Table des matières

Résumé iii
Table des matières iv
Liste des tableaux v
Liste des figures vi
Remerciements vii
Introduction 1
Revue de littérature 4
1.1. Prise de décision face à l'incertitude de l'agent rationnel 4
1.1.1 Rationalité de l'individu 4
1.1.2 Rationalité et incertitude 5
1.2. Approche directe 7
1.3. La programmation dynamique 9
1.4. Études qui utilisent le modèle de programmation dynamique 11
1.5. Méthode de la valeur optionnelle 13
1.6. Comparaison de l'équation de Bellman et de la méthode de la valeur optionnelle. 15
Méthodologie 16
2.1. Aversion au risque 18
2.2. L'équation de Bellman et la méthode de la valeur optionnelle 19
2.2.1. Dans le contexte de l'expérience 19
2.2.2. Individus qui utilisent l'équation de Bellman 22
2.2.3. Individus qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle 24
2.3. Corrélation 26
2.3.1. Difficulté de la compréhension de la corrélation 28
Résultats 30
3.1. Faits qui sont ressortis des résultats obtenus 30
3.2. Combinaisons qui permettent de réaliser la distinction. 31
Conclusion 35
Bibliographie 37
Annexe 40

Liste des tableaux

Tableau 1: L'utilité des individus 19
Tableau 2 : Probablité que les montants soient disponibles à la deuxième étape. 20
Tableau 3 : Probablité que les montants soient disponibles avec effet de corrélation 26
Tableau 4 : Exemple de combinaisons 32
Tableau 5 : Combinaisons utilisables dans l'expérience. 40

Liste des figures

Figure 1 : Fonction VNM pour individu averse au risque.. 6

Remerciements

Je remercie mon directeur, Charles Bellemare et ma codirectrice, Sabine Kröger, pour l'aide qu'ils m'ont apportée tout au long de mon projet de mémoire. Leurs commentaires m'amenant à pousser ma réflexion, mais également à améliorer ma capacité à expliquer des sujets complexes dans lesquels il est souvent trop facile de se perdre.

Je tiens également à remercier mes parents de m'avoir soutenue tout au long de mes études qui arrivent à leurs termes. Je les remercie également d'avoir enduré toutes mes périodes de stress avec lesquelles tout étudiant doit composer au courant de son parcours universitaire.

Introduction

Être capable de prédire le comportement et les choix des individus est un élément qui est utilisé dans de nombreuses études économiques, mais qui est également utile lorsque vient le temps d'élaborer des politiques publiques. Ceci est particulièrement important dans des contextes où il y a présence d'incertitude. À ce titre, mentionnons notamment les questions de régimes de pensions et les décisions que prennent les gens face à leur retraite future (Lumsdaine et Mitchell, 1999). Étant donné que ce type de question a un grand impact sur les politiques gouvernementales qui sont mises en place, il faut que les études qui tentent de prédire le comportement des individus à la retraite soient, lorsque des changements surviennent, les plus précises possible. Le fait de pouvoir prédire les choix des individus peut également être utilisé dans de nombreux autres domaines. Des exemples d'études portant sur une panoplie de sujets seront d'ailleurs abordés dans la revue de littérature de ce document. Mais tout d'abord, les principes sur lesquels ces prédictions se basent seront expliqués.

Lorsque vient le temps dans la science économique d'étudier les prises de décisions des individus, il est, la plupart du temps, fait comme hypothèse que les individus sont des agents rationnels. Dans le contexte de ce papier, ceci signifie que les individus vont chercher à maximiser leur utilité dans le contexte où il y a une certaine incertitude face au futur. À noter que l'individu va tenter d'obtenir la solution optimale au problème auquel il fait face, et ce, à la fois pour le moment présent et les périodes futures (Duharcourt, 1969). Par exemple, lorsque les gens doivent prendre des décisions sur leur épargne en vue de la retraite, ceux-ci prennent en considération l'utilité qu'ils vont retirer en consommer moins aujourd'hui pour consommer davantage demain. Cependant, lorsque les gens épargnent pour leur retraite il y a présence d'incertitude face au futur. Une des raisons de cette incertitude est le fait que les gens ne connaissent pas le nombre d'années durant lesquelles ils devront survivre avec leurs épargnes. (Barr et Diamond, 2006) La question est donc de déterminer quelle méthode de calcul les gens utilisent pour prendre la décision qui leur est optimale.

Une des techniques qui est fort utilisée, lorsque vient le temps de faire des études qui portent sur les choix des individus, est la méthode de la programmation dynamique. Cette méthode utilise l'équation de Bellman pour dériver les règles de décisions optimales de l'individu (Bellman, 1954). Celle-ci se base sur le principe que l'individu cherche à maximiser son utilité espérée en transformant un problème d'optimisation en un processus de décision séquentiel (Sniedovich, 2010). Cependant, l'équation de Bellman peut s'avérer, dans la réalité, ardue, voire impossible à utiliser pour certains individus, en raison du calcul complexe qui doit être effectué lors de l'utilisation de cette dernière. Ces individus pourraient donc décider de ne pas utiliser cette méthode de calcul. Bref, il est possible de croire que cette méthode n'est pas en mesure de prédire de façon précise les choix de certains individus. Sur ce point, notons que les modèles de programmation dynamique ont déjà fait l'objet de critiques pour leur manque de réalisme lorsqu'ils émettent comme hypothèse que les gens sont en mesure de résoudre un problème de maximisation dynamique sur de nombreuses périodes (Thaler, 1994). En effet, Thaler explique que plus que la résolution du problème est simple, plus fortes sont les chances que ce modèle soit en mesure de refléter les agissements des individus. Dans le cadre de ce mémoire, le modèle plus simple sera représenté par celui de la valeur optionnelle qui peut être considéré comme une approximation de l'équation de Bellman (Stock et Wise 1990).À noter que le modèle de la valeur optionnelle donne toujours un résultat plus faible que celui qui est obtenu avec l'équation de Bellman (Lumsdaine et Mitchell, 1999).

Il n'y a présentement pas d'information en ce qui concerne la proportion d'individus qui n'utilisent pas une technique de calcul qui maximise l'utilité espérée lorsque vient le temps de prendre des décisions face au futur qui est incertain. Le but de ce papier va résider en ce point précis, soit de déterminer s'il est possible de distinguer les gens qui utilisent l'équation de Bellman et donc qui maximisent leur utilité espérée, dans un contexte où il y a une certaine incertitude et où il y a un phénomène de corrélation sur la probabilité que certains évènements surviennent, de ceux qui prennent une technique de calcul alternative. Une prémisse par Bellemare et Michaud en 2012 fut déjà réalisée sur le sujet. Ce mémoire se base notamment sur celle-ci. Cette prémisse n'inclut cependant pas le principe de la corrélation, principe qui est souvent présent dans la réalité.

L'objectif de ce papier est donc de déterminer s'il est théoriquement possible de distinguer les gens qui utilisent l'équation de Bellman de ceux qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle dans un contexte d'incertitude envers les évènements futurs et où il y a présence de corrélation sur la probabilité que certains évènements surviennent. Ce principe sera démontré à l'aide de la mise en place de la méthodologie d'une expérience qui pourrait être utilisée pour déterminer la proportion de gens qui utilisent une méthode plutôt qu'une autre. Le but n'est donc pas de réaliser l'expérience, mais plutôt de la simuler afin de démontrer de façon théorique qu'une telle expérience serait en mesure d'en arriver à cette distinction.

Suivra, dans ce document, une revue de littérature. Ensuite, la méthodologie qui est utilisée pour obtenir les résultats sera présentée. Par la suite, il sera question d'analyser ces mêmes résultats. Le tout se terminera par une conclusion ayant pour but principal de résumer les éléments de ce papier.

Chapitre 1

Revue de littérature

La revue de littérature de ce papier sera divisée en cinq sections. Les deux premières sections portent respectivement sur le principe de l'agent rationnel et sur l'approche la plus directe pour résoudre le type de problème dont il est question dans ce document. Ensuite, un bref historique ainsi qu'une explication du principe de la programmation dynamique seront réalisés. Par la suite, une revue de différentes études réalisées à l'aide de ce modèle sera effectuée. Le tout se terminera par l'explication et la description de la méthode de la valeur optionnelle ainsi que par le résumé d'une étude qui compare les deux modèles étudiés.

1.1. Prise de décision face à l'incertitude de l'agent rationnel

1.1.1 Rationalité de l'individu

Le principe de rationalité peut être vu comme étant un point d'appui dans les travaux et les recherches économiques (Guesnerie, 2011). En effet, l'agent est dit comme ayant un comportement rationnel, car il semblerait raisonnable de présumer que, la plupart du temps, l'individu va effectivement agir rationnellement. Ceci n'empêche cependant pas que, dans les faits, le comportement de l'individu peut prendre n'importe quelle forme (Sen, 2008). Sur ce point, notons que l'agent peut exprimer une rationalité dite limitée. Soit qu'il ne favorise pas nécessairement le principe de la grande maximisation dû au fait qu'il prend des décisions qui ne sont pas en lien entre elles où encore qu'il limite sa réflexion sur le choix qu'il a à prendre (Sen, 2008). L'individu est alors limité par ses compétences intellectuelles (Thaler, 1994). Celui-ci peut donc être dit comme étant rationnel bien qu'il ne soit pas en mesure d'effectuer le calcul qui va le mener à prendre la décision la plus optimale.

Le modèle qui permet de prendre la décision la plus optimale sera représenté, dans ce document, par l'équation de Bellman et celui qui est dit comme étant plus facile à effectuer par la méthode de la valeur optionnelle.

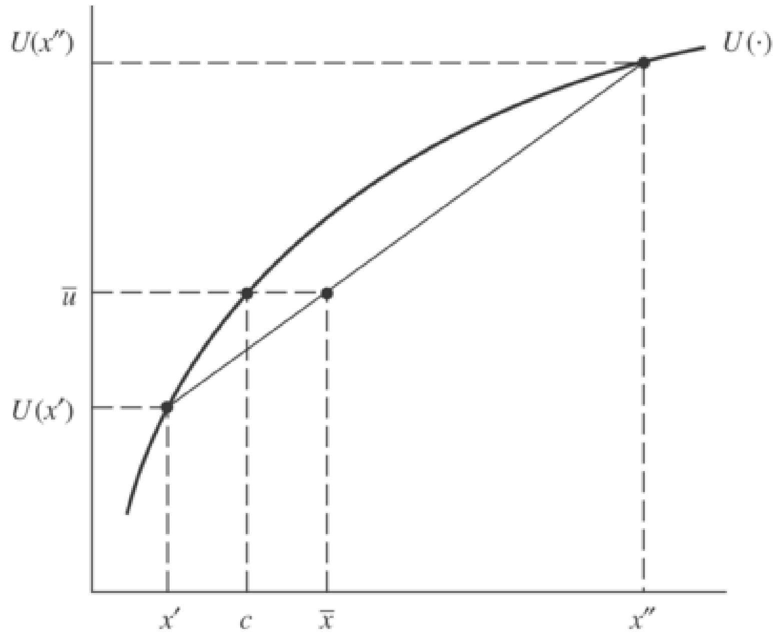
Stern (1997) a comparé ces deux techniques en montrant leurs propriétés ainsi que leurs différences propres. Il note que la méthode de la valeur optionnelle est en fait une approximation de l'équation de Bellman, qui est plus simple à calculer. L'auteur du papier vient préciser que la première est une bonne approximation seulement pour un cadre de situations limité (Stern, 1997).

1.1.2 Rationalité et incertitude

Dans ce document sera observé le principe de rationalité en présence d'incertitude. Ceci fait en sorte que c'est un modèle basé sur le principe de l'utilité espérée qui devra donc être utilisé pour déterminer le choix des individus. Un tel modèle va venir accorder un poids à chacune des valeurs, soit des montants que l'agent peut espérer recevoir, le tout dépendamment de la probabilité que ceux-ci surviennent. L'agent qui est dit rationnel devrait, dans un tel contexte, choisir l'alternative où le résultat qui provient de la multiplication entre le poids et la valeur du montant est à son plus grand (Sen, 2008).

Avec le principe de l'utilité espérée doit également être prise en considération la notion d'aversion au risque. En effet, la fonction d'utilité prendra une forme différente selon le niveau d'aversion au risque de l'individu. Plus précisément, celle-ci sera convexe si l'individu est dit comme aimant le risque et concave si l'individu est averse au risque (Machina, 2008). Ceci fait en sorte que lorsque l'individu est dit comme aimant le risque, celui-ci va préférer, dans le cadre d'une loterie, jouer à celle-ci plutôt que d'obtenir son espérance. L'individu qui est averse au risque préfère, pour sa part, ne pas jouer à la loterie (Jehle et Reny, 2011). Ce principe peut d'ailleurs être observé à l'aide de la fonction von Neumann-Morgensten (VNM). Un exemple de celle-ci est illustré à la figure de la page suivante :

Figure 1 : Fonction VNM pour individu averse au risque



(Source :Machina 2008)

À la figure 1, la fonction d'utilité est celle d'un individu qui est averse au risque (concave). La fonction VNM est, pour sa part, la fonction linéaire du graphique. Celle-ci est la combinaison linaire de la somme pondérée de l'utilité espérée de l'individu à participer à la loterie. Dans cet exemple, l'individu est dit comme étant averse au risque, car il obtient le même niveau d'utilité lorsqu'il reçoit le montant *c* avec certitude que lorsqu'il joue à une loterie dont l'espérance est de $\overline{X}$. Cette différence entre les montants *c* et $\overline{X}$ est appelée la prime de risque. Soit le montant supplémentaire qui doit être proposé à l'individu pour que celui-ci décide de participer à la loterie (Jehle et Reny, 2011).

À noter que, dans cet exemple, l'utilité d'obtenir l'espérance de la loterie avec certitude est plus forte que l'utilité à jouer à la loterie (Machina, 2008). Pour un individu qui a un amour pour le risque, c'est plutôt l'inverse qui se produit, alors qu'un individu qui est neutre au risque n'a pas de préférences entre jouer à la loterie ou recevoir le montant de l'espérance de la loterie avec certitude (Jehle et Reny, 2011).

À noter que le principe de l'utilité espérée fait partie des deux méthodes de calcul qui seront étudiées dans ce document. En effet, l'équation de Bellman va venir calculer la valeur espérée du maximum de la valeur des choix qui sont disponibles, ce principe est identifié comme étant la méthode *EMax*. Pour sa part, la méthode de la valeur optionnelle va plutôt venir calculer le maximum de la valeur espérée, soit la méthode *MaxE* (Stern, 1997).

1.2. Approche directe

Comme mentionné précédemment, le but d'un agent qui est rationnel est de maximiser son utilité espérée. Pour mieux comprendre comment ceci se reflète lors d'un problème à multiples étapes, voici un exemple qui porte sur un problème de maximisation de l'utilité du consommateur lors d'une période de temps déterminé (Adda et Cooper, 2003);

> Regardons une situation simple. Soit un gâteau d'une grandeur qui est représentée par la variable W_t **.** À chaque moment dans le temps, $t=1,2,3,\ldots,T$, il est possible de manger une partie de gâteau (c_t), partie qui est non déterminée. La partie restante du gâteau, qui est encore disponible après en avoir mangé, est alors conservée pour un moment futur. Cette partie est représentée par l'équation suivante;
>
> $$W_{t+1}=W_t-c_t \tag{1.1}$$
>
> Il est à noter que le fait de manger une partie du gâteau à un temps t procure alors à l'individu une utilité $u(c_t)$. De surcroit, les préférences sont stationnaires et ne sont pas indexées à travers le temps. L'utilité au courant de la consommation de ce gâteau, au travers de la vie de l'individu, sera représentée par l'équation (1.2) ici-bas :
>
> $$\sum_{t=1}^{T} \beta^{(t-1)}\, u(c_t) \tag{1.2}$$
>
> Où,
>
> β: Facteur de dépréciation du gâteau.
>
> Dans le cas de l'approche directe, le problème de maximisation qui doit être pris en considération pour le résoudre est représenté par l'équation suivante :

$$max_{\{c_t\}_1^T\{W_t\}_2^{T+1}} \sum_{t=1}^{T} \beta^{(t-1)}\, u(c_t) \tag{1.3}$$

Cette équation est bonne pour $t=1,2,3\ldots T$. L'agent choisit alors le chemin de consommation qui maximise la somme de son utilité à la période présente, mais également pour les périodes futures. De surcroit, il y a présence de contrainte de non-négativité pour les variables $c_t$et W_t.

L'évolution de la contrainte dans la quantité de gâteau disponible à chaque période est alors représentée par l'équation (1.4);

$$W_{T+1}+\sum_{t=1}^{T} c_t=W_1 \tag{1.4}$$

Le but serait donc de trouver une suite de niveaux de consommation qui va permettre de maximiser l'utilité de l'individu tout en prenant en compte la contrainte auquel celui-ci fait face. Cette contrainte est la quantité de gâteau qui lui est disponible. Bref, le but sera d'en arriver à trouver quelle quantité de gâteau l'individu mange à la première période. Cette solution sera alors représentée par la fonction $V_t(W_1)$.

Dans ce type de problème, l'objectif est de trouver le chemin de consommation de c_t qui permet de résoudre l'équation (1.3) sous la contrainte de l'équation (1.4). De surcroit, la condition critique pour trouver la solution à ce type de problème est alors de trouver la valeur marginale de consommer aujourd'hui. Celle-ci est égale à la valeur de garder une partie de gâteau aujourd'hui et de la consommer demain. Ce principe est en fait celui d'une équation de type d'Euler (Judd, 1991).

Il n'a cependant pas été question dans cet exemple de situation d'incertitude. Phénomène qui prend une place centrale dans ce mémoire. Regardons donc comment ce phénomène peut être intégré à l'exemple précédent. Cette intégration est réalisée en utilisant la méthode qui est décrite par Stokey et Lucas (1989).

Le principe de l'incertitude est le fait que l'agent n'est pas en mesure de déterminer quelle situation va se produire. En effet, l'agent n'a pas de contrôle sur celle-ci. Les équations de l'exemple précédent deviennent alors:

$$max_{\{c_t\}_1^T\{W_t\}_2^{T+1}} \mathrm{E}\left(\sum_{t=1}^{T} \beta^{(t-1)} u(c_t)\right) \tag{1.5}$$

L'opérateur E(.) représente la valeur espérée en fonction de la probabilité que certains évènements surviennent.

Cet exemple, bien qu'ayant été garder le plus simple possible, représente tout de même un problème complexe à résoudre. Le principe de l'approche de la programmation dynamique et plus loin, dans ce document, de la valeur optionnelle serviront donc à diminuer la complexité de ce type de calcul.

1.3. La programmation dynamique

Le modèle de programmation dynamique fut utilisé dans de nombreuses recherches. Celui-ci ayant été créé dans le but de traiter les problèmes qui surviennent lors d'études qui portent sur des processus de décision qui s'effectuent en de nombreuses étapes (Bellman, 1954). Bellman explique que le but de ce modèle est de considérer toutes les différentes possibilités, évènements ou encore politiques qui peuvent être mis en place. Ensuite, il suffit de prendre les décisions qui vont rapporter le plus à l'individu parmi l'ensemble des possibilités qui sont faisables. De manière plus spécifique, la méthode de la programmation dynamique est utilisée pour résoudre des problèmes complexes à plusieurs étapes en transformant ces mêmes problèmes en une séquence de problèmes qui sont plus simples à résoudre (Shin, 2008). Cette méthode est donc une manière pratique de trouver des solutions à des problèmes qui sont complexes (Rust, 2008).

La résolution ainsi que la programmation des problèmes du modèle dynamique sont basées sur le principe que les individus prennent des décisions rationnelles lorsqu'ils font face à de l'incertitude. Il n'y aurait pas encore été démontré de façon claire, nette et précise si ce type de programmation est en mesure de décrire, avec une certaine exactitude, comment les individus agissent dans de telles situations. Ils peuvent, tout de même, être vus comme une bonne approximation préliminaire de celui-ci (Rust, 2008).

Pour mieux visualiser cette simplification de modèle, il est utile de revenir sur l'exemple du gâteau précédent qui provient du livre d'Abba et Cooper (2003). La programmation dynamique va alors permettre d'évaluer ce problème comme étant seulement un problème à deux périodes, au lieu d'un à plusieurs périodes comme ceci est le cas avec l'utilisation de l'approche directe. Voici comment ceci est expliqué par les auteurs du livre;

> Tout d'abord, la période 0 est ajoutée et la valeur W_0 est une valeur donnée. La solution du problème devient alors celle représentée par les deux équations ici-bas.
>
> $$\max_{c_0} u(\mathrm{c}_0) + \beta \mathrm{V}_\mathrm{t}(W_1) \tag{1.6}$$
>
> Où,
>
> $$W_1 = \mathrm{W}_0 - \mathrm{c}_0$$
>
> Comme W_0 est donnée, il ne reste plus qu'à obtenir c_0 pour obtenir W_1. Lorsque ceci est trouvé, la solution du problème est alors donnée par $V_t(W_1)$.

À partir de cet exemple, le phénomène de l'incertitude peut y être intégré de la façon suivante;

> $$\max_{c_0} \varepsilon u(W_0 - W_1) + \beta E_{\varepsilon'|\varepsilon} V_t(W_1, \varepsilon') \tag{1.7}$$
>
> Où,
>
> $$W_1 = W_0 - c_0$$
>
> À noter que ε est le vecteur qui contient les probabilités que certains évènements surviennent. ε' est pour sa part la valeur future de ε. De surcroit, il est émis comme hypothèse que ε ne peut prendre que deux valeurs et donc que seulement deux états du monde différents peuvent se produire. De plus, la valeur future est corrélée avec celle du présent. Bref, l'individu n'est pas certain de l'utilité qu'il obtiendra dû aux deux états du monde différent qui peuvent survenir.

De nombreuses simplifications sont présentes dans l'exemple, celui-ci n'est donc pas nécessairement le reflet complet de ce type de problème.

1.4. Études qui utilisent le modèle de programmation dynamique

Un des sujets où le modèle de programmation dynamique est fortement utilisé est celui de la retraite. Plus précisément, certaines recherches utilisent le modèle de programmation dynamique pour observer le comportement lors du choix de la prise de retraite chez les personnes âgées. Grâce à ce modèle, plusieurs éléments furent en mesure d'être démontrés et analysés.

Tout d'abord, il a été montré que le principe du modèle dynamique joue un rôle fort important sur le marché du travail et plus précisément sur la participation des hommes âgés à celui-ci (Berkovec et Stern, 1991). Berkovic et Stern estiment un modèle de programmation dynamique qui porte sur les comportements des hommes en ce qui a trait aux choix de démission et de retraite. Les auteurs montrent que le modèle dynamique a, pour ce sujet de recherche précis, une meilleure performance que le modèle statique. Bref, qu'il est préférable d'utiliser celui-ci dans une telle situation. Une autre étude ayant un sujet similaire estime un modèle de cycle de vie d'offre de travail et de comportements d'épargne (French, 2005). Ce modèle utilise également la méthode des moments simulés pour reproduire le profil de cycle de vie des individus. L'auteur de cette recherche vient montrer que certaines politiques seraient plus efficaces que d'autres pour augmenter l'offre de travail chez les personnes âgées et plus précisément pour retarder leur départ à la retraite. À noter qu'un autre modèle de cycle de vie sur les comportements de retraite fut également réalisé en 1996. Celui-ci utilise cependant la méthode de calcul du maximum de vraisemblance (Gustman et Steinmeier, 1996).

Toujours sur le sujet de la retraite, une étude fut effectuée dans le but d'observer comment le système de la sécurité sociale des États-Unis ainsi que le programme de santé Medicare viennent affecter l'offre de travail des hommes âgés. Cette étude prend place dans un contexte où il y a présence d'un marché incomplet dans les secteurs des prêts, des annuités et des assurances maladie (Rust et Phelan, 1997). Ce modèle permet d'obtenir des prédictions sur les comportements de retraite des individus.

Le sujet de la retraite n'est cependant pas le seul sujet auquel le principe de l'équation de Bellman est utilisé. À ce titre, mentionnons une étude réalisée en 1998 qui a comme sujet les comportements des travailleurs lorsque ceux-ci traversent une période où ils font face à la maladie (Gilleski, 1998). L'auteur de cette étude utilise la méthode de la programmation dynamique pour simuler, selon les caractéristiques de l'individu, si celui-ci va décider d'aller voir un médecin ou de s'absenter du travail en raison de sa maladie. Il simule également les effets des changements de politique sur le taux d'absentéisme et de consultation médicale grâce à cette technique. Sur un tout autre sujet, Rust et Hall utilisent l'équation de Bellman pour présenter un modèle dans lequel les producteurs et les consommateurs ne peuvent échanger entre eux que via deux types d'intermédiaires. Les auteurs prennent comme exemple le marché de l'acier. Ils observent les effets de l'entrée de nouveaux joueurs sur le marché, mais également de l'effet de la diminution des coûts de l'information sur ce même marché. Diminution qui est notamment due à l'arrivée de l'internet (Rust et Hall, 2003). Des sujets de la vie de tous les jours furent également étudiés à l'aide de l'équation de Bellman. Sur ce point, mentionnons une étude où un modèle séquentiel de présence à l'école secondaire et de décision de travail est étudié (Eckstein, Wolpin, 1999). Les estimations du modèle sont utilisées pour quantifier l'importance des facteurs qui pourraient expliquer le décrochage scolaire ainsi que pour déterminer les effets d'une mise en place d'une restriction au travail chez les étudiants. Finalement, notons que plusieurs études qui utilisent l'équation de Bellman pour résoudre un problème de maximisation portent sur des questions reliées à l'investissement. Sur ce sujet, une étude fut réalisée sur l'investissement en situation d'incertitude (Abel et Eberly, 1994). Le modèle intègre les principes de prix fixes à l'investissement ainsi que le fait qu'il ne soit pas toujours possible de revenir en arrière lorsqu'un investissement est effectué.

En bref, les études présentées ci-haut ne sont que quelques-uns des exemples dans lesquels un modèle de programmation dynamique est utilisé. De façon générale, en ce qui a trait à l'approche qui sera prise dans ce papier, soit de l'utilisation du modèle de programmation dynamique de type stochastique, celui-ci est utilisé dans les domaines suivants; décisions d'épargnes et consommations des ménages, les facteurs de demande des firmes et des décisions des vendeurs en ce qui a trait à la mise en place des prix (Adda et Cooper, 2003). D'autres sujets peuvent bien sûr être calculés à l'aide de cette méthode, cependant, les éléments mentionnés précédemment en sont les principaux.

1.5. Méthode de la valeur optionnelle

Pour sa part, la méthode de la valeur optionnelle est également utilisée dans l'étude de nombreux sujets. Sur ce point, citons l'étude réalisée par Stock et Wise en 1990 sur les départs à la retraite en fonction des régimes de pensions privées auxquels les individus ont droit. Les auteurs utilisent le principe de la valeur optionnelle pour effectuer la simulation et prédire les décisions des individus en ce qui concerne la prise de leur retraite (Stock et Wise, 1990). Ils montrent que la méthode de la valeur optionnelle est en mesure de bien prédire les résultats. Ils ne comparent cependant pas ces résultats avec ceux qui auraient été obtenus à l'aide de l'équation de Bellman. Plus récemment, une étude basée sur le papier de Stock et Wise fut publiée en 2013. Celle-ci met de l'avant le modèle conditionnel à plusieurs années dans le but de quantifier les effets des incitatifs financiers sur le choix des individus de prendre leurs retraites (Belloni et Alessie, 2013). Les auteurs de cette étude étendent le modèle en y intégrant le principe que la valeur marginale du loisir est en fait aléatoire. Par la suite, une simulation est effectuée pour déterminer les effets potentiels d'une nouvelle politique qui est en mesure d'influencer les décisions ainsi que les comportements des individus à la retraite. Un point intéressant de cette étude, qui la distingue de la majorité de celles qui furent précédemment effectuées sur le sujet, est que celle-ci inclut deux échantillons; soit un composé uniquement de femmes et un autre composé d'hommes.

Sur un sujet totalement différent, mais qui utilise toujours la méthode de calcul de la valeur optionnelle, une étude sur les effets de l'introduction d'une loi qui permet aux gens de se divorcer de façon unilatérale fut réalisée. L'étude se concentre sur l'effet de la loi sur le comportement des gens face au mariage (Filoso, 2009). Plus précisément, l'auteur utilise la théorie de la valeur optionnelle en mettant de l'avant le fait que le mariage est en quelque sorte un investissement qui est irréversible. En effet, il n'est pas possible de reprendre les efforts et les moyens financiers qui ont été mis dans un mariage. L'auteur trouve que le fait de permettre le divorce unilatéral a fait en sorte de diminuer l'âge de mariages et d'augmenter le nombre de divorces. Bref, les gens attendent moins avant de se marier même si la possibilité de divorce est plus élevée.

Pour mieux comprendre comment la méthode de la valeur optionnelle se distingue de celle de l'équation de Bellman, voici un exemple qui explique son calcul. À noter que les formules restent les mêmes en situation d'incertitude. L'exemple qui est présenté ici-bas provient du papier de Stock et Wise (1990).

Dans cet exemple, l'agent doit prendre une décision entre soit prendre sa retraite immédiatement ou encore de continuer à travailler. Il aura alors recours à l'équation suivante;

$$V_t(r)=\sum_{s=t}^{r-1} \beta^{s-t} U_w(Y_s)+\sum_{s=r}^{s} \beta^{s-t} U_r\big(B_s(r)\big) \tag{1.8}$$

Où,

$U_w(Y_s)$ est l'utilité du revenu de travail de l'agent

$U_r\big(B_s(r)\big)$ est l'utilité de la pension de retraite lorsque l'agent a arrêté de travailler.

La fonction de valeur $V_t(r)$ dépend à la fois des revenus futurs de travail et de pension. Ceux-ci dépendent également de l'âge *r* auquel la personne prend sa retraite. À noter que *s* représente l'âge auquel l'individu va décéder.

L'individu doit donc choisir entre travailler et prendre sa retraite lorsque rendu à la période *t* ou de prendre sa retraite immédiatement. Il prend cette décision en comparant la valeur espérée de ces deux situations. À noter que face à l'incertitude du futur, ce dernier prendra l'espérance de la plus grande valeur qu'il puisse obtenir s'il devait décider de prendre sa retraite dans le futur. Bref, seul le scénario optimal est pris en compte lorsqu'il y a présence d'incertitude. Pour mieux visualiser ceci, définition $E_t(.)$ comme étant l'espérance de l'individu face aux circonstances futures. Plus précisément, le gain espéré, pour l'année *t*, de retarder l'âge de la retraite de l'individu à l'âge *r* est donnée par l'équation suivante;

$$G_t(r) = E_t V_t(r) - E_t V_t(t) \tag{1.9}$$

L’individu va décider de prendre sa retraite à partir du moment où l’équation (1.9) sera égale à 0 ou qu’elle prendra une valeur négative.

1.6. Comparaison de l’équation de Bellman et de la méthode de la valeur optionnelle.

Bien qu’il ne semble pas y avoir d’études qui furent réalisées pour déterminer la proportion d’individus qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle plutôt que l’équation de Bellman lorsque vient le temps de prendre des décisions en situation d’incertitude, une étude est venue comparer le pouvoir prédictif de ces modèles.

Plus précisément, une étude de Lumsbaine et Co-auteurs a regardé le pouvoir prédictif du modèle de programmation dynamique, du modèle de la valeur optionnelle ainsi que du modèle Probit (Lumsbaine, Stock, Wise, 1990). Les auteurs de cette étude observent lequel de ces trois modèles est celui qui réussit à prédire avec le plus de précision les comportements de retraite des individus.

Les auteurs trouvent que le modèle de la valeur optionnelle et celui de la programmation dynamique donnent les meilleurs résultats en termes de prédictions. Cependant, le modèle de la programmation dynamique ne serait pas en mesure de mieux prédire les comportements des individus que le modèle plus simple de la valeur optionnelle.

Chapitre 2

Méthodologie

La méthodologie de cette expérience est basée en grande partie sur la prémisse déjà réalisée dans les travaux de Bellemare et Michaud en 2012. En effet, une expérience semblable fut alors réalisée. Celle-ci vient démontrer, à l'aide d'une simulation, qu'il serait effectivement possible de faire la distinction entre les individus qui utilisent l'équation de Bellman de ceux qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle. Cette distinction s'effectue dans l'expérience par le fait que les individus ne prennent pas la même décision. Cependant, le papier de Bellemare et Michaud n'intègre pas le phénomène de la corrélation et les effets de celle-ci sur la méthode de prise de décision des individus. Ceci représente l'élément nouveau qui est apporté par la méthodologie de ce mémoire. Bref, la manière dont les gens seront distingués dans la méthodologie sera la même que la méthode qui fut utilisée par Bellemare et Michaud. Celle-ci doit cependant être modifiée pour que nous soyons en mesure de regarder si l'ajout de phénomène de corrélation dans la probabilité que certains évènements surviennent permet toujours de faire la distinction entre les deux types d'individus.

Tout comme l'expérience proposée par Bellemare et Michaud, celle de ce document se déroule en deux étapes distinctes. À la première étape, l'individu sera informé de la probabilité que les montants X^a et X^b soient disponibles à la deuxième étape. De plus, l'individu est alors informé du niveau de corrélation dans la probabilité que les montants soient tous le deux disponibles à la deuxième étape. En effet, les montants qu'il a la chance de remporter à la deuxième étape ne sont pas garantis.

Il y aura toujours 50 % des chances que le montant X^a, montant qui est le plus élevé, soit disponible et 50 % des chances que le montant X^b soit disponible. L'individu ne connait donc pas, lors de la première étape, les montants exacts qui seront présents à l'étape suivante, mais seulement la probabilité qu'ils le soient.

C'est donc seulement lorsqu'il est rendu à la deuxième étape que l'individu est mis au courant des montants qui sont disponibles. Si aucun des deux montants, X^a et X^b, n'est disponible, l'individu repartira avec un montant dit minimum. Ce montant prendra une valeur positive ou égale à zéro et est toujours plus petit que les autres montants. L'individu est informé de la valeur de ce montant lors de la première étape.

À la première étape, en plus de se faire informer de la probabilité que certains montants soient disponibles à la deuxième étape, l'individu se verra offrir un montant de sortie (Out). Ce montant est toujours plus élevé que le montant minimum, mais plus faible que les montants X^a et X^b. S'il l'accepte, l'individu va alors quitter l'expérience et ne se rendra pas à la deuxième étape.

En résumé, l'individu a le choix entre repartir avec un montant assuré (Out) à la première étape ou de prendre la chance de repartir avec un plus grand montant (X^a ou X^b) ou un plus petit montant (montant minimum) à la deuxième étape.

Il y a donc présence d'un certain niveau d'incertitude face au futur dans cette expérience. Celle-ci permettra donc de regarder comment les individus réagissent face à une telle incertitude.

Le but de cette méthodologie est d'expliquer les étapes qui ont mené aux choix des différentes combinaisons de montants auxquels les gens qui participeront à l'expérience devront faire face. Ces différentes combinaisons de montants doivent être en mesure de permettre de distinguer les individus qui utilisent la méthode de Bellman de ceux qui utilisent plutôt la méthode de la valeur optionnelle. Bien entendu, d'autres éléments tels que l'aversion au risque et la corrélation doivent être pris en compte dans la méthodologie de l'expérience. À noter que le phénomène de la corrélation ne sera intégré qu'à la section 2.3 du document. Dans les premières parties de la méthodologie, le phénomène de la corrélation sera omis pour être en mesure faciliter la compréhension de l'expérience.

2.1. Aversion au risque

Les gens ont des niveaux différents d'aversion au risque et ce niveau vient jouer un rôle dans la valeur d'utilité qu'ils accordent aux différents montants qu'ils recevront dans l'expérience.

Un individu est dit comme étant averse au risque, s'il préfère obtenir un montant avec certitude, et ce, même si la valeur de ce montant est égale à la valeur espérée d'obtenir un plus grand montant avec un certain niveau d'incertitude (Werner, 2008). Un individu qui n'a pas de préférence entre jouer à la loterie ou prendre le montant assuré est dit être neutre au risque. Pour leur part, les gens qui préfèrent jouer à la loterie sont qualifiés comme aimant le risque. Ces trois types d'individus sont présents dans la population et seront fort probablement présents dans l'expérience. La méthodologie de celle-ci devra donc être en mesure de contrôler, le plus possible, pour les différents niveaux de risque des individus afin de s'assurer que ceux-ci ne viennent pas biaiser les résultats qui seront obtenus.

Le contrôle des différents niveaux de risque s'effectuera à partir du fait que les individus ont des courbes d'indifférences différentes selon leur niveau d'aversion au risque. Comme mentionnée précédemment dans la revue de littérature, la fonction d'utilité prend une forme différente selon le niveau d'aversion au risque des individus. Plus précisément, celle-ci prend une forme convexe pour ceux qui aiment prendre des risques, une forme linéaire pour ceux qui sont neutres au risque et une forme concave pour les individus qui sont averses au risque. La fonction d'utilité utilisée dans l'expérience devra donc être en mesure de refléter ce principe. Conséquemment, l'équation générale de la fonction d'utilité qui sera utilisée dans l'expérience prend la forme suivante;

$$\text{Utilité} = \frac{X^r}{r} \tag{2.1}$$

Dans cette équation, c'est le paramètre *r* qui vient modifier la forme de la fonction d'utilité de l'individu. Ce paramètre représente le niveau d'aversion au risque de l'individu. En effet, la fonction d'utilité est convexe lorsque ce paramètre est plus grand que 1, linéaire lorsqu'il est égal à 1 et concave lorsque celui-ci est plus petit que 1.

Le paramètre *r* prendra, dans la simulation, les valeurs suivantes; [1.5,1.25,1,0.75,0.5,0.25]. Pour chacune de ces valeurs, la fonction d'utilité prendra donc une forme différente. Ce sont ces différentes formes de fonction qui vont permettre de s'assurer que le niveau d'aversion au risque d'un individu ne vient pas influencer les résultats qui seront obtenus dans l'expérience. Bref, que les résultats de l'expérience ne soient pas biaisés par l'aversion au risque des individus.

L'équation 2.1 sera utilisée pour déterminer quatre utilités différentes provenant des quatre différents montants présents dans l'expérience. Les utilités que ces montants procurent aux individus sont décrites dans le tableau ici-bas.

Tableau 1: L'utilité des individus

Symbole	**Utilité**
μ(Out)	Utilité à recevoir le montant disponible à la première étape.
$\mu(X^a)$	Utilité à recevoir le montant X^a.
$\mu(X^b)$	Utilité à recevoir le montant X^b,
μ(Min)	Utilité à recevoir le montant minimal disponible à la deuxième étape

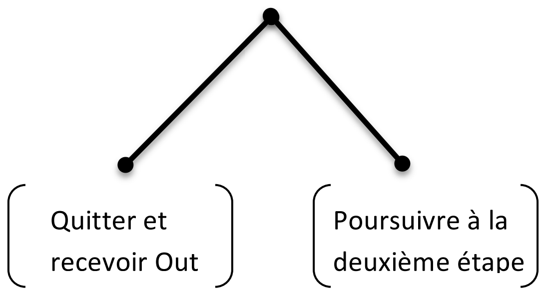
2.2. L'équation de Bellman et la méthode de la valeur optionnelle

Comme mentionné précédemment, le but de cette section est de créer une méthodologie qui sera en mesure de distinguer de façon claire, nette et précise les individus qui utilisent l'équation de Bellman, soit la méthode la plus optimale, de ceux qui utilisent la méthode de calcul de la valeur optionnelle, soit celle qui est plus facile pour un individu de calculer, mais qui n'est qu'une approximation de la première. Pour cela, il doit être possible de simuler les décisions qui seront prises par les deux types d'individus.

2.2.1. Dans le contexte de l'expérience

Lors de l'expérience qui sera simulée, quatre évènements peuvent survenir à la deuxième étape et deux options sont disponibles à la première étape. Pour la première étape, le graphique de ces options est illustré comme suit :

Graphique 1 : Les deux décisions possibles pour l'individu



Lorsque l'individu arrive à la première étape, celui-ci a le choix entre prendre le montant qui lui est offert (Out) et quitter l'expérience ou de continuer à la deuxième étape dans l'espoir d'obtenir un plus grand montant. Les possibilités qui peuvent survenir à la deuxième étape sont illustrées dans le tableau suivant :

Tableau 2 : Probablité que les montants soient disponibles à la deuxième étape.

		D	
		X^b	Min
G	X^a	P_1	P_2
	Min	P_3	P_4

Lorsque l'individu est à la première étape de l'expérience, celui-ci ne connait que la probabilité p_i que chacun des quatre évènements survienne. Rendu à la deuxième étape, l'individu est mis au courant de l'endroit sur ce tableau où il se trouve. Par la suite, il ne lui reste plus qu'à choisir entre le montant de gauche (G) ou le montant de droite (D). Bref, si la situation de la case ayant une probabilité p_3 de se produire survient, ceci signifie que le montant de gauche est Min et le montant de droite est $X^{b.}$

À noter que la probabilité que l'une des quatre possibilités se produise est le produit des probabilités que chacun de ces montants soit individuellement disponible. Par exemple, la probabilité p que le montant X^a soit disponible à la deuxième étape est de 50%. Cette probabilité est la même pour le montant X^b. La probabilité que ces deux montants soient disponibles à la deuxième étape est donc de 25%. p_1 est alors égal à 25%.

De surcroit, il est important de noter que la somme des probabilités doit être égale à un. Bref, que $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$. Ceci est toujours vrai, car sans le phénomène de la corrélation, la probabilité que chacune des quatre cases survienne est de 25 %. Ceci peut être observé à l'aide des équations suivantes :

$$p_1 = p * p = p^2 = 0.25 \tag{2.2}$$

$$p_2 = p * (1 - p) = 0.25 \tag{2.3}$$

$$p_3 = (1 - p) * p = 0.25 \tag{2.4}$$

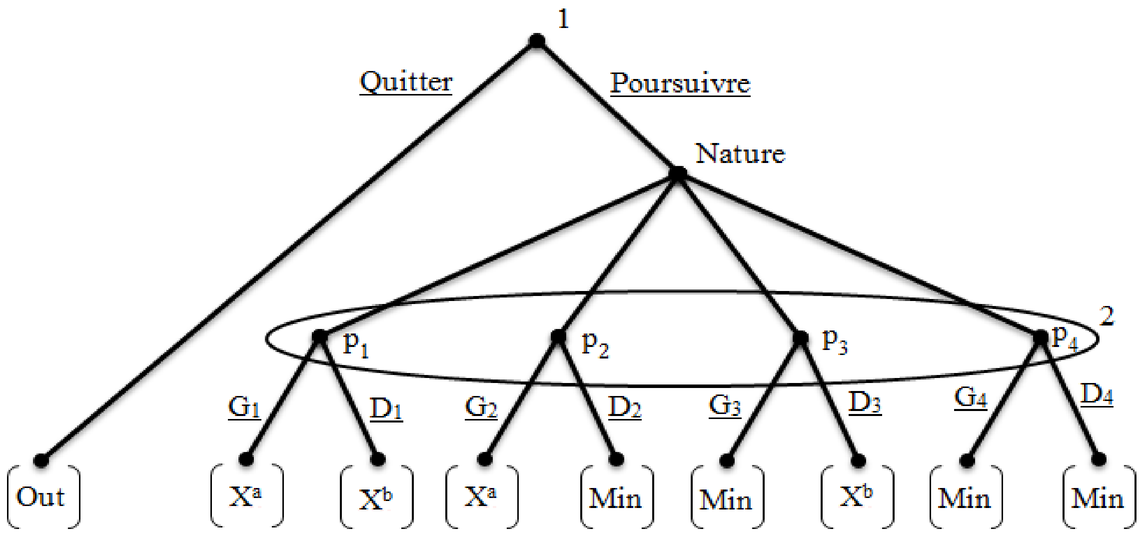
$$p_4 = (1 - p) * (1 - p) = 1 - 2p + p^2 = p^2 = 0.25 \tag{2.5}$$

Où,

p : Probabilité que le montant X^a ou X^b soit disponible à la deuxième étape

Pour résumer les choix que l'individu devra prendre, voici un graphique qui illustre le jeu de l'expérience.

Graphique 2 : Le jeu de l'expérience



Comme indiqué dans le graphique, le joueur prend tout d'abord la décision de quitter l'expérience ou de poursuivre à la deuxième étape. S'il quitte, il repart avec le montant Out, mais s'il décide de poursuivre alors la nature va par la suite jouer. Ceci fait en sorte que lorsque l'individu décide de poursuivre à la deuxième étape, il ne sait pas à quel endroit il va se retrouver lorsque viendra le temps de décider du montant avec lequel il repartira. Il connait seulement la probabilité p_i de se retrouver sur chacun de ces nœuds. Bref, lorsqu'il prend la décision de se rendre à la deuxième et dernière étape de l'expérience, il ne sait pas où il va se retrouver, mais il sait que lorsqu'il arrivera à la deuxième étape il va être en mesure de choisir le montant le plus élevé parmi les deux qui sont disponibles. Il ne jouera donc jamais D1, D2 et G3 à la deuxième étape.

2.2.2. Individus qui utilisent l'équation de Bellman

Pour les individus qui utilisent l'équation de Bellman, le choix optimal est basé sur l'espérance maximale. Dans l'expérience, il n'est cependant pas question de plusieurs périodes sur lesquelles l'individu doit prendre une décision, mais bien d'une seule. L'individu n'a qu'une seule décision à prendre soit d'arrêter l'expérience ou de continuer. Ceci fait donc en sorte que la partie de l'équation de Bellman qui est reliée aux périodes futures peut être ignorée et seule reste la décision du présent. Il n'y a donc pas présence dans l'équation du facteur sur la dépréciation β. L'individu devra seulement prendre en compte les différentes possibilités que certains évènements surviennent pour être en mesure de maximiser son utilité.

De façon plus simplifiée, la personne va calculer la probabilité de tomber sur chacune des cases du tableau 2 ainsi que l'utilité que celles-ci vont lui procurer. Ces cases représentent les différents évènements qui peuvent survenir, lorsque l'individu est rendu à la deuxième étape de l'expérience. Les différents événements sont, dans l'exemple du livre d'Abba et Cooper (2003), qui fut décrit dans la section 1.3 de ce document, représentés par le vecteur ε. Ce vecteur multiplie l'utilité d'un évènement avec la probabilité que celui-ci survienne. Ceci amène donc la personne qui utilise la méthode de la programmation dynamique à effectuer le calcul suivant;

$$Emax = \sum p_i Max(\mu(G_i),\mu(D_i)) \quad \forall\, i \in [1,4] \tag{2.6}$$

Où,

$\mu(G_i)$: Utilité à choisir le montant de gauche

$\mu(D_i)$: Utilité à choisir le montant de droite

Cependant, comme l'individu est conscient que certains montants sont toujours plus élevés que d'autres, le calcul qu'il va en réalité réaliser est le suivant.

$$Emax = p_1 * \mu(X^a) + p_2 * \mu(X^a) + p_3 * \mu(X^b) + p_4 * \mu(min) \tag{2.7}$$

Où,

$\mu(X^a)$: Utilité à obtenir le montant X^a

$\mu(X^b)$: Utilité à obtenir le montant X^b

$\mu(min)$: Utilité à obtenir le montant minimum.

L'individu va décider de se rendre à la deuxième étape si et seulement si $Emax > \mu(Out)$. Il est important de rappeler que les valeurs $\mu(X^a)$, $\mu(X^b)$, $\mu(Out)$ et $\mu(min)$ sont obtenues à l'aide de la formule d'utilité qui prend en compte l'aversion au risque des individus.

2.2.3. Individus qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle

Pour sa part, la personne qui utilise le calcul plus simple de la méthode de la valeur optionnelle va calculer le maximum de l'utilité espérée. Bref, calculer la probabilité d'obtenir le plus grand montant disponible. Encore une fois, il est important de rappeler qu'il n'y a qu'une seule période où l'individu a à prendre une décision. Ceci fait donc en sorte que la personne n'a pas à faire la sommation des différentes possibilités, mais bien de seulement prendre l'espérance de celle avec la plus grande valeur. Pour cela, la personne effectuera le calcul suivant :

$$MaxE = max(E\mu(G), E\mu(D)) \qquad (2.8)$$

Où,

$$E\mu(G) = p_1\mu(X^a) + p_2\mu(X^a) + p_3\mu(min) + p_4\mu(min) \qquad (2.8a)$$

$$E\mu(D) = p_1\mu(X^b) + p_2\mu(min) + p_3\mu(X^b) + p_4\mu(min) \qquad (2.8b)$$

La personne qui utilisent ce calcul pour prendre sa décision, va choisir de se rendre à la deuxième étape si et seulement si $MaxE > \mu(Out)$. Ceci signifie donc que les deux personnes ne vont pas toujours prendre les mêmes décisions étant donné que par définition la technique de *MaxE* donne une valeur plus petite que la méthode de Bellman.

En effet, dans l'expérience, $X^a > X^b$ et ce pour toutes les différentes combinaisons possibles. Ceci signifie donc que pour le calcul de la valeur optionnelle X^b n'est pas pris en considération. Ceci fait donc en sorte que la seule formule qui est utilisée est l'équation 2.8a.

Si nous remplaçons les probabilités p_1 à p_4 par leurs valeurs, nous obtenons alors la formule suivante;

$$E\mu(G) = 0.25\mu(X^a) + 0.25\mu(X^a) + 0.25\mu(min) + 0.25\mu(min) \qquad (2.9)$$

Ceci fait en sorte que le calcul qui est effectué par l'individu qui utilise la méthode de la valeur optionnelle peut être résumé ainsi;

$$E\mu(G) = 0.5\mu(X^a) + 0.5\mu(min) \tag{2.10}$$

Bref, le calcul de l'individu est simplement la probabilité que le montant X^a soit disponible (50%) multiplié par son utilité. À ce résultat est additionnée l'espérance de l'utilité d'obtenir le montant minimum dans l'éventualité que le plus grand montant ne soit pas disponible.

Regardons maintenant le cas avec l'équation de Bellman.

$$Emax = 0.25\mu(X^a) + 0.25\mu(X^a) + 0.25\mu(X^b) + 0.25\mu(min) \tag{2.11}$$

$$Emax = 0.5\mu(X^a) + 0.25\mu(X^b) + 0.25\mu(min) \tag{2.12}$$

Donc pour que la valeur de l'équation de Bellman soit plus grande que celle obtenue via la valeur optionnelle il faut que;

$$0.5\mu(X^a) + 0.5\mu(min) < 0.5\mu(X^a) + 0.25\mu(X^b) + 0.25\mu(min) \tag{2.13}$$

$$0.25\mu(min) < 0.25\mu(X^b) \tag{2.14}$$

$$\mu(min) < \mu(X^b) \tag{2.15}$$

L'équation 2.15 est vraie, car dans le contexte de l'expérience le montant X^b disponible à la deuxième ronde sera toujours plus grand que le montant minimum. Bref, si la valeur de $\mu(Out)$ se retrouve entre les deux valeurs de l'équation 2.15, alors les individus vont prendre des décisions différentes selon leur méthode de calcul. Ceci fera en sorte que nous serons en mesure de calculer la proportion de gens dans l'expérience qui utilisent une technique plutôt qu'une autre.

En résumé, l'objectif est de trouver une combinaison de montant qui, peu importe le niveau d'aversion au risque de l'individu, fera en sorte que les gens qui utilisent l'équation de Bellman vont continuer à la deuxième étape et ceux qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle vont quitter à la première étape. Pour cela, les deux équations suivantes devront être respectées en tout temps;

$$\sum \left(p_i Max\left(\mu(G_i),\mu(D_i)\right) \right) > \mu(Out) \tag{2.16}$$

$$Max(E\mu(G),E\mu(D)) < \mu(Out) \tag{2.17}$$

2.3. Corrélation

Le fait de rajouter un niveau de corrélation à la probabilité que les événements surviennent est véritablement l'élément nouveau que ce papier apporte. Le but est de regarder si le fait d'apporter un niveau de difficulté supplémentaire au calcul que l'individu doit effectuer, lors de la prise de décision, va venir modifier la technique que celui-ci va utiliser pour effectuer son calcul. Autant les corrélations positives que les corrélations négatives seront observées. Il est important de préciser que lorsqu'il sera question de corrélation positive, il est entendu que si le montant X^a est disponible à l'étape 2, alors il y a plus de chance que le montant X^b soit également disponible à cette étape. L'inverse est également vrai.

En résumé, dû à l'intégration du principe de la corrélation, ceci fait en sorte que, lorsqu'arrivée à la deuxième étape, la probabilité que les deux montants, X^a et X^b, soient disponibles est de la même valeur que la probabilité que ces deux montants ne soient pas disponibles. Pour sa part, la probabilité qu'un seul de ces deux montants soit disponible est de la même valeur pour chacun des deux montants. Ceci fait en sorte que p_1=p_4 et p_2=p_3, le tableau des possibilités pourra donc maintenant être vue de la façon suivante;

Tableau 3 : Probablité que les montants soient disponibles avec effet de corrélation

		D	
		X^b	Min
G	X^a	P_1	P_2
	Min	P_2	P_1

Il est important de préciser que l'ajout d'un effet de corrélation ne vient en aucun cas modifier le calcul qui est effectué par un individu qui utilise la méthode de la valeur optionnelle. En effet, cet individu ne prend en compte que la probabilité que le montant X^a soit disponible et celle-ci est toujours de 50%.

La question est donc maintenant de voir comment l'ajout du phénomène de la corrélation vient modifier le calcul de la personne qui utilise l'équation de Bellman.

Par exemple, s'il est énoncé dans l'expérience que le taux de corrélation est de 20%, ceci signifie qu'il y a maintenant 30% de chance que les deux montants soient disponibles, mais également, avec une même probabilité, que les deux montants ne soient pas disponibles. De surcroit, il y a 40% de chance que seulement un des deux montants soit disponible, chacun des montants est disponible de façon individuelle, soit sans que l'autre soit disponible, avec une probabilité de 20%. En résumé, p_1 prend maintenant la valeur de 30% et p_2 de 20%. Comme ceci peut être observé dans l'équation 2.18 ici-bas;

$$Emax = 0.3\mu(X^a) + 0.2\mu(X^a) + 0.2\mu(X^b) + 0.3\mu(min) \qquad (2.18)$$

La formule ne sera donc pas modifiée, mais la probabilité que chacun des quatre évènements survienne est modifiée. Individuellement, chacun des deux montants X^a et X^b a toujours 50% de chance d'être disponible lors de la deuxième étape. Ceci vient donc expliquer pourquoi les gens qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle n'ont pas à modifier leur calcul lorsqu'est ajouté un phénomène de corrélation. En effet, la formule va demeurer la même.

$$E\mu(G) = 0.3\mu(X^a) + 0.2\mu(X^a) + 0.3\mu(min) + 0.2\mu(min)$$

$$= 0.5\mu(X^a) + 0.5\mu(min) \qquad (2.19)$$

Le niveau de difficulté supplémentaire pour les gens qui utilisent l'équation de Bellman vient donc du fait que l'individu doit être en mesure d'associer le bon scénario avec la bonne espérance.

Une façon simple qui fut utilisée, pour assurer d'avoir bel et bien le bon pourcentage de corrélation, est l'utilisation du principe du Phi-Coefficient. Celui-ci a été construit dans le but de permettre une comparaison de distribution de type dichotomique (Chedzoy, 2006). De manière plus précise, et toujours selon ce qui sera utilisé dans l'expérience, la formule pour calculer le Phi-Coefficient ou en d'autres termes le niveau de corrélation entre les deux évènements est la suivante;

$$\textit{Phi-coefficient} = \frac{p_1 p_4 + p_2 p_3}{\sqrt{\{(p_1+p_2)(p_3+p_4)(p_1+p_3)(p_2+p_4)\}}} \tag{2.20}$$

Il est important de noter que ce calcul plus complexe n'a pas besoin d'être effectué par l'individu certaines techniques plus intuitives peuvent être utilisées. Cependant, ce calcul présenté ci-dessus montre bien la complexité qui est rajoutée au calcul lorsqu'un facteur de corrélation y est ajouté.

2.3.1. Difficulté de la compréhension de la corrélation

Un dernier point qui devra être regardé, lors du choix des différentes combinaisons de montants auxquels les individus devront faire face, est le fait que certains individus ne comprendront peut-être pas le principe de la corrélation ou du moins qu'ils auront de la difficulté à l'intégrer dans leur calcul. Plus précisément, le but de cette sous-section sera de regarder la possibilité qu'un individu qui utilise la méthode de Bellman soit identifié, dans l'expérience, comme une personne qui utilise la méthode de la valeur optionnelle étant donné que cette personne a de la difficulté à bien comprendre comment fonctionne la méthode de Bellman lorsqu'un effet de corrélation y est intégré.

Pour se faire, le cas où l'individu n'est pas en mesure d'intégrer le fait qu'il y ait un effet de corrélation entre les probabilités que chacun des montants soit disponible, lors de la deuxième étape, sera observé. Ceci revient en quelque sorte au fait que l'individu décide d'ignorer le phénomène de corrélation qui est présent bien qu'il décide tout de même d'utiliser l'équation de Bellman pour prendre sa décision.

Il faut donc observer quelle sera la décision de l'individu si celui-ci fait son calcul en ne prenant pas en considération le fait qu'il y est présence de corrélation. Dans le contexte des équations qui furent montrées précédemment, ceci fait en sorte que l'individu utilise l'équation 2.18, mais que p_1 et p_2 prennent alors la même valeur, soit 25%. Bref, l'individu considère que la probabilité qu'un des quatre évènements se produise à la deuxième étape est la même pour tous les évènements. Ceci revient donc au principe qui fut illustré à l'aide de l'équation 2.7.

Les étapes qui furent décrites précédemment représentent donc les calculs qui seront effectués pour en arriver à différencier les gens qui utilisent la méthode de Bellman de ceux qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle. En résumé, il faut tout d'abord contrôler pour l'aversion au risque, par la suite, il faut faire la distinction entre les gens qui utilisent les différentes techniques de calcul et finalement ajouter un effet de corrélation, le tout en s'assurant que les combinaisons utilisées permettent bel et bien de distinguer de façon claire, nette et précise les individus qui utilisent la technique de Bellman et les individus qui utilisent la technique plus simple de la valeur optionnelle. C'est ces combinaisons qui représentent le plus grand défi.

Chapitre 3

Résultats

Le but de cette section est de présenter différentes combinaisons de montants qui pourraient être utilisées dans le contexte de l'expérience. Il sera plus précisément question de présenter ces différentes combinaisons, mais également de porter un regard critique sur celles-ci. Finalement, il est important de préciser que les combinaisons qui seront présentées dans la sous-section suivante ne sont en aucun cas les seules qui sont en mesure de répondre aux critères de la méthodologie. Elles semblent cependant être celles qui s'y accordent le mieux, et ce, pour divers critères qui seront expliqués plus en détail dans les pages suivantes de ce document.

Les résultats de ce document furent obtenus grâce à la réalisation d'une simulation réalisée à l'aide du logiciel Ox. Cette simulation a pour but de répliquer les décisions que les individus prendraient lors de l'expérience qui fut décrite dans la méthodologie de ce document. Cette dernière a comme objectif de trouver des combinaisons de montants et de niveau de corrélation qui permettent la distinction entre les deux types d'individus. Un outil de calcul fut également utilisé pour déterminer la probabilité que les différents montants soient disponibles à la deuxième étape lorsqu'il y a ajout d'effet de corrélation[1]. Cet outil permet d'effectuer la vérification des probabilités inscrites dans la simulation.

3.1. Faits qui sont ressortis des résultats obtenus

Un des premiers points qu'il est essentiel de mettre de l'avant est qu'une combinaison de montants, qui permet de distinguer les individus qui utilisent la méthode de Bellman de ceux qui utilisent plutôt la technique de la valeur optionnelle pour un niveau donné de corrélation, sera en mesure de permettre cette distinction pour toute valeur plus faible de corrélation. Cependant, elle ne le sera pas nécessairement pour un niveau de corrélation plus élevé. Ceci fait donc en sorte que les combinaisons de montants peuvent être utilisées dans le contexte de l'expérience seulement pour certaines valeurs de corrélation. Ce

[1] Cet outil se retrouvant à l'adresse suivante; http://vassarstats.net/odds2x2.html

phénomène fait en sorte que toutes les combinaisons qui seront présentées dans les résultats fonctionnent pour des niveaux élevés de corrélation négative, mais que peu en font de même pour les corrélations positives.

Un autre point qui fut en mesure d'être remarqué, lors de la mise en marche du processus pour trouver les combinaisons, est le fait qu'il semble que lorsque le montant minimum qui est disponible à la deuxième étape est élevé, alors, de façon générale, la combinaison de montant permet de faire la distinction entre les deux types d'individu pour un nombre plus élevé de niveaux de corrélation.

Finalement, il est à noter que seul un nombre restreint de combinaisons qui respectent une certaine proportion entre les différents montants permet une distinction entre les différents types d'individus. Ceci est particulièrement le cas lorsqu'est pris en compte le fait que certains individus n'ont pas les connaissances nécessaires pour être en mesure de bien intégrer le principe de la corrélation dans l'équation de Bellman. À noter que plus il y a d'éléments à prendre en compte plus que le nombre de combinaison utilisable diminue.

3.2. Combinaisons qui permettent de réaliser la distinction.

Dans cette section sont présentées les différentes combinaisons qui permettent de distinguer les individus selon les différents niveaux de corrélation utilisés. Ces combinaisons sont présentées dans le tableau 4 de la page suivante. À noter que les montants permettent de distinguer les gens qui utilisent l'équation de Bellman de ceux qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle pour toutes les valeurs de corrélation qui sont plus petites ou égales au niveau auxquelles elles sont inscrites.

Comme mentionné précédemment dans la méthodologie de ce document, il est possible qu'un certain nombre d'individus qui utilisent l'équation de Bellman ne soient pas en mesure d'intégrer le principe de la corrélation dans leur calcul et qu'ils décident de façon volontaire ou non de ne pas prendre en considération le phénomène de la corrélation lors de leur prise de décision. Ceci peut donc venir créer un problème, car certaines personnes qui utiliseraient cette méthode de calcul dans leur prise de décision pourraient être identifiées comme étant de celles qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle. Bref, ces individus pourraient être catégorisés dans le mauvais groupe d'individus.

Ce principe fut intégré au tableau 4, sous la catégorie intitulée « Bellman sans corrélation ». Il est cependant important de noter que les résultats de cette catégorie d'individus ne sont pas toujours robustes pour tous les niveaux d'aversion au risque. En effet, pour certaines combinaisons, il n'est pas possible de faire la distinction entre ceux qui utilisent la méthode de Bellman de ceux qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle.

Ceci fait en sorte que dans le tableau 4, il est indiqué le niveau d'aversion au risque à partir duquel l'individu qui utilise la méthode de Bellman, mais qui ne prend pas en compte le phénomène de la corrélation, va réagir de la même manière que la personne qui utilise la méthode de la valeur optionnelle.

Se trouve, dans le tableau 4, dix combinaisons qui permettent la distinction entre l'équation de Bellman et la méthode de la valeur optionnelle lorsque tous les individus prennent en compte le phénomène de la corrélation. Les agissements des gens qui ne prennent pas en compte celle-ci s'y retrouvent également. À noter que ce tableau ne représente qu'une partie des combinaisons utilisables. L'ensemble des combinaisons se retrouve à l'annexe 1.

Tableau 4 : Exemple de combinaisons

	Corrélation	**Out**	**X_a**	**X_b**	**Min**	**Bellman**	**Valeur optionnelle**	**Bellman sans corrélation**
1	0.2	70	100	90	30	Continue	Quitte	Continue
2	0.1	10	13	12	5	Continue	Quitte	Continue
3	0.1	50	70	65	20	Continue	Quitte	Continue
4	0.05	25	35	30	10	Continue	Quitte	Continue
5	-0.1	20	30	25	5	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
6	-0.1	35	50	45	10	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
7	-0.2	60	80	75	20	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
8	-0.4	55	80	75	10	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
9	-0.6	60	95	90	0	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
10	-0.6	80	125	120	0	Continue	Quitte	Quitte à 0.5

Un des premiers points à remarquer est qu'il ne fut pas possible de trouver une combinaison avec un montant minimum de zéro qui permettrait de distinguer les individus lorsque la corrélation prend une valeur plus grande que -0.6. En effet, les individus qui sont averses au risque réagissent fortement au fait que s'ils se rendent à la deuxième étape, ils risquent de perdre l'entièreté du montant promis à la première étape. Il semble donc beaucoup plus facile de trouver des combinaisons qui peuvent être utilisées pour distinguer les deux types de gens lorsqu'un montant minimum, qui prend une valeur plus grande que zéro, est accordé. Ceci vient donc en quelque sorte diminuer, pour les gens qui sont averses au risque, le risque à se rendre à la deuxième étape.

Cependant, il ne faut pas seulement ajouter une certaine valeur au montant minimum pour que la combinaison soit utilisable. En effet, il faut également trouver le bon équilibre entre donner un assez gros montant minimum pour les gens qui sont averses au risque et ne pas donner un trop grand montant minimum pour ne pas faire en sorte que tous les individus qui ont un certain amour pour le risque désirent de se rendre à la deuxième étape, et ce, peu importe la technique de calcul qu'ils utilisent pour prendre leur décision. Un des défis de ce travail reposait donc à trouver ce bon équilibre. Ceci a fait en sorte que seul un nombre limité de combinaisons sont inscrites dans le tableau des résultats.

Un autre élément qui a dû être pris en compte lors du choix des combinaisons qui seraient utilisables est le fait que les montants doivent être relativement simples à calculer. De manière plus précise, il a été évité d'utiliser des chiffres ou encore des corrélations fractionnelles. Sur ce point, il peut être remarqué que toutes les corrélations ainsi que les montants, à l'exception d'un, sont composés de facteurs de cinq. Ceci vient donc faciliter les calculs de l'individu et diminuer le risque d'erreur lors de la prise de décision. À noter qu'en ce qui a trait à la combinaison qui n'est pas composée uniquement de montants qui sont des facteurs de cinq, ceux-ci sont des nombres à faibles valeurs et donc l'individu devrait avoir autant de facilité à effectuer le calcul. Il existe d'autres combinaisons qui pourraient prendre part dans ce tableau des résultats, mais celles-ci ne furent pas mises de l'avant, car elles ne semblent pas bien, ou du moins pas aussi bien, s'intégrer au contexte de l'expérience qui serait réalisée.

En ce qui a trait au fait que certains individus ne prendraient pas en compte le phénomène de la corrélation, il peut être remarqué que ceci viendrait causer un problème uniquement pour les combinaisons qui ne permettent de distinguer les deux types d'individus qu'à partir d'un niveau de corrélation qui est négative. En effet, lorsque les gens ignorent le phénomène de la corrélation, celle-ci prend dans leur calcul une valeur de 0. Donc, toutes les corrélations qui permettent la distinction pour des niveaux de corrélation positive vont également le permettre pour un niveau de corrélation qui est nulle. Bref, le fait que certains individus ne prennent pas en compte la corrélation, de façon volontaire ou non, ne devrait pas venir créer de problèmes pour les combinaisons inscrites du côté des corrélations positives.

Le risque repose donc lors de l'utilisation de combinaisons de montants qui permettent de faire la distinction qu'à partir de niveaux de corrélation qui sont négatifs. Cependant, comme ceci est démontré, ce n'est pas l'ensemble des individus qui ne prennent pas en compte le phénomène de la corrélation qui seront mal identifiés lors de l'utilisation de telles combinaisons. En effet, ce sont, de façon générale, les individus qui sont les plus averses au risque qui seront mal identifiés alors que ceux qui n'ont pas cette aversion seront souvent bien identifiés.

En somme, il semble qu'il soit préférable de privilégier les combinaisons de montants qui permettent la distinction entre les individus à la fois lorsqu'il y a présence corrélation positive que lors de corrélation négative. Ceci ayant pour but d'éviter d'identifier les gens qui effectuent mal le calcul de l'équation de Bellman comme étant des gens qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle.

Conclusion

Les individus doivent effectuer de nombreuses décisions en situation d'incertitude, sur des éléments qui se produiront dans le futur. À ce titre, mentionnons notamment les questions de placements, de retraite ou, de façon plus générale, de décision qui se rapportent au marché du travail et de consommation. Les économistes ont souvent comme objectif de tenter de déterminer les choix que ces individus vont effectuer face aux alternatives qui leur sont proposées.

Dans ce document, il fut montré qu'il est possible d'identifier la proportion de gens qui utilisent la méthode de l'équation de Bellman qui est une technique précise en ce qui concerne le fait de prendre des décisions lors d'incertitude dans le futur, et ceux qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle, méthode qui n'est en réalité qu'une estimation de l'équation de Bellman. La distinction se situe dans un contexte où les individus font, à la fois, face à de l'incertitude et à la présence de corrélation entre la probabilité que certains évènements surviennent dans le futur. Le fait d'intégrer le principe de la corrélation en situation d'incertitude fut l'élément nouveau que ce document avait comme objectif de développer.

Cet objectif a été réalisé. En effet, il fut construit dans ce document une méthodologie pour une expérience qui permettrait de faire la distinction entre les gens qui utilisent l'équation de Bellman de ceux qui utilisent plutôt la méthode de la valeur optionnelle. Pour arriver à démontrer qu'il serait possible de distinguer ces deux types d'individus dans le cadre d'une expérience, plusieurs étapes ont dû être réalisées. Premièrement, il a fallu prédire la réponse des gens, lorsque soumis à une situation d'incertitude face au futur. Par la suite, il a fallu s'assurer que chacun des deux types d'individus donne une réponse qui est de façon claire, nette et précise différente de celle qui fut donnée par l'autre type. Cette réponse est, pour les individus qui utilisent l'équation de Bellman, de continuer à la deuxième étape et donc de voir ce qui se produit dans ce futur qui leur est incertain. Pour leur part, les gens qui utilisent la méthode de la valeur optionnelle vont décider de ne pas continuer l'expérience à la deuxième étape et de repartir avec un montant assuré. Bref, ils ne veulent pas faire face à la situation d'incertitude qui a lieu à la deuxième étape. Ils s'assurent de repartir avec un montant d'une certaine valeur.

Pour réussir à faire cela, il a cependant dû être pris en compte le fait que les individus ont des caractéristiques individuelles propres et donc que certains peuvent ne pas donner la même réponse qu'un autre, bien que les deux soient du même type. Pour cela, un contrôle pour le niveau d'aversion au risque des individus fut effectué ainsi qu'un contrôle pour les gens qui ne seraient pas en mesure de bien intégrer le phénomène de la corrélation dans leur calcul de prise de décision. Au final, de nombreuses combinaisons qui sont en mesure de répondre à l'objectif de ce document furent trouvées.

En résumé, il fut démontré, dans ce document, qu'il est possible de distinguer les gens qui utilisent une méthode plutôt qu'une autre lorsqu'il y a présence d'un phénomène de corrélation dans la probabilité que certains évènements surviennent. Bien entendu, aucune expérience n'a encore été en mesure de venir confirmer les éléments théoriques qui furent présentés dans ce document. Ceci est la prochaine étape qui serait à réaliser pour voir jusqu'à quel point la théorie énoncée est en mesure d'être reflétée lorsque soumise à la réalité des choix humains. Une telle expérience peut se révéler fort utile, particulièrement due au fait que, de façon générale, seulement une des deux techniques de calcul est utilisée dans le cadre d'études économiques. Pourtant l'exactitude de celles-ci est fort importante, particulièrement dans un contexte où elles influencent les prises de décisions des gouvernements.

Bibliographie

ABEL, AB. et EBERLY, Jc., «A unified model of investment under uncertainty», *American Economic Review*, Vol. 1994, No.5, 1994, pages 1369-1384.

ADDA, Jérôme et COOPER, Russel, « Dynamic economics: Quantitative methods and applications », MiT Press, Cambrige, Massachusetts, 2003, 279 pages.

ALLAIS,M.,« Le comportement de l'Homme Rationnel devant le risqué: Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Americaine », *Econometrica*, Vol. 21, No. 4, 1953, pages 503-546.

BARR, Nicholas et DIAMOND, Peter, «The economics of pensions», Oxford Review of Economic Policy, Vol. 22, No. 1, 2006, pages 15-39.

BELLMAN, Richard, «The theory of dynamic programming», *Bulletin of the American Mathematical Society*, Vol. 60, No. 6, 1954, pages 503-515.

BELLEMARE, Charles et MICHAUD, Pierre-Carl, « Proposal for: An Experimental Test of Dynamic Programming and Option-Value Models », 16 novembre 2012, 5 pages.

BERKOVEC, J. et STERN, S., « Job exit behavior of older men », *Econometrica*, Vol.59, No. 1, 1991, pages 189-210.

BELLONI, M. et ALESSIE,R., « Retirement Choices in Italy : What an option Value Model Tells Us», *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol.75, No.4, 2013, pages 499-527.

CHEDZOY,O.B., « Phi_Coefficient », *Encyclopedia of Statistical Sciences*, 15 août 2006, en ligne,http://onlinelibrary.wiley.com.acces.bibl.ulaval.ca/doi/10.1002/0471667196.ess1960.pub2/pdf, 1 pages.

DUHARCOURT, Pierre, « Introduction à la programmation dynamique », *Revue économie*, Vol.20, No.2, Mars 1969, pp.182-234.

ECKSTEIN, Z. et WOLPIN, KI., « Why youths drop out of high school: The impact of preferences opportunities, and abilities», *Econometrica*, Vol.67, No.6, 1999, pages 1295-1339.

FILOSO, Valerio, «Divorce and the option value of marital search», *Metroeconomica*, Vol.60, No.1, pages 119-149.

FRENCH, E., «The effects of health, wealth, and wages on labour supply and retirement behaviour», *Review of Economic studies*, Vol. 72, No.2, 2005,pages 395-427.

GILLESKIE, Db., «A dynamic stochastic model of medical care use and work absence», *Econometrica*, Vol. 66, No.1, 1998, pages 1-45.

GUESNERIE, Roger, « Rationalité économique et anticipations rationnelles », *Idées économiques et sociales*, No.3, 2011, page 7-14.

GUSTMAN, Alan L. et STEINMELER, Thomas L., « A structural retirement model », *Econometrica*, Vol.54, No.54, 1986, pages 555-584.

JUDD, Kenneth L., «Review of recursirve methods in economic dynamics (Book Review)», *Journal of Economic Literature*, Vol. 29, No. 1, 1991, pages 69-77.

LUMSDAINE, Robin L., MITCHELL, Olivia S., «New developments in the economic analysis of retirement», Handbook of Labor Economis, Volume 3, 1999, page 3261-3306.

LUMSDAINE, Robin L., STOCK, James H., WISE, David A., «Three Models of Retirement: Computational Complexity Versus Predictive Validity», *NBER Working Paper Series*, No. 3558, 1990, 62 pages.

MACHINA, Mark J. « Expected utility hypothesis. » The New Palgrave Dictionary of Economics. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Palgrave Macmillan, 2008. The New Palgrave Dictionary of Economics Online. Palgrave Macmillan. 28 August 2015 <http://www.dictionaryofeconomics.com.acces.bibl.ulaval.ca/article?id=pde2008_E000178>doi:10.1057/9780230226203.0526

RUST, John. « Dynamic programming. » The New Palgrave Dictionary of Economics. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Palgrave Macmillan, 2008. The New Palgrave Dictionary of Economics Online. Palgrave Macmillan. 07 July 2015<http://www.dictionaryofeconomics.com/article?id=pde2008_D000246> doi:10.1057/9780230226203.0420

RUST, J. et PHELAN, C., «How Social Security and Medicare affect retirement behavior in a world of incomplete markets», *Econometrica*, Vol.65, No.4, 1997, pages 781-831.

RUST, J. et HALL, G., « Middlemen versus market makers: A theory of competitive exchange», *Journal of political economy*, Vol.111, No.2, pages 353-403.

SEN, Amartya. « Rational behaviour. » The New Palgrave Dictionary of Economics. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Palgrave Macmillan, 2008. The New Palgrave Dictionary of Economics Online. Palgrave Macmillan. 28 August 2015 <http://www.dictionaryofeconomics.com.acces.bibl.ulaval.ca/article?id=pde2008_R000022>doi:10.1057/9780230226203.1385

SHIN, Yongseok. « Bellman equation. » The New Palgrave Dictionary of Economics. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Palgrave Macmillan, 2008. The New Palgrave Dictionary of Economics Online. Palgrave Macmillan. 07 July 2015,<http://www.dictionaryofeconomics.com/article?id=pde2008_B000340>doi:10.1057/9780230226203.0120

SNIEDOVICH, Moshe, « Dynamic Programming: foundations and principles», *Boca Raton: CRC Press*, 2010, 624 pages

STERN, S., « Approximate Solutions to Stochastic Dynamic Programs », *Econometric theory*, Vol.13, No.3, 1997, pages 392-405.

STOCK, Jh. et WISE, Da., « Pensions, the option value of work, and retirement », *Econometrica*, Vol.58, No.5, 1990, pages 1151-1180.

STOKEY, Nancy L. et LUCAS, Robert E. « Recursive Methods in Economic Dynamics », *Harvard University Press*, Cambridge, 1989, via http://www.u.arizona.edu/~mwalker/econ519/Stokey%26Lucas_1-65.pdf, 40 pages, consulté le 10 février 2016.

THALER, Richard H., «Psychology and Savings Policies», The American Economic Review, Vol.84, No.2, Papers and Proceedings of the Hundred and Sixth Annual Meeting of the American Economic Association, mai 1994, pages 186-192.

WERNER, Jan. « Risk aversion. » The New Palgrave Dictionary of Economics. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Palgrave Macmillan,2008. The New Palgrave Dictionary of Economics Online. Palgrave Macmillan. 23 June 2015 <http://www.dictionaryofeconomics.com.acces.bibl.ulaval.ca/article?id=pde2008_R000155>doi:10.1057/9780230226203.1443

Annexe

Tableau 5 : Combinaisons utilisables dans l'expérience.

	Corrélation	Out	X_a	X_b	Min	Bellman	Valeur optionnelle	Bellman (sans corrélation)
1	0.2	70	100	90	30	Continue	Quitte	Continue
2	0.1	10	13	12	5	Continue	Quitte	Continue
3	0.1	50	70	65	20	Continue	Quitte	Continue
4	0.1	55	80	75	20	Continue	Quitte	Continue
5	0.1	60	85	75	25	Continue	Quitte	Continue
6	0.1	80	110	100	35	Continue	Quitte	Continue
7	0.1	95	130	120	40	Continue	Quitte	Continue
8	0.05	25	35	30	10	Continue	Quitte	Continue
9	-0.1	20	30	25	5	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
10	-0.1	35	50	45	10	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
11	-0.1	40	60	50	10	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
12	-0.1	60	90	75	15	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
13	-0.1	70	100	90	20	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
14	-0.2	35	50	40	10	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
15	-0.2	60	85	75	15	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
16	-0.2	60	80	75	20	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
17	-0.4	65	100	85	5	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
18	-0.4	55	80	75	10	Continue	Quitte	Quitte à 0.25
19	-0.4	60	80	75	10	Continue	Quitte	Quitte à 0.75
20	-0.4	60	85	75	10	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
21	-0.6	60	95	90	0	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
22	-0.6	70	110	105	0	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
23	-0.6	80	125	120	0	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
24	-0.6	95	150	140	0	Continue	Quitte	Quitte à 0.5
25	-0.6	60	80	75	5	Continue	Quitte	Quitte à 1.0
26	-0.6	75	100	85	5	Continue	Quitte	Quitte à 1.0
27	-0.6	80	100	90	10	Continue	Quitte	Quitte à 1.25