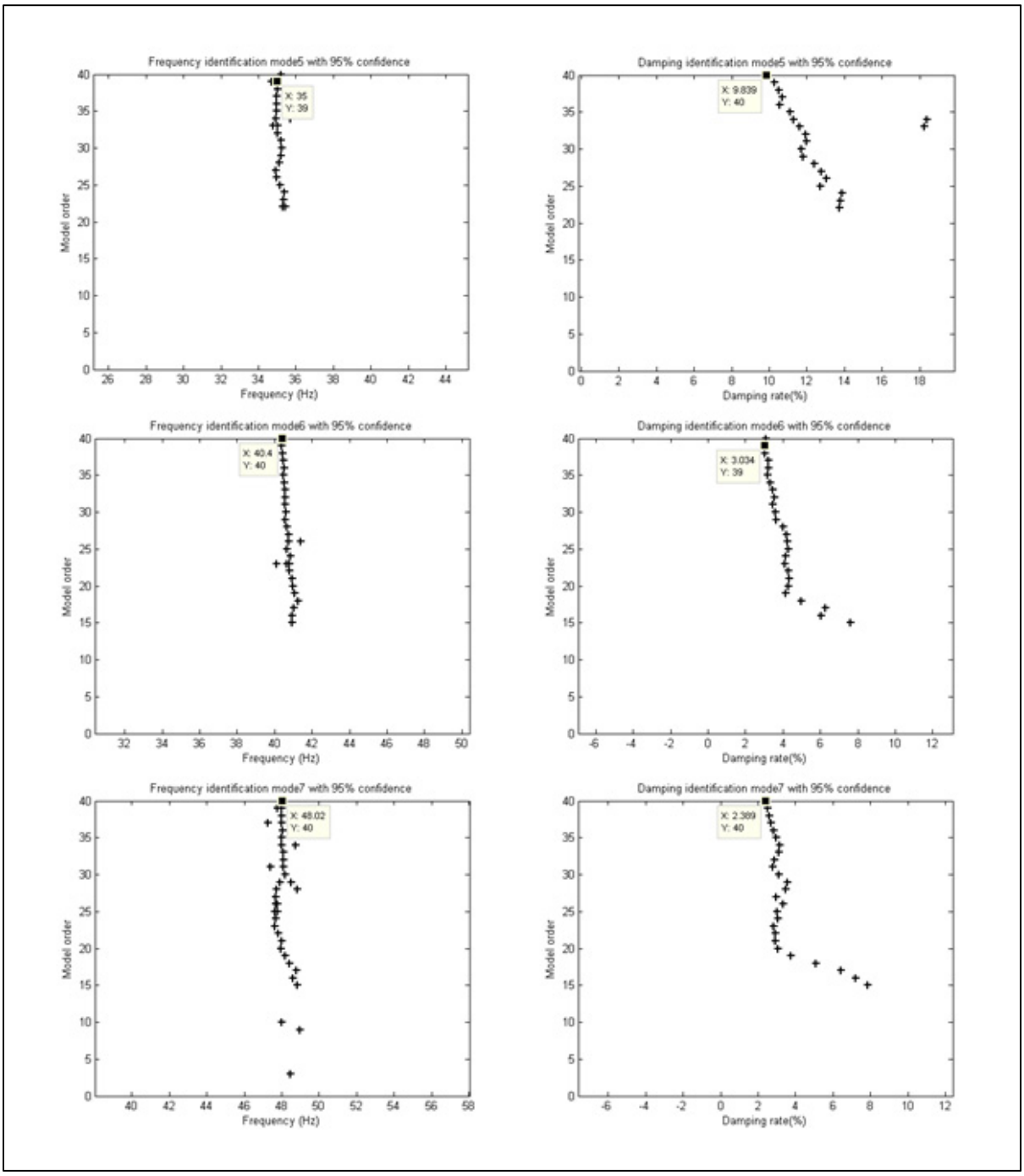


Figure 2.9 (suite)

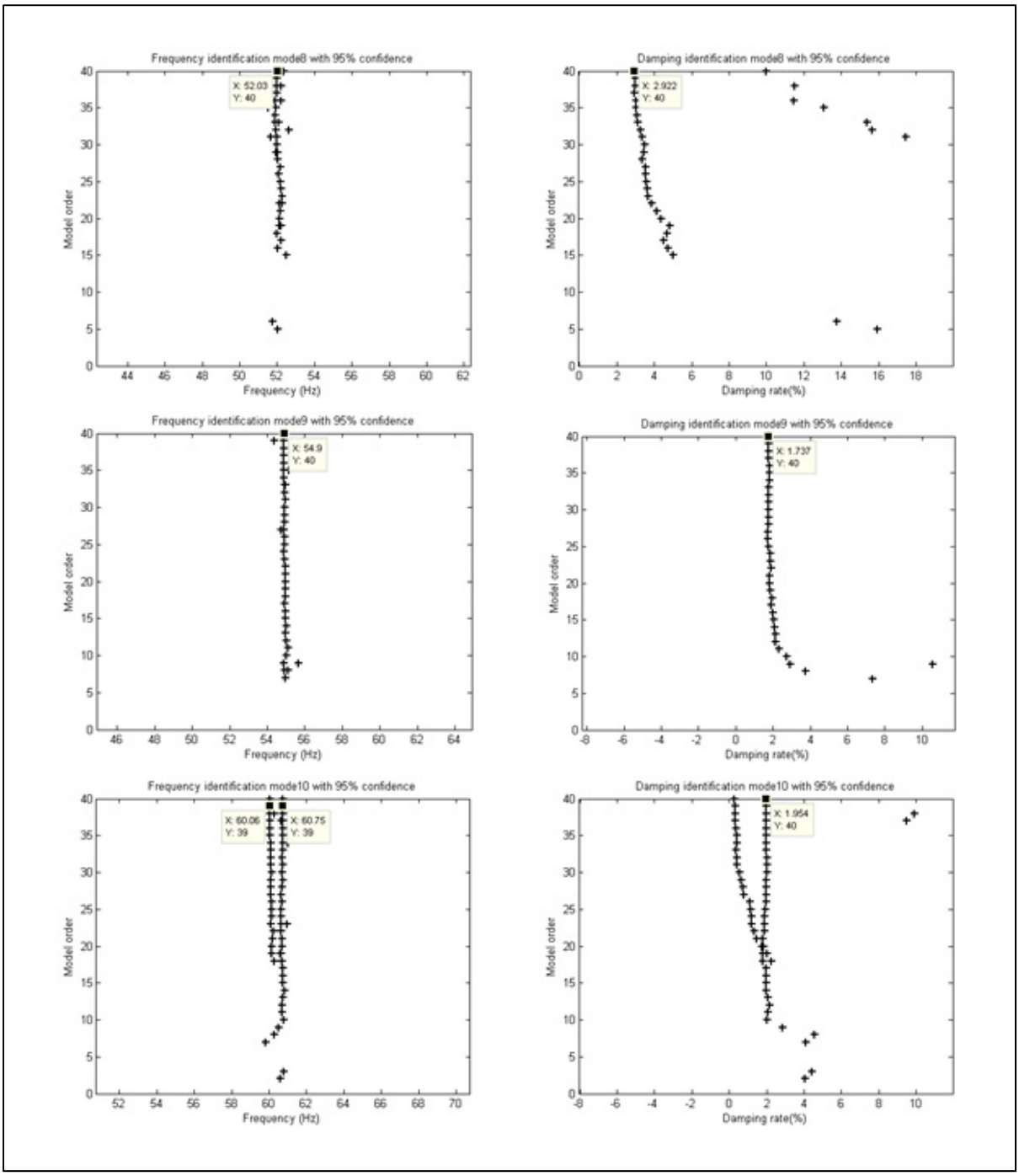
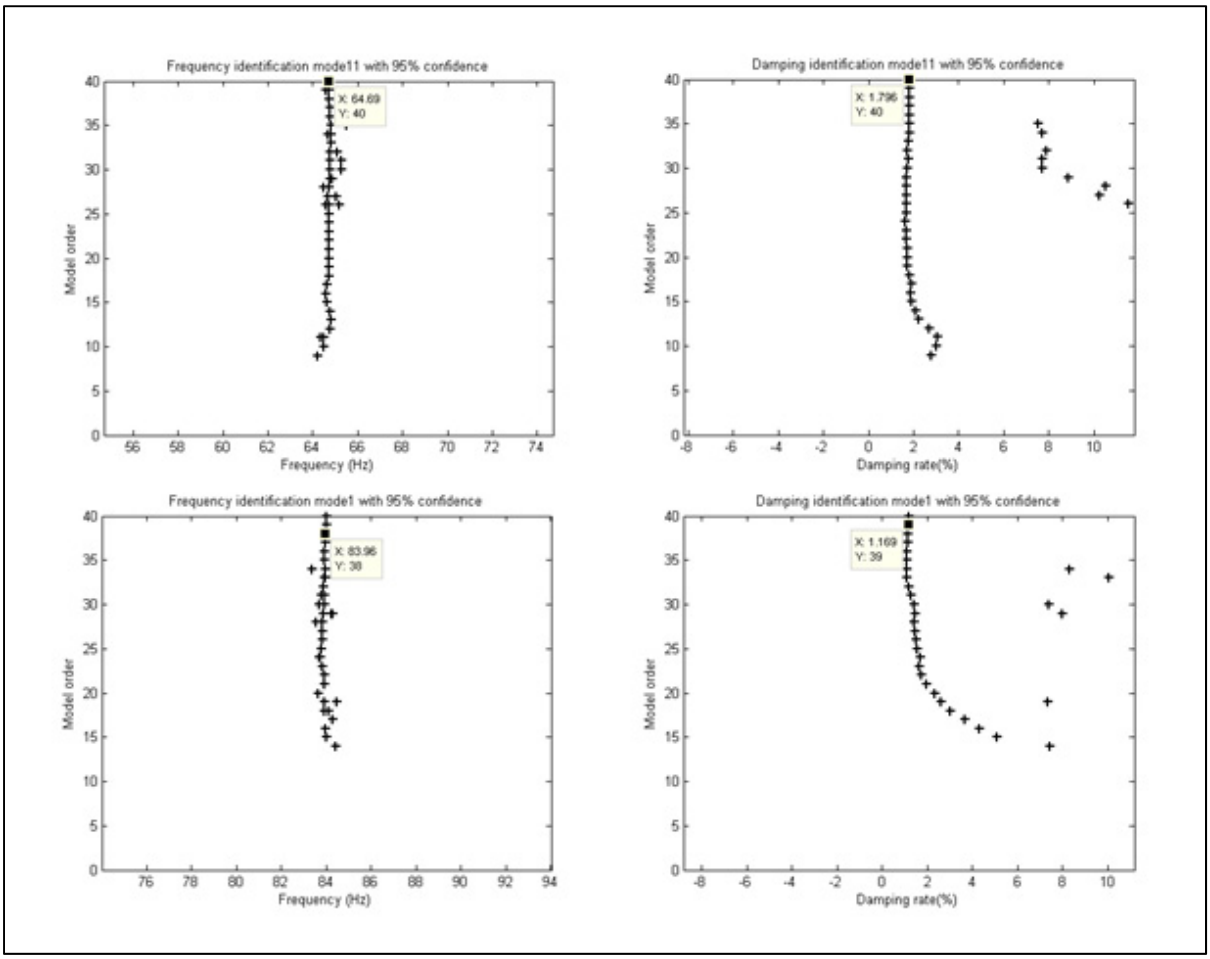


Figure 2.9 (suite)



On constate qu'à certaines fréquences, les taux d'amortissement sont mal identifiés. La fréquence électrique de 60 Hz (proche d'une résonance du système) est identifiée avec un amortissement nul.

2.2.1.2 Direction y

La réponse en fréquence selon la direction y (Fig. 2.10) selon la même procédure que pour la direction x est montrée.

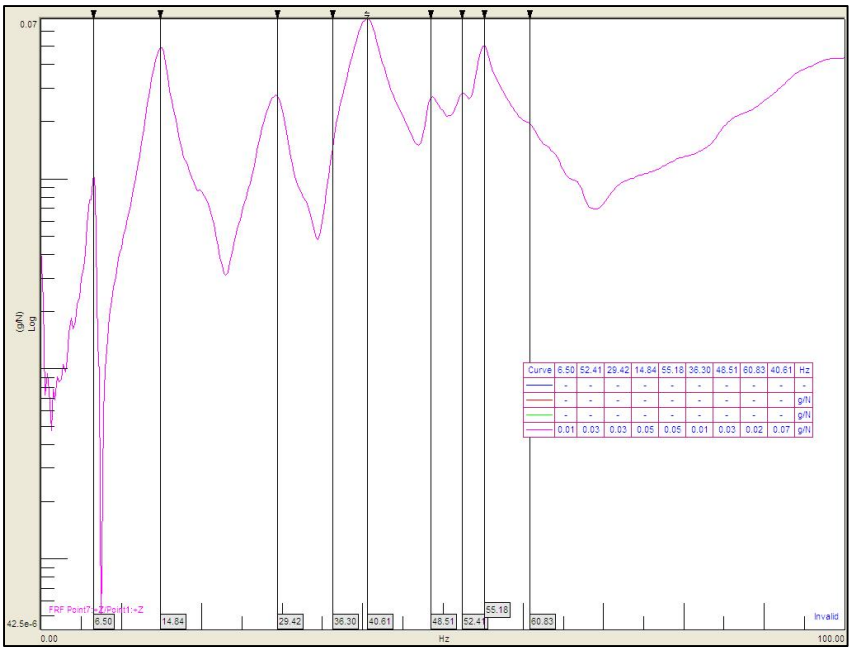


Figure 2.10 FRF obtenu par LMS

Le diagramme de stabilité (Fig. 2.11), les fréquences ainsi que les taux d'amortissement correspondants (Fig. 2.12) selon la même procédure que dans la direction x sont montrés.

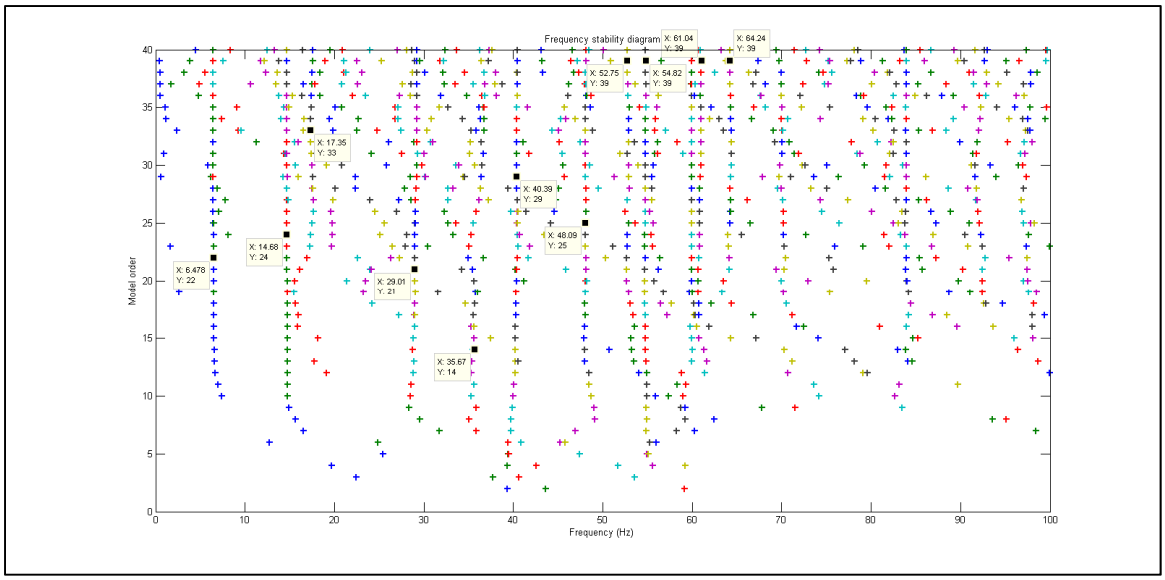


Figure 2.11 Diagramme de stabilité

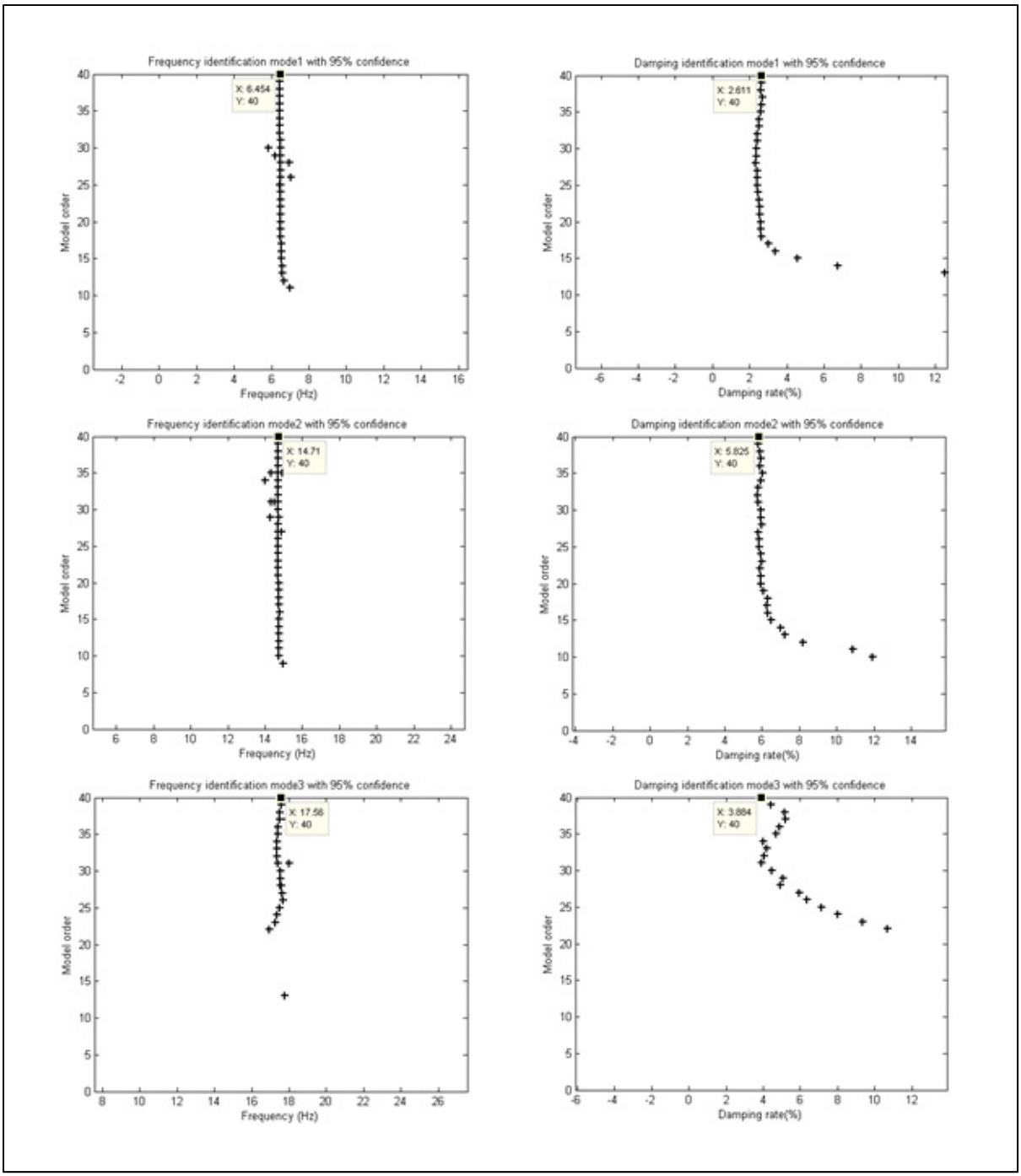


Figure 2.12 Identification par MODALAR

Figure 2.12 (suite)

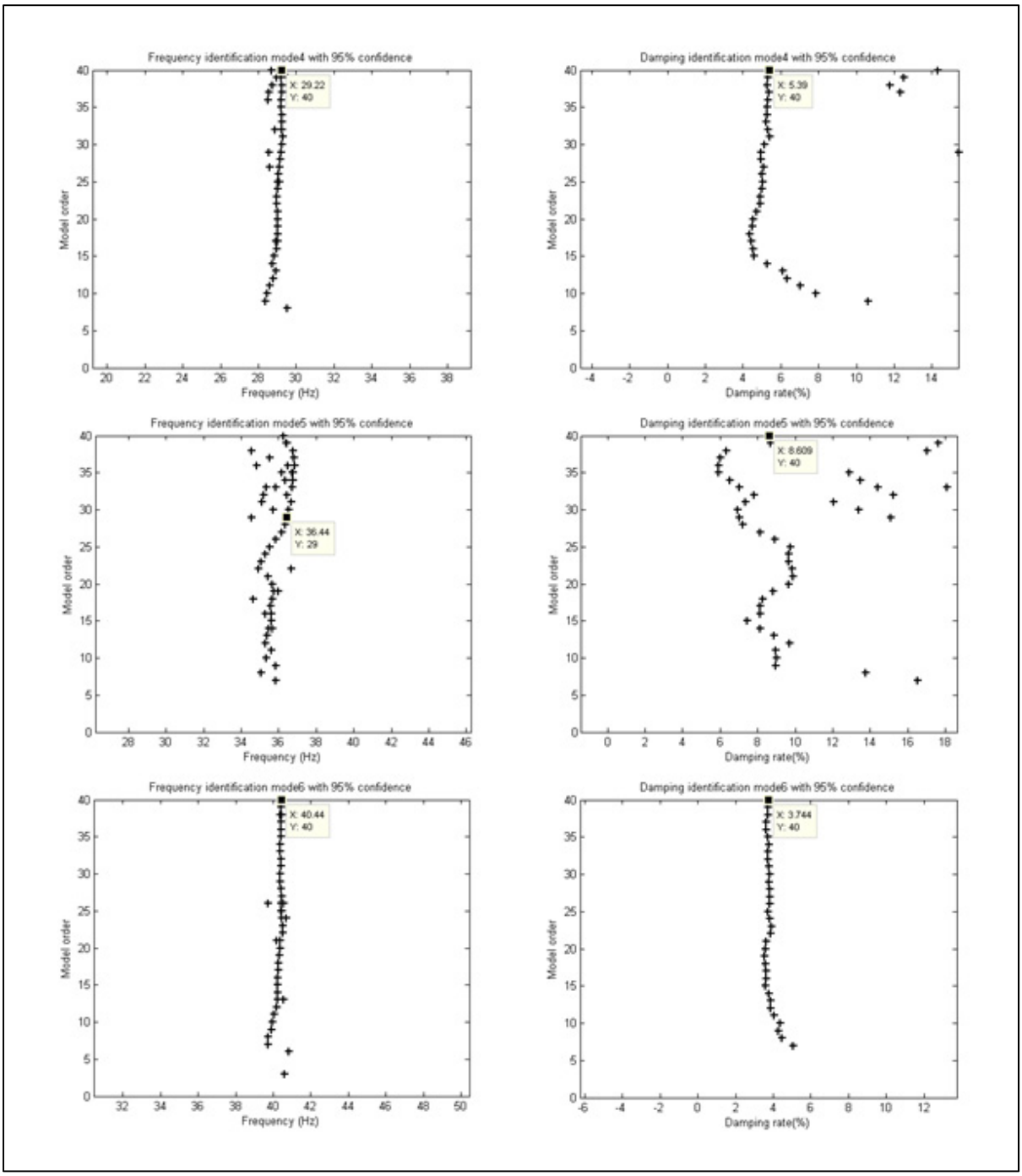


Figure 2.12 (suite)

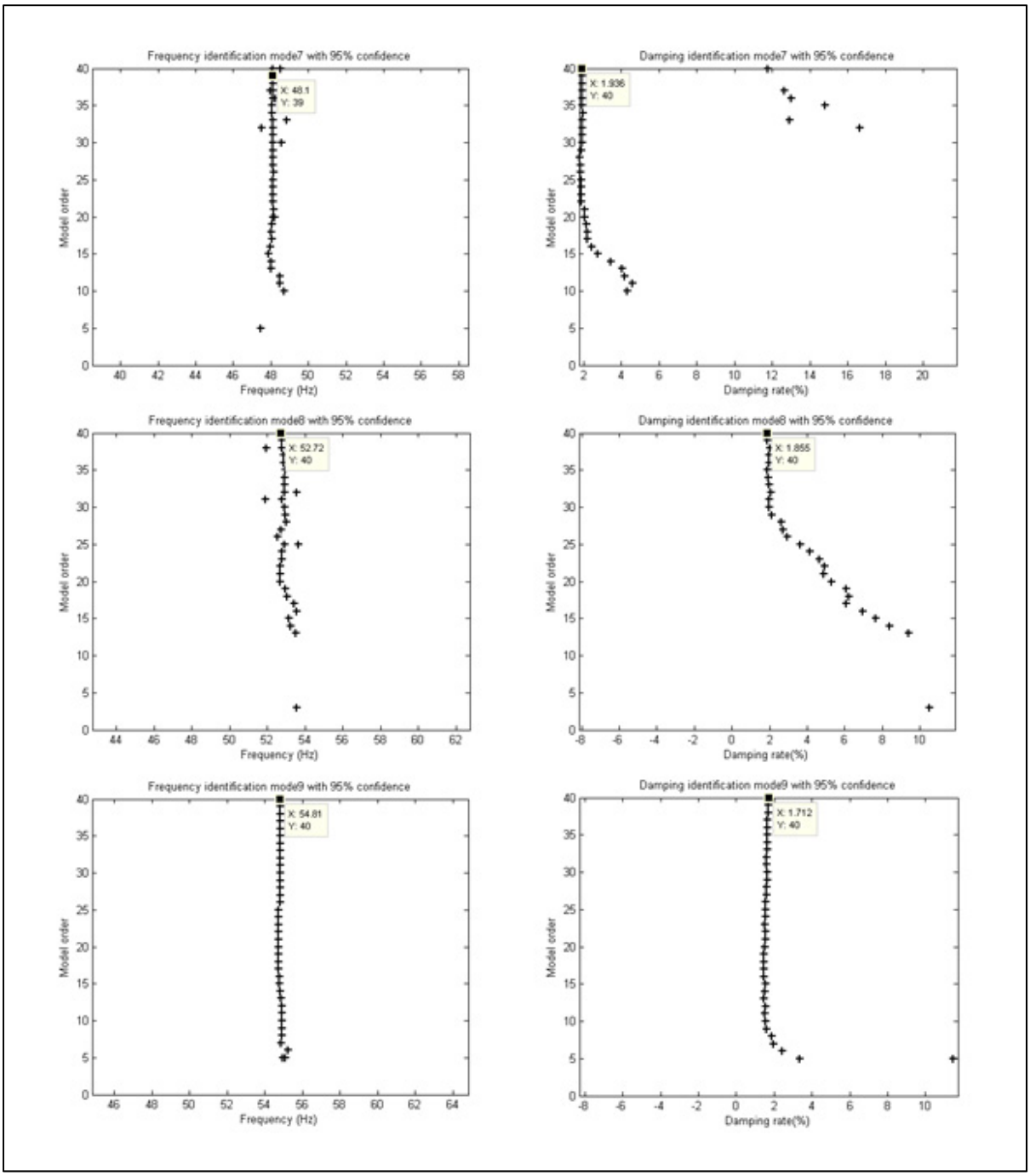
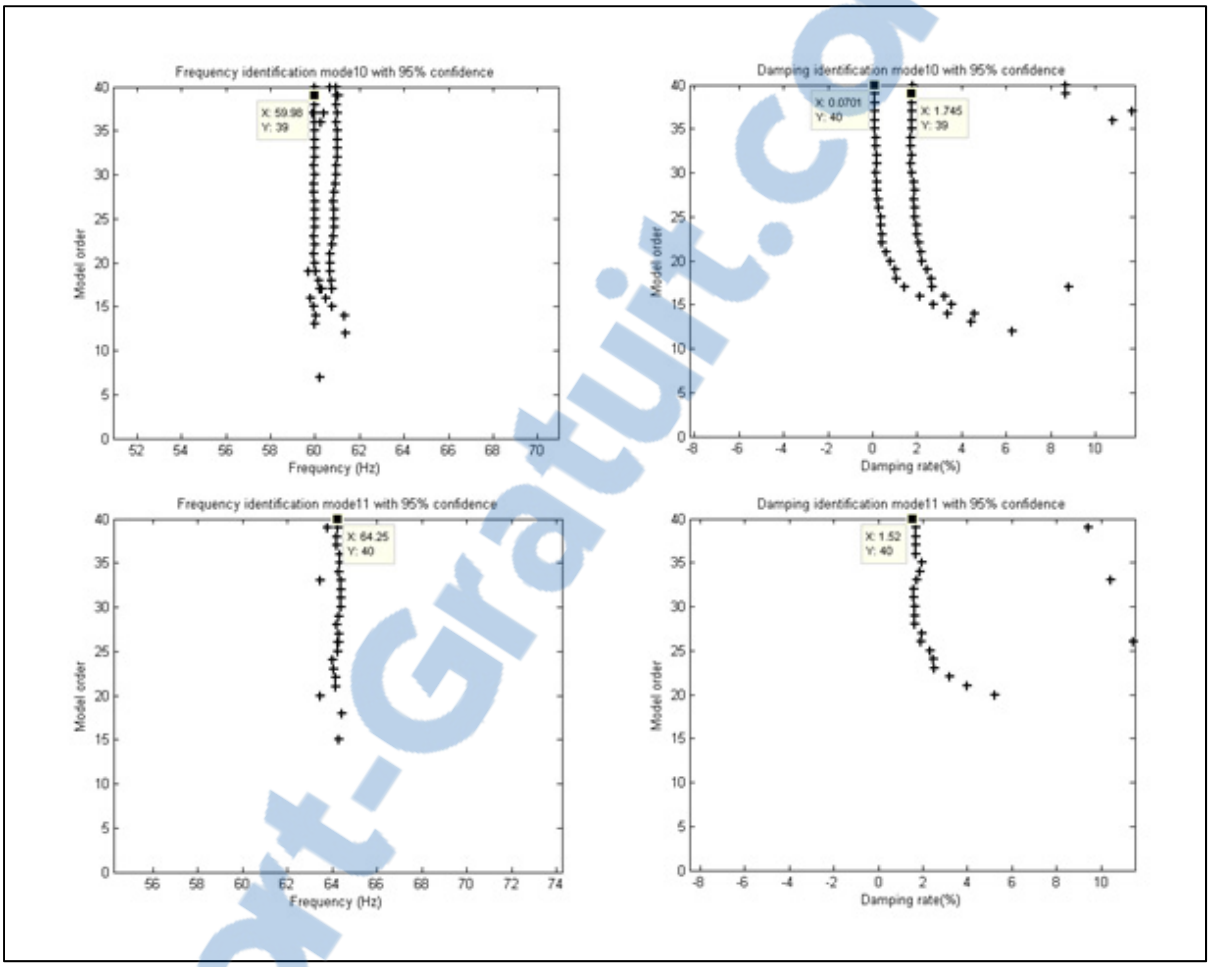


Figure 2.12 (suite)



2.2.1.3 Direction z

La réponse en fréquence (Fig. 2.13) selon la même procédure que dans la direction x est montrée.

Rapport-Gratuit.com

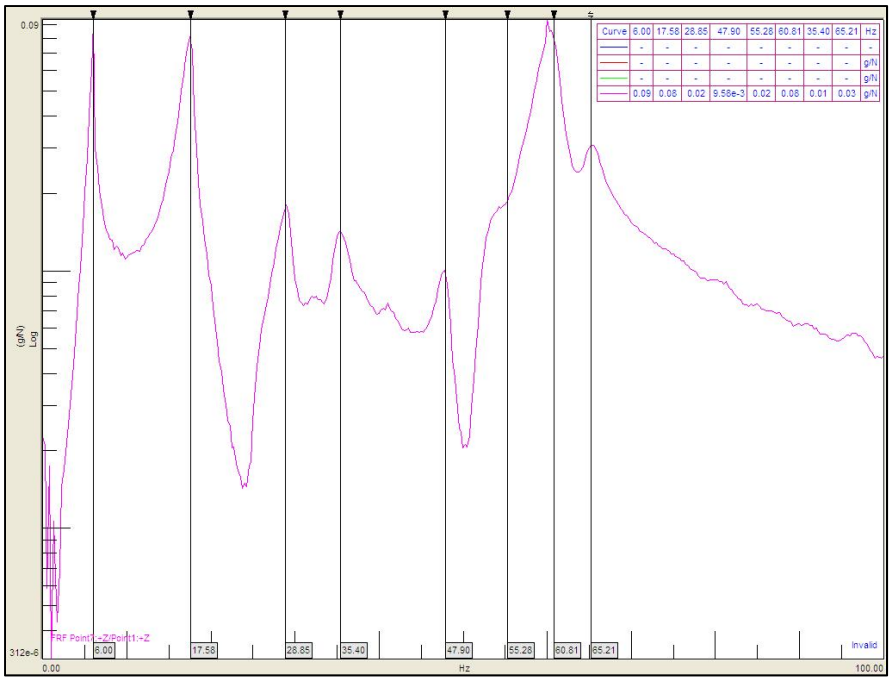


Figure 2.13 FRF obtenu par LMS

Le diagramme de stabilité (Fig. 2.14), les fréquences ainsi que les taux d'amortissement correspondants (Fig. 2.15) selon la même procédure que dans la direction x sont montrés.

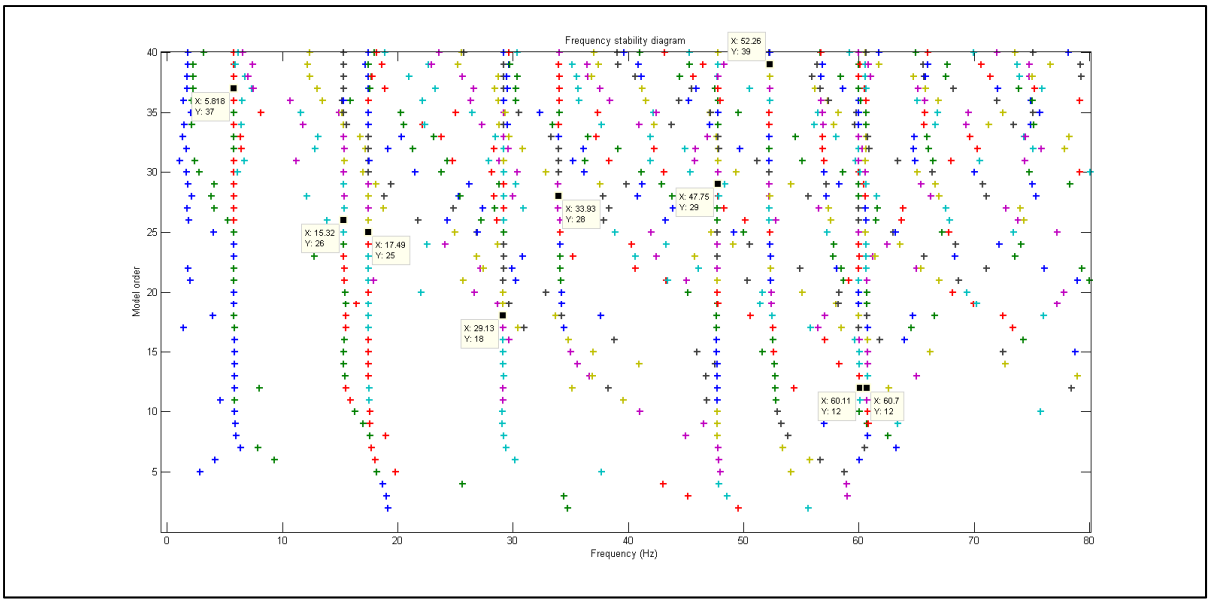


Figure 2.14 Diagramme de stabilité

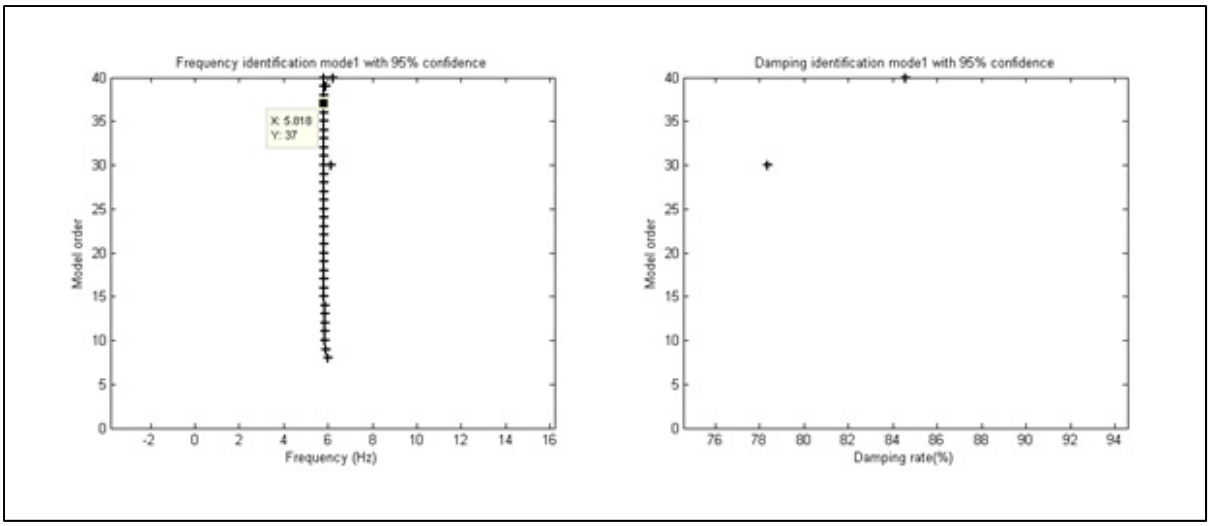


Figure 2.15 Identification par MODALAR

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Figure 2.15 (suite)

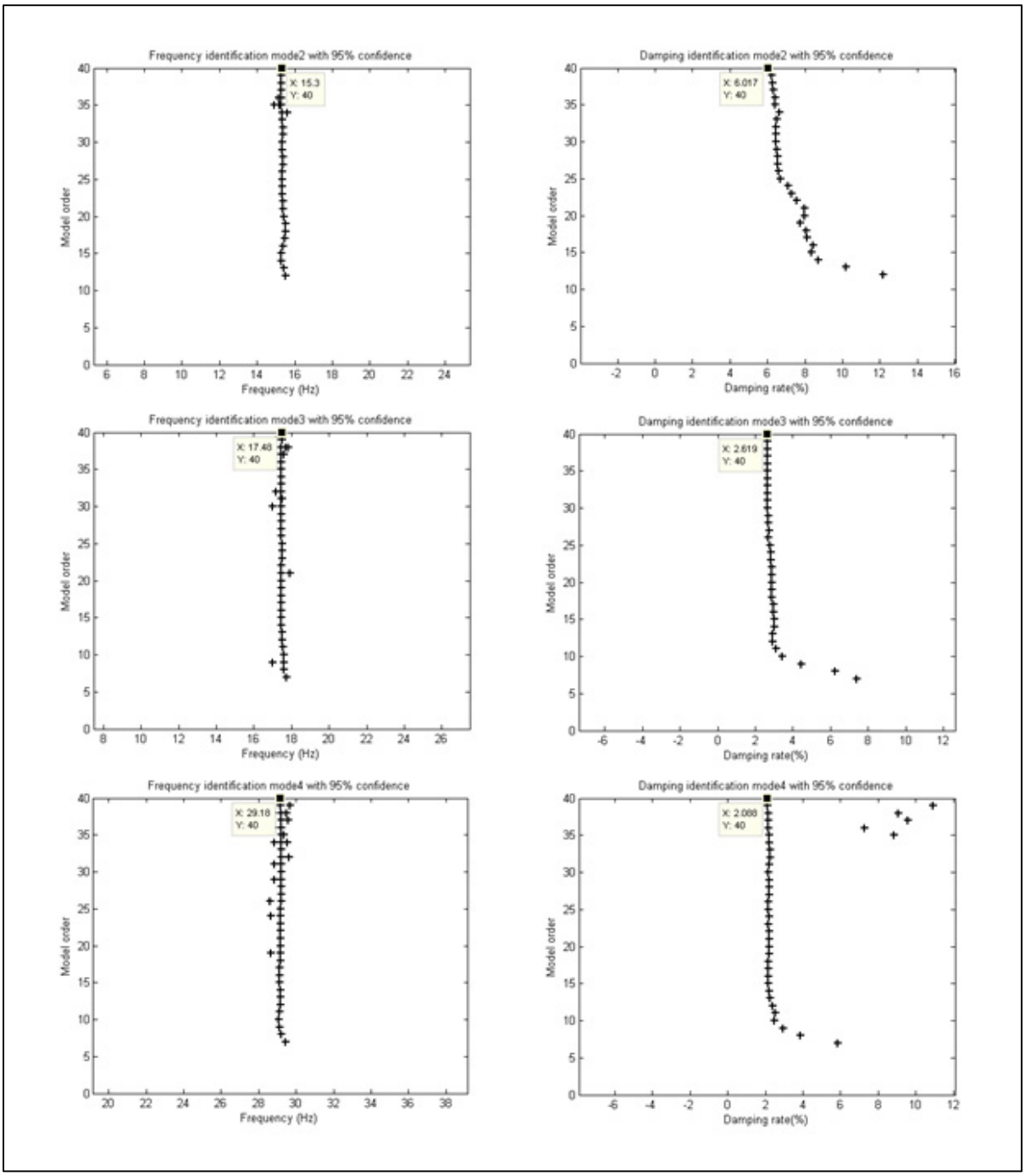


Figure 2.15 (suite)

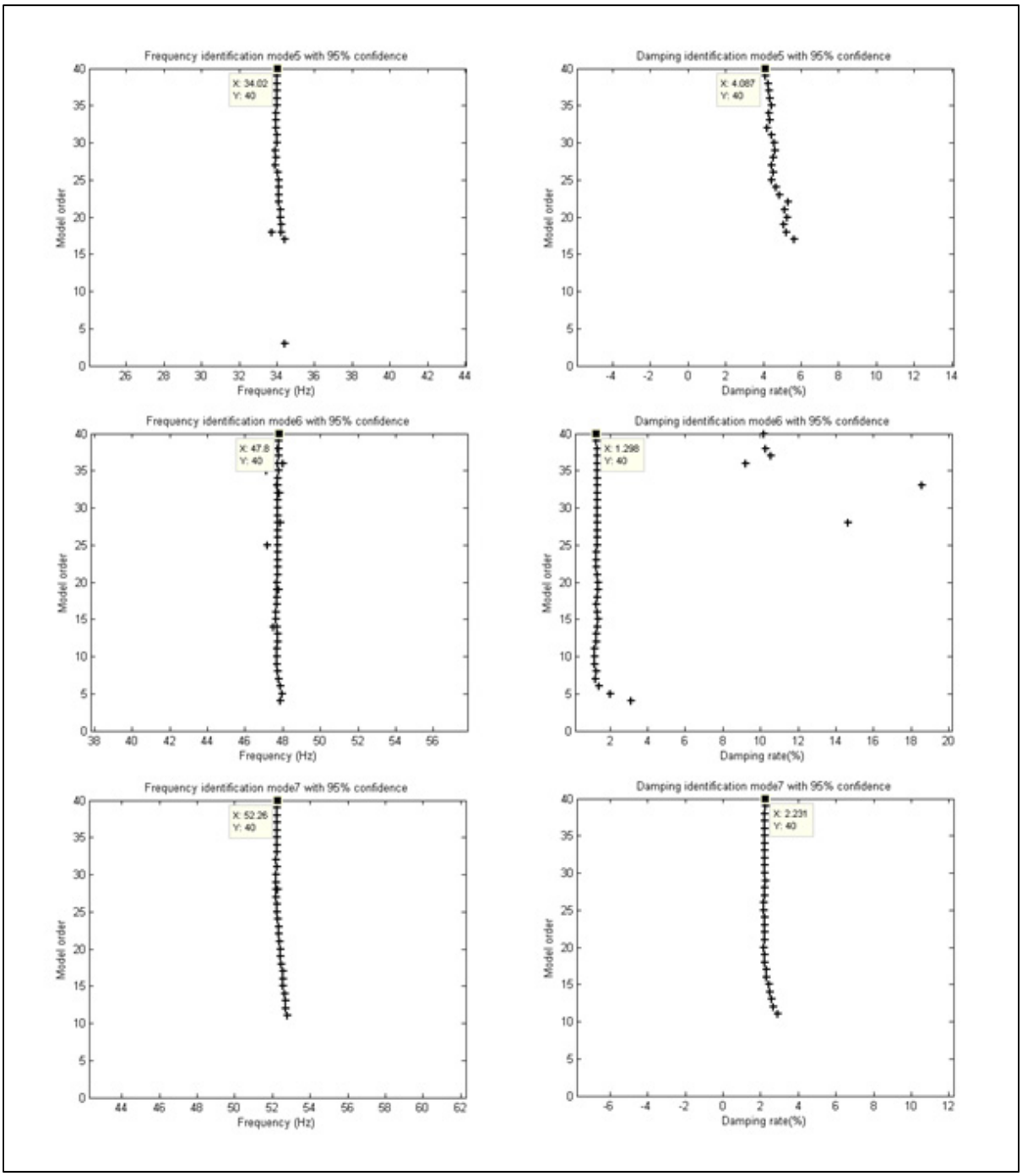
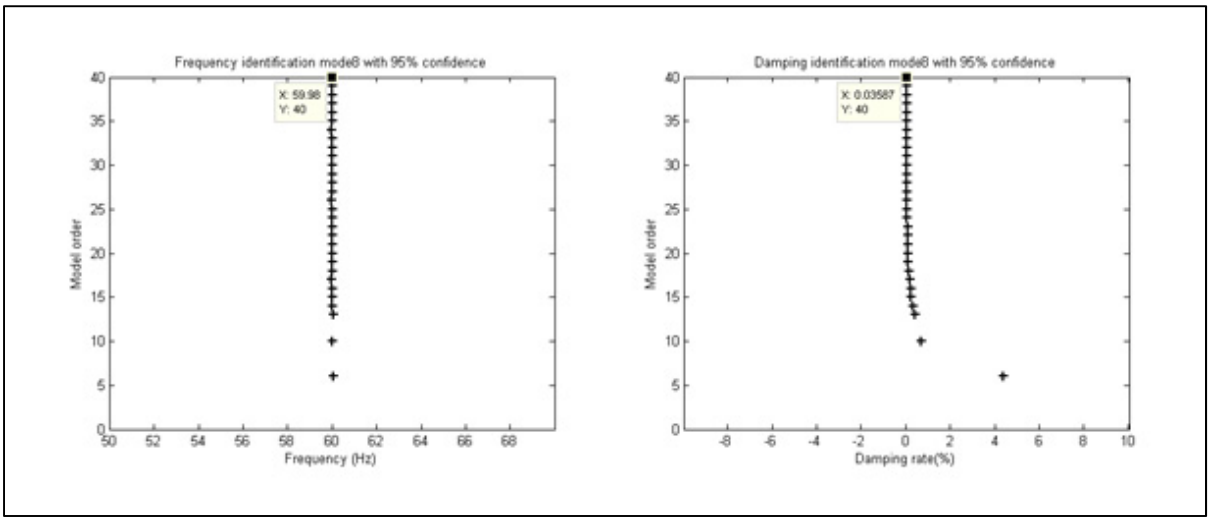


Figure 2.15 (suite)



Une synthèse de tous ces résultats selon les 3 axes est résumée dans les tableaux ci-dessous. Ces tableaux permettent de comparer les résultats obtenus par une analyse modale classique à ceux obtenus par une méthode auto-régressive (Logiciel MODALAR).

	Fréquence (Hz)		Taux d'amortissement (%)
	LMS	MODALAR	MODALAR
1	6.5	6.427	Nan
2	15.36	14.91	7.382
3	17.82	17.57	2.981
4	29.52	29.38	3.88
5	35.37	35	9.839
6	41.12	40.4	3.034
7	47.28	48.02	2.389
8	Nan	52.03	2.922
9	54.57	54.9	1.737
~~10~~	~~60~~	~~60~~	~~0.01~~
11	65.73	64.69	1.796
12	Nan	83.96	1.169
13	119.5	119.5	0.72
14	120	120	0.02
15	146.3	145.2	0.82
16	165.7	165.3	0.55
17	180	180	0
18	240	240	0

Tableau 2.2 Identification de la direction x

	Fréquence (Hz)		Taux d'amortissement (%)
	LMS	MODALAR	MODALAR
1	6.5	6.454	2.611
2	14.84	14.71	5.825
3	Nan	17.56	3.884
4	29.42	29.22	5.39
5	36.30	36.44	8.609
6	40.61	40.44	3.744
7	48.51	48.1	1.936
8	52.41	52.72	1.855
9	55.18	54.81	1.712
~~10~~	~~60~~	~~60~~	~~0.01~~
11	Nan	64.25	1.52
12	84.25	83.91	1.18
13	106.1	106.3	1.622
14	110.8	111.9	1.624
15	118.9	119.6	0.54
16	120	120	0.02
17	145.5	146	0.62
18	180	180	0
19	240	240	0

Tableau 2.3 Identification de la direction y

	Fréquence (Hz)		Taux d'amortissement (%)
	LMS	MODALAR	MODALAR
1	6	5.818	Nan
2	Nan	15.46	6.017
3	17.58	17.49	2.619
4	29.36	29.13	2.088
5	34.99	33.93	4.087
6	48	47.45	1.298
7	53.12	52.26	2.231
~~8~~	~~60~~	~~60~~	~~0.02~~
9	119.4	119.6	0.85
10	120	120	0.02
11	145	145.1	0.76
12	165.2	164.7	0.66
13	180	180	0
14	240	240	0

Tableau 2.4 Identification de la direction z

Selon les résultats ci-dessus (Tab. 2.2-2.4), MODALAR s'avère plus fiable que LMS car MODALAR a trouvé toutes les fréquences alors que certaines fréquences ne sont pas très visibles dans LMS. Si on compare tous les résultats des 3 directions, on s'aperçoit qu'il y a des fréquences excitées dans une direction mais pas dans une autre direction. En combinant les résultats dans les 3 directions, on trouve (Tab. 2.5) :

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

	Fréquence (Hz)	Taux d'amortissement (%)
1	5.821	2.703
2	14.73	5.734
3	17.49	2.918
4	29.28	3.97
5	35.84	3.548
6	48.11	1.852
7	52.28	2.139
8	~~60~~	~~0.01~~
9	64.7	1.78
10	83.83	1
11	119.5	0.72
12	120	0.02
13	145.1	0.76
14	164.7	0.66
15	180	0
16	240	0

Tableau 2.5 Résultat complet combinant les 3 directions

2.2.2 Robot en mouvement

Dans ce cas, une trajectoire droite pour la meuleuse entre la configuration initiale et finale est marquée en blanc sur la pièce à usiner : une plaque métallique (Fig. 2.16). Le système est clairement non stationnaire, car sa configuration change continuellement en temps, selon sa position à chaque instant. Huit capteurs piézoélectriques du modèle PCB-352C34 sont utilisés pour mesurer les accélérations à huit positions sur le robot: trois sur l'extrémité du robot (S6-S8) pour capturer la vibration en trois directions à l'extrémité; trois sur les articulations (S1, S3, S5) pour obtenir les informations des articulations sur la flexibilité en torsion; deux aux milieux des bras (S2, S4) pour obtenir les informations sur la flexibilité en

flexion. La mesure se fait à l'aide du système d'acquisition de données LMS pour une durée totale de 8 s à la fréquence d'échantillonnage de 512 Hz. Afin de minimiser les effets d'initialisation, les 520 premiers échantillons sont abandonnés. Le signal utilisé pour l'identification est représenté dans Fig. 2.17.

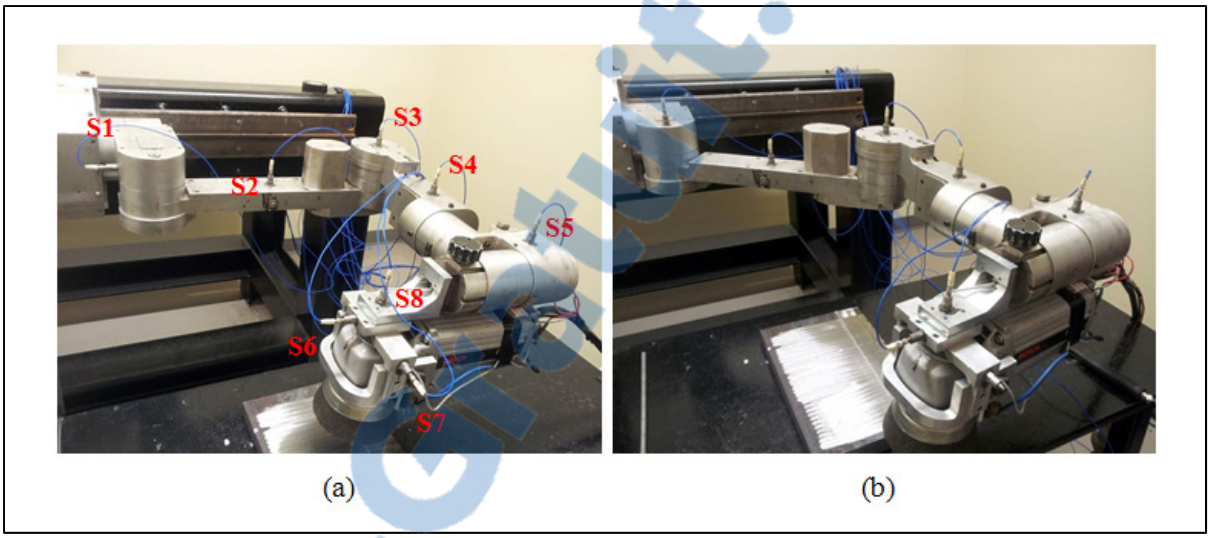


Figure 2.16 Installation de l'essai du robot :
(a) position initiale (b) position finale

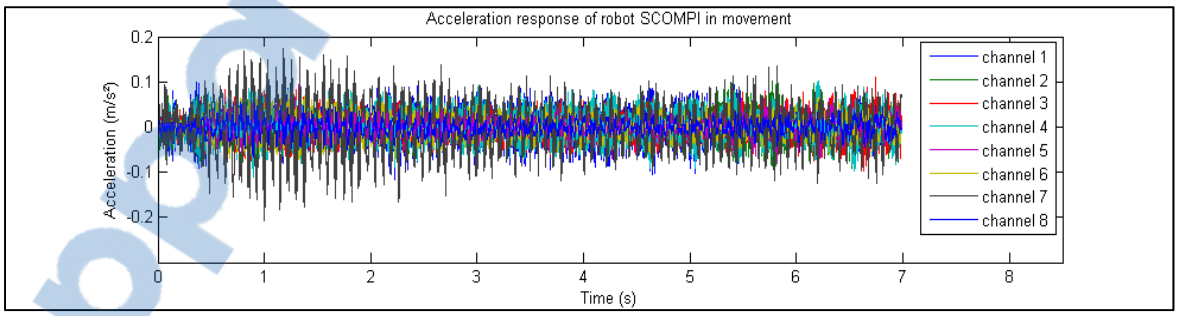


Figure 2.17 Réponse d'accélération du robot SCOMPI

Rapport-Gratuit.com

CHAPITRE 3

EXTRACTION DES PARAMÈTRES MODAUX DE SYSTÈMES NON STATIONNAIRES PAR LE MODÈLE '*ADAPTABLE FUNCTIONAL SERIES VECTOR TIME-DEPENDENT AUTOREGRESSIVE'*

3.1 Résumé

Ce chapitre présente une méthode pour l'extraction des paramètres modaux de systèmes non stationnaires par le modèle '*Adaptable Functional Series Vector Time-dependent Autoregressive'* (AFS-VTAR). Dans l'application pratique du modèle AFS-VTAR, les paramètres modaux et les paramètres parasites sont mélangés ensemble dans le résultat. En vue d'extraire les vrais paramètres modaux, une nouvelle méthode basée sur la décomposition en valeurs propres de la matrice d'état construite dans AFS-VTAR est proposée. L'efficacité de la méthode proposée est démontrée premièrement par simulation numérique appliquée sur un système non stationnaire à 3 degrés de liberté, et puis par un test expérimental sur un robot flexible en mouvement.

3.2 Introduction

Au cours des dernières décennies, le modèle '*functional series time-dependent autoregressive*' (FS-TAR) (Spiridonakos et al. 2014) a été appliqué dans beaucoup de domaines, comme par exemple, l'analyse des vibrations, le diagnostic de défaut (Spiridonakos et al. 2009) et des applications en contrôle (Xie et al. 1983), du fait de sa capacité de résolution élevée (Conforto et al. 1999, Petsounis et al. 2000). Récemment, un nouveau modèle adaptable '*functional series time-dependent autoregressive*' (AFS-TAR) en utilisant la fonction B-spline et la fonction trigonométrique comme fonctions de base a été proposé. Cette méthode a prouvé son efficacité pour l'identification (Spiridonakos et al. 2014). Toutefois en pratique, il y a toujours du bruit de mesure et un ordre élevé du modèle AFS-TAR est nécessaire pour obtenir un bon résultat dans l'identification. Dans un tel cas, les paramètres modaux et les paramètres parasites se mélangent ensemble dans le résultat. Ce

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

problème existe aussi dans d'autres méthodes d'identification du domaine temporel (Verboven et al. 2002, Guillaume et al. 2003, Vanlanduit et al. 2003, Bakir 2011, Liu et al. 2013, Vu et al. 2013).

Afin de discerner le vrai du faux, de nombreuses méthodes d'identification ont été proposés pour les signaux stationnaires, y compris le diagramme de stabilité qui est largement utilisé (Verboven et al. 2002, Guillaume et al. 2003, Vanlanduit et al. 2003, Spiridonakos et al. 2009, Vu et al. 2010, Bakir 2011, Liu et al. 2013, Vu et al. 2013, Avendano-Valencia et al. 2014), Modal Assurance Criterion (MAC) (Allemang 2003, Chiang et al. 2011), modal signal-to-noise (MSN) (Pandit 1991, Vu et al. 2013), fuzzy clustering (Verboven et al. 2002, Guillaume et al. 2003, Vanlanduit et al. 2003), etc.

D'un autre côté, le nombre de méthodes pour les signaux non stationnaires est encore limité. La méthode la plus commune consiste à utiliser le diagramme de stabilité à chaque instant comme pour les signaux stationnaires (Liu et al. 2013, Avendano-Valencia et al. 2014, Su et al. 2014, Huang et al. 2016). Bien que cette méthode soit facile à utiliser, cela prend beaucoup de temps et n'est pas adapté au le suivi en temps réel pour des paramètres variant en temps. Aussi, le diagramme de stabilisation peut être contaminé par de nombreux résultats erronés. Dans de tels cas, cette méthode peut alors être difficile à appliquer.

Récemment une autre méthode appliquant le 'fuzzy clustering' a été proposée pour les signaux non stationnaires (Zhou et al. 2014, Zhou et al. 2015). Le but de cette méthode est de déterminer les prototypes et les adhésions correspondantes de manière récursive. Les prototypes représentent les fréquences naturelles réelles. De toutes les fréquences identifiées, celles correspondant à un prototype sont déterminées comme les adhésions de ce prototype. Cette méthode a prouvé son efficacité dans les cas étudiés (Zhou et al. 2014, Zhou et al. 2015). Un inconvénient de cette méthode est que la détermination des prototypes et des adhésions peuvent être confondues pour un ordre élevé du modèle, surtout lorsque le système a des fréquences naturelles proches.

Dans ce chapitre, la version vectorielle du modèle AFS-VTAR (Spiridonakos et al. 2014), pour l'analyse simultanée de plusieurs signaux non stationnaires est adoptée. Aussi un nouvel indice "Time-dependent modal signal-to-noise" (TMSN) est proposé pour le modèle AFS-VTAR.

Ce chapitre est organisé comme suit. La formulation du modèle AFS-VTAR est brièvement présentée dans la section 3.3. L'indice proposé TMSN pour l'extraction des paramètres modaux est présenté en détail dans la section 3.4. Dans la section 3.5, l'efficacité de TMSN est démontrée avec succès, premièrement par une simulation numérique appliquée sur un système non stationnaire à 3 degrés de liberté, et puis par un test expérimental sur un robot flexible en mouvement. Une conclusion est donnée à la section 3.6.

3.3 Formulation du modèle AFS-VTAR

Le modèle VTAR (vector time-dependent autoregressive) pour un signal non stationnaire $\boldsymbol{x}[t]$ de N échantillons prend la forme (Spiridonakos et al. 2009, Zhou et al. 2015):

$$\boldsymbol{x}[t] + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{A}_i[t] \cdot \boldsymbol{x}[t-i] = \boldsymbol{e}[t] \tag{3.1}$$

où t signifie le temps discret normalisé, $\boldsymbol{x}[t]_{(k\times 1)}$ le signal de réponse vectoriel non stationnaire (k le nombre des canaux du signal), n l'ordre de la partie autorégressive (AR), $\boldsymbol{e}[t]_{(k\times 1)}$ la séquence d'erreur résiduel et $\boldsymbol{A}_i[t]_{(k\times k)}$ la matrice du paramètre du modèle VTAR dont les éléments sont définis comme $a_{lm}^{i}[t]$ où $l, m = 1, \dots, k$.

En vue d'estimer les paramètres inconnus du modèle $\boldsymbol{A}_i[t]$, qui dépendent du temps, une structure déterminée est imposée sur $\boldsymbol{A}_i[t]$ selon la méthode Functional Series (Poulimenos and Fassois 2006, Spiridonakos and Fassois 2014), Les éléments de $\boldsymbol{A}_i[t]$: $a_{lm}^{i}[t]$ sont projetés explicitement sur un sous-espace fonctionnel spécifique défini par une fonction de base déterministe $G_j[t]$ (Niedźwiecki 2000, Poulimenos et al. 2006, Spiridonakos et al. 2014) :

$$a_{lm}^{i}[t] = \sum_{j=1}^{p} a_{lm}^{ij} \cdot G_j[t] \tag{3.2}$$

où a_{lm}^{ij} sont les coefficients inconnus à identifier et p est la dimension de base.

La sélection d'une fonction de base propre $G_j[t]$ est un sujet vaste et il n'y a pas de règle stricte à sa sélection. En général, la sélection devrait être basée sur la propriété du signal qui peut changer rapidement ou lentement, doucement ou brutalement (Pacheco et al. 2002, Zou et al. 2003, Asutkar et al. 2009, Su et al. 2014, Martel et al. 2015). Dans le modèle AFS-VTAR mentionné dans l'introduction, la fonction B-spline et la fonction trigonométrique déclinant sont sélectionnées en tant que $G_j[t]$ (Spiridonakos et al. 2014). Ces deux fonctions peuvent s'adapter à différents types de signal, de sorte que la procédure d'identification peut être autonome. Dans ce chapitre, la version vectorielle du modèle AFS-TAR utilisant B-spline est adoptée (Spiridonakos et al. 2014).

Une fois que $G_j[t]$ est sélectionné, les coefficients invariants a_{lm}^{ij} peuvent être estimés par la méthode des moindres carrés. La matrice du paramètre du modèle $\boldsymbol{A}_i(t)$ à l'instant t peut alors être calculée par l'équation (3.2) et la matrice d'état $\boldsymbol{\Phi}(t)$ peut être construite (Pandit 1991, Vu et al. 2011, Vu et al. 2013) :

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{A}_1[t] & -\boldsymbol{A}_2[t] & -\boldsymbol{A}_3[t] & \cdots & -\boldsymbol{A}_n[t] \\ \boldsymbol{I} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{I} & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{I} & 0 \end{pmatrix}_{kn \times kn} \tag{3.3}$$

L'équation (3.4) représente la décomposition d'une matrice en éléments propres de $\boldsymbol{\Phi}(t)$.

$$\boldsymbol{L}(t) \times \boldsymbol{\lambda}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t) \times \boldsymbol{L}(t) \tag{3.4}$$

où $\boldsymbol{\lambda}(t)$ est la matrice diagonale des valeurs propres complexes conjuguées $\lambda_i[t]$ et $\boldsymbol{L}(t)$ est la matrice des vecteurs propres dont les colonnes sont les vecteurs propres complexes conjugués correspondants comme dans les équations (3.5) et (3.6) :

$$\boldsymbol{\lambda}(t) = \begin{pmatrix} \lambda_1[t] & & & & \\ & \lambda_2[t] & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \lambda_{kn-1}[t] & \\ & & & & \lambda_{kn}[t] \end{pmatrix}_{kn\times kn} \tag{3.5}$$

$$\boldsymbol{L}(t) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{l}_1[t]\cdot\lambda_1^{n-1}[t] & \boldsymbol{l}_2[t]\cdot\lambda_2^{n-1}[t] & \cdots & \boldsymbol{l}_{kn}[t]\cdot\lambda_{kn}^{n-1}[t] \\ \boldsymbol{l}_1[t]\cdot\lambda_1^{n-2}[t] & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \boldsymbol{l}_1[t] & \boldsymbol{l}_2[t] & \cdots & \boldsymbol{l}_{kn}[t] \end{pmatrix}_{kn\times kn} \tag{3.6}$$

Les fréquences propres $fn_i(t)$ et les taux d'amortissement $\zeta_i(t)$ à l'instant t peuvent être calculés de $\lambda_i[t]$ par les équations (3.7) et (3.8) (Pandit 1991, Vu et al. 2011, Vu et al. 2013) :

$$fn_i(t) = \frac{\sqrt{Re^2(\lambda_i[t])+Im^2(\lambda_i[t])}}{2\pi} \tag{3.7}$$

$$\zeta_i(t) = -\frac{Re(\lambda_i[t])}{2\pi\cdot fn_i(t)} \tag{3.8}$$

3.4 Extraction des modes structuraux

3.4.1 Partie déterministe et stochastique du signal

Selon les équations (3.3)-(3.8), le nombre de paramètres modaux identifiés est is kn. Comme il est mentionné dans l'introduction, les résultats identifiés contiennent à la fois les paramètres modaux et les paramètres parasites. Afin de présenter la méthode d'extraction des paramètres modaux proposée dans ce chapitre, nous commençons d'exprimer l'équation (3.1) sous la forme d'états avec $\boldsymbol{I}$, la matrice unité de dimension k par k (Pandit 1991) :

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{x}[t] \\ \boldsymbol{x}[t-1] \\ \boldsymbol{x}[t-2] \\ \cdots \\ \boldsymbol{x}[t-n+1] \end{pmatrix}_{kn\times 1} = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{A}_1[t] & -\boldsymbol{A}_2[t] & -\boldsymbol{A}_3[t] & \cdots & -\boldsymbol{A}_n[t] \\ \boldsymbol{I} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{I} & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{I} & 0 \end{pmatrix}_{kn\times kn} \cdot \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}[t-1] \\ \boldsymbol{x}[t-2] \\ \boldsymbol{x}[t-3] \\ \cdots \\ \boldsymbol{x}[t-n] \end{pmatrix}_{kn\times 1} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}[t] \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}_{kn\times 1} \tag{3.9}$$

La forme compacte de l'équation (3.9) est :

$$\boldsymbol{Y}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t) \cdot \boldsymbol{Y}(t-1) + \boldsymbol{E}(t) \tag{3.10}$$

où $\boldsymbol{\Phi}(t)$ est la matrice d'états définie dans l'équation (3.3) et

$$\boldsymbol{Y}(t) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}[t] \\ \boldsymbol{x}[t-1] \\ \boldsymbol{x}[t-2] \\ \cdots \\ \boldsymbol{x}[t-n+1] \end{pmatrix}_{kn\times 1} \tag{3.11}$$

$$\boldsymbol{E}(t) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}[t] \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}_{kn\times 1} \tag{3.12}$$

Dans l'équation (3.10), la terme $\boldsymbol{\Phi}(t) \cdot \boldsymbol{Y}(t-1)$ est la partie déterministe de $\boldsymbol{Y}(t)$. Puisque une fois que la condition initiale de $\boldsymbol{Y}(t)$ est connue (normalement définie comme $\boldsymbol{Y}(0)$), toutes les valeurs consécutives de $\boldsymbol{Y}(t)$ peuvent être estimées par $\boldsymbol{\Phi}(t)$. D'un autre côté, $\boldsymbol{E}(t)$ est la partie stochastique de $\boldsymbol{Y}(t)$ qui représente le bruit stochastique dans la modélisation. La définition en détail de ces deux parties a été introduite par (Pandit 1991). En vue de

décomposer $\boldsymbol{Y}(t)$ en parties déterministe et stochastique, $\boldsymbol{Y}(t)$ doit être décomposé selon sa condition initiale $\boldsymbol{Y}(0)$.

On commence par $t = 0$ par l'équation (3.10) :

$$\boldsymbol{Y}(1) = \boldsymbol{\Phi}(1) \cdot \boldsymbol{Y}(0) + \boldsymbol{E}(1) \tag{3.13}$$

Pour $t = 1$:

$$\boldsymbol{Y}(2) = \boldsymbol{\Phi}(2) \cdot \boldsymbol{Y}(1) + \boldsymbol{E}(2) \tag{3.14}$$

$\boldsymbol{Y}(1)$ peut être remplacé par $\boldsymbol{Y}(0)$ de l'équation (3.13) et l'équation (3.14) devient :

$$\boldsymbol{Y}(1) = \boldsymbol{\Phi}(1) \cdot \boldsymbol{\Phi}(0) \cdot \boldsymbol{Y}(-1) + \boldsymbol{\Phi}(1) \cdot \boldsymbol{E}(0) + \boldsymbol{E}(1) \tag{3.15}$$

Pour $t = 2$:

$$\boldsymbol{Y}(2) = \boldsymbol{\Phi}(2) \cdot \boldsymbol{\Phi}(1) \cdot \boldsymbol{\Phi}(0) \cdot \boldsymbol{Y}(-1) + \boldsymbol{\Phi}(2) \cdot \boldsymbol{\Phi}(1) \cdot \boldsymbol{E}(0) + \boldsymbol{\Phi}(2) \cdot \boldsymbol{E}(1) + \boldsymbol{E}(2) \tag{3.16}$$

En suivant le même raisonnement, la forme générale de $\boldsymbol{Y}(t)$ est obtenue :

$$\boldsymbol{Y}(t) = \left(\prod_{j=0}^{j=t} \boldsymbol{\Phi}(t-j)\right) \cdot \boldsymbol{Y}(-1) + \sum_{i=0}^{i=t-1}\left(\prod_{k=i}^{k=t-1} \boldsymbol{\Phi}(t-k+i)\right) \cdot \boldsymbol{E}(i) + \boldsymbol{E}(t) \tag{3.17}$$

Un opérateur $\mathbf{I}_\mathrm{k} = [\mathbf{I}_{k\times k} \quad \mathbf{0} \quad \cdots \quad \mathbf{0}]_{k\times kn}$ est introduit pour revenir à $\boldsymbol{x}(t)$ à partir de $\boldsymbol{Y}(t)$ comme :

$$\boldsymbol{x}[t] = \mathbf{I}_\mathrm{k} \cdot \left(\prod_{j=0}^{j=t} \boldsymbol{\Phi}(t-j)\right) \cdot \boldsymbol{Y}(-1) + \sum_{i=0}^{i=t-1} \mathbf{I}_\mathrm{k} \cdot \left(\prod_{k=i}^{k=t-1} \boldsymbol{\Phi}(t-k+i)\right) \cdot \mathbf{I}_\mathrm{k}{}^\mathrm{T} \cdot \boldsymbol{e}(i) + \boldsymbol{e}(t) \tag{3.18}$$

En vue d'étudier les paramètres modaux à l'instant$t$, la matrice d'état $\boldsymbol{\Phi}(t)$ est extraite :

$$\boldsymbol{x}[t] = \mathbf{I}_{\mathrm{k}} \cdot \boldsymbol{\Phi}(t) \cdot \left(\prod_{j=1}^{j=t} \boldsymbol{\Phi}(t-j)\right) \cdot \boldsymbol{Y}(-1) + \sum_{i=0}^{i=t-1} \mathbf{I}_{\mathrm{k}} \cdot \boldsymbol{\Phi}(t) \cdot \left(\prod_{k=i+1}^{k=t-1} \boldsymbol{\Phi}(t-k+i)\right) \cdot \mathbf{I}_{\mathrm{k}}{}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{e}(i) + \boldsymbol{e}(t) \tag{3.19}$$

où le premier terme $\mathbf{I}_{\mathrm{k}} \cdot \boldsymbol{\Phi}(t) \cdot \left(\prod_{j=1}^{j=t} \boldsymbol{\Phi}(t-j)\right) \cdot \boldsymbol{Y}(-1)$, représente la partie déterministe et le deuxième terme, $\sum_{i=0}^{i=t-1} \mathbf{I}_{\mathrm{k}} \cdot \boldsymbol{\Phi}(t) \cdot \left(\prod_{k=i+1}^{k=t-1} \boldsymbol{\Phi}(t-k+i)\right) \cdot \mathbf{I}_{\mathrm{k}}{}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{e}(i) + \boldsymbol{e}(t)$ représente la partie stochastique.

3.4.2 Décomposition du signal selon les valeurs propres de la matrice d'états

Afin d'extraire les paramètres modaux de ceux parasites, toutes les valeurs propres de $\boldsymbol{\Phi}(t)$ doivent être examinées. En utilisant l'expression de la décomposition d'une matrice en valeurs et vecteurs propres de $\boldsymbol{\Phi}(t)$ dans les équations (3.3)-(3.6), l'équation (3.19) peut être réécrite sous la forme :

$$\boldsymbol{x}[t] = \mathbf{I}_{\mathrm{k}} \cdot \boldsymbol{L}(t) \cdot \boldsymbol{\lambda}(t) \cdot \boldsymbol{L}^{-1}(t) \cdot \left(\prod_{j=1}^{j=t} \boldsymbol{\Phi}(t-j)\right) \cdot \boldsymbol{Y}(-1) + \sum_{i=0}^{i=t-1} \mathbf{I}_{\mathrm{k}} \cdot \boldsymbol{L}(t) \cdot \boldsymbol{\lambda}(t) \cdot \boldsymbol{L}^{-1}(t) \cdot \left(\prod_{k=i+1}^{k=t-1} \boldsymbol{\Phi}(t-k+i)\right) \cdot \mathbf{I}_{\mathrm{k}}{}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{e}(i) + \boldsymbol{e}(t) \tag{3.20}$$

Avec la définition des deux matrices :

$$\boldsymbol{A}(t) = \left(\prod_{j=1}^{j=t} \boldsymbol{\Phi}(t-j)\right) \cdot \boldsymbol{Y}(-1) \tag{3.21}$$

$$\boldsymbol{B}(t,i) = \boldsymbol{L}^{-1}(t) \cdot \left(\prod_{k=i+1}^{k=t-1} \boldsymbol{\Phi}(t-k+i)\right) \tag{3.22}$$

L'équation (3.20) peut être simplifiée comme :

$$\boldsymbol{x}[t] = \mathbf{I}_{\mathrm{k}} \cdot \boldsymbol{L}(t) \cdot \boldsymbol{\lambda}(t) \cdot \boldsymbol{L}^{-1}(t) \cdot \boldsymbol{A}(t) + \sum_{i=0}^{i=t-1} \mathbf{I}_{\mathrm{k}} \cdot \boldsymbol{L}(t) \cdot \boldsymbol{\lambda}(t) \cdot \boldsymbol{B}(t,i) \cdot \mathbf{I}_{\mathrm{k}}{}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{e}(i) + \boldsymbol{e}(t) \tag{3.23}$$

Aussi les matrices suivantes sont définies :

$$\boldsymbol{L}^{-1}(t) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{l}^{1}[t] \\ \boldsymbol{l}^{2}[t] \\ \cdots \\ \cdots \\ \boldsymbol{l}^{kn}[t] \end{pmatrix}_{kn\times kn} \tag{3.24}$$

$$\boldsymbol{B}(t,i) = (\boldsymbol{L}^{1}[t,i] \quad \boldsymbol{L}^{2}[t,i] \quad \cdots \quad \cdots \quad \boldsymbol{L}^{n}[t,i])_{kn\times kn} \tag{3.25}$$

$$\boldsymbol{L}^{1}[t,i] = \begin{pmatrix} \boldsymbol{L}^{11}[t,i] \\ \boldsymbol{L}^{21}[t,i] \\ \boldsymbol{L}^{31}[t,i] \\ \cdots \\ \boldsymbol{L}^{kn1}[t,i] \end{pmatrix}_{kn\times k} \tag{3.26}$$

$\boldsymbol{x}[t]$ peut être décomposé selon toutes les valeurs propres de $\boldsymbol{\Phi}(t)$ comme :

$$\boldsymbol{x}[t] = \sum_{u=1}^{u=kn} \boldsymbol{l}_u[t] \cdot \boldsymbol{l}^{u}[t] \cdot \boldsymbol{A}(t) \cdot {\lambda_u}^{n}[t] + \sum_{u=1}^{u=kn} \sum_{i=0}^{i=t-1} \boldsymbol{l}_u[t] \cdot \boldsymbol{L}^{u1}[t,i] \cdot \boldsymbol{e}[i] \cdot {\lambda_u}^{n}[t] + \boldsymbol{e}[t] \tag{3.27}$$

où $\sum_{u=1}^{u=kn} \boldsymbol{l}_u[t] \cdot \boldsymbol{l}^{u}[t] \cdot \boldsymbol{A}[t] \cdot {\lambda_u}^{n}[t]$ est la partie déterministe et $\sum_{u=1}^{u=kn} \boldsymbol{l}_u[t] \cdot \sum_{i=0}^{i=t-1} \boldsymbol{L}^{u1}[t,i] \cdot \boldsymbol{e}[i] \cdot {\lambda_u}^{n}[t] + \boldsymbol{e}[t]$ est la partie stochastique de $\boldsymbol{x}[t]$.

3.4.3 Indice TMSN

Puisque le signal $\boldsymbol{x}[t]$ est un vecteur, l'amplitude modale de la partie déterministe et stochastique pour chaque valeur propre u à l'instant t est calculée comme dans le modèle VAR (Pandit 1991, Vu et al. 2013).

Rapport-Gratuit.com

L'amplitude modale de la partie déterministe pour la valeur propre u à l'instant t est :

$$MDP_u[t] = \left(\bar{\boldsymbol{l}}_u[t]^T \cdot \boldsymbol{l}_u[t]\right)^{1/2} \cdot |\boldsymbol{l}^u[t] \cdot \boldsymbol{A}(t)| \cdot |\lambda_u{}^n[t]| \tag{3.28}$$

L'amplitude modale de la partie stochastique pour la valeur propre u à l'instant t est :

$$MSP_u[t] = \left(\bar{\boldsymbol{l}}_u[t]^T \cdot \boldsymbol{l}_u[t]\right)^{1/2} \cdot \left|\sum_{i=0}^{i=t-1} \boldsymbol{L}^{u1}[t,i] \cdot \boldsymbol{e}[i]\right| \cdot |\lambda_u{}^n[t]| \tag{3.29}$$

L'indice TMSN est défini comme le rapport de $MDP_u[t]$ sur $MSP_u[t]$ dans l'équation (3.30) (Pandit 1991). Il représente le rapport modal du signal de bruit sur le signal observé pour le paramètre identifié u à l'instant t (TMSN). Pour un paramètre modal, son TMSN devrait avoir une valeur supérieure par rapport au paramètre parasite. Supposant que le nombre des paramètres modaux est m, puis par la mise en ordre décroissant de TMSN pour tous les paramètres identifiés, ceux correspondant aux paramètres modaux se trouvent aux premières m places et peuvent donc être extraits de ceux parasites.

$$TMSN_u[t] = \frac{MDP_u[t]}{MSP_u[t]} \tag{3.30}$$

3.5 Application de TMSN

Un organigramme sur la procédure principale pour l'application de TMSN est présenté dans Fig. 3.1.

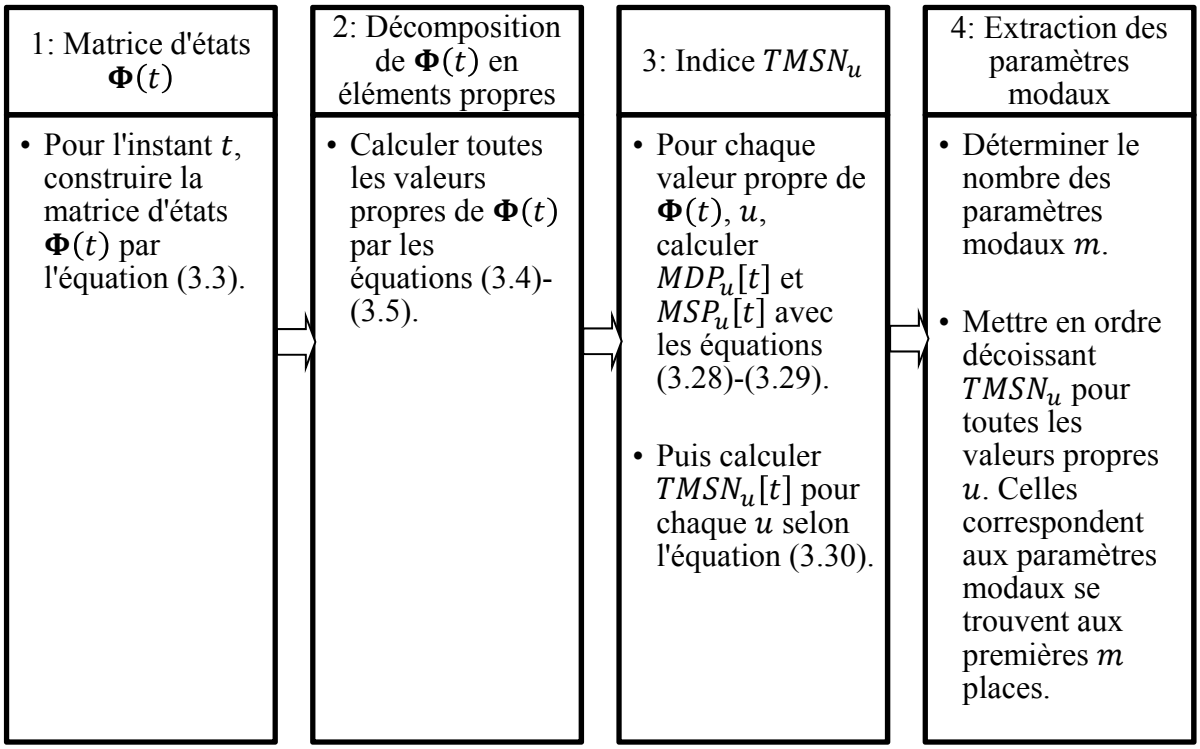


Figure 3.1 Procédure principale pour l'application de TMSN

L'exemple d'application de TMSN est présenté dans cette section. Il est appliqué d'abord par simulation numérique appliquée à un système non stationnaire à 3 degrés de liberté, et puis par un test expérimental sur un robot flexible en mouvement.

3.5.1 Application numérique sur un système non stationnaire

Le système non stationnaire de simulation est présenté en détail dans la section 2.1. Pour appliquer TMSN, le nombre de paramètres modaux doit être déterminé d'abord. Une façon est d'utiliser le spectre provenant de la Transformée de Fourier à Court Terme (STFT) comme à la figure 3.6 (Zhou et al. 2014, Zhou et al. 2015). Parce que ce spectre est intuitif, même si STFT n'en donne pas une valeur précise, il est capable de montrer le nombre de fréquences. À partir de la Fig. 3.6, le nombre des fréquences peut être déterminé à 3, même si la troisième fréquence n'est pas aussi claire que les 2 autres.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

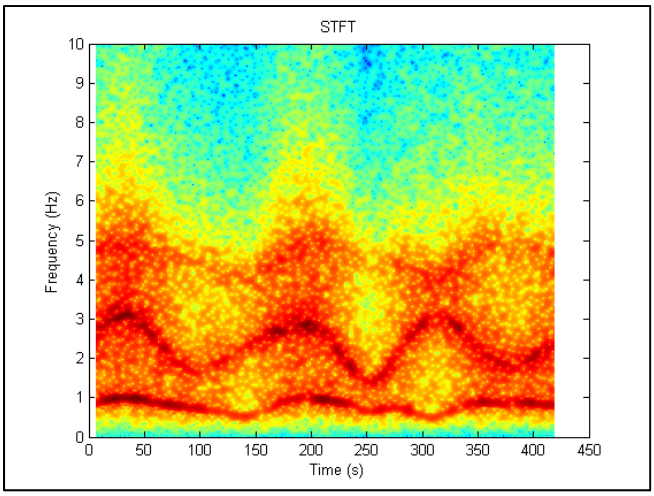


Figure 3.2 STFT de $x_3(t)$

Ensuite, l'identification avec AFS-VTAR et de TMSN est présentée dans à la Fig. 3.7. Les courbes représentent les paramètres modaux théoriques du système et les marques avec des croix représentent les résultats identifiés. Grâce à TMSN, les fréquences naturelles du système sont extraites avec succès comme dans la Fig. 3.7(a). Par contre, les taux d'amortissement correspondants présentés à la Fig. 3.7(b), ne sont pas aussi précis. Il faut dire que pour l'identification d'un système non stationnaire sous excitation aléatoire, l'identification du taux d'amortissement est très difficile en utilisant une méthode utilisant seulement le signal de la réponse comme c'est le cas du modèle AFS-VTAR (Su et al. 2014, Huang et al. 2016).

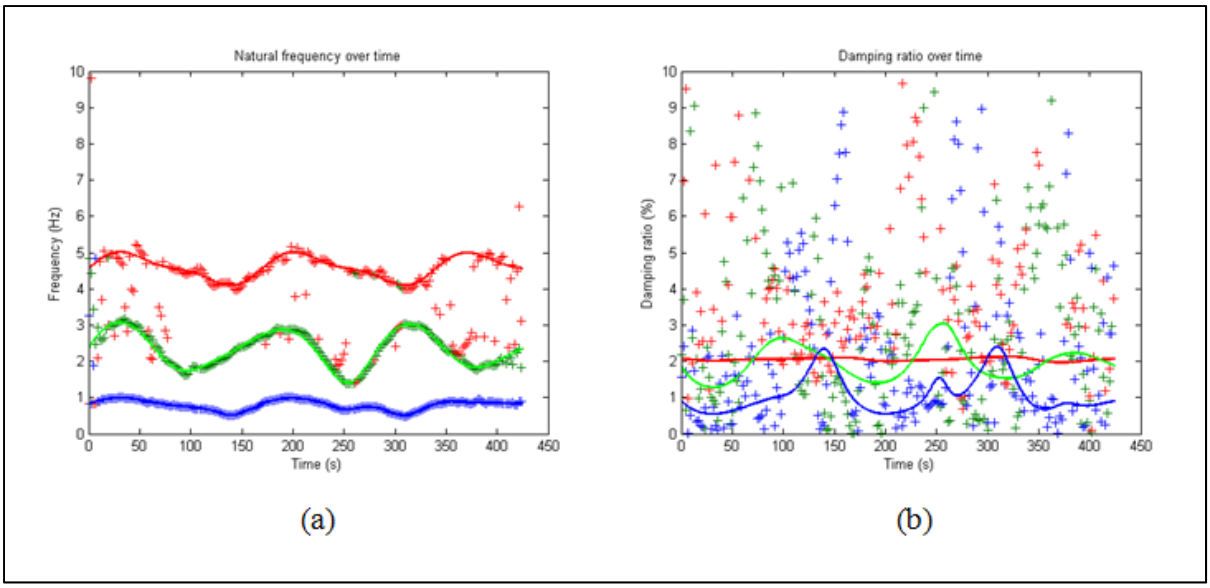


Figure 3.3 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

TMSN est également appliqué dans un environnement bruité. Dans ce cas, un bruit de différents rapports (NSR) est ajouté à tous les canaux de la réponse du système. Les résultats de NSR = 20%, 50% et 100% sont présentés aux Fig. 3.8, 3.9 et 3.10, respectivement. Pour toutes ces réponses bruitées comme le cas sans bruit (Fig. 3.7), les fréquences naturelles sont extraites avec succès. On peut donc conclure que TMSN est robuste dans un environnement bruité.

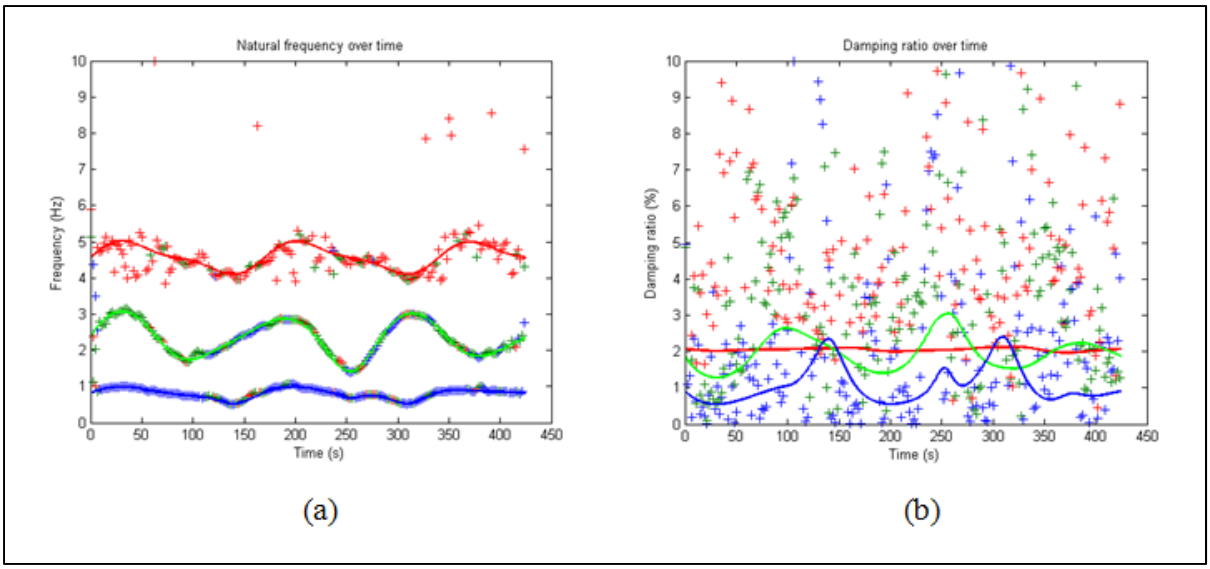


Figure 3.4 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN (NSR=20%) :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

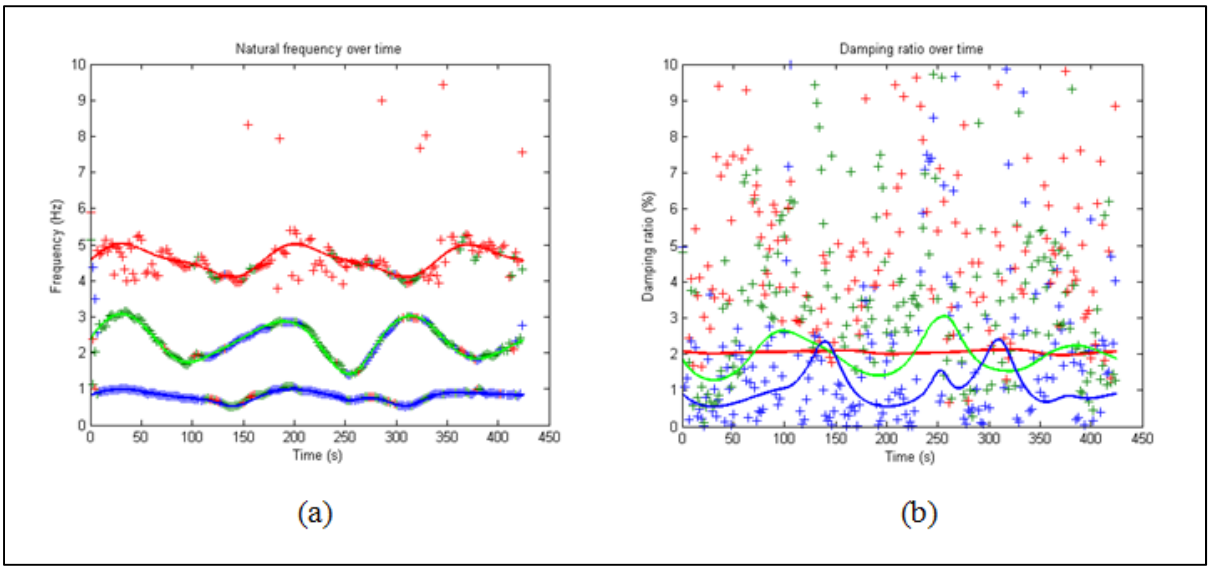


Figure 3.5 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN (NSR=50%) :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

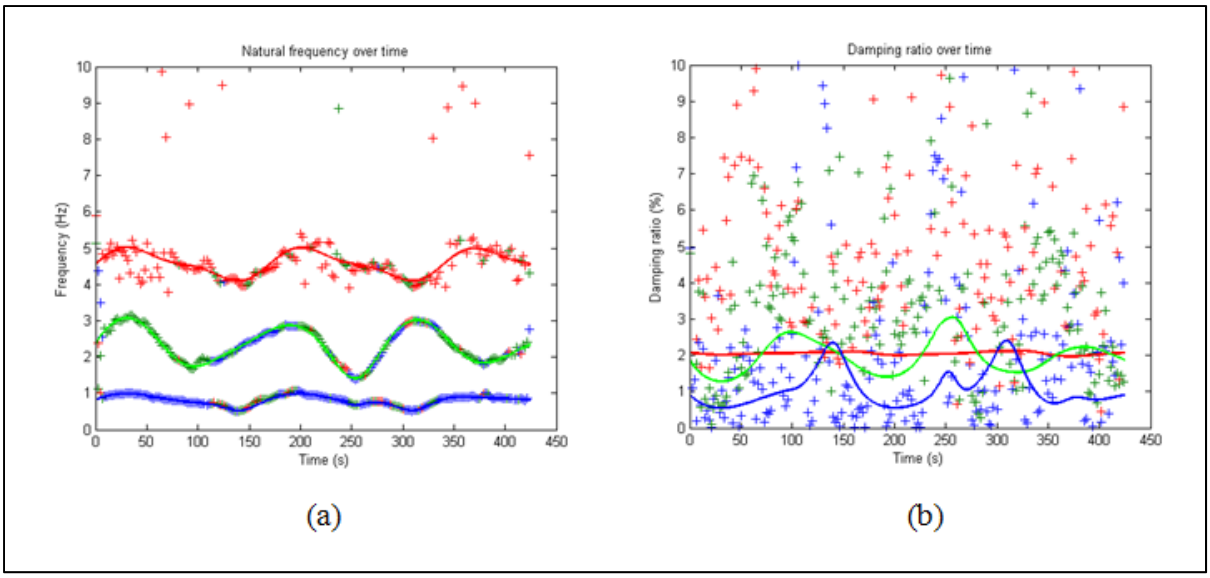


Figure 3.6 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN (NSR=100%) :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

3.5.2 Application expérimental sur un robot flexible en mouvement

L'essai sur le robot est présenté en détail dans la section 2.2. Pour déterminer le nombre des paramètres modaux, la méthode STFT de deux canaux est utilisée comme montré dans Fig. 3.14. La STFT du canal 1 dans Fig. 3.14(a) montre deux fréquences de 60 et 180 Hz. Ce sont les fréquences du courant électrique circulant dans le robot. La STFT du canal 6 dans Fig. 3.14(b) montre les fréquences du robot. En raison de la structure complexe du robot, le nombre de paramètres modaux n'est pas aussi évident que le cas simulé. Ici, le nombre est déterminé approximativement à 8 selon Fig. 3.14. L'identification est réalisée avec le modèle AFS-VTAR et application de TMSN (Fig. 3.15). On s'aperçoit que les fréquences naturelles identifiées sont comparables à la STFT mais le résultat d'AFS-VTAR est beaucoup plus claire et plus propre, car la plupart des fréquences parasites est filtrée. Basées sur le résultat identifié dans Fig. 3.15, des analyses plus détaillées sont présentées ci-dessous.

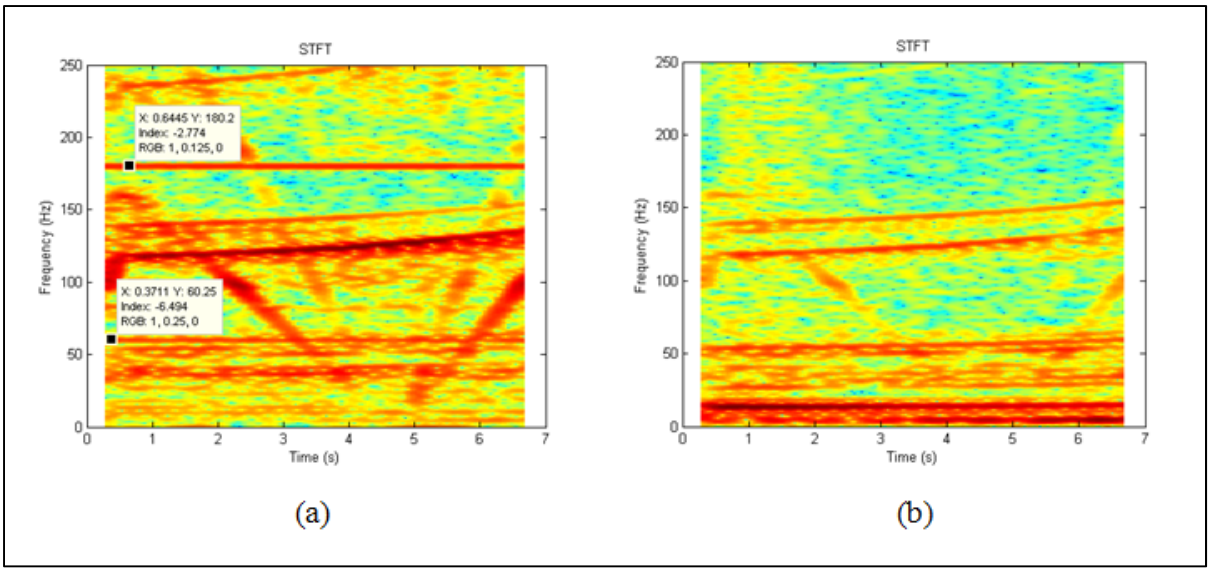


Figure 3.7 STFT du robot SCOMPI : (a) canal 1 (b) canal 6

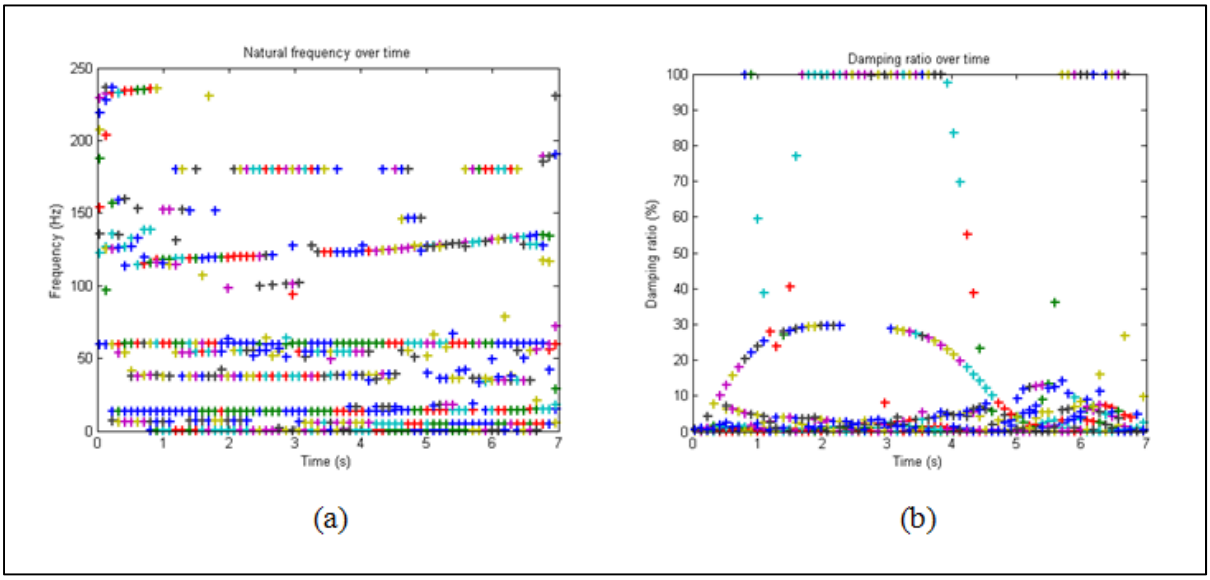


Figure 3.8 Identification par AFS-VTAR avec application de TMSN :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

Dans Fig. 3.15(b), il y a deux taux d'amortissement visibles. Ils sont colorés en rouge et en bleu, respectivement dans Fig. 3.16(b). Leurs fréquences propres correspondantes sont agrandies et colorées de la même manière dans Fig. 3.16(a). La fréquence en rouge d'environ 0 Hz correspondant à un grand taux d'amortissement avec un maximum de 100% peut être

due au mouvement de translation rigide du robot sur sa glissière. La fréquence en bleu semble plausible même si son taux d'amortissement n'est pas exactement estimé.

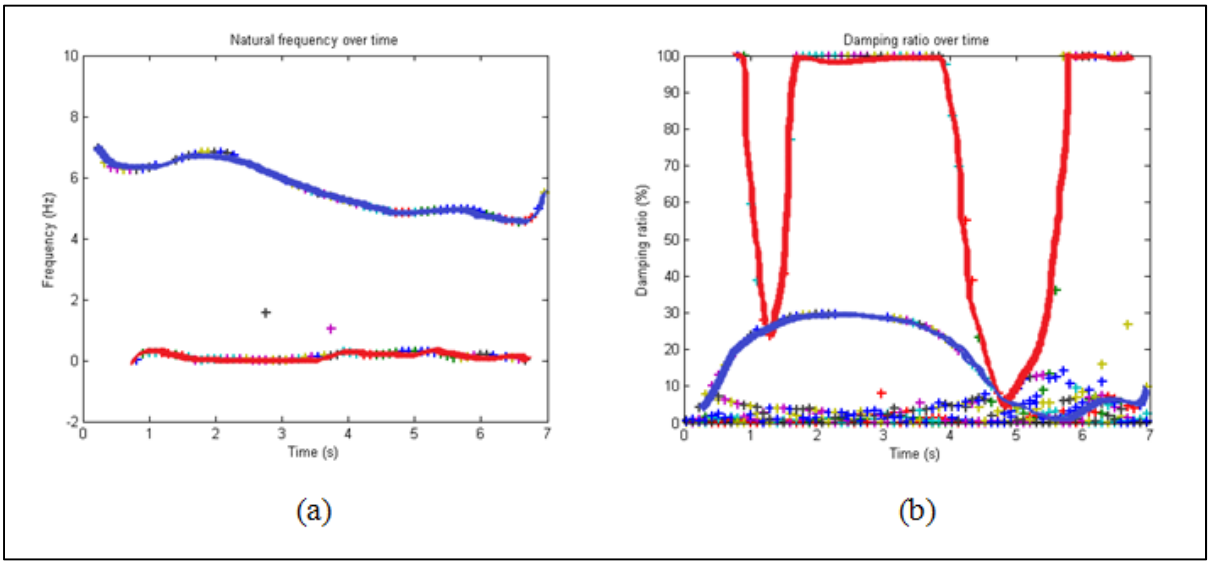


Figure 3.9 Deux paramètres modaux avec grand taux d'amortissement :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

D'un autre côté, même si l'identification exacte de l'amortissement est difficile, la source des fréquences du courant électrique de 60 et 180 Hz peut être identifiée par leurs taux d'amortissement. Dans Fig. 3.17(a) et (b), les deux fréquences de courant de 60 et 180 Hz sont agrandies et colorées en orange et en violet. Leurs taux d'amortissement correspondants, colorés de la même manière dans Fig. 3.17(c), sont très proches de zéro (fréquences harmoniques).

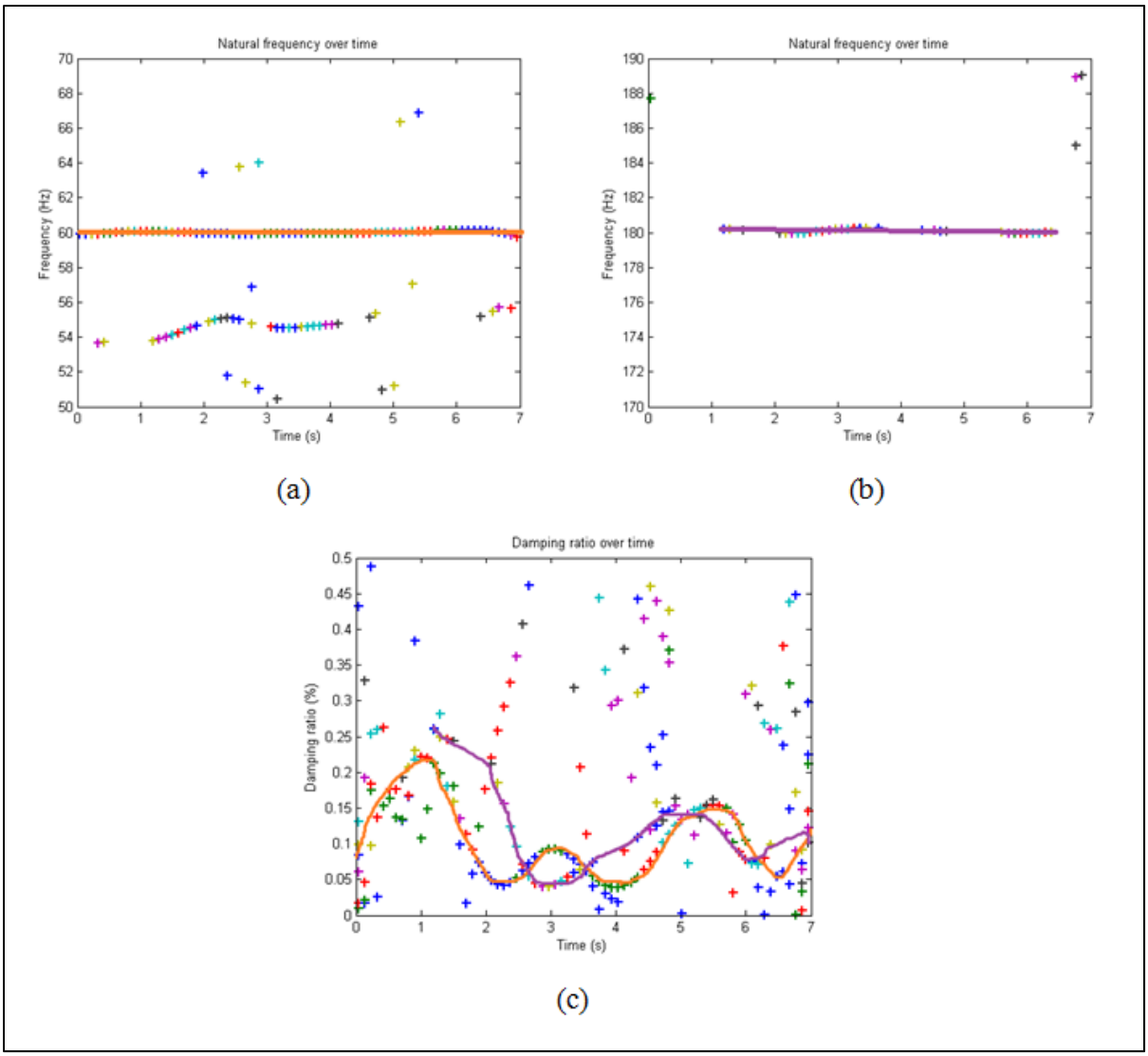


Figure 3.10 Reconnaissance de deux fréquences du courant :
(a) Fréquence de 60 Hz (b) Fréquence de 180 Hz (c) Taux d'amortissement

Les fréquences identifiées peuvent également être comparées à la méthode STFT pour chaque canal du capteur. Pour montrer la comparaison plus clairement, deux échelles de fréquence (0-100 Hz et 100-250 Hz) sont utilisées dans Fig. 3.18. À partir de Fig. 3.18, on s'aperçoit que la résolution des fréquences identifiées avec la STFT est beaucoup plus faible et même que pour certains canaux, seulement un contour est visible.

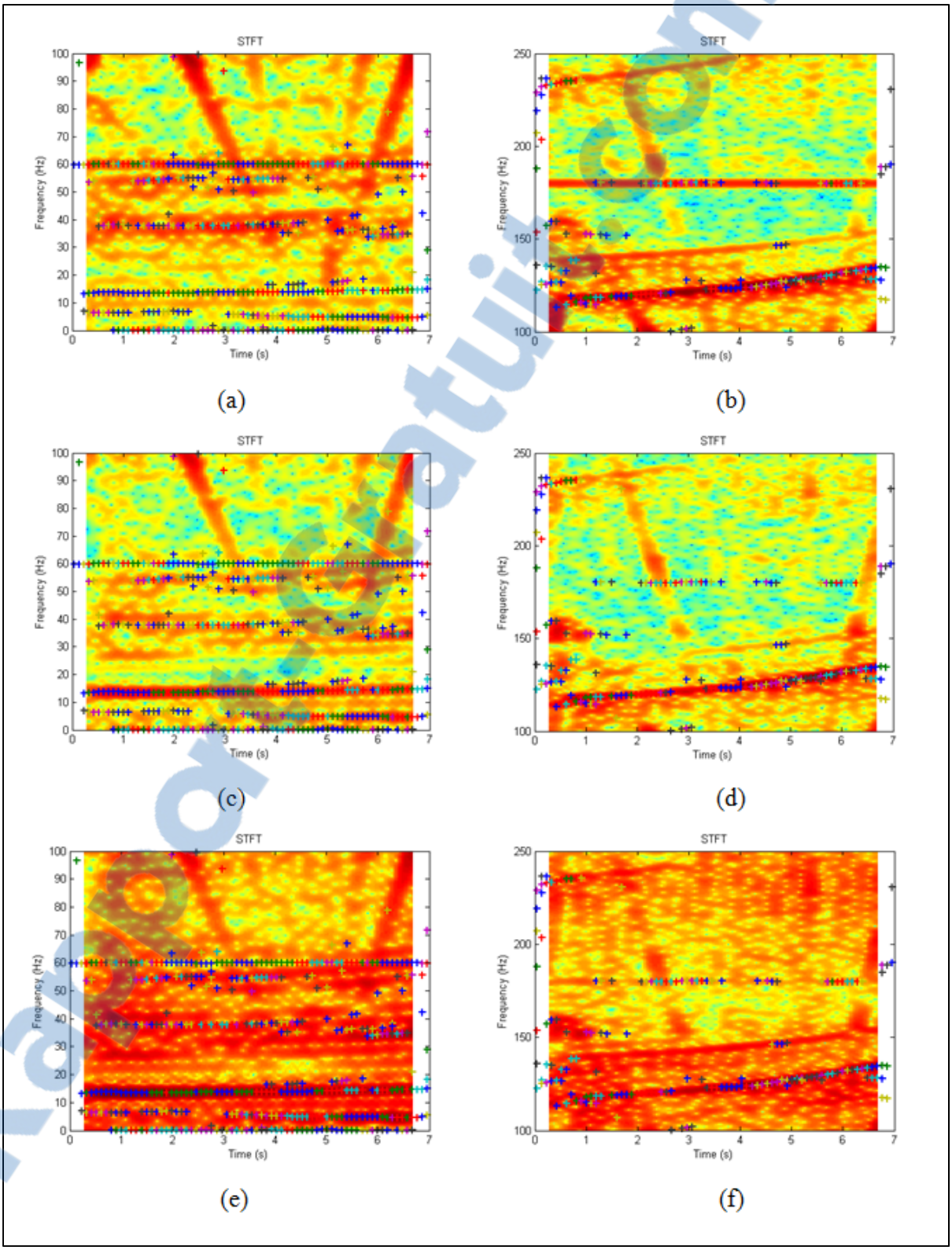


Figure 3.11 Comparaison des fréquences identifiées avec STFT pour tous les canaux

Rapport-Gratuit.com

Fig. 3.18 (suite)

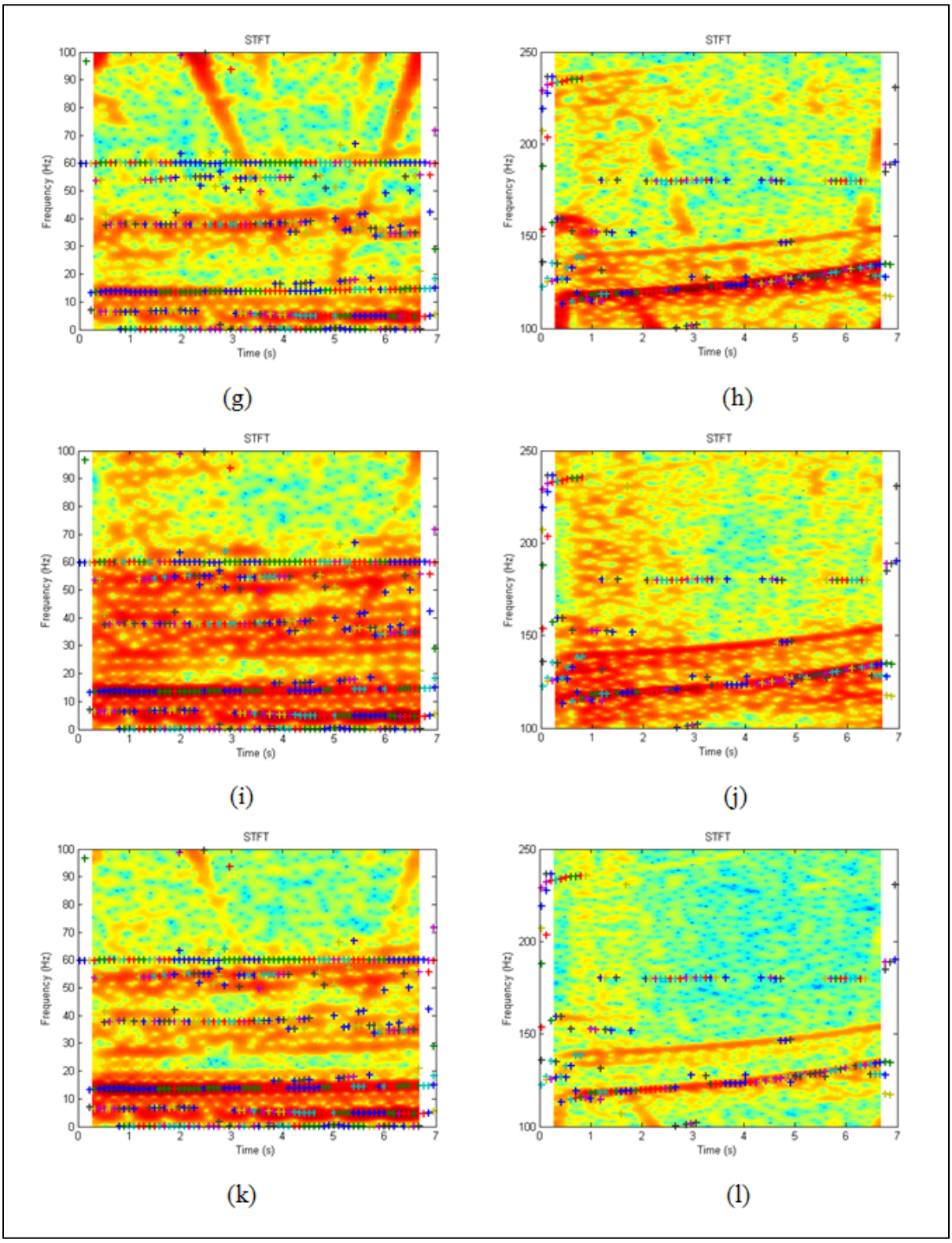
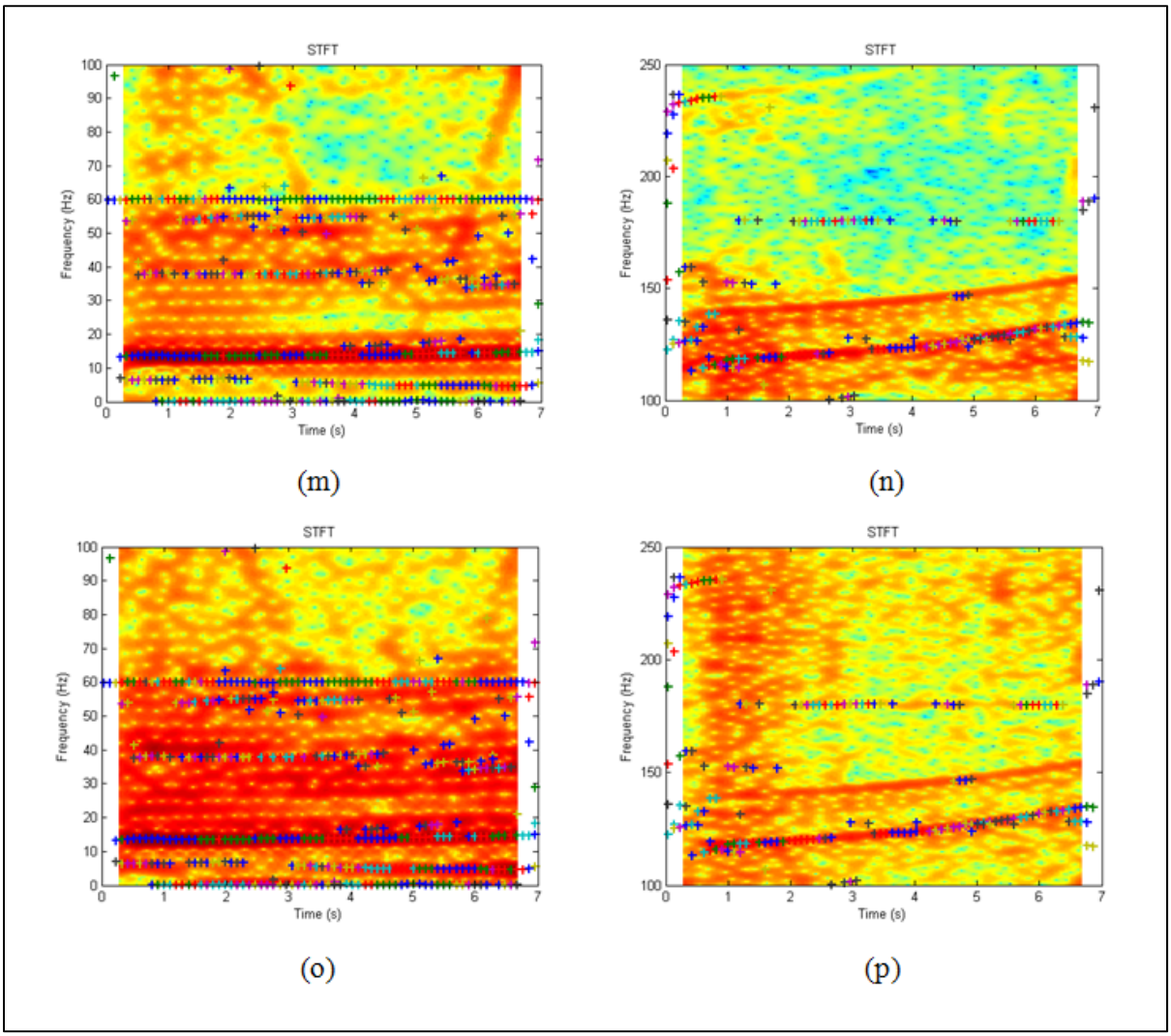


Fig. 3.18 (suite)



3.6 Conclusion

La contribution de ce chapitre est de développer un nouvel indice TMSN pour extraire les paramètres modaux en utilisant le modèle AFS-VTAR. L'efficacité de TMSN est démontrée avec succès par simulation numérique et par test expérimental sur un robot flexible SCOMPI. L'application de TMSN s'avère robuste dans un environnement bruité. TMSN utilisé dans ce chapitre pour le modèle AFS-VTAR, peut également être utilisé pour le modèle FS-VTAR avec des fonctions de base propres pour différents cas.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

CHAPITRE 4

EXTRACTION DES PARAMÈTRES MODAUX DE SYSTÈMES NON STATIONNAIRES PAR *'DATA-DRIVEN STOCHASTIC SUBSPACE IDENTIFICATION'*

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

4.1 Résumé

Ce chapitre présente une méthode pour extraire les paramètres modaux de systèmes non stationnaires en utilisant la méthode '*Data-Driven Stochastic Subspace Identification'* (SSI-DATA). Dans l'application pratique de SSI-DATA, les paramètres modaux et les paramètres parasites sont mélangés dans le résultat. En vue d'extraire les paramètres modaux, une nouvelle méthode basée sur la décomposition en valeurs et vecteurs propres de la matrice d'états construite avec SSI-DATA est proposée. L'efficacité de la méthode proposée est démontrée avec succès premièrement par simulation numérique appliquée sur un système non stationnaire à 3 degrés de liberté, et puis par un test expérimental sur un robot flexible en mouvement.

4.2 Introduction

La méthode '*Stochastic Subspace Identification'* (SSI) qui a été développé en 1991 (Van Overschee et al. 1996), est une méthode puissante du domaine temporel pour identifier les paramètres modaux de systèmes stationnaires en utilisant seulement le signal de la réponse. Il y a principalement deux algorithmes de SSI (Peeters et al. 1999) : Data-Driven SSI (SSI-DATA) et Covariance-Driven SSI (SSI-COV). Le résultat identifié à l'aide de ces deux algorithmes est similaire. Toutefois, le premier possède plusieurs avantages par rapport à l'autre. En fait, l'expression du spectre analytique (Peeters et al. 1999) et la prédication des données futures par utilisation du gain de Kalman (Peeters et al. 1999, Yan et al. 2004) sont pas disponible dans SSI-COV. Puisque le gain de Kalman est nécessaire pour le développement de la méthode proposée dans cette thèse, SSI-DATA a été adopté. De plus, afin de suivre les paramètres modaux en temps, une méthode SSI-DATA à court terme a été

appliquée sur l'ensemble des données selon le principe de la fenêtre mobile (Marchesiello et al. 2009, Liu et al. 2013, Chao et al. 2014).

Alors qu'en pratique, il y a toujours du bruit de mesure, un ordre élevé de SSI est nécessaire pour obtenir une bonne identification. Dans un tel cas, les paramètres modaux et les paramètres parasites sont mélangés ensemble dans le résultat. C'est un problème général dans les autres méthodes d'identification du domaine temporel (Verboven et al. 2002, Guillaume et al. 2003, Vanlanduit et al. 2003, Bakir 2011, Liu et al. 2013, Vu et al. 2013).

Pour le système stationnaire, la méthode la plus commune pour discerner le vrai du faux est le diagramme de stabilité (Van Overschee et al. 1996, Peeters et al. 1999, Verboven et al. 2002, Guillaume et al. 2003, Vanlanduit et al. 2003, Marchesiello et al. 2009, Bakir 2011, Liu et al. 2013, Vu et al. 2013, Avendano-Valencia et al. 2014, Chao et al. 2014). Le diagramme de stabilité trace toutes les fréquences identifiées à différents ordres de SSI et les fréquences naturelles sont stables quel que soit l'ordre.

D'un autre côté, pour un système non stationnaire, appliquer le diagramme de stabilité à chaque instant comme dans le cas stationnaire prend beaucoup de temps et est inadapté pour le suivi en temps réel. Du coup, des méthodes ont été proposées pour faire le suivi des paramètres modaux de systèmes non stationnaires de façon plus autonome en se basant sur le diagramme de stabilité (Magalhaes et al. 2009, Bakir 2011). Un point commun de ces méthodes est qu'elles comparent les déviations pour chaque paramètre identifié (fréquence, taux d'amortissement et déformée modale). Des seuils sont définis pour chaque terme (par exemple 1% pour la fréquence, 5 % pour le taux d'amortissement et 2% pour la déformée modale). Si les déviations sont inférieures aux seuils, les paramètres correspondants sont considérés comme les paramètres modaux et vice-versa. L'inconvénient est que dans le cas non stationnaire, à cause de l'excitation aléatoire ou du bruit, le diagramme de stabilité peut être contaminé par de nombreux résultats erronés. Parfois même les seuils définis ne sont pas fiables lorsque les lignes ne sont pas évidentes dans le diagramme de stabilité. Dans de tels cas, ces méthodes peuvent être difficiles à appliquer.

Inspiré par deux indices, ‘modal signal-to-noise’ (MSN) (Pandit 1991) et ‘damped modal signal-to-noise’ (DMSN) (Vu et al. 2013), un nouvel indice “Subspace Modal Signal-to-Noise” (SMSN) est proposé pour être appliqué avec la méthode SSI-DATA. Puisque les indices MSN et DMSN pour le modèle VAR ne peuvent pas être appliqués directement avec SSI-DATA, un nouveau développement mathématique est nécessaire pour déduire SMSN.

Ce chapitre est organisé comme suit. La formulation de SSI-DATA est brièvement présentée dans la section 4.3. L’indice proposé SMSN pour l'extraction des paramètres modaux est présenté en détail dans la section 4.4. Dans la section 4.5, l'efficacité de SMSN est démontrée avec succès, premièrement par simulation numérique appliquée sur un système non stationnaire à 3 degrés de liberté, et puis par un test expérimental sur un robot flexible en mouvement. Une discussion et la conclusion sont présentées à la section 4.6.

4.3 Formulation de SSI-DATA

Le modèle SSI prend la forme (Van Overschee et al. 1996, Peeters et al. 1999) :

$$\boldsymbol{z}[t+1] = \boldsymbol{\Psi} \cdot \boldsymbol{z}[t] + \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t] \tag{4.1}$$

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{z}[t] + \boldsymbol{e}[t] \tag{4.2}$$

où :

$\boldsymbol{z}[t]_{(kv\times 1)}$: vecteur d’état;

$\boldsymbol{\Psi}_{(kv\times kv)}$: matrice d’états dont les paramètres modaux (fréquence naturelle et taux d’amortissement) sont calculés;

$\boldsymbol{K_a}_{(kv\times k)}$: matrice de gain de Kalman qui sert à estimer $\boldsymbol{z}[t]$;

$\boldsymbol{C_s}_{(k\times kv)}$: matrice de sortie.

$\boldsymbol{x}[t]_{(k\times 1)}, \boldsymbol{e}[t]_{(k\times 1)}, t, k, N$ suivent la même définition que celle dans l’équation (3.1). La définition de v est présentée dans les étapes d’estimation de $\boldsymbol{\Psi}$.

Dans AMO, seul le signal vibratoire $\boldsymbol{x}[t]$ est connu. Les paramètres modaux sont calculés par la décomposition en valeurs et vecteurs propres sur $\boldsymbol{\Psi}$:

$$\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Theta} \cdot \boldsymbol{\Upsilon} \cdot \boldsymbol{\Theta}^{-1} \tag{4.3}$$

où $\boldsymbol{\Upsilon}$ est la matrice diagonale contenant les éléments $\lambda_i, i = 1,2, \dots, kv$ qui permettent de calculer les fréquences naturelles et les taux d'amortissement comme dans les équations (3.7) et (3.8).

La déformée modale est calculée comme :

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Theta} \tag{4.4}$$

4.3.1 Estimation de $\boldsymbol{\Psi}$ et $\boldsymbol{C_s}$

Les étapes essentielles à suivre pour la modélisation sont montrées ci-dessous. Tout d'abord la matrice du bloc de Hankel est construite telle que (Van Overschee et al. 1996, Peeters et al. 1999, Yan et al. 2004) :

$$\boldsymbol{H}_{0,2v-1} = \left(\begin{array}{cccc} \boldsymbol{x}[0] & \boldsymbol{x}[1] & \cdots & \boldsymbol{x}[w-1] \\ \boldsymbol{x}[1] & \boldsymbol{x}[2] & \cdots & \boldsymbol{x}[w] \\ \boldsymbol{x}[2] & \boldsymbol{x}[3] & \cdots & \boldsymbol{x}[w+1] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \boldsymbol{x}[v-1] & \boldsymbol{x}[v] & \cdots & \boldsymbol{x}[v+w-2] \\ \hline \boldsymbol{x}[v] & \boldsymbol{x}[v+1] & \cdots & \boldsymbol{x}[v+w-1] \\ \boldsymbol{x}[v+1] & \boldsymbol{x}[v+2] & \cdots & \boldsymbol{x}[v+w] \\ \boldsymbol{x}[v+2] & \boldsymbol{x}[v+3] & \cdots & \boldsymbol{x}[v+w+1] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \boldsymbol{x}[2v-1] & \boldsymbol{x}[2v] & \cdots & \boldsymbol{x}[2v+w-2] \end{array}\right)_{2kv \times w} \equiv \left(\frac{\boldsymbol{H}_{0,v-1}}{\boldsymbol{H}_{v,2v-1}}\right) \equiv \left(\frac{\boldsymbol{H}_p}{\boldsymbol{H}_f}\right) \frac{passé}{future} \tag{4.5}$$

où : v : nombre de lignes du bloc défini par l'utilisateur, similaire à l'ordre na du modèle VTAR; (habituellement le produit kv est définit comme l'ordre de SSI);
w : nombre des colonnes du bloc théoriquement infini et pratiquement défini comme $w = N - 2v + 1 \gg v$ (Yan et al. 2004).

Pour réduire le fardeau de calcul dans les étapes suivantes, la décomposition RQ provenant de la décomposition QR conventionnelle est appliquée :

$$\boldsymbol{H}_{0,2v-1} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{Q}^T = \begin{pmatrix} \boldsymbol{H}_{0,v-1} \\ \boldsymbol{H}_{v,v} \\ \boldsymbol{H}_{v+1,2v-1} \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \\ kv \\ k \\ k(v-1) \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} kv & k & k(v-1) \end{array} \\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{R}_{21} & \boldsymbol{R}_{22} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{R}_{31} & \boldsymbol{R}_{32} & \boldsymbol{R}_{33} \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} w \\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_1{}^T \\ \boldsymbol{Q}_2{}^T \\ \boldsymbol{Q}_3{}^T \end{pmatrix} \end{array} \tag{4.6}$$

L'étape suivante est l'opération de projection qui prend la forme théorique :

$$\boldsymbol{P}_v = \boldsymbol{H}_f \boldsymbol{H}_p{}^T \left(\boldsymbol{H}_p \boldsymbol{H}_p{}^T\right)^{\dagger} \boldsymbol{H}_p \tag{4.7}$$

où la lettre supérieure † désigne le Pseudo-inverse de Moore-Penrose. Pratiquement, cette projection est calculée à partir de la décomposition RQ dans l'équation (4.6) :

$$\boldsymbol{P}_v = \begin{pmatrix} \boldsymbol{R}_{21} \\ \boldsymbol{R}_{31} \end{pmatrix} \boldsymbol{Q}_1{}^T \tag{4.8}$$

$\boldsymbol{P}_v$ peut s'écrire selon la théorie principale de SSI

$$\boldsymbol{P}_v = \boldsymbol{O}_v \widehat{\boldsymbol{Z}}_v \tag{4.9}$$

où :

$$\boldsymbol{O}_v = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_s \\ \boldsymbol{C}_s \boldsymbol{\Psi} \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}_s \boldsymbol{\Psi}^{v-1} \end{bmatrix}_{kv \times kv} \tag{4.10}$$

$\widehat{\boldsymbol{Z}}_v$, la séquence d'états du filtre de Kalman contenant les vecteurs d'états estimés, est définie comme :

$$\widehat{\boldsymbol{Z}}_v = [\hat{\boldsymbol{z}}[v] \quad \hat{\boldsymbol{z}}[v+1] \quad \cdots \quad \hat{\boldsymbol{z}}[v+w-1]]_{kv\times w} \tag{4.11}$$

Pour calculer $\boldsymbol{O}_v$ et $\widehat{\boldsymbol{Z}}_v$, la décomposition en valeurs singulières est appliquée sur $\boldsymbol{P}_v$:

$$\boldsymbol{P}_v = [\boldsymbol{U}_1 \quad \boldsymbol{U}_2]\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}[\boldsymbol{V}_1 \quad \boldsymbol{V}_2]^T = \boldsymbol{U}_1\boldsymbol{S}_1{\boldsymbol{V}_1}^T \tag{4.12}$$

$\boldsymbol{O}_v$ et $\widehat{\boldsymbol{Z}}_v$ sont calculés :

$$\boldsymbol{O}_v = \boldsymbol{U}_1{\boldsymbol{S}_1}^{1/2} \tag{4.13}$$

$$\widehat{\boldsymbol{Z}}_v = {\boldsymbol{O}_v}^{\dagger}\boldsymbol{P}_v \tag{4.14}$$

Pour calculer la matrice d'états $\boldsymbol{\Psi}$, l'équation (4.5) peut s'écrire sous une autre forme :

$$\boldsymbol{H}_{0,2v-1} \equiv \left(\frac{\boldsymbol{H}_{0,v}}{\boldsymbol{H}_{v+1,2v-1}}\right) \equiv \left(\frac{\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{p}}^{+}}{\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{f}}^{-}}\right)\frac{passé}{future} \tag{4.15}$$

Une approche similaire selon la théorie principale de SSI prend la forme :

$$\boldsymbol{P}_{v-1} = \boldsymbol{O}_{v-1}\widehat{\boldsymbol{Z}}_{v+1} \tag{4.16}$$

La projection $\boldsymbol{P}_{v-1}$ peut être calculée numériquement :

$$\boldsymbol{P}_{v-1} = (\boldsymbol{R}_{31} \quad \boldsymbol{R}_{32})\begin{pmatrix}{\boldsymbol{Q}_1}^T\\ {\boldsymbol{Q}_2}^T\end{pmatrix} \tag{4.17}$$

$\boldsymbol{O}_{v-1}$ peut être obtenu facilement par éliminer les dernière k lignes de $\boldsymbol{O}_v$, calculé dans l'équation (4.13). Maintenant $\widehat{\boldsymbol{Z}}_{v+1}$ peut être calculé comme :

$$\widehat{\boldsymbol{Z}}_{v+1} = \boldsymbol{O}_{v-1}{}^{\dagger}\boldsymbol{P}_{v-1} \tag{4.18}$$

Les séquences d'état du filtre de Kalman $\widehat{\boldsymbol{Z}}_v$ et $\widehat{\boldsymbol{Z}}_{v+1}$ sont calculées seulement à partir des données $\boldsymbol{x}[t]$. Maintenant la matrice d'état $\boldsymbol{\Psi}$ et la matrice de sortie $\boldsymbol{C_s}$ peuvent être calculées facilement par l'ensemble des équations suivantes généralisées de l'équation (4.1) et (4.2) :

$$\begin{pmatrix} \widehat{\boldsymbol{Z}}_{v+1} \\ \boldsymbol{H}_{v,v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Psi} \\ \boldsymbol{C_s} \end{pmatrix} \widehat{\boldsymbol{Z}}_v + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\rho_z} \\ \boldsymbol{\rho_x} \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

où $\boldsymbol{H}_{v,v}$ est une partie de $\boldsymbol{H}_{0,2v-1}$ qui contient seulement une ligne du bloc des données $\boldsymbol{x}[t]$ et peut être calculée pratiquement comme :

$$\boldsymbol{H}_{v,v} = (\boldsymbol{R}_{21} \quad \boldsymbol{R}_{22}) \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_1{}^T \\ \boldsymbol{Q}_2{}^T \end{pmatrix} \tag{4.20}$$

Puisque la partie d'erreur $\begin{pmatrix} \boldsymbol{\rho_z} \\ \boldsymbol{\rho_x} \end{pmatrix}$ est indépendante de $\widehat{\boldsymbol{Z}}_v$, $\boldsymbol{\Psi}$ et $\boldsymbol{C_s}$ peuvent être estimés par la méthode de moindres carrés :

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\Psi} \\ \boldsymbol{C_s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \widehat{\boldsymbol{Z}}_{v+1} \\ \boldsymbol{H}_{v,v} \end{pmatrix} \widehat{\boldsymbol{Z}}_v{}^{\dagger} \tag{4.21}$$

4.3.2 Estimation de $\boldsymbol{K_a}$

La deuxième partie de SSI-DATA est d'estimer la matrice de gain de Kalman $\boldsymbol{K_a}$. Une fois que $\boldsymbol{\Psi}$ et $\boldsymbol{C_s}$ sont estimés, les matrices de covariance de la partie d'erreur peuvent être calculées par l'estimation non-biaisée comme :

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{F} & \boldsymbol{S} \\ \boldsymbol{S}^T & \boldsymbol{D} \end{pmatrix} = \frac{1}{w-1}\left(\begin{pmatrix} \boldsymbol{\rho_z} \\ \boldsymbol{\rho_x} \end{pmatrix} \quad (\boldsymbol{\rho_z}{}^T \quad \boldsymbol{\rho_x}{}^T) \right) \tag{4.22}$$

Puis les matrices $\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{G}\ et\ \boldsymbol{\Lambda}_0$ peuvent être calculées selon les équations :

Rapport-Gratuit.com

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Psi}^T + \boldsymbol{F} \tag{4.23}$$

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{C_s}^T + \boldsymbol{S} \tag{4.24}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_0 = \boldsymbol{C_s}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{C_s}^T + \boldsymbol{D} \tag{4.25}$$

où selon les définitions :

$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{E}[\boldsymbol{z}[t]\boldsymbol{z}[t]^T]$

$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{E}[\boldsymbol{z}[t+1]\boldsymbol{x}[t]^T]$

$\boldsymbol{\Lambda}_v = \boldsymbol{E}[\boldsymbol{x}[t+v]\boldsymbol{x}[t]^T]$

$\boldsymbol{E}$ est l'opérateur d'espérance mathématique.

Notons que pratiquement les matrices $\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{G}\ et\ \boldsymbol{\Lambda}_0$ ne sont pas calculées par les définitions mais par les équations (4.23)-(4.25), dans lesquelles (4.23) est une équation discrète de Lyapunov qui peut être calculée par le code *dlyap* dans Matlab.

La matrice de gain de Kalman $\boldsymbol{K_a}$ peut être calculée par résoudre l'équation algébrique de Riccati suivante (Laub 1979) :

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Psi}^T + \left(\boldsymbol{G} - \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{P}\boldsymbol{C_s}^T\right)\left(\boldsymbol{\Lambda}_0 - \boldsymbol{C_s}\boldsymbol{P}\boldsymbol{C_s}^T\right)^{-1}\left(\boldsymbol{G} - \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{P}\boldsymbol{C_s}^T\right)^T \tag{4.26}$$

Notons que $\boldsymbol{P}$ est une matrice symétrique soit $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}^T$. L'équation (4.26) peut être résolue pour l'inconnu $\boldsymbol{P}$ par le code *dare* dans Matlab. Une fois que $\boldsymbol{P}$ est résolu, $\boldsymbol{K_a}$ peut être calculé :

$$\boldsymbol{K_a} = \left(\boldsymbol{G} - \boldsymbol{\Psi P C_s}^T\right)\left(\boldsymbol{\Lambda}_0 - \boldsymbol{C_s P C_s}^T\right)^{-1} \tag{4.27}$$

Avec toutes les matrices estimées des équations (4.1) et (4.2), le vecteur d'état $\boldsymbol{z}[t]$ et la partie d'erreur $\boldsymbol{e}[t]$ peuvent être calculés. Notons que les valeurs de $\boldsymbol{z}[t]$ calculées ici ne sont pas pareilles que les éléments de $\widehat{\boldsymbol{Z}}_v$ dans l'équation (4.11), car elles ont une base différente (Peeters et al. 1999).

4.3.3 Sélection des paramètres du modèle SSI

Dans SSI, les paramètres k, N, v, w sont à déterminer par l'utilisateur, puisque w est pratiquement pris comme $w = N - 2v + 1$, et donc seuls les trois premiers sont à déterminer. Selon l'équation (4.5), w est théoriquement infini et $\gg v$. Du coup, le nombre des échantillons N ne doit pas être trop faible.

k et v sont considérés ensemble parce que le produit kv est l'ordre de SSI. Selon (Van Overschee et al. 1996, Peeters et al. 1999), l'ordre de SSI peut être déterminé par l'inspection du nombre des valeurs singulières non-nul de $\boldsymbol{P}_v$ de l'équation (4.12). Mais en pratique, à cause du bruit (incertitudes de modélisation, erreur de mesure et erreur de calcul, etc.), les valeurs singulières ne sont pas strictement nulles et l'ordre ne peut être déterminé que par l'écart entre deux valeurs singulières consécutives. Cependant, dans beaucoup de cas, cet écart n'est pas visible et donc l'ordre est normalement déterminé par le diagramme de stabilité (Peeters et al. 1999, Marchesiello et al. 2009, Liu et al. 2013).

Par rapport au modèle FS-VTAR ou AFS-VTAR, il n'existe pas encore de critère tel que BIC pour déterminer l'ordre de SSI. Le choix de l'ordre reste souvent empirique par l'observation du diagramme de stabilité. Une bonne nouvelle est que l'identification par SSI semble insensible à différents ordres dans une certaine sphère. Cela va être vérifié par les exemples dans la section 4.5. Pratiquement, quand la mesure est faite avec beaucoup de capteurs (soit k élevé), le nombre peut être choisi moins élevé pour v, car la matrice d'état $\boldsymbol{\Psi}$ dont la dimension est $kv \times kv$ contient tous les paramètres modaux.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Dans l'application de SSI-DATA avec la fenêtre mobile pour un système non stationnaire, la longueur la fenêtre est un paramètre à déterminer par l'utilisateur. Cela peut être déterminé en se basant sur la non stationnarité du système : quand le système change lentement, la fenêtre peut être choisie plus longue, par contre quand le système change rapidement, la fenêtre peut être choisie plus courte.

4.4 Extraction des modes structuraux

4.4.1 Partie déterministe et stochastique du signal

Selon l'équation (4.3), Le nombre des paramètres modaux identifiés est is kv. Comme il est mentionné dans l'introduction, les résultats identifiés peuvent contenir à la fois les paramètres modaux et les paramètres parasites. Afin de présenter la méthode d'extraction des paramètres modaux proposée dans ce chapitre, on a besoin de décomposer le signal $\boldsymbol{x}[t]$ en parties déterministe et stochastique (Pandit 1991).

Dans l'équation (4.2), la terme $\boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{z}[t]$ est la partie déterministe de $\boldsymbol{x}[t]$. Puisque une fois que la condition initiale de $\boldsymbol{z}[t]$ est connue (normalement définie comme $\boldsymbol{z}(0)$), toutes les valeurs consécutives de $\boldsymbol{x}(t)$ peuvent être estimées par $\boldsymbol{C_s}$. D'un autre côté, $\boldsymbol{e}(t)$ est la partie stochastique de $\boldsymbol{x}(t)$ qui représente le bruit stochastique dans la modélisation. La définition en détail sur ces deux parties a été introduite dans (Pandit 1991). En vue de décomposer $\boldsymbol{x}(t)$ en parties déterministe et stochastique, $\boldsymbol{x}(t)$ doit être décomposé selon sa condition initiale $\boldsymbol{x}(0)$ qui est liée à $\boldsymbol{z}(0)$.

On commence par l'instant initial $t = 0$ par les équations (4.1)-(4.2) :

$$\boldsymbol{z}[1] = \boldsymbol{\Psi} \cdot \boldsymbol{z}[0] + \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[0] \tag{4.28}$$

$$\boldsymbol{x}[0] = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{z}[0] + \boldsymbol{e}[0] \tag{4.29}$$

$t = 1$:

$$\boldsymbol{z}[2] = \boldsymbol{\Psi} \cdot \boldsymbol{z}[1] + \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[1] \tag{4.30}$$

$$\boldsymbol{x}[1] = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{z}[1] + \boldsymbol{e}[1] \tag{4.31}$$

On substitue l'équation (4.28) à $\boldsymbol{z}[1]$ dans (4.30) car $\boldsymbol{z}[1]$ contient aussi une partie stochastique $\boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[0]$.

$$\boldsymbol{z}[2] = \boldsymbol{\Psi}^2 \cdot \boldsymbol{z}[0] + \boldsymbol{\Psi} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[0] + \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[1] \tag{4.32}$$

$$\boldsymbol{x}[1] = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Psi} \cdot \boldsymbol{z}[0] + \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[0] + \boldsymbol{e}[1] \tag{4.33}$$

Aussi pour $t = 2$:

$$\boldsymbol{z}[3] = \boldsymbol{\Psi}^3 \cdot \boldsymbol{z}[0] + \boldsymbol{\Psi}^2 \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[0] + \boldsymbol{\Psi} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[1] + \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[2] \tag{4.34}$$

$$\boldsymbol{x}[2] = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Psi}^2 \cdot \boldsymbol{z}[0] + \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Psi} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[0] + \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[1] + \boldsymbol{e}[2] \tag{4.35}$$

En suivant le même raisonnement, la forme générale de $\boldsymbol{x}[t]$ est obtenue :

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Psi}^t \cdot \boldsymbol{z}[0] + \boldsymbol{C_s} \cdot \left(\sum_{i=0}^{i=t-2}\left(\boldsymbol{\Psi}^{t-i-1} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[i]\right) + \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t-1]\right) + \boldsymbol{e}[t] \tag{4.36}$$

Selon l'équation (4.29), le terme $\boldsymbol{z}[0]$ contient aussi le bruit stochastique $\boldsymbol{e}[0]$. Afin de décomposer $\boldsymbol{z}[0]$ à la condition initiale réelle du système, $\boldsymbol{x}[0]$ et au bruit stochastique $\boldsymbol{e}[0]$, l'équation (4.37) est introduite pour découpler $\boldsymbol{z}[0]$ de $\boldsymbol{C_s}$:

$$\boldsymbol{z}[0] = \boldsymbol{C_s}^{\dagger} \cdot (\boldsymbol{x}[0] - \boldsymbol{e}[0]) \tag{4.37}$$

où la lettre supérieure † désigne le Pseudo-inverse de Moore-Penrose.

Maintenant, l'équation (4.36) peut s'écrire selon l'équation (4.37).

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Psi}^t \cdot \boldsymbol{C_s}^{\dagger} \cdot \boldsymbol{x}[0] - \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Psi}^t \cdot \boldsymbol{C_s}^{\dagger} \cdot \boldsymbol{e}[0] + \boldsymbol{C_s} \cdot \sum_{i=0}^{i=t-2}\left(\boldsymbol{\Psi}^{t-i-1} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[i]\right) + \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t-1] + \boldsymbol{e}[t] \tag{4.38}$$

où le premier terme $\boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Psi}^t \cdot \boldsymbol{C_s}^{\dagger} \cdot \boldsymbol{x}[0]$ représente la partie déterministe du signal $\boldsymbol{x}[t]$ et tout le reste représente la partie stochastique de $\boldsymbol{x}[t]$. Le terme $\boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t-1] + \boldsymbol{e}[t]$ est une partie intrinsèque indépendante des valeurs propres de la matrice d'état $\boldsymbol{\Psi}$.

4.4.2 Décomposition du signal en valeurs et vecteurs propres

Selon l'équation (4.3), la décomposition en valeurs et vecteurs propres sur $\boldsymbol{\Psi}$ est :

$$\boldsymbol{\Psi}_{kv\times kv} = \boldsymbol{\Theta}_{kv\times kv} \cdot \boldsymbol{\Upsilon}_{kv\times kv} \cdot \boldsymbol{\Theta}^{-1}{}_{kv\times kv} \tag{4.39}$$

où :

$$\boldsymbol{\Upsilon} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & \\ & \lambda_2 & & & \\ & & \cdots & & \\ & & & \lambda_{kv-1} & \\ & & & & \lambda_{kv} \end{bmatrix}_{kv\times kv} \tag{4.40}$$

$$\boldsymbol{\Theta}^{-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}^1{}_{1\times kv} \\ \boldsymbol{\theta}^2{}_{1\times kv} \\ \cdots \\ \cdots \\ \boldsymbol{\theta}^{kv}{}_{1\times kv} \end{bmatrix}_{kv\times kv} \tag{4.41}$$

La propriété de la décomposition en valeurs et vecteurs propres est :

$$\boldsymbol{\Psi}^t = \boldsymbol{\Theta} \cdot \boldsymbol{\Upsilon}^t \cdot \boldsymbol{\Theta}^{-1} \tag{4.42}$$

En tenant compte de la décomposition ci-dessus, l'équation (4.38) peut s'écrire comme :

$$\boldsymbol{x}[t] = \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Theta} \cdot \boldsymbol{\Upsilon}^t \cdot \boldsymbol{\Theta}^{-1} \cdot \boldsymbol{C_s}^{\dagger} \cdot \boldsymbol{x}[0] - \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Theta} \cdot \boldsymbol{\Upsilon}^t \cdot \boldsymbol{\Theta}^{-1} \cdot \boldsymbol{C_s}^{\dagger} \cdot \boldsymbol{e}[0] + \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Theta} \cdot \sum_{i=0}^{i=t-2} \left(\boldsymbol{\Upsilon}^{t-i-1} \cdot \boldsymbol{\Theta}^{-1} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[i]\right) + \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t-1] + \boldsymbol{e}[t] \tag{4.43}$$

Les matrices suivantes sont introduites pour simplifier l'expression de l'équation (4.43) :

$$\boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{\Theta} = \left[\boldsymbol{C}_{1_{(k\times1)}} \quad \boldsymbol{C}_{2_{(k\times1)}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \boldsymbol{C}_{kv_{(k\times1)}}\right]_{k\times kv} \tag{4.44}$$

$$\boldsymbol{C_s}^{\dagger} \cdot \boldsymbol{x}[0] = \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{c}_{(kv\times1)}} \tag{4.45}$$

$$\boldsymbol{C_s}^{\dagger} \cdot \boldsymbol{e}[0] = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{c}_{(kv\times1)}} \tag{4.46}$$

$$\boldsymbol{\Theta}^{-1} \cdot \boldsymbol{K_a} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}^1{}_{1\times k} \\ \boldsymbol{\beta}^2{}_{1\times k} \\ \boldsymbol{\beta}^3{}_{1\times k} \\ \cdots \\ \boldsymbol{\beta}^{kv}{}_{1\times k} \end{bmatrix}_{kv\times k} \tag{4.47}$$

$\boldsymbol{x}[t]$ peut se décomposer en combinaison des valeurs propres de $\boldsymbol{\Psi}$:

$$\boldsymbol{x}[t] = \sum_{u=1}^{u=kv} \boldsymbol{C}_u \cdot \boldsymbol{\theta}^u \cdot \boldsymbol{X_c} \cdot \lambda_u^t + \sum_{u=1}^{u=kv} \boldsymbol{C}_u \cdot \left(\sum_{i=0}^{i=t-2} \boldsymbol{\beta}^u \cdot \boldsymbol{e}[i] \cdot \lambda_u^{t-i-1} - \boldsymbol{\theta}^u \cdot \boldsymbol{E_c} \cdot \lambda_u^t\right) + \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t-1] + \boldsymbol{e}[t] \tag{4.48}$$

où le terme $\sum_{u=1}^{u=kv} \boldsymbol{C}_u \cdot \boldsymbol{\theta}^u \cdot \boldsymbol{X_c} \cdot \lambda_u^t$ représente la partie déterministe et le terme reste $\sum_{u=1}^{u=kv} \boldsymbol{C}_u \cdot \left(\sum_{i=0}^{i=t-2} \boldsymbol{\beta}^u \cdot \boldsymbol{e}[i] \cdot \lambda_u^{t-i-1} - \boldsymbol{\theta}^u \cdot \boldsymbol{E_c} \cdot \lambda_u^t\right) + \boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t-1] + \boldsymbol{e}[t]$ représente la partie stochastique de $\boldsymbol{x}[t]$.

4.4.3 Indice SMSN

Puisque le signal $\boldsymbol{x}[t]$ est un vecteur, l'amplitude modale de la partie déterministe et stochastique pour chaque valeur propre u est calculée comme pour le modèle VAR (Pandit 1991, Vu et al. 2013).

L'amplitude modale moyenne de la partie déterministe pour la valeur propre u est :

$$AM_u = \sum_{t=0}^{t=N-1} \left(\overline{\boldsymbol{C}}_{u_{1\times k}}^{T} \cdot \boldsymbol{C}_{u_{k\times 1}}\right)^{1/2} \cdot |\boldsymbol{\theta}^u \cdot \boldsymbol{X_c}| \cdot |\lambda_u^t| \tag{4.49}$$

AM_u caractérise la puissance du paramètre modal u dans la partie déterministe de $\boldsymbol{x}[t]$ sur les données mesurées. Bien que la forme discrète de l'équation (4.49) soit plus approprié car obtenue à partir des données discrètes, sa forme continue, ce qui est physiquement plus significatif, peut être obtenue en intégrant l'enveloppe exponentielle de $\lambda_u = e^{\sigma_u T_s}$ où T_s est le temps d'échantillonnage. Un autre avantage de la forme continue est qu'elle ne dépend pas du nombre d'observations. Dans ce chapitre, la puissance modale continue est adoptée en utilisant le carré de l'amplitude modale continue comme dans l'équation (4.50):

$$CP_u = \frac{\left(\overline{\boldsymbol{C}}_{u_{1\times k}}^{T} \cdot \boldsymbol{C}_{u_{k\times 1}}\right)|\boldsymbol{\theta}^u \cdot \boldsymbol{X_c}|^2}{{\sigma_u}^2} \tag{4.50}$$

Les valeurs propres contribuent à la partie stochastique sauf au terme $\boldsymbol{C_s} \cdot \boldsymbol{K_a} \cdot \boldsymbol{e}[t-1] + \boldsymbol{e}[t]$. Puisque cette partie est stochastique, la variance modale pour chaque valeur propre u est calculée dans l'équation (4.51) :

$$MV_u = \sum_{t=0}^{t=N-1} \left(\overline{\boldsymbol{C}_{u_{1\times k}}}^T \cdot \boldsymbol{C}_{u_{k\times 1}} \right)^{1/2} \cdot \left| \sum_{i=0}^{i=t-2} \boldsymbol{\beta}^u \cdot \boldsymbol{e}[i] \cdot \lambda_u^{t-i-1} - \boldsymbol{\theta}^u \cdot \boldsymbol{E_c} \cdot \lambda_u^t \right| \tag{4.51}$$

L'indice SMSN est défini comme le ratio de CP_u sur MV_u dans l'équation (4.52) (Pandit 1991). Il représente le rapport modal du signal sur bruit sur le signal observé pour le paramètre identifié u. Pour un paramètre modal, son SMSN devrait avoir une valeur supérieure par rapport au paramètre parasite. Supposant que le nombre des paramètres modaux est m, puis par la mise en ordre décroissant de SMSN pour tous les paramètres identifiés, ceux correspondant aux paramètres modaux se trouvent aux premières m places et peuvent donc être distingués de ceux parasites.

$$SMSN_u = \frac{CP_u}{MV_u} \tag{4.52}$$

Un organigramme sur la procédure principale pour l'application de TMSN est présenté à la Fig. 4.1.

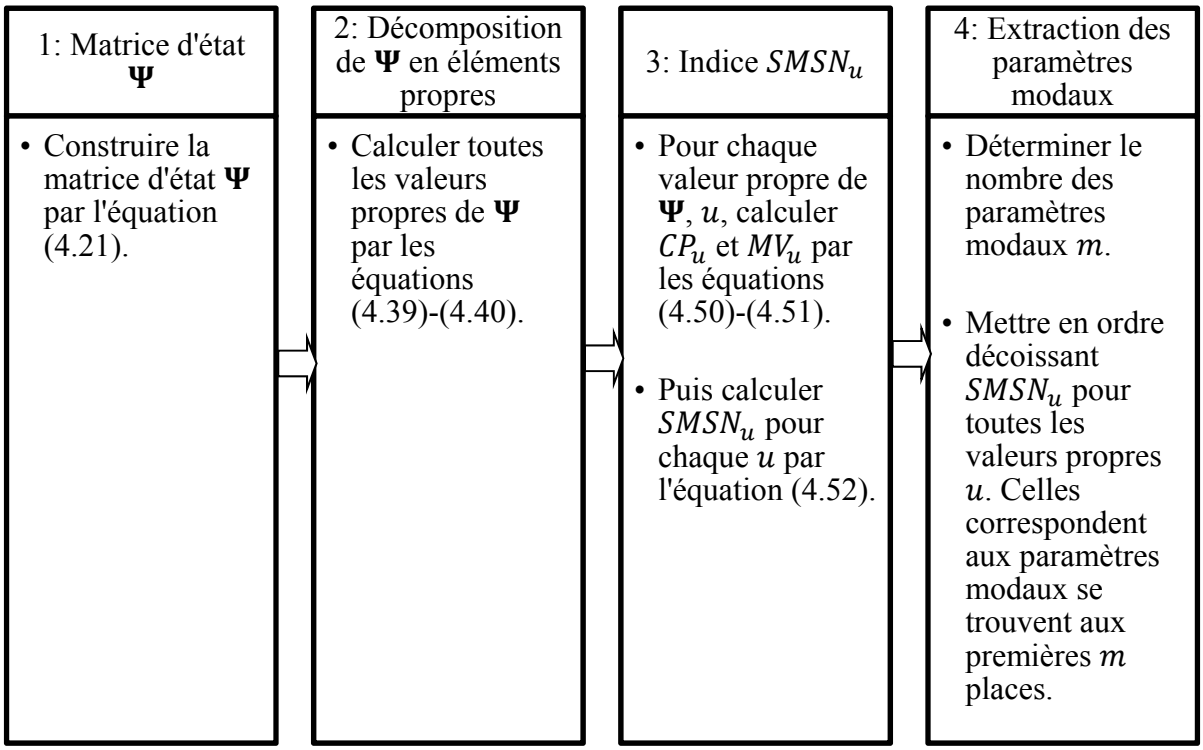


Figure 4.1 Procédure principale pour l'application de SMSN

4.5 Application de SMSN

L'exemple d'application de SMSN est présenté dans cette section. Il est appliqué d'abord par simulation numérique appliquée sur le même système non stationnaire à 3 degrés de liberté que celui dans la section 3.5.1, et puis par un test expérimental sur le même robot flexible en mouvement que celui dans la section 3.5.2.

4.5.1 Application numérique sur un système non stationnaire

Puisque le système de simulation est connu, le nombre des paramètres modaux est supposé à 3. L'identification par SSI-DATA avec l'application de SMSN est présentée à la Fig. 4.2, avec un nombre de lignes du bloc $v = 10$ et une longueur de fenêtre mobile $l_{mv} = 500$. Les courbe en différentes couleurs (bleu : mode 1; vert : mode 2; rouge : mode 3) représentent les paramètres modaux théoriques et les marques en croix représentent les résultats identifiés. Grâce à SMSN, les fréquences propres du système sont extraites avec succès comme montré à la Fig. 4.2(a). Leurs taux d'amortissement correspondants présentés à la Fig. 4.2(b), ne sont pas aussi précis que les fréquences naturelles. Il faut dire que pour l'identification de systèmes non stationnaires sous excitation aléatoire, l'identification du taux d'amortissement est très difficile en utilisant seulement le signal de la réponse comme c'est le cas pour SSI-DATA (Su et al. 2014, Dziedziech et al. 2015, Huang et al. 2016).

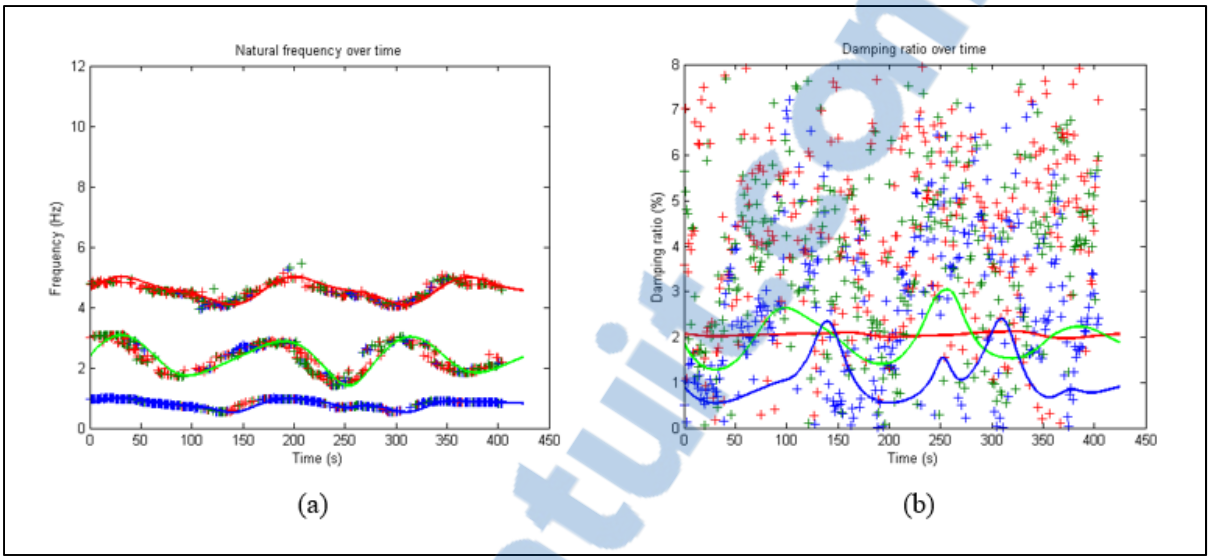


Figure 4.2 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

Ensuite la sensibilité à différents ordres (différents nombres de lignes du bloc v) de SSI-DATA est étudiée. La Fig. 4.3 montre clairement que les résultats sont insensibles à différentes valeurs de v.

Rapport-Gratuit.com

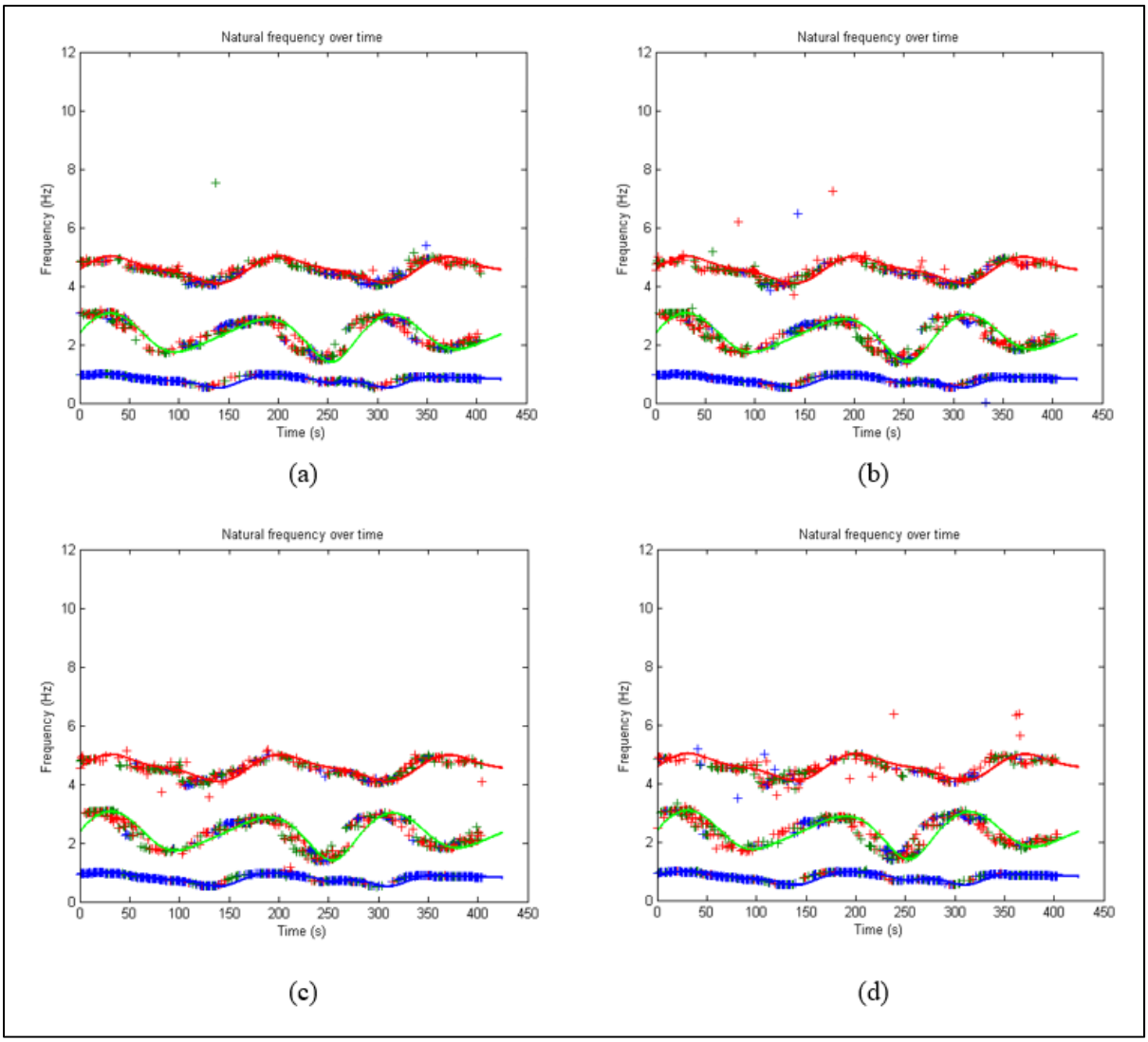


Figure 4.3 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN :
(a) $v = 8$ (b) $v = 12$ (c) $v = 16$ (d) $v = 18$

Ensuite, la robustesse de SMSN au bruit est examinée. Dans ce cas, différents de rapport du signal sur bruit (NSR) sont ajoutés à tous les canaux de la réponse du système. D'abord l'identification avec NSR=20% est présentée à la Fig. 4.4. Les fréquences naturelles sont extraites avec succès comme montré à la Fig. 4.4(a). Dans ce cas avec bruit, une fréquence parasite proche de 0 Hz apparaît et son taux d'amortissement correspondant est égal à 100% comme montré à la Fig. 4.4(c). Par conséquent, cette fréquence parasite peut être facilement identifiée et enlevée.

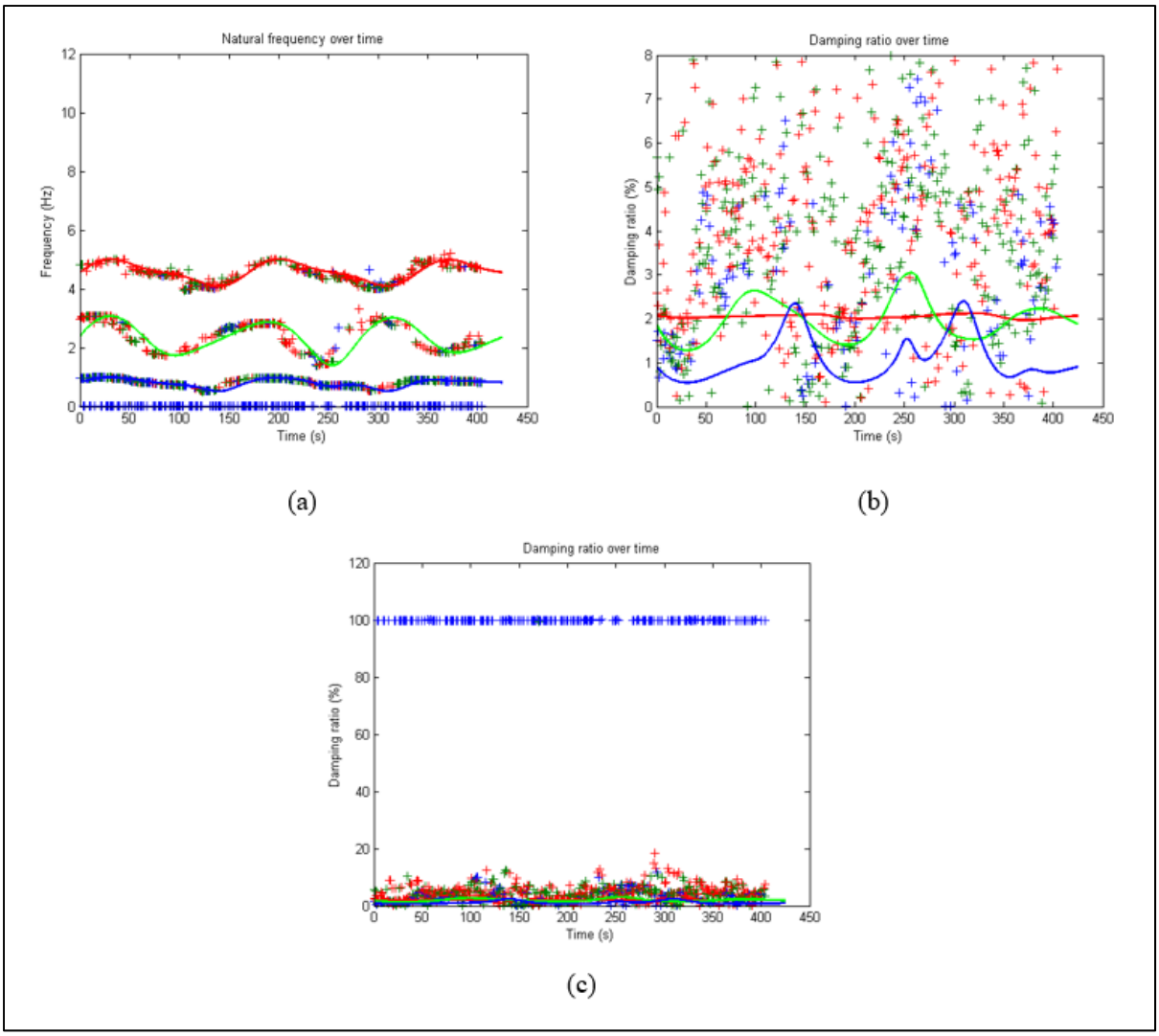


Figure 4.4 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN (NSR=20%) :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement local (c) Taux d'amortissement total

L'identification des fréquences propres avec différents NSR = 50%, 100%, 200% et 400% est présentée à la Fig. 4.5. Autant pour tous ces signaux bruités que pour le cas sans bruit (Fig. 4.2-4.3), les fréquences propres sont extraites avec succès. On peut donc conclure que SMSN est robuste au bruit.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

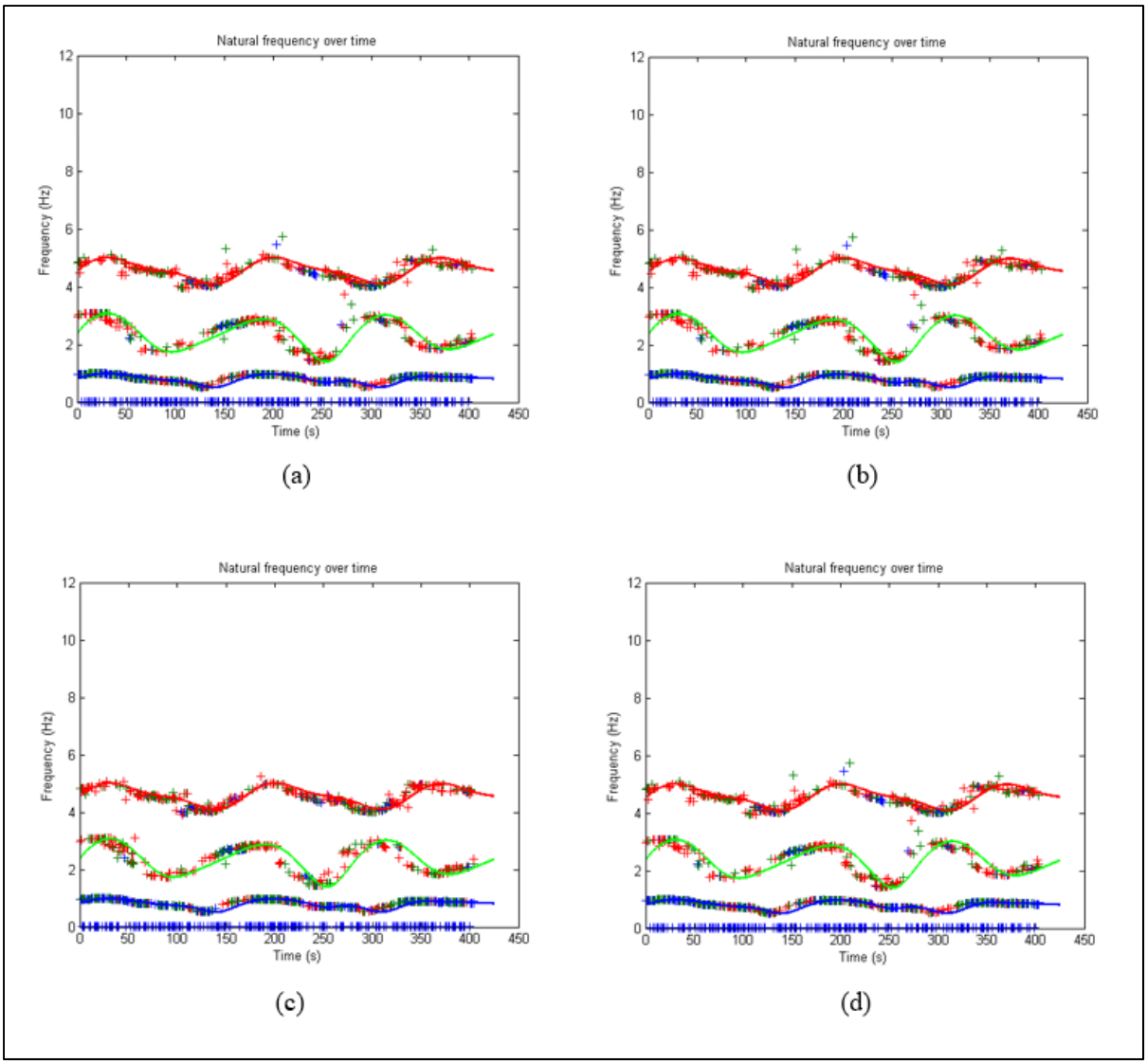


Figure 4.5 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN :
(a) NSR=50% (b) NSR=100% (c) NSR=200% (d) NSR=400%

4.5.2 Application expérimental sur un robot flexible en mouvement

Le nombre de paramètres modaux du robot doit être déterminé au préalable. Le résultat du test d'impact présenté dans Tab. 2.5 est considéré en tant que la référence des paramètres modaux du robot. Selon Tab. 2.5, il y a au total 16 paramètres modaux obtenus. La fréquence de 60 Hz et ses harmoniques de 120, 180 et 240 Hz sont les fréquences électriques et leurs taux d'amortissement sont proches de 0. Basé sur cette référence, un nombre de 16 est déterminé en tant que nombre des paramètres modaux. Le résultat d'identification par SSI-

DATA avec application de SMSN est présenté à la Fig. 4.6, avec un nombre des lignes du bloc $v = 16$ et une longueur de la fenêtre mobile $l_{mv} = 500$. Basé sur ce résultat, des analyses plus détaillées sont présentées ci-dessous.

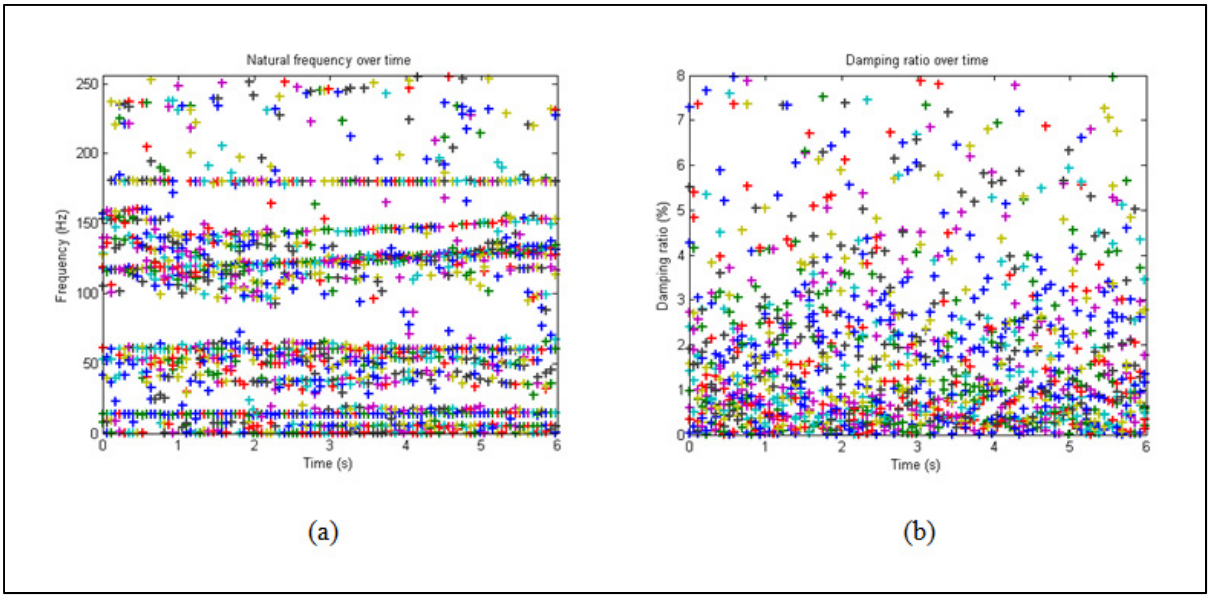


Figure 4.6 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

En tant qu'un test réel, le signal mesuré par les capteurs contient inévitablement des bruits. Comme le résultat de la simulation ci-dessus avec du bruit (Fig. 4.4-4.5), une fréquence parasite proche de zéro apparaît et est marquée en rouge comme dans la Fig. 4.7(a). De même son taux d'amortissement correspondant également marqué en rouge est égal à 100% comme dans la Fig. 4.7(b). Cette fréquence parasite peut donc être facilement identifiée et enlevée.

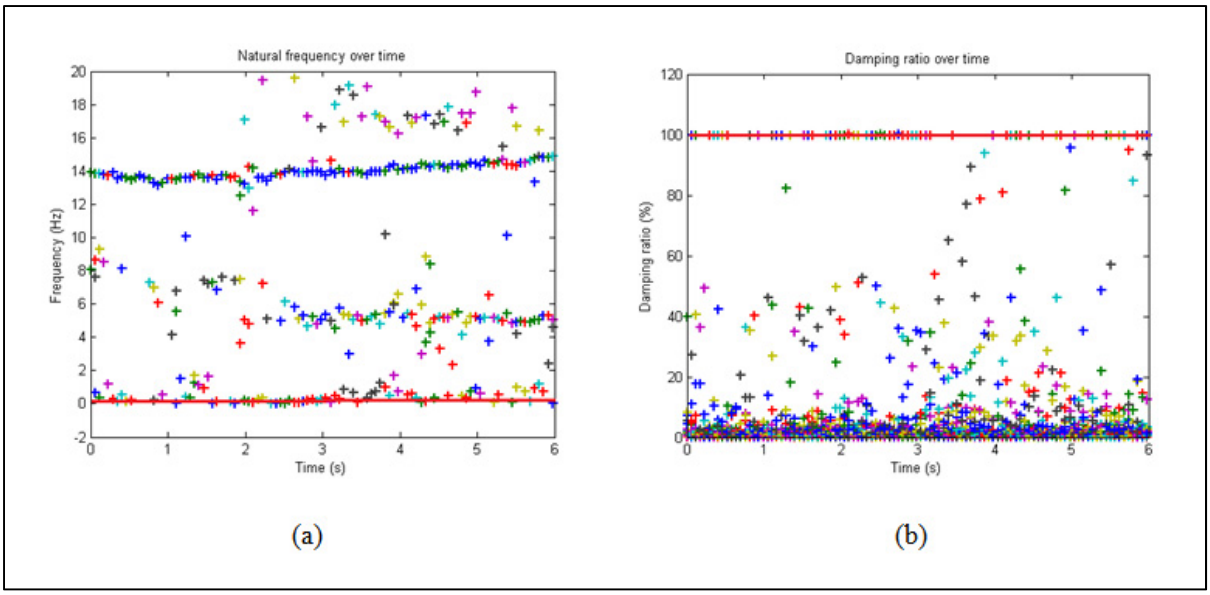


Figure 4.7 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

Les fréquences identifiées sont aussi comparées à celles de Tab. 2.5. Les fréquences identifiées avec deux échelles de fréquence (0-80 Hz et 80-256 Hz) sont présentés à la Fig. 4.8. À partir des Fig. 4.8(a) et (b), on s'aperçoit que les 1ère, 2ème, 5ème, 7ème, 8ème, 11ème, 13ème et 15ème fréquences sont identifiées. Par contre, les 4ème, 6ème, 10ème, 12ème et 16ème fréquences ne sont pas identifiées. Pour certaines fréquences, seule une partie d'entre elles sont identifiées (3ème, 9ème et 14ème fréquence). Les 12ème et 16ème fréquences sont les fréquences électriques de 120 et 240 Hz, la raison pour laquelle elles ne sont pas identifiées est que dans le mouvement du robot, les fréquences électriques principales sont de 60 et 180 Hz. Pour les autres fréquences non identifiées ou partiellement identifiées (3ème, 4ème, 6ème, 9ème, 10ème et 14ème fréquence), la raison est qu'elles ne sont pas excitées par le mouvement réalisé du robot. Dans le test du robot en mouvement, l'excitation est générée par le moteur dans la partie de translation de L1 dans Fig. 3.11. En fait, les fréquences montrées dans Fig. 4.8 sont celles les plus excitées et identifiées au cours du mouvement réalisé.

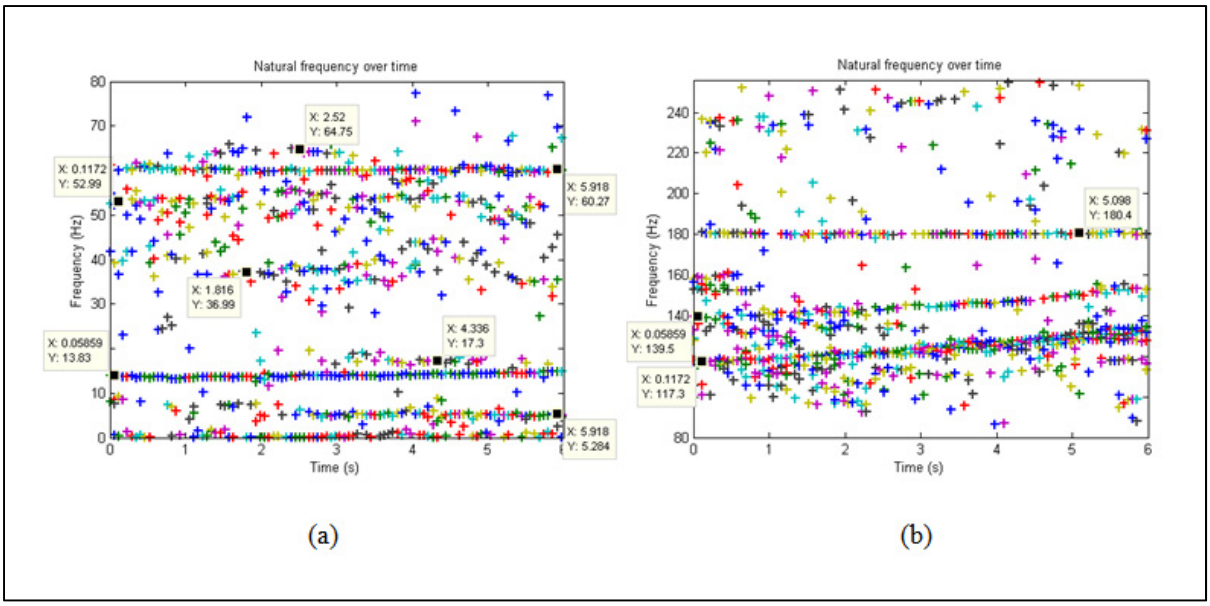


Figure 4.8 Identification par SSI-DATA avec application de SMSN :
(a) Fréquence propre (b) Taux d'amortissement

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode SSI-DATA à court terme avec fenêtre mobile est adoptée pour identifier les paramètres modaux de systèmes non stationnaires. Étant donné que le nombre de méthodes pour distinguer les paramètres modaux de ceux parasite est encore limité pour SSI-DATA, la contribution de ce chapitre est de développer un nouvel index SMSN à cette fin pour SSI-DATA. L'efficacité de SMSN est démontrée avec succès par simulation numérique et par test expérimental sur un robot flexible SCOMPI. L'application de TMSN s'est avérée robuste contre différents ordres de SSI-DATA et le bruit. Pour les travaux futurs, SMSN appliqué à SSI-DATA à court terme dans ce chapitre pourrait également être appliqué à d'autres ramifications de SSI-DATA (par exemple récursif SSI-DATA) pour l'identification des systèmes non stationnaires.

CHAPITRE 5

SYNTHÈSE SUR LES MÉTHODES DU DOMAINE TEMPOREL POUR L'IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES MODAUX DE SYSTÈMES NON STATIONNAIRES

Dans les chapitres précédents, les modèles AFS-VTAR/FS-VTAR et SSI-DATA à court terme (ST SSI-DATA) ont été présentés pour l'identification des paramètres modaux de systèmes non stationnaires. Ces deux modèles et le modèle STAR (Short Time AR) (Vu et al. 2010) représentent actuellement les méthodes principales du domaine temporel. Dans ce chapitre, une synthèse est donnée sur l'application et comparaison de ces trois modèles sur différents aspects.

Le même système non stationnaire à 3 DDL que celui décrit dans le chapitre 3 est adopté pour les comparaisons. Le système est excité par une force aléatoire stationnaire qui suit la loi normale de moyenne nulle. Trois conditions sont étudiées :

1 : l'écart type de la force aléatoire égal à 1;
2 : l'écart type de la force aléatoire égal à 10;
3 : à la condition 2, un bruit du type moyenne quadratique de 100% est ajouté sur la masse m_3.

L'efficacité et la robustesse de ces trois méthodes d'identification en utilisant les indices TMSN et SMSN présentés dans cette thèse et l'indice DMSN (Vu et al. 2013) respectivement, sont examinées pour chaque condition à différents ordres du modèle, puisque ce dernier est un paramètre important dans l'utilisation de ces modèles.

5.1 Condition 1

Les résultats d'identification à la condition 1 sont montrés dans les figures 5.1-5.3, avec les lignes solides représentant les valeurs théoriques et les lignes avec croix représentant les

résultats identifiés. Selon la figure 5.1, la deuxième et la troisième fréquence naturelle sont identifiées à l'ordre 4 et toutes les fréquences naturelles sont bien identifiées à l'ordre 6 par le modèle AFS-VTAR. Cependant rien n'est identifié aux ordres 8 ou 10. Les figures 5.2 et 5.3 montrent que le modèle ST SSI-DATA et STAR sont capables d'identifier toutes les fréquences naturelles à tous les ordres. Les résultats sont insensibles aux différents ordres pour ces deux modèles.

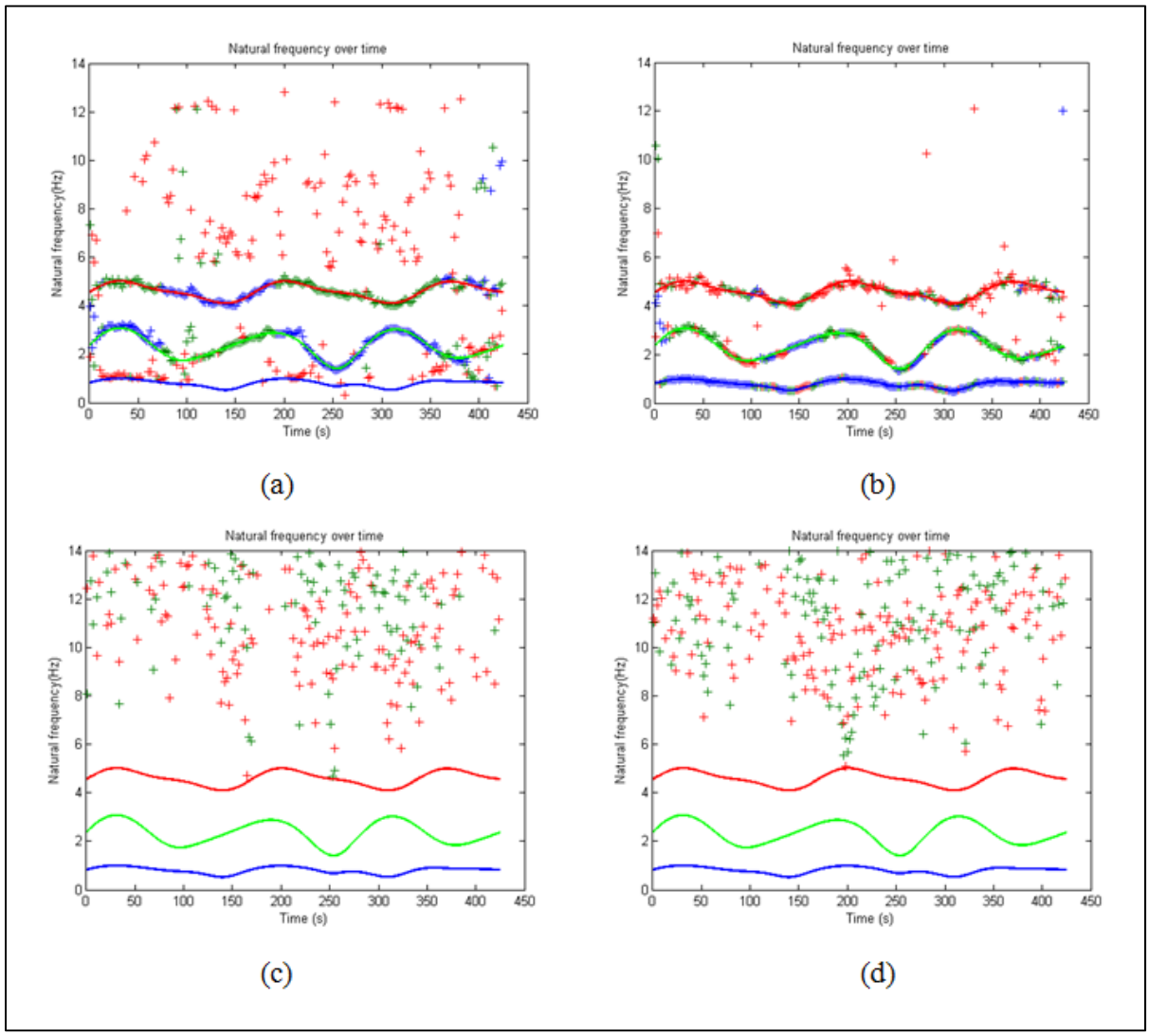


Figure 5.1 Identification par AFS-VTAR à différents ordres du modèle n :
(a) $n = 4$ (b) $n = 6$ (c) $n = 8$ (d) $n = 10$

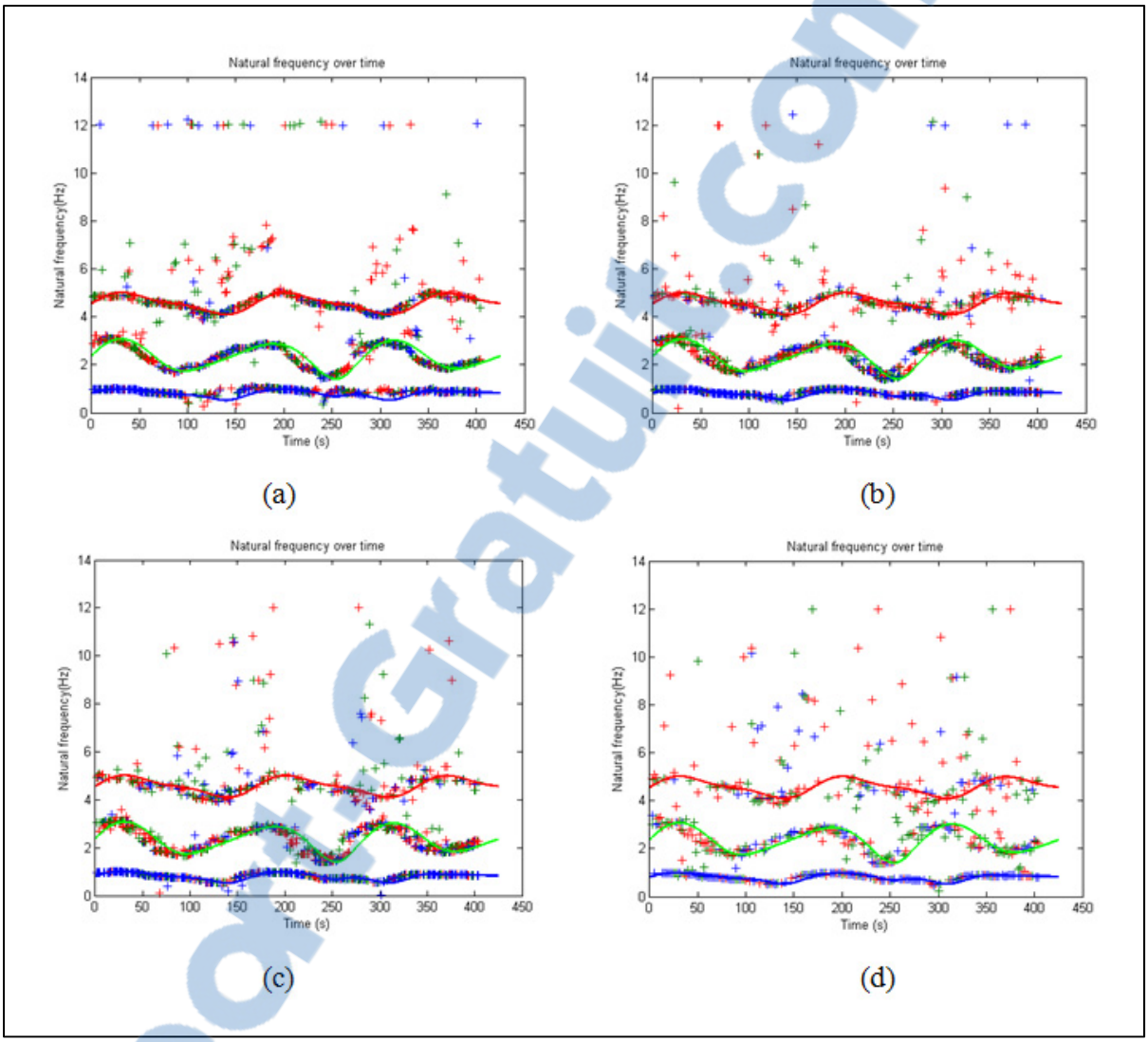


Figure 5.2 Identification par ST SSI-DATA à différents nombres des lignes du bloc v : (a) $v = 8$ (b) $v = 12$ (c) $v = 16$ (d) $v = 20$

Rapport-Gratuit.com

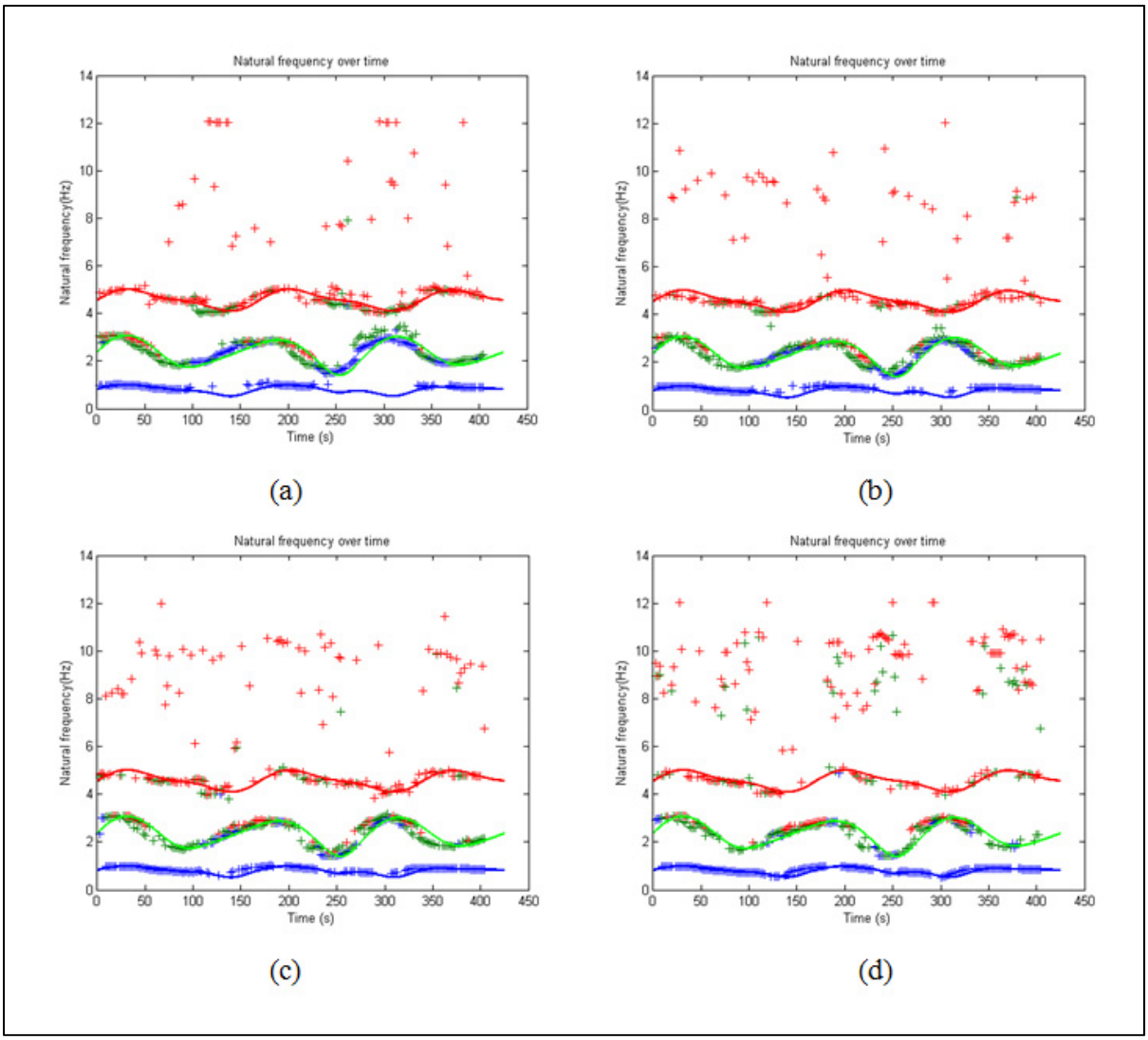


Figure 5.3 Identification par STAR à différents ordres du modèle n :
(a) $n = 8$ (b) $n = 12$ (c) $n = 16$ (d) $n = 20$

5.2 Condition 2

Les résultats d'identification à la condition 2 sont montrés dans les figures 5.4-5.6. Selon la figure 5.4, la deuxième et la troisième fréquence naturelle sont identifiées à l'ordre 4 et la première fréquence naturelle est identifiée à l'ordre 6 par le modèle AFS-VTAR. Cependant rien n'est identifié aux ordres 8 ou 10. Les figures 5.5 et 5.6 montrent que le modèle ST SSI-DATA et STAR sont capables d'identifier toutes les fréquences naturelles à tous les ordres. Les résultats sont insensibles aux différents ordres pour ces deux modèles.

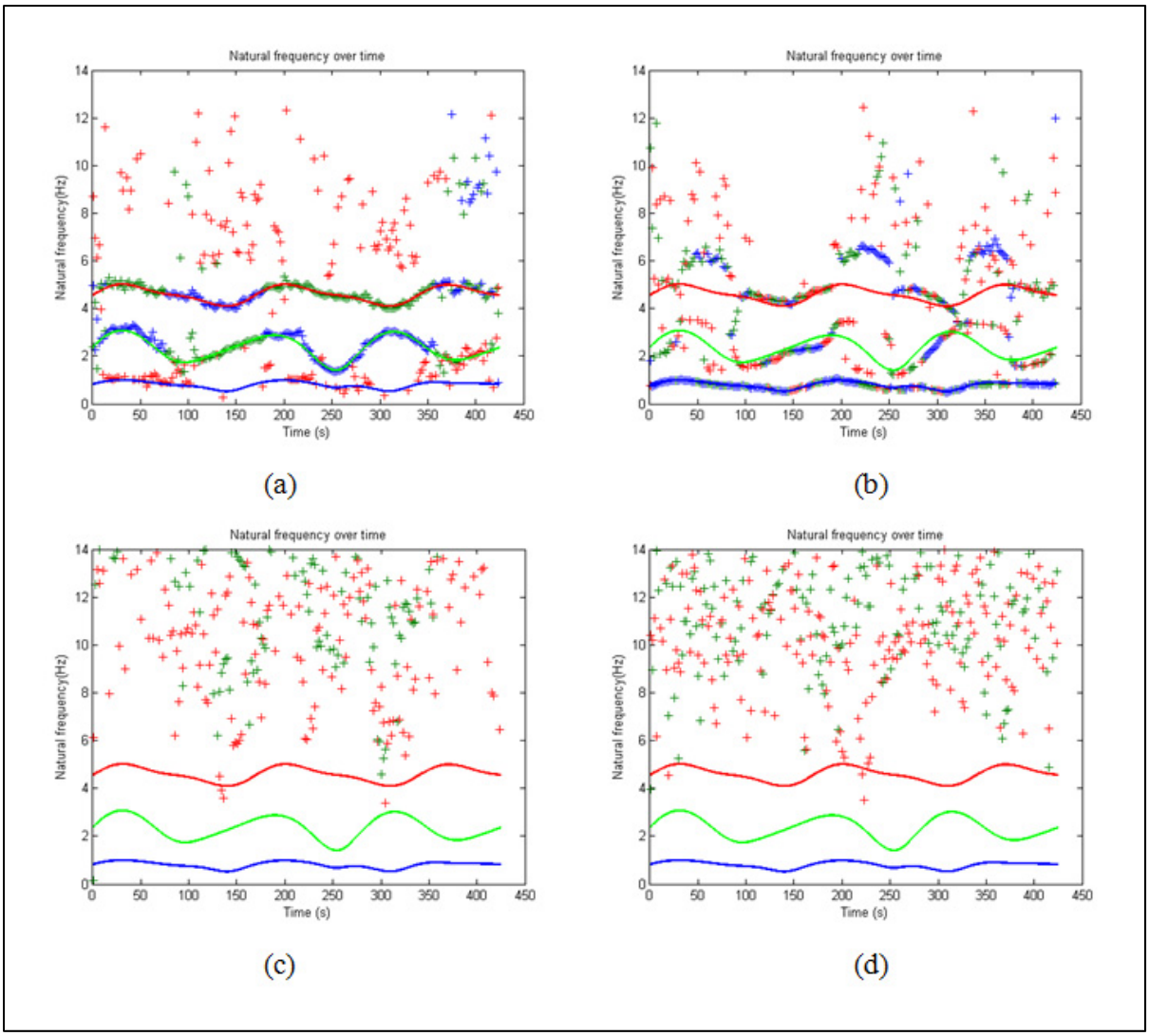


Figure 5.4 Identification par AFS-VTAR à différents ordres du modèle n :
(a) $n = 4$ (b) $n = 6$ (c) $n = 8$ (d) $n = 10$

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

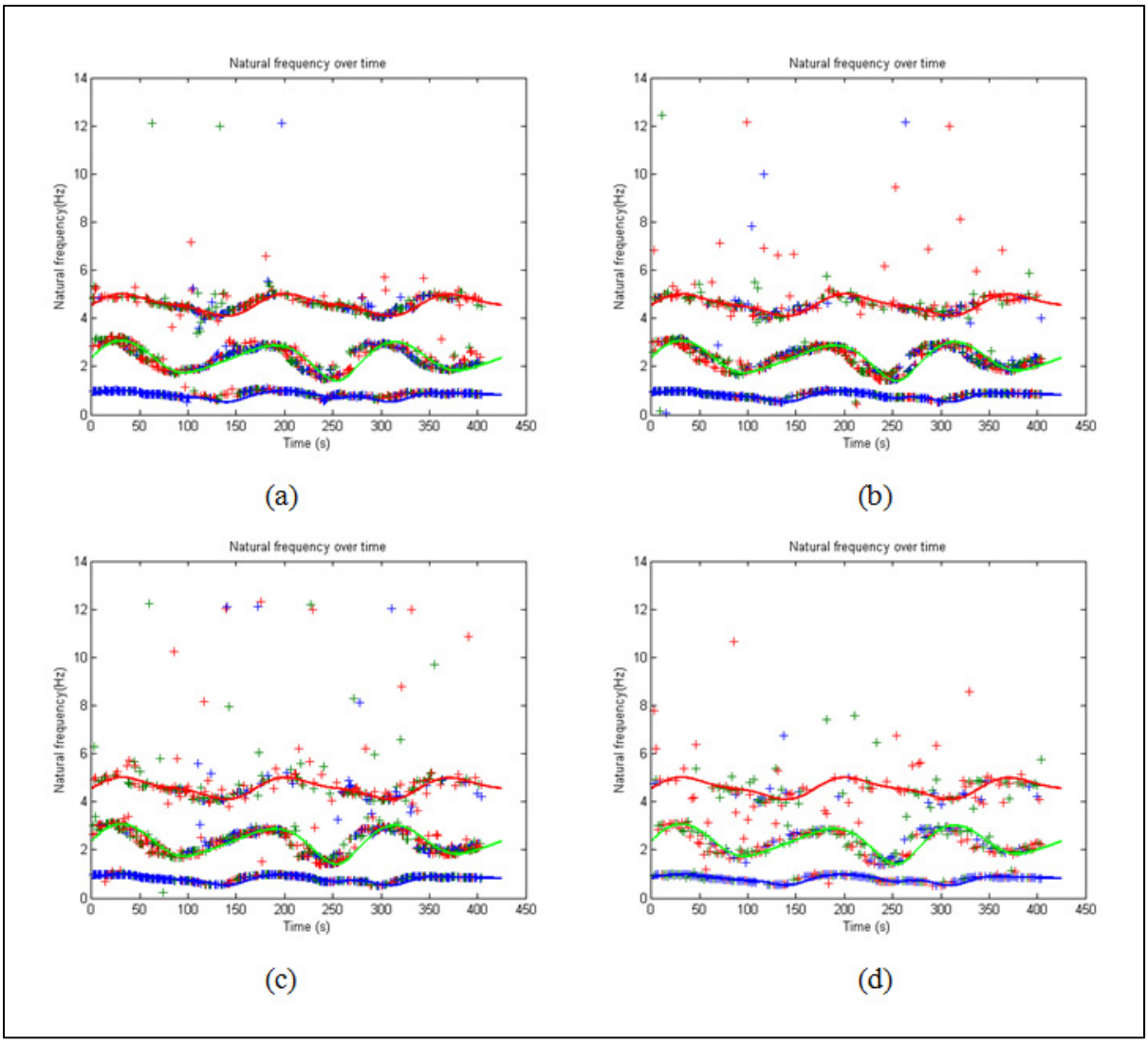


Figure 5.5 Identification par ST SSI-DATA à différents nombres des lignes du bloc v : (a) $v = 8$ (b) $v = 12$ (c) $v = 16$ (d) $v = 20$

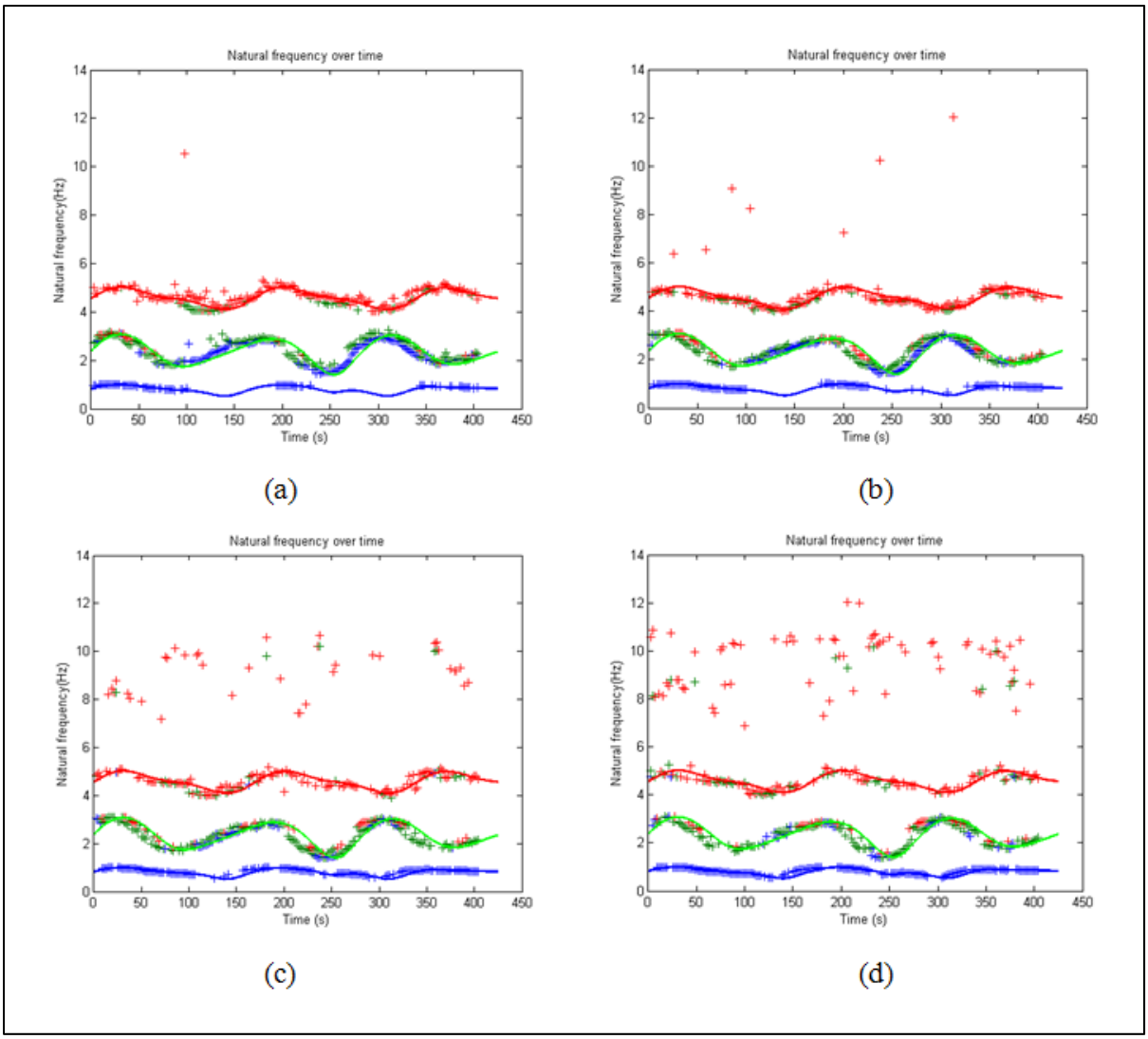


Figure 5.6 Identification par STAR à différents ordres du modèle n :
(a) $n = 8$ (b) $n = 12$ (c) $n = 16$ (d) $n = 20$

5.3 Condition 3

Les résultats d'identification à la condition 3 sont montrés dans les figures 5.7-5.9. Selon la figure 5.7, comme à la condition 2, la deuxième et la troisième fréquence naturelle sont identifiées à l'ordre 4 et la première fréquence est identifiée à l'ordre 6 par le modèle AFS-VTAR. Cependant rien n'est identifié aux ordres 8 ou 10. Les figures 5.8 et 5.9 montrent que le modèle ST SSI-DATA et STAR sont capables d'identifier toutes les fréquences naturelles à tous les ordres. Les résultats sont insensibles aux différents ordres pour ces modèles,

cependant quand le bruit existe, une fréquence de 0 Hz est identifiée et l'identification de la troisième fréquence naturelle est un peu influencée.

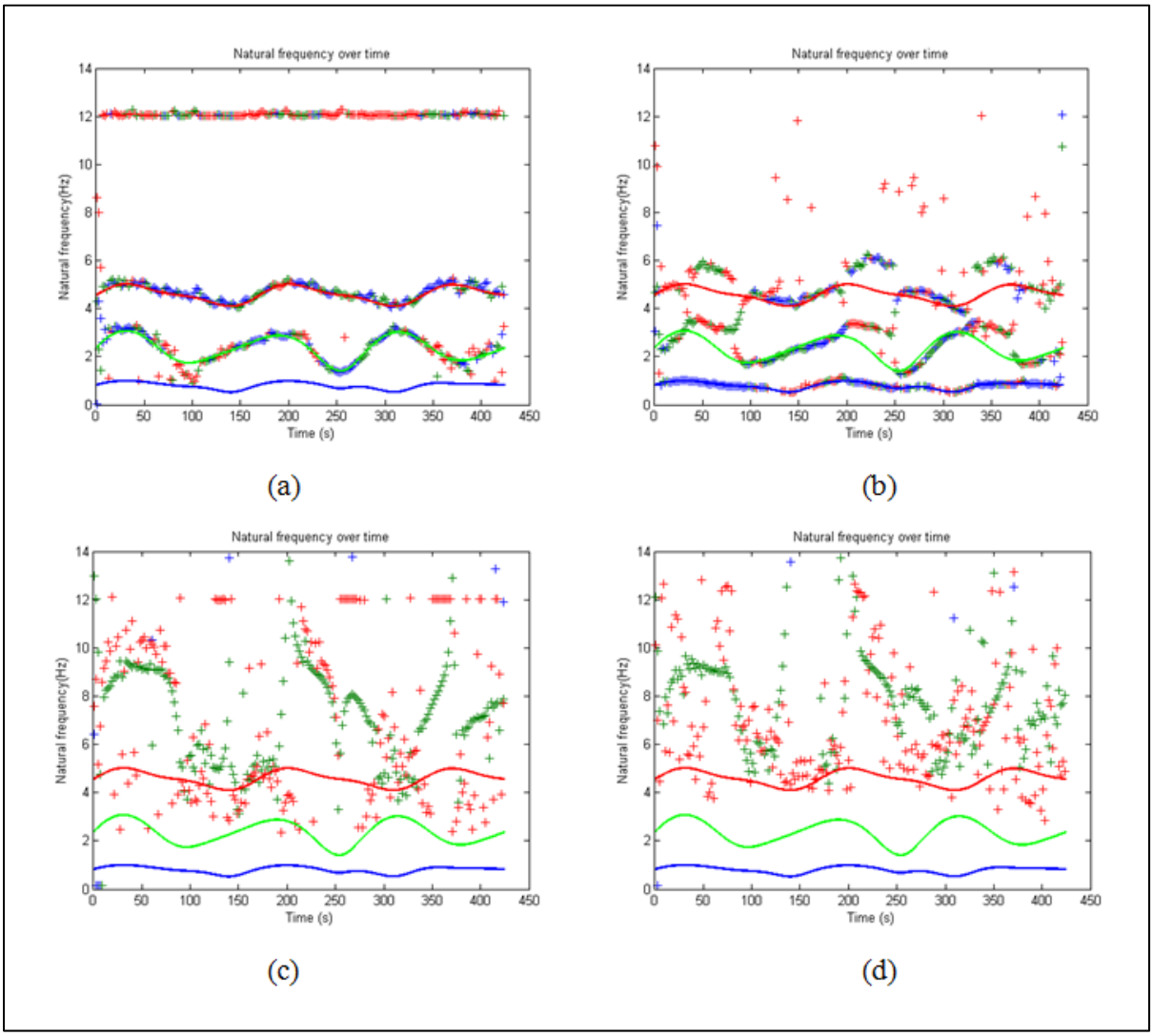


Figure 5.7 Identification par AFS-VTAR à différents ordres du modèle n :
(a) $n = 4$ (b) $n = 6$ (c) $n = 8$ (d) $n = 10$

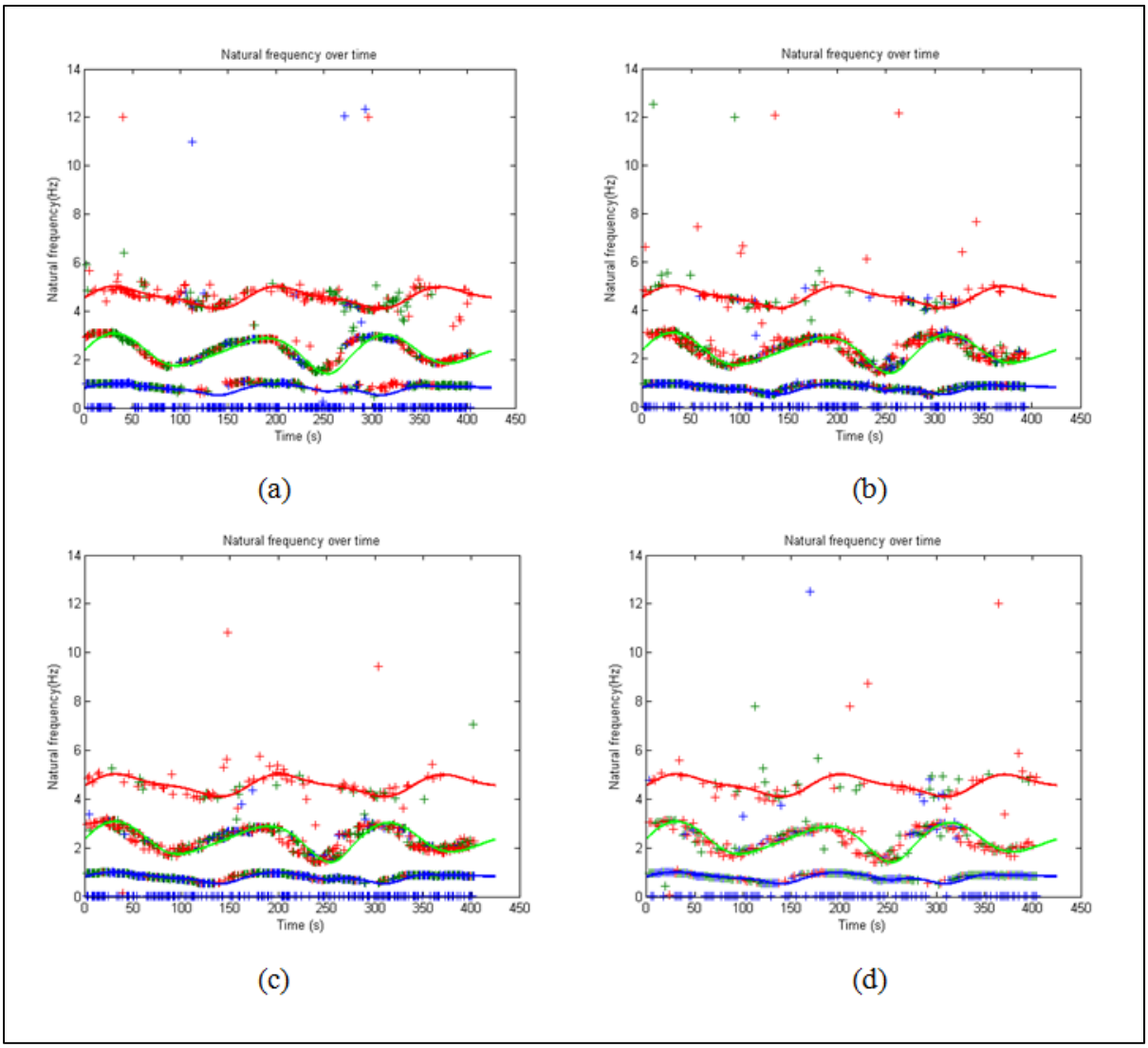


Figure 5.8 Identification par ST SSI-DATA à différents nombres des lignes du bloc v : (a) $v = 8$ (b) $v = 12$ (c) $v = 16$ (d) $v = 20$

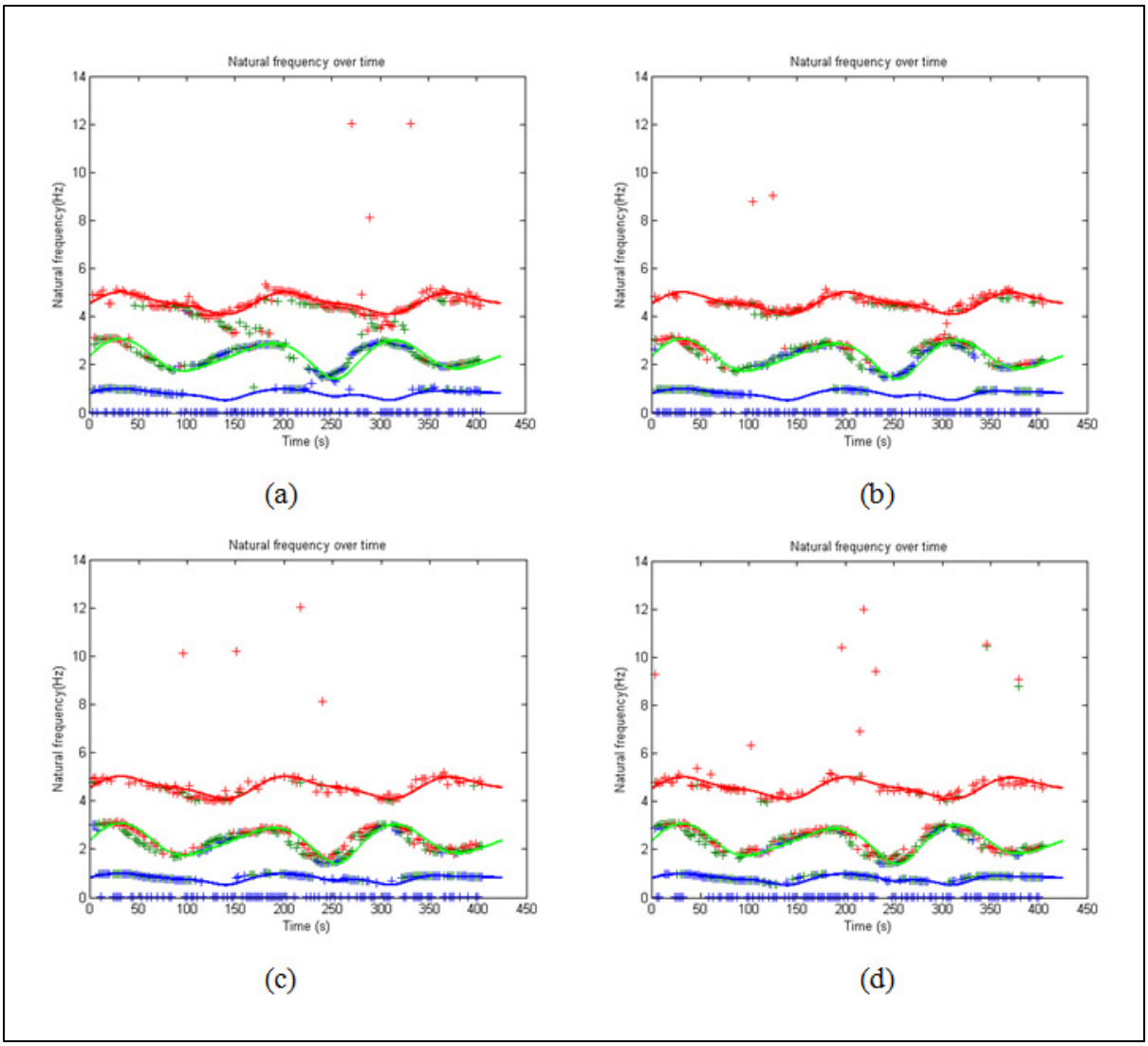


Figure 5.9 Identification par STAR à différents ordres du modèle n :
(a) $n = 8$ (b) $n = 12$ (c) $n = 16$ (d) $n = 20$

5.4 Synthèse

Selon les résultats ci-dessus, l'identification par AFS-VTAR/FS-VTAR est beaucoup plus sensible aux différents ordres. C'est pourquoi l'étape du choix de l'ordre est indispensable et exigeant pour ces deux modèles. De plus l'identification par ces modèles est aussi sensible aux différentes excitations. À moins qu'un ordre adéquat et une fonction de base adéquate ne soient bien déterminés, un bon résultat d'identification ne sera pas garanti.

D'un autre côté, bien que ST SSI-DATA et STAR estiment les paramètres modaux non stationnaires par une approximation stationnaire, les résultats sont encore acceptables. De plus, ces deux modèles sont robustes à toutes ces conditions peu importe l'écart type de la force ou le bruit et sont insensibles aux différents ordres du modèle. Les résultats obtenus par ces deux modèles sont comparables. La différence entre ces deux modèles est dans l'aspect théorique.

Le modèle ARMA est idéal pour la modélisation de systèmes excités par une force aléatoire considérée comme un bruit blanc. La partie AR représente la sortie des données mesurées et la partie MA représente l'entrée du bruit blanc. La méthode d'estimation telle que la prédiction d'erreurs est souvent utilisée pour estimer les paramètres du modèle. Malheureusement, cela représente une estimation hautement non-linéaire et la convergence du résultat n'est pas toujours garantie. Une des solutions possibles est de convertir le modèle ARMA en AR pour éliminer la partie MA qui cause l'estimation non-linéaire. Les paramètres de la partie AR peuvent alors être estimés par la méthode linéaire des moindres carrés. L'inconvénient est que, puisque le modèle AR est moins général que le modèle ARMA, souvent un ordre élevé du modèle est utilisé pour estimation car le modèle AR avec l'ordre élevé est équivalent au modèle ARMA (Pandit 1991, Vu et al. 2011). Cela va apporter évidemment plus de modes suspects. Par contre, le modèle SSI-DATA (et SSI-COV) est un modèle plus général car il est en effet un modèle transformé de ARMA. L'avantage de ce modèle est que la méthode d'estimation ne concerne aucun calcul non-linéaire et l'estimation des matrices du système est non-biaisée selon l'équation (4.21).

CONCLUSION

La thèse présente une étude sur l'identification des paramètres modaux de systèmes non stationnaires par le modèle AFS-VTAR et par ST SSI-DATA. L'algorithme développé a pour objectif de permettre des analyses modales opérationnelles. L'application a porté sur un robot flexible et léger dont la configuration change dans le temps, soit un système non stationnaire.

Les conclusions essentielles peuvent être soulignées comme suit :

Le modèle AFS-VTAR et ST SSI-DATA permettent d'identifier les paramètres modaux de systèmes non stationnaires. Le modèle AFS-VTAR développé à partir du modèle FS-TAR permet de traiter le problème de multi variables. L'application de B-spline en tant que fonction de base est valable pour différents types de changement des paramètres du modèle : lent ou rapide. Cependant ce modèle est beaucoup plus sensible aux différents ordres du modèle. Un choix adéquat de ce dernier par un critère tel que BIC est indispensable et exigeant. De plus selon le Chapitre 4, l'identification par AFS-VTAR est aussi sensible aux différentes excitations ajoutées sur le système non stationnaire. Cela rend la difficulté d'utiliser ce modèle.

SSI-DATA à court terme (ST SSI-DATA) est une autre méthode du domaine temporel qui est largement utilisée dans le domaine civil et mécanique. Bien que la résolution du résultat obtenu par ST SSI-DATA soit moins élevée que celle d'AFS-VTAR quand un ordre adéquat et une forme adéquate de B-spline sont déterminés pour ce dernier, elle est encore acceptable dans la plupart de cas. De plus, ST SSI-DATA représente les avantages tels qu'il est robuste contre différents bruits et est aussi insensible aux différents ordres du modèle. Cela rend la facilité d'utiliser ce modèle.

Les indices TMSN et SMSN développés pour les modèles AFS-VTAR et SSI-DATA respectivement, pour extraire les modes structuraux se sont montrés efficaces par simulations numériques aussi bien que pour le test expérimental sur le robot SCOMPI. Peu importe

Rapport-Gratuit.com

quelle méthode d'identification utilisée, que ce soit par simulations numériques ou par test, on s'aperçoit que les fréquences naturelles peuvent être bien identifiées mais qu'il reste des variances dans le taux d'amortissement.

RECOMMANDATIONS

La thèse présente une étape de développement pour réaliser une analyse modale opérationnelle en utilisant les modèles AFS-VTAR et ST SSI-DATA. Certains thèmes sont encore à améliorer et qui peuvent être considérés comme des directions pour une future recherche. Ci-dessous sont quelques thèmes à approfondir et recommandations pour le faire.

Fonction de base

Par rapport du modèle conventionnel FS-TARMA dans lequel la fonction prédéterminée est utilisée, l'application de B-spline dans le modèle AFS-TARMA (AFS-VTAR dans cette thèse) montre quelques avantages tels que l'adaptation à différents types de changements des paramètres physiques et le nombre réduit des coefficients à estimer. En effet, le modèle AFS-TARMA a ouvert la porte pour une recherche future plus profonde sur l'application des différentes splines en tant que fonctions de base.

Identification du taux d'amortissement

Les méthodes AFS-VTAR et ST SSI-DATA identifient toutes bien les fréquences naturelles que ce soit simulation numérique ou par essais réels. Mais l'identification du taux d'amortissement reste encore un défi pour ces deux modèles. Des recherches respectives sur l'identification de systèmee non stationnairee par méthodes des domaines fréquentiel (Dziedziech et al. 2015) et temporel (Su et al. 2014) du type entrée-sortie montrent que le taux d'amortissement peut être bien identifié. Pour qu'il en soit ainsi, dans le cas où seulement les données de sortie est disponibles, les efforts de recherche vont peut-être dans le sens de modéliser aussi les données d'entrée.

Contrôle du broutage du robot

Selon (Rafieian 2014), le broutage par couplage de modes peut être une raison majeure de l'instabilité du robot. Aussi le chapitre 1.2.2.2 montre que la loi de stabilité peut être établie sans la connaissance de la matrice d'amortissement, car l'effet de l'amortissement augmente toujours la stabilité du système. Du coup, pour la recherche future, même s'il est difficile

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

d’identifier précisément le taux d’amortissement du robot, l’équation dynamique non amortie peut quand même être établie pour le contrôle de broutage. En effet, si le système non amorti répond bien aux exigences de stabilité, ainsi en est-il pour le système amorti.

ANNEXE I

Basis Function Selection Criterion for Modal Monitoring of Non-Stationary Systems

Li W.[1], Vu V. H. [1], Liu Z. [1], Thomas M. [1] and Hazel B. [2]

Zhaoheng.Liu@etsmtl.ca, Marc.Thomas@etsmtl.ca

[1] Dynamo laboratory, École de technologie supérieure, Qc, Montréal

[2]Centre de recherche d'Hydro Québec, Varennes, Qc

Cet article a été publié dans le compte rendu de conférence annuelle de l'Association Canadienne en Vibrations de Machines (ACVM), Montréal, Octobre, 2014. La présentation suivante de l'article est conservée comme dans l'original.

Abstract

Functional Series Time-Varying Autoregressive parametric methods have been successfully used in many engineering applications for identification of modal parameters from output-only and non-stationary vibration signals. The basis function approach seems efficient in dealing with online data using autoregressive technique. In this approach, the deterministic model parameters are estimated through a set of linearly independent basis functions such as Legendre, Chebyshev, Walsh, Wavelet and others. In most of applications, a-priori knowledge of the signal is not available and the selection of the basis function is rather empirical and casual. Such lack of rules in choosing basis function affects consequently the results of model parameter estimation and modal identification. Therefore, a criterion which serves as a guideline in selecting basis functions becomes necessary in order to improve the methods. In this paper, we introduce such a criterion called Basis Function Selection Criterion which is based on the minimization of the difference between the model parameters estimated by two methods, namely FS-VTAR and the classic stationary VAR. FS-VTAR uses a family of basis functions whereas the second method is based on an approximation of a non-stationary process as stationary one in a short time segment for model parameter

estimation. In this work, a non-stationary vibration system is numerically simulated and the signal is processed in FS-VTAR using the proposed BFSC. This numerical experimentation showed very promising results in both the estimation of FS-VTAR model parameters and the identification of the modal parameters of the non-stationary system.

Résumé

Les méthodes paramétriques de type Functional Series Time-Varing Autoregressive ont été utilisées pour l'identification des paramètres modaux des signaux vibratoires non stationnaires. L'approche par fonction de base semble efficace en traitement des données en ligne en utilisant la technique autorégressive. Les paramètres du modèle sont estimés par une série de la fonction de base linéairement indépendante telle que Legendre, Chebyshev, Walsh et ondelette, etc. Dans la plupart des applications, la pré-connaissance du signal n'est pas disponible et la sélection de la fonction de base devient plutôt empirique. Un tel manquement pour la sélection de la fonction de base influence par conséquent le résultat de l'estimation des paramètres du modèle ainsi que pour l'identification modale. Du coup, un critère servant à la sélection devient nécessaire en vue d'améliorer la méthode. Dans cet article, on introduit un tel critère appelé : Basis Function Selection Criterion en se basant sur la minimisation de la différence entre les paramètres du modèle estimés par deux méthodes, soit FS-VTAR et la méthode classique stationnaire VAR. FS-VTAR utilise une famille de la fonction de base tandis que VAR se base sur une approximation du processus non stationnaire par la méthode stationnaire sur un segment court du signal. Dans ce travail, un système vibratoire non stationnaire est simulé numériquement et les signaux sont traités par FS-VTAR avec le critère proposé. L'expérimentation numérique montre un résultat fiable pour l'estimation des paramètres du modèle FS-VTAR ainsi que pour l'identification des paramètres modaux du système non stationnaire.

1. Introduction

The class of conventional autoregressive models (AR) has shown a great efficiency for the output-only operational modal analysis of stationary systems whose modal parameters are

constant since late 1970's. This method has been much improved. AIC (Akaike information criterion) and BIC (Bayesian information criterion) were used for the selection of model order in the early stages [1, 2]. Pandit [3] constructed the state space matrix for the identification of the modal parameters and the mode shapes of system; Vu developed the criterion NOF [4] (Noise- ratio Order Factor) to determine a minimum optimal model order and a criterion DMSN [5] (Damped Modal Signal to Noise ratio) to classify the real modal parameters from the parasite ones due to the computational model order.

To enlarge the application of this type of model to non-stationary systems whose modal parameters are time-varying, three generalized models are proposed [6]. One is the Short Time AR (ST-AR), which use an AR model on a short segment of the signal with a sliding window at various instants by considering that the signal is approximately stationary on this time window [7]; by moving the segment from the first data to the last data of signal, we can obtain the evolution of the time-varying modal parameters. Another is SP-AR (Stochastic Parameter AR), which imposes stochastic structure upon the evolution of the time-varying model parameters via stochastic smoothness constraints; this model was primarily used for the modeling and analysis of earthquake ground motion signals. The third one is FS-TAR (Time-Varying AR), which uses a set of linearly independent basis functions to estimate the model parameters [8, 9].

This paper focuses on FS-VTAR model which is the vectorial case of FS-TAR. However, the accuracy of the result by using FS-VTAR model principally depends on the selection of the appropriate basis function which is often empirical and casual. So a criterion for the selection of basis function seems to be necessary to avoid the use of inappropriate basis functions. This paper introduces such a criterion which is based on the minimization of the difference between the model parameters estimated by two methods, FS-VTAR and the conventional VAR which is the vectorial case of AR. This paper is organized as follows: the modeling of FS-VTAR model is presented in Section 2. A simple way of the construction of the basis function for FS-TAR family model is presented in Section 3. The introduction of the proposed method (Basis Function Selection Criterion:BFSC) is presented in Section 4. The

application of BFSC to a simulated non-stationary system and its results are presented in Section 5. Finally, concluding remarks are summarized in Section 6.

2. FS-VTAR model

2.1 Modelling

The FS-VTAR model takes the form [9]:

$$\boldsymbol{x}(t) + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{A}_i(t) \cdot \boldsymbol{x}(t-i) = \boldsymbol{e}(t) \tag{1}$$

where t designates the normalized discrete time, $\boldsymbol{x}(t)$ the non-stationary response signal vector (k designates the number of response channels), n designates its autoregressive (AR) order, $\boldsymbol{e}(t)$ the residual error sequence and the model's AR time-dependent parameter matrix.

The model parameter matrix belongs to functional subspace with respective base [9]:

$$F_{AR} = [G_{b(1)}(t), G_{b(2)}(t), \dots, G_{b(p)}(t)] \tag{2}$$

where the indices $b(i)$ $(i = 1, \dots, p)$ designate the functions included in each basis selected.

The elements $a_{lm}^{i}(t)$ of the time-dependent model parameter matrix $\boldsymbol{A}_i(t)$, where $l, m = 1, \dots, k$ are expressed as:

$$a_{lm}^{i}(t) = \sum_{j=1}^{p} a_{lm}^{ij} \cdot G_{b(j)}(t) \tag{3}$$

where a_{lm}^{ij} designating the AR matrix coefficients of projection.

The FS-VTAR model is thus parameterized in terms of the time-invariant projection coefficients a_{lm}^{ij} and the estimation of the model time-dependent parameter matrix turns to the estimation of the time-invariant coefficients a_{lm}^{ij}.

2.2 Model parameter estimation

We rewrite the model under the form of time-invariant coefficients

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{\vartheta} \cdot \boldsymbol{\Phi}(t) + \boldsymbol{e}(t) \tag{4}$$

Where

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \Big[-x_1(t-1) \cdot \Big(G_{b(1)}(t), G_{b(2)}(t), \dots, G_{b(p)}(t)\Big) \cdots - x_k(t-1) \cdot \Big(G_{b(1)}(t), G_{b(2)}(t), \dots, G_{b(p)}(t)\Big) - x_1(t-2) \cdot \Big(G_{b(1)}(t), G_{b(2)}(t), \dots, G_{b(p)}(t)\Big) \cdots - x_k(t-2) \cdot \Big(G_{b(1)}(t), G_{b(2)}(t), \dots, G_{b(p)}(t)\Big) \cdots - x_1(t-n) \cdot \Big(G_{b(1)}(t), G_{b(2)}(t), \dots, G_{b(p)}(t)\Big) \cdots - x_k(t-n) \cdot \Big(G_{b(1)}(t), G_{b(2)}(t), \dots, G_{b(p)}(t)\Big)\Big]_{knp\times 1} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\vartheta} = \Big[a_{11}^{11}, a_{21}^{11}, \dots, a_{k1}^{11} \Big| \cdots \Big| a_{11}^{1p}, \dots, a_{k1}^{1p} \Big| \cdots \Big| a_{1k}^{11}, \dots, a_{kk}^{11} \Big| \cdots \Big| a_{1k}^{1p}, \dots, a_{kk}^{1p} \Big| \cdots \Big| a_{1k}^{n\cdot p}, \dots, a_{kk}^{n\cdot p} \Big|\Big]_{knp\times k} \tag{6}$$

$x_1, \dots, x_k$ designate the components of vector signal $\boldsymbol{x}(t)$.

The estimation of $\boldsymbol{\vartheta}$ may be based on the Prediction Error (PE) principle, by minimizing the prediction error $\boldsymbol{e}(t)$ (residual sequence):

$$\widehat{\boldsymbol{\vartheta}} = \arg min \sum_{t=0}^{N-1} \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t) \cdot \boldsymbol{e}(t) \tag{7}$$

where arg min means ‘’argument minimizing’’. By using ordinary least square (OLS) method, we have:

$$\widehat{\boldsymbol{\vartheta}} = \left(\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-1} \boldsymbol{x}(t) \cdot \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(t)\right)\left(\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-1} \boldsymbol{\Phi}(t) \cdot \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(t)\right)^{-1} \tag{8}$$

2.3 Modal parameter identification

Once the time-invariant coefficients a_{lm}^{ij} are estimated, we can calculate the model parameter matrix $\boldsymbol{A}_i(t)$ at each instant which will be constructed in the state space matrix for the identification of corresponding modal parameters [3-5].

$$\boldsymbol{\Pi}(t) = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{A}_1[t] & -\boldsymbol{A}_2[t] & -\boldsymbol{A}_3[t] & \cdots & -\boldsymbol{A}_n[t] \\ \boldsymbol{I} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{I} & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{I} & 0 \end{pmatrix}_{kn\times kn} \tag{9}$$

The poles of the model are also the roots of the characteristic polynomial of the state space matrix. From the eigenvalue problem, one can derive:

$$V(t) \times \lambda(t) = \boldsymbol{\Pi}(t) \times V(t) \tag{10}$$

The complex eigenvalues $\lambda(t)$ provide the frequencies and damping ratios of the system for instant t.

Natural frequency:

$$fn_i(t) = \frac{\sqrt{Re^2(\lambda_i(t)) + Im^2(\lambda_i(t))}}{2\pi} \tag{11}$$

Damping ratios:

$$\zeta_i(t) = -\frac{Re(\lambda_i(t))}{2\pi \cdot fn_i(t)} \tag{12}$$

At each instant, the classification of the real mode from the parasite ones due to the excessive FS-VTAR model order can be carried out by using the stability diagram which shows the model order against the natural frequency and damping [4, 5]. Since computational frequencies are random, the true natural frequencies are observed as stable with the order. Once the real natural frequencies are determined, their corresponding damping ratios could also be calculated by Eq.12 as stable with the order.

3. Basis function

As we saw it in Section 2, the basis function is a set of particular functions which can be combined linearly to describe and to fit the FS-VTAR model parameters. In this section, we introduce a simple way for the construction of the basis function for FS-TAR family model.

3.1 Example of basis functions

Fig. 1 to 3 gives some examples of basis function and study their properties. [10-13]

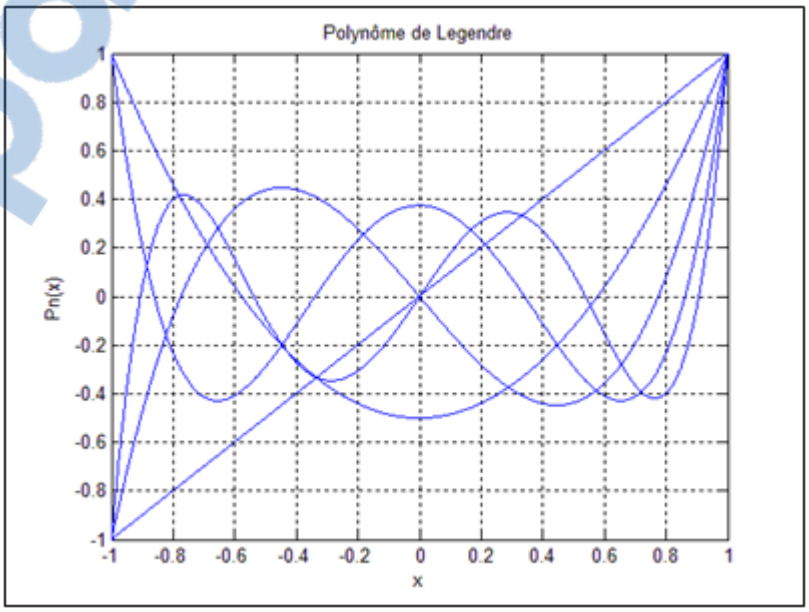


Fig 1. First 5 basis functions of Legendre polynomials

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

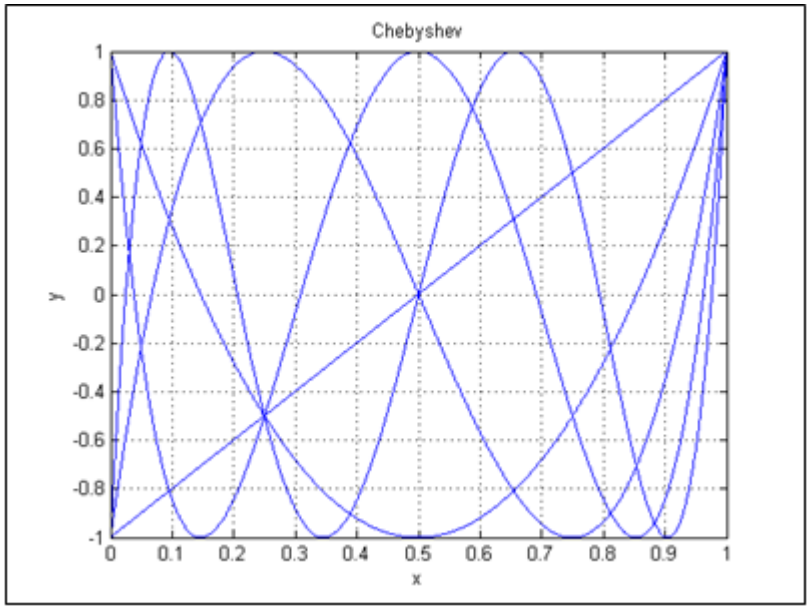


Fig 2. First 5 basis functions of Chebyshev polynomials

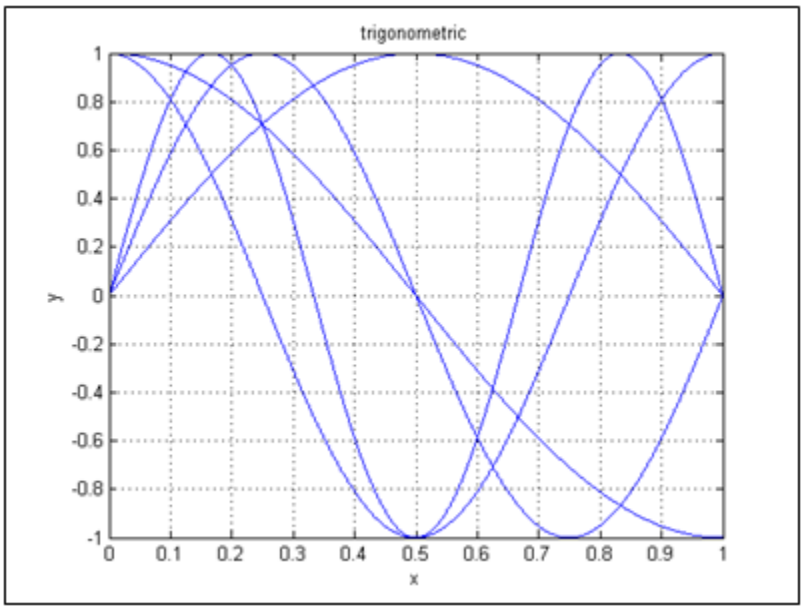


Fig 3. First 5 basis functions of Trigonometric functions

We use the values between $[-1,1]$ of the basis function to fit the AR model parameters as they are showed above (Fig. 1 to 3). The problem is that the domain of the basis function for the range $[-1,1]$ is $[-1,0]$ or $[0,1]$. For the application in FS-TAR family model, we need to

fit the normalized time t to the domain of the basis function. To achieve that, Niedźwiecki [14] proposed the orthonormal form of the basis function by the Gram-Schmidt processes; Poulimenos [6] used the simple base change, which also has been proved to be efficient for the modal identification. We introduce briefly the base change below.

3.2 Base change of the basis function

Considering a vectorial signal which has N observations, we start to count the time from the dth observation. The selection of the number d is not unique. There is only one necessary condition that d must be bigger than the FS-VTAR model order. The total number of observations taken in account is Ns= N-d, the interval of the normalized time is $[0, Ns-1]$. For the basis function mentioned above, we have 2 different domains:

a) The domain x of the basis function is $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$

Supposing the normalized time parameter is t, we can do the base change by writing x as $x = \frac{t}{Ns-1}$.

b) The domain x of the basis function is $[-\mathbf{1}, \mathbf{1}]$

In this case we can do the base change as $x = \frac{t}{Ns-1} - 1$. In this way, we can construct any basis function for example using power functions (Fig. 4).

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

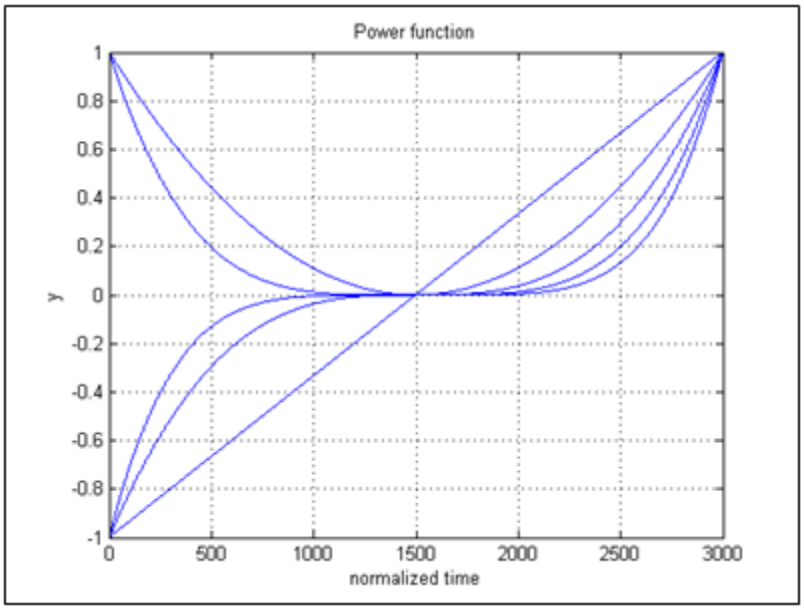


Fig 4. Normalized power function

For the basis functions which has other domains, we can also do the similar procedure, thus we have a large range of the selection of the basis function.

4. BFSC (Basis Function Selection Criterion)

We discussed in Section 3 several kinds of basis functions. Their appearance and mathematic model are different. It is logical to consider the influence of the basis function on the modeling of FS-VTAR model and the modal identification. Not only the type of the basis functions, but also the expansion number influences the results. So a criterion for the selection of basis function seems to be necessary to avoid the use of inappropriate basis functions. Fassois [6, 8] proposed the method based on the comparison of BIC among different basis functions and their expansion numbers. The best one will be selected on the minimum value of BIC. This method compares the relative difference of BIC between one and another basis function. The absolute value of BIC could be still large and it may cause the potential problem of the estimation deviation. Also to calculate BIC, we need to estimate the covariance matrix of the residual error sequence $\boldsymbol{e}(t)$, which will cause the estimation deviation [1, 2].

Thus we introduce a Basis Function Selection Criterion (BFSC) based on the comparison of the absolute difference between the ST-VAR (vectorial case of ST-AR mentioned in the introduction) and FS-VTAR model parameters to avoid such the estimation deviation. The natural frequencies are calculated from the ST-VAR model parameters. Supposing that we have computed the ST-VAR model parameters at an instant t0, we may also calculate FS-VTAR model parameters for the same instant t0. If we choose the same model order and basis function and if the expansion number for FS-VTAR model is well selected, the model parameters obtained by ST-VAR and FS-VTAR should be close each other. Thus, the use of the BFSC consists in three steps which are detailed below.

a) Step 1:

In step 1, we calculate the ST-VAR model parameters, because the model parameters at each instant are different. So we need to decide an instant for the calculation. We choose for example the initial instant. Then we need to decide the window length. More the non-stationarity of system is obvious, shorter the segment length is. Thus it could be decided by the observation of the non-stationarity. The next parameter to decide is the model order. It could be selected by various methods such as AIC or BIC or NOF criterion, or simply by the stability diagram.

b) Step 2:

In step 2, we first select one of the candidate basis functions and then we calculate the FS-VTAR model parameters at the same instant by using the same model order as in step 1 for a range of the expansion number from 1 to 10 for example. Thus for each basis function, we get a series of the FS-VTAR model parameters of different expansion numbers.

c) Step 3:

Now we can calculate the difference between the model parameters obtained by ST-VAR and FS-VTAR. We may for example calculate the sum of squares of the difference (SSD). As we discussed above, if the basis function and its expansion number are well selected, the

SSD should not be too high. So we can draw the graph of SSD against expansion number for each candidate basis function. By the longitudinal comparison in each graph, we can decide the appropriate expansion number on the local minimum SSD for each basis function. By the transverse comparison among all the graphs, we can decide the appropriate basis function(s) on the global minimum SSD among all the candidate basis function. Thus the basis function and the expansion number are selected.

REMARK: For fast calculations, we can choose one channel of the signal, which can also describe the property of the system.

5. Numerical silmulations

We simulate the same non-stationary mechanical system of three degree-of-freedom (Fig. 5) as Poulimenos [6]. The system which is subject to an unobservable random displacement excitation $r(t)$, and eigenvalues stiffnesses $k_2(t)$ and $k_3(t)$ change over time in the following manner:

$$k_i(t) = k_{i0} + k_{i1} \cdot sin(2\pi t/P_{i1}) + k_{i2} \cdot sin(2\pi t/P_{i2}) \quad (i = 2,3) \tag{13}$$

with P_{i1}, P_{i2} designating the periods in the time variation.

The numerical values are presented in Table 1.

Property	Symbol	Value
Mass of rigid body 1	m_1	0.5 kg
Mass of rigid body 2	m_2	1.5 kg
Mass of rigid body 3	m_3	1.0 kg
Damping between rigid bodies 1 and 2	c_2	0.5 N/(m/s)
Damping between rigid bodies 2 and 3	c_3	0.3 N/(m/s)
Stiffness between rigid body 1 and excitation	k_1	$300\ N/m$
Stiffness between rigid bodies 1 and 2	$k_2(t)$	Time-varying: $k_{20} = 100\ N/m$ $k_{21} = 60, k_{22} = 20\ N/m$ $P_{21} = 170, P_{22} = 85\ s$
Stiffness between rigid bodies 2 and 3	$k_3(t)$	Time-varying: $k_{30} = 120\ N/m$ $k_{31} = 72, k_{32} = 24\ N/m$ $P_{31} = 141.67, P_{32} = 94.44\ s$

Table 1. Properties of the non-stationary structure

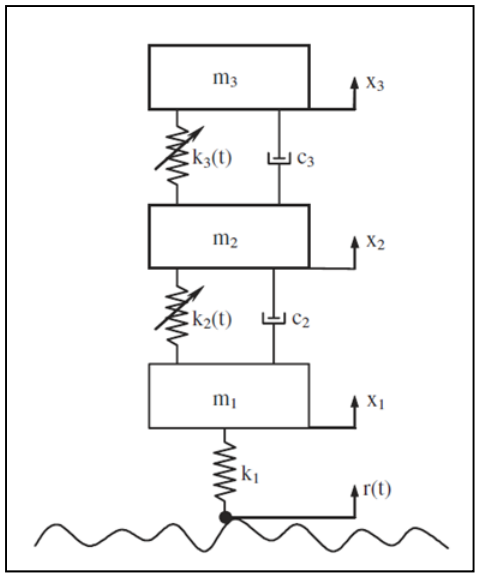


Fig 5. Non-stationary 3 DOF system by Poulimenos [6]

By solving the dynamic equation of the system, we obtain the variation with time of natural frequencies and damping ratios of the system as showed in Fig 6.

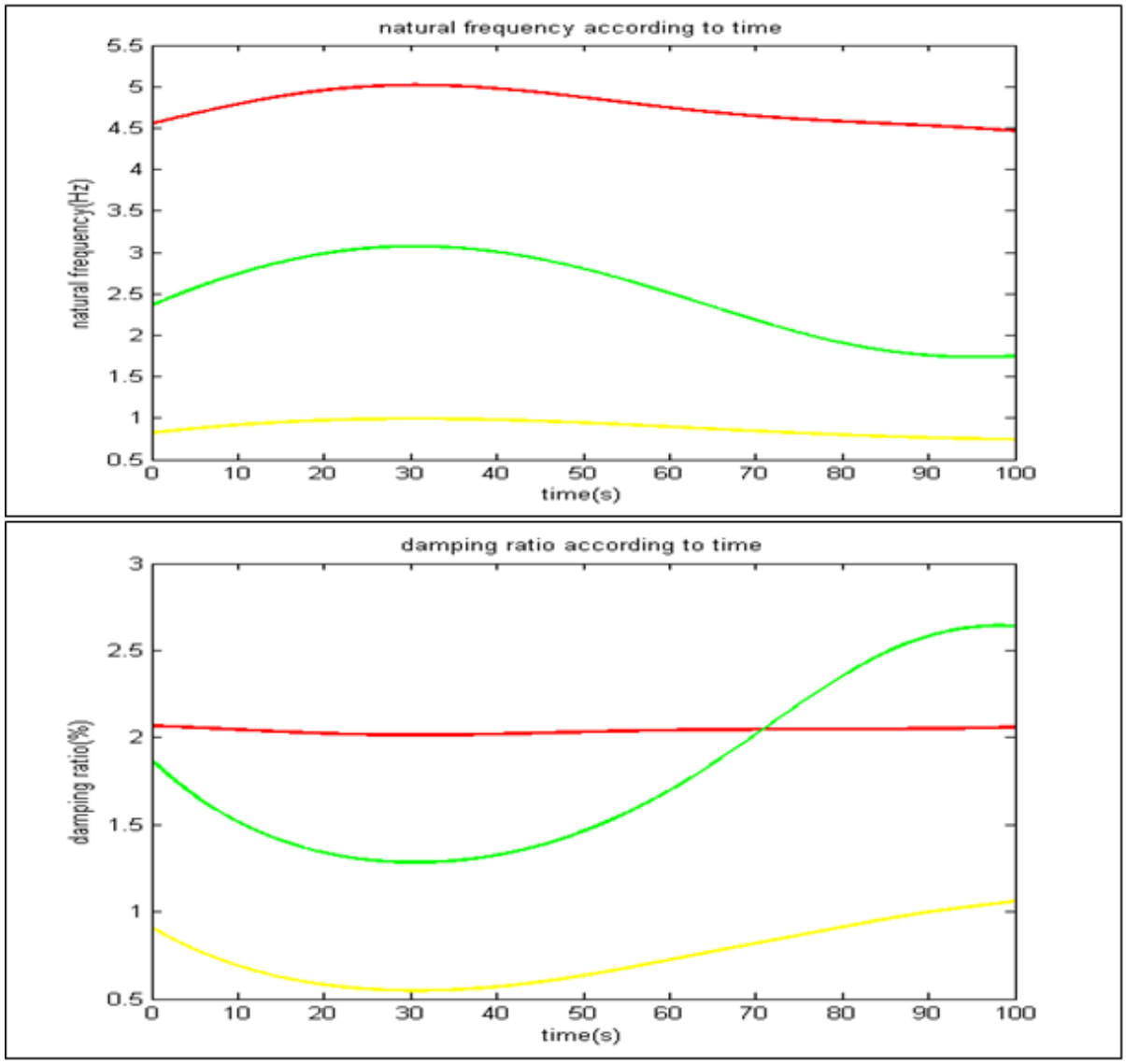


Fig 6. Variation of modal parameters of the non-stationary system

The random displacement excitation $r(t)$ is set as a white noise with zero-mean and variance 100. The total time of acquisition is 100s and the sampling frequency is 100Hz. The signals to be analyzed are the accelerations $x_2(t)$ and $x_3(t)$ (Fig. 7).

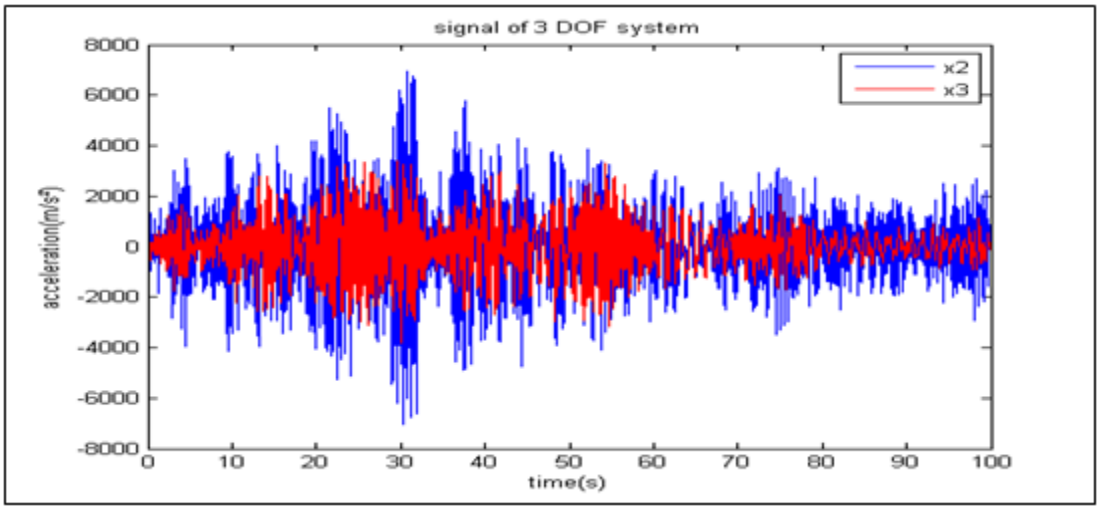


Fig 7. Signal of the non-stationary system under random excitation

5.1 Application of BFSC

We use here three types of basis function (trigonometric function, Chebyshev polynomials and power function) to apply BFSC and we follow the three steps of BFSC.

Step 1

In step 1, we calculate the ST-VAR model parameters for the initial instant by choosing the channel $x_3(t)$ for fast calculation. We choose the length of the segment equal to 800, the model order is selected from the stability diagram (Fig. 8).

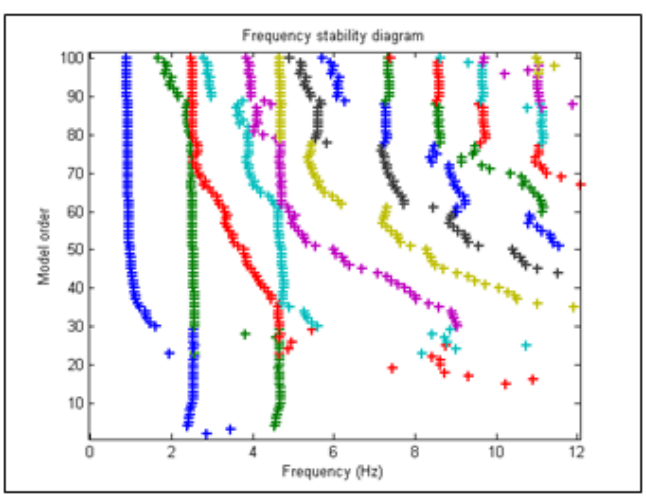


Fig 8. Stability diagram of ST-VAR of the signal

We may easily identify the 3 stable frequencies from about order 50. So we can select an appropriate model order equal to 70.

Step 2 & Step 3

We calculate the model parameters at the same instant and with same order in order to compare them with the results obtained in Step 1 to get the sum of squares of the difference (SSD) on different expansion numbers for each basis function as we discussed in Section 4. Thus we have the graph of SSD against the expansion number (Fig. 9 to 11).

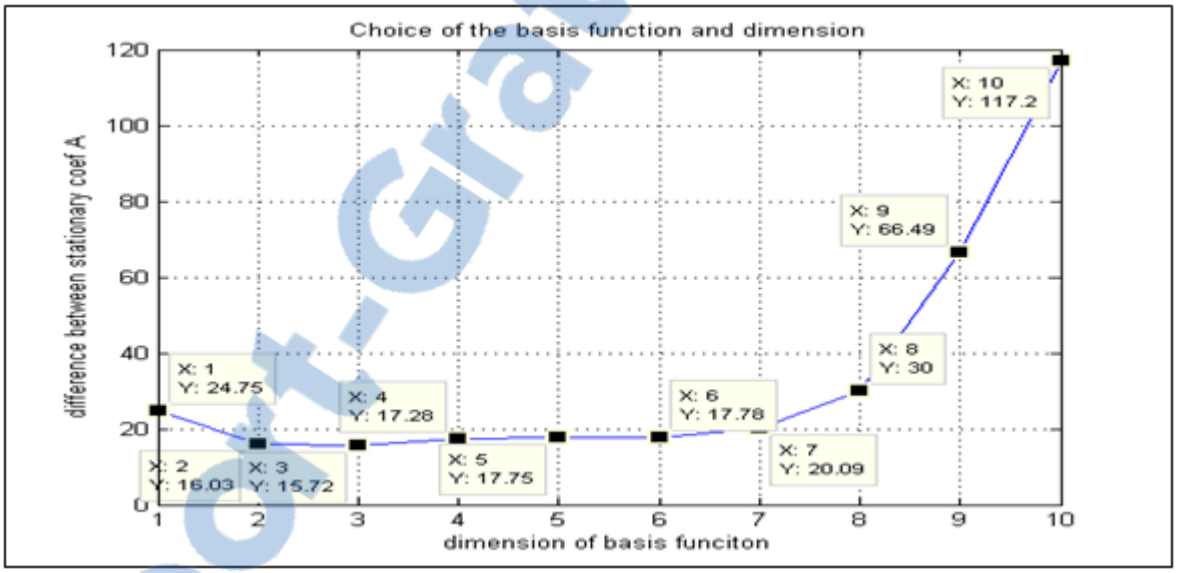


Fig 9. SSD of trigonometric functions

Rapport-Gratuit.com

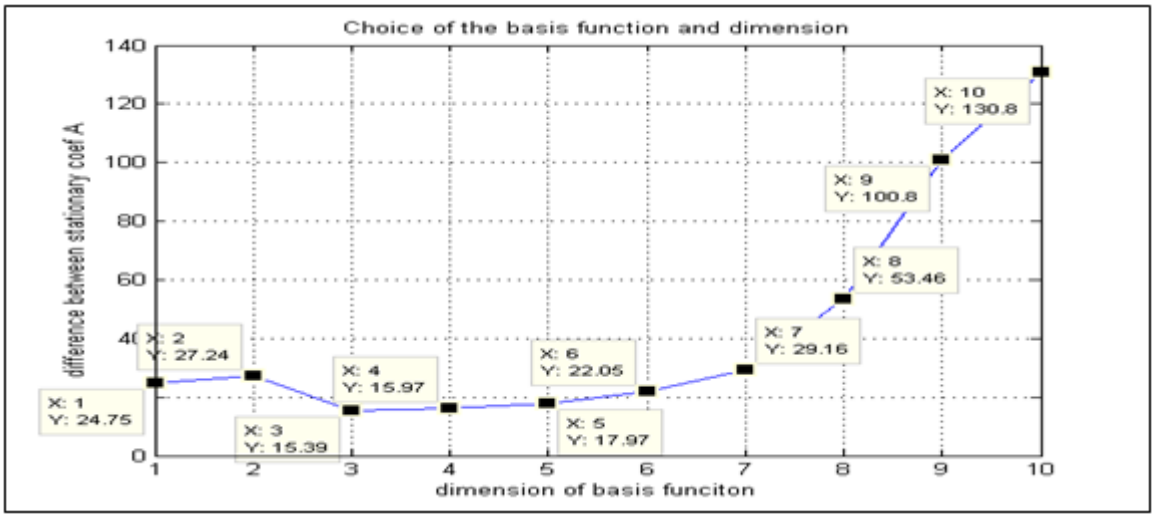


Fig 10. SSD of Chebyshev polynomials

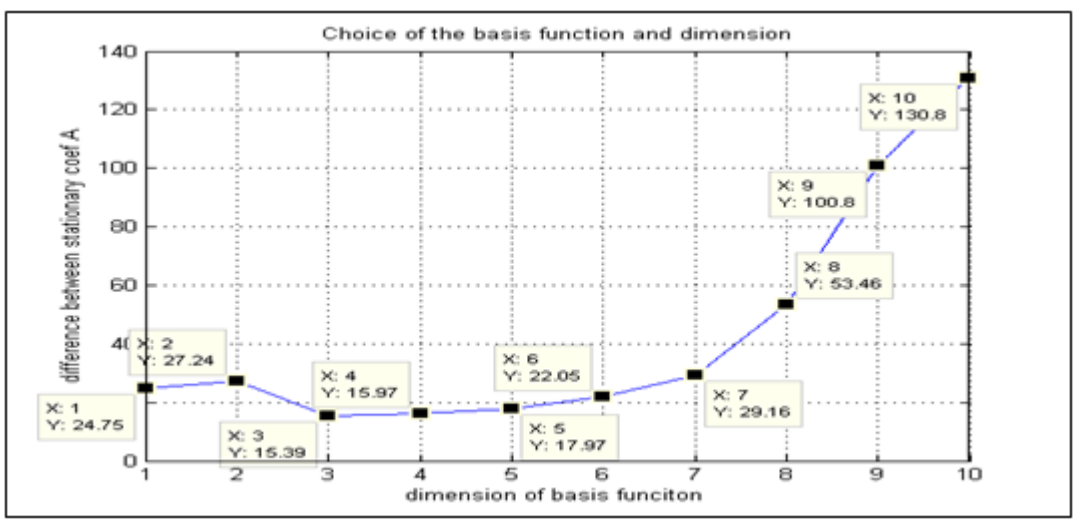


Fig 11. SSD of power functions

From these graphs, we find that the smallest difference lies in the expansion number equal to 3 for all three cases.

5.2 Appropriate selection of the expansion number

Fig. 12 to 14 show the results of the identification of natural frequencies by choosing the smallest expansion number for the 3 basis functions as showed above. The lines of the blue cross represent the identified results. The solid lines represent the theoretical ones. The result

shows that the selection based on BFSC is reliable.

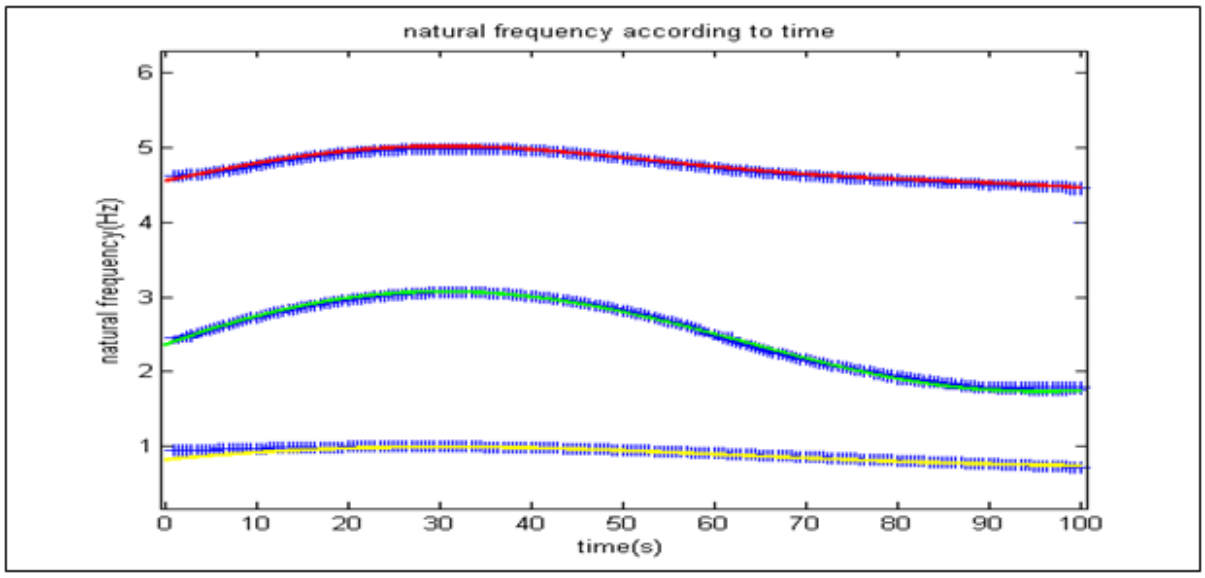


Fig 12. Natural frequency identification of trigonometric functions

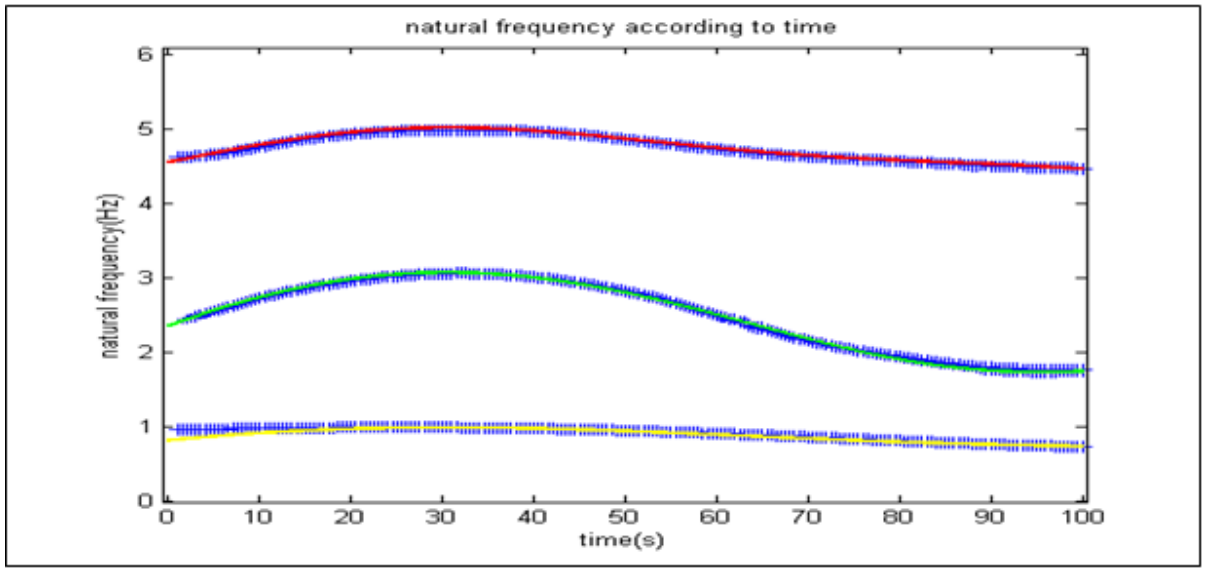


Fig 13. Natural frequency identification of Chebyshev polynomials

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

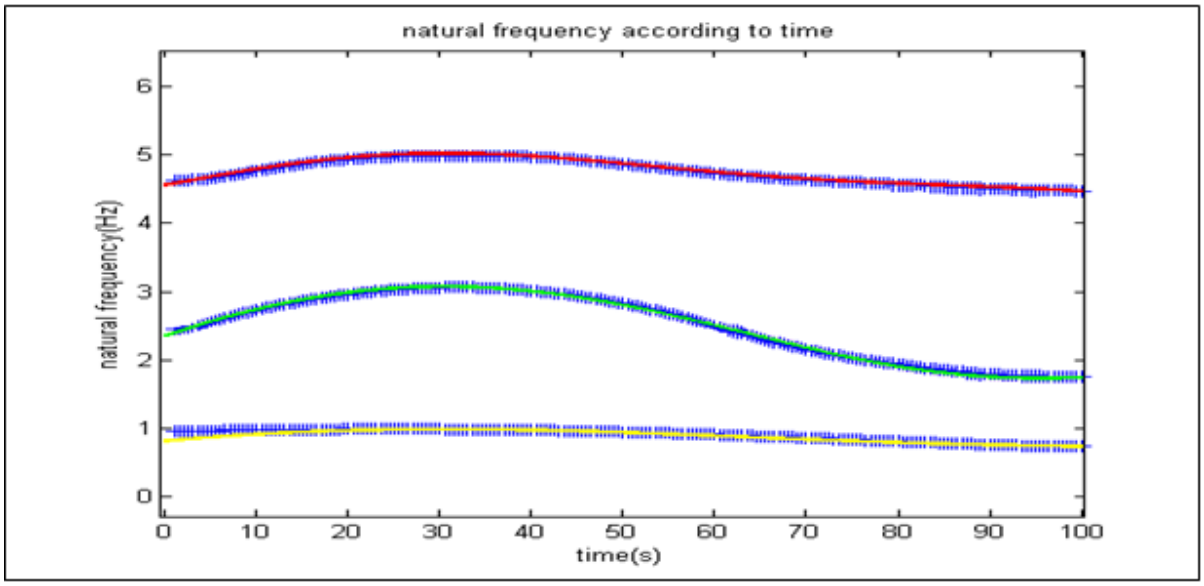
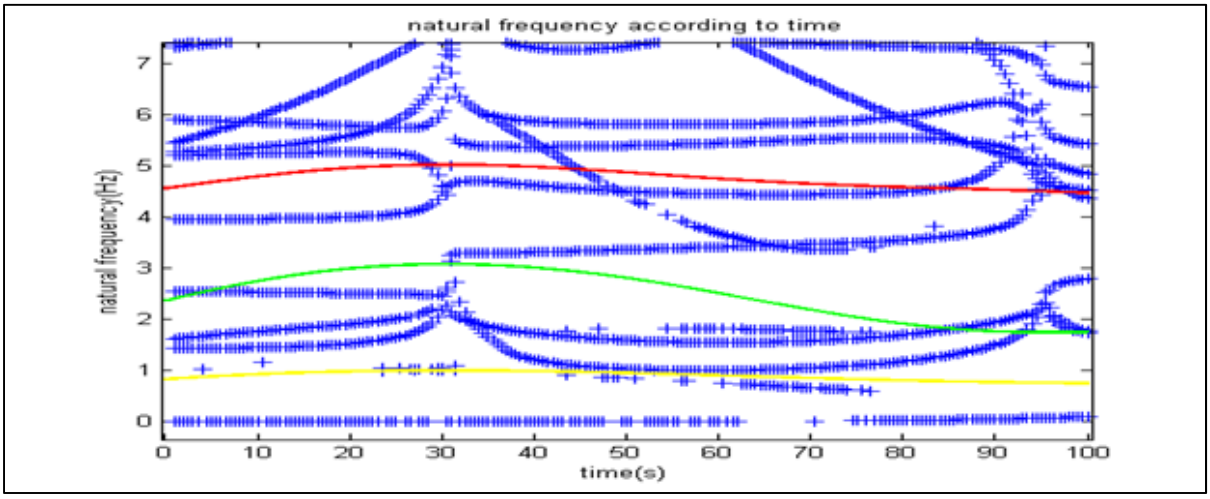


Fig 14. Natural frequency identification of power functions

5.3 Effect of expansion number

If we use an expansion number with a larger difference of SSD, Fig. 15 show that the expansion number plays a major role in the modeling of FS-VTAR and an inappropriate selection could cause bad identifications.



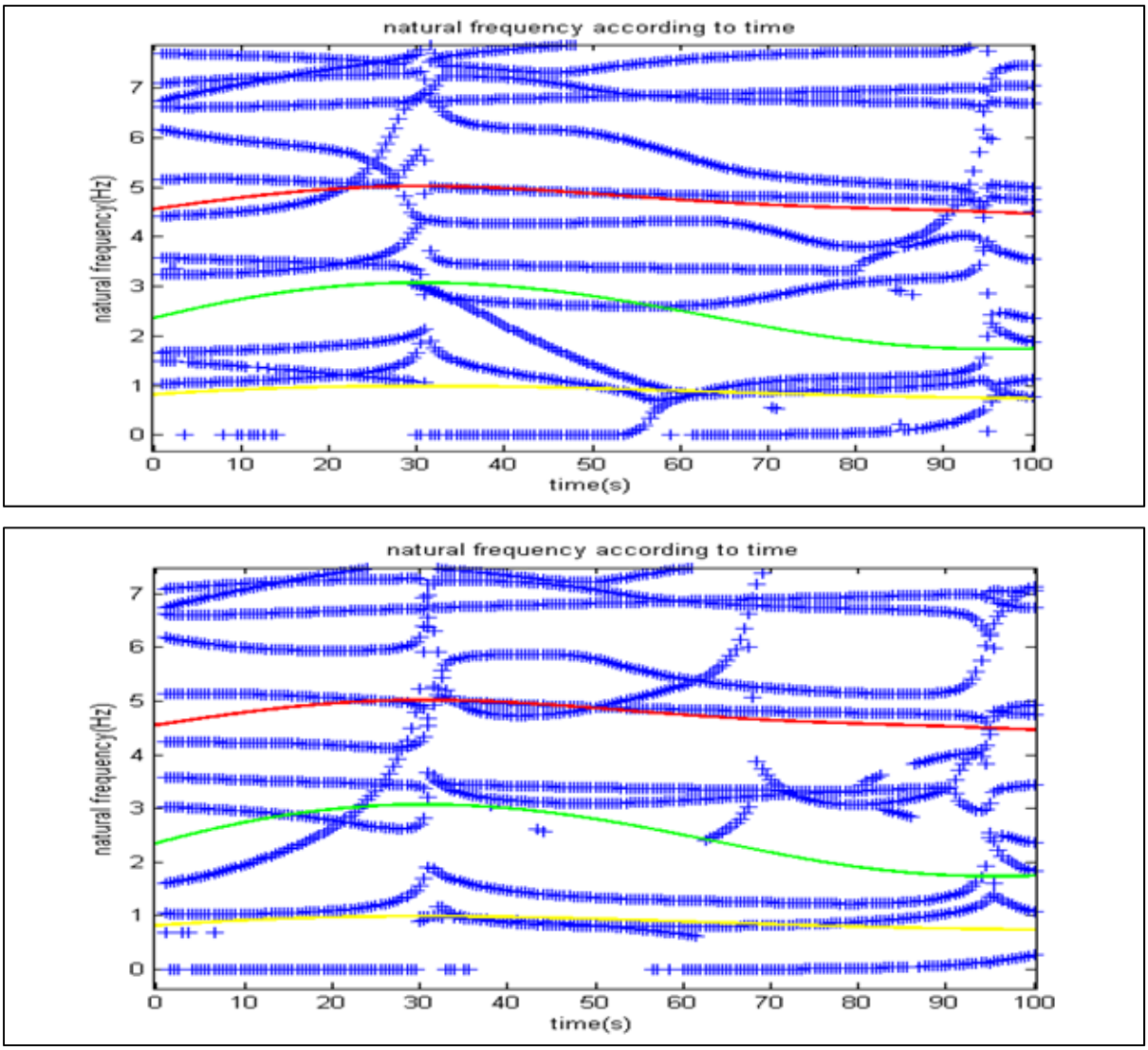


Fig 15. Influence of the inappropriate expansion number on the identification

REMARK: In this paper we focus on the criteria for the selection of the basis function and its expansion number. Like in the stationary case, the classification of the real modes from the parasite ones is another work which is not discussed in this paper. As we know the theoretical properties of the system, we can eliminate the false ones to show the reliability of the proposed criteria by the result of the natural frequency. For the damping ratio, since it is much more difficult to identify them for the random input system without the mode classification method, we do not show the result of the damping ratio for the case of the random input.

Another example of the system whose natural frequencies change more quickly is introduced below to show the reliability of BFSC. In this example, the system is excited under a harmonic force instead of the random input in order to show the identification of the damping ratio.

5.4 System with fast change of modal parameters

Here we give an example with fast variation of the natural frequencies which is difficult to be identified by ST-VAR method. But we will see that BFSC is still reliable.

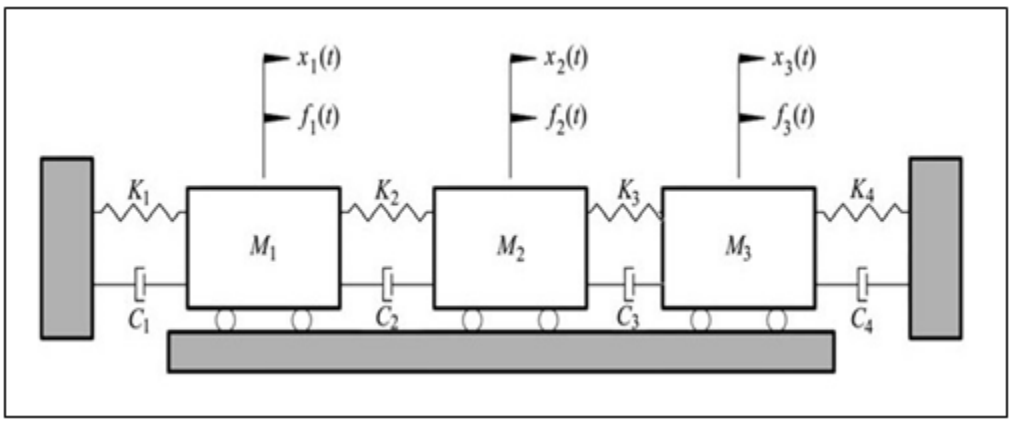


Fig 16. Non-stationary 3 DOF system

The system is excited by a harmonic force $f_1(t) = 100sin(40\pi t)\ N$ and the others forces are set to 0. The stiffness of all the strings of the system are time-varying in such a way that the modal parameters evolve with time as shown in Fig. 17.

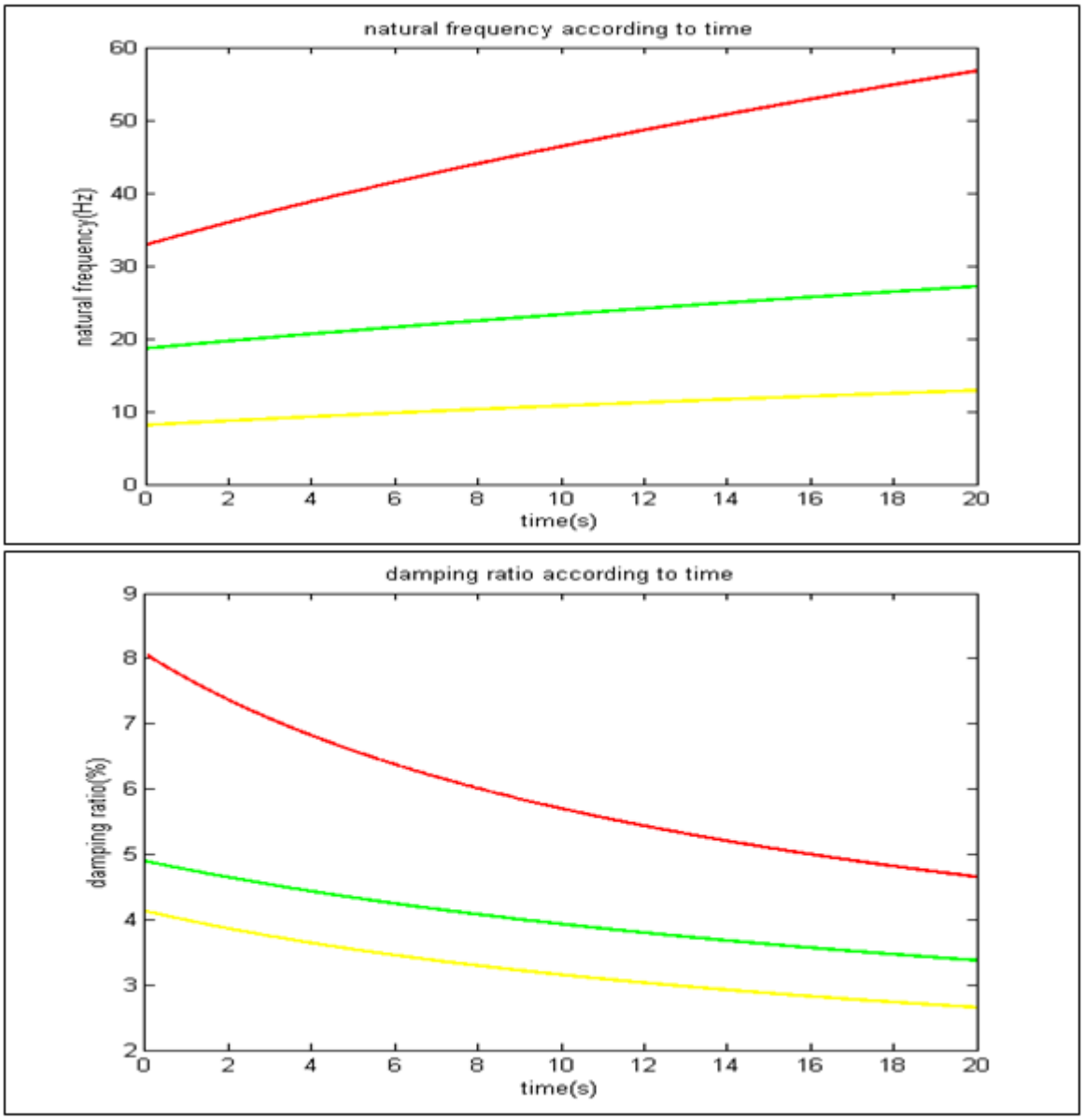


Fig 17. Variation of the modal parameters of the system

Application of BFSC

We follow the similar procedure as described in the first example to have the sum of squares of the difference (SSD) for each expansion number of the basis of Chebyshev polynomials in this example.

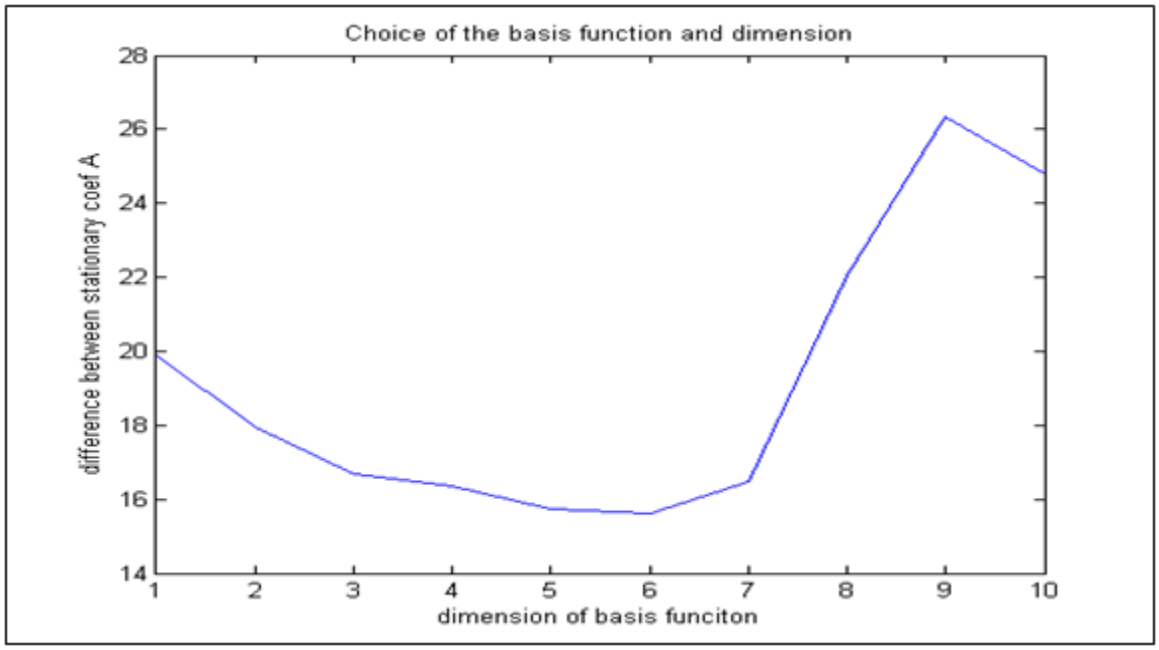


Fig 18. SSD of the Chebyshev polynomials

The figure 18 shows us that the best value of expansion number is 6. Actually the identification on this value gives also the good result, but in this case since the system changes fast, the estimation based on ST-VAR has a little bit deviation. The best identification of the modal parameters lies in the expansion number of 5, which is near 6. If we choose 6 as the expansion number the result is also acceptable as we show the comparison below. Thus we still can select the basis function and the expansion number by BFSC.

We present the result of the identification on expansion number 5 and 6 in the figure 19 and 20 below, respectively. The lines of the blue cross represent the identified results. The solid lines represent the theoretical ones. In the identification of natural frequency, the line of the blue cross at 20Hz represents the frequency of the harmonic excitation force while in the identification of damping ratio, the line at 0% represents the damping ratio of this force.

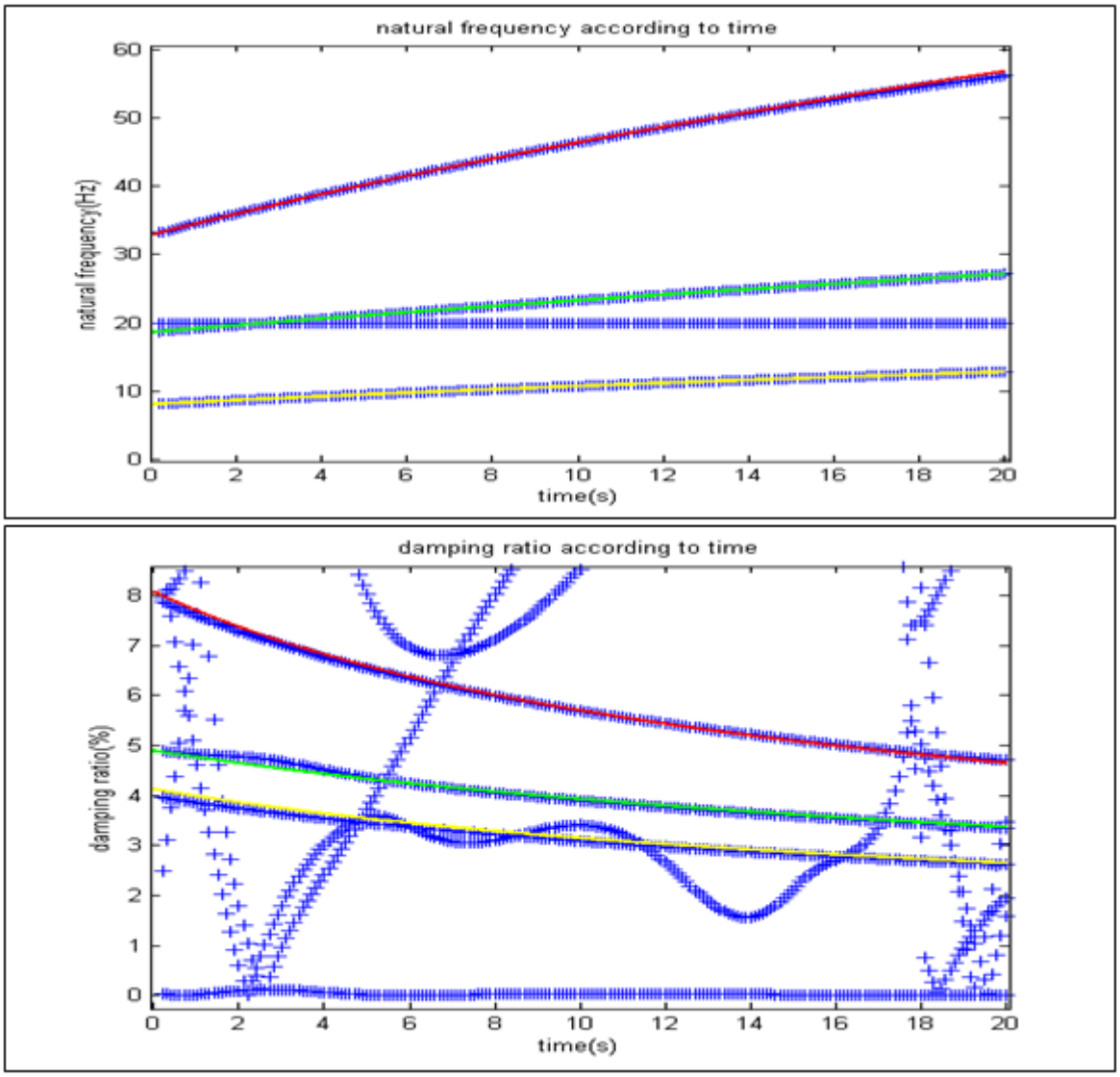


Fig 19. Identification on expansion number 5

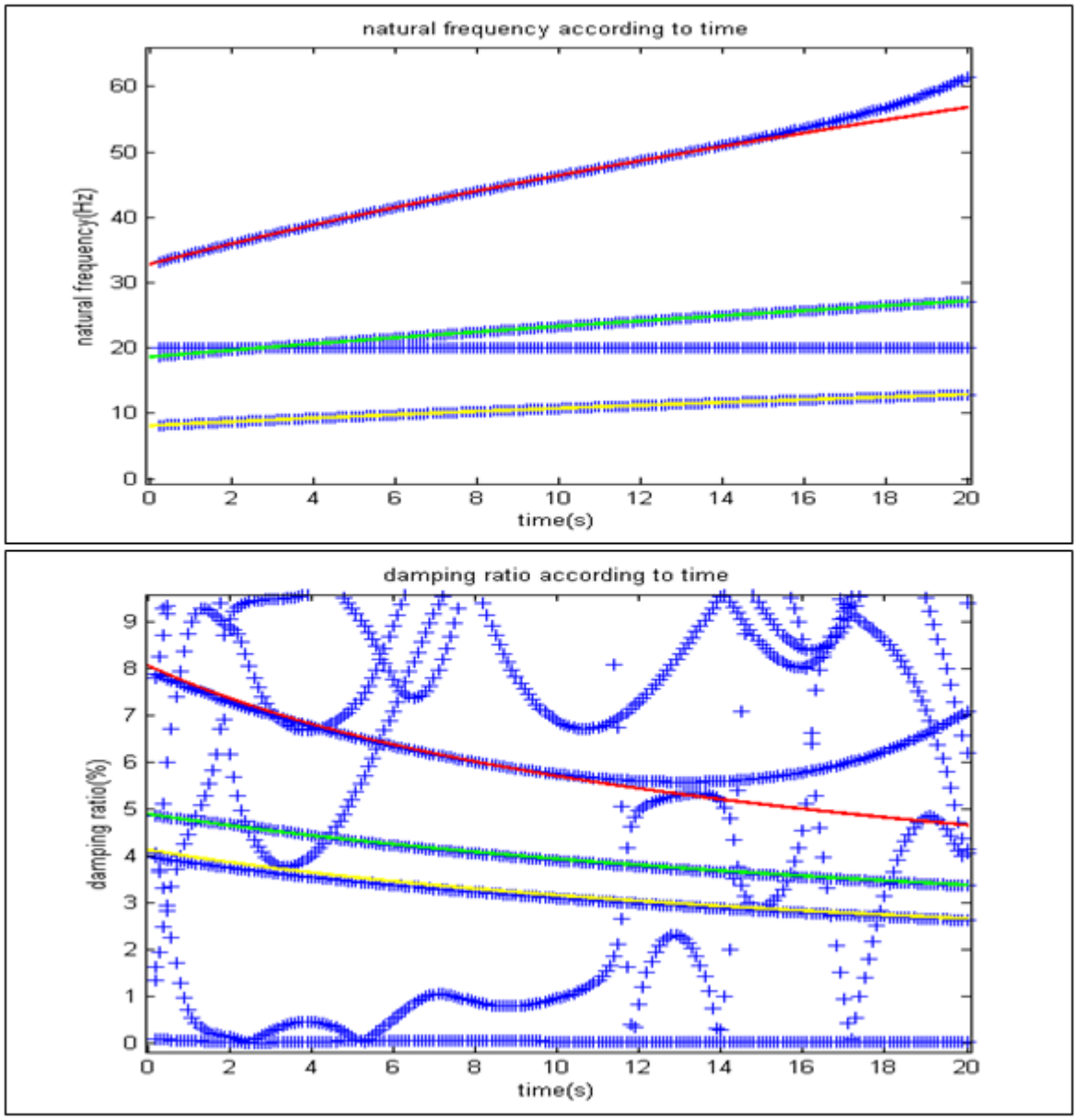


Fig 20. Identification on expansion number 6

5.5 Summary of BFSC

From the above results, the results show that BFSC is reliable for the selection of the expansion number and the basis function based on the smallest value of SSD. The three basis functions for the simulation show a similar smallest value of SSD and, in this case the three basis functions could be used for the modeling of FS-VTAR by choosing the appropriate expansion number. The suitable basis function is often not unique. However if the smallest

value of SSD of a basis function appears too large (which is the similar case as in section 5.3.4), this basis function will be not suitable.

6. Conclusion

Numerical simulations of non-stationary systems showed that parametric identification by using AR based time-varying model with basis functions (FS-VTAR) appear efficient and can be adapted to many dynamics variations. However the results showed that an appropriate selection of the basis functions and its expansion number play a major role in the identification. In this paper we introduce such a Basis Function Selection criterion (BFSC) based on the comparison of the sum of squares of the difference between FS-VTAR and ST-VAR.

Further studies will focus on the mode classification from the parasite ones for the non-stationary system to identify the natural frequencies and damping ratios. Also the research on the identification of the signal with noise by FS-VTAR model will be conducted and experimentation will be conducted.

Acknowledgements

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (RDC-NSERC) and Hydro Québec.

Reference

1. Smail, M., Thomas, M. and Lakis, A.A., Dec. 1999. ARMA model for modal analysis, effect of model orders and sampling frequency, Mechanical Systems and Signal Processing, 13 (6), 925-944.

2. Smail, M., Thomas, M. and Lakis, A.A., Sept. 1999. Assessment of optimal ARMA model orders for modal analysis , Mechanical Systems and Signal Processing, 13 (5), 803-819.

3. S. M. Pandit, (1991). Modal and Spectrum Analysis: Data Dependent Systems in State Space. John Wiley & Sons, Inc.

Rapport-Gratuit.com

4. Vu, V. H., M. Thomas, et al. (2011). Operational modal analysis by updating autoregressive model. Mechanical Systems and Signal Processing: 25, 1028-1044.

5. Vu, V. H., M. Thomas, et al. (2013). Towards an automatic spectral and modal identification from operational modal analysis. Journal of Sound and Vibration: 332, 213-227.

6. A.G. Poulimenos. and S.D. Fassois (2006). Parametric time-domain methods for non-stationary random vibration modelling and analysis – A critical survey and comparison. Mechanical Systems and Signal Processing: 20, 763-816.

7. Vu V.H., M. Thomas, A.A. Lakis and L. Marcouiller, July 2009. Operational modal analysis by short time autoregressive (STAR), 3rd int. conference on IRF, Porto, 16 p.

8. A.G. Poulimenos., S.D. Fassois (2009). Output-onlystochastic identification of a time-varying structure via functionalseriesTARMA models. Mechanical Systems and Signal Processing: 23, 1180-1204.

9. M.D. Spiridonakos., S.D. Fassois (2009). Parametric Identification of a Time-Varying Structure Based on Vector Vibration Response Measurements. Mechanical Systems and Signal Processing: 23, 2029-2048.

10. R.B. Pachori., P. Sircar. (2008). EEG signal analysis using FB expansion and second-order linear TVAR process. Signal Processing: 88, 415-420.

11. R. Zou,. H. Wang., K.H. Chon. (2003). A Robust Time-Varying Identification Algorithm Using Basis Functions. Annals of Biomedical Engineering: 31, 840-853.

12. V. G. Asutkar, Balasaheb M. Patre, and T. K. Basu, Identification of Slowly Time-Varying System Using Legendre Basis Functions. IEEE INDICON 2009, Gandhinagar, Gujarat, India, 18-20 December 2009.

13. M. Jachan., G. Matz. (2009). Vector Time-Frequency AR Models for Nonstationary multivariate Random Processes. Signal Processing: 57.

14. M. Niedźwiecki, (2000). Identification of Time-varying Processes. J. Wiley & sons Inc.

ANNEXE II

Automatic structural mode extraction for time-varying structures via vector time-dependent autoregressive model

Li W.[1], Vu V. H. [1], Liu Z. [1], Thomas M. [1] and Hazel B. [2]

Zhaoheng.Liu@etsmtl.ca, Marc.Thomas@etsmtl.ca

[1] Dynamo laboratory, École de technologie supérieure, Qc, Montréal

[2]Centre de recherche d'Hydro Québec, Varennes, Qc

Cet article a été publié dans le compte rendu de conférence internationale de Surveillance 8, Institut universitaire de technologie de Roanne, France, Octobre, 2015. La présentation suivante de l'article est conservée comme dans l'original.

Abstract

Output-only modal identification of time-varying structures via vector time-dependent autoregressive (VTV-AR) model is considered. Due to the relative high VTV-AR model order imposed for most of the unknown structures, the identification result includes the real structural modes and the computational modes which must be removed. This paper proposes a method to extract the structural modes from the computational ones automatically. The efficiency of the method is successfully demonstrated first via a numerical simulation applied to a time-varying 3 degrees of freedom system excited by a random force and then experimentally applied to a flexible robot in motion.

1. Introduction

The vector time-dependent autoregressive (VTV-AR) model is widely used in many domains like vibration analysis, fault diagnosis [1] and control applications [2] due to its high representation parsimony, accuracy and resolution [3, 4]. Researches on the model order selection and model parameter estimation have been greatly improved during the recent decades [5-8]. Once a proper VTV-AR model parameter has been estimated, the modal

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

parameters of the structure may be calculated. In most of the cases, a relative high VTV-AR model order needs to be imposed to have a good estimation result especially when data are noisy. The consequence produces more results than necessary due to the addition of computational modes and thus the structural ones need to be identified. A large number of modal identification methods have been proposed for stationary structures, including stabilization diagram [9, 10], Modal Assurance Criterion (MAC) [11, 12], Modal Signal-to-Noise ratio (MSN) [13], fuzzy clustering [14, 15], etc.

While such applications for time-varying structures are still limited. The most common approach is to use the stabilization diagram at each time instant as it is for the stationary structure [16]. This approach is easy to be carried out, but obviously it is time consuming and not suitable for the on-line tracking of the time-varying dynamics.

Another commonly used method is to apply the fuzzy clustering [17, 18]. In this method the Power Spectral Density (PSD) is first calculated and plotted from the estimated VTV-AR model parameters. Then all the frequencies calculated from the VTV-AR model parameters including the structural and computational ones are set into a number of clusters according to the PSD plot. Each cluster is represented by its center called prototype. The principal of this method is to determine the membership from the points in each cluster for its corresponding prototype. For each point in a cluster at a certain instant, the distance between this point and its corresponding prototype is calculated. If the distance is less than a critical value preselected, thus this point will be considered as the membership of this prototype. Once the memberships for all the prototypes are determined, the prototypes are also updated based on these memberships. Such a calculation may be iterated until that the distance does not change obviously anymore. The advantage of this method is that it is very intuitive since it starts from the PSD plot. While the selection of the clusters may be influenced by a higher VTV-AR model order because it will cause the plot of the computational frequencies, especially when the structure to be identified has very closed frequencies. Furthermore in some application people are more interested in finding the most sensitive modes rather than the

ones according to the frequency order, while this purpose cannot be fulfilled through this method directly.

In this paper we present a new method to help extracting automatically the structural modes for time-varying structures. The method may be viewed as the generalization of stationary cases [13, 19]. The more intrinsic aspect of the structure is studied in this method instead of the graphic behavior like PSD. After estimating the VTV-AR model parameters, a state space matrix will be constructed by them and the eigenvalues of this matrix will be obtained through the eigendecomposition. Then the measured signal will be decomposed in the terms of all the eigenvalues. In fact all the modes including the structural and computational ones are calculated from these eigenvalues. In order to identify the eigenvalues corresponding to the structural modes, due to the fact that these eigenvalues should contribute significantly to the composition of the vibratory signal [13]. Based on this notion a criterion to quantify how much each eigenvalue contributes to the composition of the signal is proposed. The eigenvalues corresponding to the structural modes should have higher values of the criterion. These eigenvalues will be relocated in the first places by sorting all the values of the criterion in a descending order. In this way, the structural modes may be extracted from the computational ones. In addition the more an eigenvalue contributes to the composition of the signal, the more its corresponding mode is sensitive [13, 23]. So another advantage of the proposed method is that by sorting the values of the criterion in a descending order, the most sensitive modes are also sorted in a descending order simultaneously.

The rest of this paper is organized as follows: the mathematical formulation of the method is detailed in Section 2. Its application on an example of a simulated time-varying 3 degree of freedom structure excited by a random force and the one of a real time-varying robot structure is presented in Section 3. The discussion and the conclusion is finally summarized in Section 4.

2. Formulation of TMSN

The vector time-dependent AutoRegressive (VTV-AR) model for a non-stationary signal x may take the form [20]:

$$x[t] + \sum_{i=1}^{n} A_i[t] \cdot x[t-i] = e[t] \tag{1}$$

with t designating the normalized discrete time,
$x[t]_{(k\times 1)}$ the vector non-stationary response signal (k the number of response channels),
n the Autoregressive (AR) order,
$e[t]_{(k\times 1)}$ the residual error sequence,
$A_i[t]_{(k\times k)}$ the model's AR time-dependent parameter matrix whose elements are defined as $a_{lm}^{i}[t]$ where $l, m = 1, \dots, k$.

The purpose is to estimate the unknown model parameters $A_i[t]$. While they cannot be estimated directly and some hypothesises need to be imposed on them. There are currently three methods to achieve that purpose which can be divided in three main classes: (a) Unstructured Parameter Evolution (UPE), (b) Stochastic Parameter Evolution (SPE) and (c) Deterministic Parameter Evolution (DPE) [7, 8].

For a brief introduction, the methods of UPE class does not impose ''structure'' on the model parameters. The typical method in UPE class is like short-time ARMA which applies the stationary ARMA methods on short segments of the overall non-stationary signal. In each short segment the signal is considered approximately stationary. So this method is valid when the model parameters evolve slowly with time.

While the methods of SPE class rely on non-stationary models with a stochastic ''structure'' imposed on the model parameters. The typical method in this class is the recursive method with Kalman Filter. This method may be effective for certain problems, such as the modelling of earthquake ground motion or biomedical signals. But they may also leave an unnecessarily high number of degrees of freedom in parameter evolution.

The methods of DPE class impose a deterministic structure on the model parameters. Such a model belongs to the Functional Series model. Its model parameters depend explicitly on time, being projected on specific functional subspaces defined by deterministic basis functions $G_j[t]$. The elements of the model parameter matrix $a_{lm}^{i}[t]$ may be presented as:

$$a_{lm}^{i}[t] = \sum_{j=1}^{p} a_{lm}^{ij} \cdot G_j[t] \tag{2}$$

where a_{lm}^{ij} are the unknown coefficients to be identified and p is the basis expansion number. Thus the time-varying identification problem becomes the time-invariant problem.

The Functional Series model can be used on a wide range of evolution of the model parameters with time. With a proper selection of the basis function, this model can be effective for a slow smooth evolution or a fast abrupt evolution of the model parameters. Therefore the Functional Series AutoRegressive model is applied in this paper. For more details about the three classes the reader may refer to the reference [7, 8].

Equation (1) is rewritten into state space representation with I the unit matrix of the dimension k by k:

$$\begin{pmatrix} x[t] \\ x[t-1] \\ x[t-2] \\ \cdots \\ x[t-n+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -A_1[t] & -A_2[t] & -A_3[t] & \cdots & -A_n[t] \\ I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x[t-1] \\ x[t-2] \\ x[t-3] \\ \cdots \\ x[t-n] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e[t] \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

(2)

Equation (2) may be rewritten as follows:

$$Y[t] = \Phi[t] \cdot Y[t-1] + E[t] \tag{3}$$

with:

$$Y[t] = \begin{pmatrix} x[t] \\ x[t-1] \\ x[t-2] \\ \cdots \\ x[t-n+1] \end{pmatrix}_{kn\times 1} \tag{4}$$

$$\Phi[t] = \begin{pmatrix} -A_1[t] & -A_2[t] & -A_3[t] & \cdots & -A_n[t] \\ I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \end{pmatrix}_{kn\times kn} \tag{5}$$

$$E[t] = \begin{pmatrix} e[t] \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}_{kn\times 1} \tag{6}$$

The term $\Phi[t] \cdot Y[t-1]$ from equation (3) may be viewed as the main composition of $Y[t]$ which is the deterministic part of $Y[t]$, while $E[t]$ may be viewed as the residual part to be minimized due to the estimation error. In order to decompose $Y[t]$ into deterministic parts and residual parts, let equation (3) start from the initial instant.

$$Y[0] = \Phi[0] \cdot Y[-1] + E[0] \tag{7}$$

where:

$$Y[-1] = \begin{pmatrix} x[-1] \\ x[-2] \\ x[-3] \\ \cdots \\ x[-n] \end{pmatrix} \tag{8}$$

$x[-n]$ implies the signal of the past instant before the initial instant.

Let equation (7) go forward one time step for the time instant 1:

$$Y[1] = \Phi[1] \cdot Y[0] + E[1] \tag{9}$$

$Y[0]$ can be substituted by $Y[-1]$ from equation (7) and equations (9) becomes:

$$Y[1] = \Phi[1] \cdot \Phi[0] \cdot Y[-1] + \Phi[1] \cdot E[0] + E[1] \tag{10}$$

In the same way, the expression of decomposition for the time instant 2:

$$Y[2] = \Phi[2] \cdot \Phi[1] \cdot \Phi[0] \cdot Y[-1] + \Phi[2] \cdot \Phi[1] \cdot E[0] + \Phi[2] \cdot E[1] + E[2] \tag{11}$$

By concluding from the above equations, the general expression of decomposition takes the form as:

$$Y[t] = \left(\prod_{j=0}^{j=t} \Phi[t-j]\right) \cdot \; Y[-1] + \sum_{i=0}^{i=t-1}\left(\prod_{k=i}^{k=t-1} \Phi[t-k+i]\right) \cdot E[i] + E[t] \tag{12}$$

An operator $\mathrm{I_k} = [\mathrm{I}_{k\times k} \quad 0 \quad \cdots \quad 0]_{k\times kn}$ is introduced to return to the signal $x[t]$ from $Y[t]$.

$$x[t] = \mathrm{I_k} \cdot \left(\prod_{j=0}^{j=t} \Phi[t-j]\right) \cdot \; Y[-1] + \sum_{i=0}^{i=t-1} \mathrm{I_k} \cdot \left(\prod_{k=i}^{k=t-1} \Phi[t-k+i]\right) \cdot \mathrm{I_k}^{\mathrm{T}} \cdot e[i] + e[t] \tag{13}$$

The next step is to extract the state matrix at the instant t, $\Phi[t]$ in order to study the modal parameters at the instant t:

$$x[t] = \mathrm{I_k} \cdot \Phi[t] \cdot \left(\prod_{j=1}^{j=t} \Phi[t-j]\right) \cdot \; Y[-1] + \sum_{i=0}^{i=t-1} \mathrm{I_k} \cdot \Phi[t] \cdot \left(\prod_{k=i+1}^{k=t-1} \Phi[t-k+i]\right) \cdot \mathrm{I_k}^{\mathrm{T}} \cdot e[i] + e[t] \tag{14}$$

where the first term $\mathrm{I_k} \cdot \Phi[t] \cdot \left(\prod_{j=1}^{j=t} \Phi[t-j]\right) \cdot\ Y[-1]$ represents the deterministic part and the second term $\sum_{i=0}^{i=t-1} \mathrm{I_k} \cdot \Phi[t] \cdot \left(\prod_{k=i+1}^{k=t-1} \Phi[t-k+i]\right) \cdot \mathrm{I_k}^{\mathrm{T}} \cdot e[i] + e[t]$ represents the residual part.

As it is mentioned in the introduction, in order to decompose the signal into the terms of the eigenvalues of the state matrix, the eigendecomposition is applied on$\Phi[t]$:

$$\Phi[t] = L[t] \cdot \lambda[t] \cdot L^{-1}[t] \tag{15}$$

where:

$$\lambda[t] = \begin{pmatrix} \lambda_1[t] & & & & \\ & \lambda_2[t] & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \lambda_{kn-1}[t] & \\ & & & & \lambda_{kn}[t] \end{pmatrix}_{kn \times kn} \tag{16}$$

$$L[t] = \begin{pmatrix} l_1[t] \cdot \lambda_1^{n-1}[t] & l_2[t] \cdot \lambda_2^{n-1}[t] & \cdots & l_{kn}[t] \cdot \lambda_{kn}^{n-1}[t] \\ l_1[t] \cdot \lambda_1^{n-2}[t] & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ l_1[t] & l_2[t] & \cdots & l_{kn}[t] \end{pmatrix}_{kn \times kn} \tag{17}$$

with $\lambda_1[t], \lambda_2[t]$ ... the eigenvalues of $\Phi[t]$, and $l_1[t], l_2[t]$ ... the corresponding eigenvectors of the dimension k by 1.

$\Phi[t]$ in equation (14) is substituted by its eigendecomposition in equation (15):

$$x[t] = \mathrm{I_k} \cdot L[t] \cdot \lambda[t] \cdot L^{-1}[t] \cdot \left(\prod_{j=1}^{j=t} \Phi[t-j]\right) \cdot\ Y[-1] + \sum_{i=0}^{i=t-1} \mathrm{I_k} \cdot L[t] \cdot \lambda[t] \cdot L^{-1}[t] \cdot \left(\prod_{k=i+1}^{k=t-1} \Phi[t-k+i]\right) \cdot \mathrm{I_k}^{\mathrm{T}} \cdot e[i] + e[t] \tag{18}$$

with the definition of two matrices:

$$A[t] = \left(\prod_{j=1}^{j=t} \Phi[t-j]\right) \cdot \; Y[-1] \tag{19}$$

$$B[t,i] = L^{-1}[t] \cdot \left(\prod_{k=i+1}^{k=t-1} \Phi[t-k+i]\right) \tag{20}$$

the equation (18) can be simplified as:

$$x[t] = \mathrm{I_k} \cdot L[t] \cdot \lambda[t] \cdot L^{-1}[t] \cdot A[t] + \sum_{i=0}^{i=t-1} \mathrm{I_k} \cdot L[t] \cdot \lambda[t] \cdot B[t,i] \cdot \mathrm{I_k}^{\mathrm{T}} \cdot e[i] + e[t] \tag{21}$$

with the definition of the following matrices:

$$L^{-1}[t] = \begin{pmatrix} l^1[t] \\ l^2[t] \\ \cdots \\ \cdots \\ l^{kn}[t] \end{pmatrix}_{kn \times kn} \tag{22}$$

$$B[t,i] = (L^1[t,i] \quad L^2[t,i] \quad \cdots \quad \cdots \quad L^n[t,i])_{kn \times kn} \tag{23}$$

$$L^1[t,i] = \begin{pmatrix} L^{11}[t,i] \\ L^{21}[t,i] \\ L^{31}[t,i] \\ \cdots \\ L^{kn1}[t,i] \end{pmatrix}_{kn \times k} \tag{24}$$

$x[t]$ can be decomposed into the combination of the terms of the eigenvalues and their corresponding eigenvectors:

$$x[t] = \sum_{u=1}^{u=kn} l_u[t] \cdot l^u[t] \cdot \; A[t] \cdot {\lambda_u}^n[t] + \sum_{u=1}^{u=kn} \sum_{i=0}^{i=t-1} l_u[t] \cdot L^{u1}[t,i] \cdot e[i] \cdot {\lambda_u}^n[t] + e[t] \tag{25}$$

with $\sum_{u=1}^{u=kn} l_u[t] \cdot l^u[t] \cdot \; A[t] \cdot {\lambda_u}^n[t]$, the deterministic part and $\sum_{u=1}^{u=kn} \sum_{i=0}^{i=t-1} l_u[t] \cdot L^{u1}[t,i] \cdot e[i] \cdot {\lambda_u}^n[t] + e[t]$, the residual part of $x[t]$.

Rapport-Gratuit.com

Since the signal $x[t]$ is a vector, the modules of the two parts for each eigenvalue at a certain instant t are calculated.

The module of the deterministic part is:

$$MDP_u[t] = \left(\overline{l_u}[t]^T \cdot l_u[t]\right)^{1/2} \cdot |l^u[t] \cdot A[t]| \cdot |{\lambda_u}^n[t]| \tag{26}$$

For the residual part, the eigenvalues contribute to the term $\sum_{u=1}^{u=kn} \sum_{i=0}^{i=t-1} l_u[t] \cdot L^{u1}[t,i] \cdot e[i] \cdot {\lambda_u}^n[t]$ except for the last term $e[t]$. To calculate its module, the variance of the product $L^{u1}[t,i] \cdot e[i]$ needs to be calculated first because it is composed of $e[t]$ which obey to a normal distribution and is considered independent.

$$E(L^{u1}[t,i] \cdot e[i]) = E(L^{u1}[t,i]) \cdot E(e[i]) = 0 \tag{27}$$

$$var(L^{u1}[t,i] \cdot e[i]) = \frac{1}{t} \cdot \sum_{i=0}^{i=t-1} (L^{u1}[t,i] \cdot e[i] - 0)^2 = \frac{1}{t} \cdot \sum_{i=0}^{i=t-1} \left(L^{u1}[t,i] \cdot e[i] \cdot e[i]^T \cdot \overline{L^{u1}}[t,i]^T\right) \tag{28}$$

The sum from $i = 0$ to $i = t - 1$ is calculated according to a geometric progression by using the common term ${\lambda_u}^{2n}[t]$.

$$MRP_u[t] = \left[\left(\overline{l_u}[t]^T \cdot l_u[t]\right) \cdot \left(t \cdot \left|{\lambda_u}^{2n}[t]\right|\right) \cdot var(L^{u1}[t,i] \cdot e[i])\right]^{1/2} \tag{29}$$

The number of the eigenvalues is $k \cdot n$. The eigenvalues corresponding to the structural modes should contribute more significantly to the module of the deterministic part and less in the module of the residual part and vice versa for the eigenvalues corresponding to the computational ones. Based on this notion the criterion such as the ratio between the modules of the 2 parts like MSN of Pandit [13] or like $DMSN$ of Vu-Viet [19] may be defined. Furthermore, Vu-Viet put the value of damping ratio into the denominator to penalize the very high damped modes which usually belong to the computational modes in most of the

industrial applications. So the latter is selected as the criterion and it may be viewed as the generalization of $DMSN$ for the stationary case to the non-stationary case. The criterion is named as $TDMSN$ where T refers to time-varying.

$$TDMSN_u[t] = \frac{MDP_u[t]}{\zeta_u[t]MRP_u[t]} \tag{30}$$

The values of $TDMSN$ for all the eigenvalues at a certain instant t are sorted in a descending order. The higher the value is, the more its corresponding eigenvalue contributes to the composition of the signal and this eigenvalue may be considered as the one corresponding to the structural modes. Being similar to the stationary case [19], the eigenvalues corresponding to the computational modes have lower values of $TDMSN$. Thus a significant change of the value will be noticed in the plot of $TDMSN$ between the structural modes and the computational ones. In this way all the structural modes can be extracted from the computational ones by this significant change and also simultaneously the most sensitive modes are sorted in a descending order as it is mentioned in introduction.

3. Application of TMSN

3.1 Numerical application

The same 3 degrees of freedom non-stationary mechanical structure as found in Poulimenos [7] (Fig. 1) is used for the numerical simulations. The structure subject to an unobservable random displacement excitation $r(t)$ is time-varying, as the stiffnesses $k_2(t)$ and $k_3(t)$ change with time in the following manner:

$$k_i(t) = k_{i0} + k_{i1} \cdot sin(2\pi t/P_{i1}) + k_{i2} \cdot sin(2\pi t/P_{i2}) \quad (i = 2,3) \tag{31}$$

with P_{i1}, P_{i2} designating the periods in the time-variation. The numerical values and the rest of the system parameters are presented in Table 1.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

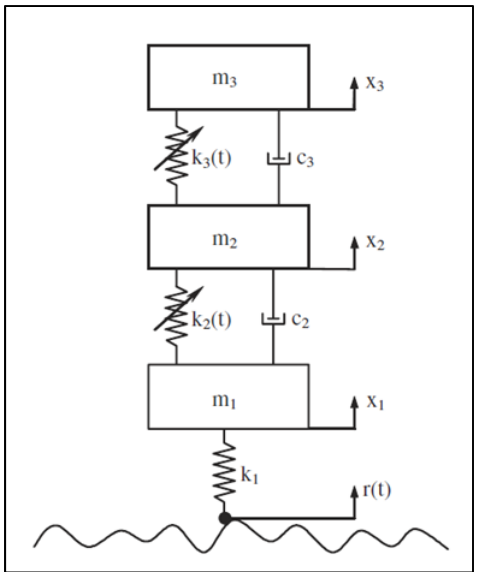


Fig. 1. Time-varying 3 DOF structure

The numerical values are presented in Table 1.

Property	Symbol	Value
Mass of rigid body 1	m_1	0.5 kg
Mass of rigid body 2	m_2	1.5 kg
Mass of rigid body 3	m_3	1.0 kg
Damping between rigid bodies 1 and 2	c_2	0.5 N/(m/s)
Damping between rigid bodies 2 and 3	c_3	0.3 N/(m/s)
Stiffness between rigid body 1 and excitation	k_1	$300\ N/m$
Stiffness between rigid bodies 1 and 2	$k_2(t)$	Time-varying: $k_{20} = 100\ N/m$ $k_{21} = 60, k_{22} = 20\ N/m$ $P_{21} = 170, P_{22} = 85\ s$
Stiffness between rigid bodies 2 and 3	$k_3(t)$	Time-varying: $k_{30} = 120\ N/m$ $k_{31} = 72, k_{32} = 24\ N/m$ $P_{31} = 141.67, P_{32} = 94.44\ s$

Table 1. Property of the non-stationary structure

The excitation $r(t)$ is a stationary, Gaussian, zero-mean and uncorrelated (white) signal. The response of the structure is non-stationary due to the time-varying dynamics. Its dynamic equations takes the form:

$$\boldsymbol{M} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{C} \cdot \dot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{K}(t) \cdot \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{b} \cdot r(t) \tag{32}$$

With $\boldsymbol{x}(t) \triangleq [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$ designating the structure's displacement vector (Fig. 1), $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{K}(t)$ the mass, viscous damping, and stiffness matrices, respectively, and $\boldsymbol{b}$ the excitation influence vector. They take the following forms:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{K}(t) = \begin{bmatrix} k_1 + k_2(t) & -k_2(t) & 0 \\ -k_2(t) & k_2(t) + k_3(t) & -k_3(t) \\ 0 & -k_3(t) & k_3(t) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} k_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{33}$$

The non-stationary vector signal of the structure is recorded at a fix sampling frequency 24Hz and for a total time 425s. A 100% root mean square noise is added on the signal and the noisy signal is presented in Fig. 2.

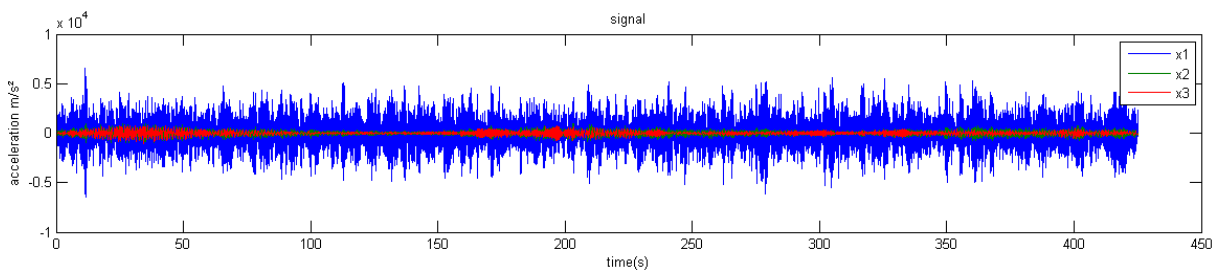
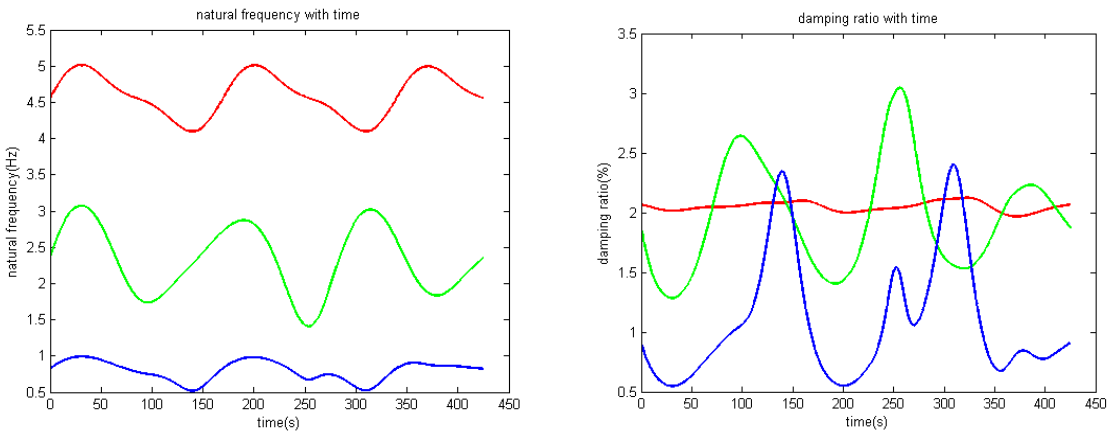


Fig. 2. Non-stationary vector noisy signal of the 3 DOF structure

By solving the free vibration problem of equation (32) without taking into account the external excitation $r(t)$, the temporal results of the natural frequencies and the damping ratios are obtained for the same total time 425s in Fig. 3.



(a) (b)

Fig. 3. Temporal modal parameters: (a) natural frequency, (b) damping ratio

As it is mentioned above, the modelling of the problem is conducted via the class of Functional Series Vector Time-dependent Autoregressive model (FS-VTAR) [1, 20] because it presents an outstanding performance on non-stationary random vibrations. The unknown coefficients to be identified a_{lm}^{ij} in equation (2) may be estimated by the ordinary least square method (OLS) via the implementation of QR factorization after selecting a proper basis function $G_j[t]$. For the detailed procedure of the modelling and the estimation, the reader may refer to the reference [1, 20].

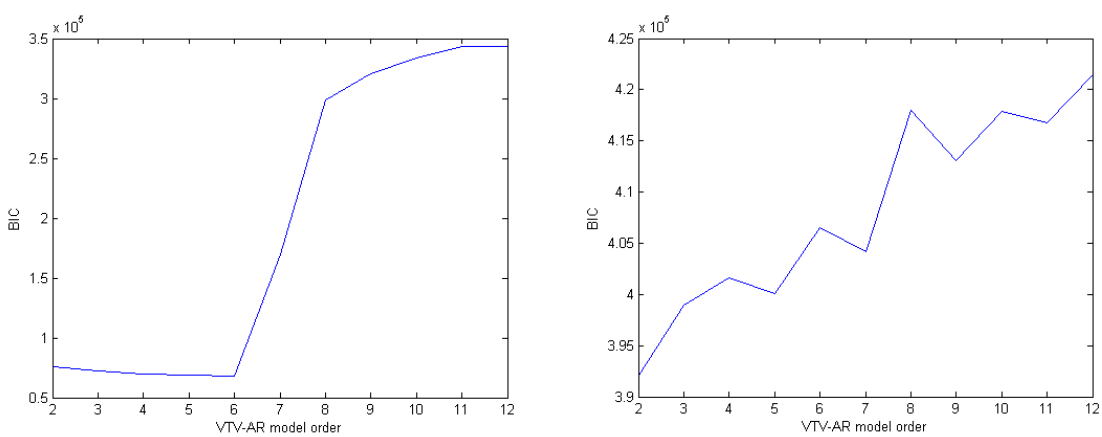
For a selected basis function, whether it is proper for the estimation and the proper FS-VTAR model order can be determined by Bayesian Information Criterion (BIC) of equation (35) [1, 20].

$$\mathrm{BIC} = \frac{Nk}{2}\ln 2\pi + \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N}\left(\ln|\Sigma[t]| + e^{T}[t]\cdot\Sigma^{-1}[t]\cdot e[t]\right) + \frac{\ln N}{2}\cdot d \qquad (35)$$

With $d = n \times p$ the number of independently estimated model parameters (n: model order, p: basis expansion number), k the number of response channels, and N the number of signal samples.

The expansion number of the basis function also needs to be properly selected. In order to isolate the selection of the model orders from that of the expansion, their interaction needs to be minimized. Thus a high expansion number is initially used to ensure the adequacy of the estimation and the model order is determined based on the minimization of BIC. After have determined the proper model order, in order to increase the representation parsimony without losing significantly the accuracy of the estimation, the expansion number can be optimized through trial and error procedures. The purpose of this optional step is to delete the basis functions at several expansion numbers which do not influence significantly the value of BIC.

In this example two candidate basis functions, Chebyshev basis and Power basis [24], are selected for the estimation. With a high expansion number ($p = 80$), the result of BIC is presented in Fig. 4. From this result it can be concluded that Chebyshev basis is more appropriate for the estimation than Power basis since Power basis raises monotonously, also the proper model order can be determined as $n = 6$ for Chebyshev basis. Its expansion number can be still selected as $p = 80$ without the optimization through trial and error procedure since this step is optional.



(a) (b)

Fig. 4. BIC result for two basis function: (a) Chebyshev basis, (b) Power basis

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Thus by using Chebyshev basis function with its expansion number $p = 80$ and the FS-VTAR model order $n = 6$, the unknown coefficients a_{lm}^{ij} in equation (2) are estimated by the ordinary least square method (OLS) via the implementation of QR factorization and the FS-VTAR model parameters $A_i[t]$ at each instant can be calculated.

The next step is the application of the criterion $TDMSN$. The plot of $TDMSN$ is presented in Fig. 5, from where the higher values can be noticed at the first mode indexes of the curve at each instant. The significant change of the curve can be noticed at mode index 3 which corresponds well to the degrees of the freedom of the structure. The values of $TDMSN$ at each instant may have different scale and some results may not be evident in the total 3-D plot. Thus a 2-D plot at some instants will also be helpful to extract the structural modes as those in Fig. 6.

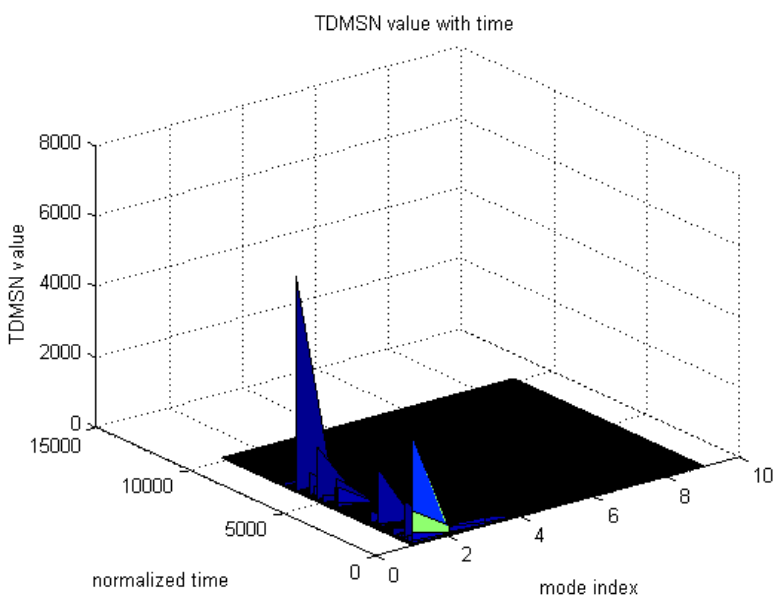
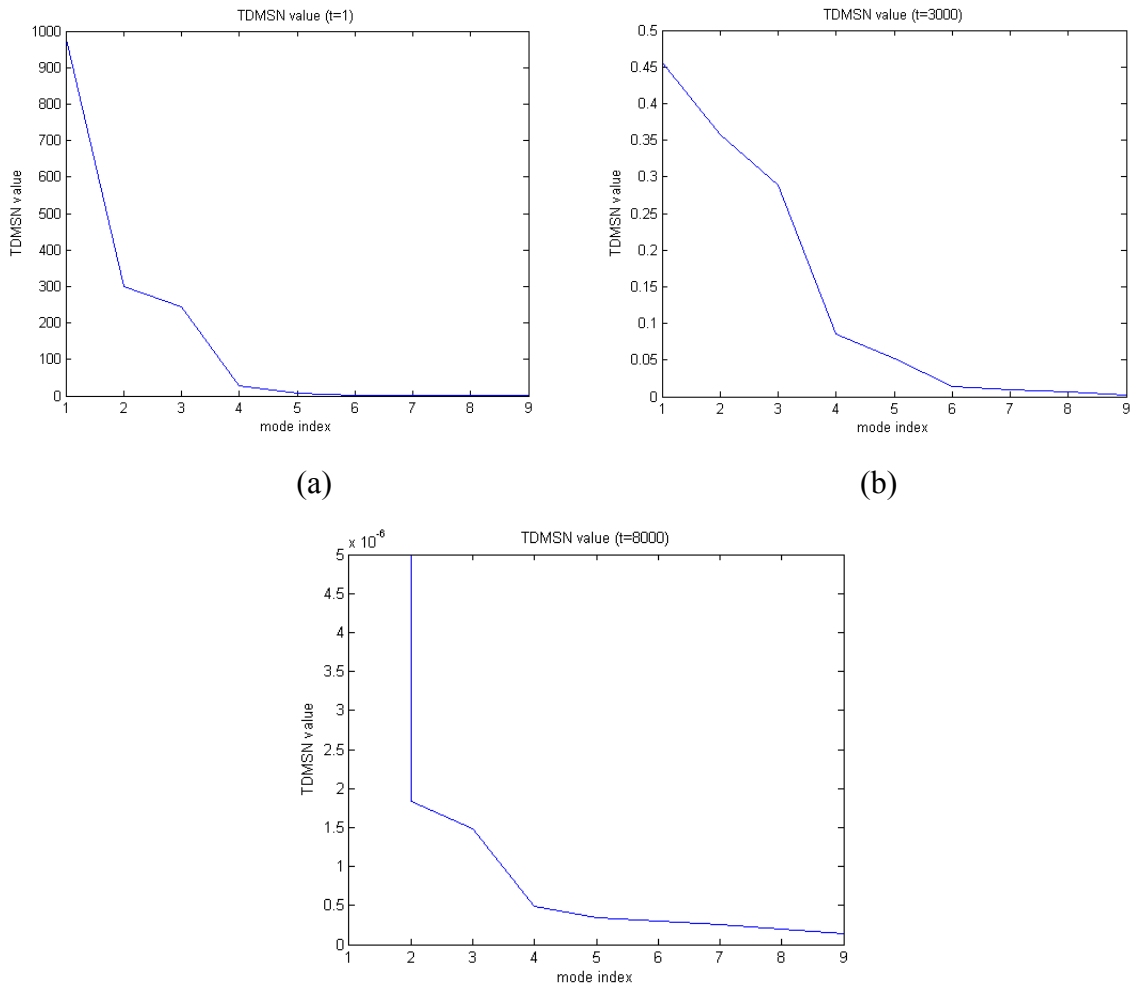


Fig. 5. 3-D plot of $TDMSN$



(a) (b)

(c)

Fig. 6. 2-D plot of $TDMSN$: (a) t=1, (b) t=3000, (c) t=8000

After having determined the number of the modes to be extracted (3 in this example), the identification result using this number is presented in Fig. 7, with the solid line representing the theoretical values and the cross mark representing the identified results. A good agreement between them can be noticed. While the excitation of the structure is random, the identification result of damping ratios does not have good agreement with the theoretical ones. Indeed, this is still an ongoing research topic on the identification of damping ratios for the randomly excited structure, so its identification result is not presented in this paper.

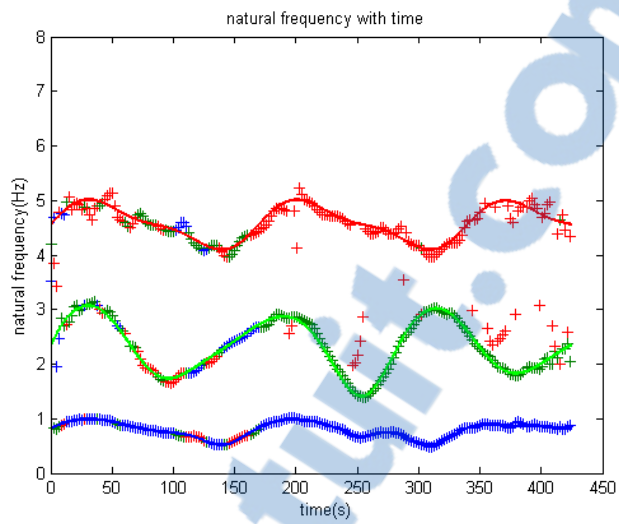


Fig. 7. Identified result using $TDMSN$

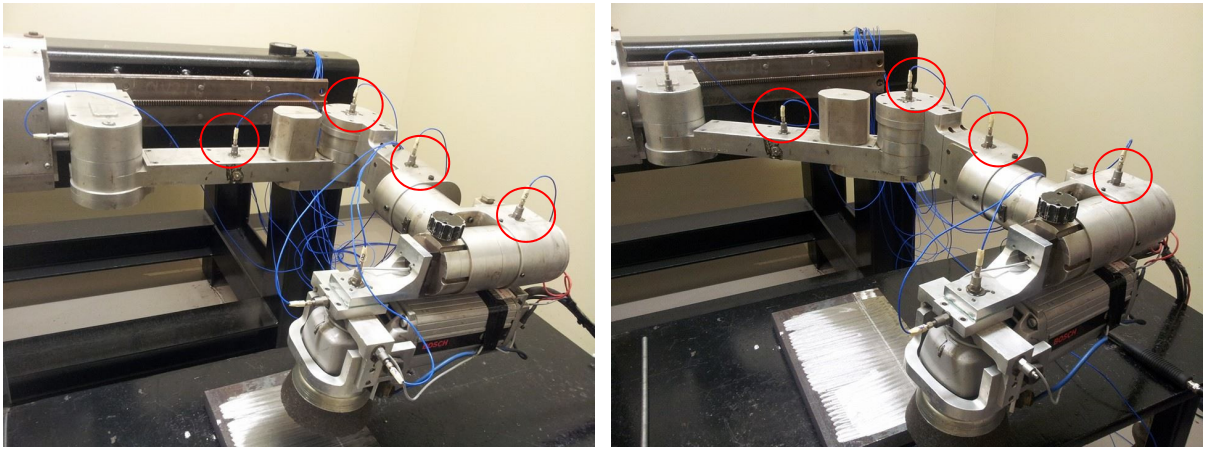
3.2 Experimental application

The proposed method is now applied to a light portable track-based multi-process robot structure named SCOMPI [21, 22] developed by the ‘’Institut de recherche d'Hydro Quebec (IREQ)’’ to automate in-situ cavitation’s repair of hydropower turbines (Fig. 8). The major processes performed by this robot are grinding, welding and hammer-peening. During the process, undesired chatter vibrations appear due to the light stiffness of the robot. Thus the monitoring of its modal parameters during the process and motion is necessary for the control of the chatter. In this paper as one step of the research on the robot, the robot is studied when it is on motion without doing grinding task.

Rapport-Gratuit.com

Fig. 8. SCOMPI robot performing grinding

The grinder is installed in laboratory on the extremity of the robot. To have the non-stationary signal of the robot, a straight line trajectory for the grinder between the initial position and the final position is defined (Fig. 9). The structure is clearly time–varying because its configuration changes with time. The piezoelectric accelerometers are used for the measurement of the accelerations at 8 locations of the robot (Fig. 9). The signals are measured by LMS data acquisition system and are sampled at a frequency of 512 Hz, on a total time of 7s. The signals used for the application of $TDMSN$ are from the channels 2-5 since they are in the same direction and will give the more homogeneous results (channels 2-5 are circled in red in Fig. 9).



(a) (b)

Fig. 9. Experimentation of the robot: (a) initial position, (b) final position

The same procedure as the above numerical simulation is applied for the robot. The Chebyshev basis is selected. Whether it is appropriate for the robot and the proper FS-VTAR model order is determined by BIC in Fig. 10. From the result of BIC it can be noticed that Chebyshev basis is an appropriate function for the robot and its proper model order can be selected as $n = 17$.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

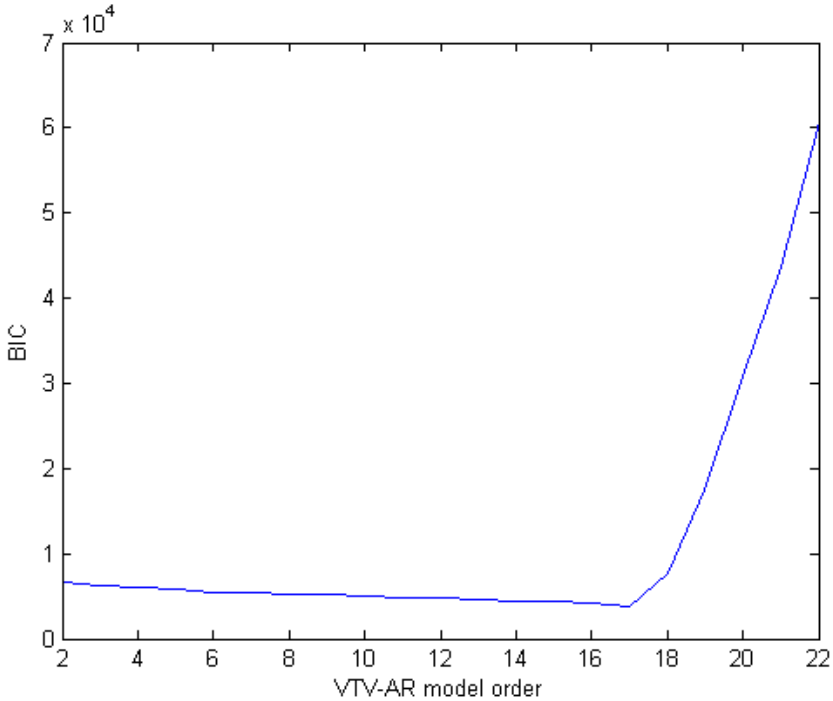


Fig. 10. BIC result for Chebyshev basis function

The next step is the application of the criterion $TDMSN$. The plot of the 3-D $TDMSN$ and the 2-D $TDMSN$ are presented in Fig. 11 and 12, respectively. From the result of $TDMSN$, the significant change of the curve can be noticed approximately at mode index 6. Thus 6 is selected as the number of the modes to be extracted, its identification result is presented in Fig. 13. For the reference the Short-Time Fourier Transform (STFT) for the channels and the comparison with the identified result are presented in Fig. 14 and 15, respectively. Like the above example of the simulated structure, a good agreement between the identified result and that of STFT can also be noticed for this experimental example of the robot.

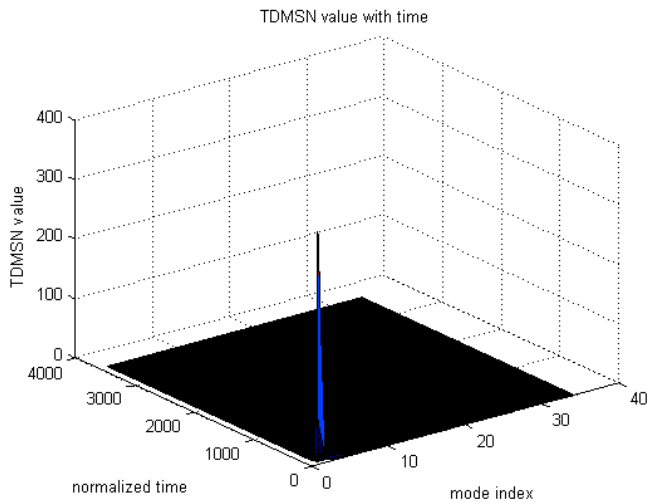
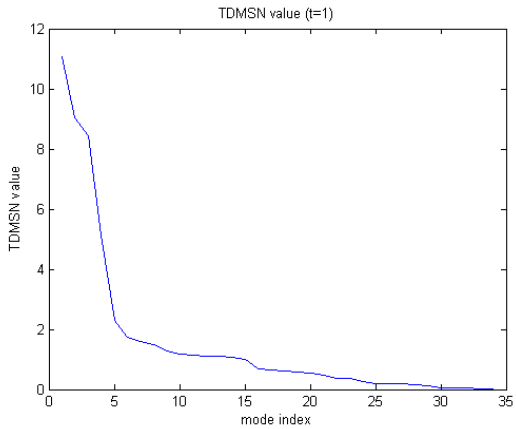
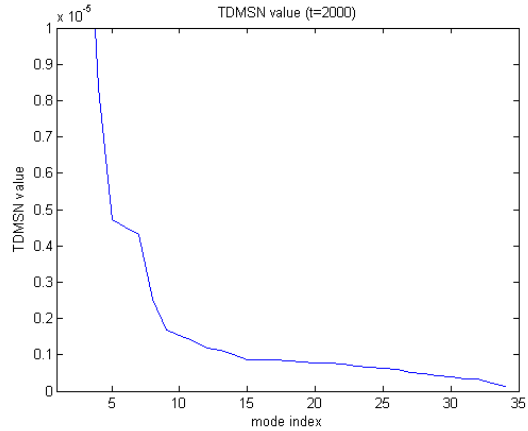


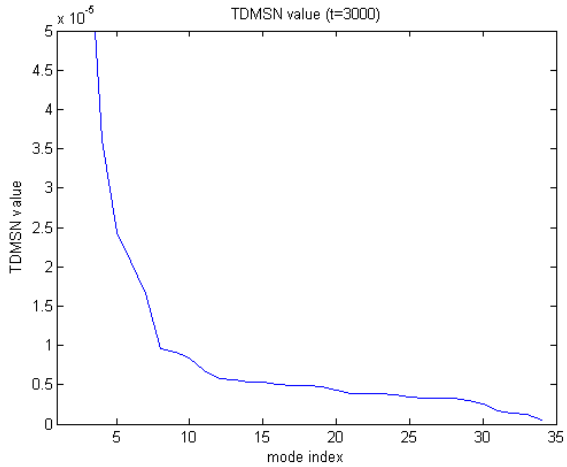
Fig. 11. 3-D plot of $TDMSN$



(a)



(b)



(c)

Fig. 12. 2-D plot of $TDMSN$: (a) t=1, (b) t=2000, (c) t=3000

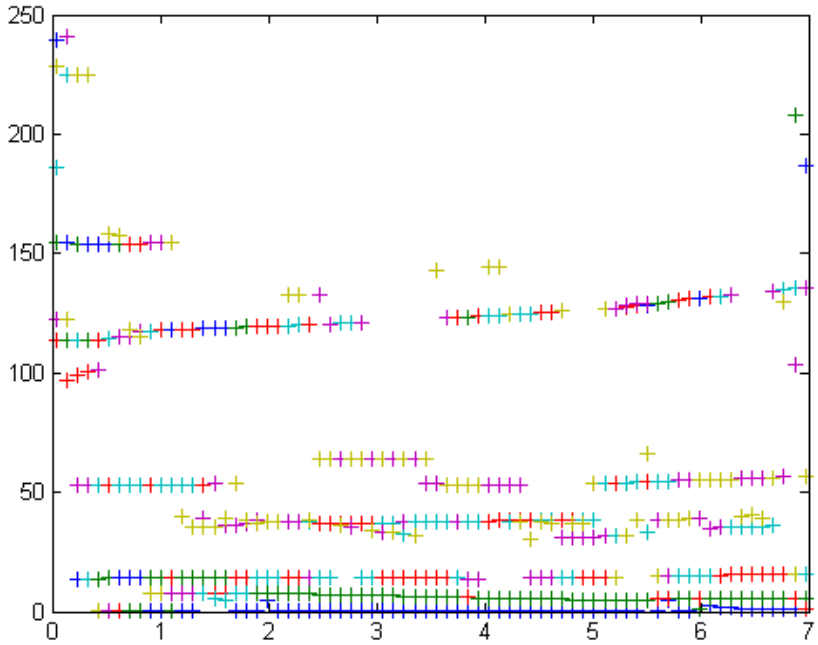


Fig. 13. Identified result using $TDMSN$

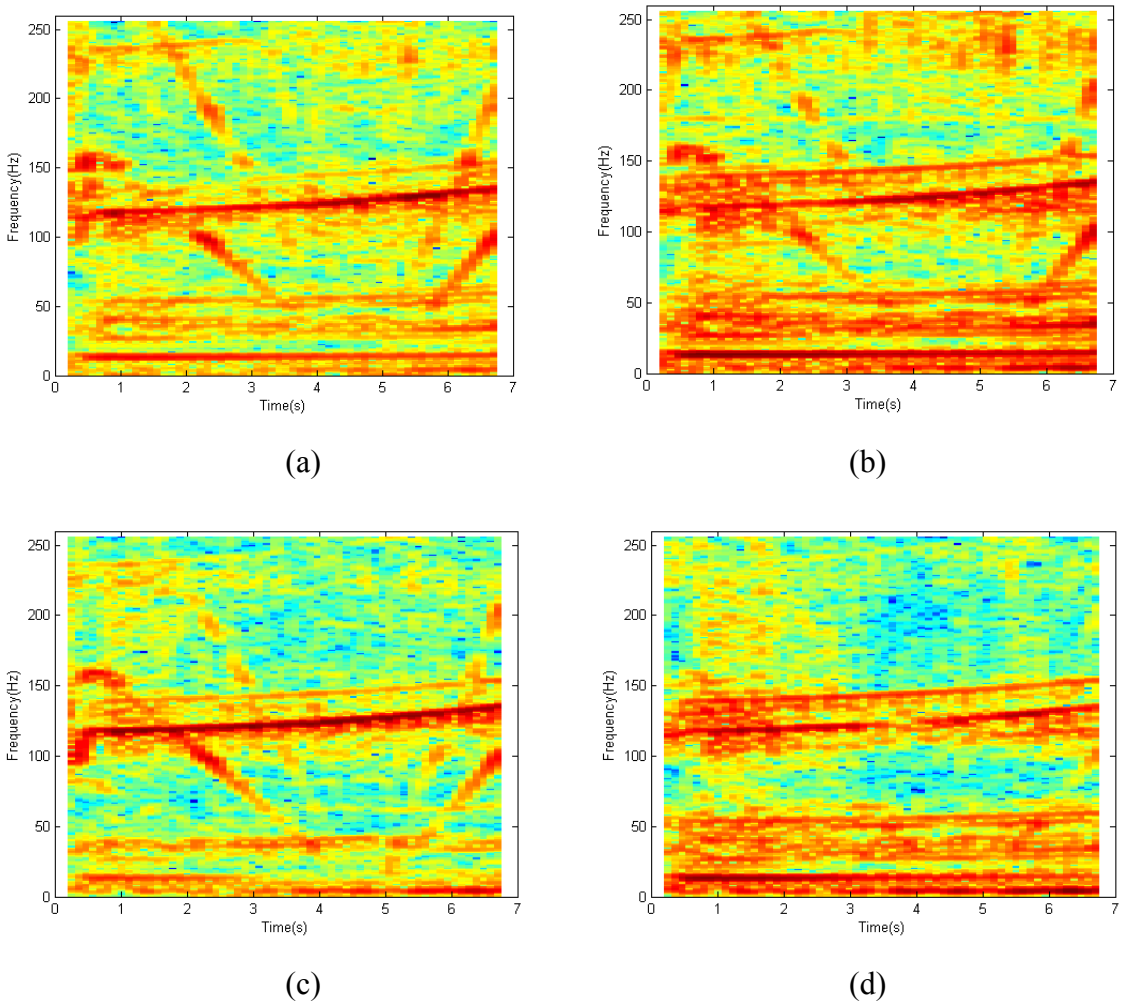


Fig. 14. Result of STFT: (a) channel 2, (b) channel 3 (c) channel 4 (d) channel 5

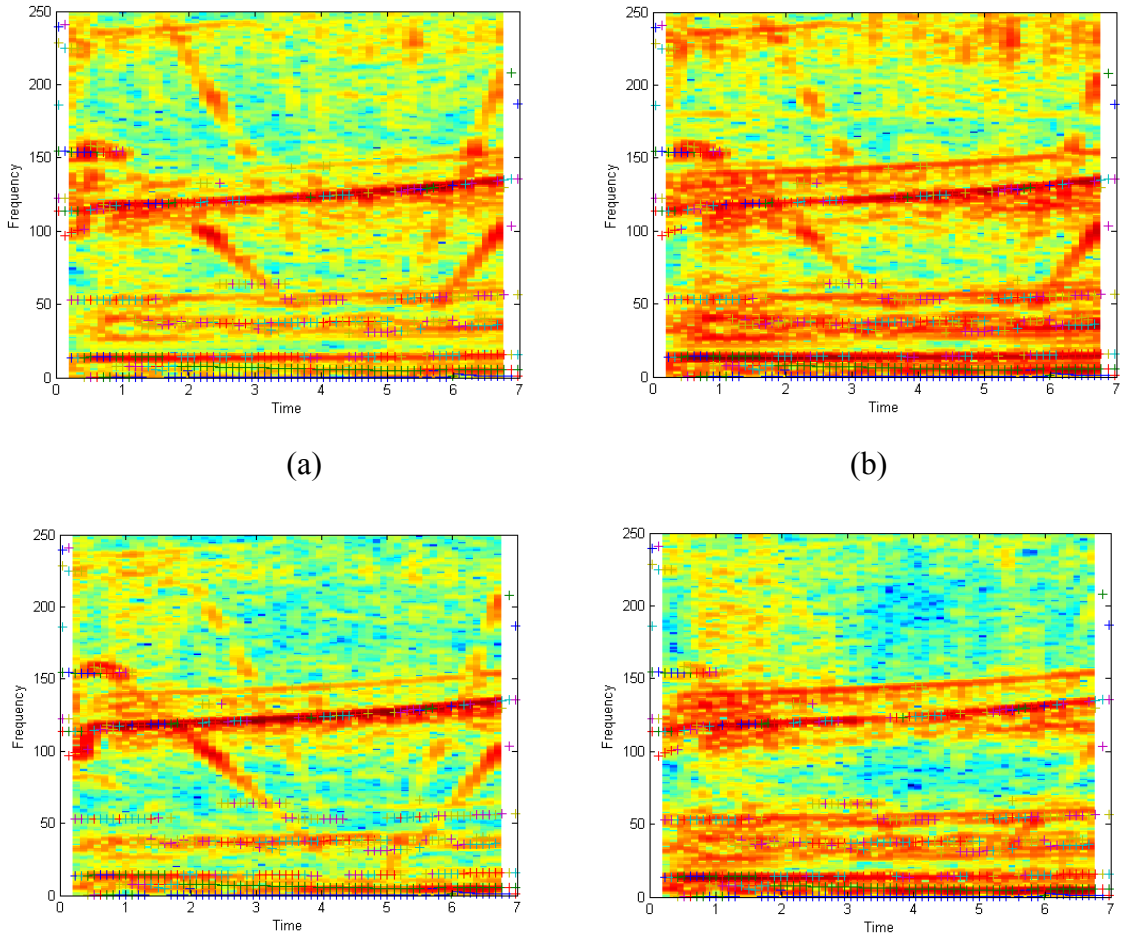


Fig. 15. Comparison with the identified result:
(a) channel 2, (b) channel 3 (c) channel 4 (d) channel 5

4. Conclusion

An Automatic structural mode extraction method for time-varying structures via vector time-dependent autoregressive model is presented in this paper. Using the proposed criterion $TDMSN$, the structural modes can be extracted from the computational ones due to the high autoregressive model order by sorting the values of $TDMSN$ in a descending order. Simultaneously the modes are also sorted by this order according to their sensibility. The proposed method is successfully applied, first on a simulated time-varying 3 degrees of freedom structure excited by random forces, and then experimentally on a real time-varying flexible robot. For the further work to improve the result of $TDMSN$, a better estimation of

the model parameters $A_i[t]$ is necessary. Thus the future work may be focused on such as finding better basis function to estimate the model parameters.

REFERENCE

1. M.D.Spiridonakos, S.D.Fassois, Vibration based fault detection in a time-varying link structure via non-stationary FS-VTAR models, in: Proceedings of the International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC), Ancona, Italy, 2009.
2. X.Xianya, R.J.Evans, Discrete-time stochastic adaptive control for time-varying systems, IEEE Trans. AC 29 (7) (1984) 638–640.
3. S.Conforto, T.D'Alessio, Spectral analysis for non-stationary signals from mechanical measurements: a parametric approach, MSSP 13(3), (1999) 395–411.
4. K.A.Petsounis, S.D.Fassois, Non-stationary functional series TARMA vibration modelling and analysis in a planar manipulator, J.Sound Vib.231 (5) (2000) 1355–1376.
5. Y.Grenier, Time-Dependent ARMA Modeling of Nonstationary Signals, IEEE Trans. ASSP 31 (4) (1983) 638–640.
6. M.Jachan, G.Matz, F.Hlawatsch, Vector Time-Frequency AR Models for Nonstationary Multivariate Random Processes, IEEE Trans. SP 57 (12) 2009.
7. A.G.Poulimenos. and S.D. Fassois, Parametric time-domain methods for non-stationary random vibration modelling and analysis – A critical survey and comparison. MSSP 20, (2006) 763-816.
8. M.D.Spiridonakos, S.D.Fassois, Non-stationary random vibration modeling and analysis via functional series time-dependent ARMA (FS-TARMA) models – A critical survey, MSSP 47 (2014) 175–224.
9. H.Van der Auweraer, B.Peeters, Discriminating Physical Poles from Mathematical Poles in High Order Systems: Use and Automation of the Stabilization Diagram, IMTC 2004, 2004.
10. P.G.Bakir, Automation of the stabilization diagrams for subspace based system identification, Expert Systems with Applications 38, (2011) 14390-14397.
11. R.J.Allemang, The Modal Assurance Criterion –Twenty Years of Use and Abuse, IMAC-XX, 2002.

12. D.Y.Chiang, C.S.Lin, Identification of modal parameters from nonstationary ambient vibration data using the channel-expansion technique, Journal of Mechanical Science and Technology 25 (5) (2011) 1307-1315.
13. S.M.Pandit, Modal and Spectrum Analysis: Data Dependent Systems in State Space, John Wiley & Sons, Inc, 1991.
14. S.Vanlanduit, P.Verboven, P.Guillaume, J.Schoukens, An automatic frequency domain modal parameter estimation algorithm, Journal of Sound and Vibration 265 (2003) 647–661.
15. P.Verboven, E.Parloo, P.Guillaume, M. Van Overmeire, Autonomous structural heath monitoring, part 1: modal parameter estimation and, Mechanical Systems and Signal Processing (2002) 16(4), 637–657.
16. L.D.Avendaño-Valencia, S.D.Fassois, Stationary and non-stationary random vibration modelling and analysis for an operating wind turbine, MSSP 47, (2014) 263-285.
17. S.D.Zhou, L.Liu, W.Yang, Z.S.Ma, Operational Modal Identification of Time-Varying Structures via a Vector Multistage Recursive Approach in Hybrid Time and Frequency Domain, Shock and Vibration, 2014.
18. S.D.Zhou, W.Heylen, P.Sas, L.Liu, Parametric modal identification of time-varying structures and the validation approach of modal parameters, MSSP 47 (2014) 94–119.
19. V.H.Vu, M.Thomas, F.Lafleur, L.Marcouiller, Towards an automatic spectral and modal identification from operational modal analysis, Shock and Vibration 332, (2013) 213-227.
20. M.D.Spiridonakos, S.D.Fassois, Parametric Identification of a Time-Varying Structure Based on Vector Vibration Response Measurements, MSSP: 23, (2009) 2029-2048.
21. B.Hazel, J.Côté, Y.Laroche, P,Mongenot, A Portable, Multiprocess, Track-Based Robot for In Situ Work on Hydropower Equipment, 2011.
22. B.Hazel, J.Côté, Y.Laroche, P,Mongenot, A Portable, Field Repair and Construction of Large Hydropower Equipment with a Portable Robot, 2011.
23. V.H.Vu, M.Thomas, Z.Liu, B.Hazel, Output-Only Identification of Modal Shape Coupling in a Flexible Robot by Vector Autoregressive modeling, MATEC conference, 2015.

24. R.B.Pachori, P.Sircar, EEG signal analysis using FB expansion and second-order linear TVAR process, Signal Processing, (2008) 415-420.

Rapport-Gratuit.com

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Allemang, R. J. (2003). "The modal assurance criterion - Twenty years of use and abuse." Sound and Vibration **37**(8): 14-23.

Allemang, R. J. and D. L. Brown (1982). A correlation coefficient for modal vector analysis. Proceedings of the 1st international modal analysis conference. **1:** 110-116.

Altintas, Y., E. Shamoto, P. Lee and E. Budak (1996). "Analytical prediction of stability lobes in ball end milling." Materials Issues in Machining - Iii and the Physics of Machining Processes - Iii: 151-167.

Altintas, Y., E. Shamoto, P. Lee and E. Budak (1999). "Analytical prediction of stability lobes in ball end milling." Journal of Manufacturing Science and Engineering-Transactions of the Asme **121**(4): 586-592.

Altintas, Y. and M. Weck (2004). "Chatter stability of metal cutting and grinding." Cirp Annals-Manufacturing Technology **53**(2): 619-642.

Asutkar, V. G., B. M. Patre and T. K. Basu (2009). Identification of Slowly Time-Varying System Using Legendre Basis Functions. 2009 Annual Ieee India Conference (Indicon 2009)**:** 509-512.

Avendano-Valencia, L. D. and S. D. Fassois (2014). "Stationary and non-stationary random vibration modelling and analysis for an operating wind turbine." Mechanical Systems and Signal Processing **47**(1-2): 263-285.

Bakir, P. G. (2011). "Automation of the stabilization diagrams for subspace based system identification." Expert Systems with Applications **38**(12): 14390-14397.

Batill, S. M. and J. J. Hollkamp (1989). "Parameter identification of discerte time series models for structural response prediction." AIAA Journal **27(11)**: 1636–1649.

Ben Mrad, R., S. D. Fassois and J. A. Levitt (1998). "A polynomial-algebraic method for non-stationary TARMA signal analysis - Part II: Application to modeling and prediction of power consumption in automobile active suspension systems." Signal Processing **65**(1): 21-38.

Brincker, R., L. M. Zhang and P. Andersen (2001). "Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition." Smart Materials & Structures **10**(3): 441-445.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Chang, C. C. and Z. Li (2009). Recursive stochastic subspace identification for structural parameter estimation. SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring, International Society for Optics and Photonics.

Chao, S. H., C. H. Loh and M. H. Tseng (2014). "Structural damage assessment using output-only measurement: Localization and quantification." Journal of Intelligent Material Systems and Structures **25**(9): 1097-1106.

Charbonnier, R., M. Barlaud, G. Alengrin and J. Menez (1987). "Results on AR-modelling of nonstationary signals." Signal Processing **12**(2): 143-151.

Chiang, D. Y. and C. S. Lin (2011). "Identification of modal parameters from non-stationary ambient vibration data using the channel-expansion technique." Journal of mechanical science and technology **25**(5): 1307-1315.

Chon, K. H., H. Zhao, R. Zou and K. Ju (2005). "Multiple time-varying dynamic analysis using multiple sets of basis functions." Ieee Transactions on Biomedical Engineering **52**(5): 956-960.

Cohen, L. (1995). Time Frequency Analysis, Prentice Hall PTR.

Conforto, S. and T. D'Alessio (1999). "Spectral analysis for non-stationary signals from mechanical measurements: A parametric approach." Mechanical Systems and Signal Processing **13**(3): 395-411.

Dziedziech, K., W. J. Staszewski and T. Uhl (2015). "Wavelet-based modal analysis for time-variant systems." Mechanical Systems and Signal Processing **50-51**: 323-337.

Ehmann, K. and Z. L. Zhang (1994). "Influence of cutting conditions on the chatter frequency of a machining system."

EOM, K. B. (1999). "Analysis of Acoustic Signatures from Moving Vehicles Using Time-Varying Autoregressive Models." Multidimensional Systems and Signal Processing **10**: 357-378.

Fouskitakis, G. N. and S. D. Fassois (2002). "Functional series TARMA modelling and simulation of earthquake ground motion." Earthquake Engineering & Structural Dynamics **31**(2): 399-420.

Fu, Z. F. and J. He (2001). Modal analysis, Butterworth-Heinemann.

Goethals, I., L. Mevel, A. Benveniste and B. D. Moor (2004). Recursive output-only subspace identification for in-flight flutter monitoring. In Proceedings of the 22nd International Modal Analysis Conference (IMACXXII).

Golub, G. H. and V. Pereyra (1973). "The Differentiation of Pseudo-Inverses and Nonlinear Least Squares Problems Whose Variables Separate." SIAM Journal on Numerical Analysis **10**(2): 413-432.

Goursat, M., M. Döhler, L. Mevel and A. Palle (2010). "Crystal Clear SSI for Operational Modal Analysis of Aerospace Vehicles." Structural Dynamics **3**.

Grenier, Y. (1983). "Time-dependent ARMA modeling of nonstationary signals." IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal **ASSP-31**(4): 899-911.

Guillaume, P., P. Verboven, S. Vanlanduit, H. V. d. Auweraer and B. Peeters (2003). A Poly-Reference Implementation of the Least-Squares Complex Frequency-Domain Estimator. Conference: 2003 IMAC-XXI.

Guo, Y. L. and A. Kareem (2016). "Non-stationary frequency domain system identification using time-frequency representations." Mechanical Systems and Signal Processing **72-73**: 712-726.

Ha, P. and S. Ann (1995). "Robust Time-Varying Parametric Modeling of Voiced Speech." Signal Processing **42**(3): 311-317.

Hammond, J. K. and P. R. White (1996). "The analysis of non-stationary signals using time-frequency methods." Journal of Sound and Vibration **190**(3): 419-447.

Hazel, B., J. Coté, Y. Laroche and P. Mongenot (2012). "Field repair and construction of large hydropower equipment with a portable robot." Journal of Field Robotics **29**(1): 102-122.

Hazel, B., J. Coté, Y. Laroche and P. Mongenot (2012). "A portable, multiprocess, track-based robot for in situ work on hydropower equipment." Journal of Field Robotics **29**(1): 69-101.

Hazel, B., F. Rafieian and Z. H. Liu (2011). Impact-cutting and regenerative chatter in robotic grinding. In ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition**:** 349-359.

Huang, C. S., C. Y. Liu and W. C. Su (2016). "Application of Cauchy wavelet transformation to identify time-variant modal parameters of structures." Mechanical Systems and Signal Processing.

Ibrahim, S. R. (1978). "Modal confidence factor in vibration testing." Journal of Spacecraft and Rockets **15**(5): 313-316.

Ibrahim, S. R. (2000). "Fundamentals of Time Domain Modal Identification." NATO ASI Series E: Applied Sciences: 241–250.

Ibrahim, S. R. and E. C. Mikulcik (1973). "A time domain modal vibration test technique." The Shock and Vibration Bulletin **Bulletin 43**(4).

Jachan, M., G. Matz and F. Hlawatsch (2007). "Time-frequency ARMA models and parameter estimators for underspread nonstationary random processes." Ieee Transactions on Signal Processing **55**(9): 4366-4381.

Jafarpour, A., J. Savolainen, R. D. Jong, J. Middag, D. P. Sprünken, P. V. d. Walle, D. Yang and J. L. Herek (2009). "Robust orthogonal parameterization of evolution strategy for adaptive laser pulse shaping." Optics express **17**(14): 11986-12000.

Johansson, A. T. and P. R. White (2008). "Instantaneous frequency estimation at low signal-to-noise ratios using time-varying notch filters." Signal Processing **88**(5): 1271-1288.

Kacha, A., F. Grenez and K. Benmahammed (2008). "Time-frequency analysis of multichannel signals using two-sided autoregressive modeling." Circuits Systems and Signal Processing **27**(3): 309-330.

Klepka, A. and T. Uhl (2014). "Identification of modal parameters of non-stationary systems with the use of wavelet based adaptive filtering." Mechanical Systems and Signal Processing **47**(1-2): 21-34.

Kozin, F. (1978). "Estimation and modelling of non-stationary time-series." Symposium of Applications of Computer Method in Engineering: 603-612.

Laub, A. J. (1979). "A Schur method for solving algebraic Riccati equations." Automatic Control, IEEE Transactions on **24**(6): 913-921.

Lessard, J., P. Bigras, Z. Liu and B. Hazel (2012). "Characterization, modeling and vibration control of a flexible joint for a robotic system." Journal of Vibration and Control.

LI, W., V. H. Vu, Z. Liu, M. Thomas and B. Hazel (2014). Basis Function Selection Criterion for Modal Monitoring of Non-Stationary Systems. conférence annuelle de l'Association Canadienne en Vibrations de Machines (ACVM).

LI, W., V. H. Vu, Z. Liu, M. Thomas and B. Hazel (2015). Automatic structural mode extraction for time-varying structures via vector time-dependent autoregressive model. conférence internationale de Surveillance 8.

LI, W., V. H. Vu, Z. Liu, M. Thomas and B. Hazel (2016). "Extraction of modal parameters for identification of time-varying systems using adaptable functional series vector time-dependent autoregressive model (Submitted)." Measurement.

LI, W., V. H. Vu, Z. Liu, M. Thomas and B. Hazel (2016). "Extraction of modal parameters for identification of time-varying systems using Data-Driven Stochastic Subspace Identification (Submitted)." Journal of Vibration and Control.

Li, Y., H. L. Wei, S. A. Billings and P. G. Sarrigiannis (2011). "Time-varying model identification for time-frequency feature extraction from EEG data." Journal of Neuroscience Methods **196**(1): 151-158.

Liporace, L. A. (1975). "Linear estimation of nonstationary signals." Journal of the Acoustical Society of America **58**(6).

Liu, Y. C., C. H. Loh and Y. Q. Ni (2013). "Stochastic subspace identification for output-only modal analysis: application to super high-rise tower under abnormal loading condition." Earthquake Engineering & Structural Dynamics **42**(4): 477-498.

Magalhaes, F., A. Cunha and E. Caetano (2009). "Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge." Mechanical Systems and Signal Processing **23**(2): 316-329.

Marchesiello, S., S. Bedaoui, L. Garibaldi and R. Argoul (2009). "Time-dependent identification of a bridge-like structure with crossing loads." Mechanical Systems and Signal Processing **23**(6): 2019-2028.

Martel, F., D. Rancourt, C. Chochol, Y. St-Amant, S. Chesne and D. Rémond (2015). "Time-varying torsional stiffness identification on a vertical beam using Chebyshev polynomials." Mechanical Systems and Signal Processing **54**: 481-490.

Mukhopadhyay, S. and P. Sircar (1997). "Parametric modelling of non-stationary signals: A unified approach." Signal Processing **60**(2): 135-152.

Newland, D. E. (1993). An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis, 3rded, Addison Wesley Longman.

Niedźwiecki, M. (2000). Identification of Time-Varying Processes, John Wiley.

Pacheco, R. and V. Steffen (2002). "Using orthogonal functions for identification and sensitivity analysis of mechanical systems." Journal of Vibration and Control **8**(7): 993-1021.

Pan, Z. X., H. Zhang, Z. Q. Zhu and J. J. Wang (2006). "Chatter analysis of robotic machining process." Journal of Materials Processing Technology **173**(3): 301-309.

Pandit, M. (1991). Modal and Spectrum Analysis: Data Dependent Systems in State Space, John Wiley & Sons. Inc.

Pappa, R. S. and S. R. Ibrahim (1981). "A Parametric Study of the Ibrahim Time Domain Identification Algorithm." The Shock and Vibration Bulletin **51(3)**: 43–72.

Peeters, B. and G. D. Roeck (1999). "Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis " Mechanical Systems and Signal Processing **13**(6): 24.

Petsounis, K. A. and S. D. Fassois (2000). "Non-stationary functional series TARMA vibration modelling and analysis in a planar manipulator." Journal of Sound and Vibration **231**(5): 1355-1376.

Poulimenos, A. G. and S. D. Fassois (2005). Estimation and identification of non-stationary functional series TARMA models. 13th European Signal Processing Conference.

Poulimenos, A. G. and S. D. Fassois (2006). "Parametric time-domain methods for non-stationary random vibration modelling and analysis - A critical survey and comparison." Mechanical Systems and Signal Processing **20**(4): 763-816.

Rafieian, F. (2014). Study of vibrations and instability in a robotic grinding process. Mechanical engineering. Montréal, École de Technologie Supérieure. **Ph. D.**

Rafieian, F., Z. Liu and B. Hazel (2009). Dynamic model and modal testing for vibration analysis of robotic grinding process with a 6DOF flexible-joint manipulator. 2009 International Conference on Mechatronics and Automation, IEEE**:** 2793-2798.

Reddy, G. R. S. and R. Rao (2014). "Performance Analysis of Basis Functions in TVAR Model." International Journal of Signal Processing **7**(3): 317-338.

Rune, B. and A. Palle (2006). Understanding Stochastic Subspace Identification. Proceedings of the 24th IMAC, St. Louis, Missouri, 2006.

Santos, T. (2013). Modélisation et simulation dynamique d'un robot avec bras et membrures flexibles par le logiciel MD Adams. Génie mécanique. Montréal, École de Technologie Supérieure. **Master**.

Smith, W. R. (1981). Least squares time-domain methods for simultaneous identification of vibration parameters from multiple free-response records. AIAA/ASME/ASCE/AHS 22nd SDM Conference**:** 194–201.

Spiridonakos, M. D. and S. D. Fassois (2009). "Parametric identification of a time-varying structure based on vector vibration response measurements." Mechanical Systems and Signal Processing **23**(6): 2029-2048.

Spiridonakos, M. D. and S. D. Fassois (2009). Vibration based fault detection in a time-varying link structure via non-stationary FS-VTAR models. In Proceedings of the International Operational Modal Analysis Conference.

Spiridonakos, M. D. and S. D. Fassois (2014). "Adaptable functional series TARMA models for non-stationary signal representation and their application to mechanical random vibration modeling." Signal Processing **96**: 63-79.

Spiridonakos, M. D. and S. D. Fassois (2014). "Non-stationary random vibration modelling and analysis via functional series time-dependent ARMA (FS-TARMA) models - A critical survey." Mechanical Systems and Signal Processing **47**(1-2): 175-224.

Spiridonakos, M. D., A. G. Poulimenos and S. D. Fassois (2010). "Output-only identification and dynamic analysis of time-varying mechanical structures under random excitation: A comparative assessment of parametric methods." Journal of Sound and Vibration **329**(7): 768-785.

Staszewski, W. J. and A. N. Robertson (2007). "Time-frequency and time-scale analyses for structural health monitoring." Philosophical Transactions of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences **365**(1851): 449-477.

Su, W. C., C. Y. Liu and C. S. Huang (2014). "Identification of Instantaneous Modal Parameter of Time-Varying Systems via a Wavelet-Based Approach and Its Application." Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering **29**(4): 279-298.

Subba Rao, T. (1970). "The fitting of non-stationary time-series models with time-dependent parameters." Journal of the Royal Statistical Society **32**(2): 312-322.

Swiatek, G., Z. H. Liu and B. Hazel (2010). Dynamic simulation and configuration dependant modal identification of a portable flexible-link and flexible-joint robot. In 28th Seminar on Machinery Vibration.

Thomas, M. and F. Laville (2007). Simulation of mechanical vibrations by using Matlab, Simulink and Ansys (in french), Presses de l'Université du Québec.

Tlusty, J. and M. Polacek (1963). "The stability of the machine tool against self-excited vibration in machining." International research in production engineering, ASME: 465-474.

Tobias, S. A. and W. Fishwick (1958). "Theory of regenerative machine tool chatter." The Engineer **205**: 16-23.

Tsatsanis, M. K. and G. B. Giannakis (1993). "Time-Varying System-Identification and Model Validation Using Wavelets." Ieee Transactions on Signal Processing **41**(12): 3512-3523.

Tsatsanis, M. K. and G. B. Giannakis (1996). "Equalization of rapidly fading channels: Self-recovering methods." Ieee Transactions on Communications **44**(5): 619-630.

Van Der Auweraer, H., P. Guillaume, P. Verboven and S. Vanlanduit (2001). "Application of a fast-stabilizing frequency domain parameter estimation method." Journal of dynamic systems, measurement, and control **123**(4): 651-658.

Van der Auweraer, H., P. Guillaume, P. Verboven and S. Vanlanduit (2001). "Application of a fast-stabilizing frequency domain parameter estimation method." Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme **123**(4): 651-658.

Van der Auweraer, H. and B. Peeters (2004). Discriminating Physical Poles from Mathematical Poles in High Order Systems: Use and Automation of the Stabilization Diagram. In Instrumentation and Measurement Technology Conference. **3:** 2193-2198.

Van Overschee, P. and B. D. Moor (1996). Subspace Identification For Linear Systems : Theory-Implementation-Applications, Kluwer Academic Publishers.

Vanlanduit, S., P. Verboven, P. Guillaume and J. Schoukens (2003). "An automatic frequency domain modal parameter estimation algorithm." Journal of Sound and Vibration **265**(3): 647-661.

Verboven, P., E. Parloo, P. Guillaume and M. V. Overmeire (2002). "Autonomous structural health monitoring - Part 1: Modal parameter estimation and tracking." Mechanical Systems and Signal Processing **16**(4): 637-657.

Vu, V. H., M. Thomas, F. Lafleur and L. Marcouiller (2013). "Towards an automatic spectral and modal identification from operational modal analysis." Journal of Sound and Vibration **332**(1): 213-227.

Vu, V. H., M. Thomas, A. A. Lakis and L. Marcouiller (2010). "Online time-modal monitoring of non stationnary systems." International journal on safety and risk assessment **3**(1): 45-65.

Vu, V. H., M. Thomas, A. A. Lakis and L. Marcouiller (2011). "Operational modal analysis by updating autoregressive model." Mechanical Systems and Signal Processing **25**(3): 1028-1044.

Wei, H. L. and S. A. Billings (2002). "Identification of time-varying systems using multiresolution wavelet models." International Journal of Systems Science **33**(15): 1217-1228.

Xie, X. and E. Robin (1983). Discrete-time stochastic adaptive control for time-varying systems. In The 22nd IEEE Conference on Decision and Control. **22:** 1189-1193.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Yan, A. M., P. D. boe and J. C. Golinval (2004). "Structural damage diagnosis by Kalman model based on stochastic subspace identification." Structural Health Monitoring-an International Journal **3**(2): 103-119.

Yang, W., L. Liu, S. D. Zhou and Z. S. Ma (2015). "Moving Kriging shape function modeling of vector TARMA models for modal identification of linear time-varying structural systems." Journal of Sound and Vibration **354**: 254-277.

Zhang, L., G. L. Xiong, H. S. Liu, H. J. Zou and W. Z. Guo (2010). "Time-frequency representation based on time-varying autoregressive model with applications to non-stationary rotor vibration analysis." Sadhana-Academy Proceedings in Engineering Sciences **35**(2): 215-232.

Zhou, S. D., W. Heylen, P. Sas and L. Liu (2014). "Parametric modal identification of time-varying structures and the validation approach of modal parameters." Mechanical Systems and Signal Processing **47**(1-2): 94-119.

Zhou, S. D., L. Liu, W. Yang and Z. S. Ma (2015). "Operational Modal Identification of Time-Varying Structures via a Vector Multistage Recursive Approach in Hybrid Time and Frequency Domain." Shock and Vibration.

Zou, R., H. L. Wang and K. H. Chon (2003). "A robust time varying identification algorithm using basis functions." Annals of Biomedical Engineering **31**(7): 840-853.

Rapport-Gratuit.com