

# Table des matières

Résumé .....	iii
Table des matières .....	iv
Liste des tableaux .....	vi
Liste des figures.....	vii
Remerciements.....	viii
Introduction .....	1
Chapitre 1 Revue de la littérature .....	4
Chapitre 2 Le modèle.....	12
2.1 Consommation, actifs risqués et choix intertemporel .....	12
2.2 Modèle intertemporel.....	15
Chapitre 3 Caractérisation des préférences.....	18
3.1 La forme CRRA .....	18
3.2 Aversion pour le risque et cycle économique .....	19
3.2.1 Variable dichotomique.....	19
3.2.2 Fluctuations du PIB .....	20
3.2.3 Cycle économique et effets durables .....	21
3.3 Habitudes dans la consommation .....	22
3.4 Utilité non-séparable et introduction de l'immobilier .....	23
Chapitre 4 Précisions économétriques .....	25
Chapitre 5 Les données.....	29
Chapitre 6 Résultats empiriques.....	34
6.1 Résultats de la forme CRRA .....	35
6.1.1 CRRA avec consommation biens non-durables seulement .....	35
6.1.2 CRRA avec consommation de biens non-durables et services.....	37
6.2 Aversion pour le risque et cycle économique .....	41

6.2.1 Variable dichotomique.....	41
6.2.2 Fluctuations du PIB.....	43
6.2.3 Cycle économique et effets durables.....	45
6.3 Résultats de la formulation avec habitudes dans la consommation.....	46
6.4 Résultats de l'utilité non-séparable et introduction de l'immobilier.....	49
Conclusion.....	54
Bibliographie.....	56
Annexe A.....	58
Tableaux des résultats sous-entendant la consommation des biens non-durables (CND) seulement.....	58
A.1 Résultats de la forme CRRA.....	58
A.2 Aversion pour le risque et cycle économique.....	59
A.2.1 Variable dichotomique.....	59
A.2.2 Fluctuations du PIB.....	60
A.2.3 Cycle économique et effets durables.....	61
A.3 Habitudes dans la consommation.....	62
A.4 Utilité non-séparable et introduction de l'immobilier.....	63
Annexe B.....	66
Dérivation complète de la formulation permettant la formation d'habitudes dans la consommation.....	66
Annexe C.....	69
Corrélations entre les variables.....	69

## Liste des tableaux

Tableau 5.1 : Résumé des statistiques descriptives et variations trimestrielles en pourcentage.....	30
Tableau 6.1 : CRRA avec actif risqué seulement (CND) : Équation 3.5 .....	35
Tableau 6.2 : CRRA avec actif risqué et actif sans risque (CND) : Équations 3.5 et 3.6 .....	36
Tableau 6.3 : CRRA avec actif risqué seulement (CNDS) : Équation 3.5.....	37
Tableau 6.4 : CRRA avec actif risqué et actif sans risque (CNDS) : Équations 3.5 et 3.6.....	39
Tableau 6.5: Variable dichotomique, actifs risqué et sans risque : Équations 2.22, 2.23 et 3.8 .....	42
Tableau 6.6 : Cycle économique avec actifs risqué et sans risque: Équations 2.22, 2.23 et 3.10 .....	44
Tableau 6.7: Cycles durables avec actifs risqué et sans risque : Équations 2.2, 2.23 et 3.12.....	45
Tableau 6.8 : Habitudes dans la consommation actif risqué et actif sans risque : Équations 2.2, 2.23 et 3.15 47	
Tableau 6.9: Test de Wald sur les modèles emboîtés Habitudes dans la consommation ( $\theta=0$ ).....	48
Tableau 6.10 : Utilité non-séparable et rendement du TSX comme rendement de la richesse : Équations 2.2, 2.23 et 3.18.....	49
Tableau 6.11 : Utilité non-séparable et rendement de l'immobilier comme rendement de la richesse : Équations 2.2, 2.23 et 3.18.....	51
Tableau 6.12 : Utilité non-séparable: pondération TSX et immobilier comme déterminant de la richesse : Équations 2.2, 2.23 et 3.18 .....	52
Tableau AA.1 : CRRA avec actif risqué seulement (CND) : Équation 3.5 .....	58
Tableau AA.2 : CRRA avec actif risqué et actif sans risque (CND) : Équations 3.5 et 3.6 .....	59
Tableau AA.3 : Variable dichotomique, actifs risqué et sans risque : Équations 2.22, 2.23 et 3.8 .....	59
Tableau AA.4 : Cycle économique avec actifs risqué et sans risque: Équations 2.22, 2.23 et 3.10 .....	60
Tableau AA.5 : Cycles durables avec actifs risqué et sans risque : Équations 2.2, 2.23 et 3.12.....	61
Tableau AA.6 : Habitudes dans la consommation, actif risqué et actif sans risque .....	62
Tableau AA.7 : Utilité non-séparable : rendement du TSX comme rendement de la richesse .....	63
Tableau AA.8 : Utilité non-séparable : rendement de l'immobilier comme déterminant de la richesse.....	64
Tableau AA.9 : Utilité non-séparable : pondération TSX et immobilier comme déterminant de la richesse .....	65
Tableau AC.1 : Corrélation entre les variables .....	69

## Liste des figures

Figure 5.1 : Rendement des actifs financiers et de l'immobilier 1981 à 2014 .....	32
Figure 5.2 : Évolution du produit intérieur brut canadien 1981-2014 et ralentissements économiques .....	33

# Remerciements

Je tiens premièrement à remercier ma directrice de recherche, Mme Lucie Samson pour son encadrement, ses précieux conseils et surtout sa patience tout au long de mon cheminement au second cycle. Outre sa maîtrise théorique de la discipline, j'ai été marqué par le talent de Mme Samson, en tant que professeure, à transmettre ses connaissances aux étudiants et à vulgariser avec aisance des concepts abstraits. Ce fut un plaisir de collaborer avec elle sur ce projet et surtout d'être son auxiliaire d'enseignement durant deux sessions.

Je désire aussi souligner la contribution financière de mes parents, mais aussi leur présence tout au long de mes études universitaires. Merci de m'avoir encouragé! Je remercie aussi ma copine Émilie pour son écoute et son support dans les multiples étapes de ce projet. Écouter mes critiques n'a certainement pas été de tout repos et son support moral a été indispensable! Merci à Philippe Camiré pour son aide dans le dernier sprint de ce mémoire. Finalement, merci à Léonard Cohen pour son soutien durant ces longues soirées.

À toutes les autres personnes ayant contribué indirectement à ce projet, merci beaucoup.

# Introduction

La théorie financière offre une littérature riche au niveau des modèles d'évaluation d'actifs. Dans ces modèles, la stratégie de placement d'un individu est liée à la distribution des rendements des actifs inclus dans son portefeuille. Ceci permet une liberté de pondération des différents actifs en fonction des préférences de l'individu. Les modèles statiques communs dans le monde de la finance, notamment le célèbre modèle d'évaluation des actifs financiers (CAPM), permettent de générer des réponses au sujet des stratégies de placement.

Bien que couramment utilisés par les praticiens de la finance étant donné leurs performances pratiques, ces modèles statiques ont le désavantage d'être incomplets d'un point de vue théorique et ne permettent pas de comprendre la façon dont l'arbitrage entre les décisions de consommation et d'épargne d'un individu se réalise. Cette faiblesse de ce type de modèle signifie qu'il est difficile d'établir la durée des placements d'un individu, mais aussi de connaître le montant investi sur les marchés financiers.

La dimension temporelle dans ce cadre d'analyse devient alors essentielle. Lorsque cette dimension est ajoutée au traditionnel CAPM, nous obtenons un modèle intertemporel d'évaluation des actifs financiers dont le plus populaire est le modèle d'évaluation des actifs financiers basés sur la consommation, c'est-à-dire le C-CAPM.

Imaginé initialement par *Lucas (1978)*, ce modèle permet de faire le pont entre la théorie financière et celle macroéconomique, d'où son importance d'un point de vue académique. Traditionnellement, l'arbitrage entre les différents actifs financiers se limite, pour un individu représentatif, à arbitrer entre le rendement associé à un ensemble d'actifs risqués, généralement représenté par l'indice général de performance d'un marché financier et le rendement d'un actif qualifié de sans risque, généralement approximé par le rendement des bons de court-terme d'un gouvernement.

L'écart de rendement entre ces deux taux est appelé prime de risque et c'est cette dernière ainsi que les préférences d'un agent représentatif qui permettent de déterminer la pondération de ces deux actifs dans le portefeuille de l'individu. Cette prime de risque est censée représenter l'excès de rémunération exigée par l'investisseur lorsqu'il décide de jouer le rendement de l'actif risqué à la place d'opter pour le rendement de celui sans risque.

Dans leur article de 1985, Mehra et Prescott mettent de l'avant que l'écart important entre ces deux taux ne devrait pas laisser indifférent un investisseur rationnel. Sur une longue période, ils observent que la prime de risque est très importante au niveau des données américaines proposant ainsi l'énigme de la prime de risque. Cette énigme prend racine dans l'inaptitude des modèles intertemporels standards d'évaluation des actifs, comme le C-CAPM, d'expliquer la prime de risque moyenne sur les données américaines. Cette distorsion entre la théorie et la réalité vient, entre autres, de la rigidité intrinsèque du modèle, ce dernier parvenant uniquement à répliquer la réelle prime de risque en imposant un coefficient d'aversion pour le risque anormalement élevé, hors des limites jugées crédibles.

Cette piètre performance pratique du C-CAPM a incité les chercheurs à modifier le modèle afin d'en améliorer la performance. Par exemple, l'échec de ce type de modèle dans l'explication de la prime de risque pose un doute raisonnable sur la modélisation utilisée dans la macroéconomie des cycles réels ou celle sur le coût en bien-être des fluctuations économiques, voir *Lucas (1987)* à ce sujet. En effet, l'existence de similitudes dans la représentation du comportement du consommateur dans ces modèles avec celui du C-CAPM peut remettre en cause leur robustesse. Ainsi, depuis 1985, la littérature est énormément florissante sur ce sujet et a tenté de résoudre l'énigme de la prime de risque. L'absence de la prise en compte des coûts de transaction dans le modèle ou la complétude des marchés sont des axes de recherches pertinents, mais s'éloignent des suppositions initialement proposées par Mehra et Prescott, rendant difficile la comparaison des résultats. En gardant les postulats d'une économie avec marchés complets sans frictions et en utilisant le paradigme de l'agent représentatif, il est plus aisé de garder un cadre d'analyse similaire à celui utilisé par Mehra et Prescott.

Ce mémoire revisite l'énigme de la prime de risque dans un contexte canadien et s'articule autour de la généralisation des préférences d'un consommateur représentatif. Cette approche permet de garder un cadre d'analyse similaire à celui initialement proposé dans *Mehra et Prescott (1985)*. Leur formulation des préférences avec coefficient relatif d'aversion pour le risque constant est par ailleurs considérée dans notre analyse empirique afin de servir de cadre de référence. Par la suite, trois extensions majeures des préférences proposées dans la littérature sont considérées. Certaines modifications sont alors effectuées à ces extensions afin de vérifier si elles sont mieux supportées par les données.

La première extension du modèle de Mehra et Prescott consiste à lier les fluctuations du cycle économique au coefficient d'aversion relatif au risque de l'agent de représentatif. Il est possible que la présence de plusieurs périodes de ralentissements économiques depuis le début des années 80 ait contribué à modifier le degré d'aversion au risque de l'agent représentatif. Il est logique d'anticiper une plus forte aversion en période de ralentissement ainsi qu'un degré d'aversion moindre lors des périodes de croissance économique.

Deuxièmement, étant donné qu'une formulation incorporant la persistance des habitudes a aussi été couramment utilisée dans la littérature, nous intégrons ce type de préférences dans notre étude. Étant une extension au cadre de référence, cette formulation permet de tester la parcimonie du modèle des préférences avec coefficient relatif d'aversion pour le risque constant.

Finalement, ce mémoire analyse la spécification des préférences proposée dans *Epstein et Zin (1991)*. Cette forme fonctionnelle spécifique permet de séparer le coefficient d'aversion au risque du paramètre d'élasticité de substitution intertemporelle. Ce dernier paramètre correspond à la disposition de l'individu à différer sa consommation dans le temps. Cette formulation nécessite de définir le taux de rendement de la richesse d'un individu. Il est commun de le représenter par le rendement du montant investi sur les marchés financiers, mais une part importante de la richesse d'un individu se trouve en réalité dans la valeur des biens immobiliers qu'il possède et notre analyse empirique en tient compte.

Nos résultats suggèrent qu'il est difficile de résoudre sur une longue période l'énigme de la prime de risque et que l'effet des cycles économiques sur le degré d'aversion au risque d'un agent reste faible, tout comme l'introduction des habitudes dans la consommation. Ces extensions de la formulation CRRA ne parviennent pas complètement à résoudre l'énigme, surtout pour la période englobant la crise de 2008. En utilisant une forme d'utilité non-séparable et en introduisant la richesse immobilière dans le problème d'optimisation de l'agent, il est cependant possible d'obtenir des résultats concluants sur la période entière.

Pour la suite de ce mémoire, nous présentons un survol de la littérature entourant l'énigme de la prime de risque, les propositions visant à la résoudre ainsi que les raisons de la nécessité d'inclure la richesse immobilière dans les modélisations contemporaines. Le modèle sera par la suite décortiqué afin d'y intégrer les diverses préférences et la méthode économétrique utilisée sera brièvement expliquée. Nous aborderons par la suite les données nécessaires afin de réaliser ce projet et les principaux résultats. Le tout se termine par une conclusion ainsi que par quelques recommandations visant à guider des recherches futures.

# Chapitre 1 Revue de la littérature

Dans le présent chapitre, les principaux articles reliés à ce projet de recherche sont présentés. Cette liste n'est pas complète, mais soutient seulement les textes fondateurs et importants pour cette étude.

L'article de *Mehra et Prescott (1985)* fut le premier à mettre en évidence une divergence dans les résultats attendus entre l'attitude envers le risque et le prix d'équilibre de divers actifs financiers. Les performances du modèle C-CAPM lorsqu'une fonction d'utilité suppose une aversion relative constante au risque (CRRA, Constant Relative Risk Aversion), se révélèrent décevantes. Dans cette situation particulière et étant donné la simplicité de cette formulation, le taux marginal de substitution intertemporel est caractérisé par une unique variable économique : le taux de croissance de la consommation de l'individu. Le coefficient d'aversion au risque est en exposant. Le modèle fut généralement rejeté, car nécessitant un improbable paramètre d'aversion au risque. Cette problématique fut popularisée sous le nom "d'énigme de la prime de risque". Cette dernière, étant définie comme la rémunération supplémentaire requise afin de compenser la prise de risque dans un contexte d'incertitude, met en évidence la difficulté de lier la faible volatilité dans le taux de croissance de la consommation avec les rendements des actifs risqués lorsqu'on sous-entend une valeur crédible du coefficient relatif d'aversion face au risque.

Dans un contexte financier, cette prime de risque est l'écart observé entre le rendement des actifs risqués, pensons à des actions, et celui des actifs non risqués, c'est-à-dire ceux dont le rendement nominal est garanti comme les bons du Trésor. Elle se résume par le gain potentiel réalisé en acceptant un niveau d'incertitude donné. Les auteurs montrent que le modèle de base avec anticipations rationnelles ne parvient pas à reproduire une prime de risque similaire à celle observée dans les données américaines réelles en donnant une valeur raisonnable à l'aversion vis-à-vis du risque. Alors que les travaux empiriques font apparaître un coefficient relatif d'aversion vis-à-vis le risque inférieur à 10, il faudrait supposer une valeur du coefficient d'aversion tournant autour de 40 pour recréer la prime de risque observée dans les données américaines sur une longue période, c'est-à-dire entre 1889 et 1978. Cette supposition irréaliste a mis en évidence une des limites de ce modèle C-CAPM. Il est question d'énigme de la prime de risque lorsqu'il est impossible de trouver des valeurs plausibles pour les paramètres des préférences des agents vérifiant les conditions du premier ordre d'un problème classique d'optimisation pour un agent représentatif. En d'autres termes, pour des valeurs raisonnables des paramètres de préférences, Mehra et Prescott ne sont pas en mesure de répliquer à la fois la prime de risque moyenne observée sur les marchés financiers américains et le taux de rendement de l'actif non risqué. Les limites occasionnées par la rigidité mathématique de la modélisation

CRRA sont généralement mises de l'avant afin d'expliquer cette piètre performance empirique du modèle. En effet, outre la période étudiée généralement longue, dans ce modèle le taux marginal de substitution intertemporel (TMSI) se limite à la valeur actualisée de la croissance des dépenses en biens non durables et services élevées à une quelconque puissance représentant le niveau d'aversion au risque de l'individu. Cette simple modélisation peut limiter la crédibilité de la valeur obtenue pour le TMSI. Depuis la parution de cet article, de nombreuses tentatives de résolution et raffinement ont été proposées afin de clarifier la forme fonctionnelle de l'utilité.

Les critiques communes face à la formulation de préférences séparables dans le temps soutiennent que ce type de spécification ne permet pas de distinguer l'aversion pour le risque de l'élasticité de substitution intertemporelle (ESI). Mathématiquement, calculer cette élasticité revient à prendre l'inverse du coefficient d'aversion au risque. Ainsi, ce coefficient doit jouer deux rôles distincts. En étudiant l'écart entre le rendement des actifs risqués et celui des actifs sans risque, cette critique est tout aussi pertinente. De façon intuitive, le taux d'intérêt sans risque devrait dépendre davantage de la propension de l'agent à réallouer sa consommation de manière intertemporelle, alors que la prime de risque est soutenue par l'attitude de l'agent face au risque.

Par conséquent, ayant une aversion au risque élevée, les consommateurs voient leurs consommations des périodes futures comme fermement complémentaires et ne seront pas tentés d'altérer leur profil de consommation. Cependant, en utilisant une modélisation récursive des préférences, la fonction d'utilité dépend à la fois de la consommation courante, mais également de la consommation future ce qui implique une indépendance temporelle du taux de croissance de la consommation.

Alternativement, il est possible de considérer des préférences modifiant tant l'équation d'arbitrage entre la consommation et l'épargne que l'équation d'arbitrage entre les actifs risqués et celui sans risque. *Constantinides (1990)* proposa d'introduire des préférences avec habitude de consommation pour résoudre l'énigme de la prime de risque. Les implications sont les suivantes : 1) la formulation de préférences récursives permet d'affaiblir l'hypothèse de séparabilité intertemporelle de la fonction d'utilité rendant difficile la reproduction de la prime de risque et 2) elle implique que la consommation courante a un effet sur l'utilité future ce qui aboutit à une modification de l'expression de la prime de risque. Constantinides suppose ainsi que les individus adoptent un comportement de type formation d'habitude en considérant que cette utilité dépend à la fois de la consommation courante, mais également des consommations passées.

Dans le texte de *Constantinides (1990)*, l'auteur démontre que l'énigme de la prime de risque se résout dans le contexte d'une économie ayant des attentes rationnelles et lorsque les préférences de style Von Neumann-Morgenstern (VNM) sont relâchées afin de permettre la persistance des habitudes. Cette persistance permet

l'originalité de séparer l'aversion relative pour le risque de l'élasticité de substitution intertemporelle de la consommation. Il est nécessaire de rester critique sur cette proposition, car même si ce papier précise que l'insertion de la persistance des habitudes dans un modèle avec anticipations rationnelles permet de contourner l'énigme de la prime de risque, le modèle classique reste pertinent et valide étant donné que l'économie décrite dans le modèle de Constantinides diffère de celle utilisée par *Mehra et Prescott (1985)* sur des points relativement mineurs mais pertinents. Constantinides termine en soutenant que pour démocratiser l'utilisation de la persistance des habitudes et afin d'en faire un nouveau paradigme dans la littérature économique, elle se doit d'être intégrée dans les modèles du cycle économique, ceux du marché du travail et dans la modélisation des finances publiques.

L'article de *Heaton (1995)* propose aussi d'intégrer une persistance des habitudes de consommation. Les études utilisant des données agrégées pour la consommation ont comme problématique l'agrégation temporelle de cette dernière, car cette consommation observée n'est qu'une moyenne des dépenses sur une période de temps. Par exemple, si la consommation est localement substituable, lorsque la fréquence de collecte diminue (passer de données mensuelles à trimestrielles par exemple), il est possible que les données suggèrent des préférences temporellement additives ou même la formation d'habitudes dans la consommation. Afin de différencier les préférences temporelles additives et la formation d'habitudes, l'auteur utilise un modèle de consommateur représentatif permettant aux préférences temporelles non séparables d'avoir des formes diverses. En examinant les implications du modèle sur les rendements des actifs financiers, l'auteur conclut que la meilleure structure des préférences est celle supposant une consommation substituable à des dates rapprochées, mais suivant une tendance de long terme ainsi qu'une évolution lente des habitudes de consommation.

En utilisant la méthode des moments simulés (SMM), Heaton développe un modèle permettant de résoudre les problèmes liés à l'agrégation temporelle. Il y arrive en supposant que le bien de consommation est durable et permet, en s'inspirant de *Ferson et Constantinides (1991)*, aux habitudes de consommation de se développer lentement. Heaton a trouvé que la persistance des habitudes améliore grandement la capacité du modèle à répliquer le rendement des actifs financiers seulement si la substitution locale de la consommation est présente. Ceci permet en particulier d'expliquer l'autocorrélation positive dans le rendement des actifs financiers et la faible volatilité dans le rendement des obligations. Les paramètres estimés du modèle impliquent que la consommation est relativement substituable sur une période de quatre mois et que les effets liés à l'habitude dominant au-delà de ce point.

*Epstein et Zin (1991)*<sup>1</sup> considèrent pour leur part des restrictions testables sur le taux de croissance réel de la consommation per capita et le rendement des actifs financiers lorsque la forme conventionnelle d'utilité espérée additive dans le temps est généralisée. Ce papier approfondit aussi le rôle joué par cette forme particulière d'utilité dans le C-CAPM. Les auteurs mettent l'accent sur les restrictions nécessaires et testables au niveau du comportement des séries chronologiques de la consommation et du rendement des actifs financiers. Le comportement de ces deux variables est intégré dans un modèle d'agent représentatif ayant des préférences intertemporelles représentées par une fonction d'utilité temporellement additive. Ceci permet d'utiliser des tests d'hypothèses sur l'utilité espérée.

Cette distinction nécessaire entre l'aversion au risque et la substitution intertemporelle a été au fil du temps mise en évidence dans la littérature empirique portant sur la consommation et le rendement des actifs financiers. La nouveauté dans le papier d'Epstein et Zin est l'utilisation d'une fonction d'utilité basée sur une structure récursive permettant d'être cohérente entre les périodes. Pour y procéder, les auteurs utilisent les restrictions d'orthogonalité implicites des équations d'Euler du problème d'optimisation de l'agent représentatif afin d'identifier et d'estimer les paramètres de la fonction d'utilité, le tout avec la méthode des moments généralisés (GMM). Cette procédure permet de faire des tests d'hypothèses sur cette fonction, de vérifier la qualité de l'ajustement du modèle général ainsi que sa stabilité dans des sous-échantillons.

Les auteurs utilisent des données américaines mensuelles entre les années 1959 et 1986 et incorporent diverses mesures communes pour la consommation et le rendement des actifs financiers permettant ainsi une comparaison directe avec la littérature du temps. Selon les auteurs, l'utilisation des données mensuelles, comparativement aux données trimestrielles, correspond davantage au cycle de prise de décision des agents dans l'économie. Le seul inconvénient de cette méthodologie est la difficulté de récolter les données dans un format mensuel.

Epstein et Zin trouvent qu'en général, l'élasticité de substitution intertemporelle est inférieure à 1, que l'aversion relative au risque est proche de 1 et que les consommateurs préfèrent résoudre tardivement l'incertitude. Ils trouvent que la performance du modèle utilisé est sensible tant à la métrique de la consommation qu'aux variables instrumentales utilisées. Des recherches futures pourraient investiguer des caractérisations alternatives des préférences face au risque et intégrer des revenus de travail suivant un processus stochastique dans le modèle de consommation.

Le papier de *Weil (1990)* abonde dans le même sens que les recherches d'Epstein et Zin. Il introduit une classe particulière d'utilité permettant de distinguer l'attitude envers le risque et la substitution intertemporelle

---

<sup>1</sup> Epstein et Zin (1989) traite aussi de cette question

dans un contexte d'optimisation de la consommation pour un horizon infini. L'aversion envers le risque et la substitution intertemporelle sont deux concepts distincts liés aux préférences du consommateur qui nécessitent d'être traités de façon indépendante. Cependant, il est bien connu qu'historiquement les préférences temporelles additives de type Von Neumann-Morgenstern (VNM) contraignent, par construction, le coefficient d'aversion au risque relatif à être le réciproque de l'élasticité intertemporelle de substitution. Étant donné cette restriction purement mécanique à la logique économique empiriquement douteuse, il est difficile de modéliser correctement, hors d'un contexte statique, le comportement d'un agent économique ayant, d'une part, une crainte considérable face à la substitution intertemporelle (techniquement une élasticité intertemporelle faible), mais aussi une aversion modérée face au risque (techniquement un coefficient bas d'aversion relative au risque). De surcroît, cette rigidité ne permet pas de déterminer efficacement le sentier optimal par lequel les politiques macroéconomiques peuvent affecter la consommation, c'est-à-dire l'aversion au risque ou la substitution intertemporelle. En effet, dans un contexte dynamique, les formes d'utilité standard occasionnent des problèmes au niveau de la stationnarité et des cohérences temporelles. L'auteur mentionne deux implications importantes en macroéconomie, soit au niveau de la relation entre les taux d'intérêt et la consommation, ainsi qu'au niveau de l'effet de l'incertitude sur la propension marginale à épargner.

Une modélisation de l'économie basée sur les préférences Kreps-Porteus (KP) tend à répliquer de façon plus crédible le comportement temporel de la consommation et du rendement des actifs que les modélisations classiques. Cependant, il est nécessaire de douter de leurs réels avantages dans les travaux empiriques lorsqu'elles sont côtoyées par d'autres suppositions simplificatrices classiques telles que celles entourant l'efficacité des marchés et le paradigme de l'agent représentatif. Néanmoins, les préférences KP représentent une façon pratique, flexible et naturelle de paramétrer les goûts et proposent un cadre plus général afin de mener des recherches théoriques et empiriques.

Dans *Gordon et Samson (2002)* et *Samson et Armstrong (2007)*, le premier avec une méthode bayésienne et le second avec des méthodes économétriques classiques, l'énigme de la prime de risque est revisitée avec des données canadiennes. Ces articles tentent de réconcilier les modestes performances empiriques du modèle C-CAPM en utilisant les diverses spécifications des préférences explicitées précédemment. Effectivement, une explication classique face aux modestes performances empiriques du C-CAPM peut se retrouver dans la trop grande rigidité du modèle lorsque l'aversion relative au risque est contrainte à être constante dans le temps. Aucune des extensions ne semble entièrement satisfaisante selon ces auteurs. C'est pourquoi les deux articles mentionnent la nécessité d'ajouter les coûts liés aux transactions et certaines contraintes liées à la liquidité dans le problème d'optimisation auquel fait face l'agent représentatif. Ceci permettrait d'avoir une caractérisation plus complète et réelle de l'évaluation des actifs.

Une spécification non considérée dans les deux articles précédents est celle proposée dans *Gordon et St-Amour (2000)* qui propose de faire varier l'aversion pour le risque en fonction des états de la nature. Ceux-ci considèrent un modèle avec deux états possibles, un bon et un mauvais (bull and bear markets). Leur spécification permet de trouver des valeurs moyennes des paramètres d'intérêt (incluant les deux coefficients d'aversion pour le risque) qui semblent raisonnables. Les états de la nature ne sont cependant pas reliés explicitement à d'autres variables exogènes, ce qui permettrait d'expliquer pourquoi l'aversion change.

Dans une littérature qui évolue en parallèle à celle citée plus haute, plusieurs auteurs ont vérifié la validité de la théorie du revenu permanent à l'aide de régressions de la consommation sur différentes définitions de la richesse (à partir de laquelle est extraite la notion de revenu permanent). Cette approche ne repose donc pas sur les conditions du premier ordre d'un problème d'optimisation, comme c'était le cas précédemment, mais plutôt sur la contrainte budgétaire qui relie la consommation périodique à la richesse globale.

*Slacalek (2009)* analyse le rôle de la richesse globale, incluant évidemment celle financière, mais aussi les effets induits par la richesse immobilière sur la consommation. L'investigation porte sur 16 pays, dont l'Angleterre, le Canada et les États-Unis entre 1994 et 2002. L'auteur mentionne que l'effet de richesse est positif et fort dans les pays dotés d'un système financier bien développé au niveau des marchés de crédits ainsi que dans les pays anglo-saxons. La consommation semble cependant peu réagir à cet effet de richesse lorsqu'on se trouve dans les économies européennes hors zone euro exception faite pour l'Angleterre. Les régressions conduites par Slacalek mettent en évidence qu'un ménage riche est associé à une consommation personnelle élevée. La pente d'une des régressions est une estimation de la taille de la propension marginale à consommer étant donné une richesse donnée. Il conclut que l'équivalent de trois sous est consommé pour un dollar de richesse supplémentaire. Le Canada et les États-Unis se trouvant au-dessus de cette droite, leur dépense en consommation suite à une augmentation de la richesse est, relativement aux autres pays de l'échantillon, plus élevée. Depuis l'année 1988 et lorsqu'on sépare la richesse immobilière de celle financière, l'effet de richesse lié à l'immobilier semble avoir subi un bond considérable. Ceci est causé par l'intensification des facteurs facilitants liés au développement des marchés hypothécaires alors que la consommation marginale liée à une variation de la richesse financière est restée temporellement stable, mais positive. La richesse immobilière devenant de plus en plus liquide, les ménages peuvent aisément ajuster leur portefeuille financier à l'aide de celle-ci. L'auteur mentionne que les fluctuations dans la richesse immobilière ainsi qu'au niveau des prix sur le marché immobilier sont plus lisses que les variations de prix sur les marchés financiers. Ces réalités combinées à la lenteur dans la croissance de la consommation agrégée ont d'importantes implications pour les décideurs politiques. Une chute drastique et rapide dans le prix des habitations est un événement rare ayant peu d'impacts sur la consommation agrégée étant donné la lenteur de celle-ci à varier temporellement. Cependant, l'auteur évoque la persistance des prix de l'immobilier à suivre une tendance

dans le temps. Ceci signifie qu'une période de chute des prix peut s'avérer très longue, pouvant éventuellement amplifier les effets négatifs sur la consommation agrégée. Les problèmes d'endogénéité sont courants lors d'études macroéconomiques principalement entre la richesse et la consommation. En se basant sur divers travaux dans le domaine, Slacalek suppose qu'une grande partie des fluctuations dans la richesse immobilière est exogène et que sa dynamique n'est pas affectée par les décisions de consommation. Pour les décideurs publics, il peut être pertinent d'avoir un meilleur ajustement des prévisions au niveau de la consommation agrégée suite à une variation dans la richesse immobilière.

Étant donné que les actifs immobiliers représentent une part importante de la richesse des agents, plusieurs auteurs se sont penchés sur leur importance au niveau de l'économie. Dans l'article de *Case, Quigley et Shiller (2005)*, les auteurs revisitent le lien unissant la richesse immobilière, celle financière et les dépenses en consommation des ménages. Leur étude se base sur un panel de 14 pays observés annuellement sur une période de 25 ans ainsi qu'un second panel comportant les états américains durant les années 80 et 90. Les auteurs mettent de l'avant que l'effet de richesse lié aux marchés financiers sur la consommation est faible comparativement à celui de la richesse immobilière qui serait beaucoup plus important. Cette évidence serait marquée principalement aux États-Unis ainsi que dans les pays développés et est robuste aux diverses spécifications économétriques utilisées par les auteurs. Les résultats obtenus supportent l'idée que les variations dans le prix des habitations ont un impact plus important que les variations des rendements sur les marchés financiers au niveau de la consommation des ménages dans ces pays.

L'analyse de la force du lien entre le prix des maisons et la consommation est ainsi un sujet pertinent tant pour les chercheurs que les décideurs de politiques publiques et a été étudié dans le papier de *Phang (2004)*. Cette attention grandissante envers ce sujet est attribuable aux fluctuations des dernières décennies dans le prix des actifs ayant des répercussions substantielles sur l'économie.

Pour la plupart des individus, la richesse immobilière représente la plus grande part de leurs actifs physiques. La théorie mentionne que les fluctuations du prix des actifs immobiliers devraient avoir un rôle à jouer tant sur la richesse des ménages que sur la consommation. Ainsi, l'augmentation de la valeur des maisons devrait bénéficier ceux voulant s'en départir et restreindre ceux désirant en faire l'achat. Lorsque la théorie de base est relâchée, il apparaît évident que plusieurs mécanismes permettent à la valeur des maisons d'influer sur la consommation.

Ce papier fournit, dans un contexte économique d'Asie du Sud-est, une preuve additionnelle en appuyant les recherches dans le domaine visant à réfuter l'équivalence ricardienne théorique entre la consommation et le prix des maisons. Le cas du Singapour est intéressant, car l'accès à la propriété est très présent et l'immobilier représente la part majeure de la richesse des ménages. En utilisant les données agrégées trimestrielles de la

consommation et du revenu provenant du Ministère du Commerce et de l'Industrie, un modèle a été développé dans le but de tester la théorie du revenu permanent en estimant, sur la consommation les impacts de la variation du revenu et de la valeur des propriétés.

L'impact d'une augmentation non anticipée du revenu est positif et significatif sur la consommation. Cependant, tant les variations attendues qu'inattendues font varier le prix des maisons, ce qui ne semble pas avoir d'impact clair sur la consommation. De plus, l'augmentation significative de la richesse des ménages depuis les dernières décennies ne semble pas avoir d'impact sur la consommation au niveau agrégée. Ces résultats ne concordent pas avec les résultats et conclusions des recherches empiriques des pays de l'OCDE. Ces dernières mentionnent qu'une augmentation de la richesse des ménages est généralement associée aux variations de la consommation agrégée. Cette différence peut être attribuable à des facteurs institutionnels comme la difficulté de financer les dépenses en consommation avec l'immobilier, les retraits hypothécaires étant limités. Les résultats présentés par l'auteure suggèrent que les conclusions empiriques des pays de l'OCDE, au sujet du lien entre la richesse des ménages et la consommation agrégée, peuvent être plus difficiles à reproduire pour des pays à un stade de développement moins avancé.

Notre étude empirique retient l'approche de la première série d'articles. Nous estimons des conditions du premier ordre en utilisant différentes formes fonctionnelles pour l'utilité en espérant en trouver une caractérisant bien la prime de risque. Nous allons cependant intégrer une partie des résultats de cette deuxième avenue de recherche en incorporant, par exemple, le rendement immobilier dans la définition du rendement sur la richesse dans le modèle de Epstein et Zin. Nous allons aussi modéliser les états de la nature liés au PIB pouvant influencer l'aversion au risque.

## Chapitre 2 Le modèle

### 2.1 Consommation, actifs risqués et choix intertemporel

Dans un monde simplifié, il est plausible de supposer que les agents tirent leur utilité de la consommation. Ils choisissent entre consommation et épargne tout en considérant un horizon temporel de plusieurs périodes lorsqu'ils mettent en place une stratégie d'investissement. Il est aussi admissible de postuler un agent représentatif représentant, par ses caractéristiques et préférences, l'ensemble des individus de ce monde fictif. Pour répliquer ce contexte intertemporel, il est nécessaire de modéliser simultanément la consommation et les choix de portefeuille de l'individu.

En se basant sur les hypothèses sous-entendant la théorie du revenu permanent de *Friedman (1957)*, nous pouvons imaginer un individu réduisant d'une certaine quantité ses dépenses en consommation à la période présente tout en utilisant l'excès monétaire obtenu afin d'acheter un actif financier  $i$  rapportant un flux monétaire incertain pour les périodes futures  $D_{t+1}^i, D_{t+2}^i, \dots$ . Dans un cadre théorique d'optimisation, l'utilité marginale de la consommation à laquelle on renonce à la période  $t$  doit être égale à la somme de l'utilité marginale actualisée de la consommation future rendue possible grâce au rendement supplémentaire obtenu suite à l'achat de l'actif financier. Ainsi, si  $P_t^i$  représente le prix de l'actif  $i$  à la période  $t$ ,  $u'(\bullet)$  représente une fonction indéterminée d'utilité marginale et  $\frac{1}{(1+p)^j}$  le facteur d'actualisation, il est nécessaire d'avoir l'équivalence suivante:

$$u'(C_t)P_t^i = E_t \left[ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(1+p)^j} u'(C_{t+j})D_{t+j}^i \right] \quad \forall i. \quad (2.1)$$

Les mécanismes économiques derrière les marchés financiers font en sorte que la demande des agents pour un actif financier détermine ses rendements espérés futurs. Étant donné, sous le C-CAPM, que la mesure du risque de détenir un titre financier est liée à la covariance de son rendement et de la consommation, si cette covariance est élevée, la vente de ce titre devrait réduire le niveau d'exposition au risque de cet agent. Il y a ainsi atteinte d'un équilibre pour ce dernier lorsqu'il est indifférent entre vendre son titre risqué ou le garder dans son portefeuille. Il est ainsi nécessaire d'exprimer le prix d'un actif comme une variable à expliquer dans l'équation (2.1) :

$$P_t^i = E_t \left[ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(1+p)^j} \frac{u'(C_{t+j})}{u'(C_t)} D_{t+j}^i \right]. \quad (2.2)$$

Le terme  $\frac{1}{(1+p)^j} \frac{u'(C_{t+j})}{u'(C_t)}$  est appelé dans la littérature facteur d'actualisation stochastique ou «pricing kernel» et peut prendre plusieurs formes selon la fonction d'utilité spécifiée. Il exprime à quel point l'individu accorde de la valeur aux paiements futurs. Le terme  $\frac{1}{(1+p)^j}$  représente la préférence pour le présent à une période donnée et permet de rapporter l'utilité marginale d'une période future en terme actuel.

Si nous supposons qu'un individu garde cet actif financier pour une seule période, le rendement de cet actif est représenté par  $r_{t+1}^i$ , tel que  $r_{t+1}^i = \left(\frac{D_{t+1}^i}{p_t^i}\right) - 1$ . Ceci sous-entend que  $D_{t+1}^i$  comprend un possible paiement en dividende, mais aussi le prix de l'actif lors de sa vente. Par de l'algèbre simple, il est possible d'exprimer l'équation (2.1) de la façon suivante :

$$u'(C_t) = \frac{1}{(1+p)} E_t[(1 + r_{t+1}^i)u'(C_{t+1})] \forall i. \quad (2.3)$$

Étant donné que l'espérance du produit de deux variables est égale au produit de leur espérance individuelle additionné de leur covariance, il est possible d'écrire l'équation (2.3) de la façon suivante :

$$u'(C_t) = \frac{1}{(1+p)} \left\{ E_t[1 + r_{t+1}^i] E_t[u'(C_{t+1})] + COV_t(1 + r_{t+1}^i, u'(C_{t+1})) \right\} \forall i, \quad (2.4)$$

tel que  $COV_t(\bullet)$  est la covariance conditionnelle à l'information disponible au temps  $t$ .

L'équation (2.4) présente les bases fondamentales du C-CAPM, elle stipule que lorsqu'un individu pondère la quantité à détenir d'un actif financier, la notion de risque est basée sur la relation (covariance) entre l'utilité marginale de la consommation globale et le rendement attendu de l'actif. Cette équation illustre bien la différence entre le modèle C-CAPM et le modèle CAPM, ce dernier mettant l'emphase sur la covariance entre le rendement de l'actif risqué et le rendement sur le portefeuille de marché (plutôt que l'utilité marginale de la consommation) pour expliquer la prime de risque.

Il est ensuite possible d'isoler pour le rendement brut anticipé de l'actif  $i$  :

$$E_t(1 + r_{t+1}^i) = \frac{(1 + \rho)u'(C_t)}{E_t[u'(C_{t+1})]} - \frac{Cov[(1 + r_{t+1}^i), u'(C_{t+1})]}{E_t[u'(C_{t+1})]}. \quad (2.5)$$

Dans le cas d'un actif offrant un rendement certain, la covariance disparaît étant donné le risque nul<sup>2</sup>.

$$u'(C_t) = \frac{1}{(1+p)} \{[1 + \bar{r}_{t+1}]E_t[u'(C_{t+1})]\}. \quad (2.6)$$

En combinant les équations (2.5) et (2.6), nous obtenons l'équation représentant l'espérance de la prime de risque espérée, tel que  $\bar{r}_{t+1}$  représente le taux sans risque à la période  $t+1$  :

$$E_t[r_{t+1}^i] - \bar{r}_{t+1} = -\frac{COV_t(1+r_{t+1}^i, u'(C_{t+1}))}{E_t[u'(C_{t+1})]}. \quad (2.7)$$

L'équation (2.7) stipule que la prime de risque offerte par un actif risqué doit être proportionnelle à la covariance entre le rendement risqué et l'utilité marginale de la consommation, ceci représente le C-CAPM.

Lorsque l'agent représentatif doit choisir d'investir totalement ses avoirs entre un actif risqué et un titre sans risque, ce modèle explique bien cet excès de rendement. L'équation (2.7) indique que si la covariance est négative, alors la prime de risque est positive. Cette covariance est négative lorsque l'utilité marginale de la consommation diminue (la consommation augmente, pour une fonction d'utilité concave) quand le rendement risqué augmente. Donc, quand  $r_{t+1}^i$  et  $C_{t+1}$  sont corrélés positivement, il y a une prime de risque attendue positive. Cet excès de rémunération ainsi que les préférences du consommateur permettent de déterminer les pondérations finales entre ces deux actifs.

Le point central de l'énigme de la prime de risque est de déterminer une liste de paramètres acceptables, selon les normes de l'économie comportementale, permettant de représenter les préférences du consommateur afin d'expliquer les variations dans la consommation et le rendement des actifs sur une période donnée. Le modèle C-CAPM classique avec préférences isoélastiques séparables, c'est-à-dire possédant une fonction d'utilité de type CRRA, permet d'expliquer les préférences de l'agent sur trois points : son taux de préférence pour le présent, son degré d'aversion relative pour le risque et indirectement, le degré d'élasticité de substitution intertemporelle de sa consommation. Selon *Arrow (1970)*, le degré d'aversion pour le risque d'un consommateur devrait être proche de l'unité. Ceci est renforcé par les conclusions de *Mehra et Prescott (1985)*. Il est généralement admis qu'en deçà d'une valeur de 10, le coefficient est considéré acceptable et crédible.

Ainsi, un consommateur extrêmement averse au risque demandera une forte prime de risque afin de compenser l'incertitude dans sa prise de décision. Le coefficient d'aversion relative pour le risque exprime

<sup>2</sup> Dans la réalité, la covariance existe entre une série de rendements d'un titre sans risque et le taux de croissance de la consommation. Cependant, dans ce modèle le risque est lié à la covariance. Étant donné que par définition un titre sans risque n'est pas risqué, nous sous-entendons une covariance nulle.

l'importance, pour l'agent, de lisser son niveau de consommation dans le temps peu importe les états de la nature (expansion, récession, stagnation). L'inverse de cette valeur représente, toujours sous le type CRRA, sa disposition à différer la consommation dans le temps.

## 2.2 Modèle intertemporel

En reprenant les notions mentionnées portant sur le C-CAPM, il est nécessaire de baser la construction du modèle sur une méthodologie classique en macroéconomie, c'est-à-dire l'optimisation sous contrainte d'une fonction d'utilité d'un agent représentatif. Sur une période supposée infinie, l'agent choisit son niveau de consommation et alloue sa richesse entre les actifs disponibles afin de maximiser son utilité espérée. À chaque période, ce consommateur type a deux choix possibles en termes d'épargne. Il peut soit investir ses avoirs dans des actifs risqués, c'est-à-dire un indice boursier ou investir dans un actif sans risque, les bons du trésor canadiens de trois mois<sup>3</sup>. Les choix de portefeuille du consommateur type donnent lieu au problème de maximisation intertemporelle suivant :

$$\text{Max } E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{t+j} U(c_{t+j}) \right\}, \quad 0 < \beta < 1 \quad (2.8)$$

$$c_t + \sum_{j=1}^n \frac{p_{j,t} Q_{j,t}}{p_t} + \frac{B_t}{p_t} \leq y_t + \sum_{j=1}^n \frac{(p_{j,t} + D_{j,t}) Q_{j,t-1}}{p_t} + (1 + R_t^f) \frac{B_{t-1}}{p_t}, \quad (2.9)$$

tel que  $U(\bullet)$  est la fonction d'utilité du consommateur et  $\beta$  est un facteur d'escompte décrivant l'impatience de l'agent à consommer. Si  $\beta$  est petit, l'agent est très impatient et a un fort désir de consommer à la période actuelle comparativement à la période future. Par la suite,  $c_t$  est sa consommation à la période  $t$ ,  $y_t$  représente son revenu de travail pour la période correspondante,  $p_{j,t}$  est le prix de l'actif risqué  $j$  à la période  $t$ ,  $Q_{j,t}$  est la quantité détenue de ce même actif à la fin de la période  $t$ ,  $D_{j,t}$  est le versement de dividendes entre  $t - 1$  et  $t$ ,  $B_t$  est la quantité de l'actif sûr, dont le prix est unitaire, détenu à la fin de la période  $t$ ,  $R_t^f$  est le rendement nominal de l'actif sûr entre les périodes  $t - 1$  et  $t$ . Il y a ainsi  $n$  actifs risqués.  $E_t[\cdot]$  est un opérateur d'espérance mathématique conditionnel à l'ensemble des informations dont dispose l'agent représentatif à la période  $t$ .

<sup>3</sup> Ceci permet de lier les rendements aux données portant sur la consommation, ces dernières étant disponibles trimestriellement.

Le lagrangien de ce problème d'optimisation est le suivant:

$$L = E_t \left[ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{t+j} U(C_{t+j}) \right] + \lambda_t \left[ y_t + \sum_{j=1}^n \frac{(p_{j,t} + D_{j,t})Q_{j,t-1}}{p_t} + (1 + R_t^f) \frac{B_{t-1}}{p_t} - C_t - \sum_{j=1}^n \frac{p_{j,t}Q_{j,t}}{p_t} - \frac{B_t}{p_t} \right]. \quad (2.10)$$

Il est possible de dériver les conditions de premier ordre associées à ce problème de maximisation, ces dernières sont :

$$\frac{\partial L}{\partial C_t} = U'(C_t) - \lambda_t = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_{t+1}} = E_t [\beta U'(C_{t+1}) - \lambda_{t+1}] = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial B_t} = E_t \left[ \frac{-\lambda_t}{p_t} + \frac{\lambda_{t+1}(1+R_{t+1}^f)}{p_{t+1}} \right] = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{j,t}} = E_t \left[ \frac{-\lambda_t p_{j,t}}{p_t} + \lambda_{t+1} \left( \frac{p_{j,t+1} + D_{j,t+1}}{p_{t+1}} \right) \right] = 0. \quad (2.14)$$

Ainsi que la contrainte d'optimisation :

$$y_t + \sum_{j=1}^n \frac{(p_{j,t} + D_{j,t})Q_{j,t-1}}{p_t} + (1 + R_t^f) \frac{B_{t-1}}{p_t} - C_t - \sum_{j=1}^n \frac{p_{j,t}Q_{j,t}}{p_t} - \frac{B_t}{p_t} = 0. \quad (2.15)$$

En substituant les équations (2.11) et (2.12) dans (2.13) nous obtenons pour l'actif sûr :

$$E_t \left[ \frac{\beta U'(C_{t+1})(1+R_{t+1}^f)}{p_{t+1}} \right] = \frac{U'(C_t)}{p_t}. \quad (2.16)$$

En manipulant un peu l'équation (2.16) nous obtenons :

$$E_t \left[ \frac{\beta U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} (1 + r_{t+1}^f) \right] = 1, \quad (2.17)$$

car  $\frac{p_t}{p_{t+1}} = \frac{p_t}{p_t(1+\pi_{t+1})}$  par définition, ainsi  $r_{t+1}^f$  est égal au rendement réel de l'actif sûr entre les périodes t et

t + 1 étant donné que  $(1 + r_{t+1}^f) = \frac{(1+R_{t+1}^f)}{(1+\pi_{t+1})}$ . De la même façon, il est possible d'obtenir en substituant les

équations (2.11) et (2.12) dans (2.14) un résultat équivalent et nécessaire pour les actifs risqués :

$$E_t \left[ \lambda_{t+1} \left( \frac{p_{j,t+1} + D_{j,t+1}}{p_{t+1}} \right) \right] = \frac{\lambda_t p_{j,t}}{p_{t+1}}. \quad (2.18)$$

De façon équivalente, en manipulant un peu l'équation (2.18) nous obtenons :

$$E_t \left[ \frac{\beta U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} \left( \frac{p_{j,t+1} + D_{j,t+1}}{p_{j,t}} \right) \frac{p_t}{p_{t+1}} \right] = 1. \quad (2.19)$$

L'équation (2.19) peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$E_t \left[ \frac{\beta U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} (1 + r_{j,t+1}) \right] = 1. \quad (2.20)$$

Dans ce cas,  $r_{j,t+1}$  est le rendement réel, sous forme de gain ou de perte en capital et de versement de dividendes, de l'actif  $j$  entre les périodes  $t$  et  $t + 1$ . L'équation (2.20) nous donne le taux marginal de substitution intertemporel de l'agent en supposant une forme indéfinie pour la fonction d'utilité :

$$TMSI_{t+1} = \beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} = m_{t+1}. \quad (2.21)$$

Les équations (2.17) et (2.20) ont en commun le même  $TMSI_{t+1}$ . Il s'agit par la suite de caractériser l'utilité de l'individu à l'équation (2.21) et ainsi résoudre économétriquement les expressions (2.17) et (2.20) afin d'estimer divers paramètres représentant les préférences du consommateur.

Afin de rendre compacte l'écriture, il est possible d'exprimer les équations (2.17) et (2.20) de la façon suivante :

$$E_t \{ m_{t+1} (1 + r_{j,t+1}) \} = 1 \quad (2.22)$$

$$E_t \{ m_{t+1} (1 + r_{t+1}^f) \} = 1. \quad (2.23)$$

Ceci représente des équations de moments et cette approche permet de classer et comparer la performance de diverses caractérisations pour les préférences de l'agent.

## Chapitre 3 Caractérisation des préférences

Ce chapitre présente les différentes formes fonctionnelles caractérisant l'utilité d'un agent représentatif que nous considérons dans ce mémoire. Il s'agit principalement des fonctions répertoriées dans la revue de la littérature avec quelques modifications ayant le potentiel d'améliorer la performance empirique de ces spécifications. Afin d'avoir un cadre de référence, la fonction la plus simple, celle utilisée dans *Mehra et Prescott (1985)*, est aussi considérée.

### 3.1 La forme CRRA

En reprenant une forme spécifique classique d'utilité de type CRRA utilisée entre autres par *Hansen et Singleton (1982)*, il est possible d'imposer une aversion constante envers le risque. Ceci est représenté par une courbure concave de la fonction d'utilité sous-entendant une dérivée première positive et une dérivée seconde négative. Cette spécification suppose que le niveau d'utilité de l'individu est influencé uniquement par sa dépense en consommation à la période  $t$ . L'utilité marginale de cette consommation est positive, mais décroissante dans le niveau de consommation.

Techniquement, cette forme d'utilité est représentée par la fonction suivante :

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}. \quad (3.1)$$

La valeur du paramètre  $\gamma$  doit respecter les restrictions suivantes :

$$U'(C_t) = C_t^{-\gamma} > 0 \quad (3.2)$$

$$U''(C_t) = -\gamma C_t^{-(\gamma+1)} < 0 \quad (3.3)$$

ainsi  $\gamma > 0$ .

Le taux marginal de substitution intertemporel est le suivant :

$$TMSI_{t+1} = \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} = m_{t+1}, \quad (3.4)$$

tel que  $C_t$  représente la consommation,  $\gamma \geq 0$  représente le coefficient d'aversion relative pour le risque et  $0 \leq \beta \leq 1$  est le facteur d'escompte.

Cette première caractérisation de la fonction d'utilité de l'agent type permet d'obtenir pour l'actif sûr le moment suivant lorsqu'on utilise la notation de l'équation (2.23) :

$$E_t \left[ \frac{\beta C_{t+1}^{-\gamma}}{C_t^{-\gamma}} (1 + r_{t+1}^f) \right] = 1. \quad (3.5)$$

De la même façon, au niveau des actifs risqués, nous obtenons le moment suivant lorsqu'on utilise la notation de l'équation (2.22) :

$$E_t \left[ \frac{\beta C_{t+1}^{-\gamma}}{C_t^{-\gamma}} (1 + r_{j,t+1}) \right] = 1. \quad (3.6)$$

Étant donné que le modèle d'optimisation présenté au chapitre précédent implique que les conditions (3.5) et (3.6) doivent être satisfaites simultanément, ce système résume bien l'énigme de la prime de risque. En effet, le même coefficient  $\gamma$  doit réconcilier ces deux conditions avec les données qui, elles, génèrent une valeur pour le taux risqué largement supérieure au taux sans risque et avec une variance considérablement plus élevée. Cette difficulté a donc amené à considérer d'autres formes fonctionnelles pour l'utilité, dont celles analysées dans les sections suivantes.

### 3.2 Aversion pour le risque et cycle économique

Cette première extension s'inspire de *Gordon et St-Amour (2000)* tout en étant plus spécifique vis-à-vis la modélisation des états de la nature et la façon dont ils influencent l'aversion au risque. Trois modélisations différentes sont utilisées afin de représenter la façon dont les cycles économiques, ici associés aux états de la nature, influent sur le coefficient d'aversion pour le risque.

#### 3.2.1 Variable dichotomique

Il nous semble intéressant d'analyser, dans un premier temps, l'incidence directe des périodes de récession ou de croissance sur le degré d'aversion au risque de l'agent. Pour ce faire, nous avons créé une variable dichotomique prenant une valeur de «1» lors des périodes de récession et une valeur de «0» lors des périodes de croissance. Ceci permet de comparer directement l'aversion en situation de récession et l'aversion en période de croissance.

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma^*}}{1-\gamma^*}, \quad (3.7)$$

tel que  $\gamma^* = \gamma_0 + \phi\gamma_1$ .

En utilisant une modélisation avec variable dichotomique de sorte que

$$\phi < \begin{cases} 1 \text{ lors d'une période de récession} \\ 0 \text{ lors d'une période d'expansion} \end{cases}$$

il est possible de capter l'effet sur l'aversion face au risque lorsqu'on passe d'une période d'expansion à une période de récession. De plus, ceci permet de comparer le niveau du paramètre d'aversion au risque lors d'une période qualifiée de récession et une qualifiée d'expansion.

Le taux marginal de substitution intertemporel est le suivant :

$$TMSI_{t+1} = \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-(\gamma_0 + \phi\gamma_1)} = m_{t+1}. \quad (3.8)$$

### 3.2.2 Fluctuations du PIB

Une extension intuitive de cette forme d'utilité est de supposer que l'utilité de la consommation varie en fonction d'une variable exogène observable, soit le PIB réel. Ainsi, il est possible que le taux d'aversion au risque varie selon les états de la nature caractérisée par les changements du PIB réel d'une période à l'autre. Ceci signifie que l'aversion face au risque de l'agent représentatif est dépendante des variations du PIB et qu'ainsi une diminution dans la croissance de ce dernier entraînerait une plus grande aversion face au risque comparativement à une situation de croissance continue et soutenue dans l'économie.

En modifiant la forme CRRA pour l'utilité de l'agent :

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma_t^*}}{1-\gamma_t^*} \quad (3.9)$$

$$\text{tel que } \gamma_t^* = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta PIB_t,$$

de sorte que  $\Delta PIB_t$  représente la variation en pourcentage du PIB entre  $t - 1$  et  $t$  étant donné que les informations sur le PIB sont disponibles avec du retard, contraignant l'agent à s'adapter à chaque période avec l'information passée. Techniquement, lorsque le PIB est en décroissance, le paramètre  $\gamma_1$  devrait lui aussi être négatif pour que le produit de ces deux variables donne une valeur positive qui, lorsqu'additionnée à la variable  $\gamma_0$ , donne une valeur d'aversion au risque  $\gamma^*$  élevée. L'analyse est similaire en période d'expansion économique. Pour obtenir un coefficient  $\gamma^*$  plus faible lors d'une période d'expansion, il faut que la valeur de  $\gamma_1$  soit négative.

Le taux marginal de substitution intertemporel est le suivant :

$$TMSI_{t+1} = \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-(\gamma_0 + \gamma_1 \Delta PIB_t)} = m_{t+1}. \quad (3.10)$$

### 3.2.3 Cycle économique et effets durables

L'analyse précédente utilisant la variation du PIB provoque une coupure soudaine et entière lors de la transition entre les périodes. L'utilisation d'une moyenne mobile des trois dernières périodes permet de lisser cette transition et suppose un effet plus durable de l'information. Ceci permet de supposer que l'aversion au risque prend du temps à s'ajuster aux variations de la santé économique ou ne le fait que pour des changements plus durables.

En modifiant la forme CRRA pour l'utilité de l'agent :

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma_t^*}}{1-\gamma_t^*} \quad (3.11)$$

tel que

$$\gamma_t^* = \gamma_0 + \gamma_1 \left( \frac{(\Delta PIB_t + \Delta PIB_{t-1} + \Delta PIB_{t-2})}{3} \right),$$

il est ainsi possible de tenir compte des variations passées du PIB dans l'estimation du niveau du paramètre d'aversion de l'agent représentatif. En effet, cette modélisation garde en mémoire les variations passées du PIB et suppose que les changements des périodes précédentes ont encore un effet sur le niveau d'aversion de l'agent lors de la période actuelle. L'analyse du signe des coefficients est la même que pour la forme précédente.

Le taux marginal de substitution intertemporel est le suivant :

$$TMSI_{t+1} = \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\left[ \gamma_0 + \gamma_1 \left( \frac{(\Delta PIB_t + \Delta PIB_{t-1} + \Delta PIB_{t-2})}{3} \right) \right]} = m_{t+1}. \quad (3.12)$$

### 3.3 Habitudes dans la consommation

Une forme simple de persistance des habitudes dans la consommation popularisée par *Heaton (1995)* et *Constantinides (1990)* sous-entend que la consommation passée fournit encore de l'utilité à l'agent à la période actuelle. L'équation de la fonction d'utilité se présente de la façon suivante :

$$U(C_t) = \frac{(C_t - \theta C_{t-1})^{1-\gamma}}{1-\gamma}. \quad (3.13)$$

En lien avec l'équation (2.8), le lagrangien du problème devient :

$$L = E_t \left[ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{t+j} \frac{(C_{t+j} - \theta C_{t+j-1})^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right] + \lambda_t \left[ y_t + \sum_{j=1}^n \frac{(p_{j,t} + D_{j,y}) Q_{j,t-1}}{p_t} + (1 + R_t^f) \frac{B_{t-1}}{p_t} - C_t - \sum_{j=1}^n \frac{p_{j,t} Q_{j,t}}{p_t} - \frac{B_t}{p_t} \right]. \quad (3.14)$$

Le TMSI prend la forme :

$$TMSI_{t+1} = \frac{\beta(C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma}}{(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}} = m_{t+1}. \quad (3.15)$$

Une dérivation complète des conditions du premier ordre se trouve en annexe B. En modifiant les équations, il est possible de trouver ce moment pour l'actif sûr :

$$E_t \left[ \frac{(\beta(C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma})(1 + r_{t+1}^f)}{(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}} \right] = 1. \quad (3.16)$$

Le paramètre  $\theta$  prend une valeur positive si la consommation au temps  $t$  est complémentaire à celle au temps  $t + 1$ . Il est ainsi possible de dire qu'il y a une persistance dans les habitudes de consommation, c'est-à-dire que la consommation passée affecte encore l'utilité de l'agent à la période actuelle. Si  $\theta$  est négatif, les deux niveaux de consommation peuvent se substituer. Le paramètre  $\gamma$  représente le coefficient d'aversion relative au risque et le paramètre  $\beta$  est le facteur d'escompte subjectif.

Au niveau des actifs risqués, l'analyse est similaire et la condition de moment est :

$$E_t \left[ \frac{\beta(C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma}(1 + r_{j,t+1})}{(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}} \right] = 1. \quad (3.17)$$

Cette forme fonctionnelle n'est qu'une simple extension de la forme classique CRRA. En appliquant un test d'hypothèse de Wald sur le paramètre  $\theta$ , si le test ne peut rejeter l'hypothèse nulle que la valeur de ce dernier est égale à 0, cette forme fonctionnelle redevient la forme CRRA. Ainsi, si ce test n'est pas concluant, il est possible que les habitudes dans la consommation n'aient pas d'effets significatifs sur le niveau d'utilité qu'un individu retire et, par souci de parcimonie, le modèle classique CRRA serait préférable à utiliser. Nous n'avons pas apporté de modifications à cette formulation, mais l'analysons tout de même, car elle suscite toujours beaucoup d'intérêt dans la littérature.

### 3.4 Utilité non-séparable et introduction de l'immobilier

Comme l'ont mentionné *Case, Quigley et Shiller (2005)*, étant donné que la richesse immobilière semble jouer un rôle dans les décisions de consommation des ménages, il paraît nécessaire de trouver une façon d'introduire cet élément dans l'une des spécifications testées dans notre analyse empirique. Pour ce faire, nous utilisons la spécification proposée dans *Epstein et Zin (1991)*. Cette forme fonctionnelle pour l'utilité permet de séparer le paramètre d'aversion au risque de celui de substitution intertemporelle de la consommation. Étant donné la complexité mathématique de la dérivation de cette forme fonctionnelle, la fonction du TMSI a été tirée directement du papier d'*Epstein et Zin (1991)*. Le TMSI prend la forme suivante :

$$TMSI_{t+1} = \left( \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \right)^{\frac{(1-\gamma)}{(1-\sigma)}} \left( \frac{1}{r_{RICHESSSE,t+1}} \right)^{1-\frac{(1-\gamma)}{(1-\sigma)}} = m_{t+1}, \quad (3.18)$$

tel que ( $r_{RICHESSSE,t+1}$ ) symbolise le rendement de la richesse d'un ménage pouvant être mesuré par le rendement de la richesse financière ( $r_{TSX,t+1}$ ), le rendement de l'immobilier ( $r_{IMMOBILIER,t+1}$ ) ou une moyenne des deux ( $r_{MOYENNE,t+1}$ ). Cette dernière représentation est imparfaite, car il est difficile de pondérer exactement la part du rendement de l'immobilier et celle de la finance dans le rendement de la richesse globale. Ainsi, nous approximons en posant une pondération égale pour ces deux sources. La plupart des études empiriques ayant estimé la condition (3.18) ont, jusqu'à présent, retenu uniquement la première des définitions du rendement de la richesse. Nous considérons successivement les trois définitions dans notre étude.

Tel que mentionné plus haut, cette formulation permet de représenter le coefficient d'aversion relative au risque par le paramètre  $\gamma$  et celui de l'élasticité de substitution intertemporelle par le paramètre  $\frac{1}{\sigma}$  tel que  $\sigma \geq 0$ . Ainsi, ces deux variables sont séparées au contraire de la forme classique CRRA. Le paramètre  $\beta$  est le facteur d'escompte subjectif.

Pour l'actif sans risque, l'équation de moment suivante est obtenue :

$$E_t \left[ \left( \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \right)^{\frac{(1-\gamma)}{(1-\sigma)}} \left( \frac{1}{r_{RICHESSSE,t+1}} \right)^{1-\frac{(1-\gamma)}{(1-\sigma)}} (1 + r_{t+1}^f) \right] = 1. \quad (3.19)$$

Ainsi que l'équation suivante lorsque l'actif risqué est introduit :

$$E_t \left[ \left( \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \right)^{\frac{(1-\gamma)}{(1-\sigma)}} \left( \frac{1}{r_{RICHESSSE,t+1}} \right)^{1-\frac{(1-\gamma)}{(1-\sigma)}} (1 + r_{j,t+1}) \right] = 1. \quad (3.20)$$

Il est possible de déterminer que la richesse immobilière joue un rôle dans le profil de consommation du ménage si la définition du rendement de la richesse incluant cette composante permet au modèle une meilleure performance empirique.

## Chapitre 4 Précisions économétriques

La méthode des moments généralisés (GMM) est utilisée dans de nombreuses études empiriques ayant un but commun d'estimation des paramètres structurels apparaissant dans les équations d'Euler d'un modèle. Une partie majeure des travaux empiriques en macroéconomie porte sur les choix intertemporels en équilibre partiel, c'est le cas de ce présent travail. Il est alors d'intérêt de tester partiellement la spécification du modèle à partir des conditions du premier ordre. La théorie économique fournit les restrictions nécessaires à l'utilisation de cette méthode.

Une portion importante de la recherche empirique en économétrie, particulièrement en macroéconomie et en finance, utilise les estimateurs GMM. Popularisée par *Hansen et Singleton (1982)*, cette approche permet de tester la spécification d'un modèle tout en estimant les paramètres étant donné les conditions de moment, ici les espérances mathématiques, imposées par le modèle.

Il est nécessaire de faire un bref survol théorique de la méthode afin d'en saisir les principaux éléments. En reprenant notre problème initial de l'agent type, il est possible d'estimer les paramètres inconnus dans les conditions de premier ordre. En faisant évaluer l'équation (2.17) à zéro, nous obtenons une condition de moment conditionnelle pouvant être utilisée pour estimer les paramètres inconnus si nous supposons une certaine forme pour la fonction d'utilité de l'agent, elles sont spécifiées dans le chapitre 3. Il est nécessaire de transformer ces conditions conditionnelles en conditions inconditionnelles. La démarche est exactement la même pour l'équation (2.20) comportant l'actif risqué.

Si nous présumons un vecteur d'instruments  $Z_t$  validé par la supposition de comportement optimal de l'agent, ceci signifie que l'ajout de ce vecteur dans l'équation ne fournit aucune information additionnelle sur la valeur future de :

$$E_t \left( \frac{\beta u'(C_{t+1})(1+r_{t+1}^f)}{u'(C_t)} - 1 \right) = 0. \quad (4.1)$$

Il est ainsi raisonnable de supposer que :

$$\left( E \left( \frac{\beta u'(C_{t+1})(1+r_{t+1}^f)}{u'(C_t)} - 1 \right) \middle| Z_t \right) = 0. \quad (4.2)$$

En utilisant la forme classique pour la fonction d'utilité CRRA, l'équation prend la forme suivante, toujours pour l'actif sans risque :

$$E \left( \left( \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (1 + r_{t+1}^f) - 1 \right) \mid Z_t \right) = 0. \quad (4.3)$$

Il est ainsi possible d'identifier les paramètres inconnus, c'est-à-dire  $\gamma$  et  $\beta$ , à l'aide des observations sur  $\frac{C_{t+1}}{C_t}$ ,  $r_{t+1}^f$  et  $Z_t$  par la méthode des moments généralisés. Le principe général est de considérer un modèle caractérisé par un ensemble de  $R$  conditions de moment :

$$E\{f(w_t, z_t, \Theta)\} = 0, \quad (4.4)$$

tel que  $f$  est un vecteur de fonction avec  $R$  éléments,  $\Theta$  est un vecteur de dimension  $K$  contenant tous les paramètres inconnus,  $w_t$  est un vecteur de variables observables pouvant être endogènes ou exogènes et  $z_t$  est le vecteur des instruments.

Pour estimer  $\Theta$  il est nécessaire de considérer l'équivalent dans l'échantillon :

$$g_t(\Theta) \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \{f(w_t, z_t, \Theta)\}. \quad (4.5)$$

Si le nombre de conditions de moment  $R$  est égal au nombre de paramètres inconnus  $K$ , il est possible de régler les  $R$  éléments à 0 et ainsi résoudre  $\Theta$  afin d'obtenir un unique estimateur. Si  $f$  est non linéaire en  $\Theta$ , une solution analytique risque d'être indisponible et un calcul numérique s'impose. Si le nombre de conditions de moment est plus petit que le nombre de paramètres, le vecteur  $\Theta$  ne sera pas identifié. Si le nombre de conditions de moment est supérieur, ce qui est généralement le cas, la résolution sera impossible de manière unique pour les paramètres inconnus en fixant les conditions de moments à zéro. Il est cependant possible de choisir notre estimateur pour  $\Theta$  de sorte que le vecteur des moments dans l'échantillon soit le plus proche possible de zéro. Ceci signifie que la forme quadratique est minimisée pour  $g_t(\Theta)$  tel que :

$$\frac{\min}{\Theta} Q_T(\Theta) = \frac{\min}{\Theta} g_T(\Theta)' W_T g_T(\Theta), \quad (4.5)$$

dans laquelle  $W_T$  est une matrice définie positive avec à la limite  $\text{plim } W_T = W$ . La solution à ce problème fournit la méthode des moments généralisés (GMM).

Étant donné que différentes matrices de poids mènent à différents estimateurs ayant, d'un point de vue asymptotique, différentes matrices de covariance, la matrice de poids optimale est l'inverse de la matrice de

covariance des moments de l'échantillon. En supposant l'absence d'autocorrélation, cette matrice est donnée par :

$$W^{opt} = (E\{f(w_t, z_t, \theta)f(w_t, z_t, \theta)'\})^{-1}. \quad (4.6)$$

Cependant, étant donné que cette matrice dépend du vecteur des paramètres inconnus, la solution est d'adopter une approche en deux étapes ou itérative (plusieurs étapes). La première étape est d'utiliser un choix sous optimal pour  $W_T$  par exemple la matrice identité<sup>4</sup> afin d'obtenir un premier vecteur d'estimateur  $\hat{\Theta}_1$ . La matrice de poids optimale est ainsi :

$$W_T^{opt} = \left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^T f(w_t, z_t, \hat{\Theta}_1)f(w_t, z_t, \hat{\Theta}_1)'\right)^{-1}. \quad (4.7)$$

D'un point de vue asymptotique, nous avons un estimateur GMM optimal  $\hat{\Theta}_{GMM}$ . Sa distribution asymptotique est donnée par  $\sqrt{T}(\hat{\Theta}_{GMM} - \theta) \rightarrow N(0, V)$ . Pour de petits échantillons, il est nécessaire d'utiliser la méthode itérative des moments généralisés. Cette technique garde cependant les mêmes propriétés asymptotiques que la technique commune en deux étapes. Il suffit de recalculer une nouvelle matrice de poids optimale en utilisant l'estimateur à deux étapes et l'utiliser pour obtenir un nouvel estimateur  $\hat{\Theta}_3$  qui à son tour sera utilisé dans une nouvelle matrice de poids permettant d'obtenir un nouvel estimateur  $\hat{\Theta}_4$  et ainsi de suite jusqu'à la convergence désirée. Un avantage de la méthode des moments généralisés est qu'il n'est pas nécessaire de supposer la forme de la distribution, par exemple une loi normale, comparativement à la méthode du maximum de vraisemblance. Cette méthode permet l'hétéroscédasticité de forme inconnue et il est possible d'estimer les paramètres même si le modèle ne peut être résout analytiquement à partir des conditions du premier ordre. Le logiciel statistique utilisé dans le cadre de ce mémoire est Stata.

Les instruments utilisés sont des valeurs retardées des variables utilisées dans les modèles. Ceci reste crédible face à la théorie économique des attentes rationnelles étant donné que l'agent est censé incorporer toute l'information disponible lors de sa décision. Ainsi, l'erreur de prévision ne devrait pas être corrélée avec l'information disponible au moment de la prise de décision.

Ces instruments sont pertinents seulement s'ils aident à estimer les paramètres du vecteur  $\theta$  dans l'équation (4.4). C'est pourquoi il est nécessaire que ces derniers aient un lien avec la fonction d'utilité de l'agent. Le test des contraintes de suridentification de *Hansen (1982)* appliqué aux modèles non linéaires permet de tester la pertinence des instruments utilisés. En économétrie, ce test est comparable à un test de spécification portmanteau. Si dans la population la condition de moment suivante :

---

<sup>4</sup> Ceci est la méthode adoptée dans ce mémoire.

$$E\{f(w_t, z_t, \theta)\} = 0, \quad (4.8)$$

est respectée, il est possible de supposer qu'au niveau de l'échantillon :

$$g_T(\hat{\theta}_{GMM}) \approx 0. \quad (4.9)$$

Ainsi les moments de l'échantillon permettent de tester la spécification du modèle. Nous y parvenons en utilisant le test suivant :

$$J_T = T g_T(\hat{\theta}_{GMM})' W_T^{opt} g_T(\hat{\theta}_{GMM}), \quad (4.10)$$

tel que  $\hat{\theta}_{GMM}$  est l'estimateur GMM optimal et  $W_T^{opt}$  est la matrice de poids optimale obtenue par l'équation (4.7). Le test statistique suit une chi-carré de  $R-K$  degrés de liberté ayant comme hypothèse nulle le non rejet du modèle dans lequel  $R$  représente le nombre de conditions de moment et  $K$  le nombre de paramètres inconnus.

## Chapitre 5 Les données

Aux fins de cette étude, les données ont été extraites de la base de données *Statistique Canada*<sup>5</sup>. Huit séries ont été nécessaires afin de mener à terme ce projet. Il a été nécessaire d'extraire un indice des prix à la consommation (tableau 326-0022), deux définitions différentes au niveau de la consommation des ménages (tableau 380-0067), le produit intérieur brut en termes de dépenses (tableau 380-0064), l'évolution de la population canadienne (tableau 051-0005), le rendement des bons du trésor canadiens à trois mois, le rendement de l'indice composite du TSX (tableau 176-0043), ainsi qu'une série chronologique portant sur le rendement de la richesse immobilière au Canada (tableau 026-0001). Pour cette dernière variable, il s'agit du changement en pourcentage dans la valeur moyenne d'une propriété résidentielle au Canada. Les données trimestrielles couvrent une période de plus de 30 ans, plus précisément la période 1981 : 1 à 2014 : 4. L'indice des prix à la consommation (IPC) utilisé est celui représenté par la définition de la Banque du Canada, soit l'ensemble des produits excluant huit des composantes les plus volatiles et permet ainsi de mesurer l'évolution de l'inflation au long de la période d'étude. La consommation per capita est désaisonnalisée par Statistique Canada au taux annuel et représentée en dollars enchaînés de 2007. Elle a été divisée en deux définitions alternatives afin de déterminer la robustesse des résultats : 1) les biens non-durables seulement (CND) et 2) la somme des biens non-durables et des services (CNDS). Cette dernière définition permet de supposer une parfaite substituabilité entre les biens non-durables et les services. En additionnant les dépenses en biens non-durables et en services, nous supposons une parfaite interchangeabilité dans le rôle qu'ils jouent aux yeux de l'agent. Finalement, les taux de rendement nominaux sont ramenés en termes réels en leur soustrayant le taux d'inflation calculé à partir de l'IPC. Le tableau 5.1 donne un aperçu des statistiques pour les principales variables utilisées dans les modèles. Les variations et rendements sont exprimés en valeurs trimestrielles, afin de garder une cohérence avec les données initiales de Statistique Canada. La matrice des corrélations se trouve à l'annexe C.

---

<sup>5</sup> Statistique Canada. [En ligne]. <http://www.statcan.gc.ca/>

**Tableau 5.1 : Résumé des statistiques descriptives et variations trimestrielles en pourcentage**

	Observations	Moyenne	Écart-type	Min.	Max.	
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4						
CND	135	0.0665	0.6973	-2.1837	2.3794	
CNDS	135	0.3238	0.5170	-1.3156	1.4658	
TSX	136	0.9458	7.4629	-28.82	18.76	
TBILLS	136	0.7417	0.7601	-0.569	2.481	
PRIME	136	0.2038	7.5940	-28.74	17.7337	
IMMOBILIER	136	0.7056	3.3712	-8.86	11.2500	
PIB	135	0.6075	0.5275	-1.4705	1.6772	
Matrice de variance covariance						
	CND	CNDS	TSX	TBILLS	IMMOBILIER	PIB
CND	0.4862					
CNDS	0.2330	0.2673				
TSX	0.3582	1.2219	55.8448			
TBILLS	-0.0773	-0.0328	-0.6621	0.5755		
IMMOBILIER	0.1996	0.4900	2.9534	-0.2925	11.3780	
PIB	0.1479	0.1909	1.0385	-0.0121	0.4028	0.2783

**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. La variable CND représente la consommation en biens non-durables seulement, CNDS représente celle incluant les biens non-durables ainsi que les services. L'actif risqué est la variable TSX ainsi que celui sans risque le TBILLS. Le rendement de l'immobilier est représenté par la variable IMMOBILIER. La variable PIB représente la variation en pourcentage du PIB réel. La variable PRIME représente la prime de risque pour un trimestre, elle est la différence entre TSX et TBILLS.

Au niveau de la consommation, le signe des covariances est représentatif de la théorie économique. En période de croissance économique, c'est-à-dire lors d'une augmentation du PIB, la variation dans la consommation est elle aussi positive. La valeur de l'immobilier varie positivement elle aussi avec l'augmentation du PIB tout comme l'indice composite du TSX, bien que ce dernier soit beaucoup plus volatile comparativement à l'immobilier. La croissance économique est liée à la bonne performance des entreprises canadiennes, cette dernière pouvant être représentée par l'indice composite du TSX. La variation de ce dernier va dans le même sens que celle du PIB, ce qui est conforme à la théorie en période de croissance économique. Pour ce qui est de l'actif sans risque, son mouvement inverse par rapport à la variation du PIB est aussi conforme aux prédictions de la théorie des fonds prêtables. Cette théorie stipule qu'en situation de croissance économique, c'est-à-dire lorsqu'il y a élévation de la richesse, il y a une augmentation de la demande pour ces titres. Ceci fait augmenter le prix des bons du trésor occasionnant une diminution du

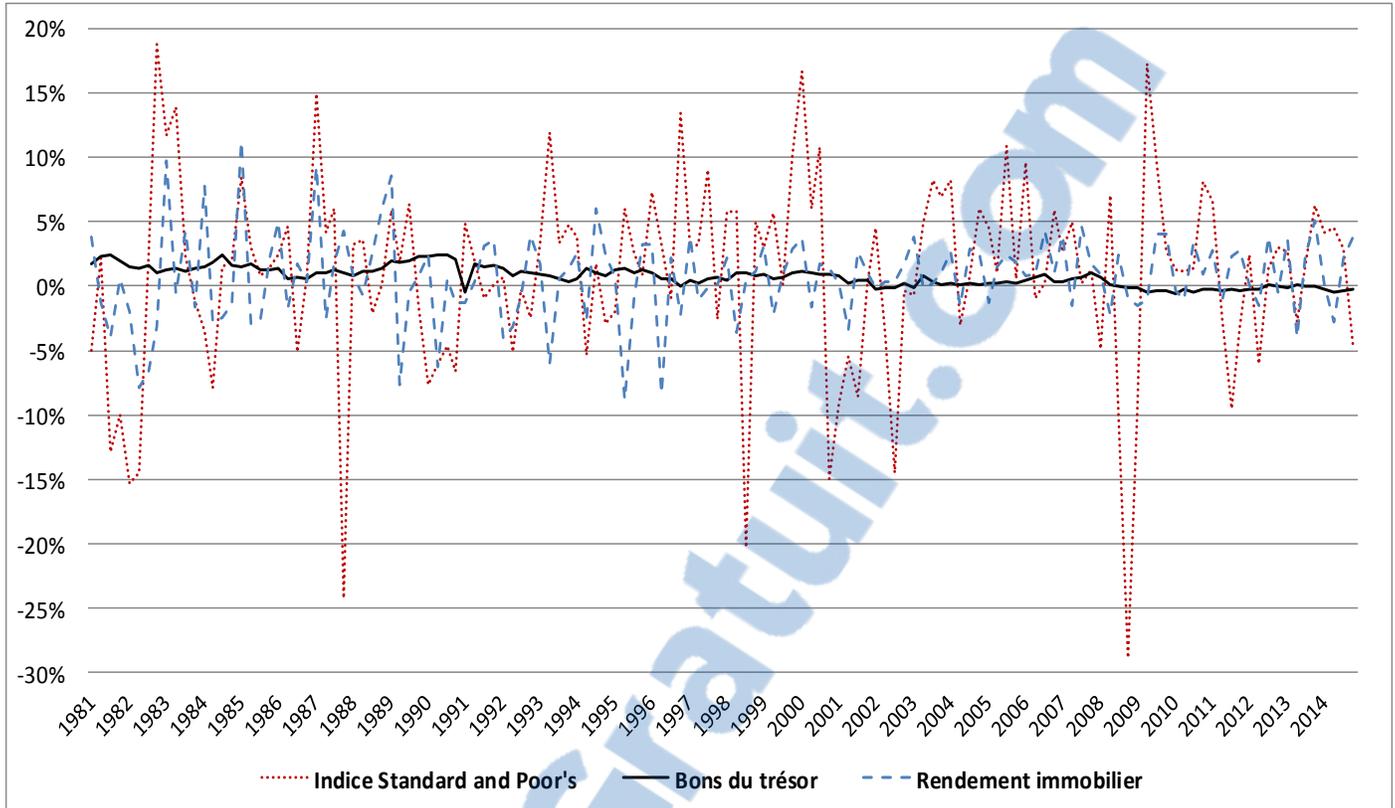
rendement à l'échéance. Des titres financiers, l'indice composite du TSX et celui ayant les plus fortes variations, mais force est de constater que les variations dans l'immobilier sont notables. La figure 5.1 exprime graphiquement les variations dans les titres financiers et l'immobilier. Le premier constat est la faible variation au niveau des bons du trésor de trois mois. Ces derniers affichent même quelques fois un rendement réel négatif dès 2009. L'immobilier suit généralement la tendance de l'indice composite du TSX, cependant à partir de 1993 jusqu'à 1998 le rendement de l'immobilier semble varier à l'opposé de l'indice composite.

Contrairement aux résultats de *Mehra et Prescott (1985)*, la performance annuelle moyenne de l'actif risqué, le rendement de l'indice composite du TSX, est proche de 4% lorsque les rendements trimestriels sont exprimés annuellement et le taux sans risque avoisine 3%. Ceci donne une prime de risque annuelle moyenne autour de 1% ce qui est de loin inférieur au 5% rapporté par Mehra et Prescott<sup>6</sup>. Dans notre échantillon et pour la période utilisée, il semble y avoir une surperformance du titre non risqué et une sous-performance au niveau de l'actif risqué. Ceci est un facteur important étant donné que l'agent pondère son portefeuille financier en fonction de son aversion au risque et de la prime de risque liée. L'utilisation de l'indice composite du TSX peut lisser la variation dans l'actif risqué étant donné qu'il est une agrégation des multiples secteurs composant le TSX. La prime de risque touche cependant des valeurs extrêmes, comme mentionné dans le tableau 5.1.

---

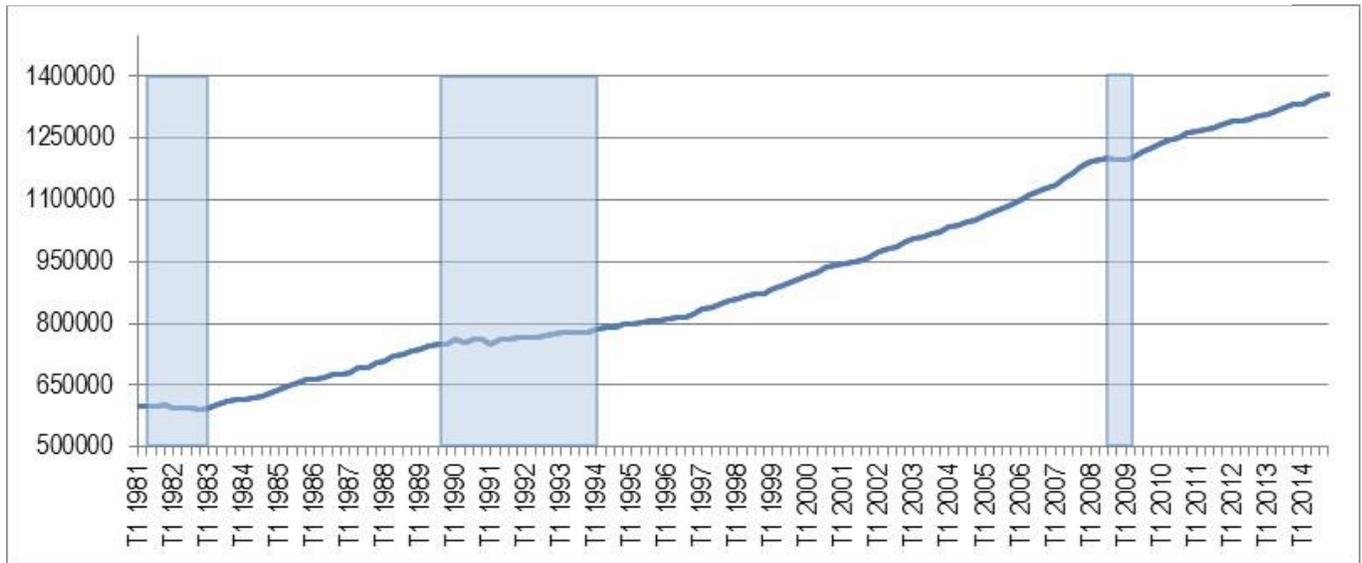
<sup>6</sup> L'étude de Mehra et Prescott est basée sur une période beaucoup plus longue et porte sur des données américaines.

Figure 5.1 : Rendement des actifs financiers et de l'immobilier 1981 à 2014



Afin de déterminer les périodes de récession et celles d'expansion, il a été nécessaire d'extraire le produit intérieur brut (PIB) en dollar réel et désaisonnalisé. Trois périodes furent déterminées par la règle suivante  $\Delta y < (\Delta \bar{Y} / 2)$  tel que  $\Delta y$  représente la variation du PIB en pourcentage entre la période  $t - 1$  et la période  $t$  et que  $\Delta \bar{Y}$  représente la variation moyenne en pourcentage du PIB pour la période entière d'étude. Les trois périodes sont les suivantes soit 1981 : 2 à 1982 : 4, 1989 : 3 à 1993 : 4 et 2008 : 3 à 2009 : 1. Ces intervalles sont explicités à la figure 5.2. La règle de décision des périodes de ralentissements étant ad hoc, tous les trimestres dans ces périodes n'affichent pas nécessairement une croissance négative. Il s'agit de borner des intervalles où la croissance est généralement ralentie. Les trimestres affichant un ralentissement respectant la règle de décision sont cependant nécessaires pour l'analyse de la forme fonctionnelle avec variables dichotomiques étant donné que le but est de comparer le niveau d'aversion au risque entre une situation de croissance et une de ralentissement. Il y a au total 28 périodes de ralentissement ainsi que 108 trimestres où une croissance est remarquée.

**Figure 5.2 : Évolution du produit intérieur brut canadien 1981-2014 et ralentissements économiques**



**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Le Produit intérieur brut, en termes de dépenses, trimestriel (dollars x 1 000 000). La présence d'un ralentissement économique est marquée par une zone ombragée.

## Chapitre 6 Résultats empiriques

Cette section analyse les résultats obtenus à l'aide de la méthode des moments généralisés. Étant donné des problèmes de convergence amplifiés par la non-linéarité des équations, le paramètre  $\beta$  a été fixé à 0.995. Initialement laissé non-contraint, certaines valeurs obtenues pour le paramètre  $\beta$  étaient sans fondements théoriques, ces derniers mentionnent qu'un agent devrait avoir une préférence pour le présent caractérisé par un paramètre d'actualisation  $\beta$  inférieur à 1 mais positif. Un  $\beta$  fixé à 0.995 est équivalent à un taux d'actualisation financier de 2.01% exprimé annuellement. Dans les tableaux suivants, une colonne restée vierge signifie une absence de convergence dans le processus de minimisation par la méthode des moments généralisés.

Neuf listes d'instruments ont été sélectionnées afin de s'assurer de la robustesse des résultats. La liste A comprend une constante, les deuxième et troisième retards du taux risqué et le troisième retard de la croissance de la consommation; la liste B comprend une constante, le premier retard de la croissance de la consommation et le second retard du taux sans risque; la liste C comprend une constante, le troisième retard du taux risqué ainsi que les deuxième et troisième retards de la croissance de la consommation; la liste D comprend une constante, les premier et second retards de la croissance de la consommation ainsi que le second retard du taux sans risque; la liste E comprend une constante, les premier et second retards du taux sans risque ainsi que le second retard de la croissance de la consommation; la liste F comprend une constante, le second retard du taux sans risque, du taux risqué et de la croissance de la consommation; la liste G comprend une constante, les premier et second retards du taux sans risque et de celui risqué ainsi que le deuxième retard de la croissance de la consommation; la liste H comprend une constante ainsi que le second retard du taux sans risque, du taux risqué, de la croissance du produit intérieur brut ainsi que de la croissance de la consommation; la liste I comprend une constante, le second retard du taux sans risque et de la croissance de la population ainsi que les premier et second retards de la croissance du produit intérieur brut. Évidemment, les listes sont modifiées afin de tenir compte des deux définitions de la consommation.

## 6.1 Résultats de la forme CRRA

Étant donné que la spécification CRRA sert de point de comparaison entre les modèles, l'analyse complète des résultats pour cette formulation, c'est-à-dire en utilisant les deux définitions de la consommation, se trouve dans le présent chapitre. Pour les autres spécifications, les résultats utilisant la consommation de type CND se trouvent à l'annexe A. Globalement, les résultats sont similaires entre les deux définitions de la consommation avec une légère préférence pour la définition incluant les biens non durables et les services.

### 6.1.1 CRRA avec consommation biens non-durables seulement

De façon générale, lorsque la spécification est de type CRRA avec une équation intégrant l'actif risqué seulement ainsi que la première définition de la consommation (biens non-durable seulement), le paramètre d'aversion face au risque reste crédible. Les coefficients d'aversion au risque dans le tableau 6.1 obtenus avec les différentes listes pour la période complète (1981-2014) varient entre 5.98 et 7.51, ce qui reste dans le barème établi par *Mehra et Prescott (1985)*. Les coefficients obtenus par six listes sont significatifs à un seuil de 5% et le test de restriction de suridentification, la statistique J de Hansen, ne permet pas de rejeter la validité de ces instruments. Pour la période entière, il est possible de conclure que le modèle CRRA performe relativement bien.

**Tableau 6.1 : CRRA avec actif risqué seulement (CND) : Équation 3.5**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
$\gamma$	-0.42	7.01*	7.40	7.29*	7.51	5.98	6.95*	6.55*	6.54*
SD	(5.08)	(3.00)	(5.48)	(2.97)	(3.08)	(3.13)	(2.57)	(3.19)	(3.18)
$J_T$	9.24	0.11	6.50	0.69	0.86	2.89	3.34	4.81	4.82
P	0.026	0.944	0.089	0.873	0.833	0.407	0.646	0.306	0.305

**Notes:** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Le rendement est celui de l'actif risqué (TSX). La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables seulement. L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

L'analyse de la première moitié de la période, c'est-à-dire de T1 1981 à T4 1996 met en avant des résultats crédibles, mais moins robustes que ceux de la période entière. Au niveau de la significativité, avec un seuil de 5% seulement deux coefficients d'aversion ne sont pas rejetés. Il s'agit de ceux obtenus avec les listes B et D. La valeur moyenne des coefficients crédibles d'aversion au risque est plus faible sur cette période comparativement à la période entière. Alternativement, on constate pour la période T1 1997 à T4 2014 les limites de cette spécification. Bien qu'affichant des valeurs pour l'aversion positives, mais inférieures à 10, elles ne sont pas significatives à un seuil de 5%. Oscillant entre 2.28 et 8.96, l'étendue du coefficient

d'aversion est plus élevée comparativement à celle de la période entière et même celle de la première sous-période. Les résultats de ces deux sous-périodes se trouvent à l'annexe A dans le tableau AA.1.

Globalement, la forme CRRA avec uniquement l'actif risqué génère des résultats assez concluants. Cependant, les limites de cette spécification sont explicitées lorsque la possibilité d'arbitrage entre l'actif risqué et celui sans risque est ajoutée dans le modèle. Excepté pour la liste A, les résultats obtenus pour la période entière ne sont pas précis et généralement faux comme l'indique le tableau 6.2.

**Tableau 6.2 : CRRA avec actif risqué et actif sans risque (CND) : Équations 3.5 et 3.6**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
$\gamma$	1.10	-1.67*	0.44	-1.50*	-1.34*	-1.52*	-0.91*	-1.66*	-1.72*
SD	(0.79)	(0.48)	(0.43)	(0.41)	(0.40)	(0.44)	(0.29)	(0.46)	(0.45)
$J_T$	9.90	21.84	16.63	23.38	31.40	23.18	44.04	32.85	31.11
$P$	0.19	0.0006	0.02	0.0015	0.0016	0.00	0.0001	0.0003	0.00

**Notes** : Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique p réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Les rendements sont celui de l'actif risqué (TSX) et celui des bons du trésor canadien à 3 mois. La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables seulement. L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

Un signe négatif au niveau du coefficient d'aversion au risque va à l'encontre de l'hypothèse de concavité de la fonction d'utilité et indique une préférence pour le risque. Ceci est contraire à ce qui est généralement proposé dans la littérature. Des auteurs comme *Arrow (1970)* ou *Friend et Blume (1975)* estiment un coefficient positif proche de l'unité et généralement borné à une valeur crédible maximale de 10. Le test de Hansen nous pousse à rejeter systématiquement ce modèle, peu importe les listes d'instruments utilisées exception faite pour la liste A. Ces piètres résultats se retrouvent aussi lorsque la période est divisée en deux (voir annexe A). Presque tous les coefficients d'aversion au risque sont négatifs et le test de Hansen rejette les instruments et le modèle. Une particularité se situe dans la seconde sous-période, la liste A ainsi que la liste C donnent une valeur négative, mais significative à un seuil de 5% pour la variable mesurant l'aversion au risque ainsi qu'un non-rejet du modèle suite au test de Hansen. Cependant, ces deux cas sont isolés, car bien que les autres listes affichent des signes similaires au niveau du coefficient d'aversion, ils ne sont pas significatifs au même seul seuil et rejetés par le test de Hansen.

## 6.1.2 CRRA avec consommation de biens non-durables et services

Lorsque la seconde définition de la consommation est utilisée, c'est-à-dire celle incluant à la fois les dépenses en biens non-durables et les dépenses en services, nous obtenons des résultats similaires à ceux trouvés lorsque la consommation est déterminée uniquement avec les biens non-durables. Les résultats obtenus suite à l'utilisation de cette définition plus large de la consommation seront ceux utilisés pour la suite de l'analyse des diverses modélisations de l'utilité. Les résultats de la forme CRRA sont indiqués dans le tableau 6.3.

**Tableau 6.3 : CRRA avec actif risqué seulement (CNDS) : Équation 3.5**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\gamma$	1.77	2.58	2.38	2.63	3.55*	2.82*	3.83*	3.07*	2.99*
SD	(1.70)	(1.42)	(1.59)	(1.36)	(1.18)	(1.36)	(1.11)	(1.35)	(1.35)
$J_T$	8.29	3.23	8.52	2.96	2.69	3.11	4.82	7.00	7.36
$P$	0.040	0.199	0.036	0.397	0.443	0.375	0.438	0.136	0.118
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\gamma$	-0.17	3.33	1.52	3.29	2.66	3.94	3.28	3.20	2.84
SD	(2.78)	(2.09)	(2.68)	(2.07)	(1.91)	(2.08)	(1.76)	(1.84)	(1.97)
$J_T$	7.95	4.48	10.10	4.78	4.02	4.04	6.08	4.92	5.71
$P$	0.047	0.107	0.018	0.189	0.259	0.257	0.298	0.296	0.222
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\gamma$	2.02	3.24	2.60	3.44*	4.54*	3.40*	4.76*	3.76*	3.52*
SD	(2.02)	(1.74)	(1.86)	(1.61)	(1.49)	(1.65)	(1.41)	(1.59)	(1.52)
$J_T$	1.59	2.18	1.52	2.29	5.26	3.07	6.41	3.74	3.31
$P$	0.663	0.337	0.678	0.515	0.153	0.380	0.268	0.442	0.507

**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Le rendement est celui de l'actif risqué (TSX). La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services (CNDS). L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

De façon générale, les valeurs des coefficients d'aversion sont similaires à celles avec la définition plus restreinte de la consommation. Il est cependant pertinent de noter que le degré d'aversion au risque avec cette définition de la consommation est moins élevé, sa valeur maximale significative est de 3.83 comparativement à 7.51 dans le tableau 6.1. Cette différence s'explique par le taux moyen plus élevé de croissance de la consommation incluant les biens non-durables et les services (CNDS). En fait, étant donné la

supposition faite au sujet de la substituabilité entre la dépense en services et celle en biens non-durables et que la variation de la dépense en services est en moyenne croissante entre deux périodes contiguës, il est normal que le modèle prédise un taux d'aversion inférieur à celui initial (biens non-durables seulement), car l'agent représentatif doit davantage utiliser le marché financier pour financer sa consommation à la période future. Ce résultat semble initialement contre-intuitif puisque la covariance est plus élevée entre le rendement de l'actif risqué et la croissance de la consommation incluant en plus les dépenses en services (CNDS) comparativement à la covariance entre le rendement de l'actif risqué et la croissance de la consommation CND. Par sa structure, la mesure du risque lié à la détention d'un actif risqué dans le C-CAPM est uniquement liée à la covariance entre le rendement et la consommation de l'agent. Cependant, la comparaison entre ces deux modèles est limitée étant donné les définitions différentes utilisées et la part généralement croissante des dépenses en services.

Lorsque l'analyse est portée sur la juxtaposition des équations du taux sans risque ainsi que de l'actif risqué dans le C-CAPM, l'agent représentatif peut maintenant arbitrer la façon dont son épargne sera investie. Les résultats du tableau 6.4 sont décevants, mais prévisibles et similaires aux recherches empiriques dans le domaine comme celle de Samson et Armstrong (2007).

**Tableau 6.4 : CRRA avec actif risqué et actif sans risque (CNDS) : Équations 3.5 et 3.6**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\gamma$	0.47*	-0.16	0.515*	-0.157	-0.16	-0.17	-0.10	-0.15	-0.14
SD	(0.17)	(0.15)	(0.18)	(0.143)	(0.143)	(0.143)	(0.141)	(0.142)	(0.14)
$J_T$	9.80	41.35	9.94	40.81	48.70	41.51	53.03	45.62	45.05
$P$	0.2000	0.0000	0.1920	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\gamma$	1.63*	1.24*	1.78*	1.22*	1.23*	1.18*	1.36*	1.32*	1.39*
SD	(0.42)	(0.22)	(0.47)	(0.21)	(0.21)	(0.21)	(0.22)	(0.21)	(0.20)
$J_T$	13.11	16.31	13.60	16.88	16.07	17.53	20.19	18.42	17.90
$P$	0.0700	0.0060	0.0590	0.0180	0.0250	0.0140	0.0430	0.0310	0.0360
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\gamma$	-0.81*	-1.07*	-0.89*	-1.12*	-0.76*	-1.01*	-0.72*	-0.80*	-1.01*
SD	(0.17)	(0.20)	(0.18)	(0.19)	(0.17)	(0.19)	(0.16)	(0.17)	(0.19)
$J_T$	8.26	25.13	10.45	24.85	32.49	23.28	36.01	29.21	30.71
$P$	0.3101	0.0001	0.1642	0.0008	0.0000	0.0015	0.0002	0.0006	0.0003

**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Les rendements sont celui de l'actif risqué (TSX) et celui des bons du trésor canadien à 3 mois. La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services (CNDS). L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

Dans le tableau 6.4, pour la période complète, seulement deux listes d'instruments (A et C) permettent d'obtenir des coefficients positifs et significatifs au niveau du degré d'aversion. Ces valeurs sont proches de ce que suggérait *Arrow (1970)*, c'est-à-dire une valeur proche de l'unité. Ceci vient appuyer *Mehra et Prescott (1985)* qui citent certaines études renforçant l'hypothèse d'un coefficient proche de 1. Ces deux listes ont la particularité d'utiliser les troisièmes retards du taux de croissance de la consommation et du rendement sans risque comparativement aux autres listes n'utilisant pas ces instruments. Dans la première sous-période de notre échantillon, le modèle semble cependant mieux performer. Les deux listes d'instruments efficaces pour la période entière sont encore valides pour cette sous-période et donnent des résultats concluants au niveau du test de Hansen. Les autres listes d'instruments donnent des valeurs crédibles et significatives au niveau du coefficient d'aversion au risque, mais ne parviennent pas à être validées par le test de Hansen. Ceci indique cependant que la forme CRRA parvient à reproduire des paramètres crédibles pour la période 1981 à 1996 et ce malgré les ralentissements économiques au début des années 1980 et 1990 pour le Canada (voir figure 5.2). De plus, l'utilisation d'une définition plus large de la consommation donne des résultats plus concluants

comparativement au modèle avec uniquement les biens non-durables. Ceci peut s'expliquer par la plus grande volatilité des dépenses en biens non-durables et en services.

Pour la sous-période 1997 à 2014, les résultats sont décevants et se rapprochent de ceux trouvés avec la première définition de la consommation. Tous les coefficients d'aversion au risque sont négatifs et rejetés par le test de Hansen, exception faite pour les listes A et C qui ne sont pas rejetées par ce test malgré des coefficients négatifs au niveau de l'aversion. Le modèle semble avoir du mal à capter le comportement de l'agent représentatif durant cette période. Ceci nous pousse à croire que la crise de 2007 a des caractéristiques intrinsèques différentes de celles des années 80 et 90 et que ces différences ne sont pas captées par la version classique du C-CAPM utilisant la forme CRRA.

La forme CRRA sous-entendant la seconde définition de la consommation (CNDS) sert ainsi de référence pour l'évaluation de la performance des autres formes fonctionnelles. Pour la période entière, c'est-à-dire de 1981 à 2014 et en intégrant uniquement l'actif risqué, la forme CRRA affiche une performance relativement bonne avec des coefficients d'aversion dans les bornes acceptables pour toutes les listes d'instruments et un non-rejet du test de Hansen pour plus de la moitié des listes. Pour les sous-périodes les résultats sont similaires, mais les coefficients d'aversion sont plus souvent rejetés au seuil de 5%. En moyenne, le modèle semble produire des résultats acceptables. Lorsque l'agent peut arbitrer son épargne entre un taux sans risque ou bénéficier de la prime de risque, le modèle perd en robustesse au niveau de la période entière. La rigidité structurelle imposée au coefficient d'aversion, c'est-à-dire être exactement l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle, sur une période de plus de trente ans ne permet pas au modèle de fournir des résultats pertinents et robustes. Cependant, il offre une performance légèrement supérieure sur la période 1981 à 1996 comparativement à la seconde sous-période affichant des résultats peu robustes et contraires à la logique économique.

Cette piètre performance du modèle met de l'avant l'énigme de la prime de risque ainsi que la nécessité de développer davantage la forme fonctionnelle de l'utilité de l'agent afin de mieux capter les mouvements du cycle économique ou ses préférences dans la consommation.

## 6.2 Aversion pour le risque et cycle économique

Cette première extension s'inspire de *Gordon et St-Amour (2000)* tout en étant plus spécifique vis-à-vis la modélisation des états de la nature et la façon dont ils influencent l'aversion au risque. Trois modélisations différentes sont utilisées afin de représenter la façon dont les cycles économiques, ici associés aux états de la nature, influent sur le coefficient d'aversion pour le risque. Les résultats des formulations utilisant la consommation de type CND sont à l'annexe A.

### 6.2.1 Variable dichotomique

Le tableau 6.5 donne les résultats lorsqu'une variable dichotomique est introduite afin de séparer le degré d'aversion de l'agent en situation de croissance économique et lors des périodes de ralentissement. Il est attendu que lors des ralentissements, tel qu'identifiés à la Figure 5.2, l'aversion est plus élevée et le contraire lorsque la croissance économique est présente. Comme mentionné à l'équation 3.7, la variable  $\gamma^*_{rec}$  est la somme de  $\gamma_0$  et de  $\gamma_1$  tandis que  $\gamma^*_{exp}$  ne représente que la valeur de la variable  $\gamma_0$ . Les valeurs attendues pour ces deux paramètres sont positives. Bien que les valeurs de  $\gamma_0$  soient positives et significatives pour les listes d'instruments A et C, le modèle perd en performance avec la variable  $\gamma_1$ . Cette dernière, permettant la séparation entre les ralentissements et la croissance, ne parvient pas à exprimer des résultats convaincants. Seulement une liste permet une valeur positive et les valeurs significatives sont entièrement négatives, ce qui est contraire aux attentes et à la théorie. La liste C est la seule donnant des résultats crédibles au niveau des signes et des valeurs attendues entre les deux états de l'économie. Pour cette liste, on constate que le coefficient d'aversion  $\gamma^*_{rec}$  est positif et plus élevé que son homologue  $\gamma^*_{exp}$  en état de croissance économique.

**Tableau 6.5: Variable dichotomique, actifs risqué et sans risque : Équations 2.22, 2.23 et 3.8**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$Y_0$	0.51*	0.71	0.51*	0.42	0.43	0.11	0.13	0.29	0.59
SD	(0.18)	(0.51)	(0.18)	(0.27)	(0.29)	(0.20)	(0.16)	(0.25)	(0.35)
$Y_1$	-0.85	-7.68	0.31	-5.41*	-6.20	-3.47*	-1.63	-5.99*	-8.90*
SD	(1.04)	(4.42)	(2.30)	(2.76)	(3.28)	(1.75)	(0.91)	(2.34)	(3.97)
$J_T$	9.45	12.33	9.91	14.14	18.10	17.08	41.47	17.89	17.30
$P$	0.1498	0.015	0.1283	0.0281	0.006	0.009	0.000	0.022	0.0271
$Y^*_{\text{réc}}$	-0.34	-6.97	0.82	-4.99	-5.77	-3.36	-1.50	-5.70	-8.31
$Y^*_{\text{exp}}$	0.51	0.72	0.51	0.42	0.43	0.11	0.13	0.29	0.59
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$Y_0$	2.45*	2.75*	1.78*	2.05*	1.95*	1.95*	2.01*	1.90*	2.13*
SD	(0.65)	(0.67)	(0.52)	(0.44)	(0.44)	(0.41)	(0.400)	(0.39)	(0.45)
$Y_1$	-4.06*	-4.06*	0.66	-2.88*	-2.93*	-2.62*	-2.37*	-2.34*	-3.16*
SD	(1.40)	(1.23)	(3.12)	(0.90)	(1.09)	(0.79)	(0.70)	(0.68)	(0.83)
$J_T$	9.07	7.95	12.44	11.98	9.49	12.06	14.12	14.83	13.89
$P$	0.1696	0.0934	0.0528	0.0623	0.1474	0.0607	0.1675	0.0625	0.0847
$Y^*_{\text{réc}}$	-1.61	-1.31	2.44	-0.83	-0.98	-0.67	-0.36	-0.44	-1.03
$Y^*_{\text{exp}}$	2.45	2.76	1.78	2.05	1.96	1.95	2.01	1.91	2.13
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$Y_0$	-0.84*	-1.01*	-0.84*	-0.90*	1.13*	-0.86*	-0.23*	-0.66*	-0.31*
SD	(0.17)	(0.22)	(0.18)	(0.20)	(0.32)	(0.19)	(0.14)	(0.18)	(0.17)
$Y_1$	-2.19*	-41.49	-3.73*	-27.70	-347.2*	-34.812	-8.51*	-37.29*	-95.94*
SD	(1.25)	(24.38)	(1.48)	(16.15)	(152.52)	(19.44)	(2.85)	(17.85)	(49.04)
$J_T$	6.04	7.52	7.85	11.39	13.17	9.58	33.61	25.64	22.35
$P$	0.4185	0.1105	0.2490	0.0769	0.0406	0.1435	0.0002	0.0012	0.0043
$Y^*_{\text{réc}}$	-3.03	-42.50	-4.57	-28.60	-346.07	-35.67	-8.74	-37.95	-96.25
$Y^*_{\text{exp}}$	-0.84	-1.01	-0.84	-0.90	1.13	-0.86	-0.23	-0.66	-0.31

**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Le rendement est celui de l'actif risqué (TSX). La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services (CNDS). L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

La liste C affiche une bonne performance dans la première sous-période contrairement aux autres listes. Les valeurs prises par la variable  $\gamma_{exp}^*$  sont bonnes et significatives. Le problème vient directement lorsque l'effet de la variable dichotomique est présent (lors d'une récession). Il est possible que cette modélisation manque de souplesse pour mesurer l'influence de l'état de l'économie sur le niveau d'aversion au risque de l'agent. Ceci est confirmé dans la seconde sous-période étant donné les résultats désastreux pour toutes les listes d'instruments. Il faut noter que dans cette sous-période uniquement trois trimestres sont considérés en ralentissement c'est-à-dire de 2008 : 3 à 2009 : 1. L'analyse est ainsi biaisée à ce niveau et il est plus intéressant de regarder la période complète.

Utiliser une variable dichotomique pour marquer une séparation entre deux états de la nature ne permet cependant pas d'intégrer l'amplitude des variations du PIB dans la mesure du degré d'aversion. Il s'agit cependant d'une piste intéressante à explorer ultérieurement avec des modèles plus complets permettant de mieux capter les différences entre ces deux états. Les bons résultats donnés par la liste C nous permettent de supposer qu'un lien faible existe entre le concept d'aversion au risque d'un agent et les variations du PIB. Il est possible qu'en modifiant notre règle de détermination des périodes de ralentissements de meilleurs résultats apparaissent.

### 6.2.2 Fluctuations du PIB

Les résultats du tableau 6.5 ne permettant pas de mesurer l'effet que peuvent avoir les variations dans la croissance économique sur le niveau d'aversion au risque, il est intéressant de le capter à l'aide de la modélisation de l'équation 3.9. Le tableau 6.6 donne les résultats liés à cette nouvelle version du modèle. La variable  $\gamma^*$  est celle pertinente et représente la valeur moyenne de  $\gamma_t^* = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta PIB_t$ . Le modèle performe mal pour la période complète, seulement la liste A offre un résultat en accord avec la théorie.

Les résultats moyens  $\gamma^*$  dans la première sous-période sont cependant meilleurs que ceux de la période entière. Dans celle-ci, le modèle propose des valeurs moyennes positives et crédibles dans les limites tolérées par la théorie, malgré des écarts-types généralement élevés. Ceci peut être causé par la plus grande stabilité au niveau de la croissance du PIB entre 1981 et 1996. Pour la période 1997 à 2014, les résultats moyens de la variable  $\gamma^*$  ne sont pas pertinents ce qui laisse supposer une différence intrinsèque dans les fondements économiques de cette sous-période comparativement à celle de 1981-1996 que le modèle ne parvient pas à capter.

**Tableau 6.6 : Cycle économique avec actifs risqué et sans risque: Équations 2.22, 2.23 et 3.10**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$Y_0$	0.15	-3.20	0.93	-3.05	-2.49	-0.64	-0.58	-0.60	-25.01
SD	(0.49)	(3.94)	(1.02)	(3.96)	(3.03)	(0.59)	(0.59)	(0.53)	(43.48)
$Y_1$	46.78	462.40	-555.30	440.16	360.34	77.75	90.67	73.10	3730.38
SD	(67.27)	(592.60)	(134.89)	(595.60)	(447.69)	(86.44)	(86.17)	(77.81)	(6952.7)
$J_T$	9.27	15.28	9.84	15.27	24.27	32.57	47.44	38.03	17.06
$P$	0.1589	0.0041	0.1312	0.0182	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0294
$\gamma^*$	0.44	-0.39	-2.44	-0.38	-0.30	-0.17	-0.03	-0.15	-2.34
SD	(0.24)	(2.44)	(2.93)	(2.32)	(1.90)	(0.41)	(0.48)	(0.38)	(19.68)
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$Y_0$	0.74	-23.45		-0.046	0.03	0.0006	0.19	0.47	0.60
SD	(0.70)	(25.07)		(1.94)	(1.41)	(0.70)	(0.56)	(0.40)	(0.83)
$Y_1$	263.98*	6321.22		387.03	273.17	282.10	252.3*	180.2*	156.79
SD	(128.66)	(7218.2)		(431.0)	(316.9)	(145.2)	(117.6)	(91.36)	(198.75)
$J_T$	9.60	7.67		10.56	10.55	10.92	12.25	15.37	16.86
$P$	0.1424	0.1045		0.1029	0.1033	0.0907	0.2687	0.0522	0.0316
$\gamma^*$	2.08	8.59		1.91	1.41	1.43	1.47	1.38	1.40
SD	(1.75)	(42.07)		(2.57)	(1.82)	(1.88)	(1.68)	(1.20)	(1.04)
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$Y_0$	-5.08*	-11.72	-5.30*	-10.35*	-14.73*	-8.12*	-9.87*	-8.77*	-10.59*
SD	(2.56)	(6.05)	(2.23)	(5.12)	(6.83)	(3.81)	(2.70)	(3.90)	(3.43)
$Y_1$	543.38	1434.8	571.12	1260.6	1826.36	931.8	1168*	1029.1	1264.7*
SD	(336.7)	(820.3)	(292.9)	(696.2)	(954.0)	(520.1)	(354.3)	(536.3)	(450.5)
$J_T$	4.64	7.702	5.41	8.95	12.80	10.16	15.60	11.42	10.93
$P$	0.5908	0.1031	0.4923	0.1762	0.0463	0.1184	0.1117	0.1788	0.2055
$\gamma^*$	-1.30	-1.74	-1.33	-1.58	-2.03	-1.64	-1.75	-1.61	-1.79
SD	(1.89)	(5.00)	(1.99)	(4.39)	(6.37)	(3.25)	(4.07)	(3.59)	(4.41)

**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Le rendement est celui de l'actif risqué (TSX). La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services. L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

Cette modélisation sous-entend pour toutes les périodes que l'agent évalue uniquement la variation du PIB de la période précédente et qu'il répète ce processus indéfiniment. Une analyse alternative serait qu'il garde en

mémoire les variations des périodes passées afin d'en inférer une moyenne mobile et ainsi permettre un effet plus durable de l'information.

### 6.2.3 Cycle économique et effets durables

En utilisant une moyenne mobile de trois trimestres,  $\gamma_t^* = \gamma_0 + \gamma_1 \left( \frac{(\Delta PIB_t + \Delta PIB_{t-1} + \Delta PIB_{t-2})}{3} \right)$ , il est possible de capter l'effet des variations passées dans le PIB et d'avoir un modèle possiblement plus réaliste du comportement de l'agent. Ces résultats sont exprimés au tableau 6.7. Pour la période complète 1981-2014, la liste C apporte de la substance avec un coefficient  $\gamma^*$  positif contrairement aux autres listes d'instruments. Bien que généralement significatives à un seuil de 5%, les valeurs prises par les coefficients  $\gamma_0$  et  $\gamma_1$  ne permettent pas de créer des variables synthétiques  $\gamma^*$  pertinentes. Le test de Hansen rejette les instruments cinq fois sur neuf. Les résultats sont similaires à ceux du tableau 6.6 lorsqu'il est question de la sous-période 1981-1996. Pour le degré d'aversion, on retrouve des valeurs positives entre 0.27 et 2.40 malgré des écarts-types généralement élevés. Toujours pour cette sous-période, la moyenne mobile semble amoindrir le degré d'aversion de l'agent comparativement aux résultats du tableau 6.6, ces derniers étant 1.38 et 8.59. Suivre sur plus qu'un trimestre les variations du PIB semble avoir un effet atténuant au niveau de l'agent. Similairement, la sous-période de 1997-2014 obtient des résultats décevants et le modèle se trouve mal spécifié par sept des neuf listes d'instruments utilisées.

**Tableau 6.7: Cycles durables avec actifs risqué et sans risque : Équations 2.2, 2.23 et 3.12**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\gamma_0$	-0.94	-7.23*	0.36	-4.20*	-6.55*	-3.93*	-6.41*	-3.41*	-2.97*
SD	(1.33)	(3.64)	(1.34)	(1.66)	(1.97)	(1.56)	(1.89)	(1.21)	(1.04)
$\gamma_1$	118.12	1034.71*	18.12	581.87*	908.79*	530.62*	889.78*	470.25*	413.77*
SD	175.64	526.42	163.54	225.78	272.57	210.74	264.15	167.54	141.89
$J_T$	9.18	9.15	9.92	11.41	13.54	14.67	20.59	21.28	21.58
P	0.16	0.06	0.13	0.08	0.04	0.03	0.02	0.01	0.01
$\gamma^*$	-0.21	-5.10	0.40	-3.00	-4.68	-2.84	-0.95	-2.45	-2.12
SD	0.41	1.81	0.03	1.02	1.59	0.93	3.09	0.82	0.72
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\gamma_0$	-0.96	-1.37	2.56	-0.21	-0.16	-0.15	0.03	-0.06	-0.18
SD	(0.81)	(1.27)	(2.98)	(0.65)	(0.70)	(0.47)	(0.39)	(0.37)	(0.56)
$\gamma_1$	405.6*	520.32*	-90.65	277.6*	250.44*	262.7*	146.8*	265.50	320.7*

SD	(125.2)	(221)	(322)	(110.2)	(123.2)	(79.90)	(70.91)	(68.50)	(101.44)
$J_T$	8.92	7.83	12.13	13.48	12.04	13.55	15.12	17.40	17.78
$P$	0.18	0.10	0.06	0.04	0.06	0.04	0.13	0.03	0.02
$\gamma^*$	-0.25	-0.46	2.40	0.27	0.28	0.31	0.29	0.41	0.38
SD	(0.90)	(1.16)	(0.20)	(0.62)	(0.56)	(0.59)	(0.33)	(0.59)	(0.72)
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\gamma_0$	-3.64*	-6.17*	-4.43*	-5.08*	-4.59*	-4.98*	-5.73*	-5.01*	-6.33*
SD	(0.90)	(1.15)	(0.88)	(0.82)	(1.00)	(1.03)	(0.76)	(0.99)	(0.90)
$\gamma_1$	381.5*	707.5*	487.9*	559.38*	514.41*	549.04*	675.29*	547.06*	731.39*
SD	(124.7)	(148.5)	(116)	(103.5)	(135.3)	(137.8)	(96.12)	(132.1)	(113.15)
$J_T$	6.28	12.99	6.34	16.61	23.70	16.26	22.89	18.88	18.39
$P$	0.39	0.01	0.39	0.01	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02
$\gamma^*$	-2.75	-4.53	-3.30	-3.78	-3.40	-3.70	-1.16	-3.75	-4.63
SD	(0.44)	(0.82)	(0.57)	(0.65)	(0.60)	(0.64)	(0.79)	(0.64)	(0.58)

**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Le rendement est celui de l'actif risqué (TSX). La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services. L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

Il semble y avoir un léger lien entre la variation dans la production intérieure brute au Canada et le degré d'aversion au risque d'un agent, du moins entre 1981 et 1996. De plus lorsqu'on suppose que l'agent garde en mémoire les variations dans le PIB sur plus d'une période précédente, le modèle affiche un degré d'aversion plus faible. Ceci peut être expliqué par l'effet rassurant du lissage de la variation du PIB pour l'agent. Mentionnons que la formulation CRRA du tableau 6.4 avait aussi reproduit des coefficients positifs d'aversion pour le risque pour cette sous-période, mais la statistique  $J$  rejetait le modèle pour toutes les listes d'instruments, ce qui n'est pas le cas ici. La décevante performance de ce dernier modèle vient donc surtout de la période post 1997. Il semble y avoir une difficulté supplémentaire à capter l'aversion pour le risque dans cette seconde sous-période que nos caractérisations inspirées de Gordon et St-Amour (2000) n'arrivent pas à surmonter totalement. C'est pourquoi d'autres spécifications sont analysées dans ce qui suit.

### 6.3 Résultats de la formulation avec habitudes dans la consommation

Le tableau 6.8 analyse une extension de la forme CRRA incluant la possibilité que la consommation de la période précédente soit substitut ou complément de la consommation courante tel que représenté par l'utilité

$U(C_t) = \frac{(C_t - \theta C_{t-1})^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ . La variable  $\theta$  détermine la complémentarité ou la substituabilité de la consommation à la période  $t$  sur la période  $t-1$ .

Le tableau 6.8 explicite les résultats pour cette spécification. Les valeurs prises par le paramètre  $\theta$  sont en totalité très petites, mais positives sur la période entière. Par contre, le paramètre d'aversion n'est pas significatif et est négatif. La spécification est rejetée par le test de Hansen ce qui fait douter de la qualité de ce modèle plus complexe. Entre 1981 et 1996, les listes C et I affichent de bons résultats ainsi que les signes attendus pour les niveaux d'aversion: 0.62 et 0.03, bien que ces derniers ne soient pas rapprochés. La complémentarité de la consommation est présente entre 1981 et 1996, bien que faible. Ceci laisse présager, pour cette sous-période, que la consommation de la période précédente a encore un effet sur la période actuelle. Entre 1997 et 2014, cinq listes d'instruments affichent des coefficients d'aversion crédibles contrairement aux résultats rapportés au tableau 6.4 pour la forme CRRA. La contrepartie est une substituabilité dans la consommation entre deux périodes et un rejet presque systématique de la spécification par le test de Hansen. Il semble donc difficile de juxtaposer une aversion positive et des habitudes dans la consommation.

**Tableau 6.8 : Habitudes dans la consommation actif risqué et actif sans risque : Équations 2.2, 2.23 et 3.15**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\Theta$	0.0004	0.0000	-0.0004	0.0000		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
SD	(0.002)	(0.00)	(0.002)	(0.00)		(0.00)	(0.0001)	(0.00)	(0.00)
$\gamma$	-0.15	-1.19	0.65	-1.11		-1.01	-0.41	-1.12	-0.90*
SD	(0.59)	(0.91)	(0.66)	(0.84)		(0.69)	(0.35)	(0.69)	(0.42)
$J_T$	9.23	27.07	9.85	27.87		29.23	49.05	32.86	35.22
$P$	0.1610	0.0000	0.1309	0.0001		0.0001	0.0000	0.0001	0.0000
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\Theta$	0.001	0.0004	0.0052*	0.0009	0.003	0.001	0.003	0.002	0.004
SD	(0.005)	(0.001)	(0.001)	(0.002)	(0.004)	(0.0002)	(0.003)	(0.003)	(0.003)
$\gamma$	-0.18	-0.31	0.62	-0.20	-0.03	-0.18	-0.02	-0.13	0.03
SD	(0.23)	(0.31)	(0.42)	(0.28)	(0.24)	(0.25)	(0.20)	(0.23)	(0.17)
$J_T$	9.40	7.05	11.02	9.41	8.54	9.29	10.81	11.38	12.19
$P$	0.1519	0.1331	0.0876	0.1519	0.2010	0.1576	0.3721	0.1810	0.1430

Période : 1997 : 1 - 2014 : 4								
$\Theta$	0.0000	-0.02	0.0000	-0.008	-0.01*	-0.009*	-0.0001	-0.01*
SD	(0.00)	(0.013)	(0.00)	(0.005)	(0.002)	(0.002)	(0.0001)	(0.002)
$\gamma$	-0.67	3.65	-0.72	1.09	1.44*	1.13*	-0.26	1.38*
SD	(1.31)	(3.38)	(1.32)	(1.25)	(0.61)	(0.50)	(0.73)	(0.62)
$J_T$	8.83	10.64	11.31	31.22	27.07	31.88	32.73	28.01
$P$	0.1829	0.0309	0.0793	0.0000	0.0000	0.0004	0.0001	0.0005

**Notes** : Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Les rendements sont celui de l'actif risqué (TSX) et celui des bons du trésor canadien à 3 mois. La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services (CNDS). L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

Le tableau 6.9 indique aussi que l'hypothèse nulle d'absence de persistance ( $\theta=0$ ) dans les habitudes de consommation n'est généralement pas rejetée avec un test de Wald. Cette spécification ne performe donc pas mieux en général que la forme CRRA des préférences.

**Tableau 6.9: Test de Wald sur les modèles emboîtés Habitudes dans la consommation ( $\theta=0$ )**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
Chi2	0.07	0.01	0.03	0.02		0.03	0.12	0.02	0.07
$P$	0.7955	0.9039	0.8607	0.8949		0.8727	0.7330	0.8745	0.7922
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
Chi2	0.32	0.14	22.48	0.20	0.67	0.27	1.07	0.37	2.46
$P$	0.5743	0.7038	0.0000	0.6575	0.4114	0.6011	0.3004	0.5455	0.1165
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
Chi2	0.00	1.67	0.00	2.64	17.25		19.95	0.01	16.05
$P$	0.9700	0.1961	0.9659	0.1045	0.0000		0.0000	0.9133	0.0001

**Note** :  $P$  représente la p-value.

Certaines alternatives plus complexes pour la persistance des habitudes auraient pu être analysées, mais nous avons préféré nous tourner vers une alternative différente qui a reçu beaucoup d'intérêt dans la littérature, soit celle de l'utilité non-séparable d'*Epstein et Zin (1991)*.

## 6.4 Résultats de l'utilité non-séparable et introduction de l'immobilier

Cette dernière spécification permet de séparer le coefficient d'aversion au risque de l'élasticité de substitution intertemporelle. Cette spécification fait intervenir le rendement sur la richesse de l'agent. Comme mentionné au chapitre 1, il est possible d'exprimer la richesse d'un agent sous différentes formes, principalement avec le rendement de ses actifs financiers risqués ou par les fluctuations de ses biens immobiliers. Les résultats de cette section sont obtenus avec des modèles tenant en compte l'actif risqué et celui sans risque afin d'incorporer la prime de risque, comme dans les cas précédents.

Un rendement sur le marché boursier est habituellement utilisé comme rendement sur la richesse de l'individu type lors d'estimations avec ce modèle. Le tableau 6.10 présente les résultats avec le rendement du TSX comme proxy du rendement de la richesse. Les problèmes au niveau de la convergence sont assez importants surtout pour les premières années de la période. Entre 1981 et 2014 uniquement la liste A affiche des valeurs pertinentes. On constate une aversion au risque positive de 0.52 et une élasticité de substitution intertemporelle ( $1/\sigma$ ) de 2.

La première sous-période affiche de meilleurs résultats comparativement à la seconde. De 1981 à 1996, cinq des six listes affichent une valeur crédible au niveau de l'aversion au risque, mais seulement la liste B réussit le test de Hansen. Les résultats de 1997 à 2014 sont insignifiants tant au niveau de l'élasticité de substitution intertemporelle de la consommation que de l'aversion au risque.

**Tableau 6.10 : Utilité non-séparable et rendement du TSX comme rendement de la richesse :  
Équations 2.2, 2.23 et 3.18**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$	0.50	-1.37		-1.26	-0.68	-1.21	-0.71		-0.88
SD	(0.17)	(0.57)		(0.54)	(0.47)	(0.46)	(0.30)		(0.33)
$\gamma$	0.52	-8.81		-8.21	-3.72	-6.92	-3.65		-4.63
SD	(0.17)	(1.53)		(1.41)	(0.85)	(1.12)	(0.63)		(0.78)
$J_T$	9.78	16.68		17.12	28.92	16.79	37.50		23.69
$P$	0.1343	0.0022		0.0088	0.0001	0.0101	0.0000		0.0026
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\sigma$	1.44*	0.46		1.04*		1.18*		1.13*	0.90*
SD	(0.49)	(0.71)		(0.24)		(0.24)		(0.21)	(0.22)

Y	1.79*	-2.04		1.06*		1.18*		1.20*	0.78
SD	(0.87)	(3.78)		(0.34)		(0.25)		(0.33)	(0.46)
$J_T$	14.64	7.39		17.77		17.54		18.57	17.31
P	0.0232	0.1167		0.0068		0.0075		0.0173	0.0270
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$	-1.76*	-2.16*	-1.09*	-1.97*	-1.27*	-1.88*	-1.09*	-1.68*	-1.85*
SD	(0.39)	(0.63)	(0.20)	(0.58)	(0.34)	(0.40)	(0.23)	(0.35)	(0.48)
Y	-5.53*	-9.36*	-1.67*	-9.30*	-4.44*	-7.40*	-3.68*	-6.85*	-9.33*
SD	(0.64)	(0.34)	(0.24)	(1.31)	(0.62)	(0.93)	(0.45)	(0.84)	(1.27)
$J_T$	8.78	11.76	9.18	13.98	22.80	12.01	28.69	15.51	15.57
P	0.1862	0.0192	0.1638	0.0299	0.0009	0.0616	0.0014	0.0499	0.0489

**Notes** : Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Le rendement est celui de l'actif risqué (TSX). La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services (CNDS). L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

La spécification imaginée par *Epstein et Zin (1991)* rapporte des valeurs crédibles pour les variables d'intérêts lorsque le rendement de l'indice composite du TSX est utilisé comme déterminant de la richesse jusqu'à 1996. Il est possible d'améliorer le modèle en modifiant la définition du rendement de la richesse. Le tableau 6.11 utilise le rendement de l'immobilier à la place de l'indice composite du TSX. Cette modification s'apprécie au niveau des résultats sur la période entière et entre 1981 et 1996. Alors qu'avec le TSX une liste seulement n'est pas rejetée par le test de Hansen pour la période entière, quatre listes sont dans cette situation favorable avec le rendement sur le marché immobilier. L'élasticité de substitution intertemporelle varie entre 1.2 et 3 sur la période complète et est généralement sous la valeur unitaire entre 1981 et 1996. Comparativement au tableau 6.4 de la spécification CRRA, cette présente modélisation donne des coefficients d'aversion positifs et significatifs tout en permettant de séparer l'élasticité de substitution intertemporelle de ce paramètre.

Entre 1997 et 2014, les résultats sont inutilisables. Il est possible que la crise immobilière de 2008, causant des distorsions sur le marché immobilier, empêche le modèle de produire des résultats pertinents. Seules les listes E et G ont mené à une convergence et à des résultats similaires, mais non significatifs. Encore une fois, le modèle performe difficilement entre 1997 et 2014.

**Tableau 6.11 : Utilité non-séparable et rendement de l'immobilier comme rendement de la richesse : Équations 2.2, 2.23 et 3.18**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$	0.51*	0.79	0.51*	0.77	0.53	0.70	0.32	0.47	0.41
SD	(0.18)	(0.54)	(0.18)	(0.52)	(0.44)	(0.52)	(0.31)	(0.50)	(0.43)
$\gamma$	0.45*	0.50	0.51*	0.45	0.11	0.31	0.0011	-0.113	-0.12
SD	(0.20)	(1.17)	(0.19)	(1.09)	(0.67)	(1.04)	(0.36)	(0.83)	(0.63)
$J_T$	8.97	3.99	9.93	9.81	13.54	9.25	22.81	16.97	18.38
$P$	0.1749	0.0405	0.1274	0.1326	0.0352	0.1599	0.0115	0.0304	0.0185
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\sigma$	1.63*	1.37	1.65*	1.19*	1.29*	1.08*	1.33*	0.95*	0.93*
SD	(0.43)	(0.88)	(0.58)	(0.65)	(0.65)	(0.56)	(0.42)	(0.56)	(0.51)
$\gamma$	1.79*	1.86	1.78*	1.36	1.55	1.14	1.47*	0.91	0.89
SD	(0.56)	(2.23)	(0.63)	(1.22)	(1.30)	(1.20)	(0.63)	(0.94)	(0.83)
$J_T$	9.66	7.82	13.20	8.23	4.98	7.58	10.85	8.57	9.55
$P$	0.1397	0.0982	0.0400	0.2214	0.5456	0.2702	0.3688	0.3793	0.2979
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$					-0.21		-0.22		
SD					(0.25)		(0.19)		
$\gamma$					-0.59*		-0.53*		
SD					(0.26)		(0.21)		
$J_T$					20.96		28.96		
$P$					0.0019		0.0013		

**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Le rendement est celui de l'actif risqué (TSX). La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services (CNDS). L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%. La variable  $\gamma$  représente le coefficient relatif d'aversion pour le risque.

En faisant une moyenne simple entre le rendement de l'actif risqué et celui de l'immobilier afin de représenter le rendement de la richesse, il est possible d'avoir une meilleure représentation de la réalité étant donné qu'un individu possède généralement une partie de sa richesse sur les marchés financiers et sur la valeur de son habitation. Ces résultats sont exprimés dans le tableau 6.12 et sont similaires à ceux du tableau 6.11 surtout pour ceux entre 1981 et 1996. On note encore une fois des coefficients d'aversion supérieurs à l'unité à la première sous-période et des valeurs sous l'unité sur la période entière. Entre 1997 et 2014, le modèle ne parvient pas à afficher des valeurs positives au sujet de l'aversion au risque, mais les listes B, E, H et I

permettent une élasticité de substitution intertemporelle de la consommation supérieure à 3. Le test de Hansen rejette toutes les listes sauf la A et la C.

**Tableau 6.12 : Utilité non-séparable: pondération TSX et immobilier comme déterminant de la richesse : Équations 2.2, 2.23 et 3.18**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$		0.75	0.37	0.77		0.69	0.77	0.48	0.56
SD		(0.86)	(0.21)	(0.85)		(0.73)	(0.71)	(0.42)	(0.43)
$\gamma$		0.23	0.43*	0.31		0.11	0.32	0.03	0.14
SD		(2.58)	(0.18)	(2.51)		(2.03)	(2.01)	(0.76)	(0.81)
$J_T$		14.02	9.97	13.86		13.20	22.43	20.13	20.56
$P$		0.0072	0.1258	0.0312		0.0399	0.0130	0.0099	0.0084
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\sigma$	1.80*		1.75*	1.96	1.88	1.71	1.07*	1.47*	1.43*
SD	(0.47)		(0.47)	(1.11)	(1.05)	(0.88)	(0.32)	(0.56)	(0.51)
$\gamma$	1.89*		1.47*	3.93	3.35	2.58	1.06*	1.84	1.73*
SD	(0.53)		(0.46)	(3.66)	(3.02)	(2.08)	(0.28)	(1.01)	(0.86)
$J_T$	11.63		13.53	8.85	6.70	8.24	17.74	10.21	11.87
$P$	0.0706		0.0353	0.1818	0.3493	0.2212	0.0595	0.2504	0.1571
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$	-0.30	0.16	-0.85*	-0.18	0.33	-0.35	-0.19	0.03	0.19
SD	(0.64)	(0.4)	(0.21)	(0.28)	(0.34)	(0.25)	(0.190)	(0.220)	(0.23)
$\gamma$	-2.34	-0.59	-1.004*	-0.59	-0.11	-0.65*	-0.42*	-0.24	-0.15
SD	(1.42)	(0.78)	(0.20)	(0.34)	(0.54)	(0.28)	(0.21)	(0.27)	(0.32)
$J_T$	9.65	11.82	12.62	22.51	18.97	23.41	33.93	24.09	22.48
$P$	0.1402	0.0187	0.0500	0.0010	0.0042	0.0007	0.0002	0.0022	0.0041

**Notes :** Période d'estimation : T1 1981 – T4 2014. Les listes A à I réfèrent à celles des instruments indiquées dans le texte. La statistique  $p$  réfère au niveau de significativité de  $J_T$ , SD représente l'écart-type. Le rendement est celui de l'actif risqué (TSX). La définition de la consommation est celle incluant les biens non-durables ainsi que les services (CNDS). L'astérisque signifie une significativité à un seuil de 5%.

À la lumière de ces résultats, nous constatons qu'utiliser une modélisation supposant une utilité non-séparable ainsi qu'introduire une latitude dans la définition de la richesse permet d'obtenir de bons résultats pour la période entière et surtout entre 1981 et 1996. Il est cependant difficile de capter les mouvements entre 1997 et 2014 malgré cette modélisation plus complexe. La variation de la richesse immobilière semble jouer un rôle

dans la détermination du programme de consommation de l'agent et de ses choix d'épargne, mais la complexité des dernières années échappe encore une fois à ce modèle. Il semblerait que la plus récente crise financière ait eu un impact sur le comportement des individus que les modélisations standards des préférences (et les quelques extensions que nous avons considérées) ont de la difficulté à reproduire.

## Conclusion

En définitive, nos résultats sont similaires à ceux mentionnés dans les recherches plus récentes comme *Samson et Armstrong (2007)* lorsqu'une fonction d'utilité de type CRRA est utilisée. Cette formulation génère des résultats concluants lorsque la condition d'arbitrage au niveau des actifs financiers est exclue, mais perd en puissance lorsque l'agent fait face à la prime de risque. Nos résultats mettent ainsi en évidence l'énigme de la prime de risque, c'est ce qui était attendu. Notre modélisation introduisant une variable dichotomique afin de séparer les ralentissements économiques de la croissance parvient difficilement à donner des résultats crédibles, surtout pour les années récentes. Il serait cependant possible, dans des recherches futures, d'affiner la méthode de détermination des états de la nature afin d'obtenir, possiblement, de meilleurs résultats. Lorsque l'aversion au risque est liée aux fluctuations du PIB, nous obtenons entre 1981 et 1996 des résultats similaires à ceux obtenus par la CRRA et de loin préférables à ceux utilisant une variable dichotomique séparant les états de la nature. L'ajout d'une moyenne mobile permettant la prise en compte des effets durables offre des résultats similaires à ceux de sa forme plus simple, mais sous-entend, pour l'agent, un niveau moyen d'aversion au risque plus faible. Le fait de garder en mémoire les variations passées du PIB semble amoindrir le degré d'aversion au risque de l'agent.

L'extension de la CRRA incorporant les habitudes dans la consommation apporte des résultats mitigés, mais laisse supposer qu'entre 1981 et 1996 la consommation d'un agent entre deux périodes était complémentaire, contrairement à la période allant de 1997 à 2014. Le modèle ne parvient cependant pas à rejeter le test de significativité et nous supposons que cette forme proposée par *Constantinides (1990)* ne performe pas mieux que la classique CRRA au niveau de la caractérisation de la fonction d'utilité de l'agent. En modifiant notre vision de l'utilité, c'est-à-dire en utilisant une utilité non-séparable, les résultats significatifs apparaissent uniquement lorsque l'immobilier est introduit dans le TMSI. Les résultats sont décevants lorsque le rendement de l'actif risqué est simplement pris en compte. Il est ainsi possible d'obtenir de bons coefficients d'aversion au risque pour la période entière et la première sous-période. Ceci vient renforcer l'idée que la richesse immobilière joue un rôle dans le programme de l'agent et qu'elle devrait davantage être intégrée dans les modèles d'évaluations des actifs financiers basés sur la consommation.

Les présents résultats permettent cependant de remettre en question les simplifications liées au paradigme de l'agent représentatif, grandement utilisé en macroéconomie, ainsi que les suppositions faites au niveau des alternatives d'investissements proposées à cet agent. Il est fort possible que ces modélisations datant de la fin des années 70 captent difficilement la réalité économique actuelle et surtout la vitesse de réaction des

fondamentaux économiques suite à un choc. En effet, nos nombreux modèles ne parviennent pas à résoudre l'énigme de la prime de risque entre 1997 et 2014, la crise de 2007 en étant certainement la principale responsable. Il est certain que cette crise possède en elle des caractéristiques intrinsèques différentes des précédentes affectant d'une façon imprévue les variables macroéconomiques et que ces modèles de long terme captent difficilement ces subtilités. Il est aussi possible que la mesure, par les économistes du comportement, du degré d'aversion au risque d'un agent ne soit pas exempte de défauts et que cette mesure s'introduise difficilement dans un cadre macroéconomique d'équilibre partiel.

L'approche théorique d'économie fermée utilisée limite les possibilités d'épargnes de l'agent alors qu'en réalité, lorsqu'un individu détermine une stratégie d'investissement à l'aide d'un fond commun de placement par exemple, une partie de son actif est généralement composée de titres internationaux. Cependant, afin de garder le cadre proposé par *Mehra et Prescott (1985)* cette approche ne pouvait se réaliser. D'origine extérieure au Canada, il est possible que la crise de 2007 soit difficilement captée par des modèles classiques d'évaluation d'actifs opérant dans un cadre national.

En utilisant une caractérisation similaire à celle de *Epstein et Zin (1991)* prenant en compte la richesse immobilière il serait nécessaire, afin d'obtenir un problème d'optimisation pour l'agent plus proche de la réalité, d'intégrer les coûts de transactions. La prise en compte de ces coûts est une nécessité difficilement mesurable. Une approche possible, mais imparfaite, serait d'utiliser le spread sur certains titres financiers. Ce dernier capte difficilement les coûts en repondérations de portefeuille, fréquents et généralement imprévisibles. De plus, notre modèle ne suppose aucune contrainte de liquidité et parvenir à modéliser cette réalité, particulièrement importante lors d'une crise financière, permettrait de bonifier la présente caractérisation de l'évaluation des actifs. Ceci nécessiterait cependant la définition d'un taux d'emprunt différent du taux de placement et l'introduction d'un plafond d'endettement. Ces alternatives ont le désavantage de grandement complexifier la modélisation.

Les défis sont grands avant de parvenir à une caractérisation des préférences et à un programme d'optimisation pour l'agent permettant de résoudre, depuis le début des années 2000, l'énigme de la prime de risque. Les résultats obtenus dans ce mémoire permettent cependant de diriger des recherches futures vers des résultats que nous espérons plus robustes.

## Bibliographie

Abel, A.B. (1990) Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses, *American Economic Review*, vol. 80, pp.38-42.

Arrow, K. J. (1971) *Essays in the theory of risk-bearing*, Amsterdam : North Holland Pub. Co., 278 pages

Breeden, D. T. (1979) An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities, *Journal of Financial Economics*, vol. 7, pp. 265-296.

Campbell, J. Y., Lo, A. W. et MacKinlay, A. C. (1997) *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton : Princeton University Press, 611 pages.

Case, K., Quigley, J. et Shillet, R. (2005) Comparing wealth effects : The stock market versus the housing market, *Advances in Macroeconomics*, vol. 5, article 1.

Constantinides, G. M. (1990) Habit formation : a resolution of the equity premium puzzle, *Journal of Political Economy*, vol. 98, pp. 519-543.

Constantinides, G. M. et Ferson, W. (1991) Habit persistence and durability in aggregate consumption, *Journal of Financial Economics*, vol. 29, pp. 199-240.

Epstein, L. G. et Zin, E. S. (1989) Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns : A Theoretical Framework, *Econometrica*, vol. 57, pp. 937-969.

Epstein, L. G. et Zin, E. S. (1991) Substitution, risk and asset returns : an empirical analysis, *Journal of Political Economy*, vol. 99, pp. 263-286.

Friedman, M. (1957) *A theory of the consumption function*, Princeton : Princeton University Press, 258 pages.

Friend, I. et Blume, M. E. (1975) The Demand for Risky Assets, *The American Economic Review*, vol. 65, pp. 900-922.

Gordon, S. et Samson, L. (2002) Comparing consumption-based asset-pricing models, *Canadian Journal of Economics*, vol. 35, pp. 586-610.

Gordon, S., Samson, L. et Carmichael, B. (1996) Bayesian Estimation of Stochastic Discount Factors, *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 14, pp. 412-420.

Gordon, S. et St-Amour, P. (2000) A Preference Regime Model of Bull and Bear Markets, *The American Economic Review*, vol. 90, pp. 1019-1033.

Hansen, L. P. (1982) Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators, *Econometrica*, vol. 50, pp. 1029-1054.

Hansen, L. P. et Singleton, K. J. (1982) Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models, *Econometrica*, vol. 50, pp. 1269-1286.

- Heaton, J. (1995) An empirical investigation of asset pricing with temporally dependent preference specifications, *Econometrica*, vol. 63, pp. 681-717.
- Lucas Jr, R. E. (1978) Asset price in an exchange economy, *Econometrica*, vol. 46, 1429-1445.
- Lucas Jr, R. E. (1987) *Models of business cycles*, New York : B. Blackwell, 120 pages.
- Mehra, R. et Prescott, E. (1985) The equity premium : a puzzle, *Journal of Monetary Economics*, vol. 15, pp. 145-161.
- Melino, A. et Yang A. X. (2003) State-dependent preferences can explain the equity premium puzzle, *Review of Economic Dynamics*, vol. 6, pp. 806-830.
- Phang, S. (2004) House prices and aggregate consumption : do they move together? Evidence from Singapore, *Journal of Housing Economics*, vol. 13, pp. 101-119.
- Romer, D. (2012) *Advanced macroeconomics*, New York : The McGraw-Hill Companies 4<sup>e</sup> édition, 716 pages.
- Samson, L. et Armstrong, M. (2007) Preferences and observed risk premia : an empirical analysis, *Applied Economics Letters*, vol. 14, pp. 435-439.
- Slacalek, J. (2009) What drive personal consumption? The role of housing and financial wealth, *The B.E. Journal of Macroeconomics*, vol. 9, article 37.
- Verbeek, M. (2012) *A guide to modern econometric*, Chichester : John Wiley & Sons Ltd 4<sup>e</sup> édition, 497 pages.
- Watcher, J. A. (2005) A consumption-based model of the term structure of interest rates, *Journal of Financial Economics*, vol. 79, pp. 365-399.
- Weil, P. (1990) Nonexpected utility in macroeconomics, *Quarterly Journal of Economics*, vol.105, pp. 29-42.

## Annexe A

### Tableaux des résultats sous-entendant la consommation des biens non-durables (CND) seulement

#### A.1 Résultats de la forme CRRA

**Tableau AA.1 : CRRA avec actif risqué seulement (CND) : Équation 3.5**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
<i>Y</i>	-0,42	7,01*	7,40	7,29*	7,51*	5,99	6,96*	6,56*	6,55*
<i>SD</i>	(5,09)	(3,01)	(5,48)	(2,97)	(3,09)	(3,13)	(2,57)	(3,19)	(3,18)
<i>J<sub>T</sub></i>	9,25	0,11	6,51	0,70	0,87	2,90	3,35	4,82	4,83
<i>P</i>	0,0262	0,9448	0,0895	0,8739	0,8337	0,4075	0,6464	0,3064	0,3056
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
<i>Y</i>	-16,25	5,89*	-4,21	5,73*	2,77	5,03	3,80	4,77	4,88
<i>SD</i>	(13,10)	(2,83)	(5,57)	(2,80)	(2,53)	(3,12)	(2,25)	(3,09)	(3,08)
<i>J<sub>T</sub></i>	0,88	1,05	11,91	1,87	3,67	2,38	5,50	3,34	3,30
<i>P</i>	0,8304	0,5926	0,0077	0,5992	0,2990	0,4976	0,3576	0,5024	0,5087
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
<i>Y</i>	2,74	2,28	5,10	3,32	8,96	3,84	8,67	5,16	6,13
<i>SD</i>	(4,58)	(4,58)	(5,10)	(4,54)	(5,35)	(5,09)	(5,16)	(5,01)	(5,08)
<i>J<sub>T</sub></i>	1,33	3,82	2,06	6,14	5,81	6,27	8,38	6,73	5,85
<i>P</i>	0,7211	0,1479	0,5593	0,1049	0,1211	0,0993	0,1364	0,1511	0,2109

**Tableau AA.2 : CRRA avec actif risqué et actif sans risque (CND) : Équations 3.5 et 3.6**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
Y	1,10	-1,67*	0,44	-1,50*	-1,34*	-1,52*	-0,91*	-1,66*	-1,72*
SD	(0,79)	(0,48)	(0,43)	(0,41)	(0,40)	(0,45)	(0,30)	(0,46)	(0,45)
$J_T$	9,90	21,84	16,63	23,38	31,40	23,18	44,04	32,85	31,11
P	0,1941	0,0006	0,0200	0,0015	0,0001	0,0016	0,0000	0,0001	0,0003
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
Y	-6,12	-0,51	-1,25	-0,47	-0,64*	-0,47	-0,42	-0,10	0,15
SD	(5,10)	(0,35)	(0,67)	(0,28)	(0,32)	(0,30)	(0,26)	(0,26)	(0,28)
$J_T$	9,32	38,28	25,74	38,99	34,18	39,27	41,21	43,81	42,23
P	0,2308	0,0000	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
Y	-1,54*	-0,55	-1,86*	-0,87*	-0,20	-0,95*	-0,12	-0,37	-0,26
SD	(0,58)	(0,32)	(0,63)	(0,37)	(0,25)	(0,43)	(0,24)	(0,27)	(0,26)
$J_T$	4,82	24,65	5,61	23,40	34,37	22,89	38,31	31,02	32,92
P	0,6825	0,0002	0,5865	0,0015	0,0000	0,0018	0,0001	0,0003	0,0001

## A.2 Aversion pour le risque et cycle économique

### A.2.1 Variable dichotomique

**Tableau AA.3 : Variable dichotomique, actifs risqué et sans risque : Équations 2.22, 2.23 et 3.8**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
Y <sub>0</sub>	1.59	0.39	0.28	-0.04	0.48	-0.43	0.07	-0.04	0.02
SD	(1.09)	(1.36)	(0.41)	(0.57)	(0.54)	(0.46)	(0.36)	(0.67)	(0.91)
Y <sub>1</sub>	-0.98	-7.02*	-1.76	-5.46*	-5.14*	-3.14*	-2.58*	-8.70*	-10.16*
SD	(0.94)	(3.22)	(1.09)	(1.97)	(1.73)	(1.30)	(0.92)	(2.36)	(3.01)
$J_T$	9.03	10.68	15.43	12.23	15.17	19.67	40.66	20.25	21.79
P	0.1715	0.0304	0.0171	0.0570	0.0190	0.0032	0.0000	0.0094	0.0053
Y <sup>*</sup> <sub>ré</sub>	0.61	-6.63	-1.48	-5.50	-4.66	-3.57	-2.51	-8.74	-10.14

$Y^*_{exp}$	1.59	0.39	0.28	-0.04	0.48	-0.43	0.07	-0.04	0.02	
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4										
$Y_0$		-0.51	0.79	0.51	0.88	0.50	0.78	1.01	0.48	
SD		(1.11)	(0.73)	(0.56)	(0.74)	(0.55)	(0.42)	(0.94)	(0.50)	
$Y_1$		-1.96	-3.45*	-2.83*	-2.92*	-2.16*	-1.96*	-6.20*	-2.08*	
SD		(1.49)	(1.32)	(0.99)	(1.06)	(0.77)	(0.61)	(1.48)	(0.60)	
$J_T$		18.94	19.62	20.79	14.57	22.45	25.68	15.077	30.77	
$P$		0.0008	0.0032	0.0020	0.0238	0.0010	0.0042	0.0577	0.0002	
$Y^*_{réc}$		-2.47	-2.66	-2.32	-2.04	-1.66	-1.18	-5.19	-1.60	
$Y^*_{exp}$		-0.51	0.79	0.51	0.88	0.50	0.78	1.01	0.48	
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4										
$Y_0$		-1.53*	-1.82	-1.93*	-1.01	0.35	-0.54	0.33	-0.14	-1.27*
SD		(0.58)	(2.03)	(0.75)	(1.16)	(0.27)	(0.38)	(0.27)	(0.25)	(0.63)
$Y_1$		0.82	-47.55	-3.85	-53.06	6.89	-3.03	11.10*	-1.75	-95.16
SD		(4.49)	(39.58)	(9.25)	(38.720)	(5.46)	(4.56)	(4.90)	(3.16)	(55.05)
$J_T$		4.81	7.32	5.16	12.86	33.26	25.09	33.49	30.91	12.44
$P$		0.5675	0.1199	0.5225	0.0452	0.0000	0.0003	0.0002	0.0001	0.1326
$Y^*_{réc}$		-0.71	-49.37	-5.78	-54.07	7.24	-3.57	11.43	-1.89	-96.43
$Y^*_{exp}$		-1.53	-1.82	-1.93	-1.01	0.35	-0.54	0.33	-0.14	-1.27

## A.2.2 Fluctuations du PIB

**Tableau AA.4 : Cycle économique avec actifs risqué et sans risque: Équations 2.22, 2.23 et 3.10**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$Y_0$	1.09	-6.84	0.14	-3.81*	-7.31*	-1.73*	-1.12*	-1.99*	-2.01*
SD	(0.99)	(4.16)	(0.67)	(1.68)	(3.68)	(0.67)	(0.46)	(0.66)	(0.72)
$Y_1$	77.01	744.94	28.91	286.02	937.86*	32.40	54.75	62.03	78.92
SD	(78.99)	(540.87)	(49.63)	(186.19)	(461.55)	(79.17)	(51.44)	(74.16)	(88.79)
$J_T$	8.80	11.32	16.67	14.41	14.35	23.08	46.86	33.5313	32.77
$P$	0.1850	0.0232	0.0105	0.0253	0.0260	0.0008	0.0000	0.0000	0.0001
$Y^*$	1.56	-2.31	0.32	-2.07	-1.61	-1.53	-0.78	-1.61	-1.72
SD	(0.40)	(3.93)	(0.15)	(1.51)	(4.95)	(0.170)	(0.29)	(0.330)	(0.41)

Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$Y_0$	-6.67	-3.24	-1.79	0.08	0.028	-0.02	-0.7	-0.07	-0.01
SD	(5.95)	(3.04)	(1.24)	(0.63)	(0.56)	(0.46)	(0.35)	(0.34)	(0.39)
$Y_1$	-80.74	694.89	52.56	77.96	65.22	69.53*	73.00*	67.58*	78.43
SD	(352.7)	(413.67)	(100.56)	(55.39)	(52.74)	(34.92)	934.670	(32.49)	(45.02)
$J_T$	9.01	9.91	22.87	32.49	34.21	34.43	35.41	37.14	35.05
$P$	0.1729	0.0420	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
$Y^*$	-7.08	0.28	-1.52	0.47	0.36	0.33	0.30	0.26	0.39
SD	(0.54)	(4.62)	(0.34)	(0.52)	(0.43)	(0.46)	(0.48)	(0.45)	(0.52)
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$Y_0$	0.37	-34.67	0.27	-5.41	-13.52	-1.78	-2.14	-2.23	-3.84
SD	(2.12)	(41.11)	(2.92)	(4.64)	(12.39)	(1.98)	(1.79)	(1.86)	(3.04)
$Y_1$	-236.0	4660.39	-246.24	559.21	1562.68	106.389	249.66	197.24	376.74
SD	(267.2)	(5455.6)	(347.99)	(543.48)	(1460.4)	(233.6)	(205.1)	(216.0)	(331.9)
$J_T$	4.177	6.50	5.54	12.83	14.19	20.13	30.43	21.29	17.57
$P$	0.6528	0.1645	0.4767	0.0457	0.0275	0.0026	0.0007	0.0064	0.0246
$Y^*$	-1.27	-2.25	-1.44	-1.52	-2.65	-1.04	-0.40	-0.86	-1.22
SD	(0.82)	(16.25)	(0.86)	(1.95)	(5.45)	(0.37)	(0.87)	(0.69)	(1.31)

### A.2.3 Cycle économique et effets durables

**Tableau AA.5 : Cycles durables avec actifs risqué et sans risque : Équations 2.2, 2.23 et 3.12**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$Y_0$	0.80	-7.59	-0.21	-4.87*	-4.48*	-2.13*	-1.09*	-4.50*	-3.49*
SD	(0.95)	(4.09)	(0.74)	(1.81)	(1.78)	(0.79)	(0.46)	(1.47)	(1.17)
$Y_1$	119.17	969.04	65.92	508.85*	557.73*	134.85	81.26	463.68*	359.87*
SD	(95.06)	(647.17)	(69.82)	(228.26)	(223.850)	(99.42)	(60.50)	(175.03)	(150.98)
$J_T$	8.80	10.50	17.06	12.56	16.37	24.53	48.03	26.81	28.69
$P$	0.1848	0.0327	0.0090	0.0506	0.0119	0.0004	0.0000	0.0008	0.0004
$Y^*$	1.53	-5.60	-0.07	-3.82	-3.34	-1.85	-0.59	-3.55	-2.75
SD	(0.41)	(1.70)	(0.12)	(0.89)	(0.98)	(0.24)	(0.28)	(0.81)	(0.63)

Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$Y_0$	-5.80	-2.33	-1.58	-1.29	-1.02	-0.48	-0.44	-0.56	-1.02
SD	(5.60)	(1.55)	(0.95)	(0.83)	(0.75)	(0.42)	(0.35)	(0.38)	(0.52)
$Y_1$	17.48	622.20	202.39*	268.67*	226.01*	110*	116.3*	128.53*	214.69*
SD	(415.7)	(322.83)	(83.33)	(107.45)	(104.98)	(41.36)	(38.48)	(42.79)	(72.43)
$J_T$	9.46	9.46	26.09	19.65	18.12	32.50	31.65	33.10	27.86
$P$	0.1494	0.0506	0.0002	0.0030	0.0059	0.0000	0.0005	0.0001	0.0005
$Y^*$	-5.77	-1.24	-1.22	-0.82	-0.63	-0.29	-0.24	-0.34	-0.64
SD	(0.04)	(1.39)	(0.45)	(0.60)	(0.50)	(0.25)	(0.26)	(0.29)	(0.48)
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$Y_0$	-1.74	10.97*	-1.74	1.66	9.06	-0.08	0.74	-0.80	-1.55
SD	(2.52)	(12.65)	(2.61)	(6.13)	(7.64)	(5.46)	(3.28)	(2.34)	(1.54)
$Y_1$	29.63	-1695*	-17.86	-477.03	-1443.4	-211.	-238.5	70.29	185.44
SD	(336.9)	(1729.4)	(355.85)	(853.89)	(1051.1)	(751.1)	(457.6)	(320.29)	(198.15)
$J_T$	4.78	9.49	5.60	18.12	17.33	18.73	32.42	30.01	28.50
$P$	0.57	0.05	0.47	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
$Y^*$	-1.67	7.04	-1.78	0.56	5.71	-0.57	0.19	-0.64	-1.12
SD	(0.03)	(1.97)	(0.02)	(0.55)	(1.68)	(0.25)	(0.28)	(0.08)	(0.22)

### A.3 Habitudes dans la consommation

Tableau AA.6 : Habitudes dans la consommation, actif risqué et actif sans risque

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\Theta$	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
SD	(0.0021)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$Y$	-0.02	-2.74*	-0.48	-2.05*	-1.54*	-2.16*	-0.89*	-3.63*	-4.16*
SD	(0.62)	(1.03)	(0.49)	(0.67)	(0.54)	(0.78)	(0.31)	(1.35)	(1.58)
$J_T$	9.04	14.10	13.59	17.65	26.83	16.37	41.78	22.19	20.57
$P$	0.1711	0.0070	0.0345	0.0072	0.0000	0.0119	0.0000	0.0046	0.0084
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\Theta$	0.0000	0.0022	0.0000		0.0013	0.0007	0.0017	0.0001	0.0004
SD	(0.000)	(0.0027)	(0.0001)		(0.002)	(0.001)	(0.002)	(0.0002)	(0.0006)

$Y$	-1.74	-0.099	-0.59		-0.17	-0.26	-0.13	-0.51*	-0.32
SD	(1.53)	(0.20)	(0.37)		(0.19)	(0.21)	(0.15)	(0.25)	(0.18)
$J_T$	8.73	7.90	11.78		6.55	6.75	9.66	11.89	12.54
$P$	0.1893	0.0952	0.0669		0.3640	0.3443	0.4706	0.1562	0.1285
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\Theta$	-0.006*	-0.005*	-0.01	-0.005*	-0.011*		-0.008*	-0.007*	-0.01*
SD	(0.003)	(0.001)	(0.008)	(0.001)	(0.004)		(0.003)	(0.002)	(0.004)
$Y$	1.79	0.88	3.92	0.96	3.92		2.68*	2.27*	3.41*
SD	(1.79)	(0.88)	(3.92)	(0.960)	(3.92)		(2.68)	(2.27)	(3.41)
$J_T$	3.74	28.98	5.53	29.77	15.48		18.77	18.39	15.42
$P$	0.7115	0.0000	0.4770	0.0000	0.0168		0.0315	0.0184	0.0514

#### A.4 Utilité non-séparable et introduction de l'immobilier

**Tableau AA.7 : Utilité non-séparable : rendement du TSX comme rendement de la richesse**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$		-1.81	-0.04			-1.63	-0.82	-1.91*	-1.98*
SD		(2.96)	(0.44)			(0.94)	(0.48)	(0.74)	(0.75)
$Y$		-2.47	-0.44			-6.70*	-2.92*	-5.83*	-5.57*
SD		(2.47)	(0.59)			(2.17)	(0.89)	(1.50)	(1.40)
$J_T$		19.14	15.54			18.68	39.59	24.55	23.32
$P$		0.0007	0.0164			0.0047	0.0000	0.0019	0.0030
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\sigma$									
SD									
$Y$									
SD									
$J_T$									
$P$									
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$	-3.61*	-3.46*	-1.16*	-2.66*	0.03	-3.63*	-1.17*	-2.99*	-3.09*
SD	(1.42)	(1.38)	(0.49)	(1.04)	(0.29)	(1.18)	(0.41)	(0.98)	(1.04)

Y	-10.79*	-13.23*	-0.22	-8.28*	0.51*	-15.56*	-3.65*	-13.03*	-12.66*
SD	(2.88)	(3.98)	(0.28)	(2.52)	(0.15)	(4.40)	(0.88)	(3.57)	(3.47)
$J_T$	8.33	11.21	6.39	14.43	36.71	13.43	26.76	15.32	14.98
P	0.2148	0.0243	0.38	0.0252	0.0000	0.0367	0.0028	0.0531	0.0594

**Tableau AA.8 : Utilité non-séparable : rendement de l'immobilier comme déterminant de la richesse**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$		-0.47	-0.24	-0.41	-0.48	-0.03	0.03	-0.25	-0.75
SD		(0.68)	(2.71)	(0.59)	(1.08)	(1.19)	(0.91)	(0.98)	(0.70)
Y		-1.02	4.98	-0.94	-0.96	-0.56	-0.29	-0.80	-1.03
SD		(0.64)	(11.69)	(0.55)	(0.94)	(1.35)	(0.91)	(0.99)	(0.55)
$J_T$		16.70	12.77	16.63	21.18	13.92	28.56	22.15	32.49
P		0.0022	0.0467	0.0107	0.0002	0.0305	0.0015	0.0005	0.0001
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\sigma$	-6.12	0.15	-1.01	-0.40	-0.44	-0.43	-0.09	-0.30	-0.07
SD	(7.20)	(0.74)	(2.15)	(0.41)	(0.49)	(0.41)	(0.36)	(0.39)	(0.33)
Y	-6.12	-0.22	-5.85	-0.59	-0.64	-0.45	-0.19	-0.23	-0.19
SD	(5.10)	(0.82)	(11.88)	(0.34)	(0.40)	(0.32)	(0.31)	(0.29)	(0.33)
$J_T$	9.32	13.06	12.03	29.16	27.41	39.44	37.77	41.85	35.02
P	0.1565	0.0110	0.0613	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$	-0.07	-0.27	-1.32		0.19		0.54		
SD	(0.88)	(0.44)	(0.83)		(0.55)		(0.52)		
Y	-0.71	-0.91	-1.75*		-0.26		0.25		
SD	(1.11)	(0.62)	(0.65)		(0.83)		(0.82)		
$J_T$	4.10	10.00	5.94		15.97		19.87		
P	0.6630	0.0404	0.4301		0.0139		0.0304		

**Tableau AA.9 : Utilité non-séparable : pondération TSX et immobilier comme déterminant de la richesse**

	Liste A	Liste B	Liste C	Liste D	Liste E	Liste F	Liste G	Liste H	Liste I
Période : 1981 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$	-10.62		-1.53		-96.20	0.46	-1.84	-4.46*	-7.01*
SD	(8.18)		(2.13)		(1616.42)	(1.68)	(1.04)	(1.73)	(3.36)
$\gamma$	-3.052		-0.39		-3.53	-0.34	-1.21	-2.58*	-3.09*
SD	(2.16)		(1.07)		(7.32)	(4.06)	(0.64)	(0.81)	(1.01)
$J_T$	8.65		12.70		14.10	16.00	29.43	23.03	21.78
$P$	0.1939		0.0479		0.0286	0.0137	0.0011	0.0033	0.0053
Période : 1981 : 1 - 1996 : 4									
$\sigma$	-12.16		0.41	-3.08	-1.57	-6.23	-7.07	-4.52	-3.57*
SD	(9.53)		(1.75)	(5.75)	(1.37)	(8.43)	(6.17)	(2.41)	(1.56)
$\gamma$	-8.12		0.67	-0.58	-0.81	-1.10	-2.07	-1.44*	-1.56*
SD	(8.10)		(0.97)	(1.56)	(0.74)	(1.41)	(1.26)	(0.72)	(0.60)
$J_T$	8.68		13.56	8.88	11.76	8.92	9.86	12.55	14.96
$P$	0.1925		0.0348	0.1804	0.0674	0.1781	0.4533	0.1282	0.0598
Période : 1997 : 1 - 2014 : 4									
$\sigma$	-0.88	-0.51	-2.15*	-0.40	0.56	0.08	0.78*	0.37	0.70
SD	(1.39)	(0.79)	(0.81)	(0.58)	(0.50)	(0.60)	(0.38)	(0.52)	(0.60)
$\gamma$	-6.98	-1.90	-1.85*	-1.18	0.38	-0.47	0.72	-0.04	0.47
SD	(5.34)	(1.51)	(0.67)	(0.90)	(0.69)	(0.96)	(0.48)	(0.85)	(1.05)
$J_T$	11.73	8.58	5.41	14.50	21.39	15.21	30.06	16.04	16.91
$P$	0.0683	0.0722	0.4919	0.0246	0.0016	0.0187	0.0008	0.0418	0.0310

## Annexe B

### Dérivation complète de la formulation permettant la formation d'habitudes dans la consommation

L'équation de la fonction d'utilité se présente de la façon suivante :

$$U(C_t) = \frac{(C_t - \theta C_{t-1})^{1-\gamma}}{1-\gamma}. \quad (B.1)$$

En lien avec l'équation (2.8), le lagrangien du problème devient :

$$L = E_t \left[ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{t+i} \frac{(C_{t+i} - \theta C_{t+i-1})^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right] + \lambda_t \left[ y_t + \sum_{j=1}^n \frac{(p_{j,t} + D_{j,y}) Q_{j,t-1}}{p_t} + (1 + R_t^f) \frac{B_{t-1}}{p_t} - C_t - \sum_{j=1}^n \frac{p_{j,t} Q_{j,t}}{p_t} - \frac{B_t}{p_t} \right]. \quad (B.2)$$

Les conditions de premier ordre sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial C_t} &= \frac{(1-\gamma)(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma}}{1-\gamma} + \frac{(1-\gamma)(-\theta)\beta(C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}}{1-\gamma} - \lambda_t = 0 \\ &\equiv (C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \lambda_t = 0 \end{aligned} \quad (B.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial C_{t+1}} &= E_t \left[ \frac{\beta(1-\gamma)(C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}}{1-\gamma} + \frac{\beta^2(1-\gamma)(-\theta)(C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma}}{1-\gamma} - \lambda_{t+1} \right] = 0 \\ &\equiv E_t [\beta(C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma} - \lambda_{t+1}] = 0 \end{aligned} \quad (B.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial B_t} = E_t \left[ \frac{-\lambda_t}{p_t} + \frac{\lambda_{t+1}(1 + R_{t+1}^f)}{p_{t+1}} \right] = 0 \quad (B.5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{j,t}} = E_t \left[ \frac{-\lambda_t p_{j,t}}{p_t} + \lambda_{t+1} \left( \frac{p_{j,t+1} + D_{j,t+1}}{p_{t+1}} \right) \right] = 0 \quad (B.6)$$

ainsi que la contrainte :

$$y_t + \sum_{j=1}^n \frac{(p_{j,t} + D_{j,y})Q_{j,t-1}}{p_t} + (1 + R_t^f) \frac{B_{t-1}}{p_t} - C_t - \sum_{j=1}^n \frac{p_{j,t}Q_{j,t}}{p_t} - \frac{B_t}{p_t} = 0. \quad (\text{B.7})$$

En réécrivant les équations, il est possible de substituer les équations B.3 et B.4 dans B.5:

$$(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} = \lambda_t \quad (\text{B.8})$$

$$E_t[\beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma}] = E_t[\lambda_{t+1}]. \quad (\text{B.9})$$

L'équation B.5 devient :

$$E_t \left[ \frac{\lambda_{t+1} (1 + R_{t+1}^f)}{p_{t+1}} \right] = \frac{\lambda_t}{p_t} \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{E_t[\beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma}] (1 + R_{t+1}^f)}{p_{t+1}} = \frac{(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}}{p_t} \quad (\text{B.11})$$

$$\equiv E_t \left[ \frac{\beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma} (1 + R_{t+1}^f) p_t}{[(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}] p_{t+1}} \right] = 1 \quad (\text{B.12})$$

$$\equiv E_t \left[ \frac{\beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2} - \theta C_{t+1})^{-\gamma} (1 + R_{t+1}^f)}{(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}} \right] = 1. \quad (\text{B.13})$$

Car  $\frac{p_t}{p_{t+1}} = \frac{p_t}{p_t(1 + \pi_{t+1})}$  ainsi  $r_{t+1}^f$  est égal au rendement réel de l'actif sans risque entre les deux périodes.

De la même façon, nous obtenons en substituant B.3 et B.4 dans B.6 pour l'actif risqué :

$$E_t \left[ \lambda_{t+1} \left( \frac{p_{j,t+1} + D_{j,t+1}}{p_{t+1}} \right) \right] = \frac{\lambda_t p_{j,t}}{p_t} \equiv E_t \left[ \frac{\lambda_{t+1} (p_{j,t+1} + D_{j,t+1}) p_t}{\lambda_t p_{t+1} p_{j,t}} \right] = 1 \quad (\text{B.14})$$

$$\equiv E_t \left[ \frac{\beta(C_{t+1}-\theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2}-\theta C_{t+1})^{-\gamma} (p_{j,t+1} + D_{j,t+1}) p_t}{(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma} p_{t+1} p_{j,t}} \right] = 1 \quad (\text{B.15})$$

$$\equiv E_t \left[ \frac{\beta(C_{t+1}-\theta C_t)^{-\gamma} - \theta \beta^2 (C_{t+2}-\theta C_{t+1})^{-\gamma} (1+r_{j,t+1})}{(C_t - \theta C_{t-1})^{-\gamma} - \theta \beta (C_{t+1} - \theta C_t)^{-\gamma}} \right] = 1. \quad (\text{B.16})$$

Nous obtenons ainsi les conditions de moment nécessaires.

## Annexe C

### Corrélations entre les variables

**Tableau AC.1 : Corrélations entre les variables**

Matrice de corrélation							
	CND	CNDS	TSX	TBILLS	PRIME	IMMOBILIER	PIB
CND	1						
CNDS	0.6465*	1					
TSX	0.0687	0.3163*	1				
TBILLS	-0.1462	-0.0838	-0.1232	1			
PRIME	0.0822	0.3194*	0.9951*	-0.2211*	1		
IMMOBILIER	0.0849	0.281*	0.1111	-0.1049	0.1196	1	
PIB	0.4021*	0.7*	0.2634*	-0.0303	0.2621*	0.2264*	1

**Note :** L'astérisque signifie qu'à un seuil de 5% la corrélation est significative.