

# Table des matières

RÉSUMÉ .....	III
TABLE DES MATIÈRES .....	IV
LISTE DES TABLEAUX .....	VI
LISTE DES FIGURES .....	VII
AVANT-PROPOS .....	IX
INTRODUCTION.....	1
1.    OBJECTIFS.....	5
NOTATIONS DE BASE.....	5
I.1.    GESTION DES STOCKS .....	7
I.1.1    Fonctions des stocks.....	7
I.1.2    Stratégies d'inventaire .....	8
I.1.3    Détermination du niveau de stock .....	9
I.1.4    Contrôle du stock .....	10
I.1.4.1    Systèmes de distribution d'inventaire .....	11
I.1.4.2    Le transfert latéral.....	13
I.1.4.3    Les coûts considérés.....	14
I.2.    LE POOLING .....	15
I.2.1    Coopération Ad Hoc .....	17
I.2.2    Le Pooling coopératif .....	18
I.2.3    Le Pooling complet et partiel .....	18
I.2.4    Transferts latéraux unidirectionnels .....	20
I.2.5    Entrepôts principaux et réguliers locaux .....	21
I.2.6    Pooling commercial.....	22
I.2.7    Attribution des coûts dans le Pooling de pièces de rechange .....	22
I.2.8    Système centralisé – arrangement coopératif.....	22
I.2.9    Système décentralisé – arrangement concurrentiel.....	24
II.    MÉTHODOLOGIE .....	28
II.1.    LE MODÈLE DE POOLING TAGARAS 1989.....	28
II.1.1    Formulation et optimisation .....	28
II.2.    EFFET DU POOLING SUR LE NIVEAU DE SERVICE .....	33
II.2.1    Optimisation du niveau de service sans contraintes .....	33
II.2.2    Optimisation du niveau de service sous contraintes : .....	36
II.3.    APPLICATION DE LA CENTRALISATION.....	37
II.4.    MODÉLISATION NUMÉRIQUE.....	39
II.4.1    Implémentation sur Matlab.....	39
III.    ÉTUDE DE CAS.....	45
III.1.    MODÈLE À DEUX SITES .....	45
Solution optimale sans contraintes:.....	46
Solution optimale avec contraintes $\beta_1 = \beta_2 = 0.99$ : .....	46

<i>III.1.1</i> <i>Validation des résultats</i> .....	48
III.2.    MODÈLE TROIS SITES.....	48
<i>III.2.1</i> <i>Choix de la combinaison :</i> .....	54
<b>IV.    CONCLUSION ET PERSPECTIVES</b> .....	<b>59</b>
<b>V.    RÉFÉRENCES</b> .....	<b>63</b>
<b>ANNEXE</b> .....	<b>67</b>

# Liste des Tableaux

<b>TABEAU 1 : ÉCART TYPES ET MOYENNES DE L'ANCIEN MODÈLE.....</b>	<b>38</b>
<b>TABEAU 2 : ÉCART TYPE ET MOYENNE DU SITE 3 .....</b>	<b>38</b>
<b>TABEAU 3 : ÉCART TYPES ET MOYENNES DES SITES CENTRALISÉS .....</b>	<b>39</b>
<b>TABEAU 4 : SOLUTION OPTIMALE SANS CONTRAINTES DE NOTRE ÉTUDE.....</b>	<b>46</b>
<b>TABEAU 5 : SOLUTION OPTIMALE AVEC CONTRAINTES <math>B_1=B_2=0.99</math> DE NOTRE ÉTUDE .....</b>	<b>46</b>
<b>TABEAU 6 : SOLUTION OPTIMALE SANS CONTRAINTES TROUVÉE DANS L'ÉTUDE DE TAGRASS 1989 .....</b>	<b>47</b>
<b>TABEAU 7 : SOLUTION OPTIMALE AVEC CONTRAINTES <math>\beta_1 = \beta_2 = 0.99</math> TROUVÉE DANS L'ÉTUDE DE TAGRASS 1989 .....</b>	<b>47</b>
<b>TABEAU 8 : RÉSULTATS DU POOLING AVEC ET SANS CONTRAINTES DE L'SITE CENTRALISÉ 1-2 AVEC 3 .....</b>	<b>49</b>
<b>TABEAU 9 : RÉSULTATS DU POOLING AVEC ET SANS CONTRAINTES DE L'SITE CENTRALISÉ 1-3 AVEC 2 .....</b>	<b>51</b>
<b>TABEAU 10 : RÉSULTATS DU POOLING AVEC ET SANS CONTRAINTES DE L'SITE CENTRALISÉ 2-3 AVEC 1 .....</b>	<b>53</b>
<b>TABEAU 11: TABLEAU COMPARATIF DES TAUX DE REMPLISSAGE AVANT ET APRÈS POOLING SUR LES PREMIERS SITES CENTRALISÉS ET LE DEUXIÈME SITE SEUL SANS CONTRAINTES .....</b>	<b>55</b>
<b>TABEAU 12: TABLEAU COMPARATIF DES PROBABILITÉS DE NON RUPTURE DE STOCK AVANT ET APRÈS POOLING SUR LES PREMIERS SITES CENTRALISÉS ET LE DEUXIÈME SITE SEUL SANS CONTRAINTES .....</b>	<b>55</b>
<b>TABEAU 13: TABLEAU DE COMPARAISON DES AMÉLIORATIONS SANS CONTRAINTES .....</b>	<b>56</b>
<b>TABEAU 14: TABLEAU COMPARATIF DES TAUX DE REMPLISSAGE AVANT ET APRÈS POOLING SUR LES PREMIERS SITES CENTRALISÉS ET LE DEUXIÈME SITE SEUL AVEC CONTRAINTES .....</b>	<b>56</b>
<b>TABEAU 15 : TABLEAU COMPARATIF DES PROBABILITÉS DE NON RUPTURE DE STOCK AVANT ET APRÈS POOLING SUR LES PREMIERS SITES CENTRALISÉ ET LE DEUXIÈME SITE SEUL AVEC CONTRAINTES .....</b>	<b>57</b>
<b>TABEAU 16: TABLEAU DE COMPARAISON DES AMÉLIORATIONS AVEC CONTRAINTES.....</b>	<b>57</b>
<b>TABEAU 17: TABLEAU COMPARATIF DE L'EXPRESSION DES COÛTS GÉNÉRAUX DES TROIS COMBINAISONS AVEC ET SANS CONTRAINTES .....</b>	<b>58</b>

# Liste des Figures

FIGURE 1: SYSTÈME D'INVENTAIRE À UN SEUL ÉCHELON (OLSON 2007) .....	11
FIGURE 2: SYSTÈME D'INVENTAIRE EN COUPLE (AXSÄTER 2006) .....	11
FIGURE 3: SYSTÈME D'INVENTAIRE DIVERGENT À DEUX ÉCHELONS (INSPIRÉ PAR OLSSON 2007).....	12
FIGURE 4: TRANSBORDEMENT LATÉRAL ENTRE TROIS SITES PARALLÈLES (OLSSON 2007) .....	13
FIGURE 5: SYSTÈME DE DISTRIBUTION CENTRALISÉ .....	16
FIGURE 6: SYSTÈME DE DISTRIBUTION DÉCENTRALISÉ .....	17
FIGURE 7: LE CYCLE DES ARTICLES RÉPARABLES (INSPIRÉ PAR WONG ET AUTRES 2004) .....	18
FIGURE 8: UN SYSTÈME À DEUX ÉCHELONS (INSPIRÉ PAR SHERBROOKE 1982).....	19
FIGURE 9: SYSTÈME D'INVENTAIRE À $n = 4$ , LES FLÈCHES RÉGULIÈRES REPRÉSENTENT LE FLUX DE REMPLISSAGE TANDIS QUE LES FLÈCHES À TIRETS REPRÉSENTENT LE FLUX DU TRANSBORDEMENT ( OLSSON 2009).....	20
FIGURE 10: REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UN SYSTÈME DE POOLING AVEC DES ENTREPÔTS LOCAUX PRINCIPAUX ET RÉGULIERS. (KRANENBURG AND HOUTUM 2009).....	21
FIGURE 11: REPRÉSENTATION DU POOLING À DEUX SITES OU $X_{ij}$ REPRÉSENTE LE TRANSBORDEMENT LATÉRAL ENTRE LES DEUX SITES (INSPIRÉ DE TAGARAS, 1989) .....	29
FIGURE 12: SCHÉMA REPRÉSENTATIF DE L'APPLICATION DE LA CENTRALISATION .....	39
FIGURE 13: DIAGRAMME PROGRAMME 1 RÉOLUTION DES ÉQUATIONS NON LINÉAIRES.....	40
FIGURE 14 : DIAGRAMME PROGRAMME 2 CALCULS DES ESPÉRANCES ET LA FONCTION DU COÛT $C(S)$ .....	41
FIGURE 15: GRAPHE DE STOCK NIVEAU 2 $S_2$ AVEC TAUX DE REMPLISSAGE APRÈS POOLING NIVEAU 2 $B_2^{AP}$ ,.....	43
FIGURE 16: ORGANIGRAMME DE L'ALGORITHME GÉNÉRAL .....	44
FIGURE 17 : SCHÉMA D'INTERACTION ENTRE DEUX SITES .....	45
FIGURE 18 : SCHÉMA REPRÉSENTATIF DU POOLING ENTRE DEUX SITES, OU L'UN D'EUX EST UNE CENTRALISATION DE DEUX AUTRES SITES, ICI SITE 1 ET 2 CENTRALISÉS ET ÉTUDIÉS AVEC SITE 3 .....	48
FIGURE 19: SCHÉMA REPRÉSENTATIF DU POOLING ENTRE DEUX SITES, OU L'UN D'EUX EST UNE CENTRALISATION DES DEUX AUTRES SITES , ICI SITE 1 ET 3 CENTRALISÉS ET ÉTUDIÉS AVEC SITE 2.....	50
FIGURE 20: SCHÉMA REPRÉSENTATIF DU POOLING ENTRE DEUX SITES, OU L'UN D'EUX EST UNE CENTRALISATION DES DEUX AUTRES SITES , ICI SITE 2 ET 3 CENTRALISÉS ET ÉTUDIÉS AVEC SITE 1.....	52

*Ce mémoire est dédié à l'âme de mon cher grand père Abdallah Kafrouni le premier mécanicien de la famille. À mon père Youssef Kafrouni source de mon inspiration dans la vie, à ma chère mère Zeina Najjar qui m'a toujours encouragée dans mes études et m'a préparé le climat favorable d'avancement et à mon grand frère Jad Kafrouni mon idole, qui m'a appris tout ce que je connais de la vie.*

## **Avant-propos**

Je souhaite remercier en premier lieu mon directeur de recherche Prof. Daoud a Aït-Kadi de l'Université Laval pour m'avoir accueilli au sein de son équipe. Je lui suis également reconnaissant pour le temps conséquent qu'il m'a accordé, ses qualités pédagogiques et scientifiques, sa franchise et sa sympathie. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse ma gratitude pour tout cela. J'adresse aussi mes remerciements à tous les étudiants et les professionnels du laboratoire de génie industriel pour leurs conseils, leur soutien appréciable et surtout leur patience. Je ne peux pas finir sans présenter ma gratitude et mes sincères sentiments à toute ma famille, pour leur contribution, leur soutien et leur patience. Vous êtes toujours la lumière qui éclaire mon chemin.

# Introduction

La demande est un problème qui se pose lorsqu'on discute de la gestion de stock. En effet, les surtensions imprévues de la demande peuvent imposer une pression sur la chaîne et créer des retards qui entraînent généralement des coûts plus élevés pour une faible satisfaction des clients. D'autre part, si la demande devient inférieure à celle attendue, l'entreprise fera face à des coûts inutiles d'inventaires stockés. Si les produits sont périssables, la société devra faire face également à un coût plus élevé pour ne pas perdre l'inventaire avec le temps. Par conséquent, les demandes qui peuvent ajouter de l'incertitude ont un effet critique sur la conception de la chaîne d'approvisionnement.

Dans cette optique il faut tenir en compte l'impact de la gestion des stocks sur le niveau de service et les coûts d'un système donné. Les décisions dans la gestion de stock sont divisées en décisions opérationnelles et stratégiques. Les décisions opérationnelles sont traitées avec les processus quotidiens, telles que la politique d'inventaire, qui traite de la quantité de stock commandée et entreposée dans chaque entrepôt le long de la chaîne d'approvisionnement. En outre, la variable opérationnelle que les détaillants affectent aux centres de distributions est importante et permet de réduire les coûts. La décision stratégique comprend des effets à long terme, comme l'emplacement des centres de distribution et leur capacité. Le présent travail fait partie d'un effort continu qui fournit une conception de réseau pratique pouvant satisfaire la demande et réduire les coûts en même temps. Pour cela, certains modèles traitent la gestion des stocks, tandis que d'autres concernent à la fois le stock et les emplacements des centres de distribution.

La recherche sur le contrôle de l'inventaire des pièces d'entretien avec des transbordements latéraux a été motivée par les besoins de diverses industries, y compris des industries d'équipement-intensives tel que les camions, les électroniques, les avions et la fabrication de navire de dragage. Faisant face à une demande stochastique des pièces d'entretien critiques, un système de contrôle d'inventaire de multi-emplacement permet souvent au mouvement des actions entre les emplacements au même niveau d'échelon ou même à travers différents niveaux afin d'accomplir la demande des clients à temps. Plusieurs de ces pièces d'entretien critiques sont des articles lents et lourds pour lesquels, dans certains cas, le transport aérien est impossible ou cher. D'ailleurs, si le transport est lent, il peut y avoir des quantités de stock considérables étant transportées par un transbordement entre une usine et des bases locales. En conséquence, la synchronisation des transbordements et des remplissages normaux devient un facteur important dans la prise de décision. Cet aspect n'est pas beaucoup considéré dans la littérature de pièces de rechange existant. Les bonnes mesures de représentation adaptées aux besoins du client manquent également dans la littérature. Les taux de disponibilité standard, tels que la suffisance évaluée, sont orientés vers le fournisseur ; considérant que les clients observent seulement les livraisons sans des retards et les livraisons dans un

certain temps de réponse en cas de retards. Une partie de l'étude par (Kutanoglu et Mahajan, 2009) présente des taux de disponibilité plus adaptés aux besoins du client en distinguant la disponibilité des articles de différentes sources avec différents temps de réponse. Cependant, puisque ces études ignorent le fait que les actions de canalisation peuvent arriver et être livrées aux clients plus tôt que d'autres expéditions de secours, elles soulignent toujours les processus opérationnels des fournisseurs de service. L'inventaire partagé par des transbordements latéraux entre les bases locales augmente la valeur de l'inventaire puisque cet inventaire peut être utilisé par plusieurs bases locales. Les avantages sont clairs quand il y a un accord avec un client, le temps de réponse et les temps latéraux de transbordement sont négligeables. D'autre part, si les temps de transbordement ne sont pas négligeables, les transbordements latéraux pourraient porter des désavantages pour les taux de disponibilité, comme les produits passent plus de temps dans le transport avant d'atteindre les clients. Par conséquent, tout le coût du système peut être plus haut dans ce cas dû à des conditions plus chères pour la gestion de l'inventaire.

La contribution de ce document est comme suit : D'abord, nous proposons une méthode pour résoudre le problème de pooling proposé par (Tagras 1989) ou on va étudier la fonction des coûts généraux de notre système par rapport au taux de disponibilité et la probabilité de non-rupture de stock après l'application du pooling ( le transbordement latéral) qu'on va discuter dans les prochains chapitres. En second lieu, nous fournissons une méthode d'approximation pour optimiser les niveaux d'inventaire sujet à cette mesure en utilisant la centralisation pour étendre notre modèle de base de deux entrepôts à trois. La qualité de cette approximation et des avantages du transbordement latéral sont évalués par l'intermédiaire des expériences numériques étendues. Basés sur ces méthodes et les résultats obtenus, nous constatons que l'utilisation du pooling améliore le niveau de service et les coûts du système avec l'application des transbordements latéraux. Nous concluons que l'inclusion du transbordement latéral et la méthode de centralisation dans les décisions de la gestion des inventaires sont plus avantageuses que sans l'utilisation des transbordements latéraux. En conclusion, nous offrons des analyses gestionnaires sur les décisions latérales de transbordement quand le temps de transbordement est non négligeable.

Pendant les décennies passées, une quantité considérable de recherche a été consacrée à la vérification de l'inventaire de pièces d'entretien avec des transbordements latéraux. (Paterson et autres 2001) fournissent une revue de littérature étendue sur les transbordements latéraux. Basés sur la synchronisation des transbordements, ils classent la recherche par catégorie dans des transbordements proactifs et réactifs. La recherche sur les transbordements réactifs est divisée en deux catégories : une avec les systèmes centralisés, l'autre avec les systèmes décentralisés. La plupart des modèles avec les systèmes centralisés (Lee, 1987 ; Axsater, 1990 ; Alfredsson et Verrijdt, 1999 ; Diks et De Kok, 1996 ; Banerjee et autres, 2003 ; Burton et Banerjee, 2005) supposent que les temps de transbordement sont négligeables, et constatent que



les transbordements latéraux améliorent les performances du système. Dans l'étude de (Lee 1987), un système d'inventaire de deux échelons avec la politique de stockage continue avec révision périodique, des bases identiques et les temps négligeables de transbordement est analysé. On suppose que la demande se produit quand il y a un échec d'une partie critique, et suit un processus de Poisson. Des pièces défectueuses sont remplacées par des pièces en main ou des transbordements latéraux en cas de manque de pièces. La partie de la demande rencontrée par des pièces en main et la partie de la demande rencontrée par des transbordements latéraux sont évaluées sur trois règles de sélection pour la source de base : sélection aléatoire, pièces maximum en main, et plus petit nombre d'ordres exceptionnels. On ne trouve pas une différence significative dans la représentation des trois règles mentionnées. Le papier conclut que les transbordements latéraux mènent aux économies substantielles parce que moins de pièces de rechange sont nécessaires aux bases. (Axsater 1990) détend l'acceptation restrictive des bases identiques et présente des méthodes améliorées pour rapprocher les taux de disponibilité. (Alfredsson et Verrijdt 1999) prolongent le modèle d'Axsater en permettant des expéditions de secours d'un entrepôt central et des expéditions de secours d'une installation industrielle tel qu'aucune demande n'est remise en commande. Ils constatent que l'utilisation du transbordement latéral et de la flexibilité directe d'expédition a comme conséquence des réductions des coûts significatives comparées au fait de ne pas employer aucune flexibilité d'approvisionnement. La simulation étudiée avec le temps négligeable de transbordement, réalisé par (Banerjee et autres 2003) et Burton et (Banerjee 2005), prouvent qu'une politique avec des transbordements latéraux est supérieure à une sans transbordements latéraux si les avantages d'éviter les pénuries de niveaux au détail sont supérieurs aux coûts de livraison supplémentaires résultant des transbordements. D'autre part, certaines études récentes (Grahovac et Chakravarty, 2001 ; Tagaras et Vlachos, 2002 ; Wong et autres, 2005 ; Kutanoğlu et Mahajan, 2009) considèrent des temps latéraux non négligeables de transbordement dans leurs modèles.

(Grahovac et Chakravarty 2001) étudient les avantages des transbordements latéraux en comparant le transport global, la participation d'inventaire, et les coûts de période d'attente de client dans les cas de transbordements et sans transbordements latéraux. Ils prolongent le modèle d'Axsater 1990) en assumant les temps non négligeables de transport, qui sont identiques pour des transbordements latéraux de secours entre les détaillants et dirigent des ordres de secours du centre de distribution. Ils constatent que, dans une chaîne d'approvisionnements centralisée, les transbordements latéraux réduisent souvent les coûts globaux. Ils expliquent que les transbordements latéraux rendent les inventaires « de première ligne » plus précieux, menant au niveau des stocks plus grands ou égaux aux niveaux sans transbordements latéraux aux détaillants. D'autre part, les transbordements latéraux rendent l'inventaire au centre de distribution moins coûteuse, menant à un niveau des stocks plus petit ou égal au niveau sans transbordements latéraux. Ces

deux tendances opposées peuvent mener les niveaux des inventaires plus hauts dans le système avec des transbordements latéraux que sans transbordements latéraux. Pour étudier les caractéristiques opérationnelles des transbordements latéraux (Tagaras et Vlachos 2002) entreprennent des expériences étendues avec 5 distributions de demande et de temps latéraux non négligeables de transbordement, et concluent que les avantages de la mise en commun de risque sont substantiels seulement quand une demande est fortement variable. D'ailleurs, ils constatent que l'efficacité des transbordements latéraux est supérieure pour les bases identiques dans un groupe de mise en commun. C'est bien plus prononcé quand les délais d'exécution sont relativement longs et la demande est plus variable. L'étude réalisée par (Wong et autres 2005) sur les pièces d'entretien réparables mises en commun dans un système de multi-hub pour l'industrie aérienne. Elles incluent des transbordements latéraux retardés dans leur approximation de performances du système et la détermination optimale de niveau des inventaires de pièces d'entretien. Concernant le choix de la source pour des transbordements latéraux, elles emploient la règle voisine la plus étroite, car il est plus acceptable dans la pratique que la règle de sélection aléatoire employée par (Axsater 1990) et (Alfredsson et Verrijdt 1999). Ils constatent que des économies significatives peuvent être réalisées en mettant les inventaires de pièces d'entretien en commun par l'intermédiaire des transbordements latéraux. (Kutanoglu et Mahajan 2009) précisent que la mesure de service la plus utilisée généralement, le taux de suffisance, ne capture pas le temps nécessaire pour satisfaire la demande. Ils présentent un taux de disponibilité basé sur temps, c.-à-d., la proportion d'une demande totale satisfaite dans une période spécifique de temps. Cependant, ces taux de disponibilité ignorent les actions de canalisation qui peuvent arriver et être livrées plus tôt aux clients que le transbordement latéral d'autres entrepôts locaux.

Les auteurs trouvent les niveaux des stocks optimaux sujets à la contrainte basée par le temps de taux de disponibilité par l'énumération au-dessus de tous les profils courants possibles, niveaux des stocks à travers tous les entrepôts locaux. Ils concluent également que les transbordements latéraux améliorent les performances des systèmes d'inventaire. L'utilisation d'information courante de canalisation n'a pas été étudiée beaucoup dans la littérature. D'ailleurs, dans notre analyse, nous employons le modèle de (Tagrass 1989).

Dans notre étude nous allons tout d'abord définir les principales méthodes de gestion de stocks présentes dans la littérature, puis nous allons nous concentrer sur la méthode de Pooling et son effet sur la gestion d'inventaire. Les objectifs de ce travail sont résumés comme suit :

## 1. Objectifs

Les travaux de cette maîtrise s'inscrivent dans le cadre d'une problématique de la gestion des inventaires. L'objectif général est de développer un modèle qui résout le problème de regroupement des inventaires de plusieurs sites. De façon plus spécifique, les objectifs poursuivis sont comme suit :

### Objectif 1 :

Le premier objectif de cette maîtrise est de définir le Pooling qui est une méthode de regroupement des inventaires et la gestion de stock, alors nous commencerons par une élaboration de la gestion des stocks puis par une définition de ses différents éléments.

### Objectif 2 :

Il consiste à développer un outil de calcul pour traiter le modèle de coût proposé par Tagaras (Tagaras, 1989) qui sert à déterminer le niveau de stock optimal afin de réduire les coûts globaux des inventaires. Ce modèle sera ensuite appliqué sur un ensemble des inventaires à deux sites différents afin de trouver le niveau de stock optimal. Ces résultats seront enfin comparés avec les résultats trouvés par Tagaras (Tagaras, 1989) afin de valider notre modèle.

### Objectif 3 :

Il comporte la construction d'un modèle de regroupement d'inventaires sur un ensemble de trois sites différents pour traiter le cas de transbordement entre trois sites et étudier les interactions survenant

## Notations de base

La capacité et la rapidité avec lesquelles se fait l'approvisionnement des systèmes techniques par les pièces de rechange dans les industries s'avèrent problématiques. C'est pourquoi un problème typique auquel un décideur fait face est de déterminer un niveau d'approvisionnement optimal. Le coût de temps mort peut être énorme si la marchandise en magasin n'est pas suffisante quand la demande arrive.

L'approche adoptée dans cette maîtrise pour résoudre ce problème est le Pooling. Le Pooling se définit comme un arrangement dans lequel les propriétaires multiples du même type de systèmes techniques coopèrent en partageant leurs stocks. Le volume de demande agrégé d'emplacements différents dans le réseau facilite une provision plus efficace d'épargne par suite des économies d'échelle. Il y a deux façons distinctes de réaliser une stratégie de Pooling. La première quand des acteurs eux-mêmes indépendants

organisent "une association (un pool) virtuelle ", un emplacement de requête où les pièces de rechange dans le réseau sont envoyées, via un transbordement latéral d'un autre emplacement ayant un excédent du stock disponible. La deuxième se trouve dans l'autre sens, lorsqu'une entreprise représentée par une tierce personne, comme une entreprise de maintien ou un fabricant, fournit une association (un pool) commerciale pour les emplacements indépendants. Cette association commerciale (le pool) est un entrepôt central physique qui satisfait la demande de tous les participants de l'association (du pool). Notre travail s'agit d'exploiter le modèle des transferts latéraux proposé par Tagaras (Tagaras, 1989) , et de développer un outil de calcul et d'explorer le cas de transfert latéral entre trois sites.

## I.1. GESTION DES STOCKS

Les incertitudes sont un exemple qui explique pourquoi la plupart des parties au sein de la chaîne d'approvisionnement gardent les inventaires. Ces incertitudes proviennent de la commande variable des clients : quels produits ont-ils commandés? Combien de produits ont-ils commandés? Combien de stock sécuritaire devons-nous avoir? Est-ce que les fournisseurs livreront ces commandes au bon moment et suivant les normes demandées?

Les stocks, tels que décrits ci-dessous, fonctionnent comme un tampon pour faire face à ces incertitudes (Waters, 2003). Cette section développera la gestion des stocks de façon plus détaillée.

### I.1.1 Fonctions des stocks

Avoir une quantité élevée de stock est coûteux et peut causer divers risques supplémentaires. D'après (Waters, 2003) "les stocks sont coûteux, en raison des coûts de capital immobilisé, l'entreposage, la protection, la détérioration, la perte, l'assurance, l'emballage, l'administration et ainsi de suite ". Il y a trois principales raisons pour lesquelles les stocks sont nécessaires ou parfois même inévitables:

Les incertitudes sont la raison la plus importante pour maintenir les stocks (DHL, 2009). Prenons par exemple un ordre spécifique est livré exactement selon le plan, la date et l'heure convenue, mais les produits sont livrés en mauvais état ou la prestation est endommagée, ils ne peuvent donc pas être utilisés. Cet exemple illustre deux causes possibles d'incertitude. Bien que la livraison puisse être parfaitement à l'heure (identifiée comme une première raison du maintien de stock), il pourrait toujours avoir quelque chose de mal avec le stock comme dans le cas d'une livraison arrivant en retard. Ainsi, les incertitudes dans les délais de livraison peuvent former une raison de maintenir un stock de sécurité. Quand tous les processus à la suite d'une prestation spécifique sont interrompus, des pertes importantes peuvent advenir à la fin. Ainsi, un stock est généralement maintenu, pour faire face à des événements imprévus qui pourraient empêcher la production.

Une autre source aussi importante d'incertitudes peut survenir au niveau de la demande; les commandes attendues par les clients sont difficiles à prévoir (Wild, 2002). Afin de garantir des livraisons et un certain niveau de service aux clients, on maintient souvent un stock pour faire face aux incertitudes de la demande. Pour résumer, les stocks permettent à la fois d'analyser et mieux comprendre la variation et l'incertitude de l'offre et de la demande, ce qui permet aux opérations de continuer en douceur lorsque des problèmes surgissent (Waters, 2003).

En ce qui concerne les incertitudes, le temps joue également un rôle. Les décalages qui sont présents dans l'alimentation de la chaîne peuvent être interceptés par le maintien de stock. Une certaine quantité doit être gardée en stock, pour être utilisée au cours de ce délai. Quand quelque chose est ordonné, il faut généralement un certain temps avant que les marchandises ne soient effectivement livrées; au cours de cette période, la production ne peut pas rester immobile, par suite le stock va fonctionner comme un tampon pour surmonter cette période. Les retards dans les livraisons peuvent conduire à des fluctuations très importantes et sont exagérés en bas de la chaîne d'approvisionnement; cet effet est appelé l'effet de coup de fouet (Lee et autres, 1997) (Fawcett et autres, 2007), (Johnson et Pyke, 2001). Les stocks sont donc un moyen de se protéger contre cet effet (Klundert, 2003).

Enfin, il peut parfois être moins cher de garder un peu de stock. Les économies d'échelle sont par exemple une raison pour laquelle les inventaires sont tenus. Acheter de plus grandes quantités est souvent plus bénéfique que commander de petites quantités, en raison des réductions connexes (Waters, 2003) (Coyle et autres, 2003). En outre, la commande d'une unité qui doit être livrée à un site et à un moment précis toutes les fois que l'utilisateur en a besoin nécessite plus de mouvements logistiques ; et par conséquent, augmente les coûts. Aussi la fluctuation des prix peut former une raison de garder un stock: acheter un produit à un faible prix peut fournir un avantage (Waters, 2003), surtout lorsque les coûts totaux de maintien des produits supplémentaires disponibles est rentable par rapport à l'achat à un prix plus élevé, sinon, les coûts élevés de stockage vont immédiatement diminuer, le bénéfice prévu.

### 1.1.2 Stratégies d'inventaire

Les choix faits dans la gestion des stocks sont inscrits dans la stratégie de l'entreprise, ainsi que le niveau de service recherché. Dans certains cas, ces choix sont en partie déterminés par les exigences du marché. Dans cette optique, Treacy et Dijk (Treacy et autres, 1993) (Dijk et autres, 2007) définissent trois stratégies clés différentes:

- L'excellence opérationnelle; selon cette stratégie les compagnies visent à offrir des produits de bonne qualité avec les prix les plus bas possible.
- Service à la clientèle; les entreprises fonctionnant selon ce principe, ajustent constamment leurs produits pour répondre aux exigences de leurs clients. Ces types d'entreprises essaient, d'une part, de construire une bonne relation avec leurs clients et d'autre part de viser à avoir plus d'une transaction avec un client. Les niveaux de services élevés sont souvent une étape importante et un sous-objectif dans cette stratégie. L'intimité de la clientèle est un terme qui est utilisé par (Treacy et

autres, 1993) et ne doit pas être confondu avec service à la clientèle qui peut être considéré comme un aspect spécifique de l'intimité de la clientèle.

- Leadership produit; est une stratégie visant l'innovation. Les entreprises suivant cette tactique essaient de se démarquer en raison de leurs produits nouveaux et innovants

### I.1.3 Détermination du niveau de stock

Le modèle de gestion de stock d'une entreprise nécessite une stratégie spécifique de niveau de service et d'allocation de coût. Une fois ces stratégies sont définies, différentes sortes de méthodes sont disponibles pour calculer le montant exact de stock pour chaque article. Le point, auquel les nouveaux articles sont commandés, est important pour une bonne gestion des stocks. Ce point est crucial, car la commande faite trop tôt pourrait causer un surstockage qui crée inutilement des coûts, toutefoix, ordonnant trop tard peut causer une certaine probabilité de devenir en rupture de stock et peut provoquer des ventes manquées. Ce point revêt une importance primordiale dans la création d'un bon équilibre entre la satisfaction de la clientèle et les niveaux de stocks excédentaires (Wild, 2002).

La façon la plus simple de gérer un stock serait d'utiliser un niveau de stock minimum et maximum. Un minimum doit être réglé afin de créer mécanisme de défense contre les diverses incertitudes qui existent (Coyle et al, 2003), comme décrit précédemment. Un maximum de stock conservé est fixé et on veille à ne pas dépasser cette limite, parce que ça se serait inutile. Quand le niveau minimal est atteint, les articles doivent être réordonnés jusqu'à ce que le maximum soit atteint à nouveau. Dans la pratique, cependant, il passe souvent un certain temps avant que les marchandises commandées soient effectivement livrées, donc il est également nécessaire de prévoir un niveau d'examen et de veiller à ce que le stock ne tombe pas sous le niveau minimum. Le niveau de révision fait en sorte que les marchandises soient commandées avant que le niveau minimal ne soit atteint, et de manière à ce que les produits commandés soient livrés juste à temps lorsque le stock se rapproche du niveau minimum. Si le niveau d'examen est atteint, les éléments sont triés à cause du retard, ils seront livrés juste au moment où le niveau de stock est à son minimum. Le stock minimum est aussi appelé stock de sécurité. Le stock de sécurité constitue un tampon ultime pour faire face aux incertitudes, comme les délais de livraison et les variations de la demande. Le calcul du niveau des stocks et la prévision sont souvent la première étape des processus d'affaires dans la gestion de l'inventaire.

#### I.1.4 Contrôle du stock

Axsäter (Axsäter, 2006) souligne l'importance stratégique du contrôle des stocks, en effet, le contrôle de flux de matériel des fournisseurs des matières premières au client final, est aujourd'hui entièrement reconnu par les cadres supérieurs (la direction générale d'une compagnie). Le Potentiel pour des améliorations dans ce domaine est en hausse en raison, d'une part, du grand investissement total dans les stocks (inventaires) et d'autre part, de l'augmentation du capital mis dans les matières premières, les produits en cours de production et les produits finaux. En plus la répression du niveau des stocks rend le capital disponible pour d'autres activités au sein de l'entreprise, un autre objectif du contrôle des stocks est souvent d'équilibrer les activités contradictoires parmi les différentes fonctions dans l'organisation elle-même. Par conséquent, les stocks ne devraient pas être détachés d'autres fonctions, par exemple l'achat, la production et le marketing.

Les économies d'échelle et les incertitudes sont deux raisons principales pour la tenue des inventaires (Axsäter, 2006). Les entreprises peuvent réduire leurs transactions, les coûts d'installation et les prix d'acquisitions, si elles commandent de grandes quantités, pour contourner les besoins des économies d'échelle. Les incertitudes, qui viennent souvent sous la forme de la demande de l'incertitude, les variations dans l'ordre des délais d'exécution, les estimations incertaines des coûts de paramètres, sont susceptibles d'influencer les entreprises dans le sens de stocker l'inventaire. À l'inverse, les raisons pour ne pas tenir des inventaires sont les hauts coûts de possession de stock, en termes de : coût d'investissement, coût de service d'inventaire, coût de l'espace du stockage, coût du risque d'inventaire. Le défi est donc de trouver la meilleure configuration où les avantages et les inconvénients de la tenue d'inventaires sont équilibrés (Olsson, 2007).



#### 1.1.4.1 Systèmes de distribution d'inventaire

Olsson (Olsson, 2007), souligne que la structure d'un système étant l'un des aspects les plus importants d'un système d'inventaire. La figure ci-dessous illustre le système d'inventaire le plus simple, un seul échelon, système à mono-élément d'inventaire.

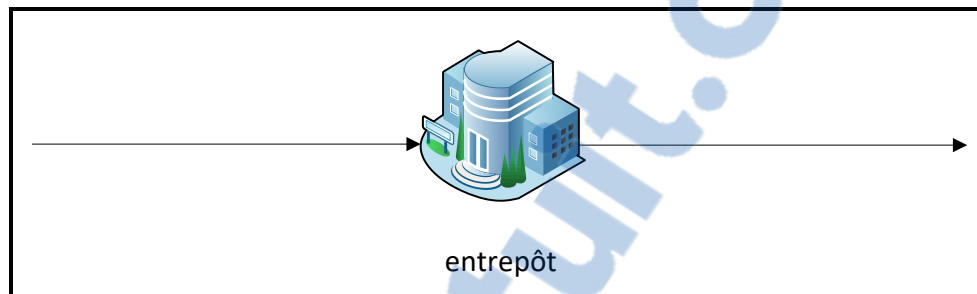


Figure 1: Système d'inventaire à un seul échelon (olson 2007)

Le couplage de deux systèmes d'inventaire à échelon unique, qui fournissent ensemble un système en série, où chaque installation a au plus un successeur immédiat tel qu'illustré par la Figure 2. La demande de la clientèle a lieu dans l'entrepôt 1, qui est reconstitué à partir de l'installation 2, qui à son tour régénère auprès d'un fournisseur extérieur (Axsäter, 2006).

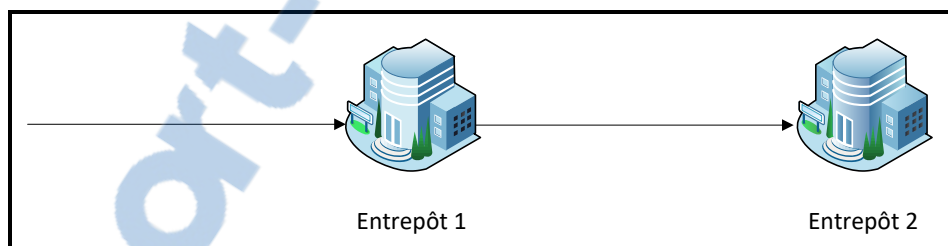


Figure 2: Système d'inventaire en couple (Axsäter 2006)

La Figure 2 représente une structure physique très commune dans les réseaux de la chaîne d'approvisionnement dans le cadre de la distribution des produits du système d'inventaire divergent. La caractéristique du système divergent est que chaque installation a tout au plus un seul prédécesseur immédiat, ceci est illustré dans la Figure 3. Selon Axsäter (Axsäter 2006), des facteurs tels que la structure du système, les variations de la demande, le temps de transport, et les coûts d'unité détermineront la meilleure distribution du stock total du système. Dans certains cas, il est plus avantageux de conserver relativement une grande quantité de stocks à l'entrepôt central, mais la solution optimale provient souvent du fait d'avoir de très faibles stocks à l'entrepôt central.

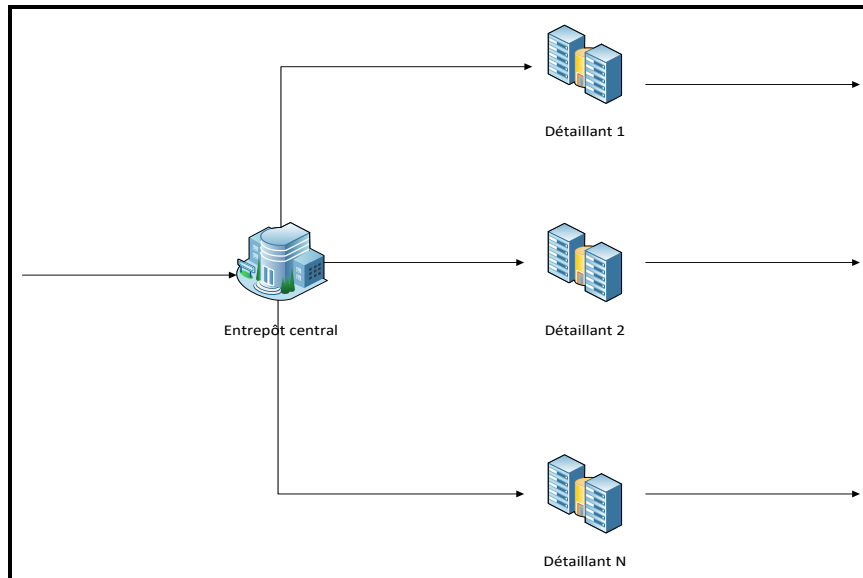


Figure 3: Système d'inventaire divergent à deux échelons ( inspiré par Olsson 2007)

Le système d'assemblage est un autre modèle souvent appliqué dans la production où les pièces sont réunies en un produit fini. Par conséquent, le nombre de sites de stockage parallèle diminue successivement dans le flux. Il convient également de noter qu'un système en série est un cas spécial d'un système d'assemblage (Axsäter, 2006).

### 1.1.4.2 Le transfert latéral

Une façon d'accroître la flexibilité dans un système de distribution divergent est de permettre des mouvements de stocks entre les emplacements du même échelon. Un emplacement incapable de satisfaire la demande de la clientèle lance une expédition d'urgence, un embranchement de transbordement, à partir d'un autre emplacement avec un stock excédentaire. Une illustration d'un système de distribution où le mouvement latéral des transbordements entre trois sites est visualisé dans la Figure 4.

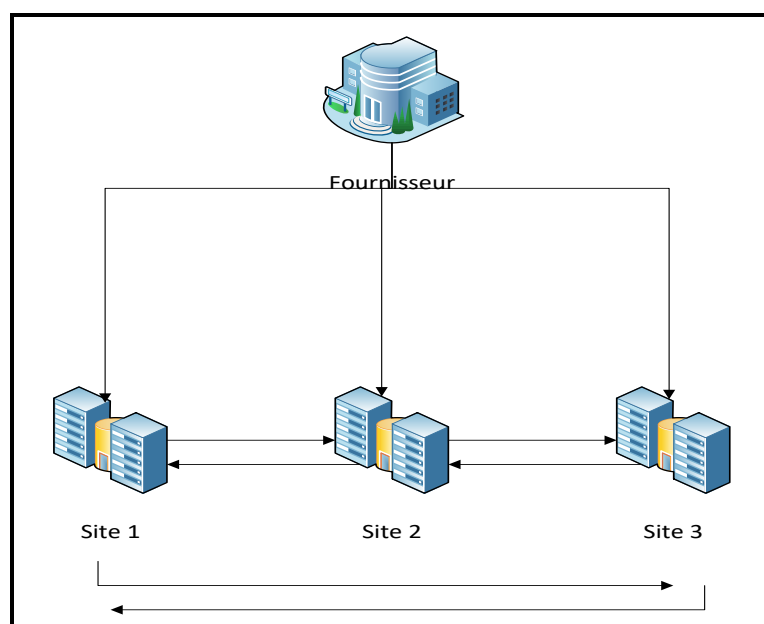


Figure 4: Transbordement latéral entre trois sites parallèles (Olsson 2007)

Olsson (Olsson , 2007) indique directement que les coûts de transbordement latéral encourus permettront de réduire le nombre de pertes de ventes et celui des livraisons différées dans le système. Ce qui engendre, un meilleur service au client sans augmenter le stock total dans le système. À l'inverse, le même service à la clientèle peut être réalisé avec moins de stock total dans le système. Une condition préalable lors de la modélisation du transbordement latérale dans les systèmes de distribution est que le délai d'obtention pour un transbordement latéral devrait être considérablement plus court que le délai d'obtention normal d'approvisionnement.

Un transbordement latéral réactif, également désigné sous le nom d'une expédition de secours, répond à une situation où un emplacement qui fait face à des actions ou au risque de ces actions. Ces types d'expédition sont les plus appropriés dans l'environnement de pièces de rechange où les coûts de transbordement sont

relativement bas, comparés aux coûts liés à d'une part, au fait de tenir une grande quantité d'inventaires et d'autre part au fait de manquer d'atteindre ses exigences immédiatement, par exemple le coût de temps d'arrêt. Les modèles de transbordement latéraux proactifs conviennent dans le secteur au détail, où les coûts de manutention sont souvent dominants. Ces types d'expéditions redistribuent des actions à des moments prédéterminés parmi tous les emplacements dans un échelon. Ce qui engendre des coûts de maintenance les plus bas possible. (Paterson et autres, 2009).

Les règles alternatives d'approvisionnement peuvent être appliquées puisqu'il est possible d'avoir deux sociétés ou plus, comme source de transbordement latéral. Lee (1987) considère les actions maximum en main et le plus petit nombre d'ordres exceptionnels en tant que deux règles d'approvisionnement, alors qu'Axsäter (Axsäter, 1990) applique la règle aléatoire d'approvisionnement dans son modèle. Une règle améliorée appliquée par (Kukreja et autres, 2001) et (Wong et autres, 2005) est la règle d'approvisionnement d'étréit-voisin.

#### *1.1.4.3 Les coûts considérés*

Axsäter (Axsäter, 2006) discute le fait que les coûts de maintien de l'inventaire couvrent tous les coûts qui sont variables avec le niveau d'inventaire, par exemple les frais financiers, la manipulation des produits, le stockage, les dommages et l'obsolescence, l'assurance et les impôts. Le coût de maintien par article et par unité de temps, qui en général, devrait être sensiblement plus haut que le taux d'intérêt bancaire, et qui est souvent déterminé comme pourcentage de la valeur unitaire.

Le coût, lié à l'incapacité de satisfaire la requête du client à cause de la pénurie est dénoté coût de pénurie. Deux éventualités se manifestent, un client qui induit une commande arriérée pour la société, ou un client qui choisit d'acheter l'article d'un autre fournisseur. Ce dernier cas est classé pour la société sous le nom d'une vente perdue. Les commandes arriérées mènent souvent aux surcoûts pour l'administration, les remises des prix pour compenser les livraisons tardives, la manipulation matérielle et le transport. Une vente perdue concerne non seulement la contribution perdue de cet article particulier, mais concerne également la perte de bonne volonté, qui rend la perte potentielle de futurs revenus difficiles à estimer. Dans les cas où les sociétés peuvent mettre la main sur l'article spécifique, par exemple, par une expédition de secours ou l'acquisition du concurrent voisin, les frais supplémentaires sont placés comme étant égaux au coût de pénurie. Les coûts de pénurie sont généralement difficiles à estimer dans de vraies situations et donc sont souvent remplacés par une contrainte appropriée au niveau du service.

En plus des coûts mentionnés ci-dessus, (Kilpi et al, 2008) identifie les coûts d'interface qui représentent les coûts fixes annuels pour maintenir des relations entre les parties de coopération, comme par exemple dans un système décentralisé.

## **I.2. Le Pooling**

Le "Pooling" des pièces de rechange, dans un système de réseau multi-échelons de transfert latéraux, est identique au concept du partage des pièces de rechange dans un tel système. En appliquant le Pooling, les compagnies partagent leur risque en commun, réduisent leur niveau d'inventaire et réalisent plus de disponibilité dans leurs systèmes. Les différentes stratégies de Pooling peuvent être appliquées aussi efficacement quand les sociétés choisissent de mettre l'information de leur inventaire en partage.

(Kilpi et autres 2008) spécifie des stratégies coopératives pour la disponibilité des composants réparables d'avions. Une autre stratégie intéressante, désignée sous le nom du Pooling commercial, peut être aussi appliquée lorsqu'une tierce personne fournit le pool. Cette tierce partie pourrait par exemple être le fabricant lui-même. Les stratégies mentionnées ci-dessus sont appliquées, en général, dans les systèmes de distribution centralisés, où des décisions sont prises pour améliorer le système.

Une chaîne d'approvisionnements à trois étages est visualisée sur le schéma ci-dessous. Elle se compose d'un fournisseur, d'un centre de distribution et d'un nombre de N opérateurs industriels (voir Figure 6.). Le stock à l'entrepôt central est conjointement géré par les opérateurs de coopération. L'objectif étant de réaliser l'optimisation globale au moyen de l'approche systématisée.

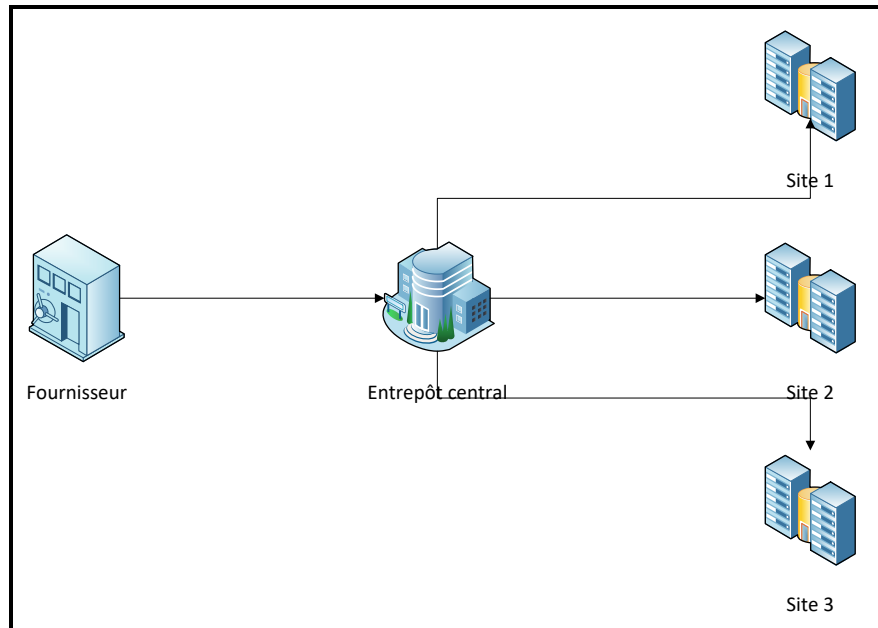


Figure 5: Système de distribution centralisé

Des stratégies coopératives appliquées dans les systèmes décentralisés sont souvent analysées par des approches issues de la théorie de jeu (Olsson, 2007).

La Figure 7 montre une chaîne d'approvisionnements à deux niveaux se composant d'un fournisseur et de nombre de N opérateurs d'industrie, dans un système de distribution décentralisé toutes les décisions au sujet de l'inventaire sont prises sans égard pour d'autres opérateurs. Par conséquent, chaque opérateur essaiera d'optimiser sa propre opération.

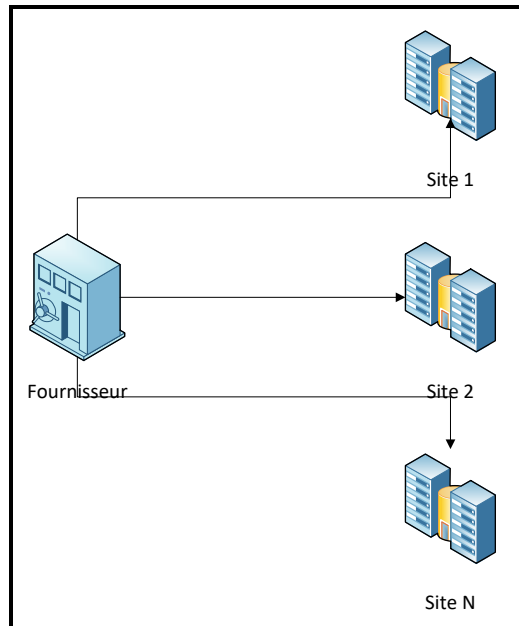


Figure 6: Système de distribution décentralisé

### I.2.1 Coopération Ad Hoc

Deux opérateurs avec des flottes communes peuvent entamer une forme de coopération faible sans ou d'un bas degré d'intégration contractuelle, cette coopération est appelée la coopération ad hoc. Les opérateurs se fournissent une unité de prêt contre une rétribution forfaitaire quand l'un ou l'autre d'entre eux a besoin d'une unité particulière. Pouvoir compter sur des prêts d'un autre opérateur, membre de la coopération, cela permet aux opérateurs d'abaisser leurs stocks locaux, supposant qu'il y a des connexions logistiques efficaces entre leurs bases et que les sociétés ont un volume presque égal de demande. Des relations fortes de confiance établies entre deux parties sont le fondement de l'état de base pour une coopération ad hoc réussie (Kilpi et al, 2008).

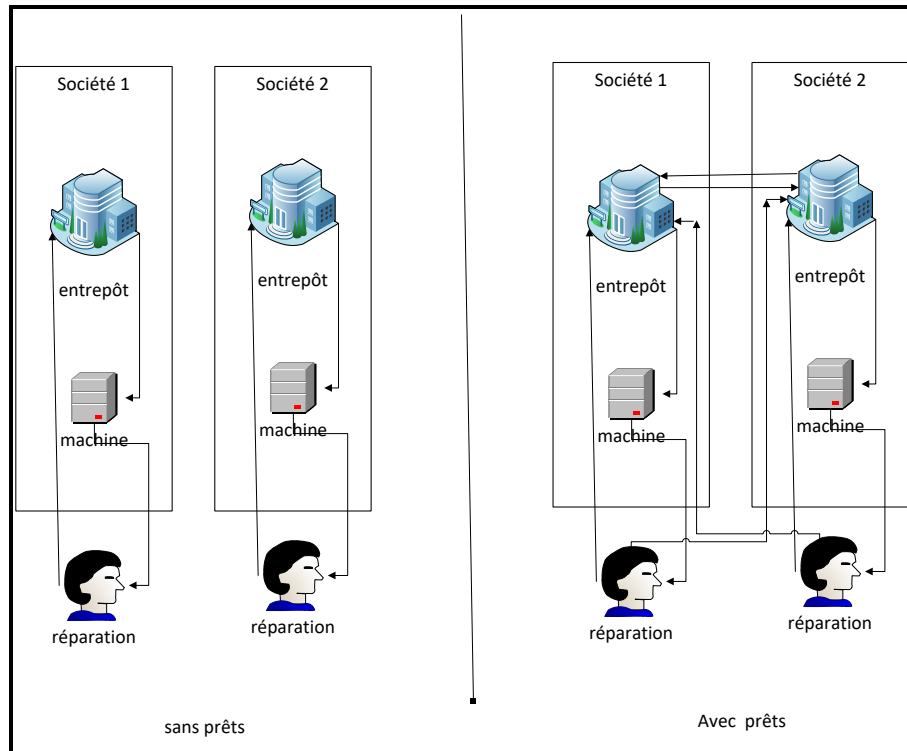


Figure 7: Le cycle des articles réparables (inspiré par Wong et autres 2004)

### 1.2.2 Le Pooling coopératif

Deux opérateurs ou plus d'industries avec des transports communs peuvent formellement convenir d'un ensemble de règles pour partager leurs inventaires. Ce type de disposition s'appelle coopératif mettant en commun des sujets, qui bénéficient et partagent ensemble les principes : le temps de réponse aux besoins de pièces de rechange, les dispositions de logistique entre les parties, la distribution d'inventaire entre les bases affectées, et les priorités dans les situations de manque. Quand l'échec (une pièce tombe en panne) se produit, l'unité défectueuse est remplacée par une unité disponible du groupe commun, incitant chaque membre responsable pour réparer l'unité échouée avant de fournir de nouveau au pool (Kilpi et autres, 2008). Il y a beaucoup de manières de modéliser un pool coopératif. Mais, quel que soit le modèle choisi, il faut prendre en compte les coûts liés au Pooling et la compétitivité entre les membres potentiels du pool.

### 1.2.3 Le Pooling complet et partiel

Quand une rupture de stock se produit, un remplacement est commandé du pool. L'emplacement est alors responsable de réparer l'article défectueux et de le remettre dans le pool. (Sherbrooke, 1968) a développé un modèle de base, appelé METRIC, où différents emplacements sont fournis avec les articles réparés à partir d'un dépôt de base central. La structure organisationnelle est illustrée par la Figure 9.



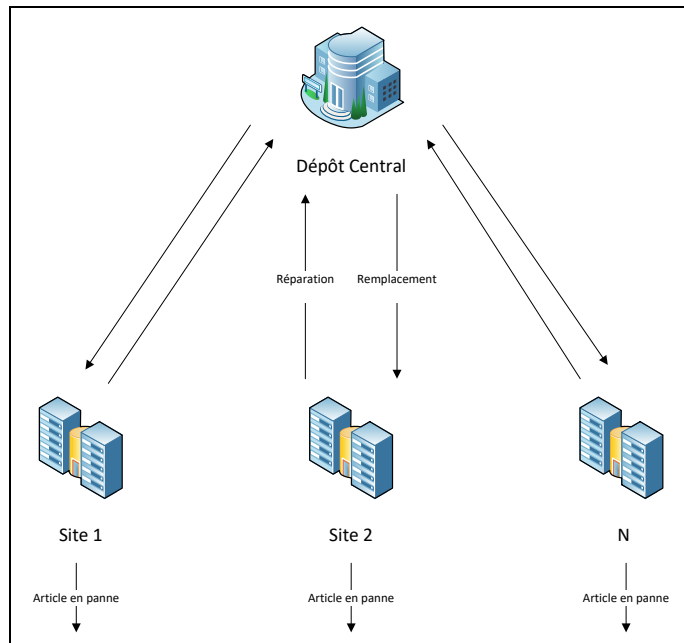


Figure 8: Un système à deux échelons (inspiré par Sherbrooke 1982)

(Sherbrooke, 1968) a considéré un système de deux échelons tandis que d'autres auteurs considèrent un système d'échelon simple où « un pool virtuel » est appliquée, signifiant que les emplacements au moyen de transbordements latéraux partagent leur inventaire. Normalement, un système de distribution est appliqué par exemple dans un système de deux échelons où toutes les actions sont conjointement possédées par les emplacements. La majorité de l'inventaire dans le système sera maintenue à un dépôt central, mais chaque emplacement peut avoir un peu de pièces de rechange en main pour satisfaire la demande pendant le délai d'exécution du dépôt central ou le délai d'exécution d'un emplacement voisin.

Dans un système coopératif pur, les arrangements sont faits centralement pour faire bénéficier le système global. Réciproquement, quand la concurrence existe parmi les emplacements, des approches théoriques de jeu sont servies, ainsi tous les emplacements ont l'avantage de faire partie du pool au lieu d'agir seul. Indépendamment de la façon dont le modèle est établi, quand les emplacements partagent leur inventaire entier dans le système, la mise en commun complète est réalisée. Principalement dans les systèmes décentralisés, les articles peuvent être réservés pour une demande locale d'avenir, ainsi, un emplacement peut automatiquement ne pas envoyer un article pour satisfaire la demande d'un emplacement voisin. Ce concept est le Pooling partiel il est dû à la décision gestionnaire supplémentaire, il coûte plus cher et il est plus difficile à contrôler et à optimiser que les systèmes avec le Pooling complet (Paterson et autres, 2009).

## I.2.4 Transferts latéraux unidirectionnels

Établir les liens bidirectionnels de transbordement dans un système d'inventaire, par exemple comme dans le modèle du Pooling complet où un emplacement peut envoyer et recevoir de tous les autres emplacements dans le système, n'est pas toujours faisable ou efficace en termes de coûts. Les difficultés dans l'établissement se contractent entre les emplacements concernant la conception de la politique du transbordement, avec le coût et l'effort de mettre en application des systèmes d'information qui sont certains des arguments pour ne pas permettre des transbordements parmi tous les emplacements. D'une perspective de modélisation, plus un système est complexe, plus il est difficile à analyser. Par conséquent, la complexité du modèle d'inventaire est réduite quand les liens « inutiles » de transbordement sont éliminés.

Les emplacements à un échelon sont habituellement non identiques et peuvent donc avoir la commande arriérée très différente ou un coût de vente perdu différent. Voyant qu'un coût est associé à chaque transbordement, il est plus raisonnable de permettre des transbordements d'un emplacement avec une basse commande arriérée ou un coût de vente perdu, que des transbordements de l'emplacement avec une commande arriérée plus élevée ou un coût de vente perdu. Ces transbordements sont permis seulement dans une direction désignée sous le nom des transbordements latéraux unidirectionnels (Olsson, 2009). La Figure 10 montre des politiques unidirectionnelles appliquées à l'échelon inférieur dans un système de distribution de deux échelons.

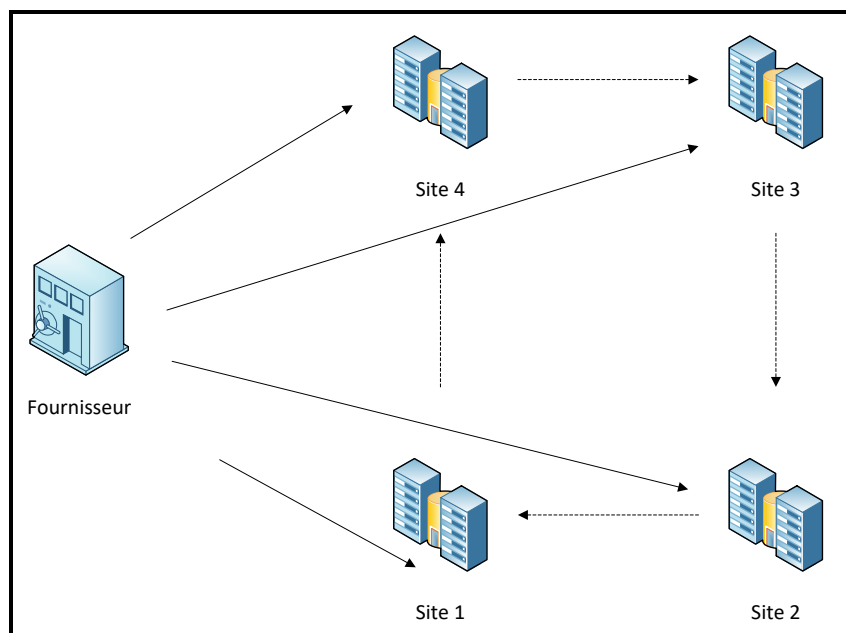


Figure 9: Système d'inventaire à  $n = 4$ , les flèches régulières représentent le flux de remplissage tandis que les flèches à tirets représentent le flux du transbordement ( Olsson 2009)

### 1.2.5 Entrepôts principaux et réguliers locaux

Motivés par des scénarios de vie réelle (Kranenburg et Houtum, 2009) ont présenté une structure de réseau où ils distinguent deux types d'entrepôts locaux : entrepôts principaux locaux et entrepôts réguliers locaux. Des transbordements latéraux sont permis d'aller seulement des entrepôts locaux principaux, alors que les entrepôts locaux principaux et les entrepôts réguliers locaux peuvent recevoir des transbordements latéraux. La stratégie solitaire (sans Pooling) est appliquée, à condition que la structure du réseau se compose exclusivement des entrepôts réguliers locaux. D'autre part, le Pooling complet est réalisé quand la structure du réseau ne comprend que les entrepôts locaux principaux. Ainsi, le modèle couvre les cas particuliers sans Pooling et avec Pooling complets et également un type de Pooling partiel qui ressemble en grande partie au modèle des transbordements latéraux unidirectionnels, où seulement certains des entrepôts sont permis de fournir des transbordements latéraux.

Dans la vie réelle, les différences existent entre les entrepôts locaux. Quelques entrepôts sont physiquement plus grands et de ce fait ayant plus d'inventaires, et peuvent satisfaire des taux plus élevés de requête du client. Quelques entrepôts sont stratégiquement mieux placés, par exemple près des aéroports, et peuvent donc fournir un transbordement latéral plus rapidement que d'autres. De plus, quelques entrepôts fonctionnent au cours de la nuit également, ayant par conséquent un plus long temps d'exploitation. Les entrepôts qui conviennent à ces caractéristiques citées ci-dessus peuvent être des entrepôts principaux locaux. (Kranenburg et Houtum, 2009) prouvent que seulement quelques entrepôts bien choisis doivent être équipés pour fournir le transbordement latéral afin d'obtenir une partie principale des pleines indemnités du Pooling. La Figure 11 montre une structure de réseau avec les entrepôts principaux et réguliers.

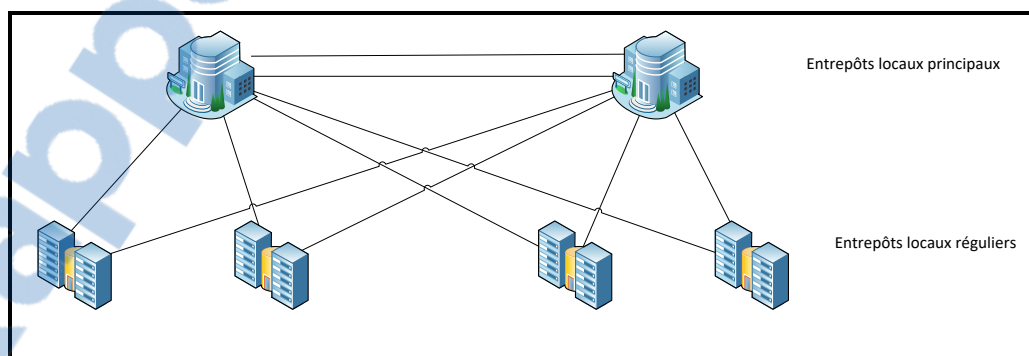


Figure 10: Représentation graphique d'un système de Pooling avec des entrepôts locaux principaux et réguliers. (Kranenburg and Houtum 2009)

### 1.2.6 Pooling commercial

Dans le Pooling commercial, il y a plusieurs clients qui achètent des services de disponibilité d'un fournisseur de services. Le fournisseur de services peut censément être le fabricant du système technique ou une société de niche. Un client obtient une demande satisfaite du fournisseur de services contre des honoraires annuels fixes. En plus des aspects généraux couverts par les accords du Pooling coopératif discutés précédemment, un accord formel existe entre le fournisseur de services et le client, il couvre les prestations de service, les délais d'exécution de la livraison et la responsabilité dans des situations de retard. Chaque participant dans un pool commercial a une connexion au fournisseur de services seulement, qui a consécutivement une connexion à tous les participants dans ce pool. En conséquence, dans un pool de  $n$  participants, il y a les connexions  $2 \times n$ . Réciproquement, dans un pool coopératif de  $n$  participants, où chaque participant entretient des relations avec tous les autres participants dans le pool, il y a des connexions dues  $n \times (n - 1)$  au total (Kilpi et autres, 2008). (Zhao et autres, 2005) déclare qu'il y a un nombre croissant de fabricants qui poursuivent une stratégie qui favorise l'inventaire partagé parmi les revendeurs en leur réseau de distribution décentralisé. Dans un système logistique de service-parties, le fabricant fournit un système d'information à ses clients. Ce système contient généralement le logiciel de vérification de l'inventaire et malgré les coûts associés en le fournissant, ces coûts sont compensés par les retours à long terme qui viennent d'une meilleure interprétation du client, par exemple d'un meilleur service après-vente aux fin-clients.

### 1.2.7 Attribution des coûts dans le Pooling de pièces de rechange

Cette section couvre certaines des politiques les plus communes d'attribution de coût dans les arrangements coopératifs et concurrentiels. Si une certaine politique est appropriée, qui ne dépend pas considérablement de la façon dont la structure de réseau est modélisée ni du type des paramètres qui sont inclus dans le modèle de coût. Dans le Pooling commercial, le prix fixé par le fournisseur de services représente le facteur principal qui détermine si une société doit choisir un pool commercial au lieu d'un pool coopératif.

### 1.2.8 Système centralisé – arrangement coopératif

(Gerchak et Gupta, 1991) considèrent le problème d'attribution de coût dans un système d'inventaire continu centralisé avec examen et backorder (remet de la commande) complet. Le modèle de coût se compose d'un coût de commande fixe  $A$ , d'un coût de location par unité  $h$ , et d'un coût de temps d'arrêt d'unité  $\pi$  qui est indépendant de la durée du temps d'arrêt.

(Gerchak et Gupta, 1991) analysent quatre politiques qui examinent la façon avec laquelle ils affectent les coûts d'inventaire parmi les membres d'un pool :

1. Par le volume de demande

2. Par les conditions individuelles du stock de sécurité
3. Par la contribution par accroissement des coûts communs
4. En proportion aux coûts autonomes

Ils prouvent alors que seulement la dernière politique, "en proportion aux coûts autonomes" en relation à chaque membre, garantit une réduction des coûts assignés à elle suivant la centralisation. Les trois premières politiques peuvent facilement mener à des coûts plus élevés pour les membres particuliers que leurs coûts autonomes. Avec l'intention de mettre en évidence des différences entre les stratégies coopératives (Kilpi et autres, 2008) ont développé plus loin les trois éléments de coût dans le Pooling d'inventaires qui ont été identifiés par (Carter et Monczka, 1978) : tenir l'inventaire, les commandes et les commandes arriérées. Les coûts de commande sont divisés en : manipulation et transfert des coûts, tandis que les coûts de commande arriérée sont divisés en : prise de prêt et coûts d'attentes. En plus, le modèle de coût couvre également des coûts d'interface mentionnée précédemment

(Kilpi et autres, 2008) analyse l'avantage de trois critères typiques de partage dans le Pooling coopératif :

1. Selon le volume de demande annuelle
2. Selon l'épargne relative égale à l'action de joindre les pools
3. Selon la contribution par accroissement relative au pool

Bien que le critère basé par volume semble comme une manière intuitive de partager les avantages du Pooling, il est montré que les membres avec une grande demande gagnent légèrement plus d'avantages, comparés à des membres avec une petite demande. Par conséquent, ce problème encourage chaque membre individuel à rentrer dans un pool avec les plus petits associés possible.

Il y a également un point de délimitation lié au critère basé par volume, après quoi un nouveau membre prend plus d'avantages hors du pool que dedans. Le point de délimitation peut également créer des barrières à la croissance du pool, puisqu'il existe une dépendance entre le nombre de participants et la taille attrayante maximum d'un nouveau pool. Même si le deuxième critère est appliqué, le problème demeure toujours. Les auteurs viennent à la conclusion que la contribution par accroissement relatif au pool est l'arrangement le plus efficace de coût et qu'il est également le critère qui conduit le pool vers un équilibre dynamique.

Au moyen du concept de noyau de la théorie des jeux rectangulaires coopérative (Wong et autres, 2006) ont résolu le problème de comment distribuer les coûts du système d'une manière équitable à chaque membre .Si

une attribution de coût appartient au noyau, le jeu ayant un noyau non vide alors que chaque membre a d'avantage de joindre le pool et personne ne perd quand un nouveau membre se joint. Un jeu peut avoir un noyau vide dans des situations extrêmes par exemple si le coût de transport d'un transbordement latéral est trop haut, le Pooling peut dans ces cas ne pas être avantageux. De plus (Wong et autres, 2006) évaluent quatre politiques d'attribution de coût et les identifient si les attributions de coût sont dans le noyau du jeu :

***Politique d'attribution de coût 1 :***

- L'inventaire tenant le coût est assigné en se basant sur le nombre de pièces de rechange stockées à chaque emplacement.
- Le coût de temps d'arrêt est affecté en se basant sur le temps d'arrêt local à chaque emplacement.
- Le coût de transport pour chaque transbordement latéral est toujours payé par l'emplacement de réception.

***Politique d'attribution de coût 2 :***

- Le coût de maintien d'inventaire et le coût de transport sont fixés en se basant sur la demande de chaque emplacement.
- Le coût de temps d'arrêt est affecté en se basant sur le temps d'arrêt local pour chaque emplacement.

***Politique d'attribution de coût 3 :***

- Le coût total est assigné en se basant sur le taux de demande de chaque emplacement.

***Politique d'attribution de coût 4 (valeur d'attribution de coût de Shapley) :***

- Chaque membre est assigné d'un coût égal à la contribution moyenne qu'il apporte à chaque coalition à laquelle il pourrait appartenir. Toutes les coalitions ont une grande probabilité d'émerger.

Ils montrent que dans le système centralisé chacune des quatre politiques d'attribution de coût donne les attributions de coût qui sont dans le noyau du jeu.

### **I.2.9 Système décentralisé – arrangement concurrentiel**

Les quatre politiques d'attribution de coût spécifique analysées par (Wong et autres, 2006) sont également examinées dans un arrangement où la concurrence existe entre les membres du pool. Dans un tel arrangement, une vue différente du processus de décision est exigée, puisque chaque membre prend maintenant des décisions comme réaction optimale à d'autres décisions des membres. Indépendamment de ce que chaque membre décide à leur inventaire et leur niveau de stocks réservés, un certain niveau d'accord de façon dont le coût total affecté doit être atteint par tous les membres du pool. Pour cette raison un concept "coopétitif" (coopérative et compétitive) est recommandé puisque chaque membre se comporte d'une manière coopérative et compétitive en même temps. Une description du jeu qui couvre l'arrangement "coopétitif" est formulée comme suit : tous les membres conviennent d'abord sur une politique d'attribution de coût. Chaque membre choisit alors son inventaire et ses niveaux des stocks réservés pour réduire au minimum son coût total local. Le coût total d'un emplacement dépend cependant des décisions prises par d'autres emplacements en raison de la possibilité d'envoyer et de recevoir des transbordements latéraux. Chaque membre agit rationnellement et n'augmentera donc pas son propre coût avec l'intention de ne pas élever le coût des autres membres.

En conclusion, l'information parfaite est assumée dans le système du réseau. Le concept de l'équilibre de Nash est utilisé afin de trouver une solution au jeu décrit ci-dessus. Si aucun joueur ne peut strictement tirer bénéfice de changer seulement sa stratégie alors que tout autre joueur demeure fixe, alors un équilibre de Nash pur est obtenu. (Fudenberg et Tirole, 1991) déclarent que l'équilibre de Nash est une prévision cohérente de la façon dont le jeu sera joué dans le sens qu'aucun joueur n'a une incitation à jouer différemment si tous les joueurs prévoient un équilibre de Nash. Contrairement à l'arrangement coopératif, quand le comportement concurrentiel est considéré, la décision à mettre ou à ne pas mettre en commun est influencée par la politique d'attribution de coût choisie. Ils montrent que les troisième et quatrième politiques d'attribution de coût motivent les emplacements pour joindre le pool, alors que les incitations pour joindre le pool ne sont pas assez si on assigne l'une des deux premières politiques. Les jeux avec information imparfaite présentent notre système d'une façon que quelques paramètres sont connus seulement par le membre lui-même. Dans une condition de concurrence, il est incertain si les membres d'un pool sont disposés à partager leur information privée avec les autres membres. (Wong et autres, 2006) analyse ce genre de jeux dans le cas où le coût de temps d'arrêt est choisi en tant qu'information privée. La raison de choisir le temps d'arrêt au lieu du coût de maintien du stock ou le coût de transport est la difficulté de mesurer le coût de temps d'arrêt qui peut donc être subjectif en comparaison avec les autres coûts mentionnés. Le but principal de l'analyse est d'examiner la possibilité pour que les membres réalisent des bénéfices en disant l'information fausse. La quatrième politique d'attribution est considérée et est conclue par l'ajustement suivant. L'emplacement  $j$  doit payer :

- Le coût de maintien du stock en se basant sur le nombre de pièces de rechange stockées à l'emplacement  $j$
- Le coût de temps d'arrêt engagé par l'emplacement  $j$
- Le coût de transport pour tous les transbordements latéraux reçus par l'emplacement  $j$ .

Ils montrent aussi que des emplacements (sociétés) sont tentés d'indiquer l'information fautive concernant leur coût de temps d'arrêt. Dans de telles situations, les sociétés doivent traiter le problème, d'équilibrer le risque et l'avantage de demander, un coût inférieur ou plus élevé, de temps d'arrêt. Une société peut bénéficier du repérage vers le haut de son paiement en réclamant une valeur plus élevée que le vrai coût. D'autre part, un coût plus élevé de temps d'arrêt signifie une contribution accrue au coût total conformément à la méthode de valeur de Shapley. Également montrée est l'importance pour établir la confiance mutuelle entre tous les membres du pool, qui est faite par le fait que tous les membres se conviennent à un coût de temps d'arrêt ou à un taux de disponibilité commun de cible. Les questions dans les arrangements concurrentiels font la référence pour un autre modèle de Pooling, un modèle où une partie indépendante est le fournisseur du pool.

#### ***Quand utilise-t-on le Pooling :***

Pour qu'une société indépendante mette son inventaire en commun, les avantages de rejoindre un pool doivent être plus grands que ceux de faire cavalier seul. En rejoignant un pool, la même disponibilité sur les systèmes techniques peut être obtenue avec un coût moins coûteux ou une disponibilité plus élevée pour le même montant d'argent. Les avantages mentionnés ci-dessus sont dérivés du fait d'avoir une quantité de pièces de rechange plus petite comparée à la somme de pièces de rechange de chaque société qui agissent indépendamment, dans tout le système de réseau. En raison des économies d'échelle avec un pool, le coût d'investissement peut être réduit, et dû aux taux d'échec stochastiques, la probabilité pour que plus d'un article tombe en panne est en même temps très basse, menant ainsi à la capacité nécessaire pour qu'un pool maintienne facilement une disponibilité élevée. Des sociétés petites PME (petite moyenne entreprise) et nouvellement fondées ont pu limiter les ressources financières, mais elles dépendent ainsi de rejoindre un pool afin de maintenir les coûts aussi bas que possibles au début.

#### ***Préalables au Pooling :***



Il y a deux conditions principales qui doivent être remplies si une société (par exemple un propriétaire ou un opérateur) souhaite mettre ses pièces de rechange en commun avec d'autre société. D'abord, la première condition, il est nécessaire d'avoir au moins une autre société de plus utilisant des systèmes techniques semblables par exemple avions, véhicules de rail, etc. Et que cette société existe dans un secteur géographique où il est faisable de partager des pièces de rechange. Bien que les systèmes puissent légèrement différer entre les sociétés, les pièces de rechange considérées à être employées dans un pool doivent être compatibles avec tous les systèmes. Ensuite, la deuxième condition considère la distribution entre les pièces de rechange et les consommables réparables dans un système. La valeur des pièces de rechange qu'une société choisit de réparer doit constituer la partie principale de la valeur totale de tous les composants dans le système. Intuitivement, la deuxième condition semble être remplie toujours puisque les pièces de rechange dans de tels systèmes techniques constituent la partie principale de toute la valeur. Cependant, en raison de diverses restrictions par exemple coût de transport élevé en liaison avec un long délai d'exécution jusqu'à ce que l'unité réparée soit retournée à la société, il n'est pas toujours rentable qu'une société répare une unité en panne, par conséquent une nouvelle partie est achetée et une chaîne d'approvisionnements à boucle ouverte est obtenue.

Dans toutes les industries, il y a certains paramètres qui doivent être expliqués quand une société décide de mettre son inventaire en commun ou pas. C'est pourquoi on met en œuvre l'analyse de branche où le marché, les acteurs, les systèmes techniques, les coûts et plus spécifiquement, quelle stratégie de pièces de rechange à choisir, sont identifiés et fournis à l'autre société.

## II. Méthodologie

Dans cette partie nous allons élaborer et expliquer le travail de Georges Tagaras (Tagaras, 1989) et son approche sur le Pooling. L'objectif de cette étude est d'analyser explicitement l'effet du transbordement latéral sur le niveau de service, réalisé par les clients sur les points de stockage, et en même temps, examiner l'effet du niveau de service sous contraintes sur la quantité optimale à commander et enfin revoir la politique de transbordement. Le deuxième objectif est de généraliser le modèle introduit par Krishnan et Rao ( Krishnan et Rao, 1965) et puis utiliser une structure plus générale pour les coûts, pour mettre en relief les différents coûts de transport, du dépôt central ou de l'usine, tout en accommodant la possibilité d'avoir différentes variables des coûts, des commandes et des acquisitions.

### II.1. Le modèle de Pooling Tagaras 1989

Le modèle de Pooling proposé par (Tagaras, 1989) utilise la centralisation pour approximer les variables de gestion d'inventaire à transbordement latéral (demande, quantité à commander, stock de sécurité...) à des espérances mathématiques et pour étudier l'effet du Pooling en calculant l'équation des coûts généraux.

Dans la section suivante, nous allons formuler et optimiser la version développée du problème posé par (Krishnan et Rao 1965). L'effet du Pooling va être évalué et examiné sur différents niveaux des services, puis viennent la formulation et la solution du problème de minimisation du coût, sous les contraintes sur les minimums des taux de remplissage, dans deux lieux de stockage. Cette formulation va être utilisée pour déterminer toutes les variables.

#### II.1.1 Formulation et optimisation

On considère un système de distribution d'inventaire pour un seul article, où l'article peut être stocké dans chacun des deux échelons inférieurs de chaque lieu. Ces lieux sont approvisionnés par une source échelon supérieure commune, à capacité illimitée. Le niveau d'inventaire aux deux lieux de stockage est revu au début de chaque période. Chaque site met en place sa commande pour combler les demandes durant cette période. Le coût fixe des commandes de la source centrale est considéré comme négligeable. Alors chaque lieu  $i$  ( $i = 1,2$ ) emploie un ordre jusqu'à  $S$ , ( $S \geq 0$ ). Les commandes sont immédiatement reçues du centre de distribution. Les délais de reconstitution sont négligeables. La demande  $D$ , est par la suite réalisée à chaque lieu  $i$ . Si la demande  $D_i$  dépasse  $S_i$  à un de ces sites, alors la demande sera satisfaite à l'aide d'un transbordement latéral pris en action pour éviter les pénuries. Le transbordement est considéré comme instantané. Donc, suite au Pooling complet entre les deux lieux, durant une période de révision, une pénurie aura lieu dans l'un ou les deux sites si et seulement si :

$$\sum_{i=1}^2 D_i > \sum_{i=1}^2 S_i$$

Si un tel évènement a lieu, le montant qui manque est arriéré et satisfait la période suivante.

Le modèle à deux sites est visualisé dans La Figure 12 :

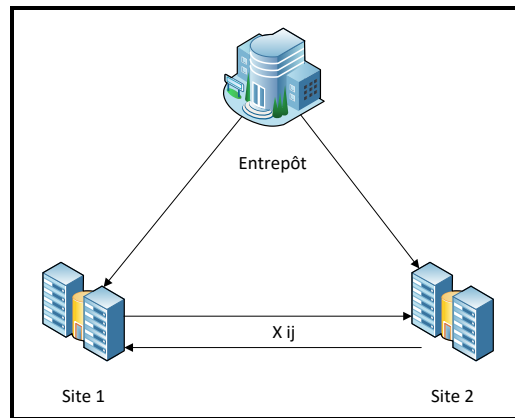


Figure 11: Représentation du Pooling à deux sites ou  $X_{ij}$  représente le transbordement latéral entre les deux sites (inspiré de Tagaras, 1989)

Les coûts pertinents dans le modèle sont :

$c_i$  : Coût d'acquisition par unité au lieu  $i$  ;

$c_{hi}$  : Coût de maintien par unité au lieu  $i$  (payer à la fin de l'inventaire, après le transbordement)

$c_{pi}$  : Coût de pénurie par unité pour un manque au lieu, après Pooling;

$c_{ij}$  : Coût de transbordement de  $i$  vers  $j$  ( $i, j = 1, 2, i \neq j$ )

$C(S)$  : Coût total par période, en fonction de  $S = (S_1, S_2)$

Pour s'assurer que le coût de commande d'une unité de  $j$  ou de  $i$  est le même et puis que le transbordement se passe immédiatement de  $i$  vers  $j$ , le triangle d'inégalités se pose :

$$c_i - c_j + c_{ij} \geq 0$$

$$i, j = 1, 2 ; j \neq i.$$

L'optimalité de la politique complète du Pooling, où les transbordements prennent place juste du lieu avec excès d'inventaire vers le lieu avec manque, jusqu'à ce que cet excès soit terminé ou le manque soit comblé, cette optimalité est assurée si les conditions entre ces variables se tiennent :

$$(a) \quad c_{hi} + c_{pj} - c_{ij} - (c_i - c_j) \geq 0 \quad i, j = 1, 2; j \neq i.$$

$$(b) \quad c_{ij} + (c_i - c_j) - (c_{hi} - c_{hj}) \geq 0 \quad i, j = 1, 2; j \neq i.$$

$$(c) \quad c_{ij} + (c_i - c_j) - (c_{pi} - c_{pj}) \geq 0 \quad i, j = 1, 2; j \neq i.$$

Condition (a) est impertinente quand la source  $i$  a un excès d'inventaire quand celle de  $j$  à  $i$  a une pénurie,

(b) est impertinente quand les deux ont un excès et

(c) est impertinente quand les deux attendent un manque avant le transbordement, on ajoute à la notation :

$f_i(y_i)$  : Fonction de probabilité de densité de la demande au lieu de stockage  $i$  par période

$F_i(y_i)$ : Fonction de distribution de la demande au lieu de stockage  $i$  par période

$Q_i$  : Quantité à commander de centre de distribution vers le lieu  $i$

$X_{ij}$  : Quantité de transbordement entre  $i$  et  $j$

$I_i$  : Inventaire  $n$  à  $i$ , après transbordement

$I_i^+$  : Inventaire disponible au site  $i$ , après transbordement

$I_i^-$  : Manque au site  $i$  après transbordement

Avec  $I_i = I_i^+ - I_i^-$  et  $I_i^+ I_i^- = 0$ .

L'équation d'équilibre de l'inventaire :

$$I_i = S_i - D_i - X_{ij} + X_{ji} \\ i, j = 1, 2; j \neq i$$

Où quantité  $X_{ij}$  et quantité  $X_{ji}$  ne peuvent pas être positives toutes les deux à la fois,  $X_{12} X_{21} = 0$ .

La politique complète du Pooling peut être exprimée par :

$$(a) \quad \text{Si } \forall i \quad D_i \leq S_i \quad \text{alors} \quad X_{ij} = X_{ji} = 0, \quad i, j = 1, 2; j \neq i.$$

(b) Si  $\forall i D_i \geq S_i$  alors  $X_{ij} = X_{ji} = 0, i, j = 1, 2; j \neq i$ .

(c) Si  $D_i < S_i$  et  $D_j > S_j$  alors  $X_{ij} = \min\{S_i - D_i, D_j - S_j\}$  et  $X_{ij} = 0, i, j = 1, 2; j \neq i$

Le coût total par période :

$$C(S) = \sum_{i=1}^2 \left\{ c_i E(Q_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^2 c_{ij} E(X_{ij}) + c_{hi} E(I_i^+) + c_{pi} I_i^- \right\} \quad (1)$$

Où

$$E(Q_i) = S_i - E(I_i) \quad (2)$$

$$E(I_i) = E(I_i^+) - E(I_i^-) \quad (3)$$

Liste des espérances mathématiques :

Transbordement :

$$E(X_{ij}) = \int_{y_i=0}^{S_i} \left[ \int_{y_i=0}^{S_i+S_j-y_i} (y_j - S_j) f_j(y_j) dy_j + \int_{y_j=S_i+S_j-y_i}^{\infty} (S_i - y_i) f_j(y_j) dy_j \right] f_i(y_i) dy_i$$

Après réarrangement et intégration par partie :

$$E(X_{ij}) = \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) [1 - F_j(S_i + S_j - y_i)] dy_i \quad (4)$$

De la même manière :

Inventaire disponible au site  $i$ , après transbordement :

$$E(I_i^+) = \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i \quad (5)$$

Manque au site  $i$  après transbordement :

$$E(I_i^-) = E(D_i) - S_i + \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) dy_i - \int_{y_j=0}^{S_j} F_j(y_j) dy_j + \int_{y_j=S_i}^{S_i+S_j} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i \quad (6)$$

La demande :

$$E(D_i) = \int_{y_i=0}^{\infty} y_i f_i(y_i) dy_i$$

Inventaire net au site  $i$ , après transbordement :

$$E(I_i) = S_i - E(D_i) - \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) dy_i + \int_{y_j=0}^{S_j} F_j(y_j) dy_j + \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i - \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i \quad (7)$$

Les valeurs de  $S_1, S_2$  qui minimisent le coût total attendu par période,  $C(S)$ , sont les solutions du système d'équations

$$\frac{\partial C(S)}{\partial S_i} = 0, \quad i = 1, 2.$$

L'application extensive de la loi de Leibnitz de différentiation nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(S)}{\partial S_i} = & (c_{hi} - c_i) \int_{y_j=S_j}^{S_i+S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j + (c_i - c_{ji} + c_{pi}) \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j \\ & + (c_{hj} - c_j) \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i + (c_j - c_{ij} + c_{pj}) \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i \\ & + (c_{ji} + c_{hi} - c_{pi} - 2c_i) F_i(S_i) F_j(S_j) + (c_i - c_j + c_{ij} + c_{pi} - c_{pj}) F_i(S_i) - c_{pj} \quad i, j = 1, 2 \quad ; j \neq i \end{aligned}$$

Soit  $P_{12}$  la probabilité que  $D_1 + D_2 \leq S_1 + S_2$  alors :

$$\begin{aligned} P_{12} &= \int_{y_i=0}^{S_i+S_j} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i \\ &= F_i(S_i) F_j(S_j) + \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i + \int_{y_j=S_j}^{S_i+S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j \\ &= \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i + \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j - F_i(S_i) F_j(S_j) \quad (8) \end{aligned}$$

En utilisant (8), le système de conditions d'ordre premier se simplifie à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(S)}{\partial S_i} = & (c_{hj} + c_i - c_j - c_{ij} + c_{pi}) P_{12} + (2c_j - 2c_i - c_{ij} + c_{ji} + c_{pj} - c_{pi} - c_{hj} + c_{hi}) \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i \\ & + (c_i - c_j + c_{ij} + c_{pi} - c_{pj}) F_i(S_i) - c_{pi} = 0 \quad i, j = 1, 2; j \neq i. \quad (9) \end{aligned}$$

Quand les coûts  $c_i$ ,  $c_{pi}$ ,  $c_{hi}$  sont égaux dans les deux sites de stockage  $c_{12} = c_{21}$ , les conditions du premier ordre sont réduites à ceux de Krishnan et Rao (Krishnan et Rao, 1965), nous devons vérifier les conditions d'ordre élevé pour s'assurer que les solutions de (9) donnent vraiment le coût minimal de la fonction du Krishnan et Rao (Krishnan et Rao 1965) dans l'ancien travail l'algorithme de Sécante était utilisé pour résoudre le système d'équations non linéaires

## II.2. Effet du Pooling sur le niveau de service

### II.2.1 Optimisation du niveau de service sans contraintes

L'une des mesures de performance la plus importante des systèmes de distribution d'inventaire est le niveau de service à l'échelon inférieur des sites de stockage. Le véritable objectif du Pooling est d'augmenter ce niveau de service, par les liaisons faites du transbordement entre les deux sites, pour en profiter de l'excès d'une part et satisfaire le déficit d'une autre part afin d'éviter les pénuries. Dans ce qui suit, on étudie l'effet exact du Pooling entre deux sites sur les deux critères de services les plus utilisés, la probabilité de non-rupture de stock dans une période et le taux de remplissage.

$P_i^{BP}$ : Probabilité de non-rupture de stock à l'site  $i$  dans une période, avant transbordement, avant Pooling . ( $BP$  = before Pooling)

$P_i^{AP}$ : Probabilité de non-rupture de stock à l'site  $i$  après Pooling.

$\beta_i^{BP}$ : Taux de remplissage à l'site  $i$  avant Pooling défini par :

$$\beta_i^{BP} = \frac{E(\min\{S_i, D_i\})}{E(D_i)}; \quad (10)$$

$\beta_i^{AP}$ : Taux de remplissage à l'site  $i$  après Pooling défini par :

$$\beta_i^{AP} = \frac{E(\min\{S_i + X_{ji} - X_{ij}, D_i\})}{E(D_i)} \quad (11)$$

#### **Proposition 1 :**

Le Pooling entre deux sites  $i$  et  $j$  augmente la probabilité de non-rupture de stock dans un site  $i$  par la diminution marginale de quantité du transbordement attendu de  $j$  vers  $i$  pour une unité ajoutée dans la quantité des commandes :

$$P_i^{AP} = P_i^{BP} + |\partial E(X_{ij})/\partial S_i| \quad (12)$$

**Preuve :**

$$P_i^{BP} = F_i(S_i)$$

$$\begin{aligned} P_i^{AP} &= Pr\{D_i \leq S_i\} + Pr\{S_i < D_i < S_i + S_j - D_j \text{ et } D_j < S_j\} \\ &= F_i(S_i) + \int_{y_j=0}^{S_j} \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j-y_j} f_i(y_i)f_j(y_j)dy_idy_j \\ &= F_i(S_i) + \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j)f_j(y_j)dy_j - F_i(S_i) F_j(S_j) \end{aligned}$$

En dérivant (4) en fonction de  $S$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(X_{ij})}{\partial S_i} &= F_i(S_i)F_j(S_j) - \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j)f_j(y_j)dy_j, \text{ et puisque} \\ &\int_{y_j=0}^{S_j} \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j-y_j} f_i(y_i)f_j(y_j)dy_idy_j > 0 \end{aligned}$$

On conclut que :

$$P_i^{AP} = P_i^{BP} - \frac{\partial E(X_{ij})}{\partial S_i} \quad \text{avec} \quad \frac{\partial E(X_{ij})}{\partial S_i} < 0$$

**Proposition 2 :**

Le Pooling entre deux sites  $i$  et  $j$  augmente le taux de remplissage à l'site  $i$  par un ratio de la quantité de transbordement attendu de  $j$  vers  $i$  pour la demande à  $i$  :

$$\beta_i^{AP} = \beta_i^{BP} + E(X_{ij})/E(D_i) \quad (13)$$

**Preuve :**

$$\begin{aligned} \beta_i^{BP} &= \left[ \int_{y_i=0}^{S_i} y_i f_i(y_i) dy_i + \int_{y_i=S_i}^{\infty} S_i f_i(y_i) dy_i \right] / E(D_i) = \left[ S_i - \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) dy_i \right] / E(D_i) \\ \beta_i^{AP} &= 1 - E(I_i^-) / E(D_i) \end{aligned}$$



$$= \left[ S_i - \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) dy_i + \int_{y_j=0}^{S_j} F_j(y_j) [1 - F_i(S_i + S_j - y_i)] dy_j \right] / E(D_i)$$

De (6) :

$$\int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i = \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) F_j(y_j) dy_j$$

La combinaison des expressions dérivées au-dessus pour  $\beta_i^{AP}$  et  $\beta_i^{BP}$  avec l'équation (4) nous donne l'équation (13)

Dans le cas où les coûts des deux sources sont identiques avec des demandes différentes, Krishnan et Rao (Krishnan et Rao, 1965) ont montré qu'à l'optimalité on a  $P_1^{BP} = P_2^{BP}$ . En général, cette égalité des niveaux de services n'est pas vraie dans un concept d'une solution de minimisation des coûts, même si on a des sources identiques pour les autres critères  $P_i^{AP}$ ,  $\beta_i^{BP}$ ,  $\beta_i^{AP}$ , ou même avec des sources non identiques. Alors sous l'assomption de ce modèle, la pratique commune avec les distributeurs est d'essayer de réaliser un équilibre sur le niveau de service entre les différents sites de stockages, ce qui est inconsistant avec l'objectif de minimisation des coûts totaux sauf si le processus de demande et du coût sont identiques. Sinon, le niveau de service optimal dépend/influe largement sur les différences entre coût et demande, et diffère/change généralement entre les sites.

La proposition suivante éclaire une différence importante entre Pooling et les opérations indépendantes, en augmentant  $S_1, S_2$ , c'est suffisant d'améliorer le niveau de service de l'after-Pooling (après-Pooling) aux deux sites.

**Proposition 3 :**

La probabilité à L'after-Pooling avec non-rupture de stock et taux de remplissage aux deux sites  $i$  et  $j$  ne diminue pas en  $S_i$ .

**Preuve :**

$$\frac{\partial P_i^{AP}}{\partial S_i} = f_i(S_i) [1 - F_j(S_j)] + \int_{y_j=0}^{S_j} f_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j \geq 0$$

$$\frac{\partial P_i^{AP}}{\partial S_i} = \int_{y_i=0}^{S_i} f_i(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i \geq 0$$

$$\frac{\partial \beta_i^{AP}}{\partial S_i} = \left[ 1 - F_i(S_i) + F_i(S_i) F_j(S_j) - \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j \right] / E(D_i)$$

En utilisant (6) :

$$\int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j \leq \int_{y_j=0}^{S_j} f_j(y_j) dy_j = F_j(S_j) \quad (14)$$

Alors

$$\frac{\partial \beta_i^{AP}}{\partial S_i} \geq [1 - F_i(S_i)][1 - F_j(S_j)][E(D_i)]^{-1} \geq 0$$

De la même façon de (6) et (14) on a :

$$\frac{\partial \beta_j^{AP}}{\partial S_i} = \left[ F_i(S_i) - \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i \right] / E(D_i) \geq 0$$

## II.2.2 Optimisation du niveau de service sous contraintes :

La pénalité sur les coûts associés avec les pénuries est souvent difficile à estimer avec exactitude. C'est pour cela qu'on trouve une pratique commune entre les gérants des systèmes de distribution d'inventaire, ils essayent de minimiser les coûts attendus en satisfaisant un minimum d'exigence sur le niveau de service. Alors, le coût d'une unité de pénurie  $c_{pi}$  qui est inclus dans l'expression des coûts totaux, compte pour les coûts explicites inattendus, tandis que les exigences supplémentaires sur le niveau de service représentent des coûts supplémentaires implicites difficiles à estimer, par exemple : la perte de confiance avec les clients. Dans cette section on va réexaminer les coûts de minimisation du problème, en introduisant des contraintes sur le taux de remplissage minimum acceptable  $\beta_i$  sur chaque site de stockage  $i$  après Pooling.

Le problème d'optimisation sous contraintes peut être formulé sous la forme :

$$\min_S C(S)$$

sous contraintes  $\beta_i^{AP} \geq \beta_i \quad i = 1, 2.$

Puisque  $\beta_i^{AP} = 1 - E(I_i^-)/E(D_i)$ , les contraintes peuvent être écrites sous la forme :

$$g_i(S) = E(I_i^-) - (1 - \beta_i)E(D_i) \leq 0 \quad (15)$$

Soit  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  Les multiplicateurs lagrangiens généralisés. Alors le minimum point  $S$  du problème sous contraintes va satisfaire les conditions de Karush-Kuhn-Tucker. (Karush-Kuhn-Tucker voir les références)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial C(S)}{\partial S_i} + \sum_{k=1}^2 \lambda_k \frac{\partial g_k(S)}{\partial S_i} &= 0 \\ \lambda_i g_i(S) &= 0 \\ \lambda_i &\geq 0 \end{aligned} \right\} i = 1, 2 \quad (16)$$

Où

$$\frac{\partial g_i(S)}{\partial S_i} = -1 + F_i(S_i)[1 - F_j(S_j)] + \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j$$

$$\frac{\partial g_i(S)}{\partial S_i} = \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i - F_i(S_i)$$

Pour trouver une solution du système (16) à 4 équations et 4 inconnues, nous avons utilisé une méthode graphique que nous allons discuter dans ce qui suit.

### II.3. Application de la centralisation

Nous avons choisi cette méthode pour son efficacité à modéliser l'expression du coût général et pour sa simplicité à se traduire en langage Matlab. Le fait d'avoir une série d'équation qui modélise nos variables la rend une méthode simple et adéquate pour à étudier l'effet du Pooling en utilisant un langage de programmation simple dans notre cas Matlab.

Nous commençons par caractériser la méthode de centralisation qui va nous servir à introduire un nouvel site dans le modèle proposé précédemment et puis à en examiner l'impact sur notre système, Nous débutons d'abord par définir l'équation de centralisation de deux sites :

$$\sigma_{12} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2}$$

$\sigma$ : L'écart type de la demande du site  $i$

$\rho$ : Facteur de corrélation

**Hypothèse :**

Nous assumons que la demande entre les différents sites est indépendante alors  $\rho = 0$  , et l'équation devient :

$$\sigma_{12} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

Pour calculer la moyenne de la demande :

$$\mu_{12} = \mu_1 + \mu_2$$

**Exemple :** L'idée consiste à regrouper 2 sites parmi 3 puis étudier l'effet du Pooling entre l'site restant et le nouvel site centralisé. Nous avons commencé l'étude avec les données présentées dans le Tableau 1:

$\sigma_1$	30
$\sigma_2$	60
$\mu_1$	150
$\mu_2$	200

Tableau 1 : Écart types et moyennes de l'ancien modèle

Maintenant nous introduisons un troisième site 3 avec :

$\sigma_3$	90
$\mu_3$	250

Tableau 2 : Écart type et moyenne du site 3

Après l'application de la centralisation nous obtenons trois cas à étudier, sites 1-2 centralisés ensemble , avec des demandes indépendantes avec le site 3, puis les sites 1-3 centralisés ensemble avec des demandes indépendantes avec le site 2 , et à la fin les sites 2-3 centralisés ensemble avec des demandes indépendantes avec site 1. Les trois cas sont étudiés à part sans contraintes puis avec contraintes. Leurs moyennes et leurs écarts types sont affichés dans le tableau ci-dessous :

$\sigma_{12}$	67.08
$\mu_{12}$	350
$\sigma_{13}$	94.86
$\mu_{13}$	400
$\sigma_{23}$	108.16
$\mu_{23}$	450

Tableau 3 : Écart types et moyennes des sites centralisés

Pour mieux comprendre le processus, la méthode de centralisation est visualisé dans La Figure 13 :

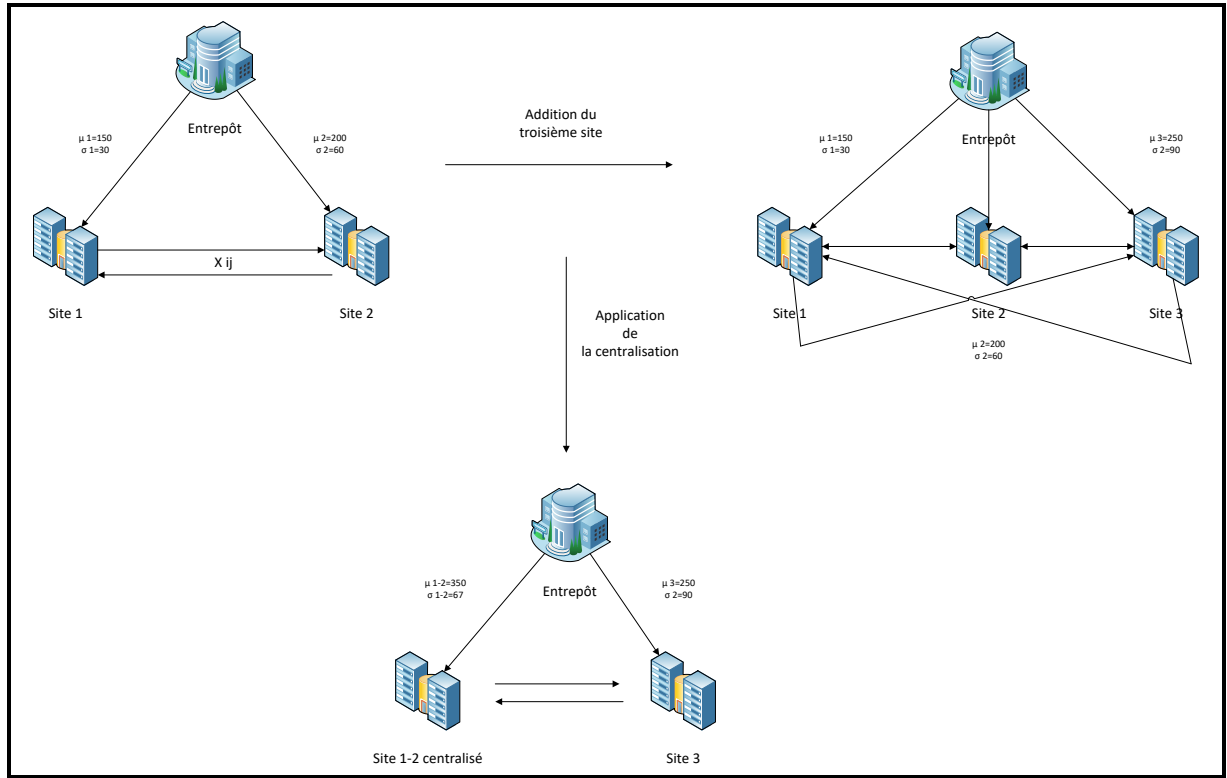


Figure 12: schéma représentatif de l'application de la centralisation

## II.4. Modélisation numérique

### II.4.1 Implémentation sur Matlab

Le modèle pour lequel le code a été créé dans Matlab se compose de deux emplacements. Chaque emplacement est défini par sa propre moyenne  $\mu_i$  et sa variance  $\sigma_i$ ,  $i = 1,2$ .

**Programme 1 :**

Objectif : définir le système d'équations (9) et le résoudre pour  $S_1$  et  $S_2$

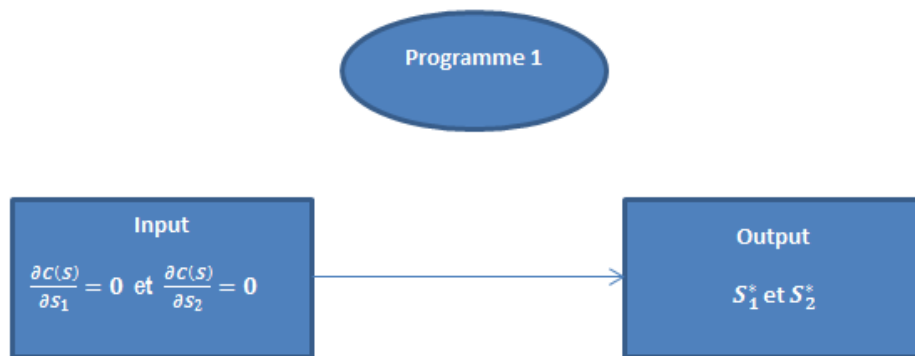


Figure 13: diagramme programme 1 résolution des équations non linéaires

Le but du premier programme est de résoudre l'algorithme du modèle sans contraintes. Cependant, afin de résoudre l'équation générale des coûts (1), nous avons considéré que le système d'équations (9) est égal à zéro.

$$\frac{\partial C(S)}{\partial S_1} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial C(S)}{\partial S_2} = 0$$

Pour pouvoir identifier toutes les variables dont on a besoin, nous allons concevoir un programme qui définit les variables, et un autre qui résout le système des équations (9) en utilisant la fonction `fsolve` sur Matlab, ensuite les résultats trouvés par le premier programme seront introduits dans un deuxième programme qui sera détaillé ci-dessous, afin de déterminer les espérances.

**Programme 2 :**

Le but du deuxième programme est de nous donner la fonction de coût général  $C(S)$ , qui est atteinte en branchant les niveaux de stock optimaux  $S_1^*$  et  $S_2^*$  déjà calculés avec le premier programme. Ces valeurs optimales des niveaux de stocks branchés dans le système des équations des espérances vont aboutir à la résolution de la dernière équation du coût général.

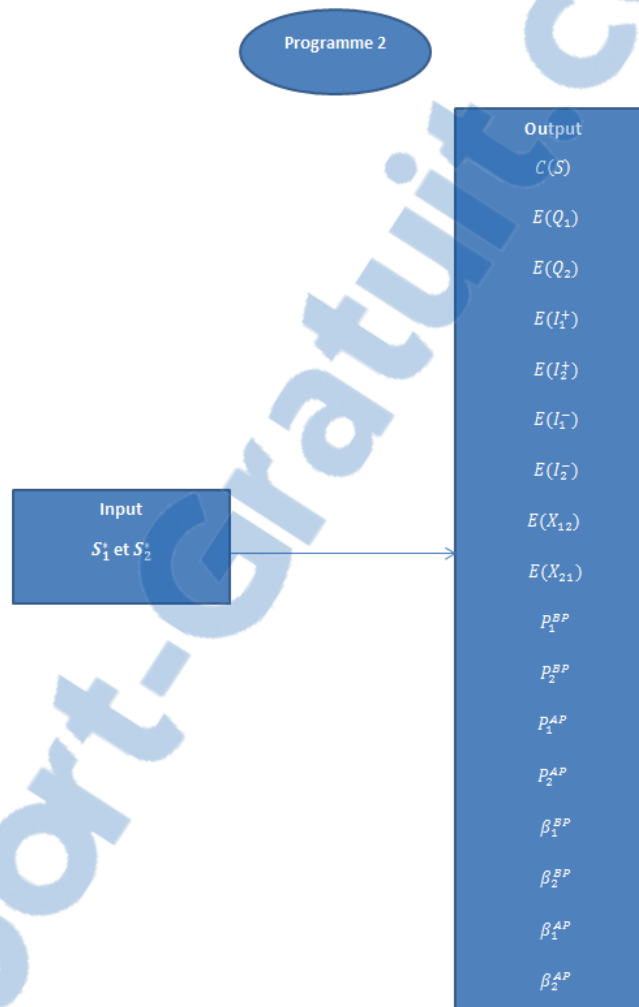


Figure 14 : diagramme programme 2 calculs des espérances et la fonction du coût  $C(S)$

#### II.4.1.1.1 Aperçu de la conception de l'algorithme :

Dans les deux programmes, nous devons définir

$$f_1(y_1) \text{ et } f_2(y_2), F_1(y_1) \text{ et } F_2(y_2).$$

$f(y)$ : Fonction de probabilité de densité sur matlab : normpdf

$F(y)$ : Fonction de distribution sur matlab : normcdf

**Exemple d'équation (4) sur Matlab :**

$$E(X_{ij}) = \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) [1 - F_j(S_i + S_j - y_i)] dy_i \quad (4)$$

**Sur Matlab cette équation devient :**

$$\text{fun1}=@(y1)F1(y1).*(1-F2(s1+s2-y1));$$

$$\text{fun2}=@(y2)F2(y2).*(1-F1(s1+s2-y2));$$

$$\text{EX12}=\text{integral}(\text{fun1},0,\text{s1})$$

$$\text{EX21}=\text{integral}(\text{fun2},0,\text{s2})$$

fun1 et fun2 expriment les fonctions sous l'intégral, puis en utilisant la fonction intégrale sur MatLab de 0 jusqu'à  $S_1$  pour obtenir EX12 qui est  $E(X_{12})$ , et de 0 jusqu'à  $S_2$  pour obtenir EX21 qui est  $E(X_{21})$



#### II.4.1.1.2 Algorithme du programme 3 avec contraintes :

Pour résoudre le modèle sous contraintes sur le taux de remplissage avant et après Pooling :  $\beta_i^{AP}$  et  $\beta_i^{BP}$  . nous devons poser une condition :

Le taux de remplissage minimal  $\beta > 0.99$  pour les deux sites.

Pour satisfaire la condition sur notre système et identifier les niveaux des stocks nous concevons d'abord un troisième programme qui dessine un graphe du taux de remplissage en fonction des stocks. Nous branchons ensuite les valeurs des stocks optimaux dans le deuxième programme pour calculer les différentes espérances.

#### Exemple :

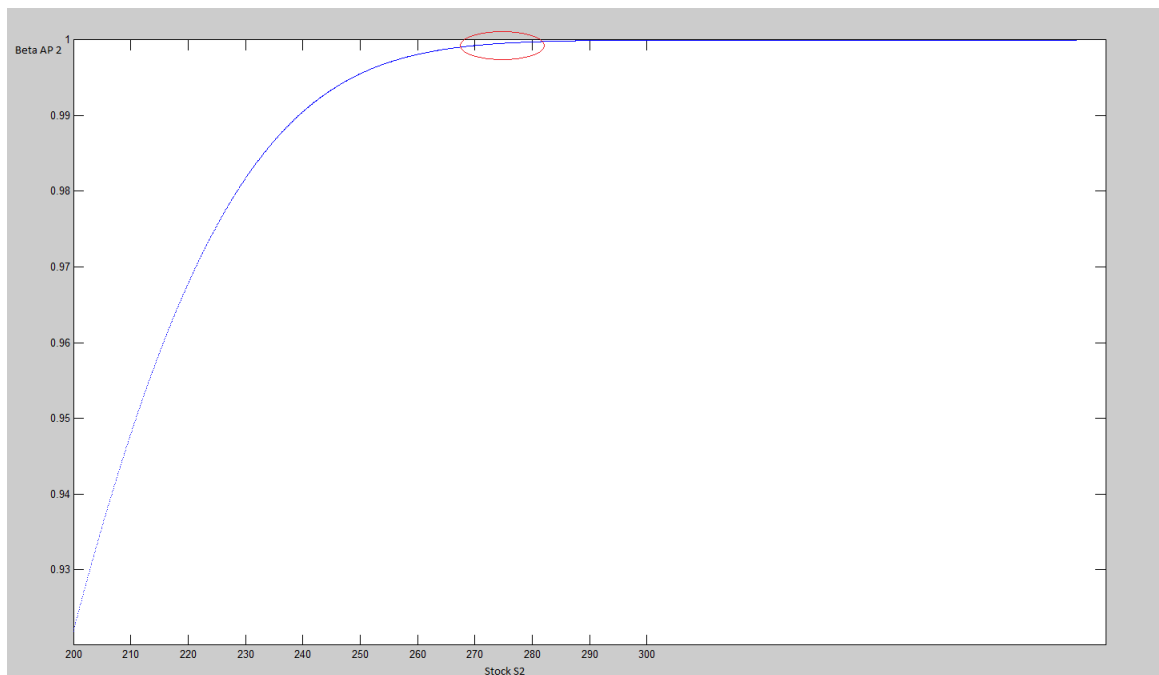


Figure 15: Graphe de stock niveau 2  $S_2$  avec taux de remplissage après Pooling niveau 2  $\beta_2^{AP}$ ,

Graphe de stock au site 2  $S_2$  avec taux de remplissage après Pooling au site 2  $\beta_2^{AP}$  , interpolation entre 270 et 280 nous donne  $S_2$  optimum 275 .



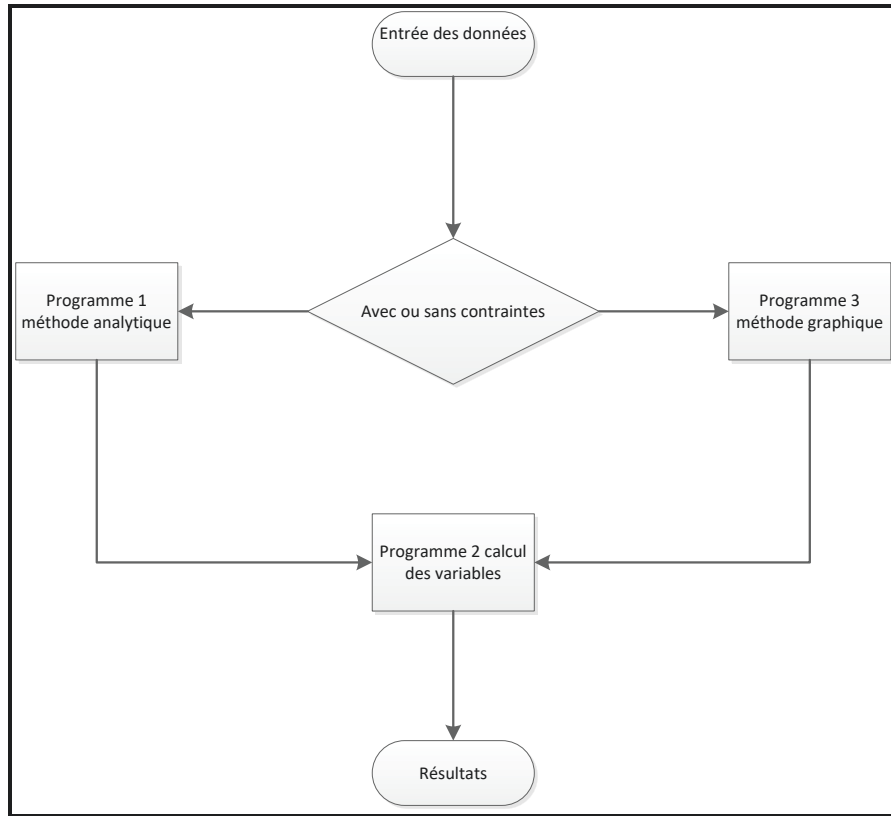


Figure 16: Organigramme de l'algorithme général

La Figure 17 illustre l'organigramme de l'algorithme général adopté.

### III. Étude de cas

Dans cette partie, nous allons expliquer en détail la démarche de l'application de notre modèle de Pooling. Nous commençons d'abord, par le cas de deux sites, ensuite, nous comparons nos résultats avec ceux trouvés par Tagaras 1989, puis nous ajoutons un troisième site à notre système. Ensuite, nous appliquons la méthode de centralisation sur deux de ces trois sites. Enfin nous l'incorporons dans le modèle original qui va engendrer trois combinaisons différentes où nous allons choisir celle-là plus convenable à notre étude.

#### III.1. Modèle à deux sites

Nous commençons par étudier l'effet du Pooling sur le système de deux sites afin de mesurer son impact sur le taux de remplissage et la probabilité de non-rupture de stock ainsi que les différentes espérances de demande, et de la quantité à commander et le reste des variables déjà mentionnées, et cela en appliquant les programmes conçus sur le même modèle à 2 sites avec des interactions expliquées dans la méthodologie.

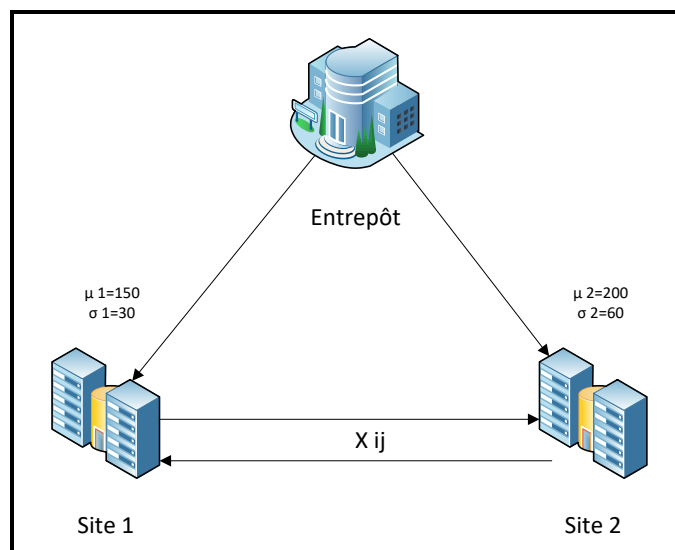


Figure 17 : schéma d'interaction entre deux sites

Après avoir appliqué les deux algorithmes présentés dans la section précédente, où la contrainte sur le niveau de service est le taux de remplissage  $\beta_1 = \beta_2 = 0.99$ . Les résultats trouvés pour ce modèle sont présentés dans les tableaux ci-dessous.

Solution optimale sans contraintes:

$S_1 = 152$	$S_2 = 252.93$
$C(S) = 111.84$	
$E(Q_1) = 142.5$	$E(Q_2) = 207.5$
$E(I_1^+) = 11.42$	$E(I_2^+) = 48.07$
$E(I_1^-) = 2.92$	$E(I_2^-) = 2.67$
$E(X_{12}) = 1.05$	$E(X_{21}) = 8.55$
$P_1^{BP} = 0.51$	$P_2^{BP} = 0.85$
$P_1^{AP} = 0.85$	$P_2^{AP} = 0.89$
$\beta_1^{BP} = 0.92$	$\beta_2^{BP} = 0.9865$
$\beta_1^{AP} = 0.98$	$\beta_2^{AP} = 0.9866$

Tableau 4 : Solution optimale sans contraintes de notre étude

Solution optimale avec contraintes  $\beta_1 = \beta_2 = 0.99$  :

$S_1 = 157.3$	$S_2 = 275.5$
$C(S) = 118.74$	
$E(Q_1) = 143$	$E(Q_2) = 207$
$E(I_1^+) = 15.43$	$E(I_2^+) = 69.4$
$E(I_1^-) = 1.14$	$E(I_2^-) = 0.89$
$E(X_{12}) = 0.53$	$E(X_{21}) = 7.52$
$P_1^{BP} = 0.59$	$P_2^{BP} = 0.93$
$P_1^{AP} = 0.93$	$P_2^{AP} = 0.95$
$\beta_1^{BP} = 0.94$	$\beta_2^{BP} = 0.9928$
$\beta_1^{AP} = 0.99$	$\beta_2^{AP} = 0.9955$

Tableau 5 : Solution optimale avec contraintes  $\beta_1 = \beta_2 = 0.99$  de notre étude

Après avoir déterminé les espérances des variables, nous nous intéressons à les comparer avec le résultat trouvé par (George Tagaras 1989) pour confirmer notre modèle, ces résultats sont présentés dans les tableaux ci-dessous.

Solution optimale sans contraintes trouvée par (Tagaras 1989) :

$S_1 = 150$	$S_2 = 261.7$
$C(S) = 110.07$	
$E(Q_1) = 142.1$	$E(Q_2) = 207.9$
$E(I_1^+) = 10.8$	$E(I_2^+) = 57.3$
$E(I_1^-) = 2.9$	$E(I_2^-) = 3.6$
$E(X_{12}) = 1.2$	$E(X_{21}) = 9.1$
$P_1^{BP} = 0.5$	$P_2^{BP} = 0.848$
$P_1^{AP} = 0.863$	$P_2^{AP} = 0.881$
$\beta_1^{BP} = 0.92$	$\beta_2^{BP} = 0.976$
$\beta_1^{AP} = 0.981$	$\beta_2^{AP} = 0.982$

Tableau 6 : Solution optimale sans contraintes trouvée dans l'étude de Tagaras 1989

Solution optimale avec contraintes  $\beta_1 = \beta_2 = 0.99$  trouvée par (Tagaras 1989):

$S_1 = 157.3$	$S_2 = 275.5$
$C(S) = 113.85$	
$E(Q_1) = 143.8$	$E(Q_2) = 206.2$
$E(I_1^+) = 15$	$E(I_2^+) = 70.3$
$E(I_1^-) = 1.5$	$E(I_2^-) = 2.0$
$E(X_{12}) = 1.0$	$E(X_{21}) = 7.2$
$P_1^{BP} = 0.596$	$P_2^{BP} = 0.896$
$P_1^{AP} = 0.922$	$P_2^{AP} = 0.927$
$\beta_1^{BP} = 0.942$	$\beta_2^{BP} = 0.985$
$\beta_1^{AP} = 0.990$	$\beta_2^{AP} = 0.99$

Tableau 7 : Solution optimale avec contraintes  $\beta_1 = \beta_2 = 0.99$  trouvée dans l'étude de Tagaras 1989

Nous trouvons qu'il y a un déphasage minimal dans les résultats entre notre étude et celle de Tagaras 1989 concernant quelques espérances causées par l'utilisation de méthodes numériques différentes dans la recherche des niveaux de stock optimal trouvé :

- $S_1 = 152$  sans contraintes trouvé dans notre étude
- $S_1 = 150$  sans contraintes trouvé dans l'étude de Tagaras 1989

### III.1.1 Validation des résultats

En comparant les résultats obtenus dans notre modèle et celui de George Tagaras (George Tagaras 1989), nous pouvons remarquer qu'il y a un écart minimal entre les espérances des variables trouvées de notre modèle et celui de (George Tagaras 1989). En effet cet écart peut être expliqué par l'utilisation de la méthode numérique de la sécante par notre article de base, tandis que notre travail a été résolu par le logiciel Matlab avec la fonction "intégral", tout en précisant que le taux de remplissage et la probabilité de non-rupture de stock ont été améliorés dans les deux cas.

## III.2. Modèle trois sites

Dans cette partie nous nous intéressons à étudier l'effet du Pooling sur l'inventaire des trois différents sites, nous commençons par l'explication de la méthode de centralisation puis le regroupement des sites chaque deux sites ensemble pour les étudier avec le site restant, dans ce qui suit l'indice 1 implique le premier site l'ensemble centralisé, et l'indice 2 implique le deuxième site restant, alors quand on voit une variable EX12 dans le premier cas ça indique le transbordement entre 1 et 2.

### Cas 1-2 centralisés ensemble avec site 3 :

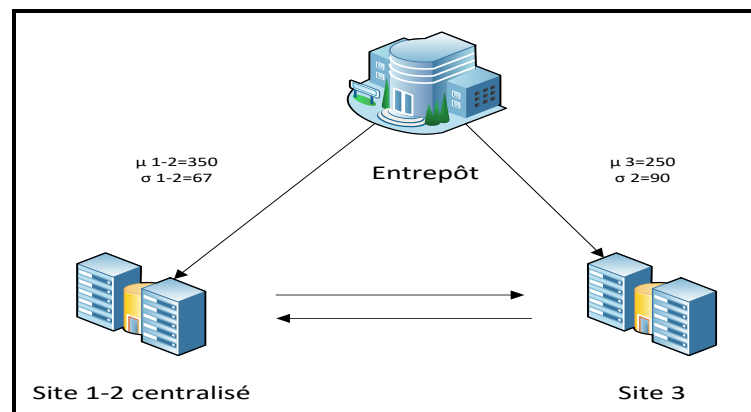


Figure 18 : schéma représentatif du Pooling entre deux sites, ou l'un d'eux est une centralisation de deux autres sites, ici site 1 et 2 centralisés et étudiés avec site 3

Résultats obtenus :

	1-2 3	1-2C 3
<i>EX12</i>	1,6	5,37
<i>EX21</i>	17,66	1,05
<i>ED1</i>	250	150
<i>ED2</i>	350	200
<i>EIpos1</i>	45,45	151,11
<i>EIpos2</i>	69,41	69,87
<i>EIneg1</i>	8,88	0,5
<i>EIneg2</i>	1,81	0,55
<i>EI1</i>	36,57	150,6
<i>EI2</i>	67,6	69,32
<i>EQ1</i>	234	254,39
<i>EQ2</i>	366	345,67
<i>PBp1</i>	0,59	0,9575
<i>PBp2</i>	0,89	0,8337
<i>PAp1</i>	0,83	0,9854
<i>PAp2</i>	0,93	0,9798
<i>BetaBp1</i>	0,8938	0,9938
<i>BetaBp2</i>	0,9903	0,9831
<i>BetaAp1</i>	0,9645	0,998
<i>BetaAp2</i>	0,9948	0,9984
<i>C(s)</i>	219,99	259,61

Tableau 8 : Résultats du Pooling avec et sans contraintes de l' site centralisé 1-2 avec 3

1-2 3 : la combinaison de 1-2 avec 3.

1-2C 3 : la combinaison de 1-2 avec 3 sous contraintes.

Nous remarquons que les résultats sont toujours convenables, cela est dû au fait que le niveau de service après Pooling est toujours mieux que celui avant le Pooling, ici  $BetaBp1 = 0,8938 < BetaAp1 = 0,9645$ . De même pour site 2.

**Cas 1-3 centralisés ensemble avec site 2 :**

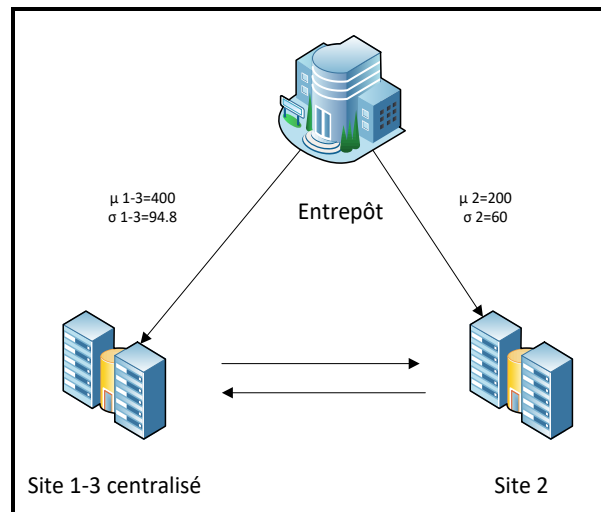


Figure 19: schéma représentatif du Pooling entre deux sites, ou l'un d'eux est une centralisation des deux autres sites , ici site 1 et 3 centralisés et étudiés avec site 2



Résultats obtenus :

	1-3 2	1-3C 2
EX12	2,03	27,57
EX21	16,78	0,27
ED1	200	200
ED2	400	400
EIpos1	23,25	88,05
EIpos2	91,52	40,11
Elneg1	5,83	0,35
Elneg2	4,88	7,82
EI1	17,41	87,69
EI2	86,63	32,29
EQ1	185,25	227,3
EQ2	414,75	372,7
PBp1	0,51	0,9724
PBp2	0,8574	0,52
PAp1	0,8585	0,9842
PAp2	0,8954	0,8596
BetaBp1	0,8869	0,9968
BetaBp2	0,9827	0,9115
BetaAp1	0,9708	0,9982
BetaAp2	0,9878	0,9804
C(s)	216,46	253,26

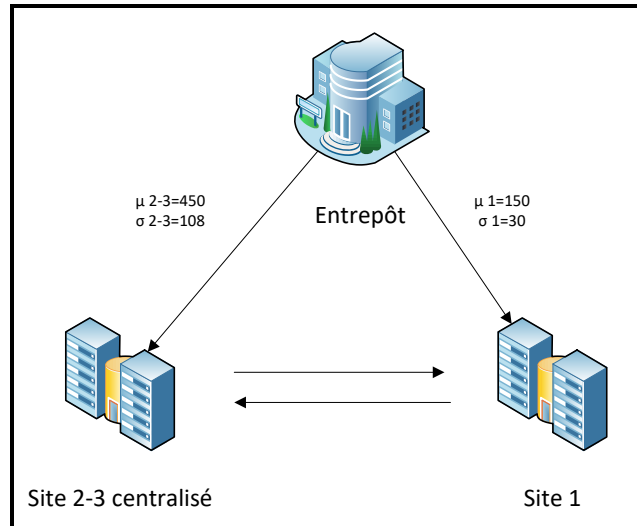
Tableau 9 : Résultats du Pooling avec et sans contraintes de l'site centralisé 1-3 avec 2

1-3 2 : la combinaison de 1-3 avec 2.

1-3C 2 : la combinaison de 1-3 avec 2 sous contraintes.

Les résultats sont toujours convenables, le niveau de service après Pooling est toujours mieux que celui avant le Pooling, ici  $BetaBp1 = 0,8869 < BetaAp1 = 0,9708$ . Le même pour site 2.

**Cas 2-3 centralisés ensemble avec site 1 :**



**Figure 20: schéma représentatif du Pooling entre deux sites, ou l'un d'eux est une centralisation des deux autres sites , ici site 2 et 3 centralisés et étudiés avec site 1**

Résultats obtenus :

	2-3 1	2-3C 1
EX12	1,45	29,64
EX21	10,25	0,1197
ED1	150	150
ED2	450	450
EIpos1	9,35	25,74
EIpos2	102,2	24,21
EIneg1	2,94	0,2739
EIneg2	8,49	39,68
EI1	6,4	25,47
EI2	93,71	-15,47
EQ1	141,19	179,52
EQ2	458,8	420,47
PBp1	0,4681	0,96
PBp2	0,8284	0,33
PAp1	0,8727	0,97
PAp2	0,8498	0,53
BetaBp1	0,9779	0,9974
BetaBp2	0,9803	0,8459
BetaAp1	0,9803	0,9982
BetaAp2	0,9811	0,9118
C(s)	193,38	301,66

Tableau 10 : Résultats du Pooling avec et sans contraintes de l' site centralisé 2-3 avec 1

2-3 1 : la combinaison de 2-3 avec 1.

2-3C 1 : la combinaison de 2-3 avec 1 sous contraintes.

Le niveau de service, après l'application du Pooling, est toujours amélioré, ici BetaBp1 =0,9779 < BetaAp1=0.9803. Le même pour site 2.

### III.2.1 Choix de la combinaison :

Notre étude se fonde d'abord sur la comparaison de l'effet du Pooling, sur le taux de remplissage BetaBP (before Pooling) et BetaAP (after Pooling) et ensuite sur la comparaison de l'effet de la probabilité de non-rupture de stock PBp (before Pooling) et PAp(after Pooling) avant et après Pooling au site 1 (ici le site 1 représente la centralisation de deux sites indépendamment de la combinaison choisie) dans deux cas :

- cas 1 : sans contraintes
- cas2 : avec contraintes

#### **Les contraintes :**

Le problème d'optimisation sous contraintes peut être formulé sous la forme :

$$\begin{aligned} & \min_S C(S) \\ & \text{sous contraintes } \beta_i^{AP} \geq \beta_i \quad i = 1,2. \end{aligned}$$

$$\beta_i = 0.99 \text{ pour } i = 1,2.$$

Les résultats trouvés dans tous les cas et avec toutes les combinaisons, que le Pooling améliore le niveau de service (en tant que taux de remplissage ou en tant que probabilité de non rupture de stock)

Alors nos critères du choix de la combinaison ont été considérés selon la meilleure amélioration du taux de remplissage et de la probabilité de non-rupture de stock en même temps entre l'ensemble 1 et le site 2, qui sont visualisés dans les tableaux ci-dessous pour les deux cas, avec et sans contraintes.

**Cas 1 sans contraintes :**

combinaison	<i>BetaBp1</i>	BetaAp1	amélioration	<i>BetaBp2</i>	<i>BetaAp2</i>	amélioration
(2-3) avec 1	<i>0,9779</i>	<i>0,9803</i>	<i>0,0024</i>	<i>0,9803</i>	<i>0,9811</i>	0,0008
(1-3) avec 2	<i>0,8869</i>	<i>0,9708</i>	<i>0,0839</i>	<i>0,9827</i>	<i>0,9878</i>	0,0051
(1-2) avec 3	<i>0,8938</i>	<i>0,9645</i>	<i>0,0707</i>	<i>0,9903</i>	<i>0,9948</i>	0,0045

**Tableau 11: Tableau comparatif des Taux de remplissage avant et après Pooling sur les premiers sites centralisés et le deuxième site seul sans contraintes**

combinaison	<i>PBp1</i>	<i>PAp1</i>	amélioration	<i>PBp2</i>	<i>PAp2</i>	amélioration
(2-3) avec 1	<i>0,4681</i>	<i>0,8727</i>	<i>0,4046</i>	<i>0,8284</i>	<i>0,8498</i>	0,0214
(1-3) avec 2	<i>0,51</i>	<i>0,8585</i>	<i>0,3485</i>	<i>0,8574</i>	<i>0,8954</i>	0,038
(1-2) avec 3	<i>0,59</i>	<i>0,83</i>	<i>0,24</i>	<i>0,89</i>	<i>0,93</i>	0,04

**Tableau 12: Tableau comparatif des Probabilités de non rupture de stock avant et après Pooling sur les premiers sites centralisés et le deuxième site seul sans contraintes**

combinaison	Amélioration des Beta site 1 sans contraintes	Amélioration des Beta site 2 sans contraintes	Amélioration des Prob site 1 sans contraintes	Amélioration des Prob site 2 sans contraintes
(2-3) avec 1	0,0024	0,0008	0,4046	0,0214
(1-3) avec 2	0,0839	0,0051	0,3485	0,038
(1-2) avec 3	0,0707	0,0045	0,24	0,04

Tableau 13: tableau de comparaison des améliorations sans contraintes

Nous remarquons que l'effet du Pooling sur le niveau de service est le plus avantageux pour la collaboration de la combinaison (1-3) avec 2 ou les deux sites 1 et 2 ont eu les plus de gains ensemble.

**Cas 2 avec contraintes :**

combinaison	<i>BetaBp1</i>	BetaAp1	amélioration	<i>BetaBp2</i>	<i>BetaAp2</i>	amélioration
(2-3) avec 1	<i>0,9974</i>	<i>0,9982</i>	<i>0,0008</i>	<i>0,8459</i>	<i>0,9118</i>	0,0659
(1-3) avec 2	<i>0,9968</i>	<i>0,9982</i>	<i>0,0014</i>	<i>0,9115</i>	<i>0,9804</i>	0,0689
(1-2) avec 3	<i>0,9938</i>	<i>0,998</i>	<i>0,0042</i>	<i>0,9831</i>	<i>0,9984</i>	0,0153

Tableau 14: Tableau comparatif des Taux de remplissage avant et après Pooling sur les premiers sites centralisés et le deuxième site seul avec contraintes

combinaison	$PBp1$	$PAp1$	amélioration	$PBp2$	$PAp2$	amélioration
(2-3) avec 1	0,96	0,97	0,01	0,33	0,53	0,2
(1-3) avec 2	0,9724	0,9842	0,0118	0,52	0,8596	0,3396
(1-2) avec 3	0,9575	0,9854	0,0279	0,8337	0,9798	0,1461

Tableau 15 : Tableau comparatif des Probabilités de non rupture de stock avant et après Pooling sur les premiers sites centralisé et le deuxième site seul avec contraintes

combinaison	Amélioration des Beta site 1 avec contraintes	Amélioration des Beta site 2 avec contraintes	Amélioration des Prob site 1 avec contraintes	Amélioration des Prob site 2 avec contraintes
(2-3) avec 1	0,0008	0,0659	0,01	0,2
(1-3) avec 2	0,0014	0,0689	0,0118	0,3396
(1-2) avec 3	0,0042	0,0153	0,0279	0,1461

Tableau 16: Tableau de comparaison des améliorations avec contraintes

Nous remarquons que l'effet du Pooling sur le niveau de service a été le plus avantageux pour la collaboration de la combinaison (1-3) avec 2 où les deux sites 1 et 2 ont bénéficié le plus ensemble.

Combinaison	C(S) sans contraintes	C(S) avec contraintes
(2-3) avec 1	193.38	301.66
(1-3) avec 2	216.46	253.26
(1-2) avec 3	219.99	259.61

**Tableau 17: Tableau comparatif de l'expression des coûts généraux des trois combinaisons avec et sans contraintes**

Le tableau ci-dessous représente les expressions des coûts généraux des trois différentes combinaisons avec et sans contraintes où nous voyons que la combinaison (1-3) avec 2 que nous avons choisie en nous basant sur les taux de remplissage et les probabilités de non-rupture de stock a eu le meilleur coût avec les contraintes, mais pas sans contraintes où la combinaison (2-3) avec 1 a eu le coût minimal, mais en tenant compte des améliorations sur le niveau de service nous avons choisi la combinaison :

**Site (1-3) avec site 2**

Les résultats dans le modèle final indiquent clairement que la centralisation des sites (1-3) et leur regroupement avec le site 2 sont la meilleure stratégie qui doit être choisie par les décideurs de ces entreprises. Dans une stratégie de mise en commun, le fournisseur de services se rend compte de l'avantage compétitif clair qu'un regroupement peut offrir à sa société. En analysant les résultats dans le modèle final, les deux autres combinaisons ont eu des prix plus élevés que celle qu'on a choisie, et ont eu une amélioration moins que celle de (1-3) avec 2, mais l'important était que dans tous les cas et dans toutes les différentes combinaisons possibles, le Pooling avait un effet positif sur le niveau de service.



## IV. Conclusion et perspectives

La problématique abordée dans ce mémoire traite la gestion des stocks dans un réseau constitué d'un centre de distribution et de deux desservent des clientèles séparées. Chaque centre doit établir sa politique de gestion des stocks dans un contexte où la demande est aléatoire et dans le cas où un niveau de service est requis. Pour chaque centre le problème consiste à déterminer les quantités économiques à commander, le point de commande et les quantités, pourront être échangés entre les autres. Cette problématique se retrouve dans plusieurs applications industrielles (exploitation minières, réseaux étendu de télécommunication ...etc.)

En se basant sur les travaux publiés dans la revue de littérature un programme informatique a été mis au point pour déterminer le niveau optimal des variables de décisions. Ce programme s'est révélé ; très performant au terme de rapidité, d'exécution et de précision par rapport aux résultats publiés dans la littérature. Le programme a été conçu pour permettre à un utilisateur qui n'est pas nécessairement familier avec les langages de programmation, de l'exploiter aisément.

Le programme a été utilisé pour traiter le cas de trois sites. Pour ce fait , on a procédé à l'agrégation des sites pour analyser les configurations (1-2 , 3);(1-3 , 2) et (1 , 2-3).L'objectif étant de contourner la complexité au niveau du modèle analytique traité dans la littérature.

L'idée étant de vérifier si une des trois configurations pourra donner des résultats proches de ceux publiés dans la littérature et en accordant la priorité à un site plutôt qu'à un autre. Ainsi, dans la configuration (1-2 , 3); la priorité pour le site 1 est accordée à la demande du site 2 et vice versa.

Le modèle et les outils de calculs développés dans le cadre de mémoire serviront de base pour traiter le cas des réseaux étendus dont la performance peut être évalués en terme de cout ou de disponibilité avec des contraintes sur le niveau de service.

### ***Perspectives :***

L'étude réalisée dans ce mémoire montre l'importance de la gestion de l'inventaire et particulièrement l'importance de l'effet du Pooling. Le problème que nous avons étudié a pu nous montrer que cette approche a augmenté non seulement l'utilité des stratégies de collaboration utilisées, mais aussi elle a permis d'améliorer le niveau de service. L'objectif de ces travaux a été de recréer d'abord le modèle proposé par (Tagaras 1989) sur l'effet du Pooling du niveau de service pour pouvoir ensuite analyser son effet sur les stratégies de gestion d'inventaire.

Notre étude était motivée par le travail de (Tagaras 1989) qui a développé une méthode d'évaluation du niveau de service après l'implémentation du Pooling sur un système à deux sites. Nous avons utilisé cette méthode et nous l'avons développée en utilisant la théorie de centralisation des stocks, afin de pouvoir évaluer les différentes interactions quand on ajoute un troisième site dans le cadre de regroupement collaboratif et nous avons pu choisir une combinaison de regroupement optimale dans le cadre de cette coalition, afin de partager d'une façon équitable les coûts entre les trois différents sites.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les notions de base importantes en gestion d'inventaire utilisées dans notre mémoire. Tout d'abord nous avons commencé par définir la gestion de l'inventaire en général. Ensuite nous avons présenté les propriétés et les différents éléments des inventaires, puis nous avons présenté tous les éléments qui nous permettent de concevoir et comprendre le Pooling et la théorie de regroupement, bref, nous avons fait une révision détaillée des différentes méthodes utilisées dans le domaine du Pooling .

Dans le deuxième chapitre, nous avons d'abord défini la méthodologie utilisée pour créer une coalition entre deux sites afin d'améliorer leur efficacité face à des demandes suivant la loi normale dans le but d'évaluer l'impact du regroupement sur le niveau de stock optimal et sur le niveau de service. Ensuite, nous avons expliqué le travail de (Tagaras 1989) et l'impact du Pooling sur le niveau de service, puis nous avons créé un programme qui résout les équations de coûts pour les niveaux de stocks optimaux et un autre programme qui calcule nos différentes variables (les espérances mathématiques qui représentent la demande, la quantité à commander, les niveaux de stocks sécuritaires, le taux de remplissages avant et après le Pooling, la probabilité de non-rupture de stock avant et après le Pooling, pour le site 1 et le site 2.

Le troisième chapitre a été consacré à une étude de cas. Cet exemple nous a permis d'identifier l'importance et l'effet de la centralisation, puis le Pooling dans la gestion des stocks, elle n'a non seulement permise d'augmenter l'utilité de cette stratégie, mais aussi d'améliorer le niveau de service après l'implémentation du Pooling dans toutes les combinaisons possibles. Nous avons alors, choisi la meilleure combinaison pour les décideurs en tenant compte des coûts et de l'impact du Pooling sur le niveau de service.

Une entreprise qui est le propriétaire d'un large système technique complexe ayant des pièces de rechange avec des coûts élevés, doit aspirer à avoir différents contacts pour des différentes pièces de rechange, et doit coopérer avec différents acteurs. La société tire inévitablement profit lorsque des composants ayant un taux d'échec élevé peuvent trouver des remplaçants, acquis d'un fournisseur de services d'un pool commercial. Ainsi, elle peut essayer de joindre ou d'installer un pool coopératif avec d'autres acteurs sur le même marché, seulement quand les composants chers sont mis ensemble. Cela entraîne que cette société peut se servir de différentes stratégies de remplissage de pièces de rechange pour différents articles simultanément. Il est donc estimable que le Pooling soit promu comme stratégie de gestion d'inventaire rentable et avantageuse pour toute société. D'ailleurs Le Pooling est une stratégie qui s'applique également dans le domaine financier, bancaire et celui de l'assurance.

Les résultats trouvés dans le cadre de ce mémoire sont prometteurs, ils permettent d'ouvrir plusieurs extensions du modèle de regroupement proposé :

La possibilité d'augmenter le nombre de sites n'est pas étendue à plus que trois sites, ceci consistera à étendre notre modèle de regroupement, dans les cas où on a plus que trois sites. La question sera alors de trouver la meilleure configuration à stocker pour chaque réseau afin d'améliorer leur utilité face aux incertitudes.

Dans un climat économique instable et fluctueux, beaucoup d'entreprises affrontent des difficultés financières certaines ferment leurs portes, d'autres en quête de fusionnement. Dans cette conjoncture, toute occurrence de réduire les coûts semble salutaire. Particulièrement au sein de la société du XXI<sup>e</sup> régie par une concurrence économique brutale et pesante, les entreprises pourraient gagner énormément à créer entre elles des synergies; un soutien mutuel même minime serait fructueux et pourrait se traduire par une amélioration de la situation globale de l'entreprise, notamment au niveau du statut des ressources humaines.

Du reste, en raison de la montée de la prise de conscience environnementale, une nouvelle optique s'implante désormais dans la société contemporaine, celle de l'économie verte et du développement durable. Cela peut motiver un autre volet de recherche, l'effet du Pooling sur l'environnement tel que la diminution des émissions de gaz à effet de serre en diminuant le temps de transport et les opérations de transport elles-mêmes, contribuant ainsi modestement à notre dû envers la mère Nature.

## V. Références

- Alfredsson, P., Verrijdt, J., 1999. Modeling emergency supply flexibility in a two echelon inventory system. *Management Science* 45 (10), 1416-1431.
- Alfredsson, P., Wååk, O., 2000. Flexible Supply: the next step in the evolution of sparing strategies. Systecon AB, Stockholm, Sweden.
- Amari, S.V., Pham, H., 2007. A novel approach for optimal cost-effective design of complex repairable systems. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics - Part A: Systems and Humans*, Vol. 37, No. 3.
- Axäster, S., 1990. Modelling emergency lateral transshipments in inventory systems. *Management Science*.36(11), 1329–1338.
- Axäster, S., 2003. A new Decision Rule for Lateral Transshipments in Inventory Systems. *ManagementScience*. 49(9), 1168-1179.
- Axäster, S., 2006. *Inventory Control*, 2nd edition. International Series in Operations Research & ManagementScience. New York: Springer Science.
- Banerjee, A., Burton, J. and Banerjee, S., 2003. A simulation study of lateral shipments in single supplier,multiple buyers supply chain networks. *International Journal of Production Economics*. 81-82, 103–114.
- Burton, J. and Banerjee, A., 2005. Cost-parametric analysis of lateral transshipment policies in two-echelon supply chains. *International Journal of Production Economics*. 93-94, 169–178.
- Carter, P.L., Monczka, R.M., 1978. MRO inventory pooling. *Journal of Purchasing & Materials Management* 14 (3), 27-33.
- Coyle, J.J., Bardi, E.J. & Langley Jr., C.J., 2003. *The Management of Business Logistics: A Supply Chain Perspective* 7th edition. Ohio: South-Western.
- Dijk, E.v., Leeuw, S.d. & Durlinger, P., 2007. *Voorraadbeheer in perspectief: Zeven invalshoeken van het vak*. Deventer: Slimstock B.V.

Diks, E.B. and De Kok, A.G., 1996. Controlling a divergent 2-echelon network with transshipments using the consistent appropriate share rationing policy. *International Journal of Production Economics*. 45, 369–379.

Fawcett, S.E., Ellram, L.M. & Ogden, J.A., 2007. *Supply Chain Management: From Vision to Implementation*. New Jersey: Pearson Education, Inc.

Fudenberg, D., Tirole, J., 1991. *Game Theory*. The MIT Press, Cambridge, MA.

Gerchak, Y., Gupta, D., 1991. On apportioning costs to customers in centralized continuous review inventory systems. *Journal of Operations Management* 10, 546 - 551.

Grahovac, J. and Chakravarty, A., 2001. Sharing and lateral transshipment of inventory in a supply chain with expensive low-demand items. *Management Science*. 47(4), 579–594 .

Johnson, M.E. & Pyke, D.F., 2001. Supply Chain Management. *Encyclopedia of MS/OR*, p.edited by C. Harris and S. Gass.

(Karush-Kuhn-tucker):

S. Boyd and L. Vandenberghe (2004), *Convex Optimization*, Cambridge University Press, Chapter 5

R. T. Rockafellar (1970), *Convex Analysis*, Princeton, University Press, Chapters 28–30

Kilpi, J., Töyli, J., Vepsäläinen, A., 2008. Cooperative strategies for the availability service of repairable aircraft components. *Int. J. Production Economics* 117, 360-370.

Kim, J.S., Kim, T.Y., Hur, S., 2006. An algorithm for repairable item inventory system with depot spares and general repair time distribution. *Applied Mathematical Modelling* 31, 795-804.

Kranenburg, A.A., van Houtum, G.J., 2009. A new partial pooling structure for spare parts networks. *European Journal of Operational Research* 199, 908-921.

- Krishnan, K. S. and Rao, V. R. K., "Inventory Control in N Warehouses," *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 16 (1965), pp. 212-215
- Klundert, J., 2003. *Supply Chain Management en Technologie*. Venlo: Mateum/Universteit Maastricht.
- Kranenburg, A.A., van Houtum, G.J., 2009. A new partial pooling structure for spare parts networks. *European Journal of Operational Research* 199, 908-921.
- Kukreja, A., Schmidt, C.P., Miller, D.M., 2001. Stocking decisions for low-usage items in a multilocation inventory system. *Management Science* 47 (10), 1371-1383.
- Kutanoglu, E. and Mahajan, M., 2009. An inventory sharing and allocation method for a multi-location service parts logistics network with time-based service levels. *European Journal of Operational Research*. 194(3), 728–742.
- Larson, P.D., Poist, R.F. & Halldórsson, Á., 2007. Perspectives on Logistics vs. SCM: A Survey of SCM Professionals. *Journal of Business Logistics*, 28(1).
- Lee, H.L., 1987. A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments. *Management Science* 33 (10), 1302-1316.
- Lee, D.C., Spitler, S.L., 2006. On the  $M(n)/G/\infty$  steady-state distribution. *Performance Evaluation*. 63(12), 1157–1164.
- Murray, M., 2006. *SAP MM: Functionality and Technical Configuration (2nd Edition)*. Fort Lee (NJ), USA: Galileo Press - SAP Press.
- Olsson, F., 2007. *Modeling lateral transshipments and perishable items in inventory systems*, Lund University, Doctoral Thesis.
- Olsson, F., 2009. An inventory model with unidirectional lateral transshipments. *European Journal of Operational Research* 200, 725-732.
- Paterson BL, Thorne SE, Canam C, Jillings C (2001) *Meta-Study of Qualitative Health Research. A Practical Guide to Meta-Analysis and Meta-Synthesis*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications

Paterson, C., Kiesmüller, G., Teunter, R., Glazebrook, K., 2009. Inventory models with lateral transshipments: a review.

Sherbrooke, C.C., 1968. METRIC: A multi-echelon technique for recoverable item control. *Operations Research* 16, 122-141.

Treacy, M. & Wiersema, F., 1993. Customer intimacy and other value disciplines. *Harvard Business Review*, 71(1), pp.84-93.

Tagaras, George. "Effects of pooling on the optimization and service levels of two-location inventory systems." *IIE transactions* 21.3 (1989): 250-257.

Visser, H.M. & Goor, A.R.v., 2004. *Werken met Logistiek*. Groningen/Houten: Wolters-Noordhoff.

Waters, C.D.J., 2003. *Inventory Control and Management - 2nd Edition*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Wong, H., Cattrysse, D., Van Oudheusden, D., 2005. Stocking decisions for repairable spare parts pooling in a multi-hub system. *International Journal of Production economics* 93-94, 309-317.

Zhao, H., Deshpande, V., Ryan, J.K., 2005. Inventory sharing and rationing in decentralized dealer networks. *Management Science* 51, 531-547.



# Annexe

Programme qui définit les fonctions d'espérances : `function` poolingesperance

```
c1=22;
c2=20;
ch1=1.1;
ch2=1;
cp1=4;
cp2=4;
c12=3;
c21=3;

F1 = @(x) normcdf(x,200,75);
F2 = @(x) normcdf(x,400,106);
f1 = @(x) normpdf(x,200,75);
f2 = @(x) normpdf(x,400,106);

s1=205.13;
s2=515.75;
c=s1+s2;

fun1=@(y1) F1(y1) .* (1-F2(s1+s2-y1));
fun2=@(y2) F2(y2) .* (1-F1(s1+s2-y2));
EX12=integral(fun1,0,s1)
EX21=integral(fun2,0,s2)

fun3=@(y1) y1 .* f1(y1);
ED1=integral(fun3,0,inf)
fun4=@(y2) y2 .* f2(y2);
ED2=integral(fun4,0,inf)

fun5=@(y1) F1(y1) .* F2(s1+s2-y1);
EIpos1=integral(fun5,0,s1)

fun6=@(y2) F2(y2) .* F1(s1+s2-y2);
EIpos2=integral(fun6,0,s2)

fun7a=@(y1) F1(y1);
fun7b=@(y2) F2(y2);
fun7c=@(y1) F1(y1) .* F2(s1+s2-y1);

ffun7a=integral(fun7a,0,s1);
ffun7b=integral(fun7b,0,s2);
ffun7c=integral(fun7c,s1,c);
EIneg1=ED1-s1+ffun7a-ffun7b+ffun7c

fun8a=@(y2) F2(y2);
```

```

fun8b=@(y1) F1 (y1) ;
fun8c=@(y2) F2 (y2) .*F1 (s1+s2-y2) ;

ffun8a=integral (fun8a,0,s2) ;
ffun8b=integral (fun8b,0,s1) ;
ffun8c=integral (fun8c,s2,c) ;
EIneg2=ED2-s2+ffun8a-ffun8b+ffun8c

EI1=EIpos1-EIneg1
EI2=EIpos2-EIneg2
EQ1=s1-EI1
EQ2=s2-EI2
PBp1=F1 (s1)
PBp2=F2 (s2)

fun9=@(y2) F1 (s1+s2-y2) .*f2 (y2) ;
PAp1=F1 (s1)+integral (fun9,0,s2) - (F1 (s1) .*F2 (s2) )

fun10=@(y1) F2 (s1+s2-y1) .*f1 (y1) ;
PAp2=F2 (s2)+integral (fun10,0,s1) - (F1 (s1) .*F2 (s2) )

fun11=@(y1) F1 (y1) ;
BetaBp1=(s1-integral (fun11,0,s1) ) ./ED1
fun12=@(y2) F2 (y2) ;
BetaBp2=(s2-integral (fun12,0,s2) ) ./ED2

BetaAp1=1- (EIneg1 ./ED1)
BetaAp2=1- (EIneg2 ./ED2)

CS1 = (c12.*EX12) +( ch1.*EIpos1) + (cp1.*EIneg1)

CS2= (c21.*EX21) +(ch2.*EIpos2) + (cp2.*EIneg2)

C=(CS2+CS1)
end

programme qui définit la fonction des couts :
function F = myfun (s)
c1=22;
c2=20;
ch1=1.1;
ch2=1;
cp1=4;
cp2=4;
c12=3;
c21=3;

L1 = @(k) normcdf (k,200,75) ;

```

```

L2 = @(k) normcdf(k,400,106);
l1 = @(k) normpdf(k,200,75);
l2 = @(k) normpdf(k,400,106);

fun1=@(y1)L2(s(1)+s(2)-y1).*l1(y1);

ffun1=integral(fun1,0,s(1));

fun2=@(y2)L1(s(1)+s(2)-y2).*l2(y2);

ffun2=integral(fun2,0,s(2));
P12=(ffun1)+(ffun2)-(L1(s(1))*L2(s(2)));

derivecout1 = (ch2+c1-c2-c21+cp1)*P12+(2*c2-2*c1-c12+c21+cp2-cp1-
ch2+ch1)*ffun1+(c1-c2+c12+cp1-cp2)*L1(s(1))-cp1;

derivecout2 = (ch1+c2-c1-c12+cp2)*P12+(2*c1-2*c2-c21+c12+cp1-cp2-
ch1+ch2)*ffun2+(c2-c1+c21+cp2-cp1)*L2(s(2))-cp2;

F = [derivecout1;derivecout2]

```

**Programme qui définit la résolution de myfun(s) décrit précédemment :**

```

s0 = [140;200];
% Make a starting guess at the solution
%options = optimoptions('fsolve','Display','iter'); % Option to display
output
[s,fval] = fsolve(@myfun,s0); % Call solver

```