TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ iii
SUMMARY iv
TABLE DES MATIÈRES v
LISTE DES TABLEAUX ix
LISTE DES FIGURES xii
REMERCIEMENTS xiii

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I : PROBLÉMATIQUE 5

1. Les programmes américains de prévention, à composante mathématique, destinés aux jeunes enfants à risque 6
   - 1.1 Le programme *Big Math for Little Kids* 7
   - 1.2 Le programme *Measurement-based* 9
   - 1.3 Le programme *Number Worlds* 10
   - 1.4 Autres programmes 11
2. Le programme québécois *Fluppy* et son volet mathématique 12
3. L'objectif et les questions de recherche 15

CHAPITRE II : CONTEXTE THÉORIQUE 16

1. Le développement des connaissances numériques des jeunes enfants 17
   - 1.1 Le modèle développemental de Fuson 19
   - 1.2 Le modèle de coordination de connaissances de Giroux 23
   - 1.3 Les pratiques numériques chez le jeune enfant 25
     - 1.3.1 Dénombrer et former une collection 25
     - 1.3.2 Comparer des collections 26
     - 1.3.3 Former une collection équipotente 26
     - 1.3.4 Résoudre des problèmes additifs 27
     - 1.3.5 Les savoirs numériques à viser au préscolaire 31

2. Les fondements didactiques du Volet mathématique du programme *Fluppy* 32
2.1 La théorie des situations didactiques 32
2.1.1 Milieu et situation adidactique 32
2.1.2 Typologie des situations 34

3. Description des activités mathématiques du programme *Fluppy* 34
3.1 Séquences didactiques sur le nombre 35
3.1.1 La séquence des *Commandes de gommettes* 35
3.1.2 La séquence du *Petit Poucet* 36
3.1.3 La séquence de la *Chasse aux trésors* 39
3.2 Brève description des capsules numériques 41
3.2.1 Jeux de cartes 42
3.2.2 Mains de papier – dés et dominos 43
3.2.3 Devinettes autour de l'âge 43
3.2.4 Chaise musicale – tambourin 44
3.2.5 Calendrier 44
3.2.6 Jeux de société 44
3.2.7 Dalmatiens 44

4. Description des mesures d'évaluation du Volet mathématique du programme *Fluppy* 45
4.1 Description des tâches du pré-test 47
4.2 Description des tâches du post-test 49
4.3 Résultats aux mesures d'évaluation du volet mathématique 50

CHAPITRE III : MÉTHODOLOGIE 54

1. L'ingénierie didactique et son fonctionnement dans notre recherche 55
1.1 Les analyses préalables 56
1.2 La conception et l'analyse a priori des situations didactiques 56
1.3 L'expérimentation 57
1.4 L'analyse a posteriori et l'évaluation 57

2. Conditions d'expérimentation 58
2.1 Caractéristiques des sujets 58
2.2 Formation des stagiaires et des enseignants 59
2.3 Durée de l'intervention 60

2.4 Instruments de collecte de données 61
2.5 Analyse a priori des séquences numériques 61
2.5.1 Séquence 1 : *Les Commandes de gommettes* 62
2.5.2 Séquence 2 : *Le Petit Poucet* 69
2.5.3 Séquence 3 : *La Chasse aux trésors* 74

CHAPITRE IV : ANALYSE DES RÉSULTATS 79

1. Validation interne de la séquence des *Commandes de gommettes* 81
1.1 Analyse a posteriori de la séquence par scénario 81
1.1.1 Premier scénario : Le camion 85
1.1.2 Deuxième scénario : La maison 91
1.1.3 Troisième scénario : Le bonhomme 97
1.1.4 Quatrième scénario : Le robot 103
1.1.5 Cinquième scénario : Le château 110
1.2 Évolution des stratégies des élèves au cours de la séquence des *Commandes de gommettes* 117

2. Validation interne de la séquence du *Petit Poucet* 120
2.1. Analyse a posteriori de la séquence par scénario 120
2.1.1 Premier scénario 120
2.1.2 Deuxième scenario 130
2.1.3 Troisième scenario 140
2.1.4 Quatrième scenario 150
2.2 Évolution des stratégies des élèves au cours de la séquence du *Petit Poucet* 161

3. Validation interne de la séquence de la *Chasse aux trésors* 163
3.1 Analyse a posteriori de la séquence par scénario 163
3.1.1 Premier scénario (2 séances) 163
3.1.2 Deuxième scénario (1 séance) 175
3.1.3 Troisième scénario (1 séance) 183
3. 2 Évolution des stratégies des élèves au cours de la séquence de la *Chasse aux trésors* 189

CHAPITRE V : INTERPRÉTATION ET DISCUSSION DES RÉSULTATS 191

1. Les processus de dévolution et d'institutionnalisation dans la réalisation des séquences didactiques 193
   1.1 Le pilotage d'une situation didactique : à la croisée des propositions didactiques et des pratiques professionnelles 193
   1.2 Le rapport entre la robustesse d'une situation et la compensation didactique: une contrainte didactique 198
   1.3 Les imprévus d'une situation : une contrainte liée aux interactions didactiques 201
2. Retour sur l'ingénierie didactique des séquences numériques du Volet mathématique du programme *Fluppy* 203
   2.1 La séquence des *Commandes de gommettes* 204
   2.2 La séquence du *Petit Poucet* 212
   2.3 La séquence de la *Chasse aux trésors* 217

CONCLUSION 224

1. Les principaux apports de la recherche réalisée 225
2. Limites et perspectives 229

BIBLIOGRAPHIE 232

ANNEXES XIV

Annexe 1 : Capsules d'activités sur le nombre XV
Annexe 2 : Modèles pour la séquence des *Commandes de gommettes* XXIII
Annexe 3 : Modèles de cartes pour la séquence de la *Chasse aux trésors* XXXIV

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I	Exemple d’un tableau récapitulatif utilisé lors du retour sur l’activité de la *Chasse aux trésors*	40
Tableau II	Stratégies anticipées pour la situation de commande (situation d’auto-communication)	49
Tableau III	Analyses de variance pour les différentes tâches des tests en mathématique	51
Tableau IV	Pourcentage de réussite des groupes expérimental et contrôle aux différentes tâches des pré-test et post-test	52
Tableau V	Pourcentage d’élèves qui utilisent des stratégies numériques efficaces en résolution de problème numérique	52
Tableau VI	Stratégies numériques, avec formation d’une collection équipotente, mises en œuvre par les élèves à la séquence des *Commandes de gommettes*	82
Tableau VII	Stratégies numériques, sans formation d’une collection équipotente, mises en œuvre par les élèves à la séquence des *Commandes de gommettes*	83
Tableau VIII	Stratégies non numériques, sans formation d’une collection équipotente, mises en œuvre par les élèves à la séquence des *Commandes de gommettes*	84
Tableau IX	Nombre d’élèves ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l’analyse a priori du scénario 1	90
Tableau X	Nombre d’élèves ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l’analyse a priori du scénario 2	95
Tableau XI	Nombre d’élèves ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l’analyse a priori du scénario 3	101
Tableau XII	Nombre d’équipes ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l’analyse a priori du scénario 4	109
Tableau XIII	Nombre d’équipes ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l’analyse a priori du scénario 5	116
Tableau XIV	Stratégies mises en œuvre par l’ensemble des élèves à chacun des scénarios de la séquence 1	118
Tableau XV	Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe A au scénario 1 : Bleu (5) / Rouge (8) / Vert (10)	124
Tableau XVI	Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe B au scénario 1 : Bleu (5) / Vert (8) / Rouge (10)	125

Tableau XVII	Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, à la phase 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 1	128
Tableau XVIII	Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, en phases 1 ou 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 1	129
Tableau XIX	Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe A au scénario 2 : Rouge (9) / Vert (12) / Bleu (**13**)	134
Tableau XX	Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe B au scénario 2 : Rouge (9) / Vert (12) / Bleu (**13**)	135
Tableau XXI	Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, à la phase 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 2	139
Tableau XXII	Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe A au scénario 3 : Vert (**12**) / Rouge (13) / Bleu (14)	145
Tableau XXIII	Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe B au scénario 3 : Vert (12) / Rouge (**13**) / Bleu (14)	146
Tableau XXIV	Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, à la phase 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 3	149
Tableau XXV	Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe A au scénario 4 : Gros jetons (11) / Bâtonnets (**13**) / Petits jetons (14)	155
Tableau XXVI	Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe B au scénario 4 : Gros jetons (**11**) / Bâtonnets (13) / Petits jetons (14)	156
Tableau XXVII	Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, à la phase 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 4	160
Tableau XXVIII	Stratégies mises en œuvre par l'ensemble des équipes à chacun des scénarios de la séquence 2	161
Tableau XXIX	Stratégies des équipes de la classe A à la première séance du scénario 1 (trésor à 7)	168
Tableau XXX	Stratégies des équipes de la classe B à la première séance du scénario 1 (trésor à 8)	169
Tableau XXXI	Stratégies des équipes de la classe A à la deuxième séance du scénario 1 (trésor à 8)	169
Tableau XXXII	Stratégies des équipes de la classe B à la deuxième séance du scénario 1 (trésor à 7)	170
Tableau XXXIII	Bilan des stratégies mises en œuvre par les élèves aux 2 séances du premier scénario par classe	170
Tableau XXXIV	Nombre d'élèves ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 1	174
Tableau XXXV	Stratégies des équipes des classes A et B au scénario 2 (trésor à 10)	178
Tableau XXXVI	Bilan des stratégies mises en œuvre par les équipes au scénario 2	179
Tableau XXXVII	Nombre d'équipes ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 2	182

Tableau XXXVIII	Stratégies des équipes des classes A et B au scénario 3 (trésor à 10)	186
Tableau XXXIX	Bilan des stratégies mises en œuvre par les équipes au scénario 3	187
Tableau XL	Nombre d'équipes ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 3	188
Tableau XLI	Stratégies mises en œuvre par l'ensemble des équipes à chacun des scénarios de la séquence 3	189
Tableau XLII	Les *Commandes de gommettes* : portait global du scénario 1 intégrant les ajustements	205
Tableau XLIII	Les *Commandes de gommettes* : portait global du scénario 2 intégrant les ajustements	206
Tableau XLIV	Les *Commandes de gommettes* : portait global du scénario 3 intégrant les ajustements	207
Tableau XLV	Les *Commandes de gommettes* : portait global du scénario 4	208
Tableau XLVI	Les *Commandes de gommettes* : portait global du scénario 5 intégrant les ajustements	209
Tableau XLVII	Les *Commandes de gommettes* : portait global des scénarios 6 et 7	211
Tableau XLVIII	Le *Petit Poucet* : portrait global du scénario 1 intégrant les ajustements	214
Tableau XLIX	Le *Petit Poucet* : portrait global du scénario 2 intégrant les ajustements	215
Tableau L	Le *Petit Poucet* : portrait global du scénario 3 intégrant les ajustements	216
Tableau LI	Le *Petit Poucet* : portrait global du scénario 4 intégrant les ajustements	217
Tableau LII	La *Chasse aux trésors* : portrait global du scénario 1 intégrant les ajustements	220
Tableau LIII	La *Chasse aux trésors* : portrait global du scénario 2 intégrant les ajustements	221
Tableau LIV	La *Chasse aux trésors* : portrait global du scénario 3 intégrant les ajustements	222
Tableau LV	La *Chasse aux trésors* : portrait global du scénario 4 intégrant les ajustements	223

LISTE DES FIGURES

Figure 1	Illustration de la situation du *Petit Poucet* (marelle sans cases apparentes)	37
Figure 2	Illustration de la validation des collections sur la marelle avec cases apparentes	38
Figure 3	Devis d'évaluation du programme *Fluppy* (Poulin et al., 2010)	46

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier particulièrement mes directrices de recherche, les professeures Jacinthe Giroux et Sophie René de Cotret, qui m'ont si bien appuyée et aidée tout au long de ma recherche. Je les remercie infiniment pour la qualité exemplaire de leur encadrement, leur expertise et leur rigueur.

Merci à France Capuano, professeure et responsable du programme *Fluppy*, qui a permis que je me joigne à sa recherche et m'a fait bénéficier de son expertise des programmes d'intervention précoce.

Un remerciement individualisé est adressé aux petits élèves de la maternelle de l'école Léonard-de-Vinci et à leurs enseignantes, Suzanne et Isabelle, qui m'ont accueillie si chaleureusement dans leur classe. Je remercie les enseignantes ainsi qu'Isabelle B., stagiaire (et maintenant enseignante), qui se sont engagées avec entrain et professionnalisme dans ma recherche et ce, autant au moment de l'animation des activités, que pendant les échanges à l'heure du lunch.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude envers mon conjoint, Alain, qui a assuré, au quotidien, le bon fonctionnement de la maisonnée, qui m'a aussi encouragée et supportée (dans tous les sens du terme). Je remercie également mes filles adorées, Maurane et Alicia, qui ont su être compréhensives, autonomes et aidantes, particulièrement dans les derniers mois d'écriture. Leur présence discrète a été d'un grand réconfort à chaque moment.

Je remercie du fond du cœur ma mère qui est, heureusement, une grand-maman d'exception, aimante, attentive et dévouée à ses petites-filles; qui a su, par sa présence, pallier mon grand manque de disponibilité. Merci aussi à mon père qui a subi mes absences sans me les reprocher et qui m'a toujours encouragée dans mes projets.

Pour terminer, je dédie cette thèse à Jace, amie et collègue, qui a permis que tant de choses deviennent possibles. Il m'est difficile de trouver les mots (encore) qui permettent d'exprimer toute ma gratitude et mon affection. Sans son support, ses encouragements et son humour je n'aurais pu mener à terme cette recherche et boucler enfin un rêve qui a débuté il y a bien longtemps. Merci Jace.

INTRODUCTION

Depuis que la relation entre réussite scolaire et milieux socio-économiques a été établie, durant les années 1960, la question des inégalités scolaires reste vive dans le domaine de l'éducation. Différents courants de recherche ont interprété, depuis leur position épistémologique, cette relation. Pour les tenants d'une approche sociologique critique (Bourdieu et Passeron, 1964), l'école est un lieu de reproduction des inégalités sociales. Considérant qu'il existe une correspondance entre les structures sociales et les structures cognitives, Bourdieu et Passeron (1964) se sont intéressés à la sociologie de l'éducation dans la perspective d'expliciter l'univers des présupposés et des catégories de pensée que tend à transmettre l'institution scolaire (Braz, 2011). Leurs travaux montrent que l'École joue un rôle déterminant dans la distribution du capital culturel. Ils ébranlent ainsi la conception selon laquelle les différenciations que l'institution scolaire établit entre les élèves n'est pas le résultat d'un système de méritocratie mais plutôt celui d'une reproduction des privilèges de la classe dominante, puisque la réussite scolaire serait fonction du capital culturel transmis par la famille. Selon la sociologie critique, la sélection qu'opère l'institution scolaire permet de maintenir l'ordre social et de favoriser ainsi la reproduction des inégalités sociales.

Considérant que les élèves de milieux populaires doivent disposer du même capital que les élèves de milieux favorisés, de multiples programmes, tels que *Head Start* (Barnett & Hustedt, 2005; Garces, Thomas & Currie, 2000), *HighScope/Perry Preschool* (Hohmann, Banet & Weikart, 1979; Graves, 1989) ou *Even Start* (Besharov, Germanis, Higney & Call, 2011; U.S. Department of Education, 1998) ont été mis en place depuis plus de 30 ans pour contrer l'échec scolaire en milieu défavorisé. Les objectifs des programmes dits *compensatoires* se distribuent sur un continuum entre deux pôles; l'un est strictement éducatif et l'autre est à caractère social. Plusieurs programmes visent ainsi la prévention précoce des problèmes de comportement ou de la violence, puisque comme le soulignent Capuano et ses collègues (2010) :

> « De 9 à 15 % des élèves de maternelle seraient caractérisés par une manifestation fréquente de trouble du comportement. Ces élèves sont à risque de rencontrer des difficultés scolaires et sociales au cours de leur développement. Il est donc important de mettre en place des interventions préventives auprès d'eux, et ce, dès le début de la scolarisation » (Capuano et al., 2010, p. 2).

C'est dans cette perspective que le programme d'intervention au préscolaire *Fluppy* (Tremblay et al., 1992; Tremblay et al., 1995) a été développé et implanté dans plusieurs régions du Québec depuis le début des années 90. Le programme *Fluppy* vise à prévenir la violence et le décrochage scolaire en intervenant auprès des enfants dès la maternelle. Ainsi, le programme *Fluppy* cible les élèves qui présentent des problèmes de comportement en début de scolarisation et propose une approche multimodale avec des interventions auprès de ces élèves, mais également auprès des principaux agents de socialisation qui gravitent près d'eux, à savoir : les parents, les enseignants et les pairs.

En 2002, un vaste projet d'évaluation d'impact de ce programme a été mis sur pied. À cette occasion, les responsables du projet ont sollicité des spécialistes de l'enseignement du français et des mathématiques pour développer un volet enseignement de manière à couvrir à la fois la dimension sociale et la dimension éducative. Nous avons ainsi participé à l'élaboration du volet mathématique du programme *Fluppy* (Giroux & Ste-Marie, 2004[1]), puis à son implantation dans 90 classes sur une durée de 3 ans, soit de 2002 à 2005.

Le contenu du programme de la composante en mathématiques se fonde, essentiellement, sur la Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) ainsi que la méthodologie qui y est propre, l'ingénierie didactique (Artigue, 1990) et offre aux élèves du préscolaire des séquences didactiques et des capsules d'activités qui s'articulent autour de deux grands thèmes : le nombre ainsi que la structuration de l'espace.

Lors de l'évaluation d'impact de la version du programme *Fluppy* intégrant le volet enseignement qui a été réalisée de 2002 à 2005, plusieurs évaluations quantitatives ont été menées. Toutefois, ces mesures ont été prises uniquement sur les élèves manifestant des troubles du comportement et aucune évaluation n'a été effectuée pour mesurer l'effet du volet mathématique sur les connaissances mathématiques de l'ensemble des élèves qui ont participé à l'étude. De plus, à termes, les analyses quantitatives se sont révélées peu appropriées pour évaluer l'impact des activités mathématiques, notamment pour les séquences didactiques qui appellent à des analyses fines de conduites d'élèves.

C'est pourquoi nous avons profité d'une évaluation d'impact du programme *Fluppy*, réalisée de 2010 à 2012 pour procéder à une analyse qualitative du volet mathématique du programme *Fluppy*. Ainsi, du mois de novembre 2011 à la fin avril 2012, nous avons expérimenté les différentes activités mathématiques dans deux classes du préscolaire de la Commission scolaire de Montréal (CSDM). L'analyse des conduites mathématiques de 39 élèves et de la gestion enseignante des leçons sur 35 jours d'expérimentation a produit une somme considérable de données.

Pour cette thèse, nous avons donc choisi de ne retenir que la partie numérique du volet mathématique du programme *Flupppy* en procédant à la validation interne (dans le cadre d'une ingénierie didactique) des trois séquences numériques : les *Commandes de gommettes*, le *Petit Poucet* et la *Chasse aux trésors.* Si l'espace dans cette thèse ne nous permet de faire une analyse a posteriori exhaustive que des trois séquences numériques, les données recueillies, lors de l'introduction des capsules numériques et du travail en atelier des élèves sur ces capsules, sont précieuses à la formulation de considérations didactiques sur l'ensemble du volet numérique du programme *Fluppy,* puisque les

[1] L'année correspond à la dernière version du document. La première version a été diffusée en 2002.

capsules visent le réinvestissement et la consolidation des stratégies élaborées et des connaissances numériques mises en œuvre lors des séquences et ce, dans une perspective de maillage didactique (Giroux & Ste-Marie, 2007).

Une telle évaluation s'avère nécessaire afin de juger de la qualité didactique du volet mathématique de *Fluppy*. Elle est, de plus, une contribution originale au domaine de la didactique des mathématiques puisqu'à notre connaissance, aucune étude didactique n'a été réalisée sur des situations mathématiques inscrites dans un programme d'intervention précoce.

Cette thèse comporte cinq chapitres. Le premier chapitre expose la problématique de l'intervention précoce au préscolaire par une présentation critique des principaux programmes d'intervention au préscolaire et ce, en portant une attention particulière aux programmes d'intervention en mathématiques. La problématique se boucle par la présentation de l'objectif et des questions de recherche. Le cadre théorique est présenté au chapitre II. Ce cadre présente les fondements théoriques sur lesquels repose la conception des séquences numériques. Ainsi, l'état des connaissances sur le développement des connaissances numériques chez les jeunes enfants, ainsi que les fondements didactiques du volet numérique du programme *Fluppy* sont exposés. Ensuite, les séquences numériques développées dans ce programme sont décrites. Enfin, les résultats de l'évaluation d'impact du programme *Fluppy* qui concernent les connaissances numériques sont exposés et discutés. Le chapitre III présente la méthodologie de la recherche. Tel que le prévoit la méthodologie de l'ingénierie didactique, l'analyse *a priori* de chaque séquence numérique est décrite de manière détaillée. Au chapitre IV, l'analyse des données est réalisée; chaque scénario de chacune des séquences est analysé du point de vue de la gestion des activités par les enseignantes, des stratégies mises en œuvre par les élèves et, enfin de la confrontation des analyses *a priori* et *a posteriori.* Une interprétation des résultats, organisée autour des trois questions de recherche, est réalisée au chapitre V. Enfin, la thèse se termine par une conclusion qui présente les principaux apports de la thèse ainsi que ses limites et perspectives.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Ce chapitre présente d'abord les objectifs poursuivis et les effets des plus importants programmes d'intervention offerts aux jeunes enfants qui présentent des risques d'échec ou de décrochage scolaire. Une recension des écrits a permis d'identifier les principaux programmes d'intervention portant spécifiquement sur l'apprentissage de contenus mathématiques d'élèves du préscolaire. Il est possible que d'autres programmes aient été développés et évalués que ceux présentés dans cette section. Cependant, nous avons retenu ceux qui sont les plus souvent cités et qui font donc référence dans le domaine de la prévention. Cet examen est suivi d'une section réservée à la présentation du programme québécois *Fluppy* (Poulin et al. 2010) et plus particulièrement sur les fondements de sa composante mathématique.

1. Les programmes américains de prévention, à composante mathématique, destinés aux jeunes enfants à risque

Les programmes d'intervention précoce visent à améliorer les performances scolaires, notamment, des élèves de milieux populaires ou présentant un profil à risque d'échec scolaire. Plusieurs facteurs sont considérés pour viser l'efficacité d'un programme d'intervention précoce : la santé physique, le développement cognitif, l'apprentissage, l'autorégulation, la motivation, les relations positives avec les pairs et la collaboration avec les adultes (Hauser-Cram, 2005). Dans cette section, nous présentons très brièvement quelques programmes d'intervention précoce pour donner un aperçu des différentes dimensions que peuvent couvrir de tels programmes.

Dans une recension des programmes, Barnett (1995) relève la rigueur méthodologique des programmes *Abecederian et Perry Preschool* ainsi que leurs effets positifs. Nous les présentons brièvement. Les objectifs du projet *Abecederian* sont orientés vers le développement du langage, des habiletés cognitives ainsi que celui des comportements appropriés en centre de jour et, finalement, sur l'implication des parents dans le développement de leurs enfants. L'intervention proposée par ce programme débute dès la naissance et se poursuit jusqu'à l'âge de 5 ans. Barnett (1995) rappelle les résultats positifs du programme *Abecederian* relatifs aux habiletés intellectuelles et au rendement scolaire. Le projet *Perry Preschool,* centré sur les habiletés cognitives et le langage, propose une intervention d'une durée de 30 à 60 semaines et vise les enfants de 3 à 4 ans. Les résultats, rappelés par Barnett (1995) montrent un effet positif sur le taux de diplomation ainsi que d'autres effets à plus long terme, tels qu'un taux de criminalité moins élevé et une moindre dépendance économique des enfants ayant bénéficié du programme au regard des enfants du groupe contrôle. Un autre programme d'envergure est *Even Start.* Ce programme propose des interventions orientées vers les apprentissages cognitifs, le développement du langage, l'accompagnement et la scolarisation des parents. D’une durée de 9 mois, il vise les enfants de 3 à 4 ans et de 4 à 5 ans. Tels que décrits par Barnett (1995), les résultats de ce programme sont positifs à court terme.

Cette courte présentation permet de mettre en évidence que très peu de programmes comportent une dimension sur l’acculturation des élèves aux savoirs scolaires. Sur le plan éducatif et cognitif, les programmes visent essentiellement soit le développement du langage, soit celui des habiletés cognitives. D’autres programmes, par ailleurs, portent spécifiquement sur le développement des connaissances mathématiques des jeunes élèves du préscolaire issus de milieux socio-économiques faibles.

Ginsburg, Lee et Boyd (2008) ont fait l’inventaire de ces programmes. Dans ce qui suit, nous présentons cinq de ces programmes : 1) *Big Math for Little Kids* (Balfanz, Ginsburg & Greenes, 2003; Ginsburg, Greenes & Balfanz, 2003; Greenes, Ginsburg & Balfanz, 2004); 2) *Measurement-based* (Sophian, 2004); 3) *Number Worlds* (Griffin, 2004a; 2004b; 2007); 4) *High/Scope* (Hohmann, Banet & Weikart, 1979; Graves, 1989) et 5) *Building Blocks* (Clements & Sarama, 2007; 2008). Ces programmes s’inspirent des recherches qui s’inscrivent dans le champ de la psychologie développementale et cognitive.

1.1 Le programme *Big Math for Little Kids*

Le programme *Big Math for Little Kids* (Balfanz, Ginsburg & Greenes, 2003; Ginsburg, Greenes & Balfanz, 2003; Greenes, Ginsburg & Balfanz, 2004) propose six grandes unités d’apprentissage pour engager les enfants de 4-5 ans dans l’étude des concepts clés liés au nombre, à la géométrie et à la mesure. Chaque unité comprend un livre d’histoire qui présente l’enjeu mathématique principal et une série d’activités à réaliser en individuel, en équipes ou en groupe-classe.

Le programme *Big Math for Little Kids* se fonde sur les principes suivants : 1) prendre appui sur les connaissances et les intérêts des enfants; 2) développer des connaissances relativement complexes au regard des connaissances initiales des élèves ; 3) intégrer les mathématiques dans les activités de routine de la classe ; 4) introduire et enrichir les activités typiques du préscolaire; 5) promouvoir le développement du langage mathématique et la réflexion; 6) encourager les élèves à penser comme un mathématicien et ; 7) encourager la répétition des activités. Une évaluation d’impact de ce programme est en cours de réalisation.

Les thèmes mathématiques associés à chaque unité d’apprentissage sont le nombre, les formes géométriques, la mesure, la sériation, les opérations sur les nombres, les suites logiques ainsi que l’orientation dans l’espace. Les activités numériques visent à l’utilisation du nombre pour mesurer, repérer une position, dénombrer, former ou comparer des collections, compter par 1, par 5, par 10 ou par 100 ainsi que pour identifier des relations simples de proportionnalité (la moitié, le double). Les activités sur les formes géométriques visent à l’identification de certaines propriétés de figures géométriques simples ou de polyèdres réguliers. Les activités sur la mesure visent la comparaison d’objets selon certaines de leurs caractéristiques, à les mesurer à l’aide d’un instrument non-conventionnel ou conventionnel, alors que les activités sur la sériation permettent de sérier des objets géométriques selon certaines de leurs caractéristiques (longueur, hauteur, poids, capacités, etc.). L’exploration des quatre opérations élémentaires – addition, soustraction, multiplication et division – ainsi que l’usage approprié du langage mathématique associé sont visés dans les activités sur les opérations. Les activités sur les suites logiques permettent une introduction aux formes, aux nombres, aux couleurs, aux rythmes qui ponctuent la suite par intervalles (par exemple : 1, 3, 5, 7). Les activités relatives à l’orientation dans l’espace introduisent certains concepts spatiaux et le vocabulaire qui leur sont associés (en haut, en bas, etc.) Les activités mathématiques sont proposées à chaque jour de l’année scolaire et ce, en tenant compte des connaissances mathématiques des élèves, de manière à favoriser la curiosité des élèves, la découverte dans l’activité mathématique de même que le développement du langage mathématique.

Pour chacun des thèmes abordés, les activités et les histoires, graduées du simple au complexe, sont construites à partir de trajectoires d’apprentissage identifiées dans les recherches sur le développement des concepts mathématiques chez les jeunes enfants. À titre d’exemple, sur le thème du nombre, la progression des activités est prévue ainsi : apprentissage du nom des nombres, situations sur le nombre cardinal, puis finalement situation sur le nombre ordinal.

Balfanz, Ginsburg et Greenes (2003) présentent un exemple d’activité animée en classe par l’enseignante avec un petit groupe d’élèves. Une image est montrée aux élèves sur laquelle apparaissent un ours et une grenouille sur une balançoire à bascule. L’illustration montre une situation improbable : l’ours est en haut bien qu’il soit plus lourd que la grenouille. L’enseignante suscite la réflexion par ses questions. Par exemple, un élève justifie que l’ours est plus léger que la grenouille parce que l’ours est un ballon. Un autre élève ajoute que la grenouille est plus lourde car elle est en ciment. Cette discussion permet notamment d’aborder la difficile articulation entre les concepts de volume et de poids.

1.2 Le programme *Measurement-based*

Le programme *Measurement-based* (Sophian, 2004) a été mis en place pour l'enseignement des mathématiques dans le cadre du programme *Head Start*. Ce programme, qui s'appuie sur les travaux russes en psychologie développementale (Davydov, 1975), a été développé en collaboration avec les enseignants du préscolaire. Pour Sophian (2004), le concept d'unité est crucial à une première compréhension du nombre, de la mesure et de la géométrie. Ainsi, elle dégage les deux principes suivants : d'abord, le résultat numérique obtenu par dénombrement ou par une autre opération de mesure dépend du choix d'unités; ensuite, les unités d'une sorte peuvent être combinées pour former une unité d'un ordre supérieur ou divisées pour former une unité d'un ordre inférieur.

Le programme propose un projet hebdomadaire conduit par l'enseignant auquel s'ajoutent des propositions d'activités complémentaires et une activité hebdomadaire que les parents doivent réaliser à la maison avec leur enfant. Les activités offertes aux élèves doivent leur permettre de se familiariser avec diverses unités de mesure permettant de quantifier différentes dimensions (par exemple, longueur, aire, volume, masse, nombre) et d'explorer comment ces unités s'appliquent (a) au dénombrement et au raisonnement à propos d'augmentations ou de diminutions numériques; (b) à la mesure ou la comparaison quantitative; et (c) à l'identification ou la relation entre les formes géométriques. Le programme d'activités s'étale sur vingt-cinq semaines.

Trois exemples d'activités sont repris ici afin d'illustrer chacun des thèmes couverts par le programme, soit : le nombre, la mesure et la géométrie. La semaine 1 propose une activité sur le nombre (la séquence numérique) à partir d'un jeu de piste et de cartons des nombres de 1 à 10. Chacun son tour, un enfant tire un carton et déplace son pion sur le jeu vers le but, d'autant de cases que le nombre inscrit sur son carton. Après chaque déplacement, on demande à l'enfant de dire le nombre de cases dont il doit encore déplacer son pion pour atteindre le but. La semaine 3 offre une activité de mesure où les élèves doivent considérer le poids versus la taille des objets. Les élèves utilisent une balance faite d'un cintre pour comparer le poids des objets qui varient selon leurs tailles, incluant certains qui sont particulièrement légers ou lourds si l'on tient compte de leur taille. La semaine 5 propose une activité sur la géométrie. Les élèves créent une forme plane en utilisant des paires de triangles (droits isocèles) en plastique. Une fois que la forme est complétée, ils doivent trouver tous les carrés qu'il est possible de faire avec les triangles. Les élèves sont interrogés sur la possibilité de remplir autrement la forme et sur le nombre de carrés qu'il est possible de faire avec les triangles.

Une évaluation des effets des interventions de ce programme montre des résultats positifs significatifs, bien que modestes. Sophian (2004) relève, dans l'évaluation de l'impact de ce programme, un effet indirect du programme sur l'augmentation des attentes des enseignants et des parents quant à la possibilité, pour les jeunes élèves du préscolaire, de faire des mathématiques et, pourrions-nous ajouter, de réussir en mathématiques.

1.3 Le programme *Number Worlds*

Le programme *Number Worlds* (Griffin, 2004a; 2004b; 2007) fait suite au programme *Righstart*, lequel visait le développement des concepts de base nécessaires à la réussite en arithmétique chez les élèves du préscolaire. Les principaux éléments mathématiques du programme étaient : l'apprentissage de la suite des 10 premiers nombres en ordres croissant et décroissant, la correspondance terme à terme, la cardinalité d'une collection, la relation entre successeur et +1 et celle entre le prédécesseur et -1, la valeur relative des nombres ainsi que la correspondance entre les mots-nombres et les quantités associées (Griffin, Case & Capodilupo, 1995). Le programme *Number Worlds* est le prolongement du programme *Right Start* puisqu'il comprend un programme de prévention en mathématiques au préscolaire mais également, un programme d'enseignement pour les élèves, de la 1ère à la 6e année primaire, qui présentent un an ou deux ans de retard en mathématiques.

Ainsi, ce programme s'adresse plus particulièrement aux élèves à risque ou qui présentent des retards importants en mathématiques. Ainsi, pour les élèves de pré-maternelle, maternelle ou 1ère année primaire, le programme *Number Worlds* est présenté comme un outil de prévention unique qui permet d'évaluer et d'identifier rapidement les élèves à risque et de leur proposer des activités visant à hausser leurs performances pour «rejoindre celles de leurs pairs»[1]. Pour les élèves de 2ième à 6ième année primaire, qui présentent un retard d'un an ou plus en mathématiques, le programme propose six unités de quatre blocs (un bloc par semaine) et offre des activités de résolution de problèmes à réaliser en classe ou en petits groupes afin de favoriser les échanges entre les élèves et la discussion.

Dans un article portant sur le programme qui s'adresse aux élèves de la première année du préscolaire à la 2e année primaire, Griffin (2004a) énonce cinq principes au cœur du programme: 1) l'intervention doit être adaptée aux connaissances de l'élève; 2) l'enseignement doit être adapté à la progression naturelle des connaissances; 3) l'enseignement doit visé aussi bien les habiletés fondamentales en calcul que la compréhension; 4) l'enseignement doit privilégier l'exploration, la résolution de problèmes et la communication; 5) les élèves doivent être exposés aux cinq contextes d'utilité du nombre (cardinalité d'une collection d'objets, configuration numérique typique, position «on a line» , position «on a scale», «points of dial»).

[1] Il y a une logique de normalisation derrière cet objectif.

Ce programme vise à initier les élèves à trois «mondes» numériques (Griffin, 2004a). Le premier est celui des quantités réelles situées dans le temps et l'espace, le deuxième est celui de la suite nommée des nombres et le, troisième, celui du symbolisme mathématique écrit (nombres et opérations). Il vise également à favoriser les relations entre ces trois «mondes». Par exemple, on vise à ce que les élèves établissent la relation entre le successeur d'un nombre dans la suite nommée et l'ajout d'une unité en contexte cardinal. La sélection de ces trois «mondes» s'appuie sur les travaux en neuropsychologie de Dehaene (1997 in Griffin, 2004b) qui identifient trois régions d'activités cérébrales distinctes impliquées dans la résolution de problèmes mathématiques simples : le système visuel, le système verbal et le système visuo-spatial.

Si le programme prend appui sur des études en neuropsychologie, le contenu du programme comporte des caractéristiques didactiques en accord avec le cadre de référence adopté par le *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) qui promeut des méthodes d'enseignement basées, par exemple, sur la résolution de problèmes et l'apprentissage coopératif pour favoriser la construction des connaissances mathématiques. De plus, ce programme prend en compte les connaissances sur le développement des connaissances numériques, relatives notamment aux différents contextes d'utilité du nombre, pour le développement de ses activités. Cependant, nous ne disposons pas de résultats sur l'évaluation d'impact du programme *Number Worlds*.

1.4 Autres programmes

Nous terminons cette partie par un bref exposé d'autres programmes. Le programme *High/Scope* (Hohmann, Banet & Weikart, 1979; Graves, 1989) est l'un des plus connus. Ce programme prend appui sur les *expériences clés* des jeunes élèves, que Graves (1989) décrit comme des activités générales qui exercent d'importantes habiletés se développant au préscolaire. Plus spécifiquement, pour les mathématiques, ces *expériences clés* se rapportent, selon ce programme, au développement du raisonnement logique et à la compréhension des notions de temps et d'espace. Les expériences de raisonnement logique sont divisées en trois catégories : classification, sériation et nombre.

Ce programme a été mis à jour et offert aux élèves sous le nom de *Number Plus* (Hohmann & Weikart, 2002). Comme son nom l'indique, le nouveau programme se centre sur le nombre tout en continuant de proposer des activités sur les formes, l'espace, la mesure mais également « l'algèbre » (qui se rapportent principalement aux suites logiques). Selon Ginsburg, Lee et Boyd (2008) ce nouveau programme mathématique du *High/Scope* devrait fournir un environnement plus stimulant et approprié que la version précédente, qui était limitée dans sa portée et son contenu. Une évaluation de ce nouveau programme est prévue.

Le programme *Building Blocks* (Clements & Sarama, 2007; 2008) est conçu à partir de vastes recherches sur le développement des trajectoires d'apprentissage pour créer du matériel permettant aux élèves de prolonger et de mathématiser leurs expériences quotidiennes avec les *building blocks*. Le matériel, original, intègre trois types de média : les ordinateurs, les manipulations et les tâches papier/crayon. Le programme se concentre sur deux thèmes majeurs : la compétence et les concepts spatiaux et géométriques ainsi que les concepts numériques et de quantités. Les activités sur ordinateur mettent en jeu des concepts mathématiques dans des situations de la vie quotidienne et stimulent les élèves à engager certains procédés mathématiques pour traiter ces concepts.

Une étude d'évaluation d'impact réalisée sur une petite population a montré des résultats positifs pour des enfants de milieux défavorisés, particulièrement en ce qui a trait au subitizing, à l'ordonnancement de collections, l'identification de formes géométriques et la composition de formes géométriques.

Il ressort de l'ensemble de ces programmes que leur élaboration s'appuie sur les travaux de la neuropsychologie ou de la psychologie développementale. Les connaissances développées sur la construction des connaissances numériques, principalement, servent à la construction de trajectoires d'apprentissage. Ainsi les différentes étapes, identifiées dans les études psychologiques, de l'élaboration des connaissances numériques sont interprétées pour penser la progression des apprentissages. Il y a, dans ces programmes, une assimilation des résultats de la recherche concernant le développement des connaissances au cours de la période préscolaire (avant l'enseignement formel des mathématiques) à la progression des activités d'enseignement. Ainsi, les programmes se fondent principalement sur la logique de la dimension développementale. Si les programmes contiennent des principes sur le type d'enseignement à privilégier (par exemple, l'importance des échanges, de la résolution de problèmes) et reposent donc sur des choix pédagogiques, ils ne sont pas construits sur une théorie didactique, c'est à dire, une théorie qui se fonde sur une modélisation des rapports entre enseignement et apprentissage pour favoriser la transmission des connaissances culturellement définies.

2. Le programme québécois *Fluppy* et son volet mathématique

Le programme *Fluppy*, créé en 1990 suite aux travaux expérimentaux de Tremblay et de ses collègues (1992, 1995), vise à prévenir la violence et le décrochage scolaire en intervenant auprès des enfants dès la maternelle. Ainsi, le programme *Fluppy* cible les élèves qui présentent des problèmes de comportement en début de scolarisation pour intervenir directement auprès de l'enfant, tout en mettant à profit les principaux agents de socialisation qui évoluent auprès de lui, à savoir : les parents, les enseignants et les pairs.

La version originale du programme *Fluppy* comprend un volet universel et un volet ciblé. Le volet universel est implanté en classe et s'adresse à tous les élèves. Il comporte quinze ateliers qui visent l'apprentissage d'habiletés sociales, d'habiletés de résolution de problèmes (résolution de situations conflictuelles), d'habiletés de gestion des émotions et de quatre règles représentant des attitudes et des comportements qui favorisent l'établissement de relations positives avec les autres. Le volet ciblé est mis en place auprès des élèves qui présentent un niveau élevé de troubles du comportement. Il comprend un plan d'intervention avec l'enseignant et une intervention familiale à domicile (Capuano et al. 2010). Ce programme relève donc d'une approche multimodale par ses interventions en milieu scolaire auprès des élèves et des enseignants et en milieu familial auprès des parents. En 2002, le programme a été bonifié par l'ajout d'un volet d'enseignement (une composante en français et une composante en mathématiques) et d'un volet visant à faciliter la formation de relations d'amitié.

La composante en mathématiques (Giroux & Ste-Marie, 2004[2]) se fonde sur une approche didactique qui vise la transmission et l'acquisition de savoirs mathématiques. Ainsi, ce programme, contrairement à ceux décrits précédemment, n'est pas strictement fondé sur les études de la psychologie développementale. S'il prend en compte la dimension cognitive des apprentissages, il considère également les dimensions épistémologique (relative au savoir en jeu) et didactique (sur les processus d'enseignement propres à la discipline). L'approche didactique fait donc une place importante à l'enrôlement des élèves dans des pratiques mathématiques socialement reconnues. Le contenu du programme se fonde, essentiellement, sur la Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998). Dans son contenu, le programme peut aisément se comparer à ceux des programmes cités précédemment. Il s'articule autour de deux grands thèmes : le nombre ainsi que la structuration de l'espace. Autour de chacun de ces thèmes sont développées des séquences didactiques et des capsules d'activités. Les séquences didactiques sont travaillées sur une longue période au moyen de différents scénarios planifiés selon le canevas d'une situation originale. Chaque séquence met en place un problème à résoudre par les élèves sous forme de jeu. Le même jeu est répété en modifiant, à chacun des différents scénarios, certaines valeurs des variables didactiques de la situation de manière à favoriser l'émergence de nouvelles stratégies de résolution et implicitement, par la mise en place de ces nouvelles stratégies, l'élaboration de nouvelles connaissances mathématiques (Brousseau, 1998). À travers les séquences, les élèves sont appelés à résoudre un problème numérique (dénombrement, comparaison de collections, compositions additives) ou géométrique (usage de la symétrie, agencement de formes géométriques). Les capsules d'activités sont de plus courte durée et visent à être reprises dans des ateliers où les élèves travaillent de manière autonome dans le respect des habitudes d'organisation des activités au préscolaire. Ces capsules visent le

[2] L'année correspond à la dernière version du document. La première version a été diffusée en 2002.

réinvestissement et la consolidation des stratégies élaborées et des connaissances mathématiques développées dans les séquences.

Une vaste étude a débuté en 2002, selon un devis expérimental, afin d'évaluer l'impact et l'efficacité de la version du programme *Fluppy* intégrant le volet enseignement. Plusieurs conclusions émergent de ces analyses (Capuano et al. 2010). D'abord, les interventions ciblées implantées en maternelle ont eu un effet bénéfique qui se traduit par une diminution des problèmes extériorisés, une amélioration des habiletés sociales, une meilleure performance aux tests en français et une amélioration des pratiques parentales. Par ailleurs, très peu d'effets spécifiques de la durée des interventions ont été observés. En mathématiques, un effet du programme a été observé chez les filles ciblées dans le programme *Fluppy*, alors que ces dernières sont à la fin de leur première année primaire.

Une nouvelle évaluation d'impact du programme *Fluppy* a débuté en 2010. Ce nouveau projet d'évaluation origine d'un partenariat entre la Commission scolaire de Montréal (CSDM) et l'équipe de France Capuano de l'Université du Québec à Montréal (UQAM). À l'occasion d'une table de concertation sur la formation continue du personnel scolaire organisée par la CSDM, une problématique de difficultés graves de comportement pour la clientèle du préscolaire a été relevée par les participants. En réponse à cette problématique, certaines pratiques éducatives prometteuses ont été identifiées, notamment le programme *Fluppy* amélioré destiné aux élèves de maternelle 5 ans. La version originale du programme *Fluppy* étant déjà présente dans plusieurs écoles montréalaises depuis une dizaine d'années, la CSDM a demandé que soient évaluées les mesures d'implantation du programme dans certaines écoles de son territoire[3]. Le programme *Fluppy* a donc été implanté au cours de l'année 2011 dans 15 classes de maternelle de la CSDM. Nous avons profité de la mise en place de cette implantation du programme pour sélectionner deux classes de maternelle participantes pour réaliser la présente recherche.

[3] Ce projet d'évaluation d'impact est subventionné par le Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport (MELS), la Commission scolaire de Montréal (CSDM) et le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH).

3. L'objectif et les questions de recherche

Notre recherche porte sur l'évaluation du volet mathématique du programme *Fluppy* dans le cadre de l'expérimentation menée au cours de l'année 2011-2012. L'évaluation qui sera conduite se situe dans une perspective didactique, celle sur laquelle se fonde le volet mathématique. Autrement dit, elle vise l'étude des conditions didactiques qui permettent aux élèves du préscolaire d'accéder à la culture mathématique via ses pratiques numériques. Nous pensons particulièrement aux pratiques numériques qui leur permettent de contrôler des situations faisant appel au concept de nombre.

Le cadre théorique sur lequel le volet mathématique s'appuie est la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) ainsi que la méthodologie qui y est propre, l'ingénierie didactique (Artigue, 1990). Si les premières phases de l'ingénierie ont été réalisées (analyses préalables, conception et analyse a priori) au cours de l'élaboration du contenu, la démarche d'ingénierie n'a jamais été complétée par une validation interne qui confronte les analyses a priori et a posteriori telle que prévue par l'ingénierie didactique. Une telle évaluation, de nature qualitative, s'avère nécessaire afin de juger de la qualité didactique du volet mathématique de *Fluppy*. Elle est, de plus, une contribution originale au domaine de la didactique des mathématiques puisqu'à notre connaissance, aucune étude didactique n'a été réalisée sur des situations mathématiques inscrites dans un programme d'intervention précoce.

C'est sur cette base que nous formulons nos objectif et questions de recherche.

L'objectif de la thèse est de procéder à une validation interne du volet consacré aux séquences numériques du programme d'intervention au préscolaire *Fluppy* en complétant la démarche d'ingénierie didactique, amorcée par les concepteurs de ce volet, par la réalisation d'une phase d'expérimentation et d'une phase d'analyse a posteriori dans deux classes du préscolaire. Cette validation interne est nécessaire pour préciser la pertinence didactique des séquences proposées ou encore, s'il y a lieu, les modifications susceptibles de les bonifier.

À cet objectif sont liées les questions de recherche suivantes :

Q1) Est-ce que les conditions didactiques prévues, par le volet numérique du programme *Fluppy*, pour favoriser la dévolution et l'institutionnalisation sont mises en place par l'enseignant dans le cadre de ses interactions avec ses élèves ?

Q2) Est-ce que le choix des valeurs didactiques, pour chacune des séquences didactiques, produit les stratégies prévues par l'analyse a priori ?

Q3) Est-ce que la confrontation des analyses a priori et a posteriori montre une évolution des stratégies numériques des élèves des deux classes observées dans la progression des séquences numériques ?

CHAPITRE II

CONTEXTE THÉORIQUE

Le contexte théorique présente, dans la première section, l'état des connaissances sur le développement des connaissances numériques chez les enfants de 2 à 8 ans afin de circonscrire les savoirs numériques sur lesquels se fonde le volet mathématique du programme *Fluppy*. Dans une deuxième section, les fondements didactiques de ce volet sont présentés notamment, la théorie des situations didactiques retenue pour la conception des situations numériques. À la troisième section, sont décrites les situations mathématiques développées dans ce programme. Enfin, une quatrième section présente les résultats de l'évaluation d'impact du programme *Fluppy* qui concernent les connaissances numériques.

1. Le développement des connaissances numériques des jeunes enfants

Plusieurs chercheurs se sont intéressés au développement des connaissances mathématiques chez le jeune enfant ou à la présence de compétences numériques chez le bébé, voire chez l'animal. Dans l'ouvrage *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*, Bideaud, Lehalle et Vilette (2004) tracent l'état des connaissances sur l'acquisition du nombre chez l'enfant. Un grand nombre d'études, dans le domaine du développement numérique, est donc répertorié sur des sujets tels que : la suite numérique, le subitizing, l'estimation, le comptage, la comparaison de collections, le calcul ou la résolution de problèmes arithmétiques. De l'ensemble de ces études, deux grandes tendances se dessinent. La première regroupe les études, issues de la psychologie développementale et constructiviste, qui portent sur la genèse du nombre ainsi que sur les mécanismes associés à cette construction. La seconde regroupe les études, réalisées dans la perspective de la psychologie comparée et portent plutôt sur les compétences numériques, autrement dit, sur les capacités spontanées numériques, chez l'enfant et chez l'animal.

Les analyses menées par Bideaud, Lehalle et Vilette (2004), sur les études de la deuxième catégorie, révèlent qu'elles produisent des résultats et des conclusions parfois contradictoires, surtout pour les recherches qui tentent de déceler quelques manifestations du nombre chez les bébés. Ces chercheurs se sont entre autres intéressés à confronter les résultats issus de deux études différentes (Starkey, Spelke & Gelman, 1983; Moore, Benenson, Reznick, Peterson & Kagan, 1987) ayant mis en œuvre la même expérimentation.

L'expérimentation, conduite auprès de bébés de six à huit mois, s'est faite selon une double modalité : la présentation de diapositives concomitante à des coups joués sur un tambour alliant ainsi une modalité visuelle à une modalité auditive. Ainsi, deux diapositives représentant des collections de deux ou trois objets sont projetées, côte à côte, aux bébés. À chaque projection sont joués soit deux coups, soit trois coups de tambour. Une première étude, conduite par Starkey, Spelke et Gelman (1983), montre que les bébés fixent plus longtemps la collection qui correspond au nombre de coups entendus, ce qui impliquerait une correspondance terme à terme et une sensibilité à la numérosité. Une reprise de cette étude, menée par Moore, Benenson, Reznick, Peterson et Kagan (1987), conduit à des résultats contradictoires. En effet, dans l'une de leurs expériences, les bébés fixent davantage la diapositive qui ne correspond pas au nombre de coups joués. Les résultats de cette seconde étude remettent donc en cause les conclusions de Starkey, Spelke et Gelman (1983).

Les nombreuses recherches relevées par Bideaud, Lehalle et Vilette (2004) sont fort intéressantes puisqu'elles permettent de débattre des fondements des compétences numériques, comme le remarquent les auteurs :

> « Les études récentes des capacités dites *numériques* des animaux et des bébés ont ravivé les discussions entre nativistes, pour qui ses représentations numériques sont innées, et constructivistes pour lesquels elles se construisent et se structurent à partir d'une contrainte phylogénétique minimale » (p. 7).

L'enjeu épistémologique de ces études porte essentiellement sur le caractère inné des compétences numériques. Si certains programmes sont justifiés sur la base des travaux en neuropsychologie, par exemple le programme *Number Worlds* (Griffin, 2007) dont le choix des activités est en liaison avec les trois régions d'activités cérébrales impliquées dans les activités numériques telles que proposées dans le modèle neuropsychologique de Dehaene (1997 in Griffin, 2007), la perspective didactique que nous adoptons nous conduit à faire un examen différent des connaissances numériques des élèves. En effet, les questions épistémologiques sur le caractère inné ou constructiviste des connaissances numériques nous paraissent peu utiles pour traiter des questions spécifiquement didactiques sur l'enseignement et l'apprentissage du nombre. Deux arguments appuient notre position. La didactique a ceci de spécifique, qu'elle est fondée sur l'intention sociale de la transmission des savoirs institués. Cette transmission est assurée, en particulier, par l'enrôlement de l'activité mathématique de l'élève, dans des pratiques mathématiciennes (Conne, 1992; Rouchier, 1996). Ces pratiques, bien qu'elles doivent faire l'objet d'un apprentissage chez l'élève, sont des pratiques socialement reconnues. La didactique a pour objet l'étude des conditions pour assurer cet apprentissage. Un autre argument fait appel à la distinction entre connaissance et savoir effectuée par Conne (1992) : le savoir est une connaissance reconnue utile pour contrôler une situation mathématique. Les compétences numériques dont il est question dans les études du champ de la psychologie comparée, par exemple, ne peuvent être associées à des savoirs puisque l'école a pour fonction sociale de permettre à des jeunes élèves d'acquérir de tels savoirs.

Cependant, la conception de situations didactiques doit prendre en compte les caractéristiques cognitives du public auquel ces situations s'adressent. Plusieurs travaux en psychologie développementale proposent des modèles qui rendent compte de l'appropriation progressive des connaissances numériques par les jeunes enfants. Ces modèles nourrissent les analyses préalables à la conception des situations didactiques en mettant en évidence comment se développent, chez le jeune enfant, les connaissances numériques. Dans cette perspective, nous présentons le modèle développemental de Fuson (1988, 1991) ainsi que celui sur la coordination des connaissances de Giroux (1991).

1.1 Le modèle développemental de Fuson

Selon Fuson (1991), la construction de la suite numérique s'amorce vers l'âge de deux ans pour se terminer vers l'âge de huit ans. L'achèvement de cette construction se manifeste lorsque la suite est cardinalisée, sériée et emboîtée. L'intérêt des travaux de Fuson (1988; 1991) et Fuson, Richards et Briars (1982) repose sur l'identification de différentes étapes dans le développement de la structuration de la suite des nombres. Ces travaux ont permis de mettre en évidence la complexité ainsi que la diversité des significations attribuées à la suite numérique par l'enfant, tout en dégageant des niveaux de développement des stratégies de calcul pour l'addition et la soustraction. Ce modèle rend ainsi compte de l'articulation des connaissances entre la suite et les opérations. Les paragraphes qui suivent en font la présentation.

Selon le modèle, la première étape dans l'élaboration de la suite des nombres est celle du *Chapelet* (*String Level*). À cette étape, les mots-nombres ne sont pas différenciés. Les mots-nombres se suivent exclusivement selon l'ordre croissant et apparaissent à l'enfant comme une suite de mots sans signification. Bien que certains mots-nombres puissent être en partie différenciés, des groupes non séparés de mots-nombres demeurent. Il n'est donc pas possible pour l'enfant de rappeler un certain mot-nombre autrement que par la récitation de la comptine entière, soit de la séquence qui lui est connue au complet. À cette étape, aucune tâche d'addition ou de soustraction ne peut être réalisée.

La deuxième étape est celle de la *Liste non sécable* (*Unbreakable list Level*). À cette étape les mots-nombres sont tous différenciés, séparés les uns des autres et peuvent être associés à des objets. Toutefois, la récitation de la comptine existe encore seulement selon l'ordre croissant et ne peut être produite qu'à partir de un. Il est possible de diviser cette étape en trois stades. Au premier stade, les mots-nombres sont différenciés les uns des autres et forment une suite ascendante (signification de *Suite*). Au second stade, la suite devient opératoire puisqu'elle peut maintenant être mise à profit dans une tâche de dénombrement d'une collection : l'enfant associe les nombres nommés à des objets (signification de S*uite-comptage*). Au dernier stade, les objets dénombrés ont un résultat cardinal correspondant au dernier nombre nommé (signification de *Suite-comptage-cardinalité*).

C'est au cours de cette étape que l'enfant devient capable de réciter la comptine selon l'ordre ascendant jusqu'à un nombre donné, ce qui implique de mémoriser le nombre d'arrivée tout en utilisant ce mot-nombre comme but à atteindre. Aussi, les premières relations ordinales entre les nombres se construisent, elles sont de deux sortes : *juste avant/juste après* et *avant/après*. Ces relations se rapportent aux mots-nombres contigus dans la suite (exemple : le nombre 8 a comme prédécesseur et successeur immédiats les nombres 7 et 9) et aux prédécesseurs et successeurs pris d'une manière plus générale (exemple : les nombres 7 et 9 viennent après 4 mais avant 10 dans la suite des nombres).

À cette étape, les enfants sont aussi capables de mettre en place des procédures élémentaires de dénombrement pour résoudre des situations d'addition et de soustraction. En effet, comme le soulignent Fuson et Kwon (1991, p. 361) : « Une fois que les enfants sont capables de passer d'une signification de comptage à une signification cardinale et vice versa, ils peuvent additionner en comptant le tout et soustraire en enlevant ou en séparant ».

Ainsi, les procédures de dénombrement dans l'ordre ascendant (associées à l'addition) sont les suivantes : a) *si la somme est inc*onnue : compter les éléments constituant le premier ensemble (premier terme), puis les éléments constituant le second ensemble (second terme) et réunir les deux collections pour dénombrer le tout et découvrir la somme; b) *si un terme est inconnu* : compter les éléments constituant le premier ensemble (terme connu), ajouter des éléments jusqu'à obtenir la somme et recompter les éléments ajoutés pour trouver la valeur du terme inconnu.

Cette dernière procédure, qui suppose de penser simultanément au tout (la somme) et à ses parties (le terme connu et le terme inconnu), serait toutefois peu courante à cette étape si l'on tient compte du point de vue de Kamii (1990) concernant la réversibilité de la pensée. En effet, selon cette auteure, ce n'est que vers sept ou huit ans[1] que la pensée des enfants devient suffisamment mobile pour être réversible. La pensée réversible réfère à l'aptitude d'effectuer mentalement de manière concomitante deux actions opposées soit de « couper le tout en deux parties et réunir ces parties en un tout » (Kamii, 1990, p. 36).

[1]Ce qui coïncide davantage au moment où la construction de la suite numérique est achevée, puisque selon le modèle de Fuson (1991) cette construction s'amorce vers l'âge de deux ans (1ère étape) pour se terminer vers l'âge de huit ans (5e étape). Pour Kamii, ce n'est donc qu'à la dernière étape du modèle de Fuson (1991) que les enfants pourraient traiter correctement cette difficile relation partie-partie-tout.

Les procédures de dénombrement dans l'ordre descendant (associées à la soustraction) sont les suivantes : a) *si la différence est inconnue* : compter les éléments constituant le premier terme, de cette collection enlever les éléments constituant le second terme et dénombrer les éléments restants pour découvrir la différence; b) *si le second terme est inconnu* : compter d'abord les éléments constituant le premier terme, compter et séparer ensuite les éléments constituant la différence, les éléments restants sont dénombrés pour donner une valeur au terme inconnu.

La troisième étape de développement de la suite des nombres correspond à la *Chaîne sécable* (*Breakable chain level*). À cette étape, l'enfant est capable de réciter la comptine ou une partie de la chaîne numérique à partir de n'importe quel mot-nombre de la séquence. Cette meilleure connaissance de la suite numérique tient aussi à une bonification des relations entre les prédécesseurs et les successeurs. Par exemple, l'enfant peut établir des relations numériques entre les nombres, à la fois sous l'aspect cardinal (8 c'est un de plus que 7) et sous l'aspect ordinal (8 vient après 7 dans la suite numérique).

C'est au cours de cette étape que « la signification de la suite et celle du comptage commencent à fusionner » (Fuson, 1991, p. 175). L'enfant peut alors considérer que les éléments qui constituent les termes, représentent également la somme. Ainsi, le dernier nombre nommé désigne à la fois le dernier élément de la séquence et le cardinal de la collection. Des procédures de comptage pour résoudre des additions et des soustractions peuvent alors être mises en œuvre puisque l'enfant peut partir directement du cardinal du premier terme pour inclure les éléments du second terme.

Plus explicitement, cela signifie que les procédures de comptage dans l'ordre ascendant sont les suivantes : a) *si la somme est inconnue* : partir du premier terme (qui correspond au cardinal de la première collection) et avancer de un dans la suite des nombres pour chacun des éléments de la deuxième collection, du second terme; b) *si un terme est inconnu* : partir du cardinal du premier terme et ajouter des éléments jusqu'à obtenir la somme, ce qui est ajouté correspond à la valeur du terme inconnu.

De même, les procédures de comptage dans l'ordre descendant sont les suivantes : a) *si la différence est inconnue* : compter d'abord les éléments constituant le premier terme puis utiliser un comptage à rebours pour enlever les éléments du second terme afin de trouver la différence; b) *si le second terme est inconnu* : compter d'abord les éléments constituant le premier terme puis procéder par comptage à rebours jusqu'à obtenir la différence; le nombre d'éléments dénombrés au cours de la dernière opération correspond à la valeur du terme inconnu.

La quatrième étape est celle de la *Chaîne unitaire* ou *Chaîne dénombrable* (*Numerable chain level*). À cette étape, chaque mot-nombre représente une *unité* (un nombre entier). L'enfant utilise ces *unités* pour représenter le cardinal ou une situation d'addition ou de soustraction. Fuson explique ainsi cette étape : « les significations de la suite du comptage et de la cardinalité fusionnent. Et les mots de la séquence deviennent eux-mêmes les objets qui représentent les termes, et la somme, dans les situations d'additions et de soustractions » (1991, p. 175).

Dans une situation d'addition, l'enfant peut commencer la récitation des mots-nombres directement à partir du premier terme (ou du plus grand des deux termes) et ajouter un à un les éléments du second terme afin d'obtenir la somme. Toutefois, lorsque le second terme de l'opération est plus grand que deux ou trois, la mémoire n'est plus suffisante pour contrôler le déplacement dans la suite et l'enfant doit utiliser une méthode lui permettant de garder la *trace* des mots-nombres énoncés. Ainsi, l'enfant peut contrôler le second terme en constituant une collection équivalente au second terme, en rythmant les mots-nombres ou encore en prenant en compte, sur ses doigts, chaque mot-nombre énoncé. À cette étape, les doigts ne représentent plus des collections d'objets à dénombrer pour trouver la somme des deux termes, mais constituent un outil, une *procédure d'enregistrement* pour garder la trace du nombre de pas effectués dans la suite pour la recherche de la somme.

Finalement, la cinquième et dernière étape dans l'élaboration de la suite correspond à la *Chaîne bidirectionnelle* (*Bidirectional chain level*). À cette étape, « la séquence des mots-nombres devient une suite *unitisée*, sériée, emboîtée, bidirectionnelle et *cardinalisée* » (Fuson, 1991, p. 176); les mots-nombres pouvant être récités de manière fluide dans chacune des directions (ordre croissant ou ordre décroissant), à partir de n'importe quel nombre. La suite des nombres étant considérée comme explicitement emboîtée lorsque « l'enfant devient conscient des relations numériques de partie à tout. […] par exemple *sept*, se rapporte à une unité qui peut être itérée sept fois, aussi bien qu'à une unité contenant la suite verbale des nombres jusqu'à sept inclus » (Steffe, 1991, p. 130).

Un véritable comptage numérique s'installe puisque l'enfant peut établir des relations d'équivalence entre les termes constituant le problème et la somme, (relations entre *terme/terme/somme* ou *partie/partie/tout*) ce qui lui permet de diviser les quantités ajoutées afin de rendre plus faciles les additions ou les soustractions. Ainsi, l'enfant, connaissant plusieurs compositions pour un nombre, peut décomposer et recomposer chacun des termes, ces modifications permettant d'opérer plus facilement sur les nombres (exemple : 8 + 7 = 8 + 2 + 5 = 7 + 7 + 1). L'enfant peut utiliser « la suite cardinalisée et le déplacement dans la suite par *morceaux* (*chunks*) » (Fuson, 1991, p. 178) ou encore procéder mentalement dans ses changements d'un terme à l'autre. La mémorisation de certains *faits numériques* (tables connues) supporte donc la mise en place de ces procédés de calcul économiques.

1.2 Le modèle de coordination de connaissances de Giroux

Giroux (1991; Giroux et Lemoyne, 1993) propose un modèle de coordination des connaissances sur les codes numéraux et digitaux des nombres, sur la suite numérique et les opérations additives. Ce modèle représente un apport important aux recherches sur la construction des connaissances sur les codes des nombres, recherches menées notamment par Siegler et Robinson (1982), Deloche et Seron (1987) et Fuson (1988).

Le modèle de Giroux (1991) dégage différents niveaux de performance chez des élèves au tout début de leur scolarisation (début première année) à des tâches de lecture, d'écriture, de rappel de la suite nommée des nombres et des opérations. L'analyse fine des conduites de seize élèves à ces tâches permet de relever cinq niveaux de performance. Bien que le nombre de sujets soit réduit, l'auteur formule quelques hypothèses sur la coordination des connaissances numériques d'élèves de milieux socio-culturels opposés; la moitié d'entre eux provenant de milieux socio-culturels défavorisés et l'autre moitié, de milieux socio-culturels favorisés.

Chacun des cinq niveaux est étudié en regard des performances qui le caractérisent et des connaissances qui sous-tendent ces performances. Au premier niveau, les conduites de l'élève témoignent de connaissances factuelles fort limitées des codes numéraux et digitaux des nombres. Ainsi, sur les codes numéraux, l'élève s'appuie sur une connaissance factuelle de quelques mots de la suite seulement. Il montre également peu de connaissances sur l'écriture et la lecture de nombres. Aussi, l'impossibilité de rappeler directement les prédécesseurs et les successeurs et de parcourir la suite en ordre décroissant indique une non-dissociation de la chaîne verbale des mots. Ainsi, l'élève ne possédant que quelques connaissances factuelles et disjointes des codes numéraux et du transcodage, aucune coordination des connaissances ne semble possible (Giroux, 1991).

Au deuxième niveau, les conduites de l'élève, selon le modèle, font appel à plusieurs connaissances factuelles et quelques connaissances procédurales des codes numéraux. Une bonne connaissance des mots-unités (un à neuf) permet à l'élève le rappel fluide de la suite en ordre croissant pour une même décade, de même que l'identification du prédécesseur ou du successeur d'un nombre, toujours dans une même décade. Par exemple, si l'élève n'a pas la connaissance factuelle du mot-nombre « quarante » et qu'on lui donne, il peut engendrer la suite en accolant le mot décade « quarante » aux mots unités connus (« un », « deux », « trois », etc.). De la même manière, l'élève peut trouver le successeur de 28 à partir de règles qu'il a construites. Par exemple, pour donner le successeur de 28, l'élève récite la suite de 1 jusqu'à 9 (ou rappelle directement le successeur, soit 9), puis accole le mot-décade « vingt », au mot-unité « neuf » pour produire la réponse : « vingt-neuf ». Le rappel en ordre décroissant, très hésitant, n'est possible que pour une petite portion de la suite. Le peu de connaissances factuelles sur les codes digitaux rend impossible un rappel de la suite qui s'appuierait sur des règles de l'écriture (par exemple, « 21, 22, 23 » à l'écrit c'est 2 et 1, puis 2 et 2, puis 2 et 3).

Au troisième niveau, les performances de l'élève ne sont pas très différentes de celles de l'élève du niveau précédent, mais avec de meilleures habiletés de lecture et d'écriture. Selon le modèle, les conduites témoignent de connaissances factuelles et procédurales sur les codes numéraux, ainsi qu'un début remarqué sur les codes digitaux, et d'une activité de construction de règles de production de nombres plus intense que celle observée chez l'élève du deuxième niveau. Par exemple, l'élève qui doit rappeler la suite en ordre décroissant à partir de 16 produit la réponse suivante : « 15, 14, 23, 22, 21 ». Ce comportement témoigne d'un effort d'analyse de la composition des nombres et d'une certaine articulation entre les codes numéraux et digitaux des nombres.

Au quatrième niveau, les conduites de l'élève font appel à plusieurs connaissances procédurales relatives aux codes digitaux et numéraux des nombres. Le rappel de la suite par l'élève est plus fluide, ce qui révèle une meilleure structuration des connaissances factuelles sur les mots nombres que celle des niveaux précédents. Le rappel en ordre décroissant à l'intérieur d'une décade est possible, mais les mots dans le voisinage des décades sont encore difficiles à rappeler. Ainsi, l'élève peut référer à ses connaissances sur les codes écrits des nombres pour assurer le passage à la nouvelle décade. Par exemple, l'élève rappelle sans hésitation la suite en ordre décroissant de 49 à 41 et s'arrête. Suite à l'écriture du dernier nombre nommé (41), l'élève peut rappeler son prédécesseur (40) et effectuer le passage à la nouvelle décade (39) lui permettant de poursuivre sans problème le rappel en ordre décroissant. L'élève dispose donc de connaissances factuelles (savoir) et procédurales (savoir-faire) plus évoluées que pour les élèves des niveaux précédents permettant un début d'articulation des connaissances sur les codes numéraux et digitaux des nombres.

Au cinquième niveau, l'élève peut rappeler la suite en ordre croissant ou décroissant, trouver les prédécesseurs et successeurs des nombres et lit et écrit, plus aisément qu'aux niveaux précédents, des nombres inférieurs à 100. Les connaissances responsables de ces performances sont variées; elles couvrent l'ensemble des connaissances décrites dans le modèle. À ce niveau, l'élève peut donc solliciter plusieurs connaissances sur les codes numéraux et digitaux des nombres pour répondre à une tâche.

La description du modèle élaboré par Giroux permet :

> « a) de dresser un tableau des connaissances sur les codes numéraux et digitaux; b) de définir les connaissances qui peuvent être activées pour résoudre chacune des tâches; et c) de montrer l'application dynamique de ces connaissances chez un sujet qui est en processus de construction de connaissances sur la suite des nombres » (Giroux et Lemoyne, 1993, p. 521).

Les comportements des élèves varient d'une tâche à l'autre. Modéliser les connaissances permet donc de mieux comprendre d'une part, les performances des élèves aux différentes tâches sur la suite et, d'autre part, les processus de construction des connaissances.

1.3 Les pratiques numériques chez le jeune enfant

Différentes pratiques numériques accessibles aux jeunes enfants favorisent l'apprentissage du nombre, de la suite des nombres et des opérations. Nous décrivons les principales pratiques numériques adaptées à des élèves d'âge préscolaire.

1.3.1 Dénombrer et former une collection

Très tôt les jeunes enfants utilisent la comptine numérique (la suite des mots-nombres) dans le but de dénombrer, quantifier une collection. Afin de mieux comprendre cette importante activité cognitive, il convient d'abord de relever les cinq principes indispensables au bon fonctionnement du dénombrement identifiés dans les travaux de Gelman et Gallistel (1978). D'abord, les auteurs identifient le *principe d'ordre stable (the stable-order principle)* selon lequel la suite des mots-nombres doit être récitée selon un ordre fixe et immuable. Vient ensuite, le *principe de correspondance terme à terme (the one-one principle)* où chaque élément de la collection doit être désigné par un et un seul mot-nombre; ce qui implique, d'une part, de bien organiser la collection (pour ne pas oublier ou compter deux fois un même élément) et, d'autre part, de maintenir une bonne coordination entre la récitation de la comptine et la désignation des éléments de la collection (réciter la comptine au même rythme que sont pointés les objets). Le *principe cardinal (the cardinal principle)* est également important puisqu'il permet de conclure l'activité de dénombrement : le dernier mot-nombre récité désigne la quantité totale d'éléments contenus dans la collection. Finalement, il y a le *principe d'abstraction (the abstraction principle)* qui permet de dénombrer des éléments qualitativement différents et le *principe de non pertinence de l'ordre (the order-irrelevance principle)* selon lequel l'amorce du dénombrement peut se faire à partir de n'importe quel élément de la collection sans incidence sur sa cardinalité, puisque l'ordre dans lequel les éléments de la collection sont énumérés n'affecte pas son résultat (en autant que le principe de correspondance terme à terme soit respecté).

1.3.2 Comparer des collections

L'activité de dénombrement a une double fonction en permettant de quantifier le réel (trouver le cardinal de la collection, par exemple) tout en contrôlant les variations de la quantité. Cette dernière fonction permettant de déterminer s'il y a ajout ou perte par rapport à la collection initiale ou encore de comparer deux collections en précisant si la quantité est égale, inférieure ou supérieure à une autre. La comparaison de collections peut toutefois s'effectuer autrement.

Trois grandes stratégies permettent la comparaison de collections. Une première stratégie repose sur le jugement perceptif. Ainsi, « les stratégies perceptives, y compris l'utilisation de la longueur ou de la densité lorsque les objets sont alignés, continuent à jouer un rôle déterminant pendant la petite enfance » (Fuson, 1991). La taille de la collection étant intimement liée à l'espace qu'elle occupe : la collection occupant le plus d'espace (par son organisation ou par la taille des éléments la constituant) sera identifiée par l'enfant comme étant la plus nombreuse. Une deuxième stratégie faisant appel à un contrôle sur la collection est la correspondance terme à terme. Il suffit alors à l'enfant d'établir une correspondance entre les éléments de la première collection et les éléments de la seconde collection. La plus grande collection correspond à celle dont tous les éléments ne sont pas appariés, alors que la plus petite collection correspond à celle dont tous les éléments sont appariés. Enfin, une troisième stratégie est la comparaison numérique. Cette stratégie s'appuie sur l'articulation des caractères ordinal et cardinal du nombre. Elle exige, de plus, la connaissance de la suite des nombres. La stratégie consiste à identifier le cardinal de chacune des collections par dénombrement et de comparer les cardinaux obtenus. L'ordre des cardinaux trouvés dans la suite numérique correspond à l'ordre de grandeur des collections; plus le cardinal est loin dans la suite des nombres, plus la collection à laquelle il correspond est grande.

1.3.3 Former une collection équipotente

Cette pratique numérique consiste à former une collection équipotente à une collection donnée. Pour former une telle collection, la stratégie de correspondance terme à terme (décrite plus haut) peut être utilisée. De ce point de vue, cette pratique est plus près de la comparaison de collections que de la formation d'une collection. Une autre stratégie qui s'appuie sur un contrôle numérique consiste à dénombrer la collection donnée et à constituer, par dénombrement, une collection de même cardinalité. Sil y a validation finale, elle s'appuie souvent sur un procédé de correspondance terme à terme. Souvent le contexte fait d'ailleurs implicitement appel à la correspondance terme; par exemple *avoir autant de x que de y ; chaque x doit avoir un y.*

1.3.4 <u>Résoudre des problèmes additifs</u>

La résolution d'un problème additif est une activité dynamique qui nécessite que le sujet se construise une *représentation de la situation* (représentation qui peut toutefois se modifier en cours de résolution) sur la base entre autres des connaissances qu'il a construites sur le nombre, sur la suite des nombres pour être en mesure d'établir les relations dans un problème additif en termes de *partie-partie-tout* et pour la mise en œuvre de procédures de résolution qui relèvent, comme nous l'avons décrit dans la partie précédente, de la signification qu'il attribue à la suite numérique. En fait, peu importe le type de problèmes additifs (problèmes qui se résolvent par une opération d'addition ou de soustraction), la représentation de la situation ainsi que sa résolution impliquent toujours la mise en relation des données numériques du problème avec une structure du type *partie-partie-tout* (Kintsch, 1988; Resnick, 1989; voir Fayol, 1991).

Comme le démontrent plusieurs recherches relatives à la résolution de problèmes additifs, « les opérations (mathématiques) requises ne suffisent pas à déterminer la difficulté (relative) des problèmes » (Bilsky & Judd, 1986; voir Fayol, 1991, p. 259). Par ailleurs, Vergnaud (1994) observe que le choix des stratégies utilisées pour résoudre différents problèmes d'addition ou de soustraction est grandement influencé par la structure même du problème, c'est-à-dire par les relations entre les données du problème.

Dans cette perspective, cet auteur propose une catégorisation *conceptuelle* des problèmes mathématiques qui s'appuie sur le *calcul relationnel* impliquant « les opérations de pensée nécessaires pour effectuer les mises en relations pertinentes et utiliser les procédures adéquates » (Brun, 1990, p. 5), plutôt que sur les opérations arithmétiques à effectuer. De cette manière, Vergnaud (1994) observe la manière dont le solutionneur structure le problème (mise en relation des données du problème) et se le représente (construction de la représentation du problème).

Par conséquent, Vergnaud (1994) classe les problèmes additifs en six grandes catégories. Nous retenons les trois catégories de problèmes qui peuvent être résolus par les élèves d'âge préscolaire.

> Première catégorie : les problèmes de composition de mesures où deux mesures se composent pour donner une mesure.
> Exemple d'énoncé : *Paul a 6 billes vertes et 8 billes rouges. Il a en tout 14 billes*.
> Égalité numérique correspondante : 6 + 8 = 14

Deuxième catégorie : les problèmes de transformation reliant deux états (état initial – transformation – état final) où une transformation opère sur un état initial pour donner un état final.
Exemple d'énoncé : *Paul avait 7 billes avant de jouer. Il a gagné 4 billes. Il en a maintenant 11*.
Égalité numérique correspondante : 7 + (+4) = 11; où (+4) est un nombre relatif.

Troisième catégorie : les problèmes de comparaison ou de relation entre deux mesures (mesure – relation – mesure) où une relation relie deux mesures.
Exemple d'énoncé : *Paul a 8 billes. Jacques en a 5 de moins. Il en a donc 3*.
Égalité numérique correspondante : 8 + (-5) = 3; où (-5) est un nombre relatif.

Les travaux sur les variations de performances des élèves selon la catégorie de problèmes réalisés par Riley, Greeno et Heller (1983; voir Fayol, 1990), ont mis en évidence les taux de réussite d'élèves, de maternelle à 3^{ième} année primaire, en fonction : du type de problèmes (*Changement*, *Combinaison*, *Comparaison* ou *Égalisation*), du type de transformations (positive ou négative) et de la nature de l'inconnue (intervenant sur l'état initial, la transformation ou l'état final). Il ressort de ces recherches « à la fois un impact des types de problèmes et un effet de la nature de l'inconnue sur la performance globale des sujets : soit que certaines situations soient résolues dans des proportions plus élevées que d'autres, soit qu'elles fassent l'objet de succès plus précoces » (Fayol, 1990, p. 156). Toutefois, les études réalisées par Vergnaud (1994) sur le calcul relationnel montrent que pour une même catégorie de problèmes, les relations entre les données du problème peuvent être plus ou moins complexes à établir selon la nature de l'inconnue.

S'appuyant sur la recherche de Vergnaud et Durand (1976), sur la résolution de problèmes arithmétiques chez des élèves du primaire, Conne (1985) a voulu préciser les opérations de pensée effectuées lors de la mise en relation des données pour la résolution de problèmes de transformation auprès d'élèves du primaire. Un des résultats importants de cette étude est l'identification d'un traitement particulier qui conduit l'élève à transformer le problème ou à modifier la représentation du problème en cours de résolution pour l'adapter à ses cadres de pensée. Il nous semble que dans le cas où l'enfant ne peut rencontrer les exigences nécessaires à la construction d'une représentation adéquate au problème, telle que proposée par Brun (1990), l'enfant peut alors effectuer un *glissement de sens* (la représentation construite par l'enfant n'est pas isomorphe à la structure du problème) pour contourner les difficultés qu'il rencontre sur le calcul relationnel et éviter l'impasse en cours de résolution.

Les procédés utilisés pour résoudre les problèmes additifs sont diversifiés et varient en fonction des connaissances des élèves sur la suite et les opérations, mais également en fonction des nombres à traiter.

Les différents procédés pour l'addition sont décrits dans ce qui suit[2].

a) *Dénombrement* : ce procédé implique la réunion des deux (ou plus) mesures de l'addition en recomptant le tout à partir de un, même si le cardinal de chaque mesure est connu. Cette procédure peut également être réalisée en simulant la situation décrite dans l'énoncé à l'aide de doigts. À ce moment, chaque mesure est représentée à l'aide de doigts, la réunion des mesures et le recomptage de l'ensemble des doigts (comme s'il n'y avait qu'une mesure) permet d'obtenir la somme.

b) *Comptage continué* : qui consiste à partir de 1 et à réciter la suite jusqu'au cardinal correspondant à une première mesure. Il s'agit ensuite d'avancer dans la suite d'autant de positions que le cardinal correspondant à la seconde mesure. Le contrôle de ce procédé implique de conserver une *trace du comptage* afin de s'arrêter lorsque le résultat est atteint. Ainsi, les doigts ne représentent plus les termes de l'addition, mais servent au contrôle du déroulement du comptage.

c) *Comptage (ou surcomptage)* : qui consiste à partir du cardinal d'une des mesures et à ajouter un à un les éléments de la seconde mesure (faire comme si la première mesure était déjà dénombrée). Comme pour le procédé précédent, une *trace du comptage* doit être conservée. Les principales difficultés remarquées dans l'utilisation de ce procédé sont: de réciter la suite des nombres à partir d'un point arbitraire dans la séquence (correspondant au cardinal d'une des mesures) et de commencer *avec le bon nombre* le comptage des éléments de la seconde mesure (Institut national de recherche pédagogique, 1988). Le passage entre le dénombrement et le comptage (ou comptage continué) est difficile puisqu'il est nécessaire de coordonner deux réseaux de la suite : la suite et le déplacement dans la suite.

d) *Récupération directe en mémoire* des faits numériques. Ce procédé étant le plus rapide.

---

[2] Dans la description des procédés pour l'addition et la soustraction, nous n'avons retenu que les procédés les plus élémentaires, ceux que les élèves d'âge préscolaire sont susceptibles d'utiliser.

Les différents procédés pour la soustraction sont décrits dans ce qui suit.

a) *Dénombrement :* qui consiste à former une collection correspondant à la plus grande des deux mesures et à enlever les éléments correspondant à la plus petite mesure. Ce qui reste représente la solution (la différence).

b) *Mise en correspondance* (*Matching*) : ce procédé ne peut être utilisé qu'en présence d'objets (réels ou dessinés). L'usage de ce procédé suppose que les éléments correspondant à la première mesure sont mis en correspondance avec les éléments correspondant à la seconde mesure; le dénombrement des éléments non pairés fournissant la réponse.

c) *Décomptage* : qui implique l'utilisation du comptage à rebours à partir d'un certain nombre où une quantité est soustraite d'une autre. Il s'agit alors de « *compter en arrière à partir* (*counting down from*) du plus grand des termes en décrémentant par pas de un jusqu'à avoir enlevé le plus petit des termes » (Fayol, 1990, p. 158); le dernier nombre nommé représentant la réponse. Dans le *décomptage*, « on retrouve les mêmes difficultés que pour le *surcomptage*, avec, de plus, celle qui est liée à la moins grande habileté des enfants à réciter la comptine *à l'envers* qu'à *l'endroit* » (Institut national de recherche pédagogique, 1988, p. 107). Une variante de ce procédé consiste à procéder par *comptage continué* : partir de 1 et réciter la suite jusqu'à la plus grande mesure pour ensuite reculer dans la suite d'autant de positions que le nombre correspondant à la seconde mesure.

d) *Récupération directe en mémoire* des faits numériques. Ce procédé étant le plus rapide.

Si ces procédés rappellent ceux identifiés par Fuson (1991) dans la section précédente, il nous semble que les relations qu'elle établit entre les connaissances sur la suite numérique et les opérations permettent de rendre compte avec plus de justesse comment les procédures de résolution d'addition et de soustraction sont liées à la signification que les enfants attribuent à la suite des nombres. Les étapes développementales définies par Fuson permettent, selon nous, de mieux comprendre ce que peut recouvrir la composante *connaissances logico-mathématiques,* dans la construction d'une représentation d'un problème arithmétique.

Puisque la représentation construite de la situation détermine le choix de la procédure de résolution, des différences dans les modes de résolution retenus et dans les performances sont observées chez les sujets: les plus jeunes choisissent davantage des procédures de résolution qui visent à simuler les actions présentées dans l'énoncé, tandis que les sujets les plus âgés utilisent davantage le comptage mental ou le rappel en mémoire des faits numériques (Fayol, 1990). L'Équipe Mathématique INRP note que « pour un même élève, les procédures élaborées en résolution de problèmes sont souvent fragiles, instables, elles sont très dépendantes de la situation présentée, peu transférables » (Institut national de recherche pédagogique, 1988, p. 28). Ainsi, l'activité reste très près du contexte dans lequel elle a été élaborée, puisque les capacités de transfert des connaissances sont réduites chez les sujets les plus jeunes. Le sujet doit donc en arriver non seulement à maîtriser une procédure, mais aussi à reconnaître son efficacité dans tel type de situations. Fuson (1988; 1991) a bien montré comment les premières procédures engagées par l'enfant pour résoudre des problèmes d'addition et de soustraction se détachent progressivement de l'action au fur et à mesure que les significations attribuées à la suite numérique se complexifient.

1.3.5 Les savoirs numériques à viser au préscolaire

Suite à la présentation des modèles de Fuson (1988; 1991), de Giroux (1991) et des travaux sur les pratiques numériques des jeunes élèves, nous pouvons mieux circonscrire les savoirs numériques adaptés aux élèves de 5-6 ans et pouvant faire l'objet d'une intention didactique au préscolaire. Selon le modèle de Fuson (1991), l'enfant, vers l'âge de 5 ans, est au stade de la liste sécable, stade au cours duquel la suite devient opératoire puisqu'elle permet, d'une part, le dénombrement d'objets et, d'autre part, d'associer au dernier nombre nommé de ce dénombrement, la cardinalité de la collection. La possibilité de passer d'une *signification comptage* à une *signification cardinale* donne accès aux premières stratégies pour résoudre des problèmes simples d'addition et de soustraction (par réunion ou retrait d'éléments). Vers 6 ans, l'élève passe au stade de la chaîne sécable, stade au cours duquel se raffinent les relations entre cardinalité et ordinalité. C'est aussi à ce stade que se construisent les stratégies de comptage utiles à la résolution de problèmes additifs.

Ainsi, vers l'âge de 5-6 ans, l'identification de la cardinalité d'une collection semble un élément majeur puisqu'elle fait appel à la relation entre les significations de type *comptage* et *cardinale* du nombre. La comparaison de collections, d'un point de vue numérique, semble aussi un enjeu important puisqu'elle favorise l'articulation entre les aspects «cardinal» et «ordinal» du nombre, telle que 7 est plus grand que 6 puisqu'il lui succède dans la suite. Pour comparer deux collections, en faisant appel à la suite numérique, il faut être en mesure d'identifier les positions relatives des nombres qui leur sont associés. La coordination des codes numéraux et digitaux des nombres facilite cette comparaison puisqu'elle assure un meilleur contrôle du repérage des nombres et de leurs positions relatives dans la suite. Enfin, toutes situations qui sollicitent la mise en œuvre de stratégies additives, soit de type *réunion/retrait* propre au 2^{e} stade de Fuson, soit de type *comptage* propre au 3^{e} stade de Fuson, paraissent propices et favorables aux connaissances numériques des élèves du préscolaire.

Rappelons enfin que les habiletés à établir des relations numériques sont liées à une meilleure structuration de la suite et, par conséquent, liées également à la fluidité du rappel de la suite des nombres et à la coordination des codes numéraux et digitaux. On peut donc en conclure que l'apprentissage de la suite numérique, des codes numéraux et digitaux des nombres, est également un enjeu majeur dans le développement des connaissances numériques.

2. Les fondements didactiques du Volet mathématique du programme *Fluppy*

Les études précédemment recensées permettent de saisir comment progresse chez un jeune enfant, l'acquisition de la suite numérique et des pratiques numériques, c'est-à-dire des situations dans lesquelles cette suite numérique est utile à la résolution. Dans la conception de situations didactiques qui visent l'enseignement et l'apprentissage des connaissances sur la suite numérique, il est nécessaire de se doter d'un cadre pour déterminer les conditions didactiques à mettre en place pour favoriser l'apprentissage visé. La Théorie des situations didactiques étant le cadre didactique retenu pour la conception des situations du volet mathématique du programme *Fluppy* (Giroux & Ste-Marie, 2004), elle est décrite dans la section suivante. Nous décrivons par la suite, les situations numériques développées dans ce volet.

2.1 La théorie des situations didactiques

La Théorie des situations, élaborée par Guy Brousseau (1998) au cours des dernières décennies, est devenue un cadre de référence incontournable en didactique des mathématiques. Une description des principaux concepts de cette théorie permet non seulement d'éclairer les fondements théoriques du volet mathématique *Fluppy* mais, également, de situer la posture théorique dans laquelle s'inscrit cette recherche.

2.1.1 <u>Milieu et situation adidactique</u>

Le milieu est un système autonome qui se modélise en fonction d'une connaissance, d'un savoir spécifique, d'une notion mathématique, et devient par le fait même un objet central de la théorie des situations. Comme le mentionne Salin (2001a) dans un article dédié à l'évolution du concept de milieu dans la théorie des situations, la notion de milieu est incontournable pour saisir le concept de situation didactique. Définir le milieu revient non seulement à prendre en compte tous les éléments qui interagissent autour de l'élève en situation didactique : la situation elle-même, les autres élèves, l'environnement, l'enseignant, etc.; mais aussi, comme l'a fait Salin (2001a), de revenir à l'étymologie du mot milieu, *entre-deux* pour comprendre que le milieu renvoie aux rapports entre ces divers éléments, en se distinguant ainsi de l'environnement.

Une situation d'enseignement est un milieu dans et sur lequel différents acteurs agissent et interagissent afin d'en modifier l'état initial. Les situations d'enseignement font généralement cohabiter milieux didactiques et adidactiques. Les premiers requièrent l'intervention didactique de l'enseignant par l'explication, la démonstration, la théorisation, etc. Les seconds se distinguent par la propriété qu'ils ont de laisser l'élève autonome de prendre des décisions et de les modifier en fonction des rétroactions données par le milieu. La situation adidactique est donc intégrée à la situation didactique. En situation adidactique, l'élève doit faire des choix pour adapter sa conduite mathématique aux contraintes du milieu et ainsi élaborer une stratégie de résolution qui fait appel à la connaissance visée. La théorie des situations met l'accent sur ce deuxième type de situations et considère comme primordial le recours à la situation adidactique et donc, au milieu adidactique dans les rapports enseignement/apprentissage.

Les milieux adidactiques représentent donc une version organisée de la réalité à laquelle l'élève pourrait être éventuellement confronté, en situation non didactique, c'est à dire à l'extérieur du cadre scolaire, comme le souligne Brousseau (1998, p. 93) : « Au fur et à mesure des progrès des élèves, cette représentation culturelle et didactique du milieu sera supposée se rapprocher de la *réalité* et les relations du sujet avec ce milieu s'appauvrir en intentions didactiques ».

La connaissance visée est celle qui permet d'atteindre la stratégie optimale, un état gagnant du milieu, celle-là et pas une autre. Une connaissance sera pertinente dans une situation donnée si elle permet à l'élève de mettre en œuvre une ou plusieurs stratégies permettant de progresser dans la situation, d'atteindre un état du milieu différent de son état initial. Le savoir est un moyen de répondre aux exigences d'un milieu afin d'atteindre un état favorable, gagnant dans une situation dénuée d'intentionnalité didactique explicite. Ainsi, la considération et l'organisation du milieu sont une nécessité interne à la situation adidactique (Brousseau, 1998). Une situation adidactique se présente donc comme un problème pour l'élève, que ce dernier cherche à résoudre avec toutes ses connaissances. Cette situation a été organisée par l'enseignant et répond donc à une intention didactique - l'enseignant vise un apprentissage. Mais pour l'élève, la situation est adidactique car l'enseignant n'intervient pas en tant que détenteur du savoir pour lui proposer une aide lors de la recherche d'une solution. Le processus d'enseignement par lequel l'enseignant fait accepter, à l'élève, sa responsabilité au regard de ce qu'il produit en situation est la dévolution. Au terme d'une situation didactique, l'enseignant a cependant la responsabilité d'assurer le processus d'institutionnalisation par lequel il vient fixer le statut culturel du savoir mis en œuvre en situation adidactique.

2.1.2 Typologie des situations

Dans une situation adidactique, on prévoit différents fonctionnements des connaissances. Trois dialectiques de situations sont associées à ces fonctionnements. La *situation d'action* engage l'élève dans une démarche de solution qui appelle des connaissances qui se manifestent de manière instrumentale. L'élève agit de différentes manières sur la situation à l'aide de ses connaissances. Les stratégies à la source de ces actions engagent des connaissances mathématiques que la situation se propose de faire évoluer par un jeu sur les valeurs des variables didactiques. Ces valeurs ont donc un impact important sur les solutions développées (et donc les connaissances) par les élèves. On les appelle variables didactiques dans la mesure où le jeu sur les valeurs de ces variables est utilisé pour favoriser un changement de stratégies chez les élèves. Une variable didactique est donc un élément de la situation qui peut être modifié par le maître et qui affecte la hiérarchie des stratégies.

La deuxième dialectique est la *situation de formulation* qui sollicite de la part de l'élève l'explicitation des connaissances engagées dans la dialectique de l'action, dans un langage qui doit être compris par les autres. Enfin, la troisième dialectique est la *situation de validation* qui requiert des élèves la justification de leurs explicitations. Cette dialectique fait donc appel à une validation qui repose sur des arguments mathématiques.

3. Description des activités mathématiques du programme *Fluppy*

Le volet mathématique du programme *Fluppy* (Giroux & Ste-Marie, 2004) propose deux grands thèmes : le nombre ainsi que la géométrie et la mesure (structuration de l'espace). Autour de chacun de ces thèmes sont développées différentes séquences didactiques travaillées sur une longue période au moyen de différents scénarios et une série de capsules d'activités visant le réinvestissement et la consolidation des connaissances mathématiques développées dans les séquences. Chaque séquence met en place un problème à résoudre par les élèves sous forme de jeu. Le même jeu est répété en modifiant, à chacun des différents scénarios, certaines valeurs des variables didactiques de la situation de manière à favoriser l'émergence de nouvelles stratégies de résolution et implicitement l'élaboration de nouvelles connaissances mathématiques (Brousseau, 1998). Les séquences s'inspirent donc largement de la Théorie des situations didactiques, mais elles ne sont pas totalement encadrées par elle. Chaque séquence comporte des moments qui relèvent d'une situation d'action, dans le cadre d'une situation adidactique, de formulation et de validation. Cependant, le processus d'institutionnalisation n'est pas réglé et prévu de manière aussi précise que le processus de dévolution. Dans le respect du programme du préscolaire, s'il y a des phases d'institutionnalisation permettant d'identifier les stratégies efficaces à la fin de chacun des scénarios d'une séquence, on ne peut dire qu'il y a réellement processus d'institutionnalisation. Ce processus s'accompagnerait, par exemple, de périodes d'exercices pour consolider les savoirs, ce qui est peu approprié aux orientations du préscolaire.

Notre recherche étant centrée sur l'évaluation des situations numériques, nous présentons dans ce qui suit, les trois séquences ainsi que les capsules d'activités numériques.

3.1 Séquences didactiques sur le nombre

Pour la partie sur le nombre, trois grandes séquences didactiques sont prévues : les *Commandes de gommettes*, le *Petit Poucet* et la *Chasse aux trésors*.

3.1.1 La séquence des *Commandes de gommettes*

La première séquence didactique s'inspire d'une situation didactique construite par des chercheurs rattachés à l'IREM de Bordeaux (Gairin-Calvo, 1988). Elle porte sur la constitution d'une collection équipotente. Cette séquence vise à ce que les élèves aient besoin de désigner, d'exprimer une quantité (nombre d'éléments d'une collection) pour résoudre un problème. Le nombre comme mémoire de quantité et l'écriture du nombre comme outil de communication recouvrent le savoir visé. Ce savoir est nécessaire pour mettre en place une stratégie efficace de dénombrement.

Le jeu fonctionne sur un modèle de communication (Brousseau, 1988) où un émetteur (ou groupe émetteur lorsque les élèves sont en équipe de deux) doit produire un message mathématique intelligible et pertinent et le faire parvenir au récepteur (l'enseignant), afin d'obtenir juste ce qu'il faut de gommettes pour compléter un dessin. Les variables didactiques de la situation sont : le nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin, le type de situation de commande (auto-communication, communication muette ou communication écrite) et le destinataire du message (sans destinataire pour l'auto-communication ou l'enseignant pour les autres formes de communications). Notons qu'un seul déplacement est permis pour obtenir les gommettes, ce qui suppose de prendre en compte la quantité requise pour aller chercher ou commander juste ce qu'il faut de gommettes pour compléter le dessin.

Dans cette séquence, cinq scénarios sont élaborés de manière à rendre de plus en plus nécessaire, pour la réussite de la tâche, le savoir numérique visé en modifiant certaines valeurs des variables didactiques. Par exemple, pour le premier scénario l'élève doit aller chercher lui-même les gommettes (situation d'auto-communication) et le nombre de gommettes requis est peu élevé (cinq), pour rendre possibles d'autres stratégies de résolution que le dénombrement, telles la reconnaissance globale de la quantité (ce qui est possible jusqu'à 7 éléments, selon Baroody (1991)) ou la correspondance terme à terme en utilisant les doigts d'une main. Les scénarios suivants sont construits de manière à contraindre les élèves à mettre en œuvre des stratégies numériques. Deux contraintes sont alors imposées : le nombre de gommettes est augmenté et la situation commande la production d'un message muet (l'émetteur doit utiliser un moyen autre que la parole pour communiquer la quantité désirée de gommettes au récepteur) ou d'un message écrit (utilisation d'un bon de commande).

Une particularité intéressante des situations didactiques réside dans la rétroaction par la situation elle-même (Brousseau, 1998). La séquence des *Commandes de gommettes* permet ce type de rétroaction. En effet, une fois que l'élève est allé chercher ou a reçu les gommettes, il doit les coller sur son dessin. Il est alors à même de constater s'il a réussi (il a juste ce qu'il faut de gommettes) ou échoué la tâche (il a trop ou pas assez de gommettes pour compléter le dessin). À la fin du jeu, un retour collectif, animé par l'enseignant, permet de dégager les différentes procédures mises en œuvre par les élèves pour constituer leur collection et de juger de leur efficacité (la tâche est réussie ou non). Lorsque la situation prévoit la production d'un message écrit, le retour est aussi l'occasion d'inviter les élèves à porter des jugements argumentés sur les messages produits, selon des critères comme la pertinence, la clarté, l'économie et la justesse.

3.1.2 La séquence du *Petit Poucet*

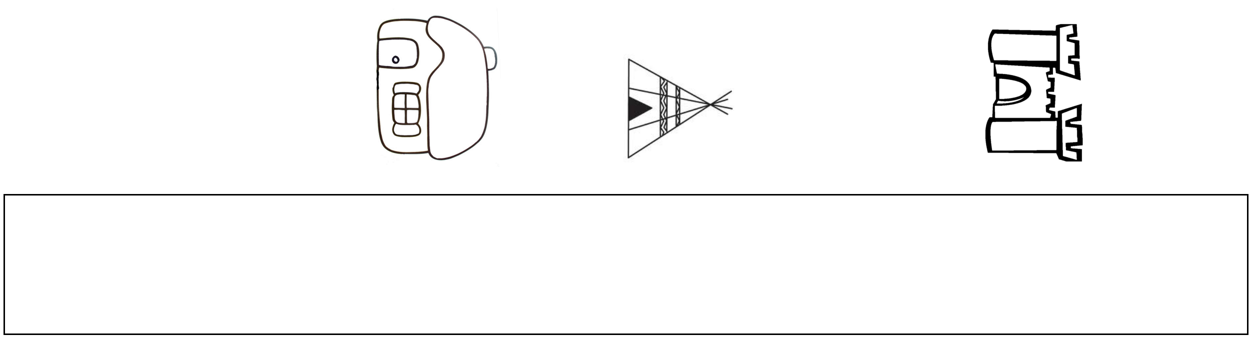
La deuxième séquence didactique, le *Petit Poucet*, porte sur la comparaison de collections. Cette séquence vise à ce que les élèves rencontrent la nécessité de comparer et d'ordonner trois collections pour résoudre le problème; ils doivent donc établir une relation d'ordre entre trois quantités. Cette relation d'ordre est le savoir mathématique visé, celui qui engage la stratégie optimale, soit la comparaison numérique.

La situation évoque l'histoire du Petit Poucet qui, à chaque pas, laisse tomber un caillou afin de retrouver son chemin. Le Petit Poucet rencontre sur le chemin trois habitations différentes : une cabane, une tente et un château (l'ordre des habitations change selon le scénario). Plus l'habitation est éloignée sur le chemin, plus le nombre de pas à faire est élevé et donc, plus la taille de la collection de cailloux nécessaires pour marquer le trajet doit être grande. Dans ce jeu, le chemin est représenté par une marelle, bande de papier blanc, au verso de laquelle apparaissent des cases pour délimiter les pas du Petit Poucet lors de la validation (un pas par case). Selon le scénario, trois collections de jetons ou encore de bâtonnets évoquent les cailloux, utilisés par le Petit Poucet, pour marquer le chemin

permettant d'atteindre chacune des habitations (une collection par habitation). Chacune des habitations (cabane, tente, château) est dessinée sur un carton de la taille d'une case de la marelle.
La séquence du *Petit Poucet* prévoit quatre scénarios. Au premier scénario, le but du jeu pour les élèves est d'associer chacune des collections à chacune des habitations en tenant compte de l'ordre des habitations et de la grandeur des collections. Pour les autres scénarios, les élèves doivent identifier, parmi trois collections, celle qui permet de se rendre au rang de l'habitation identifiée dans la consigne (premier, deuxième ou troisième rang). Pour réussir le jeu, les élèves doivent donc comparer et ordonner les collections de la plus petite à la plus grande de manière à pouvoir associer correctement les différentes collections aux différentes habitations.

Voici un exemple du jeu (Figure 1). Les trois habitations (cabane, tente, château) sont placées respectivement auprès des 4^{e}, 6^{e} et 9^{e} cases de la marelle (la marelle ne laisse apparaître aucune case).

Figure 1
Illustration de la situation du Petit Poucet (marelle sans cases apparentes)

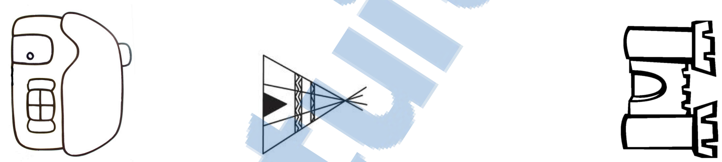


Les élèves sont placés en équipe de trois. Chaque équipe reçoit des collections de jetons de même taille mais de couleur différente (par exemple, 4 jetons rouges, 6 jetons verts et 9 jetons bleus). L'enseignant donne ensuite la consigne aux élèves. Ainsi, il peut leur demander d'identifier la collection de cailloux qui permet au Petit Poucet de se rendre au château (l'habitation la plus éloignée dans notre exemple). Suite à la consigne, les membres de l'équipe doivent se mettre d'accord sur la collection à choisir, puis présenter leur choix à l'ensemble de la classe en le justifiant.

Pour identifier les équipes gagnantes (celles qui ont choisi la bonne collection), un élève de chaque équipe simule l'action du Petit Poucet et se déplace sur la marelle en laissant tomber un jeton à

chaque pas, jusqu'à épuisement de la collection retenue. La validation se fait donc par un procédé de correspondance terme à terme : un jeton pour chaque pas sur la marelle.
Selon le scénario, la validation s'effectue sur la marelle avec ou sans cases apparentes. Lorsque les cases sont visibles, la correspondance terme à terme est facilitée (un pas et donc un jeton par case). La Figure 2 illustre la situation de validation.

Figure 2
Illustration de la validation des collections sur la marelle avec cases apparentes



O O O	O O O	O O O	O O O	O O	O O	O	O	O	

Lorsque les cases sur la marelle ne sont pas visibles, plusieurs ajustements sont nécessaires pour que les éléments de chacune des collections soient en correspondance (un jeton vert pour un bleu et un rouge) et pour que chaque collection conduise à une seule habitation. Tout comme pour la séquence des *Commandes de gommettes*, la séquence du *Petit Poucet* permet une rétroaction par la situation : la collection retenue permet effectivement d'atteindre l'habitation identifiée dans la consigne (réussite) ou une des deux autres habitations (échec). À la fin du jeu, l'enseignant anime un retour collectif sur la situation de manière à ressortir les différents procédés utilisés pour choisir la collection, tout en les reliant aux résultats obtenus (réussite ou échec).

La situation du *Petit Poucet* est intéressante puisqu'elle propose à la fois un contexte ordinal (ordre des habitations) et un contexte cardinal (cardinalité des collections). Ainsi, la réussite suppose que l'élève établisse une relation d'ordre entre les quantités : plus le trajet est long pour atteindre l'habitation, plus le nombre de pas à faire est élevé et donc plus la taille de la collection doit être grande. De plus, trois collections sont présentées (plutôt que deux comme c'est souvent le cas dans les situations de comparaison) pour renforcer le besoin de situer les quantités les unes par rapport aux autres, en somme, de les ordonner.

Les variables didactiques du jeu sont : les nombres associés à chacun des trois trajets, le rang de l'habitation à atteindre (premier, deuxième ou troisième), le matériel utilisé pour les collections (éléments de même taille ou de tailles différentes) et la manière de valider le trajet sur la marelle (avec ou sans cases apparentes). Les contraintes du jeu (les variables didactiques) sont modifiées d'une part, pour rendre très coûteux le recours à des procédés qui ne font pas appel au nombre et, d'autre part, pour rendre nécessaire la comparaison numérique pour ordonner les collections afin de résoudre le problème. Par exemple, lorsque les différentes habitations sont éloignées les unes des autres (l'écart entre les nombres est grand), des stratégies non numériques de comparaison de collections, comme le jugement perceptif ou la correspondance terme à terme, peuvent être suffisantes. Toutefois, lorsque les habitations sont rapprochées (l'écart entre les nombres est réduit) une stratégie de comparaison numérique pour comparer les collections est davantage efficace et économique.

3.1.3 La séquence de la *Chasse aux trésors*

La troisième et dernière séquence didactique sur le nombre, la *Chasse aux trésors*, porte sur la composition additive. Cette séquence vise à ce que les élèves anticipent et contrôlent une suite de déplacements sur une piste graduée par un travail de composition de nombres.

La séquence introduit un jeu qui évoque une chasse aux trésors. Ainsi, des élèves *éclaireurs* doivent concevoir des indices pour permettre à des élèves *pirates* de découvrir un trésor caché sous une case d'une marelle (piste graduée). La chasse aux trésors est réalisée sur une marelle avec des cases numérotées de 1 à 20 (avec ajout d'une case départ). Les indices sont donnés au pirate sous forme de jetons (un jeton pour chaque pas à faire sur la marelle) et doivent permettre d'atteindre des cartes cachées sous la marelle. Le premier indice permet au pirate d'atteindre une carte où est inscrit le message *Bravo* et le deuxième indice permet de découvrir le trésor (une carte où apparaît le dessin d'un trésor). Des accessoires de déguisement pour le pirate peuvent aussi être utilisés pour une animation plus vivante.

Dans cette séquence, trois scénarios sont prévus. Au premier scénario, les élèves sont jumelés par deux : un élève joue le rôle du pirate et l'autre élève est un éclaireur. Les pirates se retirent pendant que les éclaireurs préparent la chasse aux trésors. Les éclaireurs décident d'abord de l'emplacement du trésor sur la marelle, cet emplacement est le même pour toutes les équipes. Ensuite, chaque éclaireur doit préparer les deux indices, soit deux collections de jetons (un jeton pour chaque pas à faire sur la marelle) à remettre au pirate. Le premier indice doit fournir au pirate le nombre de jetons nécessaires pour atteindre la case où se trouve le message *Bravo*, alors que le second indice correspond au nombre de jetons permettant au pirate de poursuivre son chemin jusqu'à la case du trésor (la somme des jetons correspond donc à la position du trésor).

Une fois que tous les éclaireurs ont terminé de préparer leur chasse aux trésors, chaque équipe éclaireur-pirate la réalise à tour de rôle. L'éclaireur glisse les deux cartes sous les cases appropriées à ses indices, puis le pirate est invité à rejoindre le groupe pour commencer la chasse. L'éclaireur remet alors au pirate les jetons du premier indice et lorsque la carte *Bravo* est trouvée, il lui remet les jetons qui correspondent au second indice pour lui permettre de découvrir le trésor. Si l'une des deux cartes n'est pas trouvée, l'éclaireur doit préciser l'erreur dans l'indice donné ou dans le déplacement effectué par le pirate. La rétroaction vient donc de la situation lors de la validation sur la marelle : les indices de l'éclaireur et les déplacements du pirate permettent effectivement d'atteindre les cases où se trouvent les cartes (réussite) ou encore d'autres cases (échec). Lorsque toutes les équipes ont terminé, l'enseignant fait un retour en grand groupe sur l'activité. Il inscrit alors dans un tableau les indices de chacune des équipes et la case d'arrivée auxquels ils conduisent; il ressort ainsi différentes compositions de nombres (voir un exemple au Tableau I). Les élèves sont invités à formuler leurs observations sur les indices fournis par l'éclaireur et la découverte ou non du trésor par le pirate. Ce retour collectif permet donc de lier les indices fournis au résultat obtenu (réussite ou échec).

Tableau I
Exemple d'un tableau récapitulatif utilisé lors du retour sur l'activité de la Chasse aux trésors[3]

Équipes	*1er indice*	*2eme indice*	*Case d'arrivée*
N° 1	4	4	8
N° 2	6	2	8
N° 3	3	5	8
N° 4	5	4	9
N° 5	5	3	8
N° 6	2	8	10

Pour le deuxième scénario, deux modifications sont apportées au jeu. D'abord les élèves sont maintenant en équipe de trois : un pirate et deux éclaireurs qui doivent préparer chacun un indice (nécessité de coordonner leurs indices). Ensuite, les éclaireurs doivent préparer leurs indices à partir de la reproduction d'une petite marelle numérotée sur support papier (carte au trésor). Cet outil est utile à l'enseignant pour avoir une trace du travail des élèves.

[3] Dans cet exemple, le trésor est caché sous la case 8 de la marelle. Les équipes nos 1, 2, 3 et 5 ont réussi le jeu, tandis que les équipes nos 4 et 6 ont échoué.

Pour le troisième scénario, trois modifications sont apportées au jeu. D'abord, les éclaireurs doivent utiliser deux sortes de jetons pour formuler leurs indices : des jetons d'une couleur pour avancer et des jetons d'une autre couleur pour reculer. Ensuite, les éclaireurs doivent préparer leurs indices à partir d'une petite marelle sur support papier mais non numérotée. Finalement, le pirate doit anticiper la case d'arrivée avant d'effectuer le déplacement.

Les variables didactiques de la situation sont : les déplacements autorisés (avancer seulement ou avancer et reculer), la préparation des indices (travail individuel ou collaboratif) et le support autorisé pour la préparation des indices (sans support d'une petite marelle ou avec support d'une petite marelle numérotée ou non numérotée). Une autre variable importante du jeu est l'emplacement du trésor puisque la position du trésor a un effet sur les procédés conduisant à la composition des indices. Toutefois, cet emplacement est décidé par les élèves et n'est pas contrôlé par l'enseignant. Au travers les divers scénarios proposés et par un jeu sur les variables didactiques, l'occasion est donnée aux élèves de bonifier les procédés menant à la composition des indices et à l'anticipation des déplacements. Par exemple, lors des premiers jeux, certains éclaireurs pourraient former une collection de jetons correspondant à la position de la première carte et une collection de jetons correspondant à la position de la seconde carte (ex. : le trésor est à 8, le second indice comporte 8 jetons, donc sans composition). La validation sur la marelle, par le pirate, permet de relever l'erreur puisque la case du trésor est nécessairement dépassée. Aussi, lorsqu'une petite marelle sur support papier est utilisée pour préparer les indices, plusieurs éclaireurs tentent de mettre en place un procédé de correspondance terme à terme en posant les jetons sur les cases. Toutefois, comme la taille des jetons est supérieure à la taille des cases, ils pourraient abandonner rapidement ce procédé au profit d'un procédé numérique (par exemple, dénombrer les cases puis les jetons).

3.2 Brève description des capsules numériques

Les capsules d'activités proposées dans le volet mathématique du programme *Fluppy* (Giroux & Ste-Marie, 2004) visent le réinvestissement et la consolidation des connaissances numériques mises en œuvre lors des séquences et ce, dans une perspective de maillage didactique. Introduite par Giroux et Ste-Marie (2007), la notion de maillage réfère à une articulation entre les situations fondées sur le contenu notionnel sans que cette articulation soit révélée aux élèves. Cette notion met en évidence la nécessité de varier les accès au savoir, tel que précisé dans la citation qui suit.

> « Le maillage entre les situations veut exprimer l'articulation entre les différentes activités pour révéler des formes différentes d'utilité de la connaissance tout en évitant le travail répétitif sur un même objet, celui qui en limite ainsi l'accès » (Giroux & Ste-Marie, 2007, p. 30).

Les capsules numériques sont introduites à différents moments de l'année scolaire sous forme d'ateliers. Précisons que le fonctionnement en ateliers est d'usage courant dans les classes du préscolaire. Les différentes capsules d'activités sont présentées succinctement. Pour une description plus détaillée, le lecteur peut se référer à l'annexe 1.

3.2.1 Jeux de cartes[4]

La première capsule d'activités propose quatre jeux avec des cartes à jouer du commerce : *Cartes en file*, *Jeu de mémoire*, *Carte cachée* et le *Jeu de bataille*. Ces jeux sont liés à des savoirs investis dans les séquences des *Commandes de gommettes* et du *Petit Poucet* : ordonnancement selon les collections ou les codes digitaux des dix premiers nombres, comparaison numérique.

Pour le jeu *Cartes en file*, les élèves sont en équipe de deux. Le but du jeu est de reconstituer la suite écrite des premiers nombres (de 1 à 10). Le savoir visé est donc l'apprentissage des codes digitaux des 10 premiers nombres de la suite. Les cartes de l'As jusqu'à dix sont déposées, face cachée dans un ordre aléatoire, sur une bande plastifiée comportant dix cases. Les joueurs jouent à tour de rôle. Le premier joueur retourne une carte et doit la placer face visible au bon endroit sur la bande. La carte retirée du jeu est remise à l'autre joueur qui doit la placer, à son tour, au bon endroit dans la file.

Dans le *Jeu de mémoire*, les élèves sont en équipe de deux à quatre joueurs et doivent trouver des paires de cartes de même valeur numérique. Le savoir visé est l'association entre quantité et codes digitaux pour les 10 premiers nombres. Les cartes de l'As jusqu'à dix sont étalées sur la table en formant un rectangle plein. Un premier joueur tire deux cartes et les compare. Si les deux cartes forment une paire, le joueur les conserve et joue à nouveau, sinon il les replace face cachée et c'est le tour au joueur suivant.

La *Carte cachée* est un jeu où il faut retrouver et décrire une carte manquante dans une collection organisée de 10 cartes ou plus (on peut utiliser une série, deux séries ou le jeu au complet). Les élèves sont en équipe de deux à quatre joueurs. Chaque équipe reçoit, par exemple, un jeu de cartes (sans les figures) dans lequel une carte a été retirée au hasard. Les joueurs doivent trouver quelle carte est manquante. Deux stratégies sont possibles : ordonner les cartes d'une même série selon leur valeur numérique ou regrouper les 4 cartes de même valeur numérique et identifier le groupement dans lequel il n'y a que 3 cartes. Les savoirs investis sont donc la suite des 10 premiers nombres et la comparaison numérique (par le biais des collections dessinées ou des nombres inscrits sur les cartes).

---

[4] Les jeux *Cartes en file*, *Carte cachée* et *Jeu de bataille* s'inspirent du document *Activités mathématiques pour le cycle initial* (Marechetti & Miles, s.d.).

Dans le *Jeu de bataille* les élèves doivent déterminer entre deux cartes celle qui a la plus grande valeur. Au départ, les élèves, en dyade, se partagent également les cartes du jeu et doivent retourner une carte de leur paquet. Celui qui retourne la carte avec la plus grande valeur remporte les deux cartes. Si les deux cartes sont de même valeur, chacun retourne de nouveau une carte et celui qui a la plus grande valeur remporte les quatre cartes. Les savoirs visés sont la comparaison, par le biais des collections dessinées ou des nombres inscrits sur les cartes.

3.2.2 Mains de papier – dés et dominos

La capsule d'activité *Mains de papier, dés et dominos* est particulièrement liée à la séquence de la *Chasse au trésor.* Elle propose une situation sur la composition de nombres. Le but du jeu pour les élèves est de trouver différentes manières de représenter un nombre à partir de mains de papier ou, pour la variante, de dés ou de dominos. Les élèves sont en équipe de quatre. Chaque élève trace d'abord le contour de ses mains sur une feuille à deux reprises et découpe les tracés. L'enseignant attribue ensuite à chaque équipe un nombre entre 5 et 10. L'équipe doit trouver différentes manières de représenter son nombre à partir des mains de papier. Chaque composition est ensuite collée sur un carton de couleur différente selon le nombre représenté, ce qui permet de constituer un référentiel pour différentes combinaisons de nombres.

3.2.3 Devinettes autour de l'âge

La capsule d'activité *Devinettes autour de l'âge* vise à la fois la coordination des codes numéraux et digitaux des nombres et le développement de la suite numérique. Introduite très tôt, elle s'étale sur plusieurs semaines et fournit aux élèves un support écrit pouvant stimuler les stratégies numériques dans la production de messages écrits dans la séquence des *Commande de gommettes*. Elle permet également de travailler sur la comparaison numérique. Dans ce jeu, les élèves doivent repérer, dans la suite numérique, l'âge de personnes de générations différentes. D'abord, l'élève fait une petite enquête dans son milieu familial et identifie, avec l'aide de ses parents, l'âge de quelques membres de sa famille (parents, frère, sœur, grands-parents) sur une feuille prévue à cet effet. Ensuite, un élève, par jour, présente sa famille à la classe. L'âge de chaque membre de sa famille est repéré par le biais de la récitation de la comptine, qui s'appuie sur une frise numérique couvrant les cent premiers nombres. Un pictogramme représentant chaque membre de la famille est juxtaposé au nombre correspondant à son âge. La récitation de la suite démarre soit à 1, soit à un nombre différent (correspondant à l'âge d'une personne), ce qui favorise le rappel de la suite à partir d'un nombre arbitraire. La récitation répétée de jour en jour met en évidence les régularités de la suite à l'oral et à l'écrit, la correspondance entre codes numéraux et digitaux. Aussi, elle favorise la comparaison des âges sur la base de l'ordre dans la suite numérique.

3.2.4 Chaise musicale – tambourin[5]

La capsule d'activité *Chaise musicale – tambourin* reprend, en partie, le fonctionnement du jeu traditionnel de chaise musicale. Pour le jeu *Chaise musicale – tambourin*, les joueurs ne doivent pas s'asseoir lorsque la musique s'arrête mais plutôt à la fin d'une séquence de coups joués sur un tambourin, dont le nombre est annoncé au début du tour. Cette modification au jeu d'origine vise à rendre nécessaire le dénombrement des coups joués, mais aussi l'anticipation du nombre de coups pour être près d'une chaise à l'arrêt des coups de tambourin et ne pas être ainsi retiré du jeu.

3.2.5 Calendrier

La capsule d'activité *Calendrier* réinvestit ce matériel déjà présent dans les classes du préscolaire. Cette capsule propose donc des suggestions d'animation autour du calendrier en précisant, notamment, son utilité comme outil pour retrouver le nom ou l'écriture d'un nombre associé au jour ou pour quantifier le nombre de jours qui nous séparent d'un évènement particulier en se déplaçant sur la suite numérique inscrite au calendrier.

3.2.6 Jeux de société

La capsule d'activité *Jeux de société* se fonde sur l'intérêt didactique des jeux qui nécessitent un déplacement sur une suite numérique avec des dés. Les déplacements contrôlés sur la suite s'articulent principalement au savoir visé par la *Chasse au trésor.* Le but poursuivi par cette capsule est que le joueur se déplace de manière contrôlée (départ et arrivée) sur la planche de jeu numérotée, suivant la valeur obtenue avec un ou deux dés (après reconnaissance de la configuration ou dénombrement des points sur le dé).

3.2.7 Dalmatiens[6]

La capsule d'activité *Dalmatiens* propose diverses situations de partage aux élèves sous le thème de dalmatiens à décorer, selon certaines contraintes, avec des taches (des jetons sont utilisés pour représenter les taches). Cette activité est liée à la composition additive des nombres et se rapproche ainsi de la séquence de la *Chasse au trésor*. Les variables didactiques du jeu portent sur le nombre de dalmatiens, le nombre total de taches à distribuer et les nombres de taches qu'un dalmatien peut avoir.

[5] Activité inspirée de *Résolution de problèmes numériques en classe de maternelle : Élaboration et analyse de situations didactiques* (Boucher, 1996).
[6] Activité inspirée du chapitre « Des nombres pour partager » in *Apprentissages numériques au CP* (Ermel, 1990).

4. Description des mesures d'évaluation du Volet mathématique du programme *Fluppy*

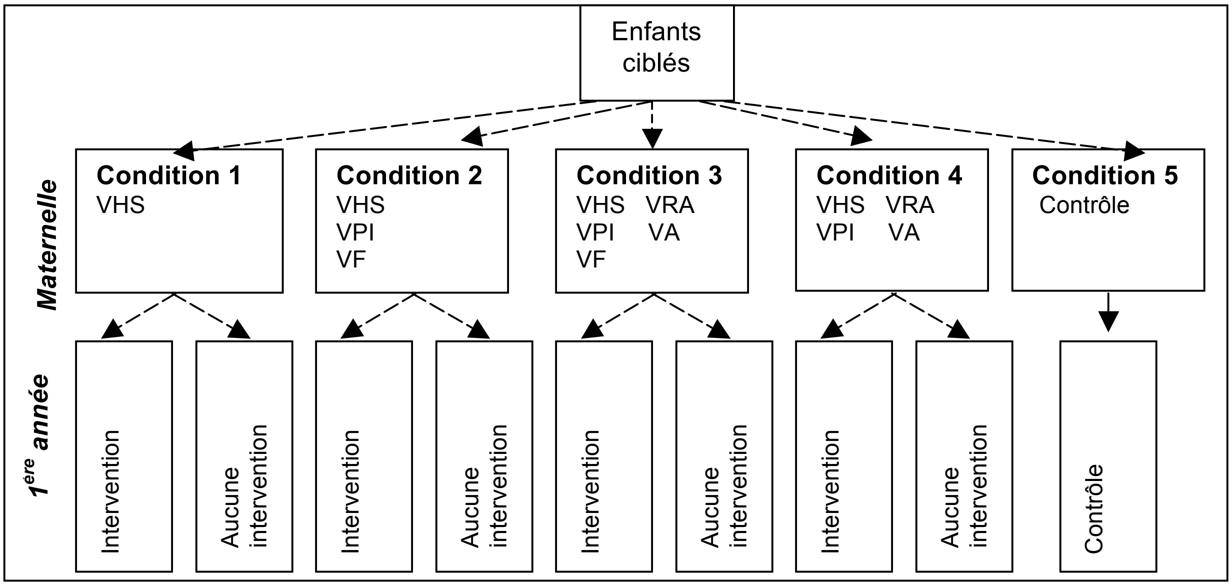
Un projet de recherche d'envergure (Poulin et al., 2010), amorcé en 2002, vise à évaluer la mise en œuvre et l'efficacité du programme *Fluppy* bonifié (incluant donc le volet académique) chez les élèves du préscolaire. Plusieurs mesures d'évaluation ont été mises en place et concernent autant l'enfant lui-même que sa famille, son groupe de pairs et son milieu scolaire. Ainsi, on retrouve deux questionnaires à compléter par les parents et par l'enseignant, le premier sur le comportement social de l'enfant et le second sur ses habiletés sociales; un test sur les prérequis scolaires (*test Loliipop*); des tâches sur la résolution de problèmes (situations d'agressivité); une évaluation de la performance en français et une évaluation de la performance en mathématiques; un questionnaire sur les pratiques éducatives des parents ainsi que de l'observation en laboratoire des pratiques parentales dans une situation de jeu (observation mère-enfant et observation père-enfant); un instrument pour l'évaluation par les pairs (agressivité, prosocialité et rejet) et une activité de bricolage semi-structurée permettant une mesure directe de la compétence sociale.

La Figure 3 présente le devis d'évaluation du programme *Fluppy* mené en 2002-2005 et dont les résultats ont été publiés en 2010 (Poulin et al. 2010). Ce devis comprend quatre conditions expérimentales et une condition contrôle auxquelles les enfants ciblés ont été répartis de façon aléatoire (la répartition aléatoire est représenté par des lignes pointillées dans la Figure 3)[7]. La première condition correspond à l'exposition des élèves seulement au *volet apprentissage des habiletés sociales* (VHS) du programme. Les enfants qui sont exposés à la deuxième condition prennent part au *volet apprentissage des habiletés sociales* (VHS) ainsi qu'à deux autres volets: le *volet plan d'intervention en classe* (VPI; intervention impliquant la participation de l'enseignant) et le *volet familial* (VF; intervention à domicile auprès des parents). La troisième condition comporte deux composantes additionnelles, soit un *volet académique* (VA) et un *volet sur les relations d'amitié* (VRA). Les enfants qui participent à la quatrième condition sont exposés au VHS, au VPI, au VA et au VRA, mais ne reçoivent pas le *volet familial*. Un groupe de comparaison est également formé et est représenté à la condition 5. Ces enfants, qui ne sont exposés à aucune des composantes du programme, sont tout de même soumis aux mesures d'évaluation.

[7] Au total, pour les trois années de la recherche, se sont 320 enfants présentant un niveau élevé de problèmes de comportement et provenant de plus de 250 classes de maternelle de la Commission scolaire de Laval qui ont été recrutés.

Figure 3

Devis d'évaluation du programme Fluppy (Poulin et al., 2010)



En 2010, une nouvelle étude sur les impacts de *Fluppy* a été menée. Cette étude a été réalisée avec un devis quasi-expérimental. Ainsi, en 2010, les enfants de maternelle de 15 classes de la CSDM ont été soumis aux mesures d'évaluation (pré-test et post-test) de chacune des composantes mais aucune intervention n'a été réalisée. En 2011, les enfants de maternelle de 15 classes (dont la plupart étaient sous la responsabilité des mêmes enseignants que les groupes évalués en 2010) ont été exposés à toutes les composantes du programme : *volet apprentissage des habiletés sociales* (VHS), volet académique (mathématiques et écriture) (VA), et pour les élèves en difficultés en comportement, du soutien a été donné à l'enseignant pour un plan d'intervention (VPI) ainsi que pour certains d'entre eux, un soutien familial (VF).

Ne disposant pas de résultats sur l'évaluation menée en 2010-2011, nous présentons dans ce qui suit, les mesures d'évaluation relatives au volet mathématique du programme *Fluppy* utilisées lors de la recherche d'évaluation menée en 2002-2005. L'évaluation mathématique, menée au cours de cette première recherche, s'organise autour d'un pré-test et d'un post-test administrés individuellement aux élèves, respectivement au début de la maternelle (en novembre) et à la fin de la maternelle (en mai). Dans cette partie, ces deux évaluations sont décrites et quelques résultats sont présentés.

4.1 Description des tâches du pré-test

Le pré-test, administré au début de la maternelle, comprend deux grandes catégories de tâches. La première propose des tâches plus classiques sur le nombre : identification de nombres, dénombrement de collections, comparaison de nombres et comparaison de collections; la seconde propose à l'élève un problème numérique à résoudre.

Les deux premières tâches utilisent le *Test 3* du *test Lollipop* (Chew & Morris, 1984; Normandeau, Letarte, Parent, Bigras & Capuano, 1998). La première tâche porte sur la lecture de nombres et se décline en huit items. L'élève doit d'abord identifier, parmi une liste des dix premiers nombres placés dans le désordre, les nombres suivants : a) 5 ; b) 4 ; c) 7 ; d) 9. La consigne est : *«Montre moi le ... »*. Ensuite, l'élève doit lire les quatre nombres suivants : e) 3 ; f) 6 ; g) 2 ; h) 8. Pour ces items, la consigne est : *«Quel est ce chiffre ?»* Pour chacun des items, l'expérimentateur doit noter le nombre lu ou identifié et les hésitations, s'il y a lieu. L'expérimentateur note également si l'élève dénombre les cases pour retrouver le nom d'un nombre, si l'élève montre sur ses doigts la quantité ou encore s'il récite la suite avant de lire ou d'identifier un nombre.

La deuxième tâche porte sur l'identification de la cardinalité d'une collection. Quatre items sont proposés : a) 3 suçons; b) 5 suçons; c) 9 suçons; d) 7 suçons. L'expérimentateur note la réussite ou l'échec (ce qui est prévu par le *Lollipop*), mais également la stratégie utilisée par l'élève parmi les quatre suivantes : a) reconnaissance perceptive; b) dénombrement avec toucher du doigt; c) dénombrement avec pointage du doigt; d) dénombrement avec balayage du regard. Dans le cas d'une stratégie de dénombrement, l'expérimentateur doit porter une attention particulière aux principes de bijection, de suite stable et de cardinalité (Gelman & Gallistel, 1978). Ainsi, il note si la bijection est respectée, c'est-à-dire si chaque élément de la collection est dénombré une et une seule fois (bonne organisation dans le dénombrement) et s'il y a une bonne coordination entre la récitation de la comptine et le pointage des objets (par exemple, l'élève peut compter plus vite qu'il ne pointe ou pointer plus vite qu'il ne compte). Il doit également indiquer si la suite des nombres est conventionnelle (sans omission, sans répétition et en respectant l'ordre) ou non conventionnelle (par exemple, un élève compte : *« 1, 2, 3, 4, 7, 8, 5… »*). Finalement, il note la cardinalité de la collection en précisant de quelle manière elle est donnée par l'élève (par exemple, l'élève répète le dernier nombre nommé ou le nomme plus fort).

La troisième tâche porte sur la comparaison de nombres. L'élève doit choisir parmi deux ou trois nombres, le nombre le plus grand. Chaque nombre est inscrit sur une carte placée devant l'élève. La consigne est : *« Lequel de ces chiffres est le plus grand, donne plus ?*[8] *»* Si l'élève ne peut répondre, l'expérimentateur propose alors : *« Aimerais-tu avoir comme ceci* (en pointant 3) *ou comme cela* (en pointant 2) *de bonbons? »* Si l'élève ne peut répondre, une dernière consigne lui est donnée : *« Si j'ai comme cela* (en pointant 3) *et toi, comme cela* (en pointant 2) *de bonbons, qui en a le plus ? »*. Les nombres à comparer sont les suivants : a) 3 et 2; b) 3 et 5; c) 5 et 4; d) 8 et 6; e) 9 et 10; f) 15 et 14; g) 3, 7 et 6; h) 6, 8 et 7.

La quatrième tâche porte sur la comparaison de collections. Deux ou trois cartes avec des constellations d'étoiles sont posées devant l'élève. L'expérimentateur donne la consigne suivante : *« Quelle carte choisis-tu pour avoir plus d'étoiles que moi ? »*. Les nombres à comparer sont les mêmes que ceux de la tâche précédente mais sont présentés devant l'élève dans un ordre différent. La comparaison de cardinalités rapprochées (par exemple : 9 et 10 ou 14 et 15) peut poser problème à l'élève. Ainsi, s'il ne peut répondre ou dit qu'il ne sait pas, l'expérimentateur ajoute : *« Comment pourrait-on savoir ? »* sans donner aucune autre information. Pour chaque item, l'expérimentateur note la carte choisie par l'élève. Il note également de quelle manière s'effectue la comparaison : un choix rapide qui semble s'appuyer sur un procédé de jugement perceptif ou un procédé de comparaison par dénombrement, réussi ou non.

La seconde catégorie de tâches comprend deux items portant sur la résolution d'un problème numérique. La connaissance visée par ces problèmes est le dénombrement d'une collection pour mémoriser sa cardinalité et constituer une collection équipotente. L'expérimentateur dépose sur la table, devant l'élève, trois verres. Sur une autre table, placée un peu plus loin, se trouvent des assiettes. La consigne suivante est donnée à l'élève : *« Tu vois ces verres sur la table ? Il faut avoir un verre pour chaque assiette. Il faut qu'il y ait pareil, la même chose de verres et d'assiettes »*. En donnant la consigne, l'expérimentateur prend une assiette et place un verre au centre de l'assiette, puis il retire l'assiette et la cache. Il poursuit : *« Là-bas, (en pointant avec le doigt), il y a les assiettes. Tu vas aller chercher juste ce qu'il te faut d'assiettes pour que chaque verre ait son assiette. Tu y vas une seule fois et tu rapportes pareil, la même chose d'assiettes que de verres »*[9].

---

[8] Dans la construction de cet item, la responsable du volet mathématique, Jacinthe Giroux, a demandé aux responsables de l'évaluation de modifier le terme *chiffre* pour le terme *nombre*, proposition qui n'a pas été retenue.
[9] Il est important de ne pas référer directement au nombre dans la consigne et de ne donner aucune indication sur la manière de résoudre le problème (par exemple : ne pas dire à l'élève d'aller chercher le même nombre d'assiettes ou de compter les verres).

La tâche est réalisée d'abord avec une collection de trois verres et est reprise avec une collection de sept verres. L'expérimentateur note les stratégies mises en œuvre par l'élève aux différents moments de la tâche : avant le déplacement, pendant la formation de la collection d'assiettes et au retour, lors de la vérification avec les verres (l'expérimentateur note aussi la cardinalité de la collection constituée). Le Tableau II résume quelques stratégies anticipées aux différents moments de la tâche avec, au besoin, des exemples de conduites. Le choix de procéder d'abord sur une collection de 3 verres est de permettre à l'élève de s'approprier la tâche.

Tableau II
Stratégies anticipées pour la situation de commande (situation d'auto-communication)

Avant le déplacement	*Pendant la formation de la collection*	*Après (au retour) : vérification*
• Avec dénombrement des verres. • Sans dénombrement des verres. • Sans dénombrement apparent mais avec reconnaissance globale de la quantité (possible avec une petite quantité).	• Sans contrôle sur la quantité (ex. : prendre un paquet d'assiettes). • Avec contrôle perceptif de la quantité (ex. : tenter de prendre à peu près la même chose d'assiettes, avec hésitation mais sans dénombrement). • Avec contrôle numérique de la quantité (dénombrement des assiettes).	• Avec dénombrement des verres et des assiettes : comparer la cardinalité pour vérifier l'équipotence des collections. • Avec un procédé de correspondance terme à terme (ex : disposer chaque verre dans chaque assiette). • Sans vérifier l'équipotence des collections (ex. : les assiettes sont empilées près des verres).

4.2 Description des tâches du post-test

Le post-test, administré à la fin de la maternelle, reprend les tâches du pré-test avec certaines modifications sur les nombres proposés. Toutefois, les deux premières tâches du post-test sont identiques à celles du pré-test puisqu'il s'agit d'une reprise du *Test 3* du *test Lollipop* (comme le prévoit cet outil). Il s'agit donc des mêmes tâches sur la lecture de nombres (huit items) et sur l'identification de la cardinalité d'une collection (quatre items). La troisième tâche du post-test reprend la comparaison de nombres : choisir le plus grand nombre parmi deux ou trois nombres inscrits sur des cartes. Cette fois, les nombres à comparer sont : a) 3 et 2; b) 11 et 8; c) 12 et 13; d) 18 et 17; e) 19, 20 et 16; f) 14, 9 et 23. Tout comme pour le pré-test, l'expérimentateur doit noter le nombre choisi par l'élève mais, dans ce cas-ci, il doit également préciser si l'élève fait ou non une juste lecture d'un ou des nombres à comparer (par exemple, l'élève lit 10 pour l'écriture 11). La quatrième tâche porte sur la comparaison de constellations d'étoiles. Pour le post-test, la taille des étoiles diffère pour amener l'élève à traiter les relations numériques en jeu indépendamment des caractéristiques physiques des collections. Par exemple, pour comparer deux collections de 18 petites étoiles et 17 grosses étoiles, une stratégie axée sur le jugement perceptif n'est pas efficace. Les cardinalités à comparer sont les suivantes : a) 2 et 3 étoiles de même taille; b) 11 et 8 étoiles de même taille; c) 12 grosses étoiles et 13 petites étoiles; d) 18 petites étoiles et 17 grosses étoiles; e) 9, 10 et 6 étoiles de même taille; f) 13 moyennes étoiles, 9 grosses étoiles et 15 petites étoiles. Pour chaque item, l'expérimentateur note la carte choisie et la stratégie de comparaison de collections mise en œuvre par l'élève. Finalement, les tâches sur la formation de collections équipotentes avec les verres et les assiettes sont reprises dans le post-test. Cette fois, une première tâche avec 7 verres et une seconde tâche avec 14 verres sont proposées. L'expérimentateur relève la cardinalité de la collection constituée ainsi que les stratégies utilisées aux divers moments de la situation.

4.3 Résultats aux mesures d'évaluation du volet mathématique

Dans le cadre du projet de recherche, visant à vérifier l'impact du programme *Fluppy* (Poulin et al., 2010), tous les élèves participant à l'étude ont été évalués en mathématique avant le début des interventions et de nouveau à la fin de la maternelle et de la première année primaire. Toutefois, seuls les résultats des élèves ciblés[10] ont été retenus pour mener les quatre étapes des analyses d'impact. Sont rappelées ici brièvement les deux premières séries d'analyses de cette recherche puisqu'elles touchent au volet académique et présentent donc des résultats sur les mesures d'évaluation utilisées en mathématique.

Une première série d'analyses porte sur les effets du programme *Fluppy* immédiatement après la fin des interventions, donc à la fin de la maternelle. Les deux premières évaluations, soit le pré-test et le post-test, permettent ces analyses d'impact. Pour ce faire, un score est attribué à chacune des tâches de ces évaluations et un score global est calculé à partir de la somme des scores obtenus aux tâches. Sur le plan de la performance aux tests en mathématique, les auteurs relèvent des moyennes ajustées au post-test semblables pour les différentes conditions expérimentales : sans volet académique pour les conditions 1 et 2; avec volet académique pour la condition 3. Aucun effet significatif n'est donc observé.

[10] Rappelons que les élèves ciblés sont ceux qui manifestent des problèmes de comportement extériorisés à la maison et à l'école (identifiés suite aux questionnaires complétés par les parents et les enseignants). Les élèves ciblés sont donc sélectionnés sur la base de leur comportement social et de leurs habiletés sociales et non sur la base de leurs résultats académiques.

La seconde série d'analyses porte sur les effets du programme après la fin des interventions appliquées en maternelle et en première année (suite au prolongement des interventions sur une année pour certains élèves). Cette fois, sur le plan de la performance au test de connaissances des nombres, un effet d'interaction entre la condition expérimentale et le sexe des enfants est observé. Ainsi, l'examen de cet effet d'interaction révèle que les filles de la condition 3 (élèves ayant bénéficié du volet académique) performent mieux que celles de la condition 1 (élèves n'ayant pas bénéficié du volet académique). Cet effet n'est pas observé dans le cas des garçons (Poulin et al., 2010, p. 47).

D'autres résultats de cette étude présentés par Giroux, Ste-Marie et Capuano (2004) permettent de nuancer ces conclusions. En effet, même si les résultats des analyses d'impact n'indiquent pas de différences significatives entre le score global en mathématique des élèves de maternelle des différentes conditions, une analyse plus fine (par tâche) révèle des différences significatives à certaines tâches, comme le montrent les données statistiques présentées au Tableau III.

Tableau III
Analyses de variance pour les différentes tâches des tests en mathématique

Analyse multivariée	Δ	*F*	*Df*	*p*	n^2
Tâches classiques					
1) Lire des nombres	**.29**	**4.00**	**1, 386**	**.046**	**.01**
2) Identifier la cardinalité d'une collection	.07	0.88	1, 386	ns	.00
3) Comparer des nombres	.19	0.08	1, 386	ns	.00
4) Comparer des collections	.11	0.02	1, 386	ns	.00
Résolution de problème					
5) Constituer une collection équipotente	**.06**	**6.10**	**1, 386**	**.014**	**.02**

Ainsi, les résultats des analyses de variance indiquent qu'il y a des différences significatives à la tâche de lecture de nombres ainsi que pour la situation problème où l'élève doit constituer une collection équipotente. Les résultats à chacune des tâches, avant et après l'intervention, pour les deux groupes d'élèves sont présentés dans le Tableau IV.

Tableau IV
Pourcentage de réussite des groupes expérimental et contrôle aux différentes tâches des pré-test et post-test

	Groupe expérimental (moyenne)		*Groupe contrôle (moyenne)*	
	Pré-test	*Post-test*	*Pré-test*	*Post-test*
Tâches classiques				
1) Lire des nombres	83.6	98.0	85.7	96.6
2) Identifier la cardinalité d'une collection	71.2	80.1	70.5	78.8
3) Comparer des nombres	82.1	83.5	81.1	84.9
4) Comparer des collections	82.3	66.3	84.9	66.6
Résolution de problème				
5) Constituer une collection équipotente	71.2	52.0	67.6	46.1

Un autre résultat intéressant qui ressort des analyses de Giroux, Ste-Marie et Capuano (2004) concerne la nature des stratégies mises en place par les élèves dans une situation de résolution de problèmes. Ainsi, les auteurs observent que les élèves qui ont bénéficié du volet mathématique utilisent davantage des stratégies numériques efficaces que les autres élèves de l'étude. Le Tableau V présente les résultats des deux groupes d'élèves à des tâches engageant le nombre comme solution au problème posé.

Tableau V
Pourcentage d'élèves qui utilisent des stratégies numériques efficaces en résolution de problème numérique

	Groupe expérimental (moyenne)		*Groupe contrôle (moyenne)*	
	Pré-test	*Post-test*	*Pré-test*	*Post-test*
Dénombrer une collection de 7 éléments	78.6	83.4	77.5	79.6
Constituer une collection de 7 éléments	70.6	82.4	74.7	73.2

Les analyses quantitatives montrent des résultats modestes sur l'impact du volet mathématique. Quelques hypothèses peuvent être formulées au regard de ces résultats (Poulin et al., 2010; Giroux, Ste-Marie et Capuano, 2004). Ces analyses, reposant sur la comparaison pré-test et post-test, peuvent peut-être s'expliquer au regard des items d'évaluation. Le choix de ces items est particulièrement délicat à faire au regard des connaissances numériques visées par les activités. Les situations didactiques ont été développées sans cadre normatif. Par exemple, aucune des séquences ne vise l'acquisition d'une séquence déterminée de la suite numérique à l'oral ou à l'écrit. L'entretien d'évaluation, d'une durée maximale de 15 minutes, met en scène un jeu de questions/réponses qui ne correspond ni au format, ni aux objectifs des situations développées. Autrement dit, est-ce que les items permettent de bien repérer les apprentissages qui auraient pu être réalisés ? Une des rares tâches pour lesquelles on observe un résultat significatif en faveur des élèves ayant bénéficié du volet académique concerne les stratégies des élèves. Ceux ayant participé aux situations didactiques mettent en œuvre davantage de stratégies numériques appropriées que les élèves n'ayant pas participé à ces situations. Ce résultat conforte la pertinence d'investiguer une telle hypothèse.

Une autre hypothèse à explorer est celle de la formation des évaluateurs. La passation du pré-test et du post-test nécessite des évaluateurs relativement bien formés sur les connaissances et les stratégies sollicitées par les items soumis aux élèves afin de présenter la consigne de manière conforme et de noter correctement leur conduite mathématique. Les épreuves ont été administrées, essentiellement, par des groupes importants[11] d'étudiants en psychologie n'ayant reçu qu'une formation d'environ 90 minutes sur les différents items mathématiques. Il est donc possible que ces évaluateurs, n'ayant pas bien saisi l'enjeu de certains items, n'aient pas formulé de manière conforme les consignes ou encore n'aient pas noté correctement les conduites des élèves.

Considérant que les séquences didactiques ont été développées dans l'esprit de la méthodologie propre à la Théorie des situations didactique, l'ingénierie didactique, il est nécessaire d'envisager une forme d'évaluation, des situations didactiques expérimentées dans le volet numérique du programme *Fluppy*, qui soit en accord avec ses fondements théoriques et méthodologiques.

[11] Les groupes d'évaluateurs sont composés de 32 étudiants à l'an 1 du projet d'évaluation, de 57 étudiants à l'an 2 et de 12 étudiants à l'an 3.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

Dans ce chapitre, nous présentons la méthodologie retenue pour mener l'évaluation qualitative du volet mathématique du projet d'intervention à la maternelle *Fluppy* et les modalités de son fonctionnement dans le cadre spécifique de notre recherche.

La validation interne vise à répondre à l'objectif principal de notre thèse formulé, dans la problématique, comme suit : procéder à une évaluation qualitative (validation interne) du volet consacré aux activités numériques du programme d'intervention au préscolaire *Fluppy* en complétant la démarche d'ingénierie didactique, amorcée par les concepteurs de ce volet, par la réalisation d'une phase d'expérimentation et d'une phase d'analyse a posteriori, dans deux classes du préscolaire.

La méthodologie de recherche retenue pour l'évaluation des activités mathématiques de *Fluppy* est l'ingénierie didactique, méthodologie propre à la didactique des mathématiques et, plus particulièrement, à la théorie des situations didactiques sur laquelle s'appuient les activités élaborées dans le volet mathématique du programme *Fluppy.* Artigue (1990), dans un texte fondamental de la didactique des mathématiques, décrit les caractéristiques de cette méthodologie de recherche. Prenant appui sur ce texte, nous en faisons un rappel dans la section. Nous donnons également quelques précisions sur le fonctionnement de cette ingénierie dans le cadre même de cette recherche.

1. L'ingénierie didactique et son fonctionnement dans notre recherche

Cette méthodologie de recherche se caractérise par un schéma expérimental basé sur des réalisations didactiques et, en conséquence, sur toutes les phases nécessaires à ces réalisations : conception, réalisation, observation et analyse de séquences d'enseignement. Deux niveaux d'ingénierie peuvent être mis en œuvre, selon l'ampleur des réalisations didactiques en classe, la micro-ingénierie et la macro-ingénierie. Notre recherche relève du niveau de la macro-ingénierie.

Cette méthodologie se caractérise principalement par son mode de validation essentiellement interne, se distinguant ainsi de méthodologies plus classiques d'expérimentations en classe qui reposent souvent sur un mode de validation externe, autrement dit sur la comparaison statistique des performances de groupes expérimentaux et de groupes contrôles. La mise en œuvre d'une ingénierie didactique comporte quatre grandes phases : 1) les analyses préalables; 2) la conception et l'analyse a priori des situations didactiques; 3) l'expérimentation; 4) l'analyse a posteriori et l'évaluation. Nous décrivons chacune de ces phases et, pour des fins d'économie de présentation, spécifions pour chacune d'elles son opérationnalisation dans le cadre de la présente recherche.

1.1 Les analyses préalables

Les analyses préalables permettent de développer un cadre théorique sur les connaissances épistémologiques et didactiques sur lequel se fondera la conception des situations didactiques. Il peut s'agir, par exemple, de manière explicite ou implicite, de l'analyse épistémologique des contenus visés par l'enseignement, de l'analyse de l'enseignement usuel et de ses effets, de l'analyse des conceptions des élèves, difficultés, obstacles répertoriés dans les écrits scientifiques relatifs aux contenus visés, l'analyse du champ des contraintes dans lequel doit se réaliser la séquence didactique ainsi que les objectifs spécifiques de la recherche. Ces contraintes sont de trois ordres : épistémologique (relatif aux caractéristiques du savoir en jeu), cognitif (relatif aux caractéristiques cognitives du public auquel s'adresse l'enseignement) et, didactique (relatif au fonctionnement du système d'enseignement).

Dans le cadre de notre recherche, les analyses préalables sont en grande partie contenues dans la problématique et le contexte théorique. Dans la problématique est énoncé, sur la base d'une analyse des programmes et des activités mathématiques typiques au préscolaire, l'objectif de notre recherche. Le contexte théorique, par le biais de la description des principaux modèles théoriques sur le développement des connaissances numériques des élèves ainsi que des activités numériques qui donnent sens au nombre, permet d'identifier les contraintes épistémologiques (sur les caractéristiques du savoir) et cognitives (sur le développement des connaissances numériques). Les études citées permettent ainsi de se doter d'un cadre théorique approprié à la fois au savoir en jeu et aux élèves du préscolaire auxquels s'adressent les activités qui seront réalisées. La prise en compte du fonctionnement du système d'enseignement se reflète, en partie, dans le choix de construire non seulement des séquences d'enseignement mais également des activités numériques dont la fonction est comparable à celle des ateliers, qui est une organisation didactique typique des classes de maternelle.

1.2 La conception et l'analyse a priori des situations didactiques

La conception et l'analyse a priori est la phase au cours de laquelle le chercheur identifie les variables de commandes et les variables didactiques. La phase de conception consiste en l'organisation d'une séance, de ses variables de commandes et de ses variables didactiques. L'analyse a priori permet de faire une analyse du contrôle du rapport entre le sens du savoir et les situations. Par un jeu sur les valeurs des variables didactiques, le concepteur vise à développer une situation didactique qui engagera l'élève à mettre en œuvre des stratégies de plus en plus évoluées, qui font appel au savoir visé par l'enseignement. Ainsi, dès la phase de conception et, par le biais de l'analyse a priori, le processus de validation interne est engagé.

La description des séquences numériques, dans le contexte théorique, identifie les variables de commande (chaque séquence comporte ses propres règles de fonctionnement), les variables didactiques ainsi que le jeu sur les valeurs de ces variables à travers les différents scénarios d'une même séquence. Cependant, ce chapitre ne présente pas toutes les dimensions qui caractérisent l'analyse a priori. En effet, la variété des stratégies, en fonction des valeurs des variables didactiques, n'y est pas présentée de manière systématique et exhaustive. Nous en ferons la présentation dans une section ultérieure. Ainsi, dans notre recherche, la phase de conception et d'analyse a priori est réalisée en amont puisque les séquences et activités qui feront l'objet de l'expérimentation ont été antérieurement élaborées en accord avec la théorie des situations didactiques et l'ingénierie didactique. Elles ont été, de plus, expérimentées lors de l'implantation du volet mathématique dans 90 classes pendant trois années (de 2002 à 2005).

1.3 L'expérimentation

L'expérimentation est une phase classique à toute méthodologie de réalisations didactiques. Elle permet de faire la collecte des données utiles à l'analyse a posteriori. Ces données sont variées et choisies en fonction des objectifs de la recherche. Ces données peuvent être des observations en classe ou hors classe, des entretiens individuels, des questionnaires et des productions d'élèves.

L'expérimentation menée dans le cadre de cette recherche vise à recueillir des données, dans deux classes du préscolaire, sur la gestion des situations et les conduites mathématiques des élèves, lors de la réalisation des trois séquences numériques. Les détails de l'organisation de cette expérimentation sont précisés dans la section *Déroulement de l'expérimentation*.

1.4 L'analyse a posteriori et l'évaluation

La phase d'analyse a posteriori consiste à analyser l'ensemble des données recueillies sur la base des analyses préalables et a priori effectuées. La confrontation des analyses a priori et a posteriori permet de compléter le processus de validation interne. Artigue (1990) soulève quelques problèmes que peut poser cette confrontation. Elle précise, en particulier, que l'analyse a priori est pratiquement impossible à circonscrire explicitement. Toujours selon Artigue (1990), la confrontation des deux analyses laisse apparaître des distorsions qui sont difficilement incorporées à la validation. Elle précise que les concepteurs proposent souvent des modifications à l'ingénierie, plutôt que d'engager véritablement une démarche de validation en réinterrogeant les hypothèses formulées aux phases précédant l'expérimentation.

Notre recherche doctorale vise à compléter la démarche d'ingénierie mise en œuvre par Giroux et Ste-Marie (2004), en procédant à une confrontation des analyses a priori et a posteriori dans une perspective de validation interne. Cette confrontation permet une évaluation de type qualitatif du volet mathématique du programme *Fluppy*. Dans les sections qui suivent, nous décrivons de manière systématique les modalités qui seront mises en place pour atteindre cet objectif.

2. Conditions d'expérimentation

Dans cette section, nous décrivons d'abord les conditions sous lesquelles sera réalisée l'expérimentation des séquences numériques du volet mathématique du programme *Fluppy*. Nous précisons ensuite, en conformité avec l'ingénierie didactique, les analyses a priori (analyses des stratégies possibles pour les scénarios de chaque séquence et pour chaque activité) nécessaires à la phase d'analyse a posteriori et à la validation interne.

2.1 Caractéristiques des sujets

L'équipe responsable du programme *Fluppy* a mis en place un projet d'évaluation d'impact s'échelonnant sur deux ans (2010-2012). Ce projet comporte une année d'expérimentation des différents volets. Notre expérimentation s'insère dans ce projet d'évaluation d'impact.

Quinze classes du préscolaire de la Commission scolaire de Montréal participent à l'expérimentation. Ces classes proviennent des secteurs défavorisés et plusieurs d'entre elles ont un taux d'élèves allophones relativement élevé. Notre collecte de données s'effectue dans deux de ces classes. Nous avons retenu deux critères pour leur sélection: 1) un haut taux de participation des élèves sur la base du consentement des parents; 2) un bas taux d'élèves allophones. Les deux classes retenues proviennent de la région Nord et ont un rapport d'élèves allophones de 1 pour 19 et de 1 pour 20.

Chacune des quinze classes est accompagnée d'un stagiaire pour l'implantation des différents volets; il participe donc à l'animation des situations mathématiques. Chaque stagiaire intervient dans deux classes à raison de deux jours par semaine par classe.

2.2 Formation des stagiaires et des enseignants

Les enseignants et les stagiaires participent à une formation de deux jours, en vue de leur appropriation des situations didactiques proposées, dont 1 ½ journée sur les activités numériques faisant l'objet de cette recherche. Ainsi, une période d'environ 2 heures est consacrée à chacune des trois séquences numériques. Cette formation s'appuie sur un document d'accompagnement de 160 pages. Ce guide comprend ;

A) une section d'informations générales (7 pages) : présentation générale des orientations théoriques des activités, proposition de planification temporelle pour les séquences d'activités et les capsules d'activités
B) une section sur le volet des activités numériques, de 90 pages, elle-même divisée en quatre sous-sections. Les trois premières sous-sections présentent respectivement les trois séquences didactiques. Chacune d'elles est décrite selon une même facture : a) portrait global tenant sur une page de l'objectif et des principales caractéristiques des scénarios qui composent chaque séquence; b) une description de l'objectif visé qui présente de manière relativement détaillée l'articulation entre la progression de la séquence, notamment en ce qui a trait aux choix des variables didactiques, et le savoir visé, notamment la progression des stratégies anticipées; c) une présentation très détaillée de chacun des scénarios (valeurs des variables didactiques, consignes, animation, retour). Chaque scénario de chaque séquence décrit avec détails l'analyse a priori, c'est-à-dire les stratégies anticipées en fonction des caractéristiques propres à chaque scénario. La dernière sous-section présente les différentes capsules d'activités sur le nombre (13 pages).
C) une section sur le volet portant sur la structuration de l'espace. organisée de manière relativement semblable à la section sur les activités numériques (18 pages).

Les enseignants disposent de ce guide au moment de la formation. Il rassemble le matériau faisant l'objet de la formation. Chaque séquence est présentée en trois temps. Au premier temps, la distinction entre l'objectif de la séquence, autrement dit, le savoir visé et le but poursuivi par l'élève est établie, pour que l'enjeu de savoir ressorte le plus clairement possible pour les enseignants et les stagiaires. Au second temps, une simulation de la situation permet aux enseignants et aux stagiaires de se représenter le fonctionnement de la situation et, surtout, le rapport de l'élève au milieu didactique. Enfin, au troisième temps, les variables didactiques et les valeurs qu'elles prennent dans la succession des scénarios sont explicitées au regard des stratégies numériques visées par ce jeu sur les variables didactiques. Les différentes stratégies anticipées, telles que décrites dans l'analyse a priori, sont ainsi présentées aux enseignants avec, à l'appui, des productions d'élèves.

La stagiaire, présente dans les deux classes de notre recherche, est une étudiante en 4e année du programme de baccalauréat d'enseignement en adaptation scolaire, volet primaire. Cette stagiaire a comme formation en didactique, deux cours de didactique des mathématiques provenant du Département de mathématiques ainsi que trois cours en orthopédagogie des mathématiques du Département d'éducation et formation spécialisées. Le premier de ces cours porte essentiellement sur l'orthodidactique du nombre et des structures additives. Elle est donc déjà initiée, par sa formation théorique, à quelques notions centrales de la Théorie des situations didactiques : dévolution, institutionnalisation et typologie des situations. Les trois séquences didactiques ont été présentées, bien que de manière plus succincte que dans le guide d'accompagnement du volet mathématique de *Fluppy*, au premier cours en orthopédagogie des mathématiques. Les stagiaires ont déjà ainsi reçu une formation antérieure sur les séquences didactiques à la formation donnée dans le cadre de la mise en place du programme *Fluppy*.

Des rencontres, au cours de la mise en œuvre du Programme *Fluppy*, sont organisées avec les enseignants et les stagiaires afin d'assurer un suivi des activités liées aux composantes suivantes du programme *Fluppy* : *volet apprentissage des habiletés sociales* et *volet académique* (mathématiques et écriture)[1]. Ces rencontres, mensuelles pour les enseignants et hebdomadaires pour les stagiaires, sont l'occasion d'échanger sur plusieurs aspects des activités mathématiques, tant du côté de la réalisation des situations par les élèves (stratégies mises en œuvre, difficultés particulières liées au scénario, retombées des situations sur les apprentissages, etc.) que de l'animation pédagogique des situations par les enseignants et les stagiaires (difficultés dans la gestion didactique des situations, retour sur les démarches de dévolution et d'institutionnalisation mises en place, planification des activités, etc.).

2.3 Durée de l'intervention

L'expérimentation du volet mathématique de *Fluppy* couvre la période de novembre 2011 à fin avril 2012. Le mois de novembre et le début du mois de décembre sont réservés aux activités portant sur la structuration de l'espace. Ainsi, les séquences numériques débutent en janvier 2012. Nous avons été présente tout au long de la réalisation de chacune des trois séquences numériques (*Commandes de gommettes*, *Petit Poucet* et *Chasse aux trésors)* dans deux classes; ce qui représente environ 14 séances de 45 minutes par classe. Nous avons été également présente lors de l'introduction de chaque capsule d'activité numérique, ce qui représente environ 7 séances de 15 minutes par classe et une présence d'environ 7 fois par classe pour la période des ateliers. Il nous a paru nécessaire de récolter des informations sur la mise en œuvre de ces capsules pour juger si leur présentation auprès

[1] Un minimum de deux heures est consacré à chacune des composantes (habiletés sociales, mathématiques et écriture); nous assurons le suivi pour le volet mathématique.

des élèves était suffisamment conforme à ce qui était prévu. Comme précisé dans le chapitre précédent, les capsules visent à créer un maillage avec les séquences numériques sans que soit révélé l'enjeu mathématique qui les lie aux séquences. Il nous a donc semblé important de s'intéresser à l'animation didactique de ces capsules pour prendre en compte, au besoin, des informations données aux élèves sur les séquences numériques au moment de la réalisation des capsules numériques. De telles informations auraient pu affecter les productions mathématiques des élèves au moment de la réalisation des séquences. De plus, si l'espace dans cette thèse ne nous permet pas de faire une analyse a posteriori exhaustive des capsules, les données recueillies seront précieuses à la formulation de considérations didactiques sur l'ensemble du volet numérique du programme *Fluppy*, au terme de cette thèse.

2.4 Instruments de collecte de données

La collecte de données se fait essentiellement par observations en classe, à l'aide de grilles d'observations, ainsi que d'enregistrements sonores. Les grilles d'observations permettent essentiellement de collecter les stratégies mises en œuvre par les élèves. Le matériau constitué à l'aide des grilles, sert à l'analyse a posteriori. Les données audio permettent de procéder à l'analyse des phases de dévolution et d'institutionnalisation et, en particulier, d'identifier si les conditions didactiques prévues pour favoriser la dévolution sont mises en place par l'enseignant (ou la stagiaire) dans le cadre des interactions avec les élèves et si la période de retour permet à l'enseignant de procéder, au moment approprié et de manière convenable, à l'institutionnalisation.

2.5 Analyse a priori des séquences numériques

L'analyse a priori est de nature qualitative et permet d'analyser le fonctionnement de la situation didactique et les processus d'enseignement et d'apprentissage que cette situation produit. Dans la perspective d'atteindre notre objectif, cette analyse nous permettra de répondre aux questions de recherche telles que formulées dans la problématique.

Q1) Est-ce que les conditions didactiques prévues, par le volet numérique du programme *Fluppy*, pour favoriser la dévolution et l'institutionnalisation, sont mises en place par l'enseignant dans le cadre de ses interactions avec ses élèves ?

Q2) Est-ce que le choix des valeurs didactiques, pour chacune des séquences didactiques, produit les stratégies prévues par l'analyse a priori ?

Q3) Est-ce que la confrontation des analyses a priori et a posteriori montre une évolution des stratégies numériques des élèves des deux classes observées dans la progression des séquences numériques ?

Les questions sont traitées principalement à partir des données recueillies par les observations et les enregistrements audio. Pour une description plus exhaustive des situations et des précisions apportées aux enseignants et aux stagiaires pour mettre en place les conditions didactiques prévues pour réaliser la dévolution des situations aux élèves et l'institutionnalisation, au termes des séquences, des savoirs numériques visés, nous référons le lecteur au document utilisé pour la formation et remis aux enseignants et aux stagiaires (Giroux et Ste-Marie, 2004).

Les situations didactiques sur le nombre et la suite numérique sont présentées aux enseignants comme des séquences d'activités. Chaque séquence comporte donc une situation didactique de base. Les valeurs des variables didactiques sont modifiées d'un scénario à l'autre (la situation de base affectée de valeurs spécifiques). Nous présentons dans cette section, l'analyse des stratégies anticipées pour chacun des scénarios de chaque séquence. Nous avons considéré et raffiné l'analyse a priori présentée dans le guide du *Volet mathématique du programme Fluppy* (Giroux et Ste-Marie, 2004*).* Un examen didactique plus serré a révélé, en effet, certaines imprécisions ou incomplétudes dans le guide sur les stratégies anticipées. De plus, le guide, ayant été conçu pour les enseignants, la présentation est d'un style plus narratif et moins approprié à un document de recherche. C'est sur la base, donc, de l'analyse a priori que sera effectuée l'analyse a posteriori laquelle sera, pour les fins de la validation interne, confrontée à l'analyse a priori.

2.5.1 Séquence 1 : *Les Commandes de gommettes*

Cette séquence vise à ce que les élèves aient besoin de désigner, exprimer une quantité (nombre d'éléments d'une collection) pour résoudre un problème. Un dessin modèle coloré par des gommettes est d'abord présenté aux élèves (les différents modèles, vierges et complétés, sont fournis à l'annexe 2). Les élèves reçoivent ensuite, un même modèle qui comporte des cercles à recouvrir de gommettes. Les gommettes sont disponibles sur une table éloignée pour rendre un déplacement obligatoire. Les élèves doivent donc développer un moyen d'obtenir exactement les gommettes qu'il faut pour «que chaque cercle ait une gommette».

Le but de l'activité pour l'élève est donc de constituer une collection équipotente de gommettes à celle des cercles sur le dessin. Une fois que l'élève a obtenu les gommettes, il les colle sur son dessin. Les gommettes en surplus sont collées au haut de la feuille.

Variables didactiques de la séquence

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin.
- Type de situation : auto-communication, communications écrite ou «muette».
- Destinataire du message : aucun (auto-communication) ou l'enseignant.

Premier scénario : le camion

Le premier scénario permet aux élèves de se familiariser avec les règles du *jeu* en faisant fonctionner leurs connaissances pour former une collection équipotente de gommettes à celle des cercles sur le dessin modèle.

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : cinq.
- Type de situation : auto-communication.
- Destinataire du message : aucun (auto-communication).

Un modèle de dessin à compléter avec un nombre peu élevé (cinq) de gommettes d'une seule couleur est proposé afin de mettre en place le fonctionnement des situations de commandes. Il est possible pour l'élève de reconnaître cette petite quantité sans avoir à dénombrer (reconnaissance globale de la quantité). La situation d'auto-communication permet à l'élève de s'approprier le problème avant de passer à des situations de communications «muette» (scénarios 2 et 3) ou écrites (scénarios 4 et 5). Il n'y a donc pas de message à formuler, l'élève devant aller chercher lui-même les gommettes nécessaires pour compléter le dessin.

Stratégies anticipées

Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)

- Identification juste de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive ou dénombrement et constitution d'une collection équipotente de gommettes.

- Former une collection équipotente intermédiaire à l'aide d'objets par correspondance terme à terme (ex. : un jeton/ un cercle) et prendre autant de gommettes que de jetons.

Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)

- Identification de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme ou dénombrement et constitution d'une collection équipotente de gommettes – avec erreurs de dénombrement des cercles et/ou des gommettes.

- Former une collection équipotente intermédiaire à l'aide d'objets par correspondance terme à terme (ex. : un jeton/ un cercle) et prendre autant de gommettes que de jetons – avec erreurs de correspondance jetons/cercles et/ou jetons/gommettes.

Stratégies non numériques sans formation d'une collection équipotente

- Stratégie d'identification juste ou erronée de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme (un doigt par cercle) ou dénombrement et aller chercher qu'une seule gommette.

- Stratégie d'identification juste ou erronée de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme (un doigt par cercle) ou dénombrement et aller chercher plusieurs gommettes.

<u>Deuxième scénario : la maison</u>

Dans ce deuxième scénario, les élèves devraient rencontrer les limites des procédés «qualitatifs» (reconnaissance globale de la quantité) élaborés au cours du premier scénario. Dans ce scénario, les élèves doivent commander à l'enseignant ce dont ils ont besoin pour compléter le dessin. Toutefois, cette commande doit se faire de manière silencieuse. Cette contrainte vise à engager les élèves dans une stratégie numérique.

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : neuf.
- Type de situation : communication «muette» avec possibilité d'utiliser du matériel pour former une collection équipotente
- Destinataire du message : l'enseignant.

Un modèle de dessin à compléter avec neuf gommettes d'une seule couleur est proposé afin de rendre inefficace la reconnaissance globale (ce procédé est efficace pour des collections qui ne dépassent pas sept éléments). Ce nombre peut être représenté par les doigts. Ce deuxième scénario propose une situation de communication «muette» où le destinataire est l'enseignant, de manière à favoriser le dénombrement et une communication sur la base soit d'une collection équipotente (doigts, en particulier), soit d'une représentation numérique quelconque.

Stratégies anticipées

Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)

- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts et présenter cette quantité à l'enseignant.

- Dénombrer la collection de cercles, identifier le code numéral associé (9) sur une suite numérique disponible en classe (calendrier, corde à nombres, frise numérique, etc.) et présenter ce code à l'enseignant.

- Dénombrer la collection de cercles, produire un message écrit numérique (écriture du code numéral ou de la suite de 1 jusqu'à 9) et présenter ce message à l'enseignant.

- Dénombrer la collection de cercles, produire un message représentant une collection équipotente d'éléments dessinés (traits, carrés, etc.) et présenter ce message à l'enseignant.

- Former une collection intermédiaire (bâtonnets, jetons, etc.) équipotente par correspondance terme à terme (un élément sur chaque cercle) et présenter cette collection à l'enseignant pour obtenir une collection équipotente de gommettes.

Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)

- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts – avec erreurs soit dans le dénombrement soit dans l'illustration avec les doigts – et présenter cette quantité à l'enseignant.

- Dénombrer la collection de cercles, identifier un code numéral sur une suite numérique disponible en classe – avec erreurs soit dans le dénombrement, soit dans l'identification du code numéral – et présenter ce code à l'enseignant.

- Dénombrer la collection de cercles, produire un message écrit numérique (écriture d'un code numéral ou d'une suite de nombres) – avec erreurs soit dans le dénombrement, soit dans l'écriture du message – et présenter ce message à l'enseignant.

- Dénombrer la collection de cercles, produire un message représentant une collection correspondante d'éléments dessinés (traits, carrés, etc.) – avec erreurs dans le dénombrement ou la production de la collection – et présenter ce message à l'enseignant.

- Former une collection intermédiaire (bâtonnets, jetons, etc.) par correspondance terme à terme (un élément sur chaque cercle) – avec erreurs – et présenter cette collection à l'enseignant pour obtenir une collection de gommettes.

Stratégie non numérique sans formation d'une collection équipotente

- Avec ou sans dénombrement préalable, ne pas arriver à produire un message «muet».

Troisième scénario : *le bonhomme*

Dans ce troisième scénario, les élèves doivent à nouveau commander silencieusement, à l'enseignant, ce dont ils ont besoin pour compléter le dessin.

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : onze.
- Type de situation : communication «muette» avec possibilité d'utiliser du matériel pour former une collection équipotente.
- Destinataire du message : l'enseignant.

Ce troisième scénario propose une situation de communication «muette» où le destinataire est l'enseignant. Le nombre de gommettes (11) est un de plus que le nombre de doigts que l'élève peut montrer d'un seul coup. La reconnaissance perceptive ne devrait plus être utilisée. Ainsi, ce scénario favorise le recours au dénombrement et à la communication à l'aide de messages écrits ou d'une collection équipotente.

Stratégies anticipées

Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)

- Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants :
  - Écrire le code digital du nombre (11).
  - Écrire la suite de 1 jusqu'à 11.
  - Repérer le code digital (sur une frise, calendrier, etc.).

- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts (10 doigts et 1 doigt) et présenter cette quantité à l'enseignant.

- Dénombrer la collection de cercles, former une collection intermédiaire équipotente d'éléments dessinés ou non (traits, carrés, etc.) et présenter ce message à l'enseignant.

- Former une collection d'éléments équipotente, par correspondance terme à terme et présenter cette collection à l'enseignant.

Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)

- Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants – avec erreurs soit dans le dénombrement soit dans la production du message numérique.
  - Écrire un code digital.
  - Écrire la suite de 1 jusqu'à n.
  - Repérer un code digital (sur une frise, calendrier, etc.).

- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts – avec erreurs soit dans le dénombrement soit dans l'illustration du nombre.

- Dénombrer la collection de cercles, former une collection intermédiaire non équipotente d'éléments dessinés ou non (traits, carrés, etc.).

- Former une collection d'éléments non équipotente – avec erreurs dans la correspondance terme à terme.

Stratégie non numérique sans formation d'une collection équipotente

- Avec ou sans dénombrement préalable, ne pas arriver à produire un message numérique.

Quatrième scénario : le robot

Dans ce quatrième scénario, les élèves doivent produire un message écrit (un bon de commande) afin d'obtenir de l'enseignant les gommettes nécessaires pour compléter le dessin. L'utilisation du nombre (messages écrits numériques) permet la production de bons de commandes qui soient efficaces et produits rapidement. L'échange collectif permet de faire valoir ces deux critères dans la production des messages écrits.

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : treize.
- Type de situation : communication écrite.
- Destinataire du message : l'enseignant.

Ce quatrième scénario propose une situation de communication écrite où le destinataire est l'enseignant. Le scénario précédent (communication «muette») a probablement permis d'introduire les messages écrits (représentations numériques ou non numériques pour exprimer une quantité).

Les équipes peuvent maintenant reprendre ces messages écrits et/ou en trouver d'autres pour produire un bon de commande leur permettant d'obtenir les gommettes nécessaires pour compléter le dessin. Le travail en équipe de deux favorise le partage des idées, afin d'élaborer des procédés plus efficaces pour mémoriser, puis communiquer une quantité à l'aide du bon de commande.

À la fin de l'activité, la mise en commun des résultats permet un retour sur les procédés utilisés pour mémoriser la quantité ainsi que l'examen des messages écrits produits. L'enseignant amène alors les élèves à porter des jugements argumentés sur les messages écrits produits selon certains critères comme: la pertinence, la clarté, l'économie et la justesse.

Stratégies anticipées

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique efficace

- Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants :
  - Écrire la suite numérique de 1 à 13.
  - Écrire le code digital qui correspond à la cardinalité : 13.

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message non numérique efficace

- Dénombrer la collection de cercles et former une collection intermédiaire équipotente d'éléments dessinés à la collection de cercles.

Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique non efficace

- Dénombrer la collection de cercles et produire un message numérique inefficace – avec erreurs dans le dénombrement ou dans le choix du ou des codes digitaux associés.

<u>Cinquième scénario : le château</u>

Dans ce cinquième scénario, les élèves doivent produire un message écrit afin d'obtenir de l'enseignant les gommettes nécessaires pour compléter le dessin (le modèle complété est affiché et disponible durant toute la durée de l'activité). Deux couleurs de gommettes sont nécessaires et le bon de commande est de plus petit format, afin de favoriser la production de messages numériques plus économiques, comme les nombres, et l'abandon des messages non numériques, comme les dessins.

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : vingt-quatre (quinze gommettes rouges pour les murs du château et neuf vertes pour les merlons du château).
- Type de situation : communication écrite sur un petit bon de commande.
- Destinataire du message : l'enseignant.

Deux modifications importantes sont apportées : les équipes doivent commander deux couleurs de gommettes pour compléter le dessin et la feuille pour produire le message écrit (le bon de commande) est de plus petit format qu'au scénario précédent. Ainsi, les équipes doivent bien préciser à la fois les quantités de gommettes et leurs couleurs (15 rouges et 9 vertes). Le format réduit du bon de commande encourage la production de messages numériques plus économiques, au détriment des messages non numériques comme les dessins. Deux caractéristiques sont donc ciblées : l'efficacité et la production rapide du message. À la fin de l'activité, la mise en commun des résultats permet un retour sur les productions des équipes et les messages écrits.

Stratégies anticipées

Stratégie numérique avec formation de collections équipotentes : production d'un message numérique efficace

- Dénombrer la collection de croix de chacune des couleurs et produire un des messages numériques suivants :
  - Écrire les nombres qui correspondent à chacune des collections. Pour distinguer les deux nombres, utilisation d'un code de couleur (crayons de couleurs différentes, marque de couleur juxtaposée au nombre, etc.).
  - Écrire deux suites numériques (de 1 à 15 et de 1 à 9). Le dernier nombre écrit de chaque suite représente le nombre de gommettes désirées. Pour distinguer les deux suites, utilisation d'un code de couleur (crayons de couleurs différentes, marque de couleur juxtaposée au nombre, etc.)

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message non numérique efficace

- Dénombrer la collection de croix de chacune des couleurs et produire le message non numérique suivant :
  - Dessiner deux collections (pour les deux collections de couleurs différentes), dont le nombre d'éléments correspond au nombre de gommettes désirées. Les deux collections peuvent se distinguer par la couleur de crayon utilisée.

Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique non efficace

- Dénombrer la collection de croix de chacune des couleurs et produire un message numérique inefficace – produit avec erreurs sur le dénombrement ou l'identification des codes digitaux du message.

- Dénombrer l'ensemble des croix, sans distinguer les 2 sous-collections, et produire un message numérique non efficace.

- Dénombrer la collection de croix de chacune des couleurs et produire un message non numérique inefficace – produit avec erreurs sur le dénombrement ou la formation des collections dessinées.

2.5.2 Séquence 2 : *Le Petit Poucet*

La séquence vise à ce que les élèves rencontrent la nécessité de comparer et donc d'ordonner trois collections pour résoudre un problème. La résolution du problème suppose donc que l'élève établisse une relation d'ordre entre trois quantités.

La situation évoque l'histoire du Petit Poucet qui, à chaque pas, laisse tomber un caillou pour retrouver son chemin. Le but du jeu pour l'élève est d'identifier parmi trois collections celle qui convient pour se rendre à l'une des trois habitations placées près d'une piste que le Petit Poucet emprunte. Toutefois, le premier scénario se distingue des autres (2, 3 et 4), le but du jeu pour l'élève étant d'associer chacune des collections à chacune des habitations.

Variables didactiques de la séquence

- Les nombres associés à chacun des trajets (taille des nombres).
- Le rang de l'habitation à atteindre : la première, la dernière ou l'habitation du milieu.
- Le matériel utilisé pour les collections.
- Validation sur la piste : avec cases apparentes ou sans les cases.

Nous présentons, pour chacun des scénarios, les stratégies anticipées. Il est important de préciser que chacune des stratégies peut conduire ou non à la réussite. Ainsi, nous n'avons pas ventilé chacune des stratégies, aux fins d'économie du texte, selon qu'elle permet ou non la réussite. Les échecs à la tâche relèvent soit d'un manque de précision ou d'erreur dans l'application de la stratégie soit, encore, de la difficulté à finaliser une stratégie de comparaison pour établir l'ordre entre les quantités et les maisons qui y sont associées.

Premier scénario

Le premier scénario permet aux élèves de se familiariser avec les règles du *jeu*, la consigne. Il permet de faire fonctionner leurs connaissances pour comparer des collections en recourant à des procédés faisant appel ou non au nombre.

Valeurs des variables didactiques

- Les nombres associés à chacun des trajets : 5, 8 et 10.
- Le rang de l'habitation à atteindre : ne s'applique pas[2].
- Le matériel utilisé pour les collections : petits jetons de même taille, chaque collection est d'une couleur distincte.
- Validation sur la piste : avec cases apparentes.

Pour le premier scénario, il s'agit pour l'élève d'associer chacune des collections à chacune des habitations. Ce travail d'association devrait permettre à l'élève de bien comprendre le jeu, plus particulièrement, qu'à chaque collection correspond une et une seule habitation. Les nombres choisis pour ce scénario sont 5, 8 et 10. Des collections de jetons de même taille sont utilisées et l'écart entre les nombres est marqué afin que tous les procédés de comparaison de collections puissent être mis en œuvre de manière efficace par les élèves (pour permettre à tous les élèves d'entrer dans la tâche). Dans les autres scénarios, les contraintes de la situation favoriseront l'utilisation des procédés numériques au détriment des procédés non numériques.

Ainsi, les élèves peuvent aisément reconnaître de façon perceptive la plus petite collection et la plus grande, en identifiant respectivement la collection qui occupe le moins d'espace comme étant celle qui est la moins grande et la collection qui occupe le plus d'espace comme étant celle qui est la plus grande (c'est le procédé le plus économique étant donné la taille des collections). Les autres procédés de comparaison de collections (correspondance terme à terme et dénombrement/comparaison des cardinaux obtenus) sont également possibles et efficaces bien que moins économiques.

[2] Pour ce premier scénario, l'élève doit associer chacune des collections à chacune des habitations.

Stratégies anticipées

Stratégies avec comparaison de collections

- Fonder la comparaison entre les collections par une évaluation perceptive des différences. L'élève observe les trois collections (directement dans les verres de plastique transparent ou en les déversant sur la table) : la collection qui occupe visuellement le moins d'espace est celle qui contient le moins d'éléments et la collection qui occupe visuellement le plus d'espace est celle qui contient le plus d'éléments.

- Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections. La collection dont tous les éléments sont mis en correspondance avec les éléments des deux autres collections est la plus petite, celle dont tous les éléments sont en correspondance avec les éléments d'une des deux autres collections est la médiane et enfin, celle dont tous les éléments ne sont pas en correspondance avec ceux des deux autres collections est la plus grande.

- Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues. L'élève dénombre les éléments de chacune des collections, puis établit la relation d'ordre entre les collections en identifiant la position relative de leurs mesures dans la suite numérique : plus le nombre est loin dans la suite, plus il représente une grande quantité.

Stratégies sans comparaison de collections

- Chaque élève dénombre la collection en sa possession mais sans comparaison des mesures obtenues; il n'anticipe pas sur l'utilité du dénombrement pour résoudre le problème. Il n'y a donc aucun choix ou justification du choix.

- Aucun procédé de comparaison de collections n'est mis en œuvre. Le choix se fait selon d'autres critères «qualitatifs» (au hasard, choix de la couleur favorite de jetons, etc.).

<u>Deuxième scénario</u>

Les modifications apportées au deuxième scénario visent à favoriser la comparaison numérique comme stratégie pour comparer les collections et donc le rejet d'une comparaison fondée sur une évaluation perceptive des différences laquelle était efficace lors du scénario précédent.

Valeurs des variables didactiques

- Les nombres associés à chacun des trajets : 9, 12 et **13**.
- Le rang de l'habitation à atteindre : le troisième, l'habitation la plus loin (la tente).
- Le matériel utilisé pour les collections : petits jetons de même taille et de couleurs différentes.
- Validation sur la piste : avec cases apparentes.

Les nombres choisis pour le deuxième scénario sont 9, 12 et 13. La collection « qui permet de se rendre à la tente », c'est-à-dire l'habitation au dernier rang est recherchée. Des collections de jetons de même taille sont utilisées et l'écart entre les nombres est peu marqué. Les modifications apportées au deuxième scénario visent à favoriser la comparaison numérique comme stratégie pour comparer les collections et donc le rejet des procédés non numériques.

Ainsi, l'écart peu marqué entre les nombres rend difficile la comparaison par une évaluation perceptive des différences et contraint davantage les élèves à utiliser soit la correspondance, soit le dénombrement. La correspondance terme à terme doit être réalisée avec précision de manière à bien aligner les jetons de chacune des trois collections afin d'identifier la collection où un jeton est non apparié. Le dénombrement de chacune des collections et la comparaison des mesures de ces collections est le procédé le plus économique.

Stratégies anticipées

Stratégies avec comparaison de collections

- Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections. La collection dont tous les éléments sont mis en correspondance avec les éléments des deux autres collections est la plus petite, celle dont tous les éléments sont en correspondance avec les éléments d'une des deux autres collections est la médiane et enfin, celle dont tous les éléments ne sont pas en correspondance avec ceux des deux autres collections est la plus grande. L'écart peu marqué entre les nombres oblige l'élève à disposer avec précision les éléments pour identifier la collection dont un élément est non apparié.

- Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues. L'élève dénombre les éléments de chacune des collections, puis établit la relation d'ordre entre les collections en identifiant la position relative de leurs mesures dans la suite numérique : plus le nombre est loin dans la suite, plus il représente une grande quantité. La collection recherchée correspond à $n : n > a > b$.

<u>*Troisième scénario*</u>

Les modifications apportées au troisième scénario visent à rendre très peu fiable et coûteux le recours à des procédés qui ne font pas appel au nombre pour comparer les collections (l'évaluation perceptive et la correspondance terme à terme). La comparaison numérique apparaît donc comme le procédé le plus efficace et le plus économique pour établir l'ordre entre les quantités.

Valeurs des variables didactiques

- Les nombres associés à chacun des trajets : 12, **13** et 14.
- Le rang de l'habitation à atteindre : le deuxième, l'habitation du milieu (la cabane).
- Le matériel utilisé pour les collections : petits jetons de même taille, chaque collection est d'une couleur distincte.
- Validation sur la piste : sans les cases.

Les nombres choisis pour le troisième scénario sont 12, 13 et 14. La collection « qui permet de se rendre à la cabane », c'est-à-dire l'habitation au deuxième rang, est recherchée. Rechercher cette habitation est plus difficile puisque la collection correspondante doit être située par rapport à la plus petite et à la plus grande. Des collections de jetons de même taille sont utilisées et l'écart entre les nombres est très peu marqué (nombres voisins dans la suite des nombres). Les modifications apportées à ce troisième scénario visent à favoriser la comparaison numérique comme stratégie économique pour comparer les collections et donc le rejet des procédés non numériques.

Stratégies anticipées

Stratégies avec comparaison de collections

- Fonder la comparaison sur la correspondance terme à terme des objets des trois collections. L'élève fait correspondre un à un les éléments de chacune des collections. La collection intermédiaire a un élément de plus (non apparié) que la collection la plus petite et un élément de moins que la collection la plus grande. Il est donc relativement difficile de l'identifier.

- Fonder la comparaison sur le dénombrement de chacune des collections et la comparaison des mesures obtenues. L'élève dénombre les éléments de chacune des collections, puis établit la relation d'ordre entre les collections en situant la position relative de leurs mesures dans la suite des nombres. La collection recherchée correspond à n : $a > n > b$.

<u>*Quatrième scénario*</u>

Le quatrième scénario propose des collections d'éléments de tailles différentes, afin de consolider les procédés numériques et de rendre coûteux le recours à des procédés qui ne font pas appel au nombre, pour les élèves qui ne les ont pas encore abandonnés.

Valeurs des variables didactiques

- Les nombres associés à chacun des trajets : 11, **13** et 14.
- Le rang de l'habitation à atteindre : le deuxième, l'habitation du milieu (le château).
- Le matériel utilisé pour les collections : gros jetons, bâtonnets et petits jetons (éléments de tailles différentes).
- Validation sur la piste : sans les cases.

Les nombres choisis pour le quatrième scénario sont 11, 13 et 14. Des collections d'éléments de tailles différentes sont utilisées (une collection de 11 gros jetons, une collection de 13 bâtonnets et une collection de 14 petits jetons). Les modifications apportées au matériel ont pour but d'amener les élèves à traiter les relations numériques en jeu indépendamment des caractéristiques physiques des collections. La collection « qui permet de se rendre au château», c'est-à-dire l'habitation au deuxième rang, est recherchée. Rechercher l'habitation du milieu est plus difficile puisque les collections doivent être situées les unes par rapport aux autres.

Stratégies anticipées

Stratégies avec comparaison de collections

- Fonder la comparaison sur la correspondance terme à terme des objets des trois collections. L'élève fait correspondre un à un les éléments de chacune des collections. La collection intermédiaire a un élément de plus (non apparié) que la collection la plus petite et un élément de moins que la collection la plus grande. Il est donc relativement difficile de l'identifier.

- Fonder la comparaison sur le dénombrement de chacune des collections et la comparaison des mesures obtenues. L'élève dénombre les éléments de chacune des collections, puis établit la relation d'ordre entre les collections en situant la position relative de leurs mesures dans la suite des nombres. La collection recherchée correspond à n : $a > n > b$

2.5.3 Séquence 3 : *La Chasse aux trésors*

Le savoir visé de cette séquence est la composition additive de nombres inférieurs à 10 ainsi que l'anticipation et le contrôle d'une suite de déplacements sur une piste graduée. Cette séquence se fonde sur un jeu qui évoque une chasse aux trésors. Le but du jeu est de retrouver, en parcourant une piste graduée par l'avant ou par l'arrière, à partir d'indices préparés par un élève d'une même équipe un trésor caché sous une case de la piste (un tapis avec des cases numérotées de 1 à 20)[3].

Variables didactiques de la séquence

- Déplacements autorisés : avancer seulement ou avancer et reculer.
- Préparation des indices : travail individuel ou collaboratif (deux éclaireurs).
- Support pour les indices : avec ou sans support d'une petite piste (numérotée ou non numérotée).

Premier scénario

Dans ce premier scénario, seuls les déplacements avant sont autorisés et les éclaireurs travaillent individuellement (l'éclaireur est en charge de la préparation des deux indices à remettre au pirate de son équipe).

Valeurs des variables didactiques

- Déplacements autorisés : avancer seulement.
- Préparation des indices : travail individuel.
- Support pour les indices : sans support.

[3] Pour une description des différentes phases de l'activité que l'on ne peut ici résumer, on renvoie le lecteur au chapitre théorique où cette séquence est décrite avec détails.

Ce premier scénario est répété deux fois au cours de deux séances différentes afin de mettre en place le fonctionnement du *jeu* de la chasse aux trésors. L'éclaireur doit composer ses indices en ne proposant que des déplacements vers l'avant. Il lui faut identifier deux nombres (désignés chacun par des jetons blancs), dont le premier permet de se rendre à la case Bravo et le second, à la case Trésor. Le total des jetons correspond donc à la position du trésor.

Stratégies anticipées pour la préparation des indices par les élèves/éclaireurs

Pour alléger la présentation, nous utilisons, lorsque la situation s'y prête, les symboles x, y et z.

Considérant la composition additive suivante : $x + y = z$;

x est le nombre associé à la case Bravo.
Il correspond donc au nombre de jetons qui composent le premier indice.

y est le nombre associé au déplacement entre la case Bravo et la case Trésor.
Il correspond donc au nombre associé au second indice.

z est le nombre associé à la case Trésor.
Il correspond donc à la composition additive des deux indices, soit x et y.

- *Sans composition additive : prendre n jetons pour aller à la case n*
  Composer le premier indice avec x jetons et composer le second indice avec z jetons.

- *Composition additive par une stratégie de partage*
  Prendre z jetons. Partager, sans anticipation, la collection de z jetons en deux sous collections (x et y). Dénombrer une sous collection et associer sa mesure à la case Bravo. Cette première sous collection compose le premier indice (x). Le reste des jetons correspond au second indice (y).

- *Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément) :*
  $x + ? = z$

  Choisir un nombre inférieur à la case Trésor (z), comme premier indice (x) pour se rendre à la case Bravo. Pour le deuxième indice : compter le nombre de cases entre la case Bravo (x) et la case Trésor (z) pour identifier y.

  L'erreur de comptage est fréquente dans la mise en œuvre de cette stratégie. Pour déterminer le second indice, l'éclaireur inclut dans son comptage la case de départ (par exemple : $\boldsymbol{x}$, x+1, x+2, x+3), la collection formée contient un élément de plus que nécessaire.

- *Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique*
  Composer les deux indices, x et y, par la connaissance d'un fait numérique tel que $x+y=z$. Certains faits additifs peuvent être connus des élèves, en particulier les doubles comme 5+5=10.

Stratégies anticipées pour la réalisation du trajet par les élèves/pirates

- Procédé de correspondance terme à terme. À chaque pas fait sur la piste graduée correspond un jeton blanc (déposer un jeton blanc à chaque pas, changer un jeton de main à chaque pas…). Ce procédé peut être appliqué avec ou sans erreur.

- Dénombrer les jetons du premier indice et faire le déplacement sur la piste selon la mesure obtenue. Faire de même pour le deuxième déplacement.

<u>Deuxième scénario</u>

Le deuxième scénario fait aussi l'objet de deux séances. Deux modifications sont apportées dans ce scénario : 1) les élèves sont maintenant en équipe de trois : un élève joue le rôle du pirate et les deux autres élèves sont les éclaireurs (les éclaireurs doivent coordonner leurs indices); 2) les éclaireurs peuvent utiliser une carte (reproduction d'une piste réduite numérotée) pour préparer leurs indices (des modèles de cartes sont fournis à l'annexe 3).

Valeurs des variables didactiques

- Déplacements autorisés : avancer seulement.
- Préparation des indices : travail collaboratif.
- Support pour les indices : avec support d'une petite piste numérotée.

Chaque éclaireur prépare un indice à l'aide de jetons à remettre au pirate : le premier éclaireur prépare l'indice qui permettra au pirate de se rendre à la case Bravo, tandis que l'indice préparé par le second éclaireur doit permettre au pirate de se rendre à la case Trésor à partir de la case Bravo. Dans ce scénario, les éclaireurs doivent donc coordonner leurs indices et se mettre d'accord sur les deux collections de jetons qui seront remises au pirate de leur équipe (le total des jetons correspond à la position du trésor). Pour préparer leurs indices, les éclaireurs peuvent utiliser une carte (reproduction d'une piste réduite numérotée). Cette reproduction de la piste se veut un outil permettant aux éclaireurs de se représenter plus facilement la situation (les déplacements effectués). Cependant la taille des jetons de «Poker» est plus grande que celle d'une case de la piste réduite. Les éclaireurs ne peuvent donc procéder par correspondance terme à terme (placer un jeton sur chaque case) et sont «contraints» à utiliser des procédés numériques.

Stratégies anticipées pour la préparation des indices des élèves/éclaireurs

- *Composition additive par une stratégie de partage*

  Prendre autant de jetons que le nombre associé à la case Trésor : *z* jetons. Partager, sans anticipation, la collection de *z* jetons en deux sous collections (*x* et *y*). Dénombrer une sous collection et associer sa mesure à la case Bravo. Cette première sous collection compose le premier indice (*x*). Le reste des jetons, dont la mesure n'est pas recherchée par l'élève, correspond au second indice (*y*).

- *Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément) : x + ? = z*
  Composer les deux indices à partir de la piste graduée. Choisir un nombre inférieur à la case Trésor (*z*), comme premier indice (*x*) pour se rendre à la case Bravo. Pour le deuxième indice : compter le nombre de cases, entre la case Bravo (*x*) et la case Trésor (*z*) pour identifier *y.*

Exemple :

				B			T		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	…
					1	2	3		

La coordination des deux réseaux dans le comptage est facilitée par la présence de la piste graduée qui supporte le premier réseau (la suite qui est comptée). L'élève n'a plus qu'à contrôler le second réseau, le déplacement dans la suite, pour trouver le complément.

L'erreur de comptage est fréquente dans la mise en œuvre de cette stratégie. Pour déterminer le second indice, l'éclaireur inclut dans son comptage la case de départ (par exemple: $\boldsymbol{x}$, x+1, x+2, x+3), la collection formée contient un élément de plus que nécessaire.

- *Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique*
  Composer les deux indices, x et y, par la connaissance factuelle d'un fait numérique tel que x+y=z. Certains faits additifs peuvent être connus des élèves, en particulier les doubles comme 5+5=10.

Stratégies anticipées pour la réalisation du trajet par les élèves/pirates

- Procédé de correspondance terme à terme. À chaque pas fait sur la piste graduée correspond un jeton blanc (déposer un jeton blanc à chaque pas, changer un jeton de main à chaque pas…). Ce procédé peut être appliqué avec ou sans erreur.

- Dénombrer les jetons du premier indice et faire le déplacement sur la piste selon la mesure obtenue. Faire de même pour le deuxième déplacement.

<u>*Troisième scénario*</u>

Pour le scénario 3, trois modifications sont apportées : 1) les éclaireurs doivent utiliser des déplacements avant et arrière dans la formulation de leurs indices; 2) pour la préparation des indices, les éclaireurs disposent d'une reproduction d'une petite piste sur support papier, mais cette fois la piste n'est pas numérotée; 3) le pirate est invité, avant d'effectuer un déplacement, à anticiper la case d'arrivée.

Valeurs des variables didactiques

- Déplacements autorisés : avancer et reculer.
- Préparation des indices : travail collaboratif.
- Support pour les indices : avec support d'une petite piste non numérotée.

L'obligation d'utiliser des déplacements avant et arrière pose des contraintes importantes dans la préparation des indices par les éclaireurs. En effet, le nombre associé au premier indice doit être supérieur à celui qui correspond à la case Trésor pour qu'un déplacement arrière soit possible. Les éclaireurs disposent d'une reproduction d'une petite piste non numérotée pour prévoir les déplacements. Toutefois, comme pour le scénario précédent, la taille des jetons de «Poker» est plus grande que celle d'une case de la piste réduite. Les élèves ne peuvent donc procéder par correspondance terme à terme – placer un jeton sur chaque case – et devraient être *contraints* à utiliser des procédés numériques.

Stratégies anticipées pour la préparation des indices

- Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément).
Composer les deux indices à partir de la piste graduée. Choisir un nombre supérieur à la case Trésor (z) comme premier indice (x) pour se rendre à la case Bravo. Pour le deuxième indice : compter le nombre de cases entre la case Bravo (x) et la case Trésor (z).

a) La recherche du complément se fait à partir d'un déplacement vers l'arrière (comptage à rebours), ce qui correspond à l'égalité lacunaire suivante : $x - ? = z$

b) La recherche du complément se fait à partir d'un déplacement vers l'avant (comptage avant), ce qui correspond à l'égalité lacunaire suivante : $z + ? = x$

Exemple :

									T(z)					B(x)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
								(a)	5	4	3	2	1	
								(b)		1	2	3	4	5

L'erreur de comptage est fréquente dans la mise en œuvre de cette stratégie, puisque la case Bravo est la seule qui ne contient qu'un unique jeton.

- *Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique*
Composer les deux indices, x et y, par la connaissance factuelle d'un fait numérique tel que $z = x-y$. Certains faits additifs peuvent être connus des élèves, en particulier les doubles comme 10–5=5.

Stratégies anticipées pour la réalisation du trajet par les élèves/pirates

- Procédé de correspondance terme à terme. À chaque pas fait sur la piste graduée correspond un jeton blanc (déposer un jeton blanc à chaque pas, changer un jeton de main à chaque pas…). Ce procédé peut être appliqué avec ou sans erreur.

- Dénombrer les jetons du premier indice et faire le déplacement sur la piste selon la mesure obtenue. Faire de même pour le deuxième déplacement.

CHAPITRE IV

ANALYSE DES RÉSULTATS

Dans ce chapitre, nous procédons à l'analyse a posteriori des situations pour une évaluation qualitative (validation interne) du volet consacré aux séquences numériques du programme d'intervention au préscolaire *Fluppy*.

L'analyse se divise en deux parties. Dans la première partie, une analyse détaillée de chacun des scénarios composant chacune des séquences numériques est conduite. Pour chaque scénario, l'analyse vise à répondre aux questions de recherche suivantes.

Q1) Est-ce que les conditions didactiques prévues par le volet numérique du programme *Fluppy*, pour favoriser la dévolution et l'institutionnalisation, sont mises en place par l'enseignant dans le cadre de ses interactions avec ses élèves ?

Pour répondre à cette première question, nous analysons la gestion qui est faite de la situation par les stagiaires et les enseignantes principalement en ce qui a trait à la présentation du but à atteindre et au retour sur l'activité.

Q2) Est-ce que le choix des valeurs didactiques, pour chacune des séquences didactiques, produit les stratégies prévues par l'analyse a priori ?

C'est par l'entremise de l'analyse des stratégies utilisées par les élèves et leur confrontation aux stratégies anticipées dans l'analyse a priori que nous pourrons répondre à cette question.

La deuxième partie de l'analyse concerne l'ensemble des scénarios de chacune des séquences et vise à répondre à la question de recherche suivante.

Q3) Est-ce que les analyses montrent une évolution des stratégies numériques des élèves des deux classes observées dans la progression des séquences numériques ?

Pour répondre à cette question, nous regarderons l'évolution des stratégies, au fur et à mesure des scénarios d'une même séquence.

1. Validation interne de la séquence des *Commandes de gommettes*

La séquence des *Commandes de gommettes* porte sur le contrôle de collections. L'élève doit constituer une collection de gommettes équipotente à une collection de cercles dessinés sur une feuille de manière à compléter un dessin (le dessin remis aux élèves ainsi que le modèle coloré par des gommettes présenté aux élèves et affiché dans la classe, à chacun des cinq scénarios, sont fournis à l'annexe 2).

Cette séquence vise à ce que les élèves aient besoin de désigner ou d'exprimer une quantité (nombre d'éléments d'une collection) pour résoudre un problème. Le nombre pour quantifier et mémoriser une collection ainsi que l'écriture du nombre comme outil de communication sont les connaissances visées.

L'animation de chacun des scénarios de la séquence est assurée par l'enseignante et la stagiaire, en alternance selon les différents moments de la situation. Trois intervenantes sont donc présentes auprès des élèves lors des activités : l'enseignante, la stagiaire et la chercheure dans un rôle d'observatrice.

1.1 Analyse a posteriori de la séquence par scénario

Les tableaux VI, VII et VIII montrent les stratégies mises en œuvre par l'ensemble des élèves des deux classes de l'expérimentation, notées A et B, à chacun des scénarios. Un code alphanumérique a été attribué à chaque élève participant à l'expérimentation. Les élèves de la classe A sont codés de A1 à A20 et les élèves de la classe B sont codés de B21 à B39. Lorsque le travail se fait en équipe, les codes des élèves constituant l'équipe sont présentés entre parenthèses (exemple : [A1, A8]).

Le Tableau VI fait état des différentes stratégies numériques, avec formation d'une collection équipotente, mises en œuvre par les élèves. Le Tableau VII présente les différentes stratégies numériques, sans formation d'une collection équipotente, que les élèves ont déployées. Enfin, le Tableau VIII présente les stratégies non numériques, sans formation d'une collection équipotente, mises en œuvre par les élèves. L'analyse a posteriori de chacun des scénarios réfère et explicite les résultats présentés dans ces tableaux.

Tableau VI
Stratégies numériques, avec formation d'une collection équipotente, mises en œuvre par les élèves à la séquence des Commandes de gommettes

Stratégies avec formation d'une coll. Équipotente	**Scénario 1** 5 gommettes Auto-communiation		**Scénario 2** 9 gommettes Comm. « muette »		**Scénario 3** 11 gommettes Comm. « muette »		**Scénario 4** 13 gommette Comm. écrite		**Scénario 5** 15R+9V gommettes Comm. écrite		**Scénario 6** 6 x 4 gommettes Comm. écrite	
	A (19)	B (17)	A (19)	B (16)	A (18)	B (17)	A (19)	B (18)	A (20)	B (16)	A (18)	B (14)
Stratégies numériques												
Dénombrer les cercles puis les gommettes. (S1)	A2, A6 A10,A11 A14,A16 A17,A20	B21,B24 B31,B32 B36,B37 B38										
Dénombrer cercles puis former coll. inter. équi. (S2 – S3)					A2							
Dénombrer les cercles puis montrer le nombre avec doigts. (S2 – S3)			A1,A2 A5,A6 A7,A8 A9,A13 A17,A19 A20	B22,B24 B28,B32 B38	A9 A8,A19 (1 et 1)	B36 B22,B24 B27,B32 B33,B37 B38						
Dénombrer les cercles puis montrer le nombre (frise, calendrier, etc.). (S2 – S3)			A14		A1,A3 A7,A11 A12,A13 A17,A20							
Dénombrer puis produire message écrit non numérique. (S2 – S3 – S4)								[B26,B38] [B27,B31] (13ronds)				
Dénombrer puis produire message écrit numérique. (S2 – S3 – S4 – S6)							[A1,A8] [A2,A17] [A3,A14] [A5,A13] [A7,A12] [A11,A20] [A6] (13) [A9,A19] (1 à 13)	[B25,B28] [B29,B33] [B32,B36] (13) [B30,B34] (1 à 13)			A1,A6 A8,A11 A12,A14 A16,A17 A20 (24) A9 (6 4) A10 (4 6)	B26,B27 B29,B30 B32,B33 B37 (24)
Dénombrer les croix et produire message écrit numérique qui tient compte 2 sous coll. (S5)									[A1,A8] (codes) [A7,A12] (oral)	[B26,B38] [B29,B33] (oral)		

Tableau VII
Stratégies numériques, sans formation d'une collection équipotente, mises en œuvre par les élèves à la séquence des Commandes de gommettes

Stratégies sans formation d'une coll. équipotente (1/2)	**Scénario 1** 5 gommettes Auto-communiation		**Scénario 2** 9 gommettes Comm. « muette »		**Scénario 3** 11 gommettes Comm. « muette »		**Scénario 4** 13 gommette Comm. écrite		**Scénario 5** 15R+9V gommettes Comm. écrite		**Scénario 6** 6 x 4 gommettes Comm. écrite	
	A (19)	B (17)	A (19)	B (16)	A (18)	B (17)	A (19)	B (18)	A (20)	B (16)	A (18)	B (14)
Stratégies numériques												
Dénombrer les cercles puis les gommettes (avec erreur). (S1)	A3, A4 A15 (4)	B22, B28 (6) B26 (3) B33 (2) B34 (4)										
Dénombrer les cercles puis montrer le nombre avec ses doigts (avec erreur). (S2 – S3)			A3 (5+3) A4 (5+5) A12(4+3)	B30 (1) B35 (5) B23(5+1) B29,B33 B37(5+3) B21,B31 (5+5)	A4 (5+1)	B34 (5) B35 (5) B21,B26 B29,B30 B31 (5+5)						
Dénombrer les cercles puis montrer le nombre (frise, calendrier, etc.) (avec erreur). (S2 – S3)					A10 (12) A16 (12) A6 (10+7)							
Dénombrer puis produire message écrit numérique (message incorrect). (S2 – S3 – S4 – S6)							[A4,A10] (1811) [A15,A18] (12)	[B22,B39] (14) [B23,B37] (1 à 11) [B21,B24] (1 à 16)			A4,A13 (4) A18 (17) A19 (19) A2 (27) A3 (30)	B24 (4) B39(44..) B22,B34 (13) B38 (14) B21 (20) B28 (25)
Dénombrer les croix sans distinguer les 2 sous coll. produire un message écrit numérique. (S5)									[A2,A17] (24v) [A4,A10] [A9,A19] [A11,A20] (24r)	[B27,B31] [B30,B34] (24r) [B22,B39] [B25,B28] (24v) [B21,B24] [B32,B37] (24r, 24v)		
Dénombrer les croix et produire un message écrit num. qui tient compte 2 sous coll. (avec erreur). (S5)									[A3,A14] (12r,9v) [A6,A16] (12r,13v) [A5,A13] (24r, 15v)			

Tableau VIII
Stratégies non numériques, sans formation d'une collection équipotente, mises en œuvre par les élèves à la séquence des Commandes de gommettes

Stratégies sans formation d'une coll. équipotente (2/2)	**Scénario 1** 5 gommettes Auto-communiation		**Scénario 2** 9 gommettes Comm. « muette »		**Scénario 3** 11 gommettes Comm. « muette »		**Scénario 4** 13 gommette Comm. écrite		**Scénario 5** 15R+9V gommettes Comm. écrite		**Scénario 6** 6 x 4 gommettes Comm. écrite	
	A (19)	B (17)	A (19)	B (16)	A (18)	B (17)	A (19)	B (18)	A (20)	B (16)	A (18)	B (14)
Stratégies non numériques												
Avec ou sans dénombrement préalable, prendre une seule gommette. (S1)	A1,A5 A7,A8 A9,A12 A13,A18	B29										
Avec ou sans dénombrement préalable, prendre un tas de gommettes. (S1)		B23 (4) B25 (4) B27 (8) B35 (2)										
Avec ou sans dénombrement préalable, faire ajouter 1 à 1 les gommettes par l'enseignante. (S2)			A11 (9) A16 (10) A18 (6)									
Sans dénombrement, Illustrer sur ses doigts une quantité (imitation) (S2 – S3)			A4	B21		B23 B25						
Avec ou sans dénombrement préalable, ne pas arriver à produire un message « muet ». (S2 – S3)			A15 (9)	B25 (9) B27 (6) B34 (8)	A15 (8) A18 (8)							
Avec ou sans dénombrement préalable, ne pas arriver à produire un message écrit. (S4 – S5 – S6)									Dénom. [A15,A18] (oral) (12r, 12v)		A15 (9? + lettres; oral :6 puis 12)	

1.1.1 Premier scénario : Le camion

Le premier scénario de la séquence des *Commandes de gommettes* propose un modèle (camion) à recouvrir de cinq gommettes d'une seule couleur. Nous rappelons les valeurs des variables didactiques de ce scénario.

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : cinq.
- Type de situation : auto-communication.
- Destinataire du message : aucun (auto-communication).

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

Le scénario 1, de la classe A, est animé par la stagiaire, tandis que l'enseignante est assignée à la table où se trouvent les gommettes. La stagiaire formule la consigne suivante, puis les élèves travaillent individuellement et en silence sur le problème.

Stag. : *Sur le camion on va mettre des petites gommettes. Sur les cercles en pointillé, on va mettre les gommettes. On va cacher les cercles avec les gommettes. Quand vous êtes prêts, vous levez la main. Quand je vais nommer votre nom, vous allez venir voir Mme Su. Vous avez le droit de venir seulement une seule fois.*

Pour insister sur la contrainte du déplacement unique, la stagiaire montre un doigt, puis elle poursuit.

Stag. : *Vous allez venir chercher juste ce qu'il faut de gommettes pour votre camion. Vous oubliez pas : vous avez droit seulement à une seule fois… un seul déplacement. Après vous allez coller les gommettes.*

De nouveau, elle montre un doigt. Elle distribue ensuite les feuilles aux élèves.

Stag. : *Après avoir collé les gommettes, si jamais vous avez des gommettes de trop, on va les coller en haut.(…) Oublie pas, vous avez droit à un seul déplacement… Une fois, on va voir Mme Su seulement une fois.*

La stagiaire insiste beaucoup sur la contrainte qu'un seul déplacement est permis : elle répète à trois moments cet élément de la consigne en l'accompagnant du geste (montrer un doigt). Les élèves peuvent ainsi interpréter le geste comme « une gommette » plutôt que comme « un déplacement ». Le nombre élevé d'élèves (huit élèves) de cette classe qui ne prend qu'une seule gommette, comparativement à la classe B où uniquement un élève a produit cette conduite erronée, conforte cette hypothèse. Un effet d'entrainement favorise également cette conduite. En effet, quatre élèves assis à la même table ont produit cette conduite, ce qui est tout de même surprenant puisqu'il est aisé pour les élèves de constater que le dessin n'est pas complété correctement, quatre cercles n'étant pas recouverts de gommettes.

L'enseignante accueille les élèves à la table et tente parfois de les amener (surtout les élèves qu'elle juge *doués* en mathématiques) à modifier leurs commandes d'une seule gommette, par de petites remarques, comme l'illustrent les extraits suivants.

Ens. :	(à l'élève A7) *Est-ce que t'en as juste ce qu'il te faut ? T'en prends comme tu veux.*
Ens. :	(à l'élève A8) *Tu peux juste venir une fois, mais tu prends ce que tu as de besoin.*
Ens. :	(à l'élève A9) *Ça va ? O.k. ? T'en prends comme tu veux là !*
Ens. :	(à l'élève A12) *Tu prends ce que tu veux !*
Ens. :	(à l'élève A5) *T'en as assez pour ton camion ?*
Ens. :	(à l'élève A1) *Tu prends tout ce que tu veux… pour que tu puisses en mettre sur tes fenêtres.*

Le retour en grand groupe est réalisé par la stagiaire. Alors que le retour doit permettre de ressortir les stratégies utilisées par les élèves pour résoudre le problème, la stagiaire dirige fortement l'échange autour du dénombrement. Elle suppose même, a priori, que c'est la stratégie mise en œuvre par un élève, comme le montre l'extrait suivant.

Ens. :	*Qu'est-ce que tu as fait ?*
A3 :	*J'en ai pris 4.*
Ens. :	*Quand <u>tu avais compté</u> tes cercles, <u>t'en avais compté</u> combien ? <u>Tu as compté</u> ? Comment t'as fait ? <u>Tu as compté</u> ? Tu as fait comme Man (élève A14 qui a compté)? Comment tu as décidé qu'il fallait que tu en prennes 4?*
A3 :	*J'ai pas compté.*

Au final, l'enseignante, déçue de la piètre performance de ses élèves (notamment pour ceux qui n'ont pris qu'une gommette), décidera de prendre en charge l'animation des autres scénarios de la séquence des commandes à l'exception de l'animation des retours.

Il est intéressant de noter que, dans cette classe, la contrainte d'un seul déplacement a été retenue comme une contrainte didactique importante pour la réussite de l'activité, ce qui a provoqué un contre-effet Topaze[1] (Brousseu, 1998), pourrions nous dire, dans la mesure où les élèves y ont repéré l'indice d'une solution mais ici, fausse (une gommette). Les élèves semblent ainsi très sensibles aux gestes et non seulement à la consigne verbale pour repérer un indice de la conduite à adopter.

Le scénario 1 de la classe B est réalisé en l'absence de la stagiaire. L'animation de l'activité est assurée par l'enseignante en présence de la chercheure. Une première partie de la consigne est donnée conformément à ce qui est prévu au premier scénario.

[1] Dans l'effet Topaze, l'enseignant prend à sa charge l'essentiel du travail de l'élève en modifiant la tâche. Les connaissances nécessaires pour produire la bonne réponse ne sont plus les mêmes, au point où le savoir visé disparaît.

Ens.	*Je vais te remettre une feuille avec un camion et tu vas devoir le compléter. Sur chaque petit cercle tu vas devoir mettre une gommette, un collant. Pour avoir les gommettes, tu vas venir me voir ou voir Mme An quand on va dire ton nom. Tu vas lever la main, quand tu vas savoir…*
Hésitation de l'enseignante sur cette partie de la consigne.	
Chercheure :	*Ce qu'il te faut…*
Ens. :	*Ce qu'il te faut pour compléter le camion. Quand tu es prêt, tu sais ce qu'il te faut, tu lèves la main, on t'appelle et tu viens chercher les gommettes. Tu n'as pas le droit de te lever deux fois, tu vas te lever seulement une fois.*

L'enseignante hésite dans la première partie de la consigne et semble sur le point de faire une référence au nombre (dire, par exemple, *« Quand tu vas savoir le nombre de gommettes qu'il te faut »*). L'enseignante a bien identifié l'importance de ne pas employer d'expressions qui suggèrent la stratégie gagnante. Il est intéressant de remarquer qu'une partie de la consigne n'est volontairement pas donnée par l'enseignante. En effet, il est prévu dans la préparation de la leçon que l'enseignante précise aux élèves que s'ils n'ont pas assez de gommettes, ils ne peuvent retourner à la table pour prendre d'autres gommettes (un seul déplacement est permis) et que s'ils ont trop de gommettes, ils doivent les coller au haut de leur dessin. Dans ces deux cas, la collection formée est non équipotente et la tâche est échouée. Cette précision est apportée par l'enseignante seulement à la fin de l'activité, lorsque tous les élèves sont venus chercher les gommettes et les ont collées sur leur dessin.

Ens. :	*S'il y a des amis qui ont collé leurs gommettes et qu'il reste encore des gommettes, tu les colles en haut du camion. Si tu as trop de gommettes, tu les colles en haut.*

À la fin de la période, lors du retour sur l'activité réalisée avec l'enseignante, cette omission lui est signalée par la chercheure. Elle explique alors qu'elle désirait éviter de surcharger d'informations les élèves (la consigne lui semblant déjà longue pour de jeunes élèves). Cette décision de l'enseignante est importante puisqu'elle modifie l'enjeu de la situation et donc la tâche, dans la mesure où il n'est plus vraiment nécessaire à l'élève de dénombrer pour connaître la quantité exacte de gommettes dont il a besoin. Ainsi, il peut décider d'aller en chercher beaucoup, pour ensuite n'utiliser que ce qui est nécessaire pour recouvrir les cinq cercles du dessin. S'il n'a pas à coller ce qui reste, il ne lui est pas nécessaire de prendre la quantité exacte.

L'enjeu de la situation n'est donc pas clair dès le départ, ce qui peut être décevant pour certains élèves et peut possiblement expliquer certaines conduites amusantes, comme celle de l'élève B28 qui tente de camoufler la gommette en trop parmi les retailles à jeter. Les élèves B22 et B27 tentent également d'éviter de coller les gommettes supplémentaires au haut du dessin en retournant les carrés en papier sur lesquels se trouvent les gommettes de manière à les cacher (l'enseignante déjoue le stratagème en comptant les carrés en papier qui se trouvent par terre, près des élèves, et en intervenant directement auprès de ceux qui en ont plus de cinq). Ensuite, durant toute la durée du retour sur l'activité, l'élève B22 tentera de décoller la gommette en trop, preuve de son échec à la tâche.

À la fin de l'activité, le retour en grand groupe est le moment pour l'élève d'expliciter la manière dont il s'y est pris pour obtenir ce qu'il fallait de gommettes. Pour ce scénario, chaque élève, à tour de rôle, présente à la classe son dessin et répond aux questions de l'enseignante. Cette dernière doit aider à l'expression des moyens utilisés par les élèves sans porter de jugement sur ceux-ci, comme en témoignent les extraits suivants (le premier élève a réussi la tâche, alors que le second a échoué).

Ens. :	*Comment tu as fait pour savoir combien il te fallait de gommettes?*
B24 :	*Parce que j'ai compté.*
Ens. :	*Tu as compté. Est-ce que tu peux me montrer comment tu as fait?*
B24 :	*J'ai fait : 1, 2, 3, 4, 5.* (L'élève pointe les gommettes en comptant).
Ens. :	*Et ça a fonctionné. Excellent.*
(…)	
Ens. :	*Quand j'ai dit « tu viens chercher ce qu'il te faut », comment tu savais ce qu'il te fallait ?*
B26 :	*J'ai pas compté !*
Ens. :	*Tu as oublié de compter avant de venir chercher les gommettes… C'est pour ça qu'il y en a juste trois. C'est pas grave, on va refaire l'activité.*

Il est intéressant de noter que rapidement, pour répondre aux questions de l'enseignante, les élèves formulent leurs arguments uniquement autour du dénombrement. Par exemple, les élèves disent: *« J'ai pas compté. J'ai compté. J'ai compté dans ma tête. J'ai pensé dans ma tête »*. Aussi, lorsqu'un élève n'a pas réussi la tâche, il dira qu'il n'a pas compté, même si un dénombrement a été observé (par exemple l'élève B26 dont la conduite est rapportée précédemment). Au contraire, pour expliquer son échec, l'élève B27 affirme qu'il a fait une erreur en dénombrant les gommettes, même si, dans les faits, il a pris d'un coup un petit paquet de gommettes. À l'opposé, l'élève B38 assure qu'il n'était pas nécessaire pour lui de dénombrer les gommettes alors qu'il l'a fait, et même deux fois plutôt qu'une.

Deux phénomènes sont à dégager dans les interactions didactiques de ce scénario.

1) L'omission, par l'enseignante, de préciser qu'il faut coller les gommettes restantes. Cette précision a pour fonction d'agir comme contrainte pour développer une stratégie efficace. L'omission de l'enseignante est peut-être la source de stratégies non-numériques des élèves.
2) Les justifications des élèves lors du retour ne se rapportent pas nécessairement à ce qu'ils ont fait, mais à ce qu'ils ont identifié comme ce qu'ils auraient dû faire, soit dénombrer. On peut y voir un effet de contrat qui a conduit à une régulation des échanges sur la reconnaissance de l'utilité du dénombrement pour réussir la tâche; les élèves anticipant les démarches attendues. Ainsi, ce premier scénario a permis en quelque sorte aux élèves de s'approprier l'enjeu de la situation didactique.

b) *Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves*

Le premier scénario des *Commandes de gommettes* est réussi par 15 élèves sur 36 (41,7%). Les stratégies mises en œuvre sont décrites dans ce qui suit (voir les tableaux VI, VII, et VIII).

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)

Le dénombrement efficace de la collection de cercles et de gommettes pour former une collection équipotente est la stratégie adoptée par 15 élèves (8/19 élèves de la classe A et 7/17 élèves de classe B).

Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)

Le dénombrement non-efficace et, par conséquent, la formation d'une collection non-équipotente est une conduite adoptée par 8 élèves (3/19 élèves de la classe A et 5/17 élèves de la classe B). Puisque l'activité se déroule en grand groupe et de manière silencieuse, il n'est pas possible de préciser où se situe exactement l'erreur : erreur de bijection dans le dénombrement des cercles sur la feuille ou des gommettes. Il est également possible que l'élève ait dénombré correctement les cercles sur le modèle sans utiliser ce résultat lorsque vient le temps de constituer sa collection de gommettes.

Stratégies non numériques sans formation d'une collection équipotente

a) Prendre une seule gommette avec ou sans dénombrement préalable des cercles dessinés sur la feuille est la stratégie adoptée par 9 élèves (8/19 élèves de la classe A et 1/17 élève de la classe B). Comme nous l'avons déjà précisé, la fréquence élevée de cette conduite dans la classe A peut s'expliquer par le geste, fait par la stagiaire, de montrer un seul doigt pour préciser qu'un seul déplacement était permis; les élèves ayant interprété qu'il ne fallait qu'une seule gommette.
b) Prendre un tas de gommettes, avec ou sans dénombrement préalable, est la stratégie adoptée par 4/17 élèves de la classe B.

En conclusion, plus de la moitié des élèves des deux classes (23/36 ou 63,9%) a mis en place une stratégie numérique pour résoudre le problème, que cette stratégie ait permis ou non de réussir la tâche.

c) *Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori*

Le Tableau IX fait l'inventaire des stratégies anticipées dans l'analyse a priori pour le scénario 1 en précisant les stratégies qui sont effectivement mises en œuvre par les élèves.

Tableau IX
Nombre d'élèves ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 1

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)	
• Identification juste de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive ou dénombrement et constitution d'une collection équipotente de gommettes.	15
• Former une collection équipotente intermédiaire à l'aide d'objets par correspondance terme à terme (ex. : un jeton/ un cerlce) et prendre autant de gommettes que de jetons.	0
Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)	
• Identification de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme ou dénombrement et constitution d'une collection équipotente de gommettes – avec erreurs de dénombrement des cercles et/ou des gommettes.	8
• Former une collection équipotente intermédiaire à l'aide d'objets par correspondance terme à terme (ex. : un jeton/ un cercle) et prendre autant de gommettes que de jetons – avec erreurs de correspondance jetons/cercles et/ou jetons/gommettes.	0
Stratégies non numériques sans formation d'une collection équipotente	
• Stratégie d'identification juste ou erronée de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme (un doigt par cercle) ou dénombrement et aller chercher qu'une seule gommette.	9
• Stratégie d'identification juste ou erronée de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme (un doigt par cercle) ou dénombrement et aller chercher plusieurs gommettes.	4

Un type de stratégie anticipée pour ce scénario dans l'analyse a priori n'est pas apparue, celui faisant intervenir la correspondance terme à terme qui semble assez coûteux à mettre en place. Ainsi, aucun élève des deux classes ne tente de former une collection équipotente intermédiaire en utilisant des objets ou les doigts (placer un objet ou un doigt sur chacun des cercles du dessin et reproduire cette correspondance avec les gommettes pour en prendre autant).

Également, la collection de cercles sur le dessin étant de petite taille (seulement cinq cercles alignés), l'analyse a priori suggère qu'il est possible pour l'élève d'identifier la cardinalité de cette collection, sans avoir à dénombrer, par reconnaissance globale de la quantité. Cependant, l'usage de cette stratégie ne peut être vérifié puisque nous ne sommes pas toujours en mesure de préciser si le cardinal de la collection de cercles est déterminé par l'élève au moyen du dénombrement ou encore par reconnaissance globale de la quantité. En fait, seules les stratégies faisant intervenir le dénombrement peuvent être identifiées sans équivoque lorsque l'élève pointe ou touche les cercles sur le dessin (pour identifier le cardinal de la collection à constituer) ou encore lorsqu'il prend une à une les gommettes (pour produire la collection de gommettes).

1.1.2 Deuxième scénario : La maison

Le deuxième scénario propose un modèle à recouvrir de neuf gommettes d'une seule couleur. Les valeurs des variables didactiques de ce scénario sont les suivantes :

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : neuf.
- Type de situation : communication «muette» avec possibilité d'utiliser du matériel pour former une collection équipotente.
- Destinataire du message : l'enseignant.

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

Le deuxième scénario est géré en grande partie, dans la classe A, par l'enseignante. La stagiaire, quant à elle, s'en tient à faire l'appel des élèves qui sont prêts à formuler leur message « muet » au récepteur et assure le retour en grand groupe à la fin de l'activité. La consigne donnée aux élèves par l'enseignante s'appuie fortement sur ce qui a été fait lors du dernier scénario de commande, comme le montre l'extrait suivant.

Ens. :	*(...) <u>Aujourd'hui c'est pareil</u> : tu as le droit de venir juste une fois et il faut que tu prennes ce que tu as de besoin. <u>Mais ce qui est différent aujourd'hui</u> : tu ne pourras pas prendre avec tes mains, directement, il va falloir que tu me demandes à moi ce que ça te prend mais sans parler. (…) Il va falloir que tu trouves un moyen intelligent pour que je te donne ce que tu veux parce que c'est pas toi qui va les prendre et tu ne pourras pas me le dire avec des mots. (…) Tu as le droit d'utiliser des choses dans la classe, comme tu veux, pour que moi je comprenne ce que tu veux. (…) S'il y en a trop après, on colle les gommettes en haut du dessin et s'il en manque, ben il en manque. (…)*

L'enseignante évoque largement ce qui a été réalisé au premier scénario et présente la spécificité du scénario 2 au regard de ce qui a été fait précédemment, ce qui crée une consigne plutôt longue. Référer à une activité passée, apparaît pour les enseignants comme un moyen efficace de favoriser la mobilisation des stratégies et des connaissances mises en œuvre antérieurement par les élèves.

L'intervention de l'enseignante dans la constitution d'une collection est à relever. En effet, lorsque certains élèves n'arrivent pas à produire une commande « muette », l'enseignante se charge alors de former elle-même la collection en ajoutant une à une les gommettes. Sans dire un mot, l'élève n'a plus qu'à arrêter l'enseignante lorsque la collection a atteint le cardinal désiré[2]. Cette intervention didactique annule la contrainte « commande muette », qui suppose la production d'un message silencieux référant au nombre ou à une représentation numérique et la modifie selon la contrainte d'auto communication spécifique au scénario 1.

L'intervention directive de l'enseignante et de la stagiaire est aussi à noter lors du retour de l'activité, comme le montre l'extrait suivant de l'échange avec l'élève A16.

Stag :	*Qu'est-ce que t'as fait quand t'es allé voir Mme Su ? Comment tu as fait pour passer ta commande ?*
A16 :	*J'ai fait rien.*
Stag. :	*T'as rien fait ? T'as juste regardé Mme Su ?*
(…)	
A16	*J'ai pointé sur les gommettes et elle m'a donné un (…) et là comme j'ai resté comme ça mon doigt, elle m'a donné neuf.*
Stag. :	*T'as seulement fait ça et elle t'as donné neuf ?*
Ens. :	*À chaque fois il montrait un doigt, à chaque fois…*
Stag. :	*À chaque fois que tu voulais une gommette, tu montrais ton doigt.*
A16 :	(Hésite) *Oui.*

Cette manière de procéder nous apparaît donc comme une adaptation à la situation, réalisée par l'enseignante, afin d'éviter l'échec des élèves[3].

Dans la classe B, la stagiaire anime l'activité de commande ainsi que le retour, tandis que l'enseignante joue le rôle du récepteur et remet les gommettes aux élèves. Lors de la présentation de l'activité, la stagiaire bute sur la consigne et réfère explicitement au nombre, mais se reprend par la suite pour utiliser l'expression « juste ce qu'il faut ».

[2] Cette conduite est détaillée dans la partie suivante portant sur l'analyse des stratégies des élèves.
[3] À la fin de chaque scénario, l'enseignante et la stagiaire interrogeaient la chercheure sur la qualité de leurs interventions. La chercheure a relevé cette intervention didactique qu'elle considérait peu appropriée, ce qui a conduit à limiter ce type d'intervention dans les scénarios suivants.

Stag. :	*(…). Ce qu'il y a de spécial c'est qu'on n'a pas le droit de parler. Il va falloir que vous trouviez un moyen pour demander à Mme Isa le <u>nombre</u> de… les gommettes que vous allez venir chercher… <u>juste ce qu'il faut</u>… mais, il faut pas parler. (…)*

À la fin de l'activité, la stagiaire fait d'abord un retour sur les productions de quelques élèves en comparant le dessin complété au modèle proposé et en questionnant les élèves sur les commandes transmises au récepteur. Puisque tous les messages « muets » sont produits par les élèves en montrant un certain nombre de doigts, l'enseignante tente de ressortir d'autres manières de faire une commande de neuf en prévision du prochain scénario qui contient également la contrainte de produire un message non verbal.

Ens. :	*Est-ce que, les amis, il y aurait eu une autre façon que de montrer les doigts ? Est-ce que tu aurais pu me montrer autre chose ? (…) Est-ce qu'il y aurait eu une autre façon différente de me montrer combien tu voulais de gommettes. Sans parler. En utilisant n'importe quoi dans la classe. Je vais te laisser l'heure du dîner pour y penser. Après le dîner, on va en reparler.*

Cet appel, cependant, n'a pas généré de propositions par les élèves. Ce qui est pertinent de relever, c'est que l'enseignante ne lie pas les conduites des élèves aux valeurs des variables de la séquence. Elle ne semble, en effet, pas considérer que, dans le scénario 2, la quantité en jeu rend suffisant l'emploi des doigts (montrer d'un seul coup 9 doigts pour représenter la quantité 9) et qu'aucune contrainte ne les pousse à élaborer d'autres stratégies. C'est d'ailleurs pour rendre inefficace la représentation d'une quantité d'un coup par les doigts que le scénario 3 a été pensé.

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Le deuxième scénario est réussi par un peu moins de la moitié des élèves, soit 17 élèves sur 35 (48,6%). Une plus grande variété de stratégies est mise en place par les élèves. Ainsi, nous relevons deux stratégies numériques différentes permettant d'obtenir une collection équipotente et trois stratégies ne permettant pas d'obtenir une collection équipotente (une étant numérique, les deux autres étant non numériques). Le nombre de stratégies numériques (avec ou sans réussite) utilisées par les élèves à ce scénario est en progression par rapport au scénario précédent, passant de 63,9% (23/36) à 80% (28/35). Voici les différentes stratégies mises en œuvre par les élèves.

Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)

a) Le dénombrement efficace (stratégie numérique) des cercles pour former une collection équipotente à l'aide de doigts est une conduite adoptée par 16 élèves (11/19 élèves de la classe A et 5/16 élèves de la classe B).
b) Le dénombrement efficace (stratégie numérique) des cercles et l'identification du nombre 9 sur une horloge jouet a été mis en œuvre par un élève de la classe A. Bien que cette conduite soit marginale, elle sera reconnue comme originale et efficace par les élèves lors du retour et reprise ensuite, par un grand nombre d'élèves au scénario suivant.

Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)

Avec dénombrement préalable des cercles, former une collection non-équipotente à l'aide de doigts est une stratégie mise en œuvre par 9 élèves (3/19 élèves de la classe A et 8/16 élèves de la classe B). Sept de ces onze élèves illustrent à l'aide de leurs doigts une quantité qui est à plus ou moins 2 de 9 ; ce qui suggère une erreur de dénombrement des cercles.

Stratégies non numériques sans formation d'une collection équipotente

a) Sans dénombrement, 2 élèves (1 de classe A et 1 de la classe B) montrent un certain nombre de doigts par imitation des conduites adoptées par d'autres élèves.
b) Deux autres «stratégies» qui ne respectent pas les contraintes du scénario sont relevées. Ainsi pour 4 élèves de la classe A, après plusieurs tentatives et autant d'échecs pour produire un message silencieux, l'enseignante accepte un message oral. Enfin, tel que rapporté plus haut, l'enseignante de la classe A évite l'échec de trois élèves (A11, A16 et A18) en simplifiant leur tâche. Elle offre ainsi à ces élèves une première gommette et en ajoute autant que l'élève lui fait signe silencieusement. Si les trois collections ainsi formées comportent 9 gommettes, elles n'ont pas été produites sous les contraintes prévues par la situation et ne sont donc pas considérées comme indice d'une réussite.

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

Le Tableau X fait l'inventaire des stratégies anticipées dans l'analyse a priori pour le scénario 2 en précisant les stratégies qui sont effectivement mises en œuvre par les élèves.

Tableau X
Nombre d'élèves ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 2

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)	
• Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts et présenter cette quantité à l'enseignant.	16
• Dénombrer la collection de cercles, identifier le code numéral associé (9) sur une suite numérique disponible en classe (calendrier, corde à nombres, frise numérique, etc.) et présenter ce code à l'enseignant.	1
• Dénombrer la collection de cercles, produire un message écrit numérique (écriture du code numéral ou de la suite de 1 jusqu'à 9) et présenter ce message à l'enseignant.	0
• Former une collection intermédiaire (traits dessinés, bâtonnets, jetons, etc.) équipotente par dénombrement ou correspondance terme à terme (un élément pour chaque cercle) et présenter cette collection à l'enseignant pour obtenir une collection équipotente de gommettes.	0
Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)	
• Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts – avec erreurs soit dans le dénombrement soit dans l'illustration avec les doigts – et présenter cette quantité à l'enseignant.	9
• Dénombrer la collection de cercles, identifier un code numéral sur une suite numérique disponible en classe – avec erreurs soit dans le dénombrement, soit dans l'identification du code numéral – et présenter ce code à l'enseignant.	0
• Dénombrer la collection de cercles, produire un message écrit numérique (écriture d'un code numéral ou d'une suite de nombres) – avec erreurs soit dans le dénombrement soit dans l'écriture du message – et présenter ce message à l'enseignant.	0
• Former une collection intermédiaire (traits dessinés, bâtonnets, jetons, etc.) par dénombrement ou correspondance terme à terme (un élément pour chaque cercle) – avec erreurs – et présenter cette collection à l'enseignant pour obtenir une collection de gommettes.	0
Stratégie non numérique sans formation d'une collection équipotente	
• Avec ou sans dénombrement préalable, ne pas arriver à produire un message «muet».	4

Ce deuxième scénario de la séquence propose une commande supérieure à sept gommettes, de manière à rendre inefficace la reconnaissance globale de la quantité[4]. La taille de la collection concourt effectivement à mettre en échec ce procédé au profit du dénombrement, comme le montre l'analyse a posteriori des stratégies des élèves réalisée précédemment.

L'analyse a posteriori des stratégies des élèves permet également de révéler la plus populaire des commandes « muettes » transmises au récepteur : la production d'une collection équipotente de doigts, comme collection intermédiaire entre celle des cercles et celle des gommettes. La seconde commande « muette » transmise au récepteur est réalisée sur la base d'une représentation numérique : l'élève pointe le nombre sur une petite horloge jouet. À ce scénario, aucun élève des deux classes de l'expérimentation n'a recours aux diverses suites numériques (calendrier, tableau de nombres, frise numérique) répertoriées dans l'analyse a priori et ce, même si ces supports sont situés à proximité du récepteur. De même, ce scénario ne permet pas de faire apparaître un message écrit (numérique ou non numérique) pour communiquer la quantité au récepteur.

D'autres stratégies prévues à l'analyse a priori n'ont pas été produites. C'est le cas des stratégies faisant appel à la formation d'une collection équipotente intermédiaire de type «dessin» ou d'objets (jetons) par correspondance terme à terme (un objet ou un trait pour chaque cercle). Il est possible que le matériel de manipulation (jetons, bâtonnets, petits cubes) ne soit pas suffisamment accessible pour que les élèves se permettent de les utiliser.

Une stratégie non prévue à l'analyse a priori (absente donc du Tableau X), et suscitée par l'enseignante, a été notée pour 3 élèves de la classe A. Ces élèves ont montré successivement un doigt, pour chaque gommette qui leur était remise, jusqu'à atteindre un certain nombre qui n'a pas permis, cependant, de former une collection équipotente. Est-ce que les élèves avaient identifié correctement le nombre de cercles ? Ont-ils eu du mal à contrôler le rappel successif de cet ajout de 1 jusqu'au nombre 9 ? Nous ne pouvons répondre à ces questions, mais il est effectivement possible que les élèves aient eu du mal à contrôler l'ajout successif de 1 jusqu'à 9.

En somme, la confrontation de l'analyse a priori et de l'analyse a posteriori permet, non seulement, d'apprécier l'évolution des stratégies numériques, mais également, de montrer qu'un recours efficace à de telles stratégies pose problème à un nombre appréciable d'élèves.

[4] Selon Baroody (1991), la reconnaissance globale de la quantité est possible jusqu'à 7 éléments.

1.1.3 Troisième scénario : Le bonhomme

Le troisième scénario propose un modèle à recouvrir de onze gommettes d'une seule couleur. Les valeurs des variables didactiques sont les suivantes.

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : onze.
- Type de situation : communication «muette» avec possibilité d'utiliser du matériel pour former une collection équipotente.
- Destinataire du message : l'enseignant.

a) *Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation*

Dans la classe A, l'enseignante prend en charge ce second scénario avec commande « muette ». La consigne est formulée de telle sorte qu'il est possible pour les élèves de faire des liens avec la tâche réalisée précédemment, sans toutefois que soit fait un rappel des stratégies mises en place par les élèves à ce moment. Le regard de l'enseignante fournit implicitement un indice sur la pertinence de recourir au tableau de nombres alors que, verbalement, elle suggère la possibilité d'utiliser des jetons ou des boutons.

Ens. :	*Comme avec la maison, tu ne pourras pas me parler avec des mots. Il va falloir que tu me parles autrement. Sans mot. Il va falloir que tu trouves une façon de me faire comprendre ce que tu veux. Si t'as besoin, j'ai mis des petits pots avec des jetons, j'ai mis des petits boutons. Tu peux prendre tout ce qu'il y a dans la classe pour que je comprenne ce que tu veux.*
L'enseignante jette un regard circulaire tout autour de la classe pour faire comprendre aux élèves qu'ils peuvent également utiliser le tableau de nombres ou le calendrier (derrière elle), la frise numérique (devant elle), les cartons de nombres (sur sa gauche).	

Bien que depuis le début de la séquence, il soit possible pour les élèves de recourir au matériel, c'est la première fois que l'enseignante y réfère de manière aussi explicite. Cette précision s'explique sans doute par les échanges, avec l'enseignante et la stagiaire, au terme du scénario précédent sur l'articulation entre les stratégies et les valeurs des variables didactiques. Proposer aux élèves d'utiliser des jetons ou des boutons, ou encore de référer au tableau de nombres ou au calendrier permet d'élargir le répertoire des stratégies. Les élèves pouvant, par exemple, utiliser les jetons ou les boutons comme collection équipotente intermédiaire ou encore référer à l'écriture du nombre sur un support numérique pour faire leur commande silencieuse.

Pendant l'activité, l'enseignante fera de nouveau un rappel des supports disponibles en classe à certains élèves qu'elle souhaite voir réussir (notamment les élèves qu'elle considère *doués* en mathématiques), comme c'est le cas avec l'élève A12 dans l'extrait suivant.

Ens. :	*Tu sais, tu peux utiliser tout ce qu'il y a dans la classe.*

L'enseignante regarde de manière soutenue derrière elle, là où sont accrochés le tableau des nombres de 1 à 100 et le calendrier. A12 : *Je peux faire ça ?* Elle pointe le calendrier. Et, une fois que l'enseignante a acquiescé, elle pointe le 11.

Pour deux élèves qui n'arrivent pas à produire un message silencieux, l'enseignante leur permet de prendre eux-mêmes les gommettes (ce qui revient à une situation d'auto communication comme celle proposée au scénario 1), plutôt que de faire une commande à l'oral (comme au scénario précédent lorsque les élèves n'arrivent pas à transmettre une commande « muette » au récepteur).

Le retour, comme phase de validation, en grand groupe est dirigé par la stagiaire, mais avec quelques difficultés puisqu'elle sollicite davantage les élèves à préciser les stratégies pour identifier la quantité désirée que celles mises en œuvre pour exprimer, sans recourir au nom du nombre, cette quantité. Cela s'explique sans doute par le fait qu'au scénario 2, le retour animé par la stagiaire portait principalement sur le dénombrement. Au scénario 3, elle amorce le retour sur le même enjeu jusqu'à ce que l'enseignante intervienne pour déplacer l'enjeu de l'échange, sur la spécificité du scénario 3, soit la production d'une commande muette d'une grande quantité. Cette intervention permet, notamment, de ressortir les supports numériques utilisés par les élèves (par exemple, les élèves A12 et A10 se servent respectivement du calendrier et du tableau des nombres de 1 à 100). Au cours du scénario, l'enseignante insistera auprès d'une des deux élèves qui ne dénombrent pas les cercles, sur l'importance de dénombrer pour que son message soit efficace.

Quelques éléments d'analyse sont dignes d'intérêt. D'abord, la conduite de l'enseignante qui, suggérant implicitement le recours au tableau de nombres, et produisant ainsi un effet Topaze, altère en partie la dévolution de la situation a-didactique. Ensuite, le partage des responsabilités entre la stagiaire et l'enseignante pour l'animation semble créer un effet de morcellement de l'enseignement qui nuit à une animation d'une phase de validation sur le principal enjeu du scénario. Un phénomène particulier se produit à chaque phase de validation dans cette classe : les échanges ne se fondent pas sur la confrontation entre la commande produite et le résultat obtenu, mais demeurent plutôt sur le repérage des stratégies numériques ou non. Enfin, notons que le document de préparation est silencieux sur le cas des élèves dont les stratégies n'évoluent pas au rythme de la progression prévue par la séquence. L'enseignante a pris à sa charge, dans ce scénario, d'expliciter clairement l'importance de dénombrer auprès de ces élèves. Il semble que cette intervention ait été profitable puisqu'au scénario suivant, tous les élèves dénombreront la collection pour identifier sa cardinalité.

Dans la classe B, la présentation de la situation par la stagiaire se déroule comme prévu : elle rappelle aux élèves qu'ils n'ont pas le droit de parler (commande « muette ») et qu'ils peuvent s'aider de tout ce qui se trouve dans la classe.

La phase de validation, animée par la stagiaire, permet, cette fois, de comparer les productions de quelques élèves au modèle proposé en relevant les stratégies mises en œuvre par les élèves et les commandes « muettes » transmises au récepteur. Puisque tous les élèves ont utilisé leurs doigts pour commander les gommettes au récepteur (avec ou sans erreur), la stagiaire cherche à faire dégager par les élèves des stratégies qui réfèrent à l'écriture du nombre.

Stag. :	*Est-ce qu'il y aurait une autre façon que tu aurais pu faire ta commande à Mme Isa ?*
B22 :	(Pointe le tableau des nombres de 1 à 100). *Pointer les chiffres aussi.*
Stag. :	*Sur le tableau des cent jours ? Montre-moi.*
L'élève B22 va pointer le nombre 11 sur le tableau de nombres.	
(…)	
L'élève B39 pointe la frise numérique installée au mur.	
Ens. :	*La bande numérique ? O.k.*

Bien qu'au scénario précédent, les élèves n'aient pu proposer d'autres manières que les doigts pour commander les gommettes, la taille de la collection (supérieure à 10) leur permet, ici, d'anticiper d'autres supports.

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Le troisième scénario est réussi par 20 élèves sur 35 (57,1%). Pour ce second scénario avec commande « muette », davantage d'élèves utilisent une stratégie numérique (qu'elle permette ou non de réussir la tâche) : ce nombre passe de 28 sur 35 (80%) à 33 sur 35 (94,2%). Le passage de neuf à onze gommettes fait émerger des stratégies qui réfèrent à l'écriture du nombre, particulièrement dans la classe B. L'ensemble de ces stratégies est décrit dans ce qui suit.

Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)

a) La stratégie la plus répandue consiste à dénombrer les cercles sur la feuille, puis à montrer à l'enseignante autant de doigts que le cardinal obtenu. Cette stratégie est utilisée efficacement par 9 élèves (1/18 élève de la classe A et 8/17 élèves de la classe B). La collection de doigts à former étant supérieure à dix, des conduites diversifiées sont observées. Un élève de la classe B a utilisé ses 10 doigts et 1 doigt de l'enseignante de manière obtenir une collection de 11 doigts qui se «voit d'un coup». Autre conduite, deux élèves de la classe A montrent l'index de chacune des mains en référence à chacun des chiffres qui composent le nombre (11 s'écrit 1 et 1). Ainsi, 11 élèves au total recourent à la représentation du nombre à partir de leurs doigts : 9 en illustrant la quantité et 2 en illustrant l'écriture du nombre.

b) Le dénombrement des cercles et le repérage du code digital 11, dans l'environnement (horloge jouet et calendrier) est effectué par 8 élèves de la classe A. L'utilisation de l'horloge pour référer à l'écriture du nombre a suscité beaucoup d'intérêt lors de son introduction par un élève de cette classe au scénario précédent. Il n'est donc pas étonnant d'observer cette conduite chez 8 élèves de la même classe, et avec succès pour 6 d'entre eux.

c) Le dénombrement efficace de cercles et la formation d'une collection équipotente intermédiaire (de petites rondelles en métal) par 1 élève de la classe A.

Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)

a) Le dénombrement efficace des cercles et la formation d'une collection non équipotente de doigts par 8 élèves (1/18 élève de la classe A et 7/17 élèves de la classe B). La stratégie optimale, dans l'usage des doigts, est de montrer, dans un premier temps, 5 et 5 doigts et 1 doigt dans un second temps. Les erreurs montrent la difficulté à combiner ces trois mesures (5, 5, et 1), en deux actions. Plus précisément, A4 a glissé sur l'enchaînement (5 + 5, puis +1) pour ne conserver que 5 + 1 doigts, alors que B26, après une longue hésitation, montre à l'enseignante 10 doigts tout en commandant oralement onze gommettes.

b) Le dénombrement inefficace de cercles et le repérage d'un code écrit qui est de plus ou moins 1 de 11 par 3 élèves de la classe A.

Stratégies non numériques sans formation d'une collection équipotente

a) Aucun dénombrement et formation d'une collection de 10 doigts par deux élèves de la classe B. Cette stratégie est une imitation de ce qui est observé dans le comportement des autres élèves qui montrent 10 doigts et 1 doigt. Soit ils ne perçoivent pas l'ajout de 1 doigt du fait qu'ils ne sont pas centrés sur la quantité en jeu, soit ils omettent d'illustrer l'ajout de 1 doigt ne pouvant l'interpréter.

b) Aucun dénombrement et production d'aucune commande muette par 2 élèves de la classe A.

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

Le Tableau XI confronte les stratégies anticipées dans l'analyse a priori et les stratégies mises en œuvre par les élèves au scénario 3.

Tableau XI
Nombre d'élèves ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 3

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente (dessin complété correctement)	
• Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants.	
o Écrire le code digital du nombre (11).	0
o Écrire la suite de 1 jusqu'à 11.	0
o Repérer le code digital (sur une frise, calendrier, etc.).	8
• Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts (ex. : 10 doigts et 1 doigt) et présenter cette quantité à l'enseignant.	11[5]
• Dénombrer la collection de cercles, former une collection intermédiaire équipotente d'éléments dessinés ou non (traits, carrés, etc.) et présenter ce message à l'enseignant.	1
• Former une collection d'éléments équipotente, par correspondance terme à terme et présenter cette collection à l'enseignant.	0
Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente (manque ou surplus de gommettes)	
• Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants – avec erreurs soit dans le dénombrement soit dans la production du message numérique.	
o Écrire un code digital.	0
o Écrire la suite de 1 jusqu'à n.	0
o Repérer un code digital (sur une frise, calendrier, etc.).	3
• Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts – avec erreurs soit dans le dénombrement, soit dans l'illustration du nombre.	8
• Dénombrer la collection de cercles, former une collection intermédiaire non équipotente d'éléments dessinés ou non (traits, carrés, etc.).	0
• Former une collection d'éléments non équipotente – avec erreurs dans la correspondance terme à terme.	0
Stratégie non numérique sans formation d'une collection équipotente	
• Avec ou sans dénombrement préalable, ne pas arriver à produire un message numérique.	2

[5] Sur les 11 élèves, 9 illustrent la quantité (11 doigts) et 2 élèves illustrent l'écriture du nombre (11 s'écrit 1 et 1).

La stratégie la plus populaire et la plus efficace est le dénombrement de la collection de cercles et la représentation de ce nombre à l'aide de doigts.

Les deux stratégies, prévues dans l'analyse *a priori*, qui requièrent la production d'un message numérique écrit, efficace ou non efficace, n'ont pas été relevées. Aucun des élèves, donc, n'a soit écrit le code numéral (11) ou encore la suite des nombres de 1 jusqu'à 11. Contrairement à ce qui était prévu dans l'analyse a priori, les contraintes de cette situation ne favorisent pas la production d'un message numérique écrit ou encore la production d'un message non numérique telle la formation d'une collection équipotente. En effet, un seul élève formule un message efficace, mais non numérique; après dénombrement, il forme une collection équipotente d'objets, collection intermédiaire entre la collection de cercles et la collection de gommettes désirée. Cependant, au total, 11 élèves réfèrent au code numéral (du calendrier ou de la frise numérique), avec succès pour 8 d'entre eux, pour communiquer la quantité de gommettes. Si les contraintes ne favorisent pas la production originale d'un message écrit, elles sollicitent cependant des stratégies faisant appel au code digital du nombre.

Une autre stratégie prévue mais non observée est celle de la correspondance terme à terme pour former une collection intermédiaire équipotente, comme moyen de communiquer la quantité désirée de gommettes. Il semble, encore une fois, que les élèves n'utilisent pas ce procédé puisque le dénombrement, pour une collection de 11 éléments, leur est sans doute plus économique et plus fiable que la correspondance terme à terme mais, aussi, sans doute parce que la possibilité de recourir au matériel n'est pas donnée dans la consigne. Ainsi, les élèves mettent en œuvre principalement des stratégies de type numérique.

Une conduite non prévue est adoptée par deux élèves : ils n'ont fait aucun dénombrement et, cependant, montré un certain nombre de doigts. Cette conduite semble être empruntée de conduites observées chez d'autres élèves.

1.1.4 Quatrième scénario : Le robot

Les valeurs des variables didactiques du quatrième scénario sont les suivantes.

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : treize.
- Type de situation : communication écrite.
- Destinataire du message : l'enseignant.

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

Dans la classe A, l'enseignante présente le nouveau scénario dans le respect des indications du guide d'accompagnement. La dévolution est donc opérée tel que prévu. À la phase d'action, elle se charge de décoder les messages des élèves et de leur remettre les gommettes. Comme son rôle l'exige, elle interprète assez largement les messages des équipes. Habituellement, lorsque le message est différent de ceux attendus, l'enseignante demande à l'équipe d'en faire la lecture. Toutefois, ce n'est pas l'intervention didactique retenue pour l'équipe formée des élèves A4 et A10 qui produit un message sur lequel se trouvent le dessin de trois cercles, l'écriture de quelques lettres et des chiffres : 1 1 et 1 8. L'enseignante interprète le message comme une commande de 29 gommettes : elle fait elle-même la lecture des nombres 11 et 18, ajoute sur le message le signe «+» entre les deux nombres et conclut en disant : *« 18 et 11 ça fait 29, je vous donne 29 gommettes »*. Le signe «+» est ici utilisé pour donner un indice aux élèves pour qu'ils interprètent eux-mêmes la relation entre le message qu'ils ont fourni et la collection qu'elle leur remet.

Le retour en grand groupe permet ensuite de revenir sur les productions des élèves (messages écrits et dessins complétés). L'accent est mis, notamment, sur le contenu des bons de commande en insistant sur l'économie pour les émetteurs (élèves) à les produire et pour le récepteur (enseignante) à les décoder. Comme le montre l'extrait suivant, la stagiaire insiste particulièrement sur la comparaison entre les deux types de messages numériques relevés : l'écriture du nombre et l'écriture de la suite numérique.

Stag. :	*Qu'est-ce que vous avez fait ?*
A19 :	*On a compté les ronds…*
A9 :	*On a compté chacun son tour.*
Stag. :	*Puis ici, qu'est-ce que tu as mis sur ton message ?*
A19 :	*On a mis 13.*
Stag. :	*13 ?*
A9 :	*Sha m'a dit et moi je l'ai fait.*
Stag. :	*D'accord, il est où le 13 ? Le 13 est là. Et ça, qu'est-ce que c'est ?*
A9 :	*Des chiffres !*
Stag. :	*C'est quels chiffres ? 1, 2, 3, 4, jusqu'à 13. <u>Est-ce qu'on aurait pu écrire seulement 13</u> ?*
A9 :	*Non.*

Stag. :	*Non? Il fallait écrire de 1 à 13 pour que Mme Su comprenne? Pourquoi tu dis ça? (…) Pourquoi tu pouvais pas écrire seulement 13?*
A9 :	*Parce que… (hésite) j'ai pas pensé à ça…*
Stag. :	*T'as pas pensé à ça… mais est-ce que Mme Su aurait compris si tu avais écrit seulement 13 ?*
L'élève A9 ne répond pas. La stagiaire insiste et questionne l'élève A19.	
Stag. :	*Toi Sha, est-ce que tu crois que oui ?*
A19 :	*Non.*
Stag. :	*Non, tu crois pas. Mme Su, il fallait qu'elle sache qu'il y avait 1, 2, 3, jusqu'à 13. (…) Mais si tu avais écrit 13, est-ce qu'elle aurait compris que tu voulais 13 gommettes ?*
Les élèves hésitent puis acquiescent d'un léger mouvement de tête	
Stag. :	*Oui ! Juste 13, hein les amis !?*

La stagiaire pilote fortement l'échange pour convaincre les élèves que l'écriture de la suite des nombres de 1 à 13 (produite par A9 et A19) et, celle du nombre 13, expriment une même quantité, la seconde écriture étant seulement plus économique à produire et à décoder. Toutefois, comme cet échange survient au tout début du retour en grand groupe, il est impossible pour les élèves A9 et A19 de s'appuyer sur l'évocation d'autres conduites d'élèves pour relever la similitude[6]. On peut également faire l'hypothèse que les élèves A9 et A19 rejettent l'écriture d'un seul nombre jugeant nécessaire que chaque gommette soit représentée par un nombre. En effet, pour reconnaitre l'efficacité de l'écriture du seul nombre 13, la suite numérique doit être construite comme une inclusion hiérarchique, c'est-à-dire sériée et emboîtée (Fuson, 1991); ce qui permet d'admettre que le nombre 13 inclut ceux qui le précèdent.

Dans la classe B, la stagiaire introduit un contexte de commande dans un restaurant : le cuisinier doit consulter les bons de commande remplis par le serveur afin de préparer les repas aux clients. Au premier abord, le contexte du restaurant semble intéressant pour que les élèves accordent une certaine signification au bon de commande. Toutefois, une difficulté apparaît rapidement : comme le ferait le serveur avec ses commandes, les élèves tentent d'écrire des mots et, qui plus est, des mots liés à des mets !

Stag. :	*Il faut faire un message pour que Mme Isa comprenne votre commande. Comme au restaurant, le cuisinier doit comprendre le bon de commande.*
Suite à la consigne, les élèves B27 et B31 discutent entre eux.	
B27 :	*On va écrire lasagne.*
B31 :	*On va pas manger de la lasagne !*
B27 :	*Oui, on va écrire de la lasagne.*
B31 :	*C'est toi qui vas l'écrire ? Tu sais même pas écrire mon nom !*
Les deux élèves s'arrêtent pour réfléchir. (…)	
Ens.:	*Là tu parles du spaghetti ?! Est-ce que t'as besoin du spaghetti pour faire ton robot ?!*

[6] C'est la seule équipe qui a produit ce type de message écrit (sept équipes ont écrit le nombre 13, une équipe le nombre 12 et un équipe les nombres 18 et 11). Les stratégies des élèves sont décrites dans la prochaine partie.

À l'instar des élèves B27 et B31, d'autres élèves sont aussi freinés dans leur démarche du fait qu'ils ne savent pas écrire.

Les élèves s'adressent à la stagiaire.	
B30 :	*On sait pas écrire !*
B22 :	*Je sais pas non plus écrire.*
B36 :	*Parce que moi je sais pas vraiment écrire.*
Stag. :	*Ben là… Pensez à d'autres stratégies. Faites ce que vous pensez.*

La stagiaire reprend ensuite la consigne de manière à créer des liens avec le scénario précédent réalisé la veille.

Stag. :	*Mme Isa veut vous donner des gommettes. Mais elle doit comprendre avec ce qu'il y a sur le papier. Hier vous êtes venus la voir et vous avez fait des choses pour qu'elle comprenne d'une façon. Là c'est sur papier qu'elle doit comprendre.*

De son côté, l'enseignante remarque que certains élèves veulent compléter leur bon de commande en écrivant le mot *gommettes* à côté du nombre qu'ils ont déjà écrit. Elle souligne alors aux élèves qu'elle n'a de toutes manières que des gommettes à leur offrir et qu'il n'est donc pas nécessaire de le préciser dans la commande.

À la lumière des éléments décrits précédemment, il ressort que l'enjeu de la situation pour les élèves n'est donc pas tant de constituer une collection équipotente de gommettes, mais plutôt de produire un message lettrée. Si tous les élèves débutent l'activité en dénombrant les cercles sur le dessin, plusieurs peinent ensuite à remplir leur bon de commande. Plusieurs échanges individuels, entre la stagiaire (ou l'enseignante) et les élèves, sont alors nécessaires pour permettre à chaque équipe de compléter leur bon de commande. Ce que réussira chacune des équipes.

Tous les messages sont décodés prestement par l'enseignante, à l'exception de celui présenté par l'équipe formée des élèves B30 et B34 qui consiste en l'écriture de la suite des nombres de 1 à 13, qui suscite le commentaire suivant.

Ens. :	(S'adressant à l'élève B30) <u>*Encercle-moi*</u> *ce dont tu as besoin parce que là je vois plein de choses, plein de messages et je ne sais pas c'est lequel le bon. Dis-moi c'est lequel ?*

Pour l'enseignante, ce message manque de précision, même s'il apparaît pourtant clairement dans le répertoire des stratégies anticipées pour ce scénario dans l'analyse a priori. Nous choisissons donc d'intervenir et de le mentionner à l'enseignante puisque deux autres équipes ont produit un message similaire (l'écriture de la suite de 1 à 11 et de la suite de 1 à 16). Malgré tout, l'enseignante persiste à demander aux élèves qui écrivent une suite numérique d'encercler le *nombre important* du message.

Le retour en grand groupe, animé par la stagiaire, est ensuite l'occasion de revenir sur les messages produits par les élèves. La stagiaire met l'accent plus particulièrement sur le contenu des bons de commande en orientant les échanges, voire en institutionnalisant l'efficacité des messages numériques au regard des messages non-numériques. Les extraits suivants réfèrent aux conduites de trois équipes qui ont proposé des messages différents : l'écriture du nombre 13 pour l'équipe formée des élèves B32 et B36 (extrait 1), l'écriture de la suite des nombres de 1 à 13 pour l'équipe formée des élèves B30 et B34 (extrait 2) et le dessin d'une collection de treize cercles pour l'équipe formée des élèves B27 et B31 (extrait 3).

Extrait 1

Stag. : *Qu'est-ce que vous avez mis sur votre bon de commande ?*
B32 : *13.*
Stag. : *Est-ce que c'est un <u>bon message</u> ?*
B36 : *Oui !*

Extrait 2

Stag. : *Qu'est-ce que vous avez fait les filles ? Qu'est-ce que c'est ça ?*
B30 : *On a écrit des numéros jusqu'à 13 ?* (…)
Stag. : *Est-ce que tu aurais pu écrire seulement 13 ?*
B30 : (Après une courte hésitation) *Oui.*
Stag. : *Écrire seulement 13, est-ce que <u>c'est plus vite ou moins vite</u> ?*
B30 : *Plus vite.*

Extrait 3

Stag. : *Qu'est-ce que vous avez fait ici ?*
B27 : *On a fait des ronds pour compter et Mme Isa m'a donné 13.* (…)
Stag. : *Qu'est-ce que t'aurais pu faire d'autre que les dessins. Ça c'est très bon. C'est un bon message. Mme Isa a pu savoir la quantité que tu voulais, elle a pu les compter. C'est juste <u>un peu plus long</u> pour elle. Est-ce qu'il y a un autre moyen que tu aurais pu prendre ?* (…) *Les autres amis qu'est-ce qu'ils on fait ?*
B27 : *Des chiffres.*
Stag. : *Ils ont écrit des chiffres, mais ils ont écrit quels chiffres ?*
B27 : *13.*
Stag. : *Ils ont écrit 13. Ou ils ont écrit de 1 à 13. Alors ça <u>c'est un bon moyen</u> parce que Mme Isa pouvait le lire. C'est juste un peu plus long que les chiffres. Et quand on écrit juste 13… ben là ouf, Mme Isa pouvait le savoir tout de suite.*

Au terme de cette section, il convient de relever certaines interventions didactiques des enseignantes. D'abord, la modification de la consigne dans la classe B, par la stagiaire, semble répondre à une exigence professionnelle de référer à un contexte familier pour favoriser la compréhension de la consigne. La référence au bon de commande du restaurant crée, cependant, ce que nous pourrions appeler, un effet de distraction. Les élèves n'interprètent pas la nature analogique de la référence; ils se saisissent plutôt de la réalité à laquelle elle réfère, cherchant alors à écrire soit un plat, soit un message lettré et sont ainsi éloignés des moyens efficaces pour atteindre le but visé. Ensuite, l'importance accordée par les enseignants à faire admettre aux élèves que la suite des nombres (de 1 jusqu'au cardinal) peut être résumée par le dernier nombre de la suite. Si l'analyse a priori avait préparé les enseignants et les stagiaires à recevoir ce dernier message, ils prennent à leur charge ce que la séquence sur le plus long terme cherche à dévoluer aux élèves, soit la reconnaissance du dernier nombre de la suite comme cardinal de l'ensemble. Ce n'est ni par conviction, ni par compréhension du principe de cardinalité que les élèves de la classe A finissent par acquiescer, c'est sous la pression des questions redondantes et orientées de la stagiaire.

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Le quatrième scénario est réussi par 27 élèves sur 37 (73%). Fait intéressant à noter, tous les élèves mettent en œuvre une stratégie numérique dans l'élaboration de leur message écrit, que celui-ci soit numérique (écriture d'un nombre ou d'une suite de nombres) ou non numérique (dessin d'une collection). Ainsi, tous les élèves ont dénombré les cercles. Ce qui distingue les conduites est la nature du message produit. Les conduites d'élèves sont donc décrites en fonction de la nature du message.

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique efficace (dessin complété correctement)

Le dénombrement efficace des cercles et l'écriture du cardinal de la collection dénombrée, soit 13, permettant la formation d'une collection équipotente, est la stratégie adoptée par 12 équipes (8 équipes de la classe A et 4 équipes de la classe B). Les messages numériques sont de deux types :

- L'écriture du nombre 13 par 10 équipes (7 équipes de la classe A et 3 équipes de la classe B). Une équipe s'appuie sur la lecture des nombres du calendrier pour repérer l'écriture du nombre 13, alors que les autres l'écrivent sans aide.
- L'écriture de la suite des nombres de 1 à 13 par 1 équipe de la classe A et 1 équipe de la classe B. Une équipe écrit sans aide et aisément la suite, alors que la seconde équipe réfère à la frise numérique et produit quelques inversions de chiffres dans l'écriture de nombres.

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message non numérique efficace (dessin complété correctement)

Le dénombrement efficace des cercles et la formation d'une collection intermédiaire dessinée équipotente de cercles est la stratégie adoptée par 2 équipes de la classe B. L'une de ces équipes aligne les 13 cercles alors que la seconde les dispose en tentant de reproduire leur position dans le dessin du robot qu'elle a à recouvrir de gommettes.

Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique non efficace (manque ou surplus de gommettes)

a) Après avoir dénombré correctement la collection de cercles, 1 équipe de la classe B écrit la suite de 1 à 16. Elle se rend ensuite au tableau de nombres pour vérifier l'écriture de 14, 15 et 16. Le dénombrement étant bien contrôlé, l'erreur semble venir d'un glissement de «*treize*» à «*seize*», par confusion sonore, au moment venu d'écrire la suite sur le bon de commande.
b) Le dénombrement inefficace des cercles et l'écriture du nombre cardinal identifié (14) est la conduite d'une équipe de la classe B. L'observation des différents dénombrements réalisés par ces élèves permet de relever des erreurs de marquage de l'itinéraire suivi (Baroody, 1991), le dénombrement n'étant pas organisé de manière à distinguer les éléments dénombrés de ceux qui ne le sont pas, les élèves obtiennent un cardinal différent à chaque nouveau dénombrement engagé.
c) Le dénombrement inefficace des cercles et l'écriture de la suite de nombres – 1 à n, n étant le dernier nombre rappelé dans le dénombrement – est la conduite adoptée par 1 équipe de la classe B. Il est intéressant de noter que c'est la lourdeur des coordinations nécessaires à la stratégie qui conduit à une erreur. Ainsi, un des élèves écrit d'abord les nombres de 1 à 10 (avec écritures inversées pour certains chiffres), puis vérifie qu'à chaque cercle correspond bien l'écriture d'un nombre. Il met donc en place un procédé de correspondance terme à terme en pointant tour à tour un cercle puis un nombre. Devant l'ampleur de la tâche, il procède à un nouveau dénombrement des cercles sur le dessin et ajoute le nombre 11 à sa suite.
d) Le dénombrement inefficace des cercles et l'écriture successive de plusieurs chiffres (1 8 1 1) sont les actions posées par 1 équipe de la classe B.

c) *Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori*

Le Tableau XII présente la fréquence des stratégies anticipées dans l'analyse a priori du scénario 4, dans la réalisation effective du scénario.

Tableau XII
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 4

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique efficace	
• Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants :	
o Écrire la suite numérique de 1 à 13.	1
o Écrire le code digital qui correspond à la cardinalité : 13	10
Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message non numérique efficace	
• Dénombrer la collection de cercles et former une collection intermédiaire équipotente d'éléments dessinés à la collection de cercles.	2
Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique non efficace	
• Dénombrer la collection de cercles et produire un message numérique inefficace – avec erreurs dans le dénombrement ou dans le choix du ou des codes digitaux associés.	4

Pour la première fois depuis le début de la séquence, les élèves, en équipe de deux, doivent transmettre un message écrit à l'enseignante pour commander les gommettes. Les bons de commande attendus sont ceux qui utilisent le nombre (messages écrits numériques), puisqu'ils sont efficaces et économiques. Si le scénario précédent, avec commande « muette », n'a pas permis d'introduire les messages écrits, les valeurs des variables didactiques du scénario 4 ont favorisé le recours à l'écriture mathématique chez la très grande majorité des élèves.

Tous les élèves des deux classes de l'expérimentation procèdent au dénombrement des cercles sur le dessin avant de produire leur bon de commande. Les messages produits par les élèves sont ceux prévus dans l'analyse a priori. Ainsi, certains élèves écrivent tout simplement un nombre (cardinal obtenu au dénombrement des cercles) ou encore une suite de nombres – chaque nombre écrit correspond à un cercle sur le dessin, le dernier représentant le nombre de gommettes désirées. Il y a aussi production d'un message non numérique : le dessin d'une collection de cercles équipotente à la collection de cercles dénombrée.

1.1.5 Cinquième scénario : Le château

Tout comme pour le scénario précédent, le cinquième scénario reprend une situation effectuée en dyade avec message écrit. Les valeurs des variables didactiques sont les suivantes.

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : vingt-quatre (quinze gommettes rouges pour les murs du château et neuf vertes pour les merlons du château).
- Type de situation : communication écrite sur un petit bon de commande.
- Destinataire du message : l'enseignante.

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

Dans la classe A, la stagiaire prend en charge l'animation complète de l'activité de commande. La présentation aux élèves du modèle complété du dessin du château est l'occasion de dégager l'originalité de ce scénario : deux couleurs de gommettes doivent être commandées à l'aide d'un petit bon de commande. Le modèle complété est ensuite affiché dans la classe.

À l'instar des scénarios réalisés précédemment, plusieurs élèves dénombrent toutes les croix du dessin, sans distinction des couleurs, et produisent un message numérique du cardinal obtenu (24). Le récepteur, confronté à l'écriture du nombre 24, pose alors systématiquement la question suivante : *« 24 rouges ou 24 vertes? »* Cette question incite certaines équipes à modifier leur commande tandis que pour plusieurs autres, elle ne les encourage qu'à préciser, à l'oral, la couleur de gommettes désirée. Malgré l'insistance de la stagiaire, il est fréquent que les élèves s'abstiennent de modifier leur message, comme l'illustre l'échange suivant.

La stagiaire s'adresse à l'équipe formée des élèves A2 et A17.
Stag. : *Tu veux 24 rouges ou 24 verts ?*
A2 : (Hésite) *24 verts.*
Stag. : *Tu veux pas de rouges ?*
A2 : *Tous les deux, tous les deux.*
Stag. : *Mais moi je dois savoir ce que tu veux. Si tu me donnes ça, je te donne soit 24 rouges ou 24 verts.*
A2 : *24 verts !*
Stag. : *Tu veux pas de rouges ? Regarde le château. Tu veux pas de rouges ?*
A2 : *Tous les deux je t'ai dit… beaucoup de verts.*
Stag. : *Moi, je dois comprendre ce que tu veux. Si tu me donnes ça, moi je te donne 24 rouges OU 24 verts.*
A2 : *24 verts !*
Stag. : *Tu veux pas de rouges ? <u>Tu veux pas faire comme le château</u> ?*
A2 : (Hésite) *Non.*
Le récepteur prépare les 24 gommettes vertes et poursuit.
Stag. : *Vous voulez pas faire comme le modèle ?*
A2 : *Oui, on va faire comme le modèle.*
Stag. : *Ben non, il y a du rouge sur le modèle. Ben va reprendre le message. Tu veux pas me laisser les gommettes et reprendre le message ?*
A2 : *Non…*

Pour la stagiaire, l'enjeu de la situation est réellement de produire un message écrit qui informe à la fois sur le nombre et sur la couleur des gommettes. Ainsi, même lorsque les élèves produisent un bon de commande avec l'écriture de deux nombres (permettant de commander deux couleurs de gommettes), la stagiaire insiste pour qu'ils raffinent leur message en ajoutant, par exemple, des codes de couleurs. Et ce, même si à plus d'une occasion, nous lui faisons remarquer que ces informations peuvent être ajoutées à l'oral, l'important étant d'obtenir une double commande.

La même exigence est observée lors du retour en grand groupe que la stagiaire, de manière exceptionnelle, anime seule. Ainsi, dans un premier temps, le retour permet d'identifier les diverses écritures produites par les élèves en les associant aux commandes effectuées. Par exemple, le nombre 24 correspond au cardinal de toutes les croix sur le dessin, le nombre 15 est le cardinal associé aux gommettes rouges, le nombre 9 est le cardinal associé aux gommettes vertes, etc. Dans un deuxième temps, le retour est l'occasion pour la stagiaire de relever les messages les plus intéressants, c'est-à-dire ceux qui permettent d'obtenir deux couleurs de gommettes. Finalement, à la fin du retour, la stagiaire met en évidence la conduite qu'elle attend, comme le montre l'extrait suivant.

Stag. :	*Qu'est-ce que tu aurais pu faire pour que je comprenne mieux ton message ? Il y a des amis qui ont eu de très bonnes idées, moi j'ai compris leurs messages…*
A14 :	*Il aurait dû mettre de la couleur.*
(…)	
Stag. :	*Tu comptes les verts. Là c'est 9… 9 avec un point vert. Ça c'est une idée, alors tu comptes. Tu comptes les verts, tu mets 9 et tu dessines un point vert…*
A9 :	*Après tu recommences avec les rouges.*
Stag. :	*Après tu comptes les rouges et tu mets un petit point rouge. Alors là c'est facile à comprendre.*

Dans la classe B, la stagiaire présente la consigne telle que suggérée dans le scénario. De son côté, l'enseignante décode les messages des équipes et leur remet les gommettes commandées. Au besoin, l'enseignante demande des précisions aux équipes et leur permet de modifier leur message.

Le retour en grand groupe, animé par la stagiaire, permet de confronter les messages produits par les élèves aux dessins complétés à l'aide des gommettes. De nouveau, dans cette classe, la stagiaire oriente l'essentiel des échanges avec les élèves sur la présence de codes de couleurs permettant de distinguer les deux commandes de gommettes, allant même jusqu'à privilégier ce type de messages au détriment de messages plus appropriés. Ainsi, aux élèves B29 et B33, qui proposent un message avec l'écriture des nombres 9 et 15, elle leur suggère plutôt de recourir à un message comme celui de l'équipe formée des élèves B21 et B24, où apparaît deux fois l'écriture du nombre 24, l'un est encerclé en vert, et l'autre, en rouge.

La stagiaire s'adresse à l'équipe formée des élèves B29 et B33.	
Stag. :	*Qu'est-ce que vous avez demandé comme message ici ?*
B33 :	*9 gommettes vertes et15 gommettes rouges.*
(…)	
Stag. :	*Sur le message écrit, ici, est-ce que Mme Isa a dû vous le demander ou elle le savait ? Est-ce qu'elle pouvait le savoir tout de suite que tu voulais 9 vertes et 15 rouges ? (…) Ou il a fallu lui dire ?*
B29 :	*On a dit…*
Stag. :	*Il a fallu le dire… Regarde, moi j'ai des amis, Ém et Ab (élèves B21 et B24), qui ont eu une super bonne idée. Regardez, il y a des gommettes rouges et vertes. Est-ce que c'est pareil comme le modèle ?*
Plusieurs élèves répondent non.	
Stag. :	*Non, il y en a beaucoup. Mais regardez ici, c'est tout pareil. Ils ont eu une super bonne idée : ils ont colorié en vert, ils ont colorié en rouge. Alors Mme Isa savait tout de suite que le chiffre ici c'était pour les gommettes rouges et là pour les vertes. Qu'est-ce que vous avez écrit comme chiffres ?*
B21 :	*24.* (…)

Ainsi, bien que le dessin des élèves B29 et B33 soit complété correctement – ce qui n'est pas le cas du dessin des élèves B21 et B24 – la stagiaire choisit tout de même de proposer le message erroné comme modèle à la classe.

Nous formulons quelques commentaires sur l'animation didactique de ce scénario par les enseignantes et stagiaire. La gestion de deux collections de gommettes de couleurs différentes a généré des interactions didactiques sur la manière de distinguer, dans le message, les collections. Deux hypothèses peuvent être formulées sur le refus de certains élèves à reprendre leur message sous l'incitation de l'enseignante. D'abord il est possible que les élèves, ayant produit leur message, ne se sentent aucunement dans l'obligation, par effet de contrat, d'en produire un autre. Une autre hypothèse est relative aux exigences cognitives de la mise en relation partie/partie/tout. Si les élèves ont d'abord dénombré 24 gommettes, il peut leur être cognitivement difficile de penser simultanément au tout (24) et à ses parties (9 et 15)[7] pour s'engager dans la modification de leur message pour représenter les deux sous-collections.

Cette exigence cognitive est contournée s'il y a dénombrement non pas de l'ensemble des gommettes, mais des gommettes par couleur. Il est alors possible de procéder successivement à l'identification du nombre de gommettes pour chacune d'elles, n'ayant pas à considérer le tout et ses parties simultanément. Autrement dit, ce n'est pas tant deux sous-collections d'une même collection qui sont alors traitées, mais deux collections successivement. L'analyse a priori ne présente pas les exigences cognitives de la relation partie/partie/tout ainsi que les difficultés que peuvent représenter, pour des élèves de 5-6 ans, cette relation d'inclusion hiérarchique. Les enseignantes n'avaient donc pas les

[7] Sur la relation partie/partie/tout chez les jeunes élèves, voir Kamii (1990).

outils nécessaires pour interpréter les hésitations ou les refus des élèves à reprendre leur message. Il ne leur restait plus alors qu'à confronter les élèves pour forcer la reprise du message.

Par ailleurs, on peut noter que l'ajout d'une nouvelle contrainte provoque des interventions, de la part des enseignantes, centrées sur la régulation des conduites en fonction de cette contrainte et ce, même au détriment de la logique de la situation par la valorisation d'un message inadéquat. Il faut aussi relever le fait qu'à chaque scénario, la phase de validation est une occasion pour les enseignantes d'institutionnaliser la stratégie qu'elle juge la plus adéquate. Elles mettent ainsi au second plan, la validation des stratégies par les élèves, au regard de la confrontation entre le modèle initial et la production de l'élève.

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Le cinquième scénario est réussi par seulement 8 élèves sur 36 (22,2%). C'est le score le plus bas obtenu par les élèves depuis le début de la séquence (41,7% au scénario 1, 48,6% au scénario 2, 57,1% au scénario 3 et 73% au scénario 4). Ce taux de réussite semble s'expliquer par la contrainte de traiter deux collections. Les élèves doivent ainsi produire une double commande alors que le nombre total (24) n'est pas une donnée utile à la résolution du problème. Dans les scénarios précédents, les élèves devaient produire une commande unique qui ne tienne compte que d'une seule cardinalité : le nombre total de cercles sur le dessin. C'est vraisemblablement pour cette raison qu'au début de l'activité, au moins un des deux élèves de chacune des équipes procède au dénombrement de toutes les cases du modèle, que le résultat au dénombrement soit pris en compte, ou non, par la suite, dans la commande effectuée à l'enseignante.

Tous les élèves (36/36) des deux classes mettent en œuvre une stratégie numérique, soit le dénombrement des cases marquées d'une croix sur le dessin; que cette stratégie permette ou non, par la suite, de constituer une collection équipotente. Une seule équipe ne parvient pas à produire un message écrit numérique (écriture d'un ou de plusieurs nombres) et donne plutôt une commande orale à l'enseignante. Les stratégies sont décrites dans ce qui suit. Leur présentation diffère un peu de celles des analyses précédentes en raison des modifications, qu'ont apportées à la commande, les précisions exigées par l'enseignante sur les couleurs des gommettes commandées. Huit équipes (4 par classe) proposent d'abord un bon de commande où seul le nombre 24 apparait, puis, à la demande de l'enseignante, le message est modifié par l'écriture des cardinaux 9 et 15; les informations relatives à la couleur sont apportées oralement (*9 vertes et 15 rouges*). La description des stratégies ci-dessous tient compte du premier bon de commande, avant les demandes de précisions de l'enseignante.

b.1) Production d'un message numérique avec formation de deux collections équipotentes

- Quatre équipes (2 par classe) écrivent le nombre associé à chacune des deux collections accompagné d'un code de couleur.

b.2) Production d'un message numérique sans formation de collections équipotentes

- Trois équipes dénombrent les croix selon les couleurs, produisent un message numérique qui distingue les deux sous-collections, mais avec erreur soit dans le dénombrement, soit dans le choix des codes digitaux. Par exemple, une équipe de la classe A écrit d'abord 24 pour ensuite ajouter les nombres 9 et 51, en les accompagnant de codes de couleurs. L'enseignante demande aux élèves de préciser leur commande à l'oral étant donné l'écriture inversée du nombre 15 (51). Comme ils n'arrivent pas à faire la lecture du nombre 15 (51) et encouragés par l'enseignante, ils retournent vérifier sur le modèle et obtiennent 12 lors d'un nouveau dénombrement. C'est ce nombre qui est retenu par les élèves pour effectuer oralement leur commande de gommettes rouges à l'enseignante. Une deuxième équipe dénombre chacune des deux sous collections et écrit le nombre 13, accompagné d'une flèche qui pointe vers le haut, et le nombre 12, accompagné d'une flèche qui pointe vers le bas. À l'oral, l'élève A6 précise à l'enseignante qu'il désire « *13 verts en haut et 12 rouges en bas* », l'erreur provient à la fois, du dénombrement et d'une confusion entre les trois cases qui se trouvent dans la partie supérieure du château avec les neuf merlons qui doivent être recouverts de gommettes vertes.

b.3) Production d'un message numérique sans formation de collections équipotentes et sans distinction des deux sous-collections

- Dix équipes, dont 4 de classe A et 6 de la classe B, dénombrent l'ensemble des croix, sans distinguer les deux sous-collections par couleur. Pour ces équipes, il semble que la difficulté soit de traiter la relation partie/partie/tout. Voici quelques exemples des conduites de ces équipes :

    - Une équipe de la classe A écrit d'abord le nombre 24 puis, réalisant qu'elle ne peut obtenir qu'une couleur de gommettes, procède à un nouveau dénombrement et ajoute le nombre 15 sur sa commande. À l'oral, les élèves précisent qu'il leur faut 24 gommettes rouges et 15 gommettes vertes. Pour expliquer cette conduite, on peut poser l'hypothèse que les élèves ont associé le plus grand nombre (24) à la plus grande collection (les rouges) et réciproquement, le plus petit nombre (15) à la plus petite collection (les verts). Cette conduite pourrait témoigner de la difficulté à mettre en relation les parties et son tout simultanément.

- Cinq équipes (3 de la classe A et 2 de la classe B), après avoir écrit le nombre 24 et invités à revoir leur message, optent pour avoir 24 gommettes rouges ou 24 gommettes vertes. Encore ici, il est possible que cette conduite relève d'une difficulté à penser simultanément le tout et ses parties.

- Une équipe de la classe B formule un message dans lequel le nombre 24 est écrit à deux reprises, le premier étant encerclé en rouge et le second, en vert.

- Une équipe formule un message dans lequel le nombre 24 est écrit à deux reprises, mais anticipe l'échec à la tâche. Ainsi, l'élève B37, avant de quitter l'enseignante avec ses 48 gommettes, lui dit : *« Je sais qu'il y a trop de gommettes ».* Après avoir collé les gommettes sur le dessin, les élèves tentent de se débarrasser des surplus en les jetant dans la poubelle et en les cachant dans leur poche. L'enseignante doit insister pour que les élèves collent les surplus sur leur feuille.

b.4) Sans production de messages numériques ou non numériques

- Une équipe de la classe A n'arrive pas à produire un message écrit[8]. Après dénombrement de toutes les croix, ces élèves produisent un premier message avec des lignes courbes simulant vaguement une écriture scripte (cette équipe a produit un message très similaire à celui-ci au scénario précédent). Par la suite, sont ajoutées quelques écritures de nombres difficiles à lire (peut-être 55, 13, 12). Faute de temps, l'enseignante accepte que les élèves passent leur commande oralement. Après une courte réflexion, l'élève A15 commande douze gommettes rouges. Suite au commentaire de l'enseignante (*seulement des rouges ?*), l'élève A18 commande également 12 gommettes vertes.

[8] Ce sont les mêmes élèves qui ne sont pas arrivés à produire un message « muet » au scénario 3 ainsi qu'au scénario 2 pour l'élève A18.

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

Le Tableau XIII répertorie les stratégies anticipées dans l'analyse a priori du scénario 5 et celles qui sont effectivement mises en œuvre par les élèves. Les deux premières stratégies sont liées au dénombrement des collections de croix, tandis que les autres stratégies réfèrent à la production du bon de commande et aux différents types de message écrits anticipés.

Tableau XIII
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 5

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
Stratégie numérique avec formation de collections équipotentes : production d'un message numérique efficace	
• Dénombrer la collection de croix de chacune des couleurs et produire un des messages numériques suivants :	
○ Écrire les nombres qui correspondent à chacune des collections. Pour distinguer les deux nombres, utilisation d'un code de couleur (crayons de couleurs différentes, marque de couleur juxtaposée au nombre, etc.).	4
○ Écrire deux suites numériques (de 1 à 15 et de 1 à 9). Le dernier nombre écrit de chaque suite représente le nombre de gommettes désirées. Pour distinguer les deux suites, utilisation d'un code de couleur (crayons de couleurs différentes, marque de couleur juxtaposée au nombre, etc.).	0
Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message non numérique efficace	
• Dénombrer la collection de croix de chacune des couleurs et produire le message non numérique suivant :	
○ Dessiner deux collections (pour les deux collections de couleurs différentes), dont le nombre d'éléments correspond au nombre de gommettes désirées. Les deux collections peuvent se distinguer par la couleur de crayon utilisée.	0
Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique non efficace	
• Dénombrer la collection de croix de chacune des couleurs et produire un message numérique inefficace – produit avec erreurs sur le dénombrement ou l'identification des codes digitaux du message.	3
• Dénombrer l'ensemble des croix, sans distinguer les 2 sous-collections, et produire un message numérique non efficace.	10
• Dénombrer la collection de croix de chacune des couleurs et produire un message non numérique inefficace – produit avec erreurs sur le dénombrement ou la formation des collections dessinées.	0

En continuité avec le scénario 4, ce scénario propose de nouveau une situation de commande écrite à effectuer en équipe de deux. Toutefois, pour la première fois depuis le début de la séquence, les élèves sont confrontés à un dessin devant être complété avec des gommettes de deux couleurs différentes. Le dénombrement des croix sur le dessin, de même que le bon de commande à produire doivent donc tenir compte de ces deux sous collections.

Comme il a été relevé dans l'analyse a posteriori des stratégies des élèves pour ce scénario, au moins un des deux élèves de chacune des équipes procède d'abord au dénombrement de toutes les croix du modèle. Si certains élèves conservent le nombre correspondant à la cardinalité totale pour effectuer leur commande à l'enseignante, d'autres élèves se réajustent et dénombrent à nouveau les croix en considérant les deux couleurs de gommettes à obtenir. Donc, toutes les équipes s'engagent dans une stratégie numérique. À l'exception d'une, toutes les équipes formulent un bon de commande numérique, faisant appel à l'écriture de nombres, soit pour désigner la quantité totale des croix, soit pour désigner la quantité de chacune des deux sous-collections.

Le format réduit du bon de commande stimule donc la production de messages numériques plus économiques, puisqu'aucun message ne comporte une suite numérique. Cela s'explique aussi sans doute par les interventions des enseignantes lors de la validation du scénario 4. Dans le scénario 5, contrairement au scénario 4, aucune équipe ne forme de collections équipotentes dessinées. Le format réduit du bon de commande stimule donc la production de messages numériques plus économiques comme l'écriture d'un ou de deux nombres (correspondant à la cardinalité totale de croix ou encore à la cardinalité de chacune des sous collections de croix sur le dessin). **Une seule équipe ne parvient pas à produire un message écrit numérique** (écriture d'un ou de plusieurs nombres) et donne plutôt une commande orale à l'enseignante; ce qui n'avait pas été prévu, bien sûr, à l'analyse a priori.

1.2 Évolution des stratégies des élèves au cours de la séquence des *Commandes de gommettes*

Le Tableau XIV présente une synthèse des stratégies mises en œuvre par les élèves aux différents scénarios de la séquence des *Commandes de gommettes*, selon la réussite ou l'échec à former une collection équipotente. Les types de stratégies utilisés par les élèves sont soit, les stratégies numériques où l'élève a recours au nombre pour constituer sa collection de gommettes (par exemple, dénombrer les gommettes, montrer un nombre avec les doigts, écrire un nombre) soit, les stratégies non numériques (par exemple, lorsque l'élève prend une seule ou un tas de gommettes sans dénombrer).

Tableau XIV
Stratégies mises en œuvre par l'ensemble des élèves à chacun des scénarios de la séquence 1

	Stratégies avec formation d'une collection équipotente (réussite)				Stratégies sans formation d'une collection équipotente (échec)							
	Stratégies numériques				Stratégies non numériques				Stratégies numériques			
	Cl. A	Cl. B	Total	%	Cl. A	Cl. B	Total	%	Cl. A	Cl. B	Total	%
Sc. 1	8/19	7/17	15/36	41,7	8/19	5/17	13/36	36,1	3/19	5/17	8/36	22,2
Sc. 2	12/19	5/16	17/35	48,6	4/19	3/16	7/35	20	3/19	8/16	11/35	31,4
Sc. 3	12/18	8/17	20/35	57,1	2/18	0/17	2/35	5,7	4/18	9/17	13/35	37,1
Sc. 4	15/19	12/18	27/37	73	0/19	0/18	0/37	0	4/19	6/18	10/37	27
Sc. 5	4/20	4/16	8/36	22,2	0/20	0/16	0/36	0	16/20	12/16	28/36	77,8
Sc. 6	11/18	7/14	18/32	56,3	0/18	0/14	0/32	0	7/18	7/14	14/32	43,8

Comme le montre le Tableau XIV, le nombre de réussites progresse entre les scénarios 1 et 4. Le nombre d'élèves qui forment une collection équipotente passe ainsi de 41,7% (15/36) au premier scénario, à 48,6% (17/35) au deuxième scénario, à 57,1% (20/35) au troisième scénario et à 73% (27/37) au quatrième scénario. Le nombre peu élevé de réussites au cinquième scénario (8/36 ou 22,2%), peut s'expliquer par la complexité de la tâche demandée aux élèves. Rappelons que les élèves sont alors confrontés pour la toute première fois à deux collections; ils doivent produire un message écrit leur permettant d'obtenir des gommettes de deux couleurs différentes. Si tous les élèves recourent à une stratégie numérique, seulement 22,2 % arrivent à exercer le contrôle nécessaire pour former deux collections équipotentes. Nous avons inclus dans le tableau, les données relatives à un sixième scénario. Ce scénario n'était pas prévu mais a répondu à la demande des enseignantes qui voulaient avoir une activité de réinvestissement avec deux collections. Elle a donc été proposée plus de deux mois après le denier scénario de la séquence régulière. À ce scénario, le taux de réussite atteint 56,3% (18/32). Ce taux de réussite témoigne d'une progression importante dans le contrôle de la gestion de plus d'une collection.

Il est également intéressant de noter que l'utilisation des stratégies numériques est en nette progression tout au long de la séquence, que ces stratégies aient permis ou non de réussir la tâche en constituant une collection équipotente. Ainsi, au premier scénario, ce sont 23 élèves sur 36 (63,9%) qui mettent en œuvre une stratégie numérique, puis 28 élèves sur 35 (80%) au deuxième scénario et 33 élèves sur 35 (94,2%) au troisième scénario. Aux quatrième, cinquième et sixième scénarios, tous les élèves (37/37, 36/36 et 32/32) mettent en place une stratégie numérique.

La présence accrue des stratégies numériques tout au long de cette séquence est particulièrement intéressante dans la mesure où son objectif est, notamment, de recourir au nombre pour quantifier et mémoriser une quantité. Ainsi, à partir du troisième scénario c'est plus de 90 % des élèves, voire 100% des élèves aux quatrième, cinquième et sixième scénarios, qui reconnaissent l'utilité du dénombrement pour résoudre l'activité de commande. La stratégie numérique pour gérer une seule collection est efficace au scénario 4 dans 73 % des cas et au scénario 6, pour gérer deux collections dans 56,3 % des cas. L'échec à former des collections équipotentes relève donc d'un dénombrement non adéquat.

Nous pouvons donc formuler l'hypothèse que la séquence atteint les objectifs qui la caractérisent. Néanmoins, l'analyse des conduites des enseignantes et de la stagiaire, dans la gestion de la séquence, et des stratégies mises en œuvre par l'ensemble des élèves à chacun des scénarios suggèrent des améliorations possibles à la fois, sur la formation des enseignants à la gestion didactique de la séquence, sur les valeurs des variables didactiques et sur l'analyse a priori. Ces modifications seront présentées au chapitre V.

2. Validation interne de la séquence du *Petit Poucet*

Rappelons que la séquence du *Petit Poucet* porte sur la comparaison de collections où les élèves doivent comparer et ordonner trois collections pour résoudre un problème et qu'elle comprend quatre scénarios. Pour chacun des scénarios, trois maisons sont placées à des positions différentes sur une marelle non numérotée. Pour le premier scénario, les élèves doivent associer chacune des collections à chacune des trois habitations. Pour les scénarios 2, 3 et 4, le but du jeu pour l'équipe est de choisir parmi trois collections celle qui convient pour se rendre exactement à l'habitation identifiée dans la consigne.

Sauf exception, la stagiaire se charge de l'animation des différents scénarios de la séquence. Le rôle des enseignantes est de s'assurer du bon déroulement de la situation en supervisant le travail des équipes et en favorisant les échanges entre les élèves puisqu'ils doivent s'entendre sur le choix des collections.

Nous relevons les conduites des élèves à deux moments de la situation et les consignons dans des grilles. Ainsi, dans un premier temps, les équipes sont rencontrées une à une et chaque élève a l'occasion d'identifier et de justifier son choix de collection (choix individuel). Dans un second temps, en grand groupe, chaque équipe fait part aux autres du choix de la collection retenue (choix d'équipe) et ce, juste avant d'effectuer la validation sur la marelle.

2.1. Analyse a posteriori de la séquence par scénario

2.1.1 Premier scénario

Le travail d'association collection/habitation proposé à ce scénario doit permettre à l'élève de dégager qu'à chaque collection correspond une et une seule habitation.

Valeurs des variables didactiques

- Les nombres associés à chacun des trajets : 5, 8 et 10.
- Le matériel des collections : petits jetons de même taille et de couleurs différentes.
- Validation sur la piste : avec cases apparentes.

L'écart marqué entre les nombres (5, 8 et 10) a été choisi de manière à faire en sorte qu'un procédé de comparaison de collections ne faisant pas appel au nombre, tel que le jugement perceptif, puisse être assez facilement utilisé avec succès. Dans ce scénario, étant donné la taille des collections, ce procédé est tout à fait bien adapté aux caractéristiques de la situation.

a) *Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation*

En l'absence de la stagiaire, l'animation de l'activité dans les deux classes est assurée par la chercheure assistée de l'enseignante[1]. Le but de la tâche est présenté aux élèves selon un style narratif qui évoque le conte du Petit Poucet. Les déplacements du Petit Poucet sont illustrés sur la marelle des nombres. Si cette présentation est relativement longue, nous avons choisi, pour ce premier scénario, de la présenter sans coupures.

Présentation de la tâche : *Le Petit Poucet se promène sur le chemin et à chaque pas qu'il fait il dépose un caillou.* (Un exemple est donné en faisant deux pas et en déposant un jeton à chacun des pas. Notons que pour cette présentation la marelle est retournée de telle sorte que les cases ne sont pas apparentes). *Sur le chemin, le Petit Poucet va rencontrer trois maisons différentes.* (Les enfants identifient eux-mêmes les habitations). *La première maison qu'il rencontre c'est une cabane. Il continue de marcher et de déposer des cailloux puis il rencontre une tente. Il continue de marcher et découvre le château.* (Trois collections de jetons de couleurs différentes sont ensuite montrées aux élèves). *Avec chaque couleur de cailloux, de jetons, le Petit Poucet peut se rendre à une habitation seulement. Tu dois trouver avec quelle couleur de cailloux (les bleus, les verts ou les rouges) le Petit Poucet va pouvoir se rendre à la cabane. Avec quelle couleur il va se rendre à la tente et avec quelle couleur il va se rendre au château. En équipe de trois, tu vas chercher un moyen pour trouver à quelle maison le Petit Poucet peut se rendre avec chaque couleur de jetons. Je ne peux pas te dire comment faire, c'est à toi de trouver un moyen. Avec Mme Isa, je vais aller te voir et tu vas devoir nous dire ce que tu as trouvé et pourquoi. Par exemple, si tu penses qu'avec les jetons rouges le Petit Poucet peut se rendre à la cabane, tu m'expliques pourquoi.*

Suite à la consigne, l'enseignante de la classe B, pour s'assurer que le but du jeu est clair, demande à un élève d'*expliquer dans ses mots ce qu'il faut faire*[2].

Enseignante :	*Est-ce qu'il y a un ami qui peut m'expliquer le jeu. Qu'est-ce que tu dois faire ?*
B22 :	*Celui qui en a le plus... celui qui va nous amener là-bas... qui est le plus long...*
La chercheure interrompt l'élève :	
Chercheure :	*Tu dois trouver quelle couleur pour aller à la cabane, quelle couleur pour aller à la tente et quelle couleur pour aller au château.*

L'explication du but à atteindre et des «règles du jeu» se présente à l'image d'une consigne scolaire. Cependant, à la différence d'une consigne de facture classique, les règles ne dictent pas les gestes à produire pour réussir la tâche; ces gestes étant justement dévolus aux élèves. Demander aux élèves de reformuler une consigne est véritablement un habitus de la pratique enseignante, autrement dit, témoigne de l'incorporation d'une manière d'agir propre à la fonction enseignante. Pour distinguer ce

[1] L'enseignante n'était pas préparée à l'animation de la situation et a demandé à ce que ce soit la chercheure qui assume l'animation.
[2] Selon l'enseignante, c'est une pratique courante, avec des élèves du préscolaire, de demander à un élève de reformuler la consigne afin de s'assurer de sa compréhension.

qui caractérise le processus de dévolution d'une tâche de la présentation d'une consigne, il faut une connaissance de nature didactique de la notion de situation adidactique. Dans le cas présent, cette connaissance ne fait pas partie du répertoire de connaissances professionnelles de l'enseignante. C'est sans doute la raison pour laquelle l'enseignante demande de reformuler «*ce qu'il faut faire dans leurs propres mots*». L'élève répond bien à l'enseignante en disant précisément «*ce qu'il faut faire*», c'est à dire la stratégie à mettre en œuvre pour atteindre le but visé. Cela conduit la chercheure à l'interrompre afin d'éviter de court-circuiter le processus de dévolution.

Le retour en grand groupe se déroule de la manière suivante : les équipes s'assoient autour de la marelle (les cases sont alors visibles) puis trois élèves sont invités, à tour de rôle, à venir valider une des trois collections sur la marelle. Les extraits suivants illustrent les moments d'institutionnalisation qui visent à éclairer les règles du jeu révélées dans les échanges.

(a)
L'élève A7 valide sur la marelle la collection de 5 jetons bleus.
Chercheure : *Tu dois faire un pas pour chaque caillou déposé sur la marelle : un pas, un caillou... un autre pas, un autre caillou…*
(b)
Chercheure : O*n se rend où avec les petits cailloux bleus ?*
Un élève répond *« 5 »* et d'autres élèves répondent *« À la cabane ».*
Chercheure : *Avec les bleus, on se rend à la cabane.*
L'élève A9 valide sur la marelle la collection de 10 jetons verts.
Chercheure : *Où vas-tu te rendre selon toi ?*
A9 : *10.*
Et pendant que l'élève dépose les 10 jetons sur la marelle.
Chercheure : *Est-ce qu'il a dépassé la cabane avec les verts ? Est-ce qu'il va aller à la tente ou plus loin encore ? (...) Avec les verts, on se rend au château.*
L'élève A2 valide sur la marelle la collection de 8 jetons rouges.
Chercheure : *Où vas-tu te rendre avec les jetons rouges ?*
A2 : *À la tente.*
Chercheure : *Ça devrait, parce qu'on a déjà les bleus pour la cabane et les verts pour le château. On va essayer pour voir.*
(c)
Chercheure : *Ça veut dire que ça prend combien de pas pour se rendre à la cabane?*
Encouragés par la chercheure, tous les élèves dénombrent les jetons bleus.
Chercheure : *Et pour aller à la tente, ça prend combien de pas ? Ce sont les rouges.*
Les élèves dénombrent les jetons rouges et trouvent 8.
Un élève dit : *Le château c'est 10 !*
Chercheure : *O.k. On va voir.* (Les élèves dénombrent et trouvent 10). *On s'est rendu beaucoup plus loin avec les verts... il y en a vraiment beaucoup.*
(d)
Chercheure : *J'ai des amis qui ont choisi les verts pour la cabane parce qu'il y a du vert sur le dessin* de la cabane. *Est-ce que c'est une bonne idée ? (…) Regarde, il y a du vert sur le dessin de la cabane, mais il y a aussi du vert sur le dessin de la tente et sur le dessin du château. (…)*
Enseignante : *Est-ce qu'on choisit le rouge parce qu'il y a du rouge sur la maison ?*
Plusieurs élèves disent *« Non ! »*

(e)	
Chercheure :	*Le Petit Poucet <u>peut faire un petit peu de pas ou bien il peut faire beaucoup de pas. Ça dépend de l'endroit où il veut aller</u>. Ici (cabane) ça prend <u>5 pas</u>, ici (tente) ça prend <u>8 pas</u> et ici (château) ça prend <u>10 pas</u>.*

L'extrait (a) montre que la validation de la situation passe par un procédé de correspondance terme à terme (un pas, un jeton). Dans le (b), on constate qu'à chaque habitation correspond une et une seule collection de jetons. Avec l'extrait (c), il ressort qu'à chaque habitation correspond un nombre (la cardinalité d'une des trois collections) et que le nombre le plus grand correspond à l'habitation la plus éloignée sur le chemin. De nature un peu différente, l'extrait (d) invalide la stratégie ludique consistant à associer une collection à une habitation sur le critère de sa couleur[3]. Enfin, avec (e) on remarque que plus de cailloux permet de faire plus de pas sur la marelle.

Ce premier scénario avait principalement pour objectif d'initier les élèves au *jeu* du Petit Poucet de manière à ce qu'ils puissent en saisir le fonctionnement et les règles (dévolution du jeu). La gestion du scénario, faite par la stagiaire et les enseignantes, a permis d'atteindre cet objectif puisque les principaux éléments du jeu ont bien été fixés comme en témoignent les extraits (a) à (e).

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Les stratégies mises en œuvre par les élèves au premier scénario sont présentées dans les tableaux XV (classe A) et XVI (classe B) et ce, en tenant compte de deux moments dans la situation : du moment où chaque élève propose à la chercheure, qui fait le tour des équipes, les associations collections/habitations (phase 1, choix individuel), puis juste avant la validation sur la marelle où chaque équipe présente devant tout le groupe les associations retenues et les arguments qui y ont conduit (phase 2, choix d'équipe). Ainsi, les tableaux précisent les stratégies, s'il y a lieu, qui fondent les décisions individuelles à la phase 1 et la stratégie sur laquelle se fonde la décision d'équipe (phase 2). Les tableaux précisent également si l'argument présenté en appui à la décision finale d'équipe sur l'association collections/habitations est conforme ou non (Conforme/Non C) à la décision individuelle prise par l'élève qui présente le choix d'équipe. Soulignons que ce choix d'équipe ne l'est souvent que virtuellement puisqu'il ne résulte pas nécessairement, dans ce premier scénario, d'une discussion entre les élèves. Nous verrons que cet aspect se raffine au fur et à mesure des scénarios, les élèves

[3] L'expérience acquise de la situation dans d'autres classes ainsi que les conduites relevées à ce scénario dans les deux classes de l'expérimentation ont permis de constater que le choix de la collection s'effectue souvent à partir de critère « qualitatif » (c'est le cas de 8 équipes sur 13 de nos classes). Nous avons donc ajouté une intervention spécifique visant à montrer l'inefficacité des stratégies ludiques qui s'appuient sur le critère de la couleur (la conduite la plus fréquente étant d'associer une collection à une habitation parce que la couleur des jetons se retrouve sur un élément du dessin de l'habitation, alors que les trois couleurs de jetons se retrouvent sur les trois illustrations) afin de limiter le plus possible son utilisation dans les prochains scénarios.

cherchant de plus en plus à gagner. Dans les tableaux, est également indiqué le résultat à la tâche en termes de réussite et d'échec.

Tableau XV
Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe A au scénario 1 :
Bleu (5) / Rouge (8) / Vert (10)

Équipes *Élèves*	*Stratégies mises en œuvre* *Phase 1 : Décisions individuelles* *Phase 2 : Décision finale d'équipe*	*Décision finale* *Conforme / Non C* *Réussite / Échec*
Équipe EA1 A3-A5-A13	Phase 1 : Aucune solution proposée. Phase 2 : Aucune solution proposée.	Aucune solution proposée Échec
Équipe EA2 A6-A7-A12	Phase 1 : A6 et A7 : Ludique. A12: Aucune réponse. Phase 2 : Ludique.	Conforme (Ludique) Réussite (10) Échec (5-8)
Équipe EA3 A1-A8	Phase 1 : Correspondance terme à terme réussie. Décisions sur considérations ludiques. Phase 2 : Ludique.	Non conforme (CTT → Ludique) Réussite (8) Échec (5-10)
Équipe EA4 A4-A10-A18	Phase 1 : Aucune stratégie identifiée. Phase 2 : Aucune stratégie identifiée. L'équipe propose une association collection/habitation mais sans justification.	Aucune stratégie identifiée Réussite (8) Échec (5-10)
Équipe EA5 A11-A19-A20	Phase 1 : A11 : Aucune stratégie identifiée. A19 et A20 : Ludique. Phase 2 : Ludique.	Conforme (Ludique) Réussite (8) Échec (5-10)
Équipe EA6 A9-A15-A16	Phase 1 : Ludique. Phase 2 : Ludique.	Conforme (Ludique) Réussite (5-8-10)
Équipe EA7 A2-A14-A17	Phase 1 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite (5-8-10)

CTT : Correspondance terme à terme

Tableau XVI
Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe B au scénario 1 :
Bleu (5) / Vert (8) / Rouge (10)

Équipes Élèves	*Stratégies mises en œuvre Phase 1 : Décisions individuelles Phase 2 : Décision finale d'équipe*	*Décision finale Conforme / Non C Réussite / Échec*
Équipe EB1 B21-B24	Phase 1 : Ludique. Phase 2 : Ludique.	Conforme (Ludique) Réussite (5) Échec (10-8)
Équipe EB2 B22-B34-B39	Phase 1 : Comparaison numérique avec confusion rouges/verts. Phase 2 : Comparaison numérique avec confusion rouges/verts.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite (5) Échec (10-8)
Équipe EB3 B29-B31-B33	Phase 1 : Dénombrement des collections. Décisions sur considérations ludiques. Phase 2 : Ludique.	Non conforme (Dénombrement → Ludique) Réussite (5-8-10)
Équipe EB4 B32-B37-B38	Phase 1 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique avec confusion sur cardinalités des rouges et des verts.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite (5) Échec (10-8)
Équipe EB5 B23-B25-B28	Phase 1 : Jugement perceptif. Phase 2 : Ludique.	Non conforme (Jugement perceptif → Ludique) Échec (5-8-10)
Équipe EB6 B27-B30	Phase 1 : Ludique. Phase 2 : Ludique.	Conforme (Ludique) Réussite (8) Échec (10-5)

b.1) Stratégies avec comparaison de collections (3 équipes sur 13)

Trois équipes sur 13 dénombrent chacune des collections et comparent ensuite les mesures obtenues afin de les ordonner et de les associer aux trois habitations. Dans les trois cas les décisions finales sont conformes aux décisions individuelles.

Équipe EA7 [A2, A14, A17]	
A2 :	*Parce que le bleu c'est un petit peu de jetons. Ma, lui, il avait 8 et Mo il a le plus alors lui c'est le château.*
A17 :	*J'en ai 10, j'en ai plus.*
Chercheure :	*Et pour aller à la cabane ça serait quoi ?*
A2 :	*5. (…) Parce que la cabane elle est pas loin.*

L'extrait montre que ces élèves peuvent établir une relation d'ordre entre les collections par le recours aux connaissances sur la suite des nombres, par exemple : la collection de 5 jetons est la plus petite puisque 5 précède 8 et 10 dans la suite des nombres. Les trois collections sont correctement associées aux trois habitations.

Les deux autres équipes (EB2 et EB4) n'arrivent qu'à une seule association collection/habitation correcte. La principale difficulté pour ces élèves semble être de mémoriser les cardinaux obtenus et de les associer aux bonnes couleurs. L'extrait suivant montre bien que l'élève B22 a ordonné les collections à la phase 1 mais que dans la décision finale, il confond la cardinalité associée aux jetons rouges (10) et celle associée aux jetons verts (8).

Équipe EB2 [B22, B34, B39]	
Chercheure :	*Quelle couleur pour aller à la cabane ?*
B22 :	*Le bleu. Parce qu'il est le plus court.*
Chercheure :	*Qu'est-ce que tu veux dire : le plus court ?*
B22 :	*Le chemin est court.*
Chercheure :	*Et pour aller à la tente ?*
B22 :	*Le rouge… parce qu'il est moins long.*
Chercheure :	*Et pour aller au château ?*
B22 :	*Les verts. <u>Parce qu'il y en a 10 là-dedans</u>. C'est le plus long.*

L'équipe EB4 produit exactement la même erreur alors que toutes les associations et les justifications étaient justes à la première phase du jeu.

b.2) Stratégies sans comparaison de collections (10 équipes sur 13)

Dix équipes ont produit une décision qui relève d'une stratégie ne faisant pas appel à la comparaison de collections. Parmi celles-ci, huit ont eu recours à une stratégie ludique tandis que pour les deux autres on ne peut identifier de stratégie.

- Stratégie ludique (8 équipes)

À ce premier scénario, 8 équipes sur 13 présentent des arguments basés sur une stratégie ludique. La conduite la plus fréquente est d'associer une collection à une habitation par la couleur. L'extrait suivant illustre cette conduite.

Équipe EB1 [B21, B24]	
Chercheure :	*Quelle couleur pour aller à la cabane ?*
B21 :	*Le bleu, parce qu'à l'entrée c'est bleu.*
Chercheure :	*Quelle couleur pour aller à la tente ?*
B21 :	*Les rouges, parce qu'il y a du rouge.*
Chercheure :	*Et pour aller au château ?*
B24 :	*Le vert au château, parce que les drapeaux sont verts.*

Pour 5 de ces 8 équipes, la décision finale est conforme à la stratégie mise en place par les élèves, bien que les arguments puissent varier entre les phases 1 et 2. Par exemple, l'élève A6 se contente d'abord d'associer la collection reçue[4] à l'habitation qu'il préfère pour ensuite convenir d'une association qui tient compte de la couleur de l'habitation et des jetons.

Les trois autres équipes mettent d'abord en place une stratégie de comparaison de collections qu'elles ne peuvent finaliser et donc, faute d'aboutir à un résultat fondé sur cette stratégie, la décision finale des équipes est de type ludique et ainsi non conforme aux stratégies mises en place à la première phase du jeu. L'aspect qualitatif des collections l'emporte sur l'aspect quantitatif. Par exemple, l'équipe EB3 a d'abord dénombré correctement les trois collections, sans prendre en compte les cardinaux obtenus pour les ordonner et les associer aux habitations. La décision finale ne pouvant s'appuyer sur des arguments numériques, l'équipe se replie sur une stratégie ludique. L'équipe EB5 semble plutôt procéder à une évaluation perceptive des quantités pour déterminer qu'il y a *beaucoup de jetons verts* et *un petit peu de jetons bleus*, sans toutefois quantifier les collections et y associer les habitations correspondantes. Cette stratégie ne leur permettant pas de conclure, la décision finale sera fondée sur une stratégie ludique. Quant à l'équipe EA3, elle met en place une stratégie de correspondance terme à terme en disposant les éléments des trois collections très précisément. Bien que la correspondance soit bien exécutée, les élèves ne peuvent conclure et fondent leur décision finale sur une stratégie ludique. Cette dernière équipe semble également éprouver quelques difficultés à décrire les collections, surtout la collection médiane, comme le montre l'extrait suivant.

A8 :	*Ça c'est un peu, ça c'est beaucoup… non, ça c'est moyen, non… ça c'est pas trop, un peu beaucoup, trop.*
A1 :	*Non, ça c'est moyen. Regarde : petit, moyen, grand*

Une telle difficulté à décrire la collection médiane se manifestera d'ailleurs chez d'autres équipes au fil des scénarios.

[4] Précisons qu'une fois la présentation faite, les trois collections de jetons sont remises à chacune des équipes en donnant une collection à chacun des trois élèves.

- Aucune réponse ou sans stratégie identifiée (2 équipes)

Deux équipes ne répondent pas vraiment à la tâche. L'équipe EA1 ne met en place aucune stratégie de comparaison de collections et ne propose aucune association collection / habitation. De leur côté, chaque élève de l'équipe EA4 associe la collection reçue à une habitation sans être en mesure de formuler une justification comme l'illustre l'extrait suivant.

Chercheure :	*Avec les verts, où vas-tu te rendre ?*
A18 :	*À la cabane !*
Chercheure :	*Pourquoi ?*
A18 :	*Parce que les verts c'est pour aller à la cabane.*

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

L'analyse des stratégies qui vient d'être faite vise à voir d'une part, si les analyses a priori réalisées au chapitre précédent ont bien prévu les stratégies utilisées par les élèves et, d'autre part, si le choix des valeurs des variables a produit les effets escomptés, c'est-à-dire a favorisé la mise en œuvre de stratégies adaptées aux caractéristiques définies par ces choix.

Le Tableau XVII fait l'inventaire des stratégies anticipées dans l'analyse a priori du scénario 1 en précisant les stratégies qui sont effectivement mises en œuvre par les élèves. Ce tableau tient compte des stratégies mises en œuvre, à la phase 2, celles sur lesquelles se fonde la décision finale.

Tableau XVII
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, à la phase 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 1

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
A. Stratégies avec comparaison de collections	
• Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues (comparaison numérique).	3
• Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections.	0
• Fonder la comparaison entre les collections par une évaluation perceptive des différences	0
B. Stratégies sans comparaison de collections	
• Chaque élève dénombre la collection en sa possession mais sans comparaison des mesures obtenues.	0
• Aucun procédé de comparaison de collections n'est mis en œuvre. Le choix se fait selon d'autres critères «qualitatifs» : arguments ludiques.	8

La première constatation qui ressort de ce tableau est que la stratégie ludique est prédominante avec une fréquence de 8 équipes sur 13 qui fondent leur décision finale sur la base de cette stratégie. Cependant, 3 équipes sur 13 mettent en place une stratégie de comparaison numérique. Mais ces résultats méritent d'être nuancés par la prise en compte de la variété des stratégies mises en œuvre au cours du premier scénario. Les élèves, comme nous l'avons vu plus haut, déploient pour la plupart plus d'une stratégie et souvent se replient sur une stratégie ludique, faute de pouvoir mener à terme une première stratégie de nature mathématique. Ainsi, pour ce premier scénario, il est utile de présenter un deuxième tableau qui prend en compte non seulement les stratégies qui fondent la décision finale, mais également, celles qui ont été mises en œuvre tout au long de la phase d'action.

Tableau XVIII
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, en phases 1 ou 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 1

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
A. Stratégies avec comparaison de collections	
• Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues (comparaison numérique).	3
• Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections.	1
• Fonder la comparaison entre les collections par une évaluation perceptive des différences	3
B. Stratégies sans comparaison de collections	
• Chaque élève dénombre la collection en sa possession mais sans comparaison des mesures obtenues.	3
• Aucun procédé de comparaison de collections n'est mis en œuvre. Le choix se fait selon d'autres critères «qualitatifs» : arguments ludiques.	8

Une seule équipe, EA7, met en œuvre une stratégie numérique finalisée qui permet de faire une comparaison adéquate des collections et s'assure ainsi une réussite de la tâche fondée sur une stratégie numérique. Deux autres équipes sur 13 fondent leur décision sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et la comparaison des mesures obtenues sans toutefois arriver à un résultat correct puisqu'il y a confusion entre les cardinalités des collections de jetons rouges et verts. Si cette stratégie est efficace pour résoudre le problème, elle s'avère parfois difficile à finaliser puisqu'il faut bien mémoriser les cardinaux obtenus, les ordonner et les associer ensuite à chacune des habitations.

Quelques élèves tentent de mettre en place des procédés de comparaison de collections tels que l'évaluation perceptive des différences (1 équipe) ou la correspondance terme à terme des éléments des trois collections (1 équipe), sans toutefois arriver à finaliser ces procédés puisque la décision est ensuite prise suivant une stratégie ludique.

Les stratégies les plus fréquentes à ce scénario sont les stratégies ludiques qui sont mises en œuvre par 8 équipes sur 13. Pour 5 de ces équipes, la décision finale s'appuie sur une stratégie conforme à celles mises en œuvre par les élèves à la première phase. Pour les 3 autres équipes, la décision finale s'appuie sur des arguments ludiques, bien que des stratégies numériques ou de correspondance terme à terme aient été engagées mais non finalisées à la première phase. Finalement, 2 équipes sur 13 ne peuvent produire une réponse ou encore justifier les associations collections / habitations retenues.

Tel que prévu dans l'analyse a priori, la stratégie ludique est fréquente au cours du premier scénario. La nouveauté du jeu peut expliquer que les procédés de comparaison de collections soient peu présents. En effet, le premier scénario permet une introduction à la tâche et vise, par la rétroaction assurée à la phase de validation, à repérer un enjeu mathématique plutôt que ludique à la situation. Ainsi, la validation réalisée en grand groupe, au cours de laquelle les jetons de chacune des collections sont déposés sur les cases de la marelle, est l'occasion de bien saisir ce qui fait l'enjeu numérique de cette situation, soit la comparaison et l'ordonnancement des trois collections.

Le choix des valeurs des variables ne cherchait donc pas ici à favoriser ou défavoriser telle ou telle procédure, mais plutôt à offrir des conditions qui permettent aux élèves d'engager une diversité de procédures et d'en évaluer l'intérêt pour répondre à la tâche. La diversité des stratégies mises en œuvre, de même que les éléments qui ont été institutionnalisés conduisent à penser que les choix des valeurs des variables étaient adéquats et qu'ils ont produit les effets escomptés.

2.1.2 Deuxième scénario

Rappelons que les scénarios 2, 3 et 4, à la différence du scénario 1, demandent aux élèves d'identifier la collection qui permet de se rendre à une habitation donnée. Au scénario 2. il s'agit de l'habitation la plus éloignée, en l'occurrence la tente.

Valeurs des variables didactiques

- Les nombres associés à chacun des trajets : 9 (R), 12 (V) et **13 (B).**
- Le rang de l'habitation à atteindre : le troisième, l'habitation la plus loin (la tente).
- Le matériel des collections : petits jetons de même taille et de couleurs différentes.
- Validation sur la piste : avec cases apparentes.

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

Dans les deux classes, la stagiaire se charge de l'animation de l'activité. Après un retour rapide sur les faits marquants de l'histoire du Petit Poucet, la stagiaire présente le but de la tâche aux élèves. La consigne qu'elle donne rappelle aux élèves l'ordonnancement des maisons ce qui est prévu au guide. Avant de remettre les collections aux équipes, la stagiaire rappelle l'importance d'arriver à un consensus dans le choix de la collection et l'importance du travail d'équipe.

Au cours de la situation d'action, le rôle de l'enseignante (ou de la stagiaire) doit se limiter à favoriser les échanges entre les membres de l'équipe et, au besoin, à faire un rappel de la consigne aux élèves, ou à leur permettre de vérifier l'ordre des habitations sur la marelle. Toutefois, il semble qu'à un certain moment, la stagiaire tente d'interférer dans la décision d'une élève pour l'amener à modifier son choix de collection, comme le montre l'extrait suivant.

Équipe EA4 [A4, A10, A18]	9 (R), 12 (V) et **13 (B)**
A4 :	*Les verts, parce que c'est ma couleur préférée.*
La stagiaire entraîne l'élève près de la marelle.	
Stagiaire :	*Tu vois Cam, la tente c'est celle qui est le PLUS loin. Il y a le château, la cabane et plus loin la tente. La tente est vraiment loin. Alors, avec quels jetons tu vas aller le plus loin.*
A4 :	*Les verts, parce que c'est ma couleur préférée.*

Il importe de souligner que ce n'est pas la première intervention individuelle apportée à cette élève par la stagiaire ou l'enseignante. Des échanges avec la stagiaire et l'enseignante ont montré qu'elles considèrent que cette élève pourrait faire mieux, qu'elle sait beaucoup de choses sans oser *prendre sa place* lors du travail en équipe. La stagiaire tente donc d'attirer l'attention de l'élève sur l'expression *plus loin* de manière à solliciter une stratégie de comparaison qui pourrait faire produire à l'élève la réponse attendue (*pour aller plus loin, il faut plus de jetons*).

Dans un autre échange, la stagiaire tente encore une fois de diriger un élève, mais cette fois vers une expression de comparaison qui lui apparaît plus appropriée pour rendre compte de la situation ainsi que de la stratégie de comparaison numérique attendue.

Équipe EA6 [A9, A15, A16]	9 (R), 12 (V) et **13 (B)**
A9 :	*Moi je dis que le bleu c'est la tente parce qu'il y en a 13.*
Stagiaire :	*C'est quoi 13 par rapport aux autres couleurs ?*
A9 :	*Le bleu.*
Stagiaire :	*Et les autres couleurs... il y en avait combien les autres couleurs ?*
A9 :	*Je sais pas si c'est 9 ou 10.*
Stagiaire :	*Et 13 c'est quoi ? C'est moins ? C'est quoi ?*
A9 :	*C'est beaucoup.*
Stagiaire :	*Oui, 13 c'est plus !*

On relève des effets de contrat au cours de cet échange où la stagiaire tente de faire formuler, à l'élève, une comparaison entre les collections. Il y a fort à parier que l'élève a bien établi les relations puisqu'elle fait appel au nombre pour annoncer son choix. Mais la connaissance qui a servi la stratégie n'est plus actuelle pour elle. L'action de l'élève est orientée en fonction du but de la tâche : identifier la couleur de jetons qui permet de se rendre à la tente. L'intervention de la stagiaire témoigne d'une assimilation de la situation d'action et de formulation.

Le retour sur l'activité permet à la stagiaire de montrer aux élèves l'efficacité du dénombrement dans la comparaison de collections, afin de les inciter à mettre en place une stratégie de comparaison numérique dans un prochain scénario. Les échanges suivants, entre la stagiaire et des élèves de la classe B, montrent également l'importance accordée aux relations entre cardinalité et ordre (plus de cailloux permet d'atteindre une habitation plus éloignée).

9 (R), 12 (V) et **13 (B)**
- L'élève B24 veut valider la collection qu'il a choisie : les jetons rouges.

Stagiaire :	*Est-ce que tu t'es rendu à la tente ? Tu as fait combien de pas ?*
B24 :	(l'élève compte les jetons rouges disposés sur la marelle) *9.*
Stagiaire :	*Pourquoi tu te rends au château avec les jetons rouges et pas à la tente?*
B24 :	*Parce qu'il y en a pas beaucoup.*

- L'élève B26 veut valider la collection de jetons verts.

Stagiaire :	*Est-ce que tu as réussi à te rendre à la tente ?*
B26 :	*Non.*

La stagiaire demande à l'élève B26 de dénombrer les pas qu'elle a faits.

Stagiaire :	*Pourquoi tu ne t'es pas rendue à la tente ?*
B26 :	Parce qu'il y en a 12... ils sont pas beaucoup.

- L'élève B36 valide la collection de jetons bleus.

Stagiaire :	*Tu es arrivée à la tente ! Et tu avais combien de jetons ?*
B36 :	*13. Parce qu'il y en a plus que le vert et le rouge.*

Alors que dans la classe B, la stagiaire contrôle bien les échanges lors du retour, la situation est un peu différente dans la classe A où les élèves s'engagent dans une validation avant même qu'ils y soient invités par la stagiaire, se privant en quelque sorte de la réflexion qui participe à l'anticipation de la validité de la réponse proposée. Ainsi, au moment même où la stagiaire dévoile la marelle, quelques élèves dénombrent les cases jusqu'à la tente (13 cases) et y associent la collection correspondante (13 jetons bleus). La stagiaire ignore cette réponse pour respecter son plan d'animation comme le montre l'extrait suivant.

9 (R), 12 (V) et **13 (B)**
- L'élève A14 dépose les jetons rouges sur la marelle et se rend au château.

Stagiaire :	*Est-ce que ce sont les rouges pour aller à la tente ?*

À l'unisson, les élèves crient : « *Non !* »

Stagiaire :	*Non, avec les rouges on se rend au château.*

- L'élève A10 dépose les jetons verts sur la marelle et se rend à la cabane.

Stagiaire :	*Est-ce qu'on a dépassé le château avec les verts ?*

Les élèves crient « *Oui !* »

A2 :	(très enthousiaste) *Les verts, c'est plus que les rouges et... et... et le bleu...*
Stagiaire :	*Mais moi je vois pas de bleus...*
L'élève A19 dépose les jetons bleus sur la marelle et se rend à la tente.	
Les élèves sont contents et rient. (...)	
Stagiaire :	*Pourquoi avec les bleus on arrive à la tente ?*
A14 :	*Parce qu'il y en a plus.*
Stagiaire :	*Pourquoi on se rend pas à la tente avec les rouges ?*
A8 :	*Parce qu'il y en avait juste un peu.*
Stagiaire :	*Et pour aller au château ?*
Quelques élèves répondent « C'est pas beaucoup ».	
Stagiaire :	*Il y en a moyen.*

Cet échange montre une certaine faiblesse du milieu à réagir dans la mesure où l'enseignante, comme élément du milieu, contrôle le rythme, la procédure même de la rétroaction qui sert de support à la validation de telle sorte qu'elle court-circuite, d'une certaine façon, l'apport potentiel de cette phase d'anticipation à l'apprentissage. En effet, la rétroaction est assurée au même moment que la validation c'est à dire, au moment de l'énoncé des arguments qui fondent la solution.

Dans la seconde partie de l'échange, la stagiaire revient sur les associations collections/habitations tout en tentant d'introduire une terminologie adéquate pour rende compte de la relation d'ordre. Ainsi, devant la difficulté des élèves à traiter la collection médiane (*c'est pas beaucoup*), la stagiaire s'empresse de proposer un terme plus approprié (*il y en a moyen*) afin de préparer les élèves au prochain scénario où l'habitation située au deuxième rang est recherchée. Notons que dans le guide d'accompagnement, le terme «moyen» est présenté comme une formulation possible des élèves. La stagiaire semble s'être approprié cet exemple comme la formule adéquate pour désigner la collection du deuxième rang.

L'analyse de la gestion de l'activité montre qu'il a été plus difficile d'en assurer la dévolution qu'au scénario 1, la stagiaire cherchant à quelques reprises à contraindre ou orienter les stratégies des élèves. Évidemment, comme le scénario 1 visait surtout l'appropriation du jeu, la dévolution permettait une plus grande latitude. En ce qui a trait à l'institutionnalisation, elle semble moins s'appuyer sur le travail fait par les élèves et notamment dans la classe B où la phase de validation n'a pas vraiment permis de remettre en question les réponses anticipées.

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Les stratégies mises en œuvre par les élèves au deuxième scénario sont présentées dans les tableaux XIX (classe A) et XX (classe B) qui suivent.

Tableau XIX
Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe A au scénario 2 :
*Rouge (9) / Vert (12) / Bleu (**13**)*

Équipes *Élèves*	*Stratégies mises en œuvre* *Phase 1 : Décisions individuelles* *Phase 2 : Décision finale d'équipe*	*Décision finale* *Conforme / Non C* *Réussite / Échec*
Équipe EA1 A3-A5-A13	Phase 1 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite
Équipe EA2 A6-A7-A12	Phase 1 : A6 : Aucune réponse. A7 : Ludique. A12: Dénombrement. Phase 2 : Comparaison numérique.	Non conforme (Ludique → comparaison numérique) Échec (12)
Équipe EA3 A1-A8	Phase 1 : A1 : Ludique. A8 : Aucune réponse. Phase 2 : Comparaison numérique.	Non conforme (Ludique → comparaison numérique) Réussite
Équipe EA4 A4-A10-A18	Phase 1 : A4 et A 18 : Ludique. A10 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite
Équipe EA5 A11-A19-A20	Phase 1 : A11 : Aucune réponse. A19 : Ludique. A20 : Aucune stratégie identifiée. Phase 2 : A19 : Comparaison numérique. A20 : Dénombrement.	Non conforme (Ludique → comparaison numérique) Échec
Équipe EA6 A9-A15-A16	Phase 1 : A9 : Comparaison numérique. A15 : Dénombrement. A16 :Ludique puis dénombrement. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite
Équipe EA7 A2-A14-A17	Phase 1 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite

Tableau XX
Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe B au scénario 2 :
*Rouge (9) / Vert (12) / Bleu (**13**)*

Équipes *Élèves*	*Stratégies mises en œuvre* *Phase 1 : Décisions individuelles* *Phase 2 : Décision finale d'équipe*	*Décision finale* *Conforme / Non C* *Réussite / Échec*
Équipe EB1 B21-B24	Phase 1 : Ludique. Phase 2 : Ludique.	Conforme (Ludique) Échec
Équipe EB2 B22-B39	Phase 1 : B22 : Comparaison numérique. B39 : Ludique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite
Équipe EB3 B29-B31-B33	Phase 1 : B29 : Aucune réponse. B31 : Correspondance terme à terme. B33 : Ludique. Phase 2 : Correspondance terme à terme.	Conforme (Correspondance terme à terme) Réussite
Équipe EB4 B32-B37-B38	Phase 1 : Comparaison numérique. Phase 2 : B32 et B37 : Comparaison numérique. B38 : Ludique.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite
Équipe EB5 B23-B25-B28	Phase 1 : B23 et B25 : Aucune réponse. B28 : Correspondance terme à terme. Phase 2 : Correspondance terme à terme.	Conforme (Correspondance terme à terme) Échec (12)
Équipe EB6 B27-B30-B36	Phase 1 : B27 : Ludique. B30 : Comparaison numérique. B36 : Dénombrement. Phase 2 : B30 : Comparaison numérique. B36 : Dénombrement et ludique.	Conforme (Comparaison numérique) Réussite
Équipe EB7 B26-B34	Phase 1 : Après dénombrement, ludique. Phase 2 : Ludique.	Conforme (Ludique) Échec (9)

b.1) Stratégie avec comparaison numérique des collections (10 équipes sur 14)

À ce deuxième scénario, 10 équipes utilisent des stratégies qui s'appuient sur la comparaison de collections. Parmi celles-ci, 7 équipes mettent en œuvre la stratégie optimale attendue pour ce jeu, soit le dénombrement de chacune des collections et la comparaison des cardinaux obtenus, et ce, de manière conforme aux choix individuels. Pour toutes ces équipes, la stratégie est efficace puisque la décision finale désigne effectivement la plus grande des trois collections. À ce moment-ci de la séquence, l'expérience acquise du jeu permet à certaines équipes de présenter une argumentation appuyée numériquement, comme l'illustre l'extrait suivant.

Équipe EA7 [A2, A14, A17]	9 (R), 12 (V) et **13 (B)**
L'élève A2 s'adresse à l'élève A14 qui a les 13 jetons bleus.	
A2 :	*C'est toi qui a le plus, donc c'est toi qui va être rendu à la tente ! (…)*
A14 :	*Oui, c'est moi qui ai le plus. Lui (A17 qui a les rouges) il en a un petit peu et lui (A2 qui a les verts) en a moyen.*
A17 :	*Oui, moi j'en ai 9.*
A14 :	*Oui, tu en as 9. Ça fait que tu pourras aller à le château. Et toi (A2) à la cabane.*

Notons que cette équipe ne se contente pas d'identifier la collection retenue, mais valide son choix en associant chacune des collections à chacune des habitations (peut-être dans la foulée du scénario 1). Aussi, la collaboration entre les coéquipiers est visible à travers les échanges et participe à la réussite de la tâche; en partageant et en coordonnant les informations obtenues sur les collections ils parviennent aux bonnes associations.

Une seule équipe (EB6), sur les 7 qui utilisent cette stratégie, n'aboutit pas à une décision unanime. Ainsi, alors que l'élève B30 retient la collection de jetons bleus « *parce qu'il y en a plus* » et « *parce que le chemin il est long* », l'élève B36, absente au premier scénario, persiste à choisir sa collection (les jetons rouges) en justifiant son choix par des arguments d'abord numériques puis ludiques.

Équipe EB6 [B27, B30, B36]	9 (R), 12 (V) et **13 (B)**
B36 :	*Les rouges parce qu'il y a 9 jetons. Quand j'étais allée avec mon père à la tente pour aller voir des spectacles, il avait donné 9 jetons et il m'avait laissée partir dans la tente.*

À l'instar de l'élève B36, il est fréquent en début d'activité qu'un élève s'approprie une des trois collections pour ensuite tenter de convaincre ses coéquipiers de la choisir. C'est ce qui se produit dans ce scénario où au moins à une occasion pendant le jeu, pour 3 équipes par classe, chaque élève choisit la collection qu'il s'est attribué. À ce moment, il apparaît plus important pour l'élève d'avoir entre les mains la collection gagnante, que de réussir la tâche. Cette recherche d'une réussite individuelle, au détriment de la réussite collective, peut ainsi être une manifestation de la pensée égocentrique des enfants de 5-6 ans. Cependant, les contraintes du jeu, lors de la situation de formulation réalisée en grand groupe, obligent les élèves à ne retenir qu'une seule couleur de jetons pour la validation sur la marelle et donc à s'entendre sur un choix d'équipe.

Les trois autres équipes qui utilisent une stratégie basée sur la comparaison des collections passent d'une stratégie ludique, lors du choix individuel, à une stratégie de comparaison numérique au moment de partager leur choix d'équipe avec le groupe. Les extraits suivants montrent de quelle façon deux équipes modifient leur choix.

Équipe EA2 [A6, A7, A12] 9 (R), 12 (V) et **13 (B)**
A7 : *Les rouges, parce que dans la tente il y a un petit peu de rouge.*
A12 : *On dit pas la couleur qu'il y a dans la tente !*
Et lors du retour collectif.
A7 : *Les verts, parce qu'il y en a un peu plus.*
Équipe EA3 [A1, A8]
A1 : *Les rouges pour la tente. Parce qu'il y a des lignes rouges.*
A8 : (très hésitant) *Moi je dis que c'est les verts… jusqu'à la tente… parce qu'on peut aller jusqu'à la tente...*
Et lors du retour collectif.
A8 : *Je pense que c'est plus le bleu. Parce que je pense qu'il va aller jusqu'à la tente.*
A1 : *Les verts. Il y a 11 verts, 5 rouges et 7 bleus.*
Puis, à la demande de la stagiaire, il vérifie le cardinal des collections.
A1 : *Les bleus, parce qu'il y en a plus.*

Ainsi, dans le premier extrait, l'élève A7 retient d'abord sa collection (les rouges) en appuyant sa décision sur un argument ludique. La forte réaction de l'élève A12 le contraint ensuite à modifier son choix ainsi que la nature de sa justification. Dans le second extrait, il semble que l'élève A8 cherche à s'approcher de la formulation d'un autre élève qui, juste avant lui, a choisi les bleus « *parce qu'il y en a plus* ». L'élève A1 conclut ensuite l'échange en choisissant la bonne couleur de jetons après dénombrement et comparaison numérique des collections.

Il ressort de ces extraits que les élèves peuvent convenir de modifier leur choix suite aux échanges qui ont lieu au sein de leur l'équipe (cas EA2), mais cette décision peut aussi être extérieure à l'équipe et survenir au moment du retour en grand groupe (cas EA3). Il appert donc que les décisions et les justifications apportées lors du retour, par un effet d'entraînement, peuvent influencer le choix d'une équipe. Nous faisons l'hypothèse que les changements de stratégies, au moment du retour, relèvent d'une adaptation des connaissances et donc, d'un apprentissage plutôt que d'un ajustement de conformité sous la pression des arguments présentés par les autres équipes.

b.2) Stratégie de comparaison par correspondance terme à terme (2 équipes sur 14)

Une stratégie de correspondance terme à terme est utilisée par 2 équipes de la classe B, les deux fois de manière conforme. La stratégie est efficace et la plus grande collection est identifiée dans le cas de l'équipe EB3, puisque les jetons de chacune des collections sont très bien disposés sur trois lignes côte à côte, ce qui n'est pas le cas de l'équipe EB5 où les jetons sont plus ou moins espacés les uns des autres. Cependant, dans les deux cas, les élèves choisissent la collection qui présente la plus longue ligne de jetons et formulent leur choix en ce sens.

Équipe EB3 [B29, B31, B33]
B31 : *Les bleus ils vont jusqu'à la tente, parce qu'il y en a beaucoup. Ils vont jusque là (en pointant la plus longue ligne de jetons).*
Équipe EB5 [B23, B25, B28]
B28 : *Les verts parce qu'il y en a beaucoup beaucoup.*
B23 : *Vert parce que ça dépassait les amis.*

Rappelons qu'au premier scénario, une seule équipe avait mis en place cette stratégie sans arriver à la finaliser, la décision d'équipe étant prise ensuite suivant une stratégie ludique. Il semble donc que la validation à la fin de la première activité (où les jetons sont déposés sur la marelle, un jeton par case, selon un procédé de correspondance terme à terme) ait permis de faire fonctionner ce procédé comme stratégie efficace pour comparer et ordonner les collections.

b.3) Stratégie qualitative et ludique (2 équipes sur 14)

Seulement 2 équipes sur 14 (toutes dans la classe B) utilisent une stratégie ludique pour effectuer leur choix, alors qu'au premier scénario 8 équipes sur 13 avaient utilisé cette stratégie. Dès le deuxième scénario de la séquence, les élèves montrent donc qu'ils peuvent mettre en place des stratégies plus appropriées dans le choix de la collection.

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

Le Tableau XXI fait état des stratégies anticipées, dans l'analyse a priori, pour le scénario 2, au regard du nombre d'équipes ayant fait appel à ces stratégies pour fonder leur décision finale.

Tableau XXI
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, à la phase 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 2

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
A. Stratégies avec comparaison de collections	
• Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues (comparaison numérique).	10
• Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections. La collection recherchée correspond à *n : n > a > b.*	2

Ce tableau permet de conclure que l'analyse a priori a bien prévu la majorité des stratégies susceptibles d'être mises en œuvre pour ce deuxième scénario. Il montre aussi que le choix des valeurs des variables a produit les effets escomptés. En effet, tel que prévu dans l'analyse a priori, les contraintes de la situation, notamment l'écart peu marqué entre les nombres, ont une incidence sur les stratégies utilisées par les élèves. Seulement 2 équipes sur 14 utilisent une stratégie de correspondance terme à terme pour identifier la plus grande collection, dont une équipe, avec succès.

Ainsi, la situation favorise la comparaison numérique, stratégie la plus populaire chez les élèves (10 des 14 équipes l'utilisent). Elle permet une réussite pour 8 équipes sur 10. Pour 7 de ces équipes, la stratégie est conforme et pour les 3 autres équipes, elle est non conforme puisque précédée d'une stratégie ludique au moment des choix individuels. Il est d'ailleurs intéressant de noter que les 3 stratégies non conformes relevées au scénario précédent, témoignaient d'une forme de régression passant d'un procédé de comparaison non finalisé à une stratégie ludique, tandis que dans ce scénario les 3 stratégies, non conformes, montrent une évolution passant d'une stratégie ludique à une stratégie de comparaison numérique. Il semble donc que plusieurs élèves arrivent à délaisser des stratégies inappropriées utilisées lors du choix individuel pour mettre en œuvre la stratégie la plus efficace attendue par le jeu (comparaison numérique) lors du choix d'équipe. Il y a sans doute ici, un effet d'apprentissage par observation des conduites d'autres équipes, mais aussi une meilleure prise en compte de l'enjeu mathématique de la situation qu'au scénario 1.

Les stratégies ludiques, absentes de l'analyse a priori, sont utilisées par 2 équipes sur 14 à ce scénario, ce qui représente, cependant, une baisse importante par rapport au scénario précédent où 8 équipes sur 13 les utilisaient. Il semble donc que le retour effectué à la fin du premier scénario, particulièrement les échanges sur l'inefficacité des stratégies ludiques (notamment la stratégie qui consiste à associer une collection à une habitation selon le critère de la couleur), ait permis de réduire de façon importante l'apparition de cette stratégie, sans toutefois les éliminer.

2.1.3 Troisième scénario

Au troisième scénario, les élèves de la classe B doivent identifier la collection qui permet au Petit Poucet d'atteindre la cabane, habitation située au 2^{e} rang sur le chemin (habitation du milieu).

Valeurs des variables didactiques

- Les nombres associés à chacun des trajets : 12 (V), **13 (R)**, 14 (B).
- Le rang de l'habitation à atteindre : le deuxième, l'habitation du milieu (la cabane).
- Le matériel des collections : petits jetons de même taille et de couleurs différentes.
- Validation sur la piste : **sans les cases**.

Les choix des valeurs des variables, notamment la suite des nombres 12, 13, 14, visent à favoriser la comparaison numérique et le rejet de procédés non numériques de comparaison de collections, lesquels relèvent d'un contrôle sémantique, comme la correspondance terme à terme. Il en est de même pour le choix de demander la collection qui correspond à l'habitation du milieu.

D'ailleurs, à cet égard, l'enseignant et la stagiaire de la classe A ont décidé de modifier le rang de l'habitation à atteindre craignant les difficultés que les élèves de la classe B avaient rencontrées. Ainsi, les élèves de la classe A doivent identifier la collection qui permet au Petit Poucet d'atteindre la première habitation rencontrée sur le chemin. Les collections proposées sont : 12 jetons verts pour la cabane, 13 jetons rouges pour la tente et 14 jetons bleus pour le château.

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

Dans les deux classes, la stagiaire est responsable de l'animation de l'activité. Elle présente d'abord le but de la tâche aux élèves. Dans la dernière partie de la consigne donnée aux deux classes, la stagiaire rappelle aux élèves l'importance d'identifier la couleur de jetons permettant au Petit Poucet d'atteindre la cabane et pas une autre habitation sur le chemin. Pour gagner, il faut donc s'entendre sur le choix de la couleur puisqu'il s'agit d'une décision d'équipe qui doit dépasser la recherche d'une réussite individuelle.

Au cours de la situation d'action, l'enseignante met en place des interventions très dirigées auprès des équipes EA4 et EA5 afin de les inciter à modifier leur choix de collections, ce qui ne va dans la sens de la dévolution prévue par le programme *Fluppy*.

Rappelons que le choix des nombres successeurs 12, 13, 14 visait à rendre peu fiable ou encore assez coûteux le recours à des procédés qui ne font pas appel aux nombres pour comparer les collections, par exemple, l'évaluation perceptive et la correspondance terme à terme. Bien que la correspondance terme à terme soit une stratégie tout à fait adéquate pour cette tâche, et ce, quels que soient les nombres en jeu, lorsque les nombres sont assez grands et très rapprochés, comme c'est le cas pour ce scénario, il devient plus difficile pour de jeunes enfants de contrôler la correspondance. En effet, à moins de coller les jetons les uns sur les autres pour chaque rangée, il peut être ardu de conserver une même distance entre les jetons de telle sorte qu'avec un seul jeton de différence deux rangées peuvent facilement apparaître de même longueur. La conduite de l'enseignante peut donc surprendre, puisqu'elle propose justement à l'équipe EA4 une stratégie de correspondance terme à terme en disposant elle-même les jetons sur trois lignes et en proposant ensuite aux élèves de comparer deux à deux les collections de manière à identifier la plus courte ligne de jetons. En prenant en charge elle-même la stratégie, l'enseignante s'assure d'établir une bonne bijection entre les éléments des trois collections pour mener à terme la comparaison. Ce choix de l'enseignante va, pour ainsi dire, à l'encontre de ce que prévoit l'analyse a priori puisque ce scénario devait montrer les limites de cette stratégie difficile à contrôler pas les élèves eux-mêmes.

Ce qui surprend encore davantage c'est que l'enseignante ignore la stratégie numérique mise en place par l'élève A10 lors de son choix individuel (il dénombre et donne le cardinal de la collection retenue) pour privilégier plutôt une stratégie non numérique de correspondance terme à terme. Il semble donc que l'enseignante ait retenu cette stratégie pour l'enseignement en fonction du contrôle sémantique qu'elle permet et de l'intérêt que suscite, de manière générale, l'utilisation d'un *matériel manipulable* auprès de jeunes élèves[5].

L'extrait suivant montre par ailleurs que l'enseignante est de plus en plus directive dans ses échanges avec les élèves.

Équipe EA4 [A4, A10]	**12 (V),** 13 (R), 14 (B)
Enseignante :	*(S'adressant à la chercheure) Est-ce que je peux leur faire voir un peu ? Regardez les filles, on veut aller à la cabane. C'est celle qui est le moins loin, c'est celle qui est le plus proche. Est-ce qu'on a besoin de prendre les cailloux bleus pour aller à la cabane ? Est-ce que ça va arrêter à la cabane ou ça va aller plus loin ?*
A4 :	*Plus loin.*
Enseignante :	*Ils vont plus loin. On n'a pas besoin. On va les ranger. On n'a pas besoin des cailloux qui vont loin, loin, loin. On veut aller à la cabane. On le sait les bleus ça marche pas, ils vont trop loin. Lesquels vont aller à la cabane : ceux-là (rouges) ou ceux-là (verts) ?*
L'élève A4 pointe les jetons verts.	
Enseignante :	*Tu dis que c'est ceux-là. Pourquoi ? C'est plus ou c'est moins ?*
A4 :	*Plus.*
Enseignante :	*Il y en a plus ?! Tu veux compter pour voir ?*
L'élève A4 dénombre les deux collections : les jetons rouges et les verts.	
Enseignante :	*Où il y en a le plus ? Là, on veut aller à la cabane. Est-ce que la cabane c'est celle où on a besoin le plus ou le moins ? Le moins… o.k…*
A10 :	*Mais on va essayer les rouges pour voir si ça se peut.*

[5] On n'a qu'à penser à la popularité du matériel de manipulation, notamment le matériel multi base, pour l'enseignement de la numération de position dans les classes du premier cycle.

L'enseignante morcèle la tâche afin de faire produire la bonne réponse aux élèves. Elle organise avec les élèves l'élimination des jetons bleus de telle sorte qu'il ne reste qu'un choix entre deux collections, les verts et les rouges, ce qui vient modifier la tâche initiale. Ses interventions ne permettront cependant pas aux élèves d'aboutir à une stratégie efficace; au moment du retour, le choix de leur collection est justifié au regard d'un argument ludique.

L'enseignante prend également en charge le déroulement de la tâche avec l'équipe EA5 et plus particulièrement avec l'élève A20 qui n'arrive pas à formuler la justification attendue pour retenir la collection de jetons verts. L'extrait suivant permet de suivre les échanges entre l'enseignante et les élèves.

EA5 [A11, A19, A20]	**12 (V),** 13 (R), 14 (B)
Enseignante :	*Qu'est-ce qu'on doit faire aujourd'hui ? On doit aller où aujourd'hui ?*
Les trois élèves répondent : *À la cabane !*	
Enseignante :	*Quels cailloux tu prends pour aller à la cabane ?*
A20 :	*<u>Les verts, parce qu'il y en a plus</u>.*
Enseignante :	*Il y en a plus ? Il y a en combien ?*
Après dénombrement des jetons verts, l'élève A20 répond : *12.*	
Enseignante :	*Ah ! Il y en a 12. Et toi, Sha, t'en as combien ?*
Après dénombrement des jetons bleus, l'élève A19 répond : *14.*	
Enseignante :	*<u>Qui en a le plus ? Sté ou Sha</u> ?*
A19 :	*Moi !*
Enseignante :	*Ah ! C'est toi ! O.k. <u>Puis toi, Ki t'en as combien</u> ?*
A11 :	*13.*
L'enseignante identifie à nouveau *<u>qui a le plus</u>* (A19) et *<u>qui a le moins</u>* (A20).	
Enseignante :	*Et là, il faut aller à la cabane. Quels cailloux ça va prendre pour aller à la cabane ?*
Les élèves A11 et A19 choisissent la collection de l'élève A20 (12 verts) : *Parce qu'elle en a moins*.	

L'enseignante incite les élèves à comparer seulement deux collections à la fois, plutôt que d'effectuer une comparaison simultanée des trois collections de manière à les ordonner de la plus petite à la plus grande. Cette modification simplifie la tâche aux élèves, mais ne permet pas de situer clairement la collection médiane entre la plus petite et la plus grande collections; la collection médiane étant tout simplement ignorée de la comparaison.

La phase de validation s'effectue selon des modalités différentes dans les deux classes. Ainsi, la validation dans la classe B s'opère tel que prévu dans le scénario, les cases de la marelle n'étant pas apparentes, tandis que dans la classe A les cases de la marelle sont visibles. Nous avons dû modifier cet élément important de la situation de validation dans la classe A afin de s'ajuster à des contraintes de temps[6].

[6] La phase de validation dans la classe B ayant été longue et ardue, il n'était pas possible de reprendre les mêmes modalités dans la classe A. En effet, des retards dans la mise en place de l'activité pour cette classe, nous ont contrainte à modifier la validation afin de finaliser le jeu rapidement.

Le retour sur l'activité se fait donc rapidement dans la classe A. Les élèves déposent les jetons sur les cases de la marelle et concluent facilement que la plus petite collection permet d'atteindre l'habitation située au 1er rang. Dans la classe B, la validation est difficile puisque les élèves ne peuvent s'aider des délimitations des cases sur la marelle pour réaliser une bonne bijection entre les éléments des trois collections et les 3 habitations. Lors de la validation, deux élèves s'efforcent alors de faire correspondre leur collection à l'habitation recherchée, tandis qu'un troisième dépasse largement les limites de la marelle, ce qui crée plusieurs réactions dans le groupe comme le montre l'extrait suivant.

12 (V), **13 (R)**, 14 (B)	
L'élève B31 dépose les 12 jetons verts (le choix de son équipe) sur la marelle et s'organise pour atteindre la cabane située au 2e rang sur la marelle (la distance entre les jetons varie). La même conduite est observée avec l'élève B22 qui dépose sur la marelle les 13 jetons rouges.	
Stagiaire :	*Tu arrives aussi à la cabane !*
B30 :	*C'est bizarre !*
Stagiaire :	*C'est vrai que c'est bizarre.*
L'élève B30 dépose les 14 jetons bleus sur la marelle et dépasse les trois habitations. Il faut même dérouler la marelle pour l'allonger. Les élèves sont surpris, ils rient et sont très excités.	
Stagiaire :	*J'ai 3 collections : une collection pour me rendre au château, une collection pour me rendre à la tente et une collection pour me rendre à la cabane. <u>Qu'est-ce qui s'est passé</u> ?*
B30 :	*<u>Tu en as mis plus</u> ?*
Stagiaire :	*J'ai mis exactement ce qu'il faut pour me rendre à chacune des habitations. Qu'est-ce qui s'est passé?*
Plusieurs interventions des élèves concernent de mystérieux ajouts de jetons bleus dans le verre. Puis, finalement, un élève propose autre chose.	
B33 :	*<u>Peut-être qu'elle a fait des grands pas Man</u>.*
Stagiaire :	*Je trouve que c'est une super bonne idée. <u>Comment on peut vérifier</u> si quelqu'un a fait de plus grands pas ?*
B36 :	*Man a mis un pas, elle a mis un jeton ici… elle a mis un pas, elle a mis un jeton. <u>En plus Max a oublié un jeton ici, le vert. C'est pour ça le rouge et le vert arrivent juste ici</u> (cabane)…*
Enseignante :	*Comment on pourrait arranger ça ?*
B22 :	*<u>Peut-être qu'on peut regarder s'il y a un pas qui n'en a pas</u>. (…) <u>Ici, il n'y en a pas… pas de rouge</u>.*
À la demande de la stagiaire, l'élève B22 réorganise les collections.	

Plusieurs élèves identifient la collection de jetons bleus comme étant la plus grande puisqu'elle se rend très loin sur le chemin, tout en reconnaissant qu'il doit y avoir une erreur puisqu'elle ne permet pas d'atteindre une des habitations. Les élèves B33, B36 et B22 reconnaissent que la bijection entre les éléments des trois collections est déficiente, l'élève B36 parvient ainsi à expliquer pourquoi les collections de verts et de rouges mènent à la même habitation. Une fois que la bijection a été rétablie, la stagiaire finalise l'activité en permettant aux élèves de comparer les nombres associés à chacun des trajets sur la marelle.

Stagiaire :	*On a 12, 13, 14. Ça prend combien de cailloux pour arriver à la cabane ?*
Un élève répond : *13.*	
Stagiaire :	*Et pour arriver ici (habitation au 1er rang), ça prend combien de pas ?*
B29 :	*12.*
(…)	
Stagiaire :	*Ici (2e) c'est 13. Ici (1ére) c'est 12. Et ici (3e) c'est quoi ?*
Plusieurs élèves répondent : *14 !*	
Stagiaire :	*Pourquoi c'est 14 ?*
B36 :	*Parce qu'il est <u>plus loin</u> le château !*
Stagiaire :	*C'est ça : il est plus loin le château. (…) On voulait aller ici aujourd'hui.*
B30 :	*<u>Au milieu</u>.*
Stagiaire :	*<u>13, on pourrait dire que c'est plus que 12, mais que c'est moins que 14</u>.*
B30 :	*<u>C'est moyen</u> !*

Ces deux extraits montrent que la stagiaire et l'enseignante gèrent ce scénario dans l'esprit de ce qui a été prévu et qu'elles arrivent à renvoyer la tâche de validation aux élèves. De même, l'institutionnalisation porte sur les comparaisons numériques ce que devait favoriser ce scénario.

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Les stratégies mises en œuvre par les élèves au troisième scénario sont présentées dans les tableaux XXII (classe A) et XXIII (classe B) qui suivent.

Tableau XXII

*Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe A au scénario 3 : Vert (**12**) / Rouge (13) / Bleu (14)*

Équipes *Élèves*	*Stratégies mises en œuvre* *Phase 1 : Décisions individuelles* *Phase 2 : Décision finale d'équipe*	*Décision finale* *Conforme / Non C* *Réussite / Échec*
Équipe EA1 A3-A5-A13	Phase 1 : A3 et A5 : Comparaison numérique. A13 : Dénombrement erroné. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Échec (14 pour château)
Équipe EA2 A6-A7-A12	Phase 1 : A6 et A12 : Comparaison numérique. A7 : Jugement perceptif. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite
ÉquipeEA3 A1-A8	Phase 1 : A1 : Dénombrement. A8 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite
ÉquipeEA4 A4-A10	Phase 1 : A4: Aucune stratégie identifiée. A10 : Dénombrement. Phase 2 : Avec aide de l'enseignante : ludique.	Non conforme (Dénombrement → Ludique) Échec (13)
Équipe EA5 A11-A19-A20	Phase 1 : Avec aide de l'enseignante. Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite Avec aide de l'ens.
Équipe EA6 A9-A16	Phase 1 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite
Équipe EA7 A2-A14-A17	Phase 1 : Comparaison numérique réussie. Phase 2 : Comparaison numérique réussie.	Conforme (Comparaison num.) Réussite

Tableau XXIII
Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe B au scénario 3 :
*Vert (12) / Rouge (**13**) / Bleu (14)*

Équipes *Élèves*	*Stratégies mises en œuvre* *Phase 1 : Décisions individuelles* *Phase 2 : Décision finale d'équipe*	*Décision finale* *Conforme / Non C* *Réussite / Échec*
Équipe EB1 B21-B24	Phase 1 : B21 : Aucune stratégie identifiée. B24 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique erronée.	Conforme (Comparaison num.) Échec (12)
Équipe EB2 B22-B39	Phase 1 : B22 : Comparaison numérique. B39 : Ludique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Échec (14)
Équipe EB3 B29-B31-B33	Phase 1 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite et Échec (12)
Équipe EB4 B32-B37-B38	Phase 1 : B32 : Aucune réponse. B37 et B38 : Comparaison numérique. Phase 2 : B32 et B38 : Comparaison numérique. B37 : Ludique.	Conforme (Comparaison num.) Échec (12) Échec (14)
Équipe EB5 B23-B25-B28	Phase 1 : B23 et B28 : Correspondance terme à terme (CTT). B25 : Aucune stratégie identifiée. Phase 2 : Ludique.	Non conforme (CTT → Ludique) Échec (12)
Équipe EB6 B27-B30-B36	Phase 1 : B27 : Ludique. B30 et B36 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite
Équipe EB7 B26-B34	Phase 1 : B26 : Comparaison numérique. B34 : Aucune réponse. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Échec (12)

b.1) Stratégie de comparaison numérique (12 équipes sur 14)

À ce troisième scénario, 6 équipes sur 7 de la classe A et 6 équipes sur 7 de la classe B mettent en œuvre une stratégie de comparaison numérique pour choisir une collection. À la différence du scénario précédent, la décision est conforme dans tous les cas. Ainsi, pour 12 équipes sur 14, le choix de la collection en individuel se fait à partir de la comparaison numérique et la stratégie est maintenue pour justifier la collection retenue lors de la situation de formulation réalisée en grand groupe. Toutefois, bien que le choix des valeurs des variables didactiques ait permis de faire apparaître largement la conduite attendue par la situation à ce troisième scénario, elle n'a conduit à la bonne collection que pour 2 équipes sur 6 dans la classe B (et la décision n'est unanime que pour une seule de ces équipes)[7]. Les 4 autres équipes choisissent ainsi une autre couleur de jetons et confortent leur choix par des arguments de type comparatif : *parce qu'il y en a plus* ou *parce que c'est le plus long* (4 équipes), ou *parce qu'il y en a moins* (2 équipes).

Par ailleurs, dans la classe A, où la collection permettant d'atteindre l'habitation située au 1^er^ rang est recherchée, la tâche est beaucoup mieux réussie avec 5 équipes sur 6 qui identifient la bonne collection et proposent une justification appropriée (*parce qu'il y a moins* ou *parce qu'il y en a un petit peu*)[8]. Il semble donc, comme le prévoyait l'analyse a priori, qu'il soit plus simple pour les élèves de rechercher l'habitation située au 1er rang que celle située au 2e rang, puisque dans le premier cas il suffit d'identifier la plus petite collection, alors que dans le second cas il faut bien situer la collection médiane entre les deux autres collections. Il est par ailleurs souvent difficile pour les élèves de décrire la collection *du milieu*, comme l'illustre l'extrait suivant.

Équipe EB3 [B29, B31, B33]	12 (V), **13 (R)**, 14 (B)
B29 :	*Les rouges avaient déjà beaucoup… Les rouges avaient plus (+) beaucoup avec les bleus. Les verts avaient pas beaucoup… Les rouges avaient déjà 13. (…) Les rouges, parce qu'il y en a déjà beaucoup, il y en a 13.*

Cette difficulté peut aussi faire en sorte qu'un élève choisisse une collection pour laquelle il arrive à formuler un argument. L'extrait suivant illustre cette conduite.

[7] Deux équipes ([B29, B31, B33] et [B32, B37, B38]) n'arrivent pas à une décision unanime à la phase 2 du jeu, dans l'analyse nous tenons donc compte des deux collections retenues par chacune de ces équipes.
[8] L'équipe [A11, A19, A20] reçoit l'aide de l'enseignante.

Équipe EB2 [B22, B39]	12 (V), **13 (R)**, 14 (B)
B22 :	*Toi, tu as 14 (bleus). Moi j'ai 13 (rouges). C'est les 13... Je sais pas c'est lesquels.*
B39 :	*Les rouges, parce qu'il y a du rouge à la tente.*
B22 :	*Ça (bleus) ça va aller à le château, parce qu'il y en a beaucoup. Et ça (rouges) ça va aller à la cabane…*
B39 :	*Les verts, parce qu'il y en a plus. (…) Les rouges, parce qu'il y a du rouge sur la tente.*
B22 :	*(Elle rit). C'est pas une bonne idée Sou ! Les bleus parce qu'ils sont les plus longs. (…) Les bleus ça va à la cabane parce qu'il y en a plus.*
Stagiaire :	*Et pour aller à la cabane t'as besoin de plus de cailloux ?*
B22 :	*(Hésite et acquiesce d'un léger signe de la tête).*

Ainsi, dès le début, l'élève B22 identifie et ordonne correctement les deux plus grandes collections (les bleus et les verts). Elle associe ensuite la collection médiane à la cabane, sans arriver à formuler une justification appropriée pour appuyer son choix. Par la suite, elle rejette l'explication ludique avancée par l'élève B39 et se sort de l'impasse en choisissant une collection qu'elle est capable de commenter, la plus grande collection. Il semble donc y avoir une dissociation entre ce que ces élèves font en situation d'action et en situation de formulation, au moment de rendre leur décision d'équipe, peut-être à cause de la difficulté à expliciter les arguments qui ont présidé implicitement à l'action.

La réussite à la tâche suppose donc que soit bien identifiée l'habitation à atteindre et que soient correctement ordonnées les trois collections, ce qui peut être complexe étant donné le choix des nombres. En effet, de bonnes connaissances sur la suite des nombres sont nécessaires, notamment sur les prédécesseurs et successeurs des nombres de la seconde décade (décade particulièrement difficile). Par ailleurs, la demande de formulation des arguments peut conduire à des choix qui ne correspondent pas nécessairement à ce que la stratégie numérique indiquait.

b.2) Stratégie qualitative de type ludique (2 équipes sur 14)

Une seule équipe (EB5) met en place une stratégie de correspondance terme à terme pour comparer les collections, mais elle est modifiée pour une stratégie ludique. Bien que la bijection entre les éléments des trois collections soit difficile à réaliser, puisque l'écart entre les nombres est très peu marqué, une décision est tout de même rendue par l'élève B23 en fonction de la comparaison de la longueur des lignes obtenues, comme l'illustre l'extrait suivant.

Équipe EB5 [B23, B25, B28]	12 (V), **13 (R)**, 14 (B)
B28 :	*Rouge, parce que Mme Isa a mis un grand chemin.*
B23 :	*Non, c'est bleu parce que j'ai gagné. Parce que ça (pointe la ligne des jetons bleus)… ça … ça… j'ai dépassé les amis !*
(…)	
B28 :	*Vert, parce qu'il y a du vert sur la cabane.*

L'élève B23 est très heureux de constater que sa collection de jetons (les bleus) produit la ligne la plus longue et s'identifie ainsi comme le « gagnant ». Selon notre compréhension, l'élève associe simplement la plus grande collection à la collection « gagnante ». Finalement, c'est l'élève B28 qui annonce le choix d'équipe en s'appuyant sur une stratégie ludique élémentaire : la collection de jetons verts est retenue puisque cette couleur apparaît sur le dessin de l'habitation recherchée.

L'équipe EA4 [A4, A10] met également en place une stratégie ludique pour identifier la collection retenue[9]. Toutefois, dans la première phase du jeu, l'élève A10 utilise une stratégie de dénombrement afin d'identifier le cardinal de la collection désignée et ainsi justifier son choix. Toutefois, le dénombrement est fait sans aucune perspective de comparaison de collections, puisque seule la collection retenue est dénombrée (aucune comparaison numérique n'est envisagée).

c) *Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori*

Le Tableau XXIV montre le nombre d'équipes ayant appuyé leur décision finale sur chacune des stratégies anticipées dans l'analyse a priori pour le scénario 3.

Tableau XXIV
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, à la phase 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 3

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
A. Stratégies avec comparaison de collections	
• Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues (comparaison numérique).	12
• Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections. La collection recherchée correspond soit à n : $a > n > b$ *ou à* $b > c > n$.	1

De nouveau dans ce scénario, les contraintes de la situation, notamment le choix de 3 nombres successifs, ont une incidence sur les stratégies utilisées par les élèves. Ainsi, la comparaison numérique est la stratégie la plus populaire : 12 équipes sur 14. Sans être rejetées complètement, les stratégies exigeant un contrôle sémantique sont peu présentes ; une seule équipe met en place une stratégie de correspondance terme à terme sans réinvestir le résultat de la comparaison au moment

[9] La conduite de cette équipe est relevée dans la partie précédente.

de la situation de formulation. Le recours à des stratégies qui ne font pas appel au nombre pour comparer les collections apparaît donc peu fiable et coûteux pour les élèves.

Les stratégies ludiques, absentes de l'analyse a priori, sont de nouveau utilisées par 2 équipes sur 14 à ce scénario; elles n'apparaissent donc pas au tableau.

Finalement, la réussite à la tâche varie selon le rang de l'habitation à atteindre. Ainsi, la tâche est mieux réussie dans la classe A où la collection permettant d'atteindre l'habitation située au 1er rang est recherchée (on peut imaginer qu'il en serait de même pour l'habitation au 3e rang) que dans la classe B où c'est l'habitation située au 2e rang qui est recherchée[10]. Il est donc plus simple pour les élèves d'identifier la plus petite collection (ou la plus grande) que de situer la collection médiane entre les deux autres collections. Dans ce dernier cas, plusieurs élèves reviennent alors à une conduite qui convenait au scénario précédent, soit de chercher la plus grande collection.

2.1.4 Quatrième scénario

Au quatrième scénario, les élèves doivent identifier la collection qui permet d'atteindre l'habitation située au 2e rang pour les élèves de la classe A et au 1er rang pour les élèves de la classe B[11].

Valeurs des variables didactiques

- Les nombres associés à chacun des trajets : 11, 13 et 14.
- Le rang de l'habitation à atteindre : 1er ou 2e selon la classe.
- Le matériel des collections : gros jetons, bâtonnets et petits jetons (éléments de tailles différentes).
- Validation sur la piste : sans les cases.

Pour la première fois dans la séquence, nous proposons un matériel différent pour chacune des collections, d'une part pour amener les élèves à traiter les relations numériques en jeu indépendamment des caractéristiques physiques des collections et, d'autre part, pour rendre coûteux le recours à des procédés qui ne font pas appel au nombre pour ceux qui ne les ont pas encore abandonnés. Ainsi, chaque équipe reçoit 11 gros jetons blancs (B), 13 bâtonnets (Bât) et 14 petits jetons rouges (r). De plus, pour ce scénario, la marelle est remplacée par une bande de papier blanc de telle sorte que les élèves n'ont jamais accès aux cases, même pas pour la validation contrairement aux scénarios précédents.

[10] Les taux de réussite sont respectivement de 71% dans la classe A et de 22% dans la classe B.
[11] L'ordre des habitations dans la classe B est le suivant : tente (11), cabane (13) et château (14); tandis que dans la classe A, l'ordre des habitations est le suivant : cabane (11), château (13) et tente (14).

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

La stagiaire anime l'activité dans la classe A. Dans la classe B, en l'absence de la stagiaire, l'animation de l'activité est assumée par la chercheure assistée de l'enseignante. Rapidement, dans les deux classes, les élèves remarquent les différences dans le matériel utilisé pour réaliser l'activité du Petit Poucet. Le but de la tâche est d'abord présenté aux élèves.

Consigne donnée aux élèves de la classe A : *Avec chaque collection le Petit Poucet peut se rendre à une habitation. Il y a une collection qui se rend au château, une à la tente et une à la cabane. Avec chaque collection c'est certain que vous êtes capables de vous rendre à une des trois habitations. Mais aujourd'hui, le Petit Poucet veut se rendre au château. Regarde bien où est le château. Aujourd'hui, je ne veux pas savoir quelle collection pour la tente ou pour la cabane. Je veux savoir quelle collection pour le château.*

Consigne donnée aux élèves de la classe B : *Le Petit Poucet se promène sur le chemin. En marchant, il va d'abord rencontrer la tente, ensuite la cabane et finalement le château. Aujourd'hui, le Petit Poucet veut se rendre à la tente. Il ne veut pas aller au château ou à la cabane, il veut vraiment aller à la tente (en pointant l'habitation au 1er rang sur le chemin). Tu vas recevoir trois collections : des petits cailloux (petits jetons rouges), de gros cailloux (gros jetons blancs), et de petits bâtonnets. Il faut trouver aujourd'hui, quelle collection va permettre au Petit Poucet de se rendre à la tente.*

Puis, comme l'élève B24 propose une collection (*Le rouge*) avant même la distribution des collections aux équipes, une précision est apportée quant à l'importance d'appuyer son choix sur une stratégie : *Il faut attendre d'avoir les collections. Garde ton idée. Tu sais, tu ne peux pas répondre comme ça, juste en regardant les collections. Tu dois vérifier comme il faut parce qu'après il va falloir que tu m'expliques pourquoi tu penses que ce sont les petits jetons, ou bien les gros jetons, ou bien les bâtonnets.*

À ce stade de la séquence, les règles et les étapes du jeu sont bien connues des élèves. Ils comprennent qu'ils doivent d'abord mettre en œuvre une stratégie pour choisir la collection permettant d'atteindre l'habitation identifiée dans la consigne, pour ensuite valider les collections sur la marelle afin de déterminer les équipes gagnantes, comme le montre l'extrait suivant.

Équipe EB2 [B22, B39]	**11(B)** 13 (Bât) 14 (r)
Les élèves dénombrent les trois collections.	
B22 :	*Est-ce qu'après on peut aller voir avec ça* (en montrant les trois verres) *?*
Chercheure :	*Non, tu peux pas aller l'essayer. Tu dois rester ici et trouver un moyen pour décider.*
B22 :	*Parce que sinon ça serait trop facile !*

Les élèves comprennent aussi que la décision doit en être une d'équipe. À ce propos, les échanges entre les élèves de l'équipe EA2 sont particulièrement intéressants.

Équipe EA2 [A6, A7, A12] 11(B) **13 (Bât)** 14 (r)	
A12 :	*Moi, je dis que c'est ça (gros jetons) qui est rendu au château, parce qu'il y en a juste 11. Et ça (bâtonnets), il a 13 et ça (petits jetons) il a 14.*
A6 :	*13 c'est au milieu. 13 c'est milieu. Sinon on va perdre. C'est le bâton parce que il y en a 13. 13 c'est le milieu. Hab en a 14, elle va rendu à la tente.*
A7 :	*Je crois que je vais aller au château (elle a les petits jetons rouges).*
A6 :	(Fâché). *Même pas, c'est au milieu ! À cause de vous, on va perdre ! C'est sûr, on va perdre !*

Au cours de la séquence, les élèves ont rarement montré autant de détermination pour réussir la tâche que l'élève A6 à ce scénario. En effet, les échanges de l'élève A6 avec les autres membres de l'équipe montrent bien sa compréhension de l'enjeu : pour gagner, il faut identifier la collection permettant d'atteindre l'habitation *du milieu*. Il ne s'agit donc pas d'une réussite individuelle, mais d'une réussite collective où il est nécessaire de convaincre les autres afin de s'entendre sur le choix de la collection.

Dans les deux classes, la validation des collections s'effectue difficilement puisque les élèves ne disposent d'aucun repère pour répartir les jetons sur la bande de papier. Les élèves de la classe B parviennent toutefois à réaliser correctement la tâche, même si quelques ajustements sont nécessaires, comme le montre l'extrait suivant.

11(B) 13 (Bât) 14 (r)	
L'élève B39 dépose les petits jetons rouges sur la bande et atteint le château (ce qui représente une bonne association collection/habitation).	
Chercheure :	*Avec les rouges, on arrive au château. C'est peut-être ça, ce n'est peut-être pas ça. On va voir avec les autres collections.*
L'élève B38 dépose les bâtonnets sur la marelle en essayant de faire correspondre un bâtonnet à chaque jeton rouge. Il n'y arrive pas puisque les bâtonnets sont longs et occupent beaucoup d'espace. Il dépasse toutes les habitations de la bande.	
B36 :	*Il manque un bâton là !*
Les élèves B36 et B22 réorganisent les jetons et les bâtonnets de manière à bien apparier les éléments des deux collections.	
L'élève B24 dépose les gros jetons blancs sur la bande.	
L'élève B36 remarque qu'il n'y a *pas de jetons blancs au début* du trajet. Elle réorganise les éléments des trois collections (en réorientant les bâtonnets à l'horizontale) de manière à obtenir une bonne bijection. Toutefois, les collections ne sont pas appariées aux habitations. Les élèves sont embêtés.	
Chercheure :	*On devrait arriver aux maisons… Mais peut-être que mes dessins ne sont pas à la bonne place.*
B37 :	*C'est ça !*
Et l'élève B37 replace les dessins d'habitations pour que chaque dessin corresponde au dernier élément de chacune des collections. (…)	

Par chance, la première collection disposée sur la bande (les petits jetons rouges) permet d'atteindre l'habitation qui lui est associée (le château). Les autres collections sont ensuite placées en tenant compte des éléments de la première collection déjà en place.

Cette première partie de l'échange rend donc compte de l'effort des élèves (notamment de l'élève B36) pour réaliser une bonne bijection entre les éléments des trois collections, puis entre les collections et les dessins des habitations. Il faut souligner que c'est le chercheure qui suggère aux élèves une solution au problème (les collections ne permettent pas d'atteindre les habitations), soit de replacer les dessins sur la bande et ce, afin d'éviter de réorganiser une fois de plus les éléments des trois collections (et risquer de déranger la bijection si difficilement obtenue). Mais l'acceptation de cette solution témoigne semble-t-il du fait que les élèves ont bien saisi que ce qui compte c'est la relation d'ordre entre les habitations et entre les collections, puisque le lieu précis de l'habitation n'a pas d'importance tant que l'ordre est respecté. Évidemment cela n'est vrai que dans la mesure où on a bien précisé au départ que chaque collection permettait d'arriver exactement à chaque habitation.

Dans la deuxième partie de l'échange, la chercheure oriente le retour sur les différentes stratégies de comparaison de collections mises en place par les élèves.

11(B) 13 (Bât) 14 (r)	
Chercheure :	*Vous allez vous asseoir et on va vérifier quelque chose. Tantôt, il y a des amis qui ont dit qu'il y avait moins de blancs, d'autres ont dit qu'il y avait moins de rouges et d'autres ont dit qu'il y avait moins de bâtonnets. Comment on peut faire pour savoir où il y en a le moins ?*
B36 :	*La tente, il était au premier et il avait moins de chemin pour la tente. Les blancs, il avait un petit peu alors il était rendu à la tente.*
Enseignante:	*Mais comment t'as fait pour savoir qu'il y avait un petit peu ou beaucoup?*
L'élève B36 explique aux autres ce qu'elle a fait; il s'agit en fait d'une stratégie de correspondance terme à terme sur la bande mais aussi sur son bureau au moment de choisir la collection.	
Chercheure :	(…) *elle pouvait voir que les blancs il n'y en avait vraiment pas beaucoup. Regarde : ça s'arrête et les autres continuent. On se rend compte aussi qu'il y a plus de bâtonnets et plus de rouges encore. Regarde : les bâtonnets s'arrêtent ici et les rouges continuent encore. Ça c'est un moyen pour savoir où il y en a le moins. Comment on peut faire aussi pour savoir où il y en a le moins ?*
B30 :	*Parce que je les ai comptés et j'ai vu que les blancs il y en avait 11. Les autres, il y en avait plus.*
Chercheure :	*Oui, ça aussi c'est une bonne manière pour savoir, c'est une bonne idée. On va vérifier.*
Les élèves dénombrent les jetons blancs (11), puis les bâtonnets (13).	
Chercheure :	*Est-ce que c'est plus, 13 ?*
Plusieurs élèves répondent par l'affirmative et un élève répond par la négative.	
Chercheure :	*Quand on compte, on dit d'abord 11. 13 vient après.*
La chercheure fait réciter la comptine en insistant au passage du 11 et du 13.	
Chercheure :	*On va voir les rouges maintenant.*
B30 :	*Il y en a 14 !*
Chercheure :	*Pourquoi tu dis ça ?*
B30 :	*Parce qu'ici (bâtonnets) il y en a 13. Et puis, il y en a un ici (jeton rouge) et puis ça continue encore et ça fait 14. Après 13 c'est 14.*

Lors du retour, deux stratégies de comparaison de collections sont relevées par les élèves. D'abord, une stratégie de correspondance terme à terme présentée par l'élève B36, puis une stratégie de comparaison numérique présentée par l'élève B30. Les connaissances de l'élève B30 sur la suite des nombres, et plus particulièrement sur les nombres de la seconde décade (*après 13, c'est 14*), assurent l'efficacité de cette stratégie. Des précisions sur les stratégies sont apportées par la chercheure de manière à compléter les explications des élèves B30 et B36. Par exemple, le rappel de la suite des nombres de la seconde décade permet d'établir une relation d'ordre entre les nombres 11 et 13 : 13 est plus grand que 11 puisque 13 vient après 11 dans la suite.

Somme toute, le retour sur la situation se déroule bien dans la classe B, vraisemblablement parce que la validation s'effectue pour la seconde fois sur une marelle sans case. Le retour pose davantage de problèmes aux élèves de la classe A qui, pour la première fois, sont confrontés à une marelle sans case pour la validation des collections. Ainsi, des trois collections déposées sur la bande, une seule (les petits jetons) permet d'atteindre une habitation (le parcours est trop long pour les bâtonnets et trop court pour les gros jetons). L'intervention didactique de la stagiaire consiste donc à rétablir une bonne correspondance entre les éléments des trois collections et les habitations, comme le montrent les extraits suivants.

11(B) **13 (Bât)** 14 (r)	
Stagiaire :	*Les amis, il faut m'aider. <u>Il y a une collection qui va à la cabane, une collection qui va au château et une collection qui va à la tente</u>. Il y a quelque chose qu'on n'a pas fait correctement.*
A15 :	*Tu as pas bien compté.*
Stagiaire :	*Non, je sais compter et j'ai bien compté.*
La discussion est longue et stagne sur de possibles erreurs dans la préparation des collections par la stagiaire. Plusieurs élèves s'impatientent. (…)	
A8 :	*Isa a pas bien placé les ronds. Il faut faire comme ça.*
Il montre une correspondance à l'aide de ses index. L'enseignante demande à l'élève A8 de <u>replacer les jetons blancs puis les jetons rouges</u>. Les éléments des deux collections sont plus ou moins bien appariés. (…)	
Les élèves A6, A2 et A9 tentent, à tour de rôle, de replacer les bâtonnets. Peu d'éléments sont en parfaite bijection.	
Stagiaire :	<u>C'est très bien ce que tu fais parce que là tu as un bâton, un rouge et un blanc</u>*. Super.*
A8 :	*J'ai une meilleure idée.*
Stagiaire :	<u>Tu peux pas avoir une meilleure idée que LA meilleure idée</u>. (…)

Les élèves s'attardent d'abord sur la possibilité que la stagiaire ait fait des erreurs dans le dénombrement des collections. L'intervention de la stagiaire se dirige ensuite sur l'importance de la bijection d'une part, entre les éléments des trois collections et, d'autre part, entre les collections et les habitations. La bijection entre les collections est difficile à obtenir puisque les élèves s'efforcent surtout d'obtenir un espace semblable entre les éléments d'une même collection plutôt que de tenter d'apparier ensemble les éléments de deux collections. Il semble donc que les contraintes de la situation, notamment le matériel différent utilisé pour représenter les collections de cailloux, incitent peu, tel que prévu dans l'analyse a priori, les élèves de cette classe à mettre en place la correspondance terme à terme pour comparer les collections lors de la situation d'action[12], ou pour valider les collections sur la bande, lors de la situation de validation.

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Les stratégies mises en œuvre par les élèves au quatrième scénario sont présentées dans les tableaux XXV (classe A) et XXVI (classe B) qui suivent.

Tableau XXV
Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe A au scénario 4 :
*Gros jetons (11) / Bâtonnets (**13**) / Petits jetons (14)*

Équipes Élèves	*Stratégies mises en œuvre Phase 1 : Décisions individuelles Phase 2 : Décision finale d'équipe*	*Décision finale Conforme / Non C Réussite / Échec*
Équipe EA1 A3-A5-A13	Phase 1 : A3 et A5 : Comparaison numérique. A13 : Aucune réponse. Phase 2 : *Manqué le retour avec cette équipe.	Manqué retour (Comparaison num.) Réussite et échec (11B)
Équipe EA2 A6-A7-A12	Phase 1 : A6 et A12 : Comparaison numérique. A7 : Aucune stratégie identifiée. Phase 2 : A6 : Comparaison numérique réussie. A7 : Ludique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite
Équipe EA3 A1-A8	Phase 1 : A1 : Aucune réponse. A8 : Dénombrement. Phase 2 : *Manqué le retour avec cette équipe.	Manqué retour (Dénombrement) Échec (11B)
Équipe EA4 A4-A10-A18	Phase 1 : A4 et A18 : Aucune réponse. A10 : Ludique. Phase 2 : Ludique.	Conforme (Ludique) Réussite
Équipe EA5 A11-A19-A20	Phase 1 : A11 : Aucune réponse. A19 : Comparaison numérique. A20 : Ludique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Échec (14R)
Équipe EA6 A9-A15-A16	Phase 1 : A9 : Comparaison numérique. A15 et A16 : Aucune réponse. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite

[12] Et ce, même si l'enseignante de cette classe avait beaucoup insisté sur cette stratégie au scénario précédent.

Équipe EA7 A2-A14-A17	Phase 1 : Jugement perceptif. Phase 2 : Jugement perceptif.	Conforme (Jugement perceptif) Échec (14R)

Tableau XXVI
Stratégies mises en œuvre par les élèves de la classe B au scénario 4 :
*Gros jetons (**11**) / Bâtonnets (13) / Petits jetons (14)*

Équipes *Élèves*	*Stratégies mises en œuvre* *Phase 1 : Décisions individuelles* *Phase 2 : Décision finale d'équipe*	*Décision finale* *Conforme / Non C* *Réussite / Échec*
Équipe EB1 B21-B24	Phase 1 : Correspondance terme à terme. Phase 2 : Comparaison numérique.	Non conforme (Corr. terme à terme → comp. num.) Échec (13Bât)
Équipe EB2 B22-B39	Phase 1 : B22 : Comparaison numérique. B39 : Dénombrement. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Échec (13Bât)
Équipe EB3 B29-B31-B33	Phase 1 : B29 : Aucune stratégie identifiée. B31 et B33 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite
Équipe EB4 B32-B37-B38	Phase 1 : Comparaison numérique. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) *Chacun choisit la collection reçue
Équipe EB5 B23-B25-B28	Phase 1 : B23 : Aucune réponse. B25 : Aucune stratégie identifiée. B28 : Ludique. Phase 2 : Jugement perceptif.	Non conforme (Ludique → jugement perceptif) Réussite et échec (14r)
Équipe EB6 B27-B36	Phase 1 : B27 : Aucune stratégie identifiée. B36 : Correspondance terme à terme. Phase 2 : Correspondance terme à terme.	Conforme (Correspondance terme à terme) Réussite
Équipe EB7 B30-B34	Phase 1 : B30 : Comparaison numérique. B34 : Aucune réponse. Phase 2 : Comparaison numérique.	Conforme (Comparaison num.) Réussite

Dans la prochaine partie, les stratégies observées à ce scénario pour 12 des 14 équipes sont relevées selon leur fréquence d'apparition[13].

b.1) Stratégie de comparaison numérique (8 équipes sur 12)

La comparaison numérique est encore une fois dans ce scénario la stratégie la plus populaire puisque 9 équipes sur 14 l'utilisent. Toutefois, la stratégie ne permet d'identifier la plus petite collection (classe B) que dans 2 cas sur 5 et la collection médiane (classe A) dans 2 cas sur 4.

Ainsi, deux équipes de la classe B choisissent la collection de 11 gros jetons blancs et confortent leur choix par des arguments appropriés : *les blancs, parce qu'il y en a moins* (équipe EB7) ou *parce qu'il y en a un petit peu* (équipe EB3). Deux autres équipes (EB1 et EB2) retiennent la collection médiane (les 13 bâtonnets). Toutefois, l'analyse des échanges montre que ces équipes tentent d'identifier la plus petite des trois collections, comme en témoigne la conclusion de l'élève B22 de l'équipe EB2 : *On a choisi les bâtonnets, parce qu'il y en avait moins.*

Finalement, les élèves B32, B37 et B38 (équipe EB4) persistent à choisir la collection qu'ils se sont attribués en début de leçon tout en formulant une justification qui correspond bien à leur collection, comme le montre l'extrait suivant.

Équipe EB4 [B32, B37, B38] **11(B)** 13 (Bât) 14 (r)
B38 : *Les rouges, parce qu'il y en a plus.*
B37 : *Les blancs, parce qu'il y en a pas beaucoup.*
B32 : *Les bâtons, parce qu'il y en a moins.*
Chercheure : *Il y en a combien ?*
B32 dénombre chacune des collections et trouve : 11 gros jetons blancs, 12 (plutôt que 13) bâtonnets et 14 petits jetons rouges. Elle choisit ensuite les jetons blancs *parce qu'il y en a moins.*

Au moment du choix d'équipe, lors de la situation de formulation, les élèves reconnaissent que la plus petite collection doit permettre d'atteindre l'habitation située au 1er rang sur le chemin sans pour autant renoncer à leurs choix individuels.

Équipe EB4 [B32, B37, B38] **11(B)** 13 (Bât) 14 (r)
B37 : *Les bâtonnets, parce qu'il y en a moins.*
B38 : *Les rouges, parce qu'il y en a moins.*
B32 : *Les blancs, parce qu'il y en a moins.*

[13] Les données pour la situation de formulation sont manquantes pour deux des sept équipes de la classe A (les équipes [A3, A5, A13] et [A1, A8]). Certaines conduites de ces équipes, relevées lors de la phase 1 du jeu (choix individuels), sont tout de même discutées dans l'analyse.

Dans la classe A, où la collection médiane est recherchée, l'équipe EA5 dénombre les trois collections pour choisir ensuite la collection de petits jetons, *parce qu'il y en a plus*[14]. Les deux autres équipes identifient la bonne collection en proposant une justification appropriée comme le montrent les extraits suivants.

Équipe EA6 [A9, A15, A16]	11(B) **13 (Bât)** 14 (r)
A9 :	*Les bâtons vont se rendre au château. Parce que j'ai compté. Je pensais qu'il était tout en bas, mais il est au milieu.*
Équipe EA2 [A6, A7, A12]	
A6 :	*Les bâtons, parce qu'il y en a... il y en a … (hésite beaucoup) parce qu'il y en a un peu plus que moins.*

Si situer la collection médiane est complexe, en parler l'est encore davantage comme le montre le dernier échange.

L'équipe EB1 utilise d'abord une stratégie de correspondance terme à terme pour comparer les collections, sans toutefois arriver à la finaliser. Ainsi, les deux collections de jetons sont relativement bien appariées, mais la longueur des bâtonnets de la troisième collection pose un réel problème aux élèves (il y a deux ou trois jetons pour un seul bâtonnet). Après quelques essais infructueux pour réaliser une bonne bijection entre les éléments des trois collections, les élèves se désintéressent de la tâche et jouent avec le matériel. Il est intéressant de noter que les élèves ont eu conscience que l'appariement dans la correspondance terme à terme n'était pas adéquat. Après avoir joué avec le matériel, ils se tournent vers une stratégie numérique : le dénombrement et la comparaison des cardinaux obtenus. Cependant, au moment du choix d'équipe, une erreur dans le dénombrement des collections semble être à l'origine du mauvais choix de collection.

b.2) Stratégie de comparaison par jugement perceptif (2 équipes sur 12)

Les caractéristiques physiques des collections sollicitent une stratégie perceptive chez l'équipe EA7. En effet, pour la première fois depuis le début de la séquence, cette équipe ne met pas en œuvre une stratégie de comparaison numérique et échoue la tâche en choisissant la collection de petits jetons plutôt que la collection de bâtonnets[15].

[14] Au scénario précédent, où la plus petite collection est recherchée, cette équipe choisit également la plus grande collection.

[15] La collection de bâtonnets est associée à la plus grande collection. Il faut noter que cette collection est la seule dont les éléments n'entrent pas complètement dans le verre (la taille des bâtonnets est plus grande que celle du verre).

L'équipe EB5 appuie également son choix collectif sur une évaluation perceptive des différences. Dans ce cas, la stratégie est non conforme puisque le seul argument apporté lors du choix individuel est un argument ludique qui s'appuie sur la couleur des jetons (B28).

Le matériel différent utilisé pour chacune des collections rend donc difficile l'identification de la collection appropriée par une stratégie perceptive.

b.3) Stratégie de correspondance terme à terme (1 équipe sur 12)

Une seule équipe (classe B) parvient à mettre en place et à finaliser une stratégie de correspondance terme à terme pour comparer les collections tel que nous l'avons vu plus tôt. La conduite de cette équipe est révélée dans l'extrait suivant.

Équipe EB6 [B27, B36]	**11(B)** 13 (Bât) 14 (r)
B36 :	*Ça (les petits jetons rouges), ça va jusqu'au château. Ça (les bâtonnets), ça va jusqu'à la cabane. Et ça (les gros jetons blancs), ça va jusqu'à la tente.*
Chercheure :	*Tu dis, les blancs à la tente. Pourquoi ?*
B36 :	*<u>Lui (blancs), c'est le numéro 1... c'est le plus moins</u>. Les bâtons, c'est le numéro 2 parce que lui en a plus que le blanc... il va jusqu'à la cabane. Et puis ça (rouges), c'est le numéro 3, il va jusqu'à le château.*
(…)	
B36 :	*<u>Les blancs, parce qu'il y en a moins</u>.*

Ainsi, malgré l'écart peu marqué entre les nombres et le choix d'un matériel différent pour les collections, l'élève B36 réussit tout de même à effectuer une bijection correcte entre les éléments des trois collections, ce qui lui permet d'associer adéquatement les collections aux habitations. Elle ordonne et numérote ensuite les trois collections (de la plus petite à la plus grande), ce qui lui permet d'identifier et de justifier aisément la plus petite des trois (soit la collection numéro 1).

b.4) Stratégie qualitative de type ludique (1 équipe sur 12)

Une seule équipe (équipe EA4) met en place une stratégie ludique dans le choix de sa collection. Ainsi, l'élève A10 s'appuie sur une caractéristique descriptive de la collection en choisissant les bâtonnets *parce que ça fait une ligne*. Bien que cette stratégie ludique ne soit pas appropriée, elle permet tout de même à l'équipe d'identifier la bonne collection et de réussir la tâche. Ce qui montre une limite de la situation, en regard de la Théorie des situations didactiques, puisqu'il est possible de réussir sans employer la stratégie optimale et sans faire appel à la connaissance visée par la situation.

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

Le Tableau XXVII fait l'inventaire des stratégies anticipées dans l'analyse a priori pour le scénario 4 en précisant les stratégies qui sont effectivement mises en œuvre par les élèves.

Tableau XXVII
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre, à la phase 2, les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 4

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
A. Stratégies avec comparaison de collections	
• Fonder la comparaison sur la correspondance terme à terme des éléments des trois collections. L'élève fait correspondre un à un les éléments de chacune des collections. La collection intermédiaire a un élément de plus (non apparié) que la collection la plus petite et un élément de moins que la collection la plus grande. Il est donc relativement difficile de l'identifier.	1
• Fonder la comparaison sur le dénombrement de chacune des collections et la comparaison des mesures obtenues. L'élève dénombre les éléments de chacune des collections, puis établit la relation d'ordre entre les collections en situant la position relative de leurs mesures dans la suite des nombres. La collection recherchée correspond à n : $a > n > b$	8

La stratégie de comparaison numérique est de nouveau dans ce scénario la stratégie la plus populaire puisque 8 des 12 équipes (66,7%) l'utilisent, ce qui représente toutefois une baisse importante par rapport au scénario précédent où cette stratégie est mise en œuvre par 12 équipes sur 14 (85,7%). Ainsi, quelques équipes délaissent la comparaison numérique au profit de stratégies qui s'appuient sur un contrôle sémantique avec 1 équipe sur 12 qui met en place une stratégie de correspondance terme à terme pour comparer les collections et **2 équipes sur 12 qui fondent la comparaison entre les collections sur une évaluation perceptive des différences (cette dernière stratégie étant absente de l'analyse a priori).**

Il apparaît que les contraintes de la situation, notamment des collections d'éléments de tailles différentes, aient incité certaines équipes à revenir à des stratégies plus élémentaires pour comparer les collections plutôt que de permettre de consolider les procédés numériques engagés jusqu'à maintenant dans la séquence. Certains élèves n'arrivent donc pas à traiter les relations numériques en jeu indépendamment des caractéristiques physiques des colletions. **Une seule équipe sur 12 met en place une stratégie ludique pour résoudre la tâche. Cette stratégie était d'ailleurs absente de l'analyse a priori.**

2.2 Évolution des stratégies des élèves au cours de la séquence du *Petit Poucet*

Afin de permettre au lecteur de se faire une idée d'ensemble de l'évolution des stratégies mises en œuvre par les élèves pour cette séquence, nous proposons le Tableau XXVIII qui présente la fréquence des différentes stratégies mises en œuvre par les équipes des deux classes à chacun des quatre scénarios de la séquence du *Petit Poucet*.

Tableau XXVIII
Stratégies mises en œuvre par l'ensemble des équipes à chacun des scénarios de la séquence 2

	Scénario 1 A et B 13 équipes **5** – **8** – **10**	Scénario 2 A et B 14 équipes 9 – 12 – **13**	Scénario 3 A : **12** – 13 – 14 7 équipes B : 12 – **13** – 14 7 équipes	Scénario 4[16] A : 11 – **13** – 14 5 équipes B : **11** – 13 – 14 7 équipes
Stratégies avec comparaison de collections				
Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement des collections et de comparaison numérique	3 (23,1%)	10 (71,4%)	12 (85,7%)	8 (66,7%)
Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections		2 (14,3%)		1 (8,3%)
Fonder la comparaison entre les collections sur une évaluation perceptive des différences				2 (16,7%)
Stratégies sans comparaison de collections				
Le choix de la collection se fait selon des critères non numériques et qualitatifs: stratégies ludiques	8 (61,5%)	2 (14,3%)	2 (14,3%)	1 (8,3%)
Aucune réponse ou sans justification	2 (15,4%)			

[16] Dans classe A, il y a 7 équipes mais pour 2 d'entre elles, nous ne disposons pas du choix d'équipe final. Nous inscrivons donc dans ce tableau les données concernant les 5 autres équipes.

Les stratégies sont regroupées en deux catégories; 1) stratégies avec comparaison de collections; 2) stratégies sans comparaison de collections.

La stratégie avec comparaison des collections la plus fréquente est celle qui consiste à dénombrer chacune des collections et à procéder à une comparaison numérique pour identifier celle qui correspond au rang de l'habitation recherchée. Cette stratégie est mise en place par 3 équipes sur 13 au scénario 1, 10/14 au scénario 2, 12/14 au scénario 3 et 8/12 au scénario 4. Bien que les valeurs des variables didactiques complexifient progressivement la tâche des élèves, d'un scénario à l'autre, on constate que la fréquence de cette stratégie numérique optimale progresse du scénario 1 au scénario 3. Elle diminue sensiblement au dernier scénario. L'hypothèse la plus plausible pour expliquer cette baisse est la modification des objets constituant la collection (passage de jetons de même taille pour les trois premiers scénarios à des éléments de tailles différentes pour le quatrième).

La stratégie de correspondance terme à terme des trois collections n'est utilisée que par 2 des 14 équipes au scénario 2 et par 1 équipe au scénario 4. Enfin, la comparaison établie par une évaluation perceptive des différences entre les collections n'est utilisée que par 2 équipes sur 12, au 4^{e} scénario.

Bien que cela puisse paraître étonnant, la comparaison des collections de jetons n'est pas considérée par toutes les équipes comme un élément essentiel pour répondre à la tâche, en particulier, au premier scénario. En effet, le choix de la collection selon des critères ludiques (la couleur, par exemple) est effectué par des équipes à chacun des scénarios (8 équipes sur 13 au scénario 1, 2/14 au scénario 2 et au scénario 3 et 1/12 au scénario 4). On remarque toutefois que la fréquence diminue au fil des scénarios. Aussi, au premier scénario, 2 des 13 équipes ne proposent aucun choix ou ne donnent aucune justification de leur choix. Une telle conduite ne se reproduira pas aux autres scénarios.

Cette compilation montre que, somme toute, la séquence a permis de faire progresser les élèves dans la mise en œuvre d'une stratégie numérique de comparaison.

3. Validation interne de la séquence de la *Chasse aux trésors*

La séquence de la *Chasse aux trésors* porte sur la composition additive. Cette séquence vise à ce que les élèves anticipent et contrôlent une suite de déplacements sur une piste graduée par un travail de composition de nombres. Il s'agit pour des élèves éclaireurs de préparer des indices, à l'aide de jetons, pour qu'un élève pirate puisse d'abord se rendre à la case d'une marelle numérotée sous laquelle se cache une carte «Bravo» et, partant de cette case, se rendre à la case sous laquelle se cache l'image d'un trésor.

Cette séquence est précédée de la capsule d'activité «Mains de papier» et suivie de la capsule «Dés et dominos». Ces deux capsules portent également sur la composition de nombres jusqu'à 10 (mains) et 12 (dés ou dominos)[1], mais dans un contexte plus statique que ne le propose la *Chasse aux trésors*.

3.1 Analyse a posteriori de la séquence par scénario

Cette séquence est découpée en trois scénarios. Le premier scénario est réalisé deux fois de manière à ce que chaque enfant ait l'occasion d'adopter chacun des deux rôles, soit l'éclaireur et le pirate. Le scénario 2 et le scénario 3 ne sont réalisés qu'une seule fois chacun.

3.1.1 Premier scénario (2 séances)

Au scénario 1, les élèves sont jumelés par deux : un élève *éclaireur* et un élève *pirate*. L'éclaireur est seul pour préparer 2 indices à remettre au pirate. La composition des indices se fait à partir de jetons blancs; chaque jeton correspond à un déplacement d'un pas pour le pirate sur une piste graduée. L'éclaireur doit donc identifier deux nombres dont la somme correspond à la position du trésor.

Valeurs des variables didactiques

- Déplacements autorisés : avancer seulement.
- Préparation des indices : travail individuel.
- Support pour les indices : sans support.

Dans chacune des classes, le premier scénario est repris deux fois au cours de deux séances distinctes afin de mettre en place le fonctionnement du jeu tout en permettant à chaque élève d'occuper chacun des deux rôles (éclaireur et pirate).

[1] Voir annexe 1 sur les capsules d'activités numériques.

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

Dans les deux classes, la stagiaire se charge de l'animation du jeu. Un premier échange avec les élèves permet de relever ce qu'ils connaissent d'une chasse au trésor : des indices permettent de trouver un trésor caché et quelques élèves ajoutent aussi qu'une carte est parfois utilisée pour noter l'emplacement du trésor. La stagiaire propose ensuite aux élèves un exemple avec les deux indices suivants : 3 jetons, lesquels permettent d'avancer de 3 pas sur la piste graduée et trouver une carte où est inscrit le message Bravo, puis 2 jetons, lesquels permettent d'atteindre la case 5 derrière laquelle se trouve la carte Trésor. Cet exemple est repris au début de chacune des séances du premier scénario dans les deux classes.

Le groupe est ensuite séparé en deux : les éclaireurs et les pirates. L'enseignante se retire dans un coin de la classe pour faire du dessin avec les pirates, tandis que les éclaireurs, accompagnés de la stagiaire, restent près de la piste graduée afin de préparer leurs indices pour la chasse aux trésors.

Les éclaireurs doivent d'abord s'entendre sur l'emplacement du trésor qui est le même pour toutes les équipes. La stagiaire choisit de ne dévoiler que les 10 premières cases de la piste graduée qui en compte 20. La stagiaire souhaite ainsi contraindre les élèves à choisir un nombre inférieur à 10, de manière à réinvestir le travail fait lors de la capsule d'activité des *Mains de papier*[2]. L'emplacement du trésor est ainsi soit à la case 7, soit à la case 8 selon la séance et la classe. Si le trésor est le même pour toutes les équipes, chaque éclaireur choisit l'emplacement de la case Bravo, ce qui génère pour l'ensemble des équipes, des compositions additives différentes pour un même nombre.

La stagiaire présente ensuite la tâche aux éclaireurs. L'extrait suivant fournit un exemple d'explication du jeu donnée par la stagiaire aux éclaireurs.

Vous êtes des éclaireurs et vous devez préparer les deux indices à donner à votre pirate pour qu'il trouve le trésor. Les indices sont donnés avec des jetons blancs. Chaque jeton blanc veut dire d'avancer d'un pas sur la piste. Aujourd'hui, pour tous les pirates, le trésor est à 8 et les deux indices doivent permettre d'arriver au trésor. Tantôt, j'avais deux indices pour arriver à 5 : 3 et 2. Là, il faut deux indices pour arriver à 8. Le 1^er^ indice permet au pirate d'arriver au message Bravo (montre la carte Bravo) *et le 2^e^ indice permet au pirate d'arriver au trésor* (montre la carte Trésor) *en partant de la case Bravo. Quand tu es prêt, tu viens chercher les jetons pour tes deux indices.*

[2] Cette capsule, présentée deux jours avant le début de la séquence, a permis d'engager les élèves sur un travail de compositions de nombres jusqu'à 10. Un référentiel, réalisé à partir des productions des élèves, est d'ailleurs affiché dans les classes et est à l'origine d'échanges intéressants avec les élèves au moment des retours sur les chasses aux trésors.

Dans la préparation de la leçon, il est prévu que les éclaireurs travaillent de manière autonome à la composition de leurs indices. Toutefois, lors de la réalisation du premier jeu, la stagiaire semble rapidement dépassée par le désordre qui règne dans la classe et décide d'organiser le travail avec les éclaireurs. Ainsi, à sa demande, chaque éclaireur défile à tour de rôle près de la piste graduée pour préparer ses indices. Le fait d'inviter les élèves à se placer près de la piste graduée modifie les valeurs des variables et favorise la stratégie de comptage.

Une même démarche est prescrite par la stagiaire à tous les élèves/éclaireurs : elle leur demande d'abord de décider de l'emplacement du message Bravo, puis de prendre les jetons pour constituer le premier indice, pour finalement composer le second indice en considérant la distance à parcourir entre la case Bravo et la case Trésor[3]. L'intervention de la stagiaire a pour effet de piloter le jeu et de forcer le recours à une stratégie de type comptage, sans que les élèves cependant ne contrôlent la coordination des deux réseaux (le dénombrement des nombres de la case Bravo à la case Trésor) comme le montrent les extraits suivants.

Séance 2, Classe A, Équipe EA1 (trésor à 8)	
Stagiaire :	*Si tu mets ton 1er indice à 3, tu vas avoir besoin de combien de jetons ? Un jeton c'est un pas.*
L'élève A3 prend 3 jetons.	
Stagiaire :	*Ton pirate est ici* (montre la case 3 sur la piste), *il va avoir besoin de combien de jetons pour se rendre à 8, il va faire combien de pas pour se rendre à 8 ?*
Séance 2, Classe B, Équipe EB2 (trésor à 7)	
Stagiaire :	*Où veux-tu mettre ton 1er indice ?*
L'élève B36 propose 6.	
Stagiaire :	*Combien as-tu besoin de jetons pour ton 1er indice ? Combien de pas pour te rendre à 6 ?*
L'élève prend 6 jetons.	
Stagiaire :	*Si tu es ici* (montre la case 6), *tu as besoin de combien de jetons pour aller au trésor* (montre la case 8) *?*

À la fin de la leçon, l'entretien réalisé par la chercheure avec l'enseignante et la stagiaire permet de préciser les intentions de cette dernière dans le jeu. Ainsi, du point de vue de la stagiaire, son intervention ne sert qu'à clarifier la consigne, à s'assurer que l'éclaireur anticipe correctement les déplacements du pirate sur la piste graduée (notamment, pour le second déplacement dont la case départ doit correspondre à la case d'arrivée du premier déplacement) pour être en mesure de coordonner ses deux indices.

Toutefois, cette intervention influe largement sur les connaissances des élèves puisqu'elle sollicite directement une stratégie de recherche du complément par comptage. C'est effectivement la stratégie

[3] Cette démarche est reprise ensuite aux trois autres séances du scénario, avec plus ou moins de rigidité.

la plus répandue aux quatre séances du premier scénario (fréquence de 75 %). On retrouve tout de même un certain nombre d'éclaireurs (22%) qui composent le deuxième indice en prenant *n* jetons pour aller à la case *n*, conduite sans composition additive qui souligne la difficulté à coordonner les deux indices[4].

Une fois que tous les éclaireurs ont terminé de préparer les indices de leur chasse aux trésors, chaque équipe éclaireur/pirate la réalise à tour de rôle. L'éclaireur glisse d'abord les deux cartes sous les cases appropriées à ses indices, puis le pirate se déplace sur la piste suivant le nombre de jetons reçus aux deux indices. La validation sur la piste se déroule conformément à ce qui est prévu dans la leçon et permet de vérifier si les indices de l'éclaireur et les déplacements du pirate conduisent au trésor.

À la fin de la deuxième séance, un retour est fait à partir d'un tableau où sont inscrits les indices de chacun des éclaireurs et la case d'arrivée à laquelle ils conduisent, ce qui permet de ressortir les différentes compositions de nombres obtenues. Les extraits qui suivent illustrent les interactions typiques de ces retours animés par la chercheure[5]. Étant donné que nous avons assumé ces retours, nous ne les présentons qu'à titre indicatif sur le déroulement de la situation, mais ils ne sont pas, bien entendu, considérés dans l'analyse de la gestion par les stagiaire/enseignantes.

	Équipes	Indice 1	Indice 2	Case d'arrivée
(1)	B29 et B23	5	2	7
(2)	B36 et B22	6	1	7
(3)	B31 et B21	4	3	7
(4)	B24 et B39	5	7	12
(5)	B37 et B33	6	7	13
(6)	B27 et B30	6	7	13
(7)	B26 et B28	3	4	7
(8)	B23 et B32	6	2	8

(a)
Séance 2, Classe B (trésor à 7)
Ligne 1 du tableau.

Chercheure :	*Khi a donné le 1er indice (5), puis le 2e indice (2). Le pirate est arrivé à 7. Si je prends 5…* (au tableau, écrit 5 +).
B39 :	*Plus…*
Chercheure :	*Tu as raison, c'est plus! Qu'est-ce que ça veut dire plus ?*
B31 :	*C'est beaucoup.*
B29 :	*C'est plus.*
B30 :	*On rajoute.*
B36 :	*Plus, ça veut dire qu'il faut ajouter encore des chiffres.*
Chercheure :	*Si j'ai 5… et j'ajoute 2… ça va faire ?*

Des élèves répondent *7*.

[4] L'ensemble des stratégies mises en œuvre par les éclaireurs à ce scénario est discuté dans la prochaine partie.
[5] C'est à la demande de l'enseignante que nous avons assumé ce retour.

(b)
La chercheure montre avec ses doigts que 5 et 2 font 7.

B22 : *Parce que quand tu fais 7, c'est comme ça* (montre 5 et 2 sur ses doigts). *Tu fais comme ça.*

Chercheure : *Il y en a qui avait fait ça l'autre fois avec les mains de papier* (montre le référentiel affiché) *: 5 doigts et 2 doigts, ça fait 7.*

(c)
Ligne 2 du tableau.

Chercheure : *Sha a préparé comme indices, 6 et 1. 6 + 1, est-ce que ça fait 7 ?*

B22 : *Si tu mets 6, il faut que tu ajoutes un autre et ça va faire 7.* (Montre 5 + 1 doigts). *Parce que 5 avec un autre ça fait 6, alors pour avoir 7, il faut rajouter un autre.*

Chercheure : *6 + 1 ça fait 7, comme 5 + 2 ça fait 7. C'est une autre manière de faire 7. On a encore la même chose, ça fait 7. On arrive au trésor.*

(d)
Lignes 5 et 6 du tableau.

Chercheure : *Ici et ici on a 6 et 7. Est-ce que ça a fonctionné, vous pensez ? Est-ce que le pirate est arrivé au trésor ?*

Les élèves crient *non* et B29 dit : *C'est trop !*

Chercheure : *Qu'est-ce que ça aurait dû être le 2e indice ? 6 avec quoi ?*

Les élèves sont intéressés par la question et cherchent sur leurs doigts.

B36 : *C'est 1. Comme nous !* (Ligne 2 du tableau).

(e)
Lignes 7 du tableau.

Chercheure : *Ili a donné 3 et 4… est-ce que c'est bon vous pensez pour arriver au trésor ?*

Les élèves crient *oui !*

Chercheure : *Est-ce qu'on a eu quelque chose de semblable à ça tantôt ?*

B22 : *Oui, tantôt, il y avait 4 et 3… ça faisait la même chose. Si on change de côté, ça fait 7.*

La chercheure montre avec ses doigts : *4 + 3 ou 3 + 4 ça fait 7.*

Les moments d'institutionnalisation visent d'une part, à associer les indices fournis au résultat obtenu (l'équipe a réussi ou non à découvrir le trésor) et, d'autre part, à relever certaines notions liées au nombre, révélées dans les échanges précédents.

L'extrait (a) montre l'introduction des écritures additives et du vocabulaire associé à l'addition. Dans (b) une stratégie élémentaire de dénombrement est mise en place pour calculer 5 + 2 (prendre 5, prendre 2 et recompter tout), tout en faisant le lien avec la capsule d'activité sur les compositions additives des *Mains de papier*. L'extrait (c) montre qu'il y a plusieurs compositions pour un même nombre (5 + 2 = 6 + 1 = 7), tandis que dans l'extrait (d) une stratégie de recherche du complément est proposée pour modifier une composition de nombres qui permette d'obtenir 7 (ce qu'il faut ajouter à 6 pour avoir 7). Enfin, l'extrait (e) permet d'observer la commutativité à partir de deux compositions additives (3 + 4 = 4 + 3).

b) Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves

Les stratégies mises en œuvre par les éclaireurs lors de la préparation des indices (phase 1) et par les pirates lors des déplacements sur la piste graduée (phase 2) sont présentées dans les tableaux suivants : les tableaux XXIX et XXX pour la première séance et les tableaux XXXI et XXXII pour la deuxième séance. Les compositions de nombres produites par les éclaireurs sont également présentées dans les tableaux en précisant le résultat à la tâche en termes de réussite et échec. Enfin, le Tableau XXXIII présente un bilan des stratégies mises en place par les élèves aux 4 séances du premier scénario.

Tableau XXIX
Stratégies des équipes de la classe A à la première séance du scénario 1 (trésor à 7)

Équi	Phase 1 : Stratégies des éclaireurs	Phase 2 : Stratégies des pirates	Composition Réussite / Échec
EA1	A6 : Prend *n* jetons pour case *n*	A14: CTT (piste)[6]	4 + 7 = 11 (É)
EA2	A7 : Prend *n* jetons pour case *n*	A13 : CTT (piste)	6 + 7 = 13 (É)
EA3	A8 : Comptage (recherche complément)	A9 : CTT (main)	3 + 4 = 7 (R)
EA4	A5 : Comptage (recherche complément)	A3 : Dénombre (correct)	4 + 3 = 7 (R)
EA5	A11 : Comptage (recherche complément)	A18 : CTT (piste)	6 + 2 ; 6 + 1 = 7 (R)
EA6	A12 : Comptage (recherche complément)	A4 : CTT (piste)	4 + 3 = 7 (R)
EA7	A17: Prend *n* jetons pour case *n*	A10 : CTT (piste)	5 + 7 = 12 (É)
EA8	A1 : Comptage (recherche complément)	A15 : CTT (main)	6 + 1 = 7 (R)
EA9	A19: Prend *n* jetons pour case *n;* puis, comptage (recherche complément)	A20 : CTT (piste)	6 + 7 ; 6 + 2 = 8 (É)
EA10	A2 : Comptage (recherche complément)	A14 : CTT (main)	4 + 3 = 7 (R)

[6] Le pirate met en place une stratégie de correspondance terme à terme (CTT) : à chaque pas qu'il fait, il dépose un jeton sur la piste (piste) ou fait passer un jeton d'une main à l'autre (main).

Tableau XXX
Stratégies des équipes de la classe B à la première séance du scénario 1 (trésor à 8)

Équi	Phase 1 : Stratégies des éclaireurs	Phase 2 : Stratégies des pirates	Composition Réussite / Échec
EB1	B38 : Comptage (recherche complément)	B24 : CTT (main)	6 + 2 = 8 (R)
EB2	B39 : Comptage (recherche complément)	B27 : CTT (piste)	6 + 1 ; 6 + 3 = 9 (É)
EB3	B32 : Comptage (recherche complément)	B31 : Dénombre (erreur)	3 + 5 ; 5 + 3 = 8 (R)
EB4	B28 : Comptage (recherche complément)	B37 : CTT (piste)	3 + 5 ; 5 + 3 = 8 (R)
EB5	B30 : Comptage (recherche complément)	B24 : CTT (piste)	3 + 5 = 8 (R)
EB6	B21 : Prend *n* jetons pour case *n;* puis, comptage (recherche complément)	B29 : CTT (main)	7 + 8 ; 7 + 1 = 8 (R)
EB7	B22 : Comptage (recherche complément)	B37 : CTT (main)	2 + 7 ; 2 + 6 = 8 (R)
EB8	B25 : Fait additif connu (5+5)	B27 : CTT (piste)	5 + 5 = 10 (É)
EB9	B33 : Comptage (recherche complément)	B31 : CTT (main)	4 + 4 = 8 (R)

Tableau XXXI
Stratégies des équipes de la classe A à la deuxième séance du scénario 1 (trésor à 8)

Équi	Phase 1 : Stratégies des éclaireurs	Phase 2 : Stratégies des pirates	Composition Réussite / Échec
EA1	A3 : Comptage (recherche complément)	A5 : CTT (piste)	3 + 5 = 8 (R)
EA2	A20 : Comptage (recherche complément)	A2 : CTT (piste)	6 + 2 = 8 (R)
EA3	A10 : Comptage (recherche complément)	A11 : CTT (piste)	4 + 3 = 7 (É)
EA4	A14 : Comptage (recherche complément)	A12 : CTT (piste)	7 + 1 = 8 (R)
EA5	A9 : Comptage (recherche complément)	A8 : Dénombre (correct)	5 + 4 = 9 (É)
EA6	A13 : Prend *n* jetons pour case *n*	A6 : CTT (piste)	6 + 8 = 14 (É)
EA7	A15 : Comptage (recherche complément)	A1 : CTT (piste)	7 + 1 = 8 (R)
EA8	A16 : Comptage (recherche complément)	A17 : CTT (piste)	5 + 4 = 9 (É)
EA9	A18 : Prend *n* jetons pour case *n*	A19 : CTT (piste)	6 + 8 = 14 (É)

Tableau XXXII
Stratégies des équipes de la classe B à la deuxième séance du scénario 1 (trésor à 7)

Équi	Phase 1 : Stratégies des éclaireurs	Phase 2 : Stratégies des pirates	Composition Réussite / Échec
EB1	B29 : Comptage (recherche complément)	B23 : CTT (piste)	5 + 2 = 7 (R)
EB2	B36 : Comptage (recherche complément)	B22 : CTT (piste)	6 + 1 = 7 (R)
EB3	B26 : Prend *n* jetons pour case *n;* puis, comptage (recherche complément)	B28 : CTT (main)	3 + 7 ; 3 + 4 = 7 (R)
EB4	B24 : Prend *n* jetons pour case *n*	B39 : CTT (piste)	5 + 7 = 12 (É)
EB5	B31 : Comptage (recherche complément)	B21 : Dénombre (erreur)	4 + 4 ; 4 + 3 = 7 (R)
EB6	B37 : Prend *n* jetons pour case *n*	B33 : CTT (main)	6 + 7 = 13 (É)
EB7	B27 : Prend *n* jetons pour case *n*	B30 : CTT (piste)	6 + 7 = 13 (É)
EB8	B23 : Comptage (recherche complément)	B32 :Dénombre (correct)	6 + 2 = 8 (É)

Tableau XXXIII
Bilan des stratégies mises en œuvre par les élèves aux 2 séances du premier scénario par classe

		Séance 1 Classe A 10 équipes	Séance 1 Classe B 9 équipes	Séance 2 Classe A 9 équipes	Séance 2 Classe B 8 équipes	Total 36 équipes
Phase 1 : Stratégies mises en œuvre par les éclaireurs						
Comptage	Réussite	6 (60%)	7 (77,8%)	4 (44,4%)	4 (50%)	21 (58,3%)
(rech. compl.)	Échec	1 (10%)	1 (11,1%)	3 (33,3%)	1 (12,5%)	6 (16,7%)
Prendre *n*…	Échec	3 (30%)	--	2 (22,2%)	3 (37,5%)	8 (22,2%)
Fait additif	Échec	--	1 (11,1%)	--	--	1 (2,8%)
	Réussite	**6 (60%)**	**7 (77,8%)**	**4 (44,4%)**	**4 (50%)**	**21 (58,3%)**
Total	**Échec**	**4 (40%)**	**2 (22,2%)**	**5 (55,6%)**	**4 (50%)**	**15 (41,7%)**
Phase 2 : Stratégies mises en œuvre par les pirates						
	Réussite	1 (10%)	--	1 (11,1%)	1 (12,5%)	3 (8,3%)
Dénombrement	Échec	--	1 (11,1%)	--	1 (12,5%)	2 (5,6%)
CTT (piste)	Réussite	6 (60%)	4 (44,4%)	8 (88,9%)	4 (50%)	22 (61,1%)
CTT (main)	Réussite	3 (30%)	4 (44,4%)	--	2 (25%)	9 (25%)
	Réusite	**10 (100%)**	**8 (88,9%)**	**9 (100%)**	**7 (87,5%)**	**34 (94,4%)**
Total	**Échec**	**--**	**1 (11,1%)**	**--**	**1 (12,5%)**	**2 (5,6%)**

b.1) Stratégies mises en œuvre par les éclaireurs dans la préparation des indices

- Rappel d'un fait additif

Un élève de la classe B (élève B25, équipe EB8; voir Tableau XXX) s'est servi d'un fait additif qu'il connaît, soit 5 + 5 = 10 pour préparer ses indices et ce, bien que le trésor se situait à 8 et non à 10. Le rappel de ce fait indique à tout le moins que l'élève reconnaît bien l'utilité de la composition additive pour résoudre la tâche mais que, par ailleurs, il n'a pas mis en place d'autres procédés pour respecter la contrainte de l'emplacement du trésor.

- Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément)

C'est la stratégie la plus répandue avec une fréquence, selon la séance et la classe, de 62,5% à 88,9%, ce qui correspond à 75% de toutes les stratégies observées chez les éclaireurs au premier scénario. Comme le montre l'analyse de la gestion de la situation réalisée précédemment, il semble que les interventions didactiques de la stagiaire expliquent la fréquence de cette stratégie. Il est donc difficile d'affirmer que la stratégie relève d'une prise de décision des élèves. Les interventions de la stagiaire ont aussi un effet sur le nombre de réussites à la tâche, puisque dès la première séance, 60% des éclaireurs de la classe A et 77,8% de ceux de la classe B anticipent correctement les déplacements du pirate sur la piste et composent des indices qui permettent de trouver le trésor[7]. À la deuxième séance, les éclaireurs ayant une certaine expérience de jeu (ils sont pirates à la première séance), la stagiaire est un peu moins directive dans ses interventions, ce qui se reflète sur les réussites des équipes qui passent alors à 44,4% dans la classe A et à 50% dans la classe B.

Le premier indice est toujours juste, car il suffit à l'éclaireur de prendre autant de jetons que le nombre qui apparaît sur la case choisie pour le message Bravo (par exemple, prendre 5 jetons pour aller à la case 5). Le deuxième indice est plus difficile, puisque l'éclaireur doit déterminer le nombre de cases entre le message Bravo et le trésor par comptage, ce qui devrait impliquer de coordonner un double réseau : la suite et les déplacements dans la suite. Toutefois, l'éclaireur peut s'appuyer sur la piste graduée et n'a plus, qu'à contrôler les déplacements dans la suite (par exemple, pour aller de 5 à 8, il y a trois pas : 6, 7, 8).

En tout, la stratégie est menée efficacement 21 fois sur 27 (77,8%). Dans les 6 autres cas, le deuxième indice comporte 1 jeton de plus (5 fois) ou 1 jeton de moins (1 fois) de ce qui est nécessaire. Deux types d'erreurs dans le comptage peuvent expliquer cet écart. Dans le cas où l'indice contient 1

[7]Ces taux de réussite élevés peuvent surprendre étant donné la complexité de la tâche de compositions de nombres et les résultats obtenus à l'activité des *Mains de papier* proposée aux élèves deux jours plus. En effet, bien que plus simple, l'activité des *Mains de papier* a été difficilement menée à terme par les élèves.

jeton de plus que nécessaire, l'éclaireur anticipe le second déplacement en comptant la case Bravo (par exemple, pour passer des cases 5 à 8, l'éclaireur compte 5, 6, 7, 8 et identifie un déplacement de 4). Dans le cas où l'indice comporte 1 jeton de moins, l'éclaireur ne dénombre que les cases entre les cases Bravo et Trésor (par exemple, pour passer de 5 à 8, l'éclaireur compte seulement 2 pas : 6 et 7).

Dans trois cas intégrés aux réussites, les éclaireurs font une erreur de comptage, mais les interventions de la stagiaire permettent la correction. L'extrait suivant illustre un de ces cas.

Séance 1, Classe A, Équipe EA5 (le trésor est à 7 et le premier indice de l'éclaireur est 6)	
Stagiaire :	*Et ça prend combien de pas pour te rendre à 7 ?*
A11 :	*2.*
Stagiaire :	*Ça prend 2 pas ? Quand tu es debout ici* (montre la case 6)*, tu dois faire 2 pas pour te rendre ici* (montre la case 7) *? Tu dois te rendre au trésor…* (et fait le geste, avec la main, d'un déplacement de la case 6 vers la case 7).
B23 :	*1.*

- Stratégie sans composition additive : prendre n jetons pour aller à la case n

Dans ce scénario, 11 éclaireurs mettent en œuvre une stratégie sans composition additive qui consiste à prendre autant de jetons que le nombre de la case à atteindre (par exemple, l'éclaireur prépare 4 et 7 jetons puisque les cartes Bravo et Trésor sont placées respectivement sous les cases 4 et 7). La stratégie témoigne de la difficulté, pour les éclaireurs, à coordonner les deux indices par un travail de composition. Dans tous les cas, la stagiaire intervient pour inciter l'éclaireur à corriger son second indice; ce qui fonctionne pour 3 d'entre eux qui passent alors à une stratégie de comptage pour la recherche du complément. Au final, c'est donc 8 éclaireurs qui conservent cette stratégie, ce qui représente 22,2% de toutes les stratégies mises en œuvre par les éclaireurs à ce scénario.

Séance 2, Classe B, Équipe EB7 (trésor à 7)	
L'éclaireur (élève B27) propose les indices 6 et 7. Lors du retour, la stagiaire demande à l'élève B27 de se positionner sur la case 6 de la piste.	
Stagiaire :	*Combien de jetons tu aurais dû lui donner ?*
B27 :	*7.*
Stagiaire :	*Un jeton c'est un pas. Si tu es ici* (montre la case 6)*, tu as besoin de combien de pas ?*
B27 :	*7.*
Stagiaire :	*Est-ce que je fais 7 pas là ? Regarde, je fais combien de pas ?* (Elle touche les cases 6 et 7).
B27 :	*2.*
Stagiaire :	*Deux pas ? Regarde, je fais combien de pas ? Je bouge combien de fois ? Regarde le trésor… Je suis ici, je fais combien de pas ?*
B27 :	*2.*
Stagiaire :	*Avance d'un pas… Tu avances de 1 pas pour aller sur le 7.*
B27 :	*Un pas…*
Un peu plus tard, l'élève B27 doit reprendre sa chasse aux trésors pour un élève absent à la première séance. Le deuxième indice est de nouveau composé de 7 jetons.	

Cet extrait montre la difficulté, pour l'éclaireur, à penser conjointement au tout et à ses parties (7 est composé de 6 et 1), alors que l'intervention de la stagiaire s'organise principalement autour du second déplacement (de la case 6, il faut avancer de 1 pour arriver à 7). Ainsi, la stagiaire pilote fortement l'échange afin de faire apparaître une stratégie de comptage et permettre à l'éclaireur de fournir la réponse attendue.

b.2) Stratégies mises en œuvre lors de la réalisation du trajet par les élèves/pirates

- *Dénombrement des jetons et déplacement sur la piste*

Une stratégie de dénombrement est mise en œuvre 5 fois au cours du premier scénario, soit 13,9% de toutes les stratégies relevées. Cette stratégie consiste, pour le pirate, à dénombrer les jetons reçus de l'éclaireur, puis à se déplacer sur la piste d'autant de pas que le cardinal identifié. La stratégie est efficace dans 60% des cas. La difficulté, pour les pirates, est d'effectuer correctement le second déplacement, l'erreur étant d'inclure la première case dans le déplacement. Par exemple, suite au premier indice (4 jetons), le pirate est sur la case 4 et reçoit de l'éclaireur trois jetons. Il avance alors jusqu'à la case 6 puisqu'il débute son comptage sur la case 4 : 4 (1), 5 (2), 6 (3).

- *Procédé de correspondance terme à terme*

Au moment de réaliser la chasse aux trésors sur la piste graduée, de 75% à 90% des pirates, selon la séance, mettent en œuvre une stratégie de correspondance terme à terme pour valider leurs indices (ce qui correspond à 86,1% de toutes les stratégies relevées au premier scénario).

Les pirates effectuent la correspondance terme à terme de deux façons différentes : ils avancent d'un pas sur la piste à chaque jeton qui change de main (29%) ou bien ils déposent les jetons directement sur la piste (71%). Deux raisons peuvent expliquer la popularité de la seconde conduite. D'abord, la taille des jetons rend difficile leur manipulation. Ainsi, il n'est pas rare que le pirate tente de transférer les jetons d'une main à l'autre, pour ensuite se résoudre à les déposer sur la piste (surtout dans le cas d'indices supérieurs à 3). Ensuite, les conditions de la validation dans ce jeu sont très semblables à celles mises en place dans la séquence précédente. En effet, dans la séquence du *Petit Poucet*, la validation de la situation se fait au moyen d'une stratégie de correspondance terme à terme, en déposant les jetons sur une marelle de manière à comparer et ordonner trois collections. Puisque la situation de la *Chasse aux trésors* propose également des jetons et une piste graduée où effectuer les déplacements, les pirates peuvent donc reprendre cette manière de faire pour la validation des indices. Toutefois, il faut noter que lorsque les jetons sont déposés sur la piste, une trace du trajet parcouru par le pirate demeure, ce qui facilite l'identification d'une erreur, le cas échéant. Par exemple, il est possible d'observer si l'erreur émane de l'indice donné par l'éclaireur (le nombre de jetons ne permet pas d'atteindre la case où se trouve le message Bravo ou la carte Trésor) ou résulte d'un déplacement erroné du pirate sur la piste.

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

Le Tableau XXXIV fait l'inventaire des stratégies mises en œuvre par les élèves en regard de celles qui ont été anticipées à l'analyse a priori. Ce tableau tient compte des stratégies anticipées pour la préparation des indices par les éclaireurs et pour la réalisation des déplacements sur la piste graduée par les pirates.

Tableau XXXIV
Nombre d'élèves ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 1

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
A. Stratégies anticipées pour la préparation des indices (éclaireur)	
• Sans composition additive : prendre *n* jetons pour aller à la case *n*	8
• Composition additive par une stratégie de partage : prendre le nombre de jetons correspondant à la case Trésor, puis partager les jetons pour obtenir deux sous collections (sans anticipation sur les déplacements).	0
• *Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément) : préparer un premier indice, puis déterminer l'écart entre la case Bravo et la case Trésor par comptage.*	27
• Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique.	1
B. Stratégies anticipées pour la réalisation des déplacements (pirate)	
• Déplacement sur la piste selon le nombre de jetons dénombrés a priori	5
• Procédé de correspondance terme à terme : faire un pas pour chaque jeton qui change de main.	31

L'analyse a priori, prévoyait qu'en l'absence de piste graduée lors de la composition des indices, les élèves/éclaireurs feraient peu appel à la stratégie de composition additive par comptage. Cependant, la stagiaire a modifié la valeur de cette variable en installant les élèves près de la piste graduée pour préparer leurs indices. De plus, elle a très fortement piloté la réalisation de cette stratégie. C'est la raison pour laquelle cette stratégie est la plus fréquente dès ce premier scénario. La stratégie que l'analyse a priori prévoyait comme fréquente, est celle qui ne procède à aucune composition additive et qui consiste à prendre autant de jetons que le nombre indiqué sur la case visée. Cette stratégie a été mise en œuvre à 8 reprises au cours du premier scénario. Un élève a travaillé à la récupération d'un fait numérique connu, bien que non pertinent aux valeurs numériques de la tâche. Aucune autre stratégie, prévue à l'analyse a priori, n'a été observée. Le fait que la stratégie de composition additive de partage ne soit pas mise en œuvre par aucun élève est relativement surprenant.

Enfin, le procédé de correspondance terme à terme est celui le plus fréquemment utilisé, suivi du procédé de dénombrement des jetons pour effectuer le déplacement sur la piste.

3.1.2 Deuxième scénario (1 séance)

Au deuxième scénario, deux modifications sont apportées au jeu : les élèves sont maintenant en équipe de trois, deux éclaireurs et un pirate, et les éclaireurs reçoivent une carte aux trésors comme support pour préparer leurs indices[8].

Valeurs des variables didactiques

- Déplacements autorisés : avancer seulement.
- Préparation des indices : travail collaboratif.
- Support pour les indices : avec support d'une petite piste numérotée.

a) *Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation*

La stagiaire se charge de l'animation de la situation dans les deux classes. Elle rappelle d'abord brièvement le jeu, en proposant un exemple avec les indices 3 et 2.

Elle explique ensuite la tâche aux élèves : *Vous allez être en équipe de 3 : 2 éclaireurs vont préparer les indices pour un pirate. Chaque éclaireur prépare un indice : le premier éclaireur prépare l'indice pour arriver à la case Bravo et le deuxième éclaireur prépare l'indice pour se rendre au trésor. Les éclaireurs doivent travailler ensemble. (…) Aujourd'hui, vous avez une carte aux trésors. Sur la carte, il y a une mini marelle, elle va vous aider pour préparer vos indices pour la chasse aux trésors.*

Une fois que les pirates se sont retirés avec l'enseignante, les éclaireurs s'entendent pour placer le trésor à 10, ce qui correspond à la dernière case visible sur la piste graduée[9].

L'analyse de la gestion de l'activité montre qu'il a été plus facile d'assurer la dévolution de la tâche aux élèves, qu'au scénario précédent; la stagiaire étant moins directive lors de ses interventions. En effet, alors qu'au premier scénario, les échanges de la stagiaire ont pour effet de diriger les éclaireurs vers

[8] Voir l'annexe 3, pour des modèles de cartes aux trésors.
[9] Comme pour le scénario précédent, dans les deux classes, la stagiaire ne dévoile pas toutes les cases de la piste graduée afin d'obliger les éclaireurs à choisir un nombre dans la première décade.

une stratégie de comptage par recherche du complément, elle laisse maintenant les éclaireurs coordonner eux-mêmes la composition de leurs indices.

Quelques hypothèses peuvent expliquer ce changement de comportement de la stagiaire. D'abord, il est possible qu'elle fasse davantage confiance à la situation puisque les élèves ont une bonne expérience du jeu, chacun ayant occupé les rôles d'éclaireur et de pirate au premier scénario, avec un choix de stratégies pertinent pour 77,8% des éclaireurs et 100% des pirates. Ensuite, les nouvelles contraintes du jeu, notamment le travail collaboratif imposé aux éclaireurs et le support de la piste numérotée, permettent à la stagiaire de modifier la nature de ses interventions. Ainsi, lorsqu'un éclaireur peine à composer son indice, elle peut solliciter l'intervention de son équipier ou encore le renvoyer à la carte, comme l'illustre l'extrait suivant.

Équipe EB6 [B31, B38 (éclaireurs), B24 (pirate)]	
B31 :	*Moi, je voulais 6 et Sof, pour aller au trésor, il voulait 10. Mais moi, je voulais 6 pour arriver à la case Bravo.*
Stagiaire :	*Montre-moi sur la carte.*
L'éclaireur B31 reprend la carte où il a identifié avec un X les cases Bravo (6) et Trésor (10); puis l'éclaireur B38 regarde la carte et modifie son indice pour ne prendre que 4 jetons.	

À ce scénario, le support de la carte permet donc aux éclaireurs d'anticiper correctement les déplacements du pirate sur la piste pour proposer des compositions de nombres efficaces. Les erreurs de comptage, lors de la recherche du complément, sont ainsi moins nombreuses, passant de 22,2% (6/27) au premier scénario à 11,1% (1/9) à ce scénario.

À la fin de la séance, la réalisation de la chasse aux trésors de chacune des équipes permet de vérifier si les indices préparés par les éclaireurs ainsi que les déplacements effectués par le pirate sur la piste conduisent au trésor. La validation se passe conformément à ce qui est prévu dans la leçon. Par la suite, les retours animés par la chercheure[10] visent à ressortir les indices proposés par les éclaireurs tout en permettant d'engager une réflexion sur la composition additive des nombres. Ces moments d'institutionnalisation sont l'occasion d'échanges intéressants entre la chercheure et les élèves.

(a)	
Chercheure :	*Saf et Sha ont donné 7 jetons, puis 10 jetons au pirate. Est-ce qu'il est arrivé à 10, au trésor ? Où il est arrivé ?*
A6 :	*15 ? 16 ?* (Il cherche un nombre assez élevé).
A1 :	*Ça fait 17.*
Chercheure :	*Oui, parce que 10, si on ajoute 7, on se rend à 17.* (Et, en insistant beaucoup sur la prononciation des mots nombres)*10 avec 7, ça fait 17.*
A1 :	*Oui, parce que 10 avec 9 ça fait 19… je comprends maintenant.*

[10] C'est à la demande de l'enseignante que nous animons également le retour.

(b)	
Chercheure :	*Ça veut dire que le pirate n'est pas arrivé au trésor. Quel indice l'éclaireur aurait dû lui donner ? Si le 1er indice est 7, quel serait le 2e indice ?*
A19 :	*1 ?*
Chercheure :	*Peux-tu montrer 7 avec tes doigts ? O.k., 7, c'est comme ça. Combien il manque de doigts pour que ça fasse 10 ?*
A19 :	*3 !*
Chercheure :	*Oui, si j'ai 7 doigts et que je veux 10, je veux tous les doigts, je lève 3 doigts. Ensuite, il y a 3 équipes qui ont proposé 5 et 5. Est-ce que ça fait 10?*
A6 :	*Oui, parce que ça fait tous les doigts.*
(c)	
Chercheure :	*En fait, ce qu'on a trouvé ce sont des manières différentes de faire 10, comme avec nos mains de papier. Est-ce qu'on peut en trouver d'autres ? Si je dis que le 1er indice est 8, qu'est-ce que j'aurais comme 2e indice ?*
Les élèves sont très intéressés par la tâche et regardent leurs doigts.	
A8 :	*2. Parce que si quelqu'un a 8 ans… après il a 9 ans et après il a 10 ans.* (Montre le passage de 8 à 10 en levant les deux derniers doigts).
A2 :	*3 + 7 ça fait 10.*
A9 :	4 + 6.
A16 :	*5 avec 2 avec 3.*
Chercheure :	*Tu as raison, mais là tu as 3 indices, ça fait beaucoup.*
A17 :	*7 + 3.*
Chercheure :	*Est-ce qu'il y a quelque chose qui ressemble à 7 + 3 dans le tableau ?*
A1 :	*7 et 3, c'est comme 3 et 7… Ils sont à l'envers.*
Chercheure :	*C'est vrai ! Et là, dans le tableau, on a toutes sortes de manières de faire 7.*

Dans l'extrait (a), la chercheure amorce un travail qui sera utile au prochain scénario, soit les régularités des codes numéraux des nombres de la seconde décade : *dix-sept* se compose des mots-nombres *dix* et *sept*. La démonstration est reprise avec succès par l'élève A1 pour le nombre 19. Par la suite, l'intervention en (b) met en place l'enseignement d'une stratégie de comptage s'appuyant sur les doigts pour la recherche du complément (7 + ? = 10). Rapidement, pour vérifier la somme de 5 et 5, l'élève A6 récupère la précision apportée par la chercheure concernant la composition du 10 qui s'obtient en levant tous les doigts. Finalement, dans l'extrait (c), le travail des élèves porte sur la recherche de différentes compositions additives du 10. Deux conduites observées à ce moment sont intéressantes : d'abord, l'élève A8 qui justifie le complément par la coordination des connaissances sur la suite numérique et les opérations, en liant le rappel du successeur à l'opération + 1. Ensuite, la conduite de l'élève A16 qui propose une décomposition originale du 10 à partir de trois termes, soit 5 + 2 + 3 (décomposition du 5 en 3 + 2). Le dernier échange permet de mettre en évidence la commutativité de l'addition à partir des nombres 7 et 3 (7 + 3 = 3 + 7), commutativité qui est bien sûr de type théorème-en-acte pour les élèves (Vergnaud, 1994).

b) *Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves*

Le Tableau XXXV présente d'abord les stratégies mises en œuvre par les équipes des deux classes à ce scénario en précisant les compositions additives produites par les éclaireurs et le résultat obtenu en termes de réussite et d'échec. Le Tableau XXXVI présente ensuite un bilan des stratégies mises en place par les élèves au scénario.

Tableau XXXV
Stratégies des équipes des classes A et B au scénario 2 (trésor à 10)

Équi	Phase 1 : Stratégies des éclaireurs	Phase 2 : Stratégies des pirates	Composition Réussite / Échec
Équipes de la classe A			
EA1	A2 et A14 : Comptage (rech. complément)	A3 : CTT (piste)	9 + 1 = 10 (R)
EA2	A1 et A13 : Rappel direct (5 + 5 = 10)	A8 : CTT (piste)	5 + 5 = 10 (R)
EA3	A12 et A16 : Rappel direct (5 + 5 = 10)	A15 : CTT (piste)	5 + 5 =10 (R)
EA4	A11 et A20 : Comptage (rech. complément)	A9 : CTT (piste)	6 + 4 = 10 (R)
EA5	A18 et A19 : Prendre *n* jetons pour case *n*	A10 : CTT (piste)	7 + 10 = 17 (É)
EA6	A6 et A17 : Comptage (rech. complément)	A9 : CTT (piste)	5 + 5 = 10 (R)
Équipes de la classe B			
EB1	B27 et B36 : Prend *n* jetons pour case *n;* puis, comptage (recherche complément)	B34 : CTT (piste)	5 + 10 ; 5 + 5 =10 (R)
EB2	B28 et B30 : Comptage (rech. complément)	B34 : CTT (piste)	9 + 1 = 10 (R)
EB3	B21 et B26 : Comptage (rech. complément)	B24 : CTT (piste)	3 + 7 = 10 (R)
EB4	B29 et B23 : Comptage (rech. complément)	B37 : CTT (piste)	7 + 3 = 10 (R)
EB5	B39 et B22 : Comptage (rech. complément)	B32 : CTT (piste)	4 + 7 = 11 (É)
EB6	B31 et B38 : Prend *n* jetons pour case *n;* puis, comptage (recherche complément)	B24 : CTT (piste)	6 + 10; 6 + 4 = 10 (R)

Tableau XXXVI
Bilan des stratégies mises en œuvre par les équipes au scénario 2

		Classe A 6 équipes	Classe B 6 équipes	Total 12 équipes
Phase 1 : Stratégies mises en œuvre par les éclaireurs				
Fait additif	Réussite	2 (33,3%)	--	2 (16,7%)
Comptage (recherche du complément)	Réussite	3 (50%)	5 (83,3%)	8 (66,7%)
	Échec	--	1 (16,7%)	1 (8,3%)
Prendre *n* jetons pour case *n*	Échec	1 (16,7%)	--	1 (8,3%)
Total	**Réussite**	**5 (83,3%)**	**5 (83,3%)**	**10 (83,3 %)**
	Échec	**1 (16,7%)**	**1 (16,7%)**	**2 (16,7%)**
Phase 2 : Stratégies mises en œuvre par les pirates				
CTT (déposer jetons sur piste)	Réussite	6 (100%)	6 (100%)	12 (100%)

Les stratégies sont discutées en considérant l'ensemble des équipes ayant participé au scénario, soit 6 équipes de la classe A et 6 équipes de la classe B, l'emplacement du trésor étant le même dans les deux classes (la carte Trésor est sous la 10^{e} case de la piste graduée).

b.1) Stratégies mises en œuvre par les éclaireurs dans la préparation des indices

- Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique

Au scénario 2, 2 équipes d'éclaireurs sur 12 (16,7%) rappellent une composition additive déjà connue pour composer les deux indices. Il faut souligner qu'au deuxième scénario, les éclaireurs contrôlent mieux la situation[11]. Ainsi, dans les deux cas, un des deux éclaireurs de l'équipe (l'élève A1 de l'équipe EA2 et l'élève A16 de l'équipe EA3) explique d'abord que *5 plus 5 ça fait 10* pour ensuite coordonner la préparation des deux indices (deux collections de 5 jetons). Le tout s'effectue rapidement et sans le support de la carte aux trésors. Le choix de l'emplacement du trésor, à 10, suscite la récupération directe en mémoire d'un fait numérique puisque, selon nos observations, le double, 5 + 5, est une table rapidement apprise par cœur par les enfants[12]. C'est aussi une composition additive fréquente dans ce jeu : elle est choisie par 3 équipes sur 6 (50%) de la classe A et, au total, elle apparaît 4 fois sur 12 (33,3%) dans ce scénario. Elle évoque bien sûr les 5 doigts de chacune des deux mains qui font 10 doigts.

[11] Rappelons qu'au premier scénario, l'éclaireur tenait à composer ses indices à partir d'un fait additif connu (5+5=10), même si cette composition de nombres ne permettait pas de réussir la tâche, puisque le trésor se trouvait alors à la case 8.
[12] Dans des situations familières de la classe, nous avons assisté plusieurs fois à des échanges où les élèves rappellent les doubles 2+2 et 5+5 pour démontrer leurs connaissances des nombres et du calcul.

- *Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément)*

Le comptage est de nouveau la stratégie la plus répandue à ce scénario avec une fréquence de 50 % (3/6 des équipes) dans la classe A et de 100% (6/6 des équipes) dans la classe B. Si la fréquence d'apparition des stratégies de comptage à ce scénario reste stable par rapport au scénario précédent, avec 75% des stratégies identifiées, le taux de réussite, lui, augmente pour passer de 77,8% (21/27 des équipes) au scénario 1 à 88, 9% (8/9 des équipes) au scénario 2.

Ces résultats sont d'autant plus intéressants que le processus de dévolution a été plus important à ce scénario, comme le montre l'analyse de la gestion de la situation réalisée précédemment. Il est possible d'avancer plusieurs hypothèses pour expliquer un plus grand nombre de réussites.

D'abord, l'expérience acquise du jeu, notamment aux moments d'institutionnalisation de la dernière séance, permet aux éclaireurs de mieux anticiper et contrôler les déplacements du pirate sur la piste et donc de proposer des compositions additives plus efficaces. Ensuite, l'ajout d'une carte aux trésors, où est dessinée une reproduction de la piste graduée, ainsi que le travail collaboratif imposé aux éclaireurs sont deux contraintes du jeu qui assurent un meilleur contrôle sur la tâche. En effet, bien que la présence d'un second éclaireur oblige les élèves à s'entendre pour coordonner les indices en fonction de l'emplacement des cases Bravo et Trésor, elle permet aussi d'obtenir un deuxième avis conduisant souvent à rectifier la composition des indices, comme le montre l'extrait suivant.

Équipe EA4 [A11, A20 (éclaireurs), A9 (pirate)]
Stagiaire : *Qu'est-ce que vous alliez donner comme indice ?*
A20 *6 et 3.*
A11 *Non ! Il va pas trouver ! C'est 6 et 4 !*
L'élève A11 montre à l'élève A20 le déplacement de 6 à 10 sur la carte. A20 ajoute 1 jeton.

L'extrait souligne également l'utilité de la carte pour supporter le travail des éclaireurs, notamment dans la préparation du second indice, puisque la piste numérotée peut prévenir les erreurs de comptage en permettant de contrôler les déplacements dans la suite. De fait, ce type d'erreur n'est relevé qu'une fois à ce scénario (1/9 ou 11,1%), c'est l'objet du prochain extrait, alors qu'au scénario précédent elle apparaît 6 fois (6/27 ou 22,2%).

Équipe EB5 [B39, B22 (éclaireurs), B32 (pirate)]
Les éclaireurs utilisent la carte pour marquer les cases Bravo (4) et Trésor (10).
L'élève B22 compose le 1er indice.
B22 : *4, parce que 2 + 2 est égal à 4*[13].
L'élève B39 utilise la carte pour composer le 2e indice. Elle hésite à prendre 6 ou 7 jetons puisqu'elle débute son comptage d'abord à partir de la case 5, puis de la case 4.
B39 : *1* (pointe la case 4), *2* (5), *3* (6), *4* (7), *5* (8), *6* (9), *7* (10). *Ça fait 7.*

[13] L'élève B22 justifie la composition de son indice (4) sur le rappel direct du double 2+2.

- Stratégie sans composition additive : prendre n jetons pour aller à la case n

Dans ce scénario, les équipes EA5, EB1 et EB6 mettent d'abord en œuvre une stratégie sans composition additive qui consiste à prendre autant de jetons que le nombre inscrit sur les cases correspondant aux cartes Bravo et Trésor (par exemple, prendre 10 jetons puisque le trésor est à 10). Par la suite, le support de la carte permet aux équipes EB1 et EB6 de modifier le second indice en utilisant une stratégie de comptage pour la recherche du complément.

Équipe EB1 [B27, B36 (éclaireurs), B34 (pirate)] L'éclaireur B36 fait un X sur les cases 5 et 10. Elle déplace ensuite son index et son majeur sur la piste de manière à simuler la marche d'un personnage. B36 : *1 pas, 2 pas, 3 pas, 4 pas, 5 pas.* (B36 prépare une collection de 5 jetons). L'éclaireur B27 observe la carte et repère le X sur la case 10. B27 : *Moi, c'est 10.* (B27 prépare une collection de 10 jetons). B36 : (B36 regarde la piste) *1, 2, 3, 4, 5… 1, 2, 3, 4, 5… c'est encore 5 !* L'éclaireur B36 tente ensuite de valider ses indices en déposant les jetons sur la piste de la carte aux trésors. Comme elle n'y arrive pas, elle dénombre à nouveau les deux collections de jetons ainsi que les cases qui mènent aux cartes Bravo et Trésor.

Dans l'extrait précédent, il faut souligner que l'éclaireur B36 ne peut valider ses indices sur la carte aux trésors en déposant un jeton par case, puisque la taille des jetons est supérieure à celle des cases. Le procédé de correspondance terme à terme est ainsi mis en échec au profit d'une stratégie numérique, le dénombrement des jetons puis des cases.

Finalement, à ce scénario, seule l'équipe EA5 ne met en œuvre qu'une stratégie sans composition additive, c'est 1/12 des équipes ou 8,3% des stratégies à ce scénario. C'est une amélioration importante, puisqu'au scénario précédent ce sont 8 éclaireurs sur 36 (22,2%) qui mettent en œuvre cette stratégie.

b.2) Stratégies mises en œuvre lors de la réalisation du trajet par les élèves/pirates

Une conduite unique est relevée chez les pirates à ce scénario, il s'agit d'une stratégie de correspondance terme qui consiste à déposer les jetons sur la piste, un jeton par case. Dans tous les cas, la correspondance est bien effectuée et les déplacements permettent de découvrir les cartes Bravo et Trésor.

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

Le Tableau XXXVII regroupe les stratégies anticipées dans l'analyse a priori du scénario 2 en précisant les stratégies qui sont effectivement mises en œuvre par les élèves. Ce tableau tient compte de l'ensemble des stratégies anticipées pour la préparation des indices par les éclaireurs et celles liées à la réalisation des déplacements sur la piste graduée par les pirates.

Tableau XXXVII
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 2

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
A. Stratégies anticipées pour la préparation des indices (éclaireurs)	
• Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique.	2
• Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément) : préparer un premier indice, puis déterminer l'écart entre la case Bravo et la case Trésor par comptage.	9
• Composition additive par une stratégie de partage : prendre le nombre de jetons correspondant à la case Trésor, puis partager les jetons pour obtenir deux sous collections (sans anticipation sur les déplacements).	0
• Sans composition additive : prendre *n* jetons pour aller à la case *n*	1
B. Stratégies anticipées pour la réalisation des déplacements (pirate)	
• Dénombrement des jetons et déplacement sur la piste.	0
• Procédé de correspondance terme à terme : faire un pas pour chaque jeton qui change de main.	12

Le tableau montre la prédominance de la composition additive par comptage avec recherche du complément comme stratégie chez les élèves/éclaireurs. De plus, 2 équipes d'éclaireurs ont récupéré un fait additif connu pour préparer leur indice, soit 5 + 5 = 10. Ces deux stratégies sont de plus réalisées avec succès puisqu'elles génèrent un taux de réussite global à la tâche de 91,7 %. Enfin, 1 seule équipe a mis en œuvre une stratégie menant à l'échec puisque ne procédant pas d'une composition additive : prendre *n* jetons pour aller à la cas *n*.

La stratégie plus élémentaire faisant appel à une composition additive fondée sur le partage de la collection totale en deux sous collections n'a pas, non plus, été engagée. Il est possible que cette stratégie, qui nous paraissait lors de l'analyse a priori plus simple que les stratégies de comptage, soit plus complexe que nous l'avions prévu. Il faut penser d'abord à la totalité, soit le nombre associé à la case Trésor et établir les relations nécessaires pour partir du tout et le décomposer en deux parties; chacune d'elles étant alors associée à un déplacement. Cette stratégie ne se déploie donc pas selon la chronologie du déplacement du pirate et exige, de plus, de penser au tout et à ses deux parties.

Une conduite unique est relevée chez les pirates à ce scénario, il s'agit d'une stratégie de correspondance terme qui consiste à déposer les jetons sur la piste, un jeton par case. Dans tous les cas, la correspondance est bien effectuée et les déplacements permettent de découvrir les cartes Bravo et Trésor.

3.1.3 Troisième scénario (1 séance)

Au troisième scénario, trois modifications sont apportées au jeu. D'abord, les éclaireurs doivent utiliser deux sortes de jetons pour formuler leurs indices : des jetons blancs pour avancer et des jetons bleus pour reculer. Ensuite, les éclaireurs doivent préparer leurs indices à partir d'une carte aux trésors, mais cette fois-ci, la piste est non numérotée[14]. Finalement, le pirate doit anticiper la case d'arrivée avant d'effectuer le déplacement sur la piste graduée.

Valeurs des variables didactiques

- Déplacements autorisés : avancer et reculer.
- Préparation des indices : travail collaboratif.
- Support pour les indices : avec support d'une petite piste non numérotée.

a) Analyse de la gestion de la situation par les stagiaire/enseignantes : dévolution et institutionnalisation

À ce scénario, trois décisions, prises par la stagiaire à des moments différents du jeu, modifient les valeurs des variables didactiques de la situation. La première décision, prise au tout début de l'activité, concerne l'emplacement du trésor qui est imposé aux éclaireurs, plutôt que choisi par ceux-ci. La deuxième décision touche l'ajout d'informations et de précisions apportées par la stagiaire au moment d'expliquer la tâche aux éclaireurs lors de la préparation des indices. Enfin, la troisième décision, vise à modifier le support pour la préparation des indices, soit la carte aux trésors.

[14] Voir l'annexe 3, pour un modèle de carte aux trésors.

Au début de l'activité, la stagiaire forme rapidement les équipes, puis informe les éclaireurs de l'emplacement du trésor, plutôt que de leur permettre de le choisir eux-mêmes.

> *Aujourd'hui, c'est spécial, puisqu'on va jouer un tour aux pirates et placer le trésor au même endroit que la dernière fois, sous la case 10. Les pirates ne penseront pas que nous avons placé le trésor au même endroit que la dernière fois.*

Suite aux échanges sur les régularités des codes numéraux des nombres 17 et 19, entre la chercheure et la stagiaire, cette dernière choisit de placer le trésor à 10[15]. La position du trésor à 10 devant ainsi permettre d'exploiter à nouveau les nombres de la seconde décade, en posant l'hypothèse que les élèves pourront, cette fois, composer leurs indices à partir de règles sur la numération décimale et sur les codes digitaux des nombres (par exemple, 13 se compose des nombres 10 et 3, 14 se compose des nombres 10 et 4, etc.).

Par la suite, la stagiaire explique la tâche aux éclaireurs, mais de manière différente dans les deux classes. En effet, alors que dans la classe A, la stagiaire s'en tient à la consigne suggérée dans la préparation de la leçon, elle apporte un grand nombre d'informations et de précisions, allant même jusqu'à proposer un contre-exemple lorsqu'elle reprend l'activité dans la classe B, comme le montrent les extraits suivants.

> (a)
> *Il faut préparer deux indices pour le pirate. Avec le 1er indice, on va le faire avancer. Et avec le 2e indice, on va le faire reculer. (…) <u>Le 1er indice, c'est avec les jetons blancs</u>, avec les jetons qu'on avance. <u>Le 2e indice, c'est avec les jetons bleus</u>, les jetons qu'on recule. Avec le 1er indice, le pirate avance jusqu'à la case Bravo. Avec le 2e indice, il doit reculer jusqu'au trésor. (…)*
> (b)
> *Ça veut dire qu'avec le 1er indice, il faut que le pirate dépasse le trésor. Sinon, il ne pourra pas reculer. Il faut bien réfléchir. Le pirate ne peut pas avancer 2 fois, <u>il doit avancer et reculer ensuite</u>. (…) Il doit être où le Bravo : avant ou après le trésor ? (…) <u>Il faut aller plus loin, il faut dépasser le 10</u>. (…)*
> (c)
> *Par exemple, si le premier éclaireur décide de donner 7 jetons blancs et que le deuxième éclaireur doit faire reculer le pirate, est-ce qu'on peut se rendre au trésor qui est à 10 ?*

Ainsi, plutôt que de seulement présenter les nouvelles contraintes du jeu, notamment l'obligation d'utiliser les jetons blancs et les jetons bleus, elle ajoute des informations très précises afin de permettre aux éclaireurs d'ordonner les collections : il faut utiliser d'abord les jetons blancs, puis les jetons bleus (extrait a). Elle apporte également des précisions pour situer correctement les cartes

[15] La chercheure a alors fait remarquer aux élèves que les mots-nombres *dix* et *sept* composent le mot-nombre *dix-sept*. Cette décomposition, s'appuyant sur les codes numéraux des nombres, est comprise d'au moins un élève qui reprend avec succès la démonstration avec le mot-nombre *dix-neuf*.

Bravo et trésor : la carte Bravo doit être placée plus loin sur la piste que la carte Trésor, il faut donc dépasser le trésor (extrait b). Cette dernière contrainte ayant posé des difficultés importantes aux élèves de la classe A, la stagiaire décide de mettre en place une activité de modélisation à partir d'un contre-exemple en effectuant elle-même les déplacements sur la piste (extrait c). Les éclaireurs restent perplexes par rapport aux indices à donner aux pirates et continuent de proposer, à l'oral, des nombres inférieurs à la position du trésor, comme pour les deux premiers scénarios. La chercheure et la stagiaire décident alors, d'un commun accord, d'apporter une dernière modification au jeu en numérotant la piste de la carte aux trésors, afin de permettre aux éclaireurs de mieux anticiper les déplacements du pirate et de relancer les équipes dans la composition de leurs indices.

Il y a effectivement beaucoup de nouveautés dans ce scénario lesquels modifient, du point de vue des élèves, le fonctionnement même du jeu (avancer à deux reprises pour obtenir le trésor). De plus, il n'est pas certain que la modification des valeurs des variables ne crée pas une distance trop importante entre les exigences mathématiques de la tâche et les connaissances des élèves. Devant donc, la difficulté de procéder à la dévolution de la tâche, des décisions ont été prises pour modifier les valeurs des variables afin de faciliter l'entrée des élèves dans ce troisième scénario.

Au moment du retour, la chercheure revient sur les indices proposés par les éclaireurs, ce qui permet de distinguer les compositions qui sont efficaces de celles qui ne le sont pas. Les échanges sont aussi l'occasion de relever le vocabulaire associé à la soustraction (extrait a) et, pour l'élève A8, de présenter au groupe une nouvelle stratégie de calcul : la recherche de la différence par comptage (extrait b).

(a)	
Chercheure :	*Quand on ajoute, on dit « plus ». Quand on enlève, est-ce que tu sais ce qu'on dit ?*
A8 :	*<u>Moins</u> !*
Chercheure :	*Oui ! Tu sais déjà cela ! (…) C'est 14 moins 4, on enlève 4. On est à 14, on recule de 4 et on arrive à 10.*
(b)	
Chercheure :	*Mon 1er indice est 13. Quel est mon 2^{e} indice ?*
A8 :	*3 !*
Chercheure :	*Tu es rapide. Comment as-tu fait ?*
A8 :	*C'est mon père qui m'a appris : <u>13, on enlève 12, 11, 10</u> (lève trois doigts, un doigt à la fois).*

b) *Analyse des stratégies mises en œuvre par les élèves*

Le Tableau XXXVIII présente d'abord les stratégies mises en œuvre par les équipes des deux classes au scénario 3, en précisant les compositions additives produites par les éclaireurs et le résultat obtenu en termes de réussite et d'échec. Le Tableau XXXIX présente ensuite un bilan des stratégies mises en place par les élèves au scénario.

Tableau XXXVIII
Stratégies des équipes des classes A et B au scénario 3 (trésor à 10)

Équi	Phase 1 : Stratégies des éclaireurs	Phase 2 : Stratégies des pirates	Composition Réussite / Échec
Équipes de la classe A			
EA1	A17 et A9 : Comptage (rech. complément) / avec aide	A6 : CTT (piste) (R) Sans anticipation	15 – 5 = 10 (R)
EA2	A11 et A4 : Comptage (rech. complément) / avec aide	A20 : CTT (piste) (R) Anticipation : devinette	11 – 2 = 9 (É)
EA3	A2 et A3 : Comptage (rech. complément) / avec aide	A1 : CTT (piste) (R) Anticipation : devinette	12 – 2 = 10 (R)
EA4	A8 (seul) : Comptage (rech. complément) / avec aide	A14 : CTT (piste) (R) Anticipation correcte pour 2^{e} indice	12 – 2 = 10 (R)
EA5	A12 et A15 : Comptage (rech. complément) / sans aide	A16 : CTT (piste) (É) Sans anticipation	14 – 4 = 10 (R)
EA6	A10 et A19 : Comptage (rech. complément) / avec aide	A18 : CTT (piste) (É) Anticipation : devinette	14 – 4 = 10 (R)
Équipes de la classe B			
EB1	B39 et B32 : Comptage (rech. complément) / avec aide	B22 : CTT (piste) (É) Anticipation : devinette	15 – 5 = 10 (R)
EB2	B36 et B34 : Comptage (rech. complément) / avec aide	B27 : CTT (piste) (É) Anticipation : devinette	15 – 5 = 10 (R)
EB3	B29 et B37 : Comptage (rech. complément) / avec aide	B23 : CTT (piste) (R) Sans anticipation	13 – 3 = 10 (R)
EB4	B30 et B38 : Comptage (rech. complément) / avec aide	B28 : CTT (piste) (R) Anticipation : devinette	14 – 5 = 9 (É)
EB5	B21 et B24 : Comptage (rech. complément) / avec aide	B31 : CTT (piste) (R) Sans anticipation	13 – 3 = 10 (R)

Tableau XXXIX
Bilan des stratégies mises en œuvre par les équipes au scénario 3

		Classe A 6 équipes	Classe B 5 équipes	Total 11 équipes
Phase 1 : Stratégies mises en œuvre par les éclaireurs				
Comptage	Réussite	5 (83,3%)	4 (80%)	9 (81,8%)
(recherche du complément)	Échec	1 (16,7%)	1 (20%)	2 (18,2%)
Phase 2 : Stratégies mises en œuvre par les pirates				
CTT	Réussite	4 (66,7%)	3 (60%)	7 (63,6%)
(déposer jetons sur piste)	Échec	2 (33,3%)	2 (40%)	4 (36,4%)

Les stratégies sont discutées en considérant l'ensemble des équipes ayant participé au scénario, soit 6 équipes de la classe A et 5 équipes de la classe B, l'emplacement du trésor étant le même dans les deux classes (le trésor est à 10).

b.1) Stratégies mises en œuvre par les éclaireurs dans la préparation des indices

L'unique stratégie mise en œuvre par les éclaireurs à ce scénario consiste à rechercher le complément par comptage. La stratégie est efficace pour 9 des 11 équipes (81,8%), les deux autres équipes produisent une erreur de comptage puisqu'ils incluent la case d'arrivée du premier indice dans le comptage du second indice.

Bien que ce scénario soit difficile, puisque les éclaireurs doivent anticiper des déplacements avant et arrière, toutes les équipes choisissent une stratégie efficace pour composer leurs indices. Toutefois, il faut rappeler que la stagiaire intervient beaucoup auprès des éclaireurs, que ce soit pour faire un rappel des consignes ou pour apporter une aide dans l'utilisation de la carte aux trésors. Ainsi, seule l'équipe EA5 compose ses indices sans aide.

b.2) Stratégies mises en œuvre par les pirates

Au moment de la validation, où chaque équipe réalise, à tour de rôle, sa chasse aux trésors sur la piste, la préparation de la leçon prévoit que le pirate anticipe la case d'arrivée avant d'effectuer son déplacement. Toutefois, la question adressée par la stagiaire aux différents pirate : «*Tu crois que tu vas arriver où avec tout ça ? Devine !* », n'incite pas ce dernier à mettre en œuvre une stratégie efficace de dénombrement pour anticiper la case d'arrivée, mais l'encourage plutôt à tenter un nombre au hasard. Ainsi, aucun pirate ne met en place une stratégie efficace pour anticiper la case d'arrivée du premier indice et seulement un élève (A14) y parvient pour le second indice puisque le déplacement est seulement de deux cases.

Encore une fois à ce scénario, tous les élèves déposent les jetons sur la piste, un jeton par case, suivant un procédé de correspondance terme à terme. Toutefois, alors que ce procédé a toujours assuré la réussite aux déplacements des pirates, aux deux scénarios précédents, il est utilisé efficacement par seulement 7 élèves sur 11 (63,6%) à ce scénario. La même erreur est alors observée : le pirate dépose un jeton sur la première case de son second déplacement. La difficulté pour le pirate à ce scénario étant de comprendre qu'il doive y avoir deux jetons par case, un blanc et un bleu, sauf sur la case Bravo (voir l'illustration suivante).

									T					B
o 1	o 2	o 3	o 4	o 5	o 6	o 7	o 8	o 9	o 10 o	o 11 o	o 12 o	o 13 o	o 14 o	o 15

c) Confrontation analyse a priori / analyse a posteriori

Le Tableau XL présente le nombre d'élèves ayant utilisées chacune des stratégies anticipées dans l'analyse a priori du scénario 3.

Tableau XL
Nombre d'équipes ayant mis en œuvre les stratégies anticipées à l'analyse a priori du scénario 3

Analyse a priori : stratégies anticipées	Analyse a posteriori
A. Stratégies anticipées pour la préparation des indices par les éclaireurs	
• Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique.	0
• Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément) : préparer un premier indice, puis déterminer l'écart entre la case Bravo et la case Trésor par comptage.	11
• Sans composition additive : prendre *n* jetons pour aller à la case *n*.	0
B. Stratégies anticipées pour la réalisation du trajet sur la piste par le pirate	
• Dénombrement des jetons et déplacement sur la piste.	0
• Procédé de correspondance terme à terme : faire un pas pour chaque jeton qui change de main.	11

À ce dernier scénario, seule la stratégie de recherche du complément par comptage est mise en œuvre. Cependant, une seule équipe a mis cette stratégie en place sans aide. De plus, pour la réalisation du trajet par les élèves/pirates, seul le procédé de correspondance terme à terme a été mis en œuvre.

3. 2 Évolution des stratégies des élèves au cours de la séquence de la *Chasse aux trésors*

Le Tableau XLI présente une synthèse des stratégies mises en œuvre par les élèves aux différents scénarios de la *Chasse aux trésors*[16]. Les conduites sont relevées à deux moments du jeu : lors de la phase d'action, où les éclaireurs préparent les indices à remettre aux pirates, et lors de la phase de validation, où les pirates réalisent la chasse aux trésors sur la piste graduée. Les résultats sont présentés en tenant compte de la réussite ou de l'échec à la tâche.

Tableau XLI

Stratégies mises en œuvre par l'ensemble des équipes à chacun des scénarios de la séquence 3

		Scénario 1 36 équipes	Scénario 2 12 équipes	Scénario 3 11 équipes
Stratégies mises en œuvre par les éclaireurs lors de la préparation des indices				
Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique.	Réussite	--	2 (16,7%)	--
	Échec	1 (2,8%)	--	--
Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément).	Réussite	21 (58,3%)	8 (66,7%)	9 (81,8%)
	Échec	6 (16,7%)	1 (8,3%)	2 (18,2%)
Sans composition additive : prendre *n* jetons pour aller à la case *n*	Échec	8 (22,2%)	1 (8,3%)	--
Stratégies mises en œuvre par les pirates lors de la validation sur la piste graduée				
Dénombrement des jetons et déplacement sur la piste.	Réussite	3 (8,3%)	--	--
	Échec	2 (5,6%)	--	--
Procédé de correspondance terme à terme.	Réussite	31 (86,1%)	12 (100%)	7 (63,6%)
	Échec	--	--	4 (36,4%)
Déplacement sur la piste sans égard aux jetons remis.	Échec	--	--	--

[16] Le premier scénario est repris deux fois, lors de deux séances distinctes, afin de permettre à chaque élève d'occuper chacun des deux rôles (éclaireur et pirate), tandis que les deux autres scénarios ne comportent qu'une seule séance chacun.

Le tableau montre une progression dans la mise en place d'une stratégie efficace, permettant donc la réussite chez les élèves/éclaireurs. Du côté des éclaireurs, le scénario 1 compte 58,3% de réussite, par la mise en œuvre d'une stratégie efficace de composition additive, alors que ce taux est de 83,4% au scénario 2 et de 81,8% au scénario 3. Il faut cependant lire ces pourcentages avec précaution puisqu'aux scénarios 2 et 3, les élèves sont regroupés en équipe de trois (2 éclaireurs et 1 pirate) et que le nombre d'équipes/éclaireurs est deux fois moins important que le nombre d'éclaireurs au scénario 1. Cependant, si 8 élèves/éclaireurs au scénario 1 utilisent une stratégie inefficace (prendre *n* objets pour se rendre à la case *n*), une seule équipe de 2 élèves recourt à cette stratégie au scénario 2, tandis qu'au scénario 3, cette stratégie est totalement absente.

Pour les élèves/pirates, le trajet est réalisé, en fonction des indices reçus, principalement par correspondance terme à terme, l'élève déposant un jeton au fur et à mesure de son déplacement. Cette stratégie n'est pas sans lien avec l'action de se déplacer sur la marelle à la séquence précédente, du *Petit Poucet*. Il est donc fort probable que cette correspondance soit un effet pérenne du *Petit Poucet*. Peu d'élèves dénombrent les jetons avant d'effectuer leur déplacement. Des contraintes pourraient cependant arriver plus tôt dans la séquence pour obliger les élèves à anticiper leurs déplacements en fonction des indices reçus.

CHAPITRE V

INTERPRÉTATION ET DISCUSSION DES RÉSULTATS

Ce chapitre vise à répondre aux questions de la recherche rattachées à l'objectif de la thèse. La thèse, visant à procéder à une évaluation qualitative des séquences numériques du programme d'intervention au préscolaire *Fluppy,* est organisée pour répondre aux questions de recherche suivantes :

Q1) Est-ce que les conditions didactiques prévues, par le volet numérique du programme *Fluppy*, pour favoriser la dévolution et l'institutionnalisation sont mises en place par l'enseignant dans le cadre de ses interactions avec ses élèves ?

Q2) Est-ce que le choix des valeurs didactiques, pour chacune des séquences didactiques produit les stratégies prévues par l'analyse a priori ?

Q3) Est-ce que la confrontation des analyses a priori et a posteriori montre une évolution des stratégies numériques des élèves des deux classes observées dans la progression des séquences numériques ?

L'analyse qualitative des données, réalisée au chapitre précédent, conduit, en partie du moins, à une première forme d'interprétation des données. À titre d'exemple, le choix des épisodes à analyser est en soi un geste interprétatif. De même, l'analyse des stratégies des élèves, ainsi que la confrontation des analyses *a priori* et *a posteriori* ont déjà permis d'apprécier et donc d'interpréter le potentiel didactique des séquences. En ce sens, le présent chapitre constitue un prolongement du chapitre d'analyse qui le précède. Essentiellement, les résultats sont ici restructurés pour répondre de manière plus ciblée aux questions de recherche.

Le chapitre se divise en deux grandes sections. Dans la première section, l'interprétation des données est réalisée de manière à répondre à la première question de recherche qui porte sur les processus de dévolution et d'institutionnalisation tels que gérés par les enseignants en situation. Par cet exercice interprétatif, certaines notions ou concepts de la Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) sont discutés au regard des résultats de la recherche. Ainsi, la première section, non seulement, permet-elle de spécifier des éléments de réponse à la première question de recherche, mais de plus, elle apporte une contribution théorique à l'égard de certains enjeux relatifs à l'implantation de situations didactiques en milieu scolaire ordinaire.

Les deux dernières questions de recherche sont traitées dans la seconde partie de ce chapitre. Considérant les résultats du chapitre précédent concernant les stratégies mises en œuvre par les élèves et la confrontation des analyses a priori/a posteriori, cette seconde partie permet d'une part, de juger de la pertinence des séquences didactiques à l'étude et, d'autre part, d'identifier les modifications susceptibles de bonifier les séquences. Ces modifications peuvent consister à proposer des ajustements soit des valeurs des variables didactiques, soit des conduites anticipées à l'analyse a priori ou encore des précisions ou clarifications au contenu didactique du guide d'accompagnement.

Tel que formulé dans la présentation de l'objectif de la recherche, la validation interne est un processus nécessaire pour apprécier la valeur didactique des séquences proposées dans le volet numérique de *Fluppy* et pour leur apporter les correctifs nécessaires.

1. Les processus de dévolution et d'institutionnalisation dans la réalisation des séquences didactiques

Comme nous avons pu le constater dans l'analyse des données, les processus de dévolution et d'institutionnalisation sont gérés de manière différente selon les séquences. Nous considérons que la liberté que les enseignants prennent, au regard de ce qui leur est proposé dans le guide d'accompagnement pour assurer la dévolution et assurer ainsi la mise en place d'une situation didactique telle qu'entendue dans la Théorie des situations didactique (Brousseau, 1998), est une adaptation à des contraintes d'enseignement. Ces contraintes peuvent être de plusieurs ordres. Dans le cas des séquences numériques à l'étude, elles sont, selon notre interprétation, de trois ordres. Le premier ordre de contrainte est relatif à l'intégration des propositions didactiques aux pratiques professionnelles des enseignants du préscolaire. Le deuxième ordre de contrainte est relatif aux faiblesses didactiques de la situation elle-même, faiblesses auxquelles l'enseignant cherche à faire contre poids par des interventions qui dirigent l'élève dans la mise en œuvre d'une stratégie efficace. Enfin, le troisième ordre de contrainte est relatif aux aléas des interactions et aux irréductibles imprévus qui façonnent toute situation d'interactions et, notamment, une situation d'interaction didactique. Ces ordres ne sont pas nécessairement disjoints les uns des autres; ils s'enchevêtrent au gré des interactions pour assurer une régulation des échanges et le maintien de la situation didactique jusqu'à son terme.

Dans les paragraphes suivants, chacun de ces ordres de contrainte est discuté en prenant appui sur des données puisées dans l'une ou l'autre des séquences didactiques analysées.

1.1 Le pilotage d'une situation didactique : à la croisée des propositions didactiques et des pratiques professionnelles

Les stagiaires et les enseignants ont reçu une formation minimale de deux jours sur l'ensemble des séquences mathématiques, volet numérique et volet structuration de l'espace (géométrie et mesure). Cette formation est axée sur l'appropriation des situations didactiques et, plus particulièrement, sur les enjeux qui les caractérisent. Ces enjeux sont de nature mathématique et didactique. L'enjeu mathématique est spécifié par le savoir visé par chacune des séquences, alors que l'enjeu didactique renvoie aux fondements de la Théorie des situations didactiques sur lesquels repose la conception des séquences. Les enjeux mathématiques et didactiques sont intimement liés par la structuration des séquences, notamment par la description de la situation au fondement de chaque séquence, les variables didactiques et les valeurs qu'elles prennent d'un scénario à l'autre, la description des conduites anticipées et les consignes d'animation devant favoriser la dévolution des situations adidactiques, l'engagement mathématique des élèves dans la situation, les moments d'institutionnalisation et ainsi, l'évolution des connaissances numériques des élèves sur le temps d'une séquence. Les deux journées de formation représentent un temps relativement court pour saisir les tenants et aboutissants de chaque séquence. Mais il y a une dimension plus substantielle qui intervient dans la formation et à laquelle les formateurs ont peu accès : la lecture des situations proposées à l'aune de l'expérience professionnelle des enseignantes. Si nous savons peu de choses sur l'interprétation que font chacune des enseignantes des propositions didactiques qui leur sont soumises, nous pouvons cependant supposer qu'elles ne peuvent (et ne doivent) assurer la prise en charge des séquences sans y intégrer une part de leurs savoir-faire professionnels.

Dans l'analyse des différents épisodes, on peut relever certaines spécificités attribuées par les stagiaire/enseignantes aux interactions didactiques avec des élèves du préscolaire qui caractérisent ces savoir-faire. C'est le cas, notamment, de l'importance accordée aux consignes courtes, au langage corporel, à la référence à un contexte familier, à l'importance de favoriser la réussite des élèves, à l'emploi de matériel manipulable, etc. Ces spécificités peuvent se présenter en conflit avec les indications données aux enseignantes pour l'animation des situations. Les modifications que les enseignantes apportent à ces indications peuvent altérer la tâche et donc la dévolution de la tâche aux élèves. Cependant, ces modifications ne disqualifient pas nécessairement les processus de dévolution, et donc la situation adidactique, ainsi que le processus d'institutionnalisation. Nous présentons quelques interventions des enseignantes qui semblent relever d'une recherche d'adaptation à la situation didactique telle que proposée par le programme *Fluppy* tout en préservant certaines de leurs pratiques professionnelles. Ces interventions sont surtout présentes aux séquences sur les *Commandes de gommettes* et le *Petit Poucet*. Nous verrons, dans les prochaines sections, en quoi les interventions des enseignantes qui modifient la situation, notamment la situation adidactique, au cours de la séquence de la *Chasse aux trésors,* semblent répondre à d'autres contraintes.

Nous rappelons deux épisodes relatifs au processus de dévolution, lors de la présentation de la consigne à la première situation des *Commandes de gommettes*, qui ne semblent pas modifier substantiellement la situation adidactique. Ces épisodes qui impliquent, dans le premier cas, la stagiaire et, dans le second, une enseignante, peuvent être mis en perspective au regard de leurs niveaux d'expérience respectifs. Dans la classe A, la stagiaire retient comme une contrainte essentielle le fait de n'autoriser qu'un seul déplacement pour aller chercher la quantité de gommettes dont les élèves ont besoin pour compléter leur dessin. Pour marquer visuellement cette contrainte, elle lève un seul doigt et insiste verbalement avec ce doigt levé. Plusieurs élèves interprètent alors ce doigt levé comme un indice numérique; 8 élèves n'ont alors pris qu'une seule gommette. Cette conduite n'est observée qu'une seule fois dans la classe B. Stipulant sans doute que les jeunes élèves sont particulièrement sensibles au langage corporel, la stagiaire a cru bon de renforcer la consigne verbale par un geste. Il ne s'agit pas ici d'une erreur de la part de la stagiaire, mais d'une décision prise sur le vif pour tenter de s'adapter à la fois à la situation et aux jeunes élèves. Il est possible qu'une enseignante plus expérimentée sache utiliser plus adéquatement, qu'une novice, des registres différents (gestuel, verbal) dans la présentation d'une consigne.

Dans la classe B, la première situation est sous la gestion de l'enseignante. Elle juge que la consigne est trop longue pour les élèves et décide de l'alléger en ne précisant pas aux élèves que les gommettes en surplus doivent être collées sur la feuille[1]. Malgré la consigne qui spécifie que les élèves doivent aller chercher « juste ce qu'il faut de gommettes », la tâche s'en trouve modifiée car pour répondre à la tâche, il suffit d'aller chercher plusieurs gommettes, d'en coller une sur chaque cercle et de disposer des autres. Autrement dit, il n'est pas nécessaire de dénombrer. Ainsi, 4 élèves de cette classe prennent un tas de gommettes alors que cette conduite est absente dans la classe A. L'argument de l'enseignante, après coup, est que la consigne surchargeait d'informations les élèves, autrement dit, la mémoire des élèves. Il est vrai que la consigne proposée est, dans sa forme, plus longue et plus complexe que celles habituellement proposées aux élèves du préscolaire, bien que la forme «longue» n'ait pas provoqué de difficultés particulières dans la classe A.

Nous pouvons cependant affirmer que ces interventions, effectuées dans les classes A et B, n'ont pas réellement nui au déroulement de la séquence puisque les élèves, devant la nouveauté de la tâche, sont sans doute plus sensibles qu'aux autres scénarios à tout indice qui facilite leur tâche. Ainsi, même si le fait de n'avoir pas précisé d'entrée de jeu, dans la classe B, qu'il fallait aller chercher « juste ce qu'il faut de gommettes » a pu modifier l'enjeu de la tâche au premier scénario, il n'en résulte pas moins qu'à l'issue de ce scénario les élèves s'étaient familiarisés avec la tâche effectivement visée et étaient prêts à poursuivre la séquence, D'ailleurs, les stratégies mises en œuvre étaient toutes prévues à l'analyse a priori bien que leur répartition varie, dans chacune des classes, sous l'effet des modifications apportées à la consigne et donc au processus de dévolution de la situation adidactique.

[1] Ce n'est qu'au moment du retour que l'enseignante demande aux élèves de coller leurs gommettes en surplus.

Le type d'intervention qui semble affecter le plus à la fois la dévolution et la validation (avec ses moments d'institutionnalisation) est celui qui vise à enseigner les stratégies optimales, ce qui assure du coup la réussite des élèves. Plus on progresse dans les scénarios d'une même séquence, plus ce type d'intervention est fréquent.

Ainsi, au scénario 3 de la séquence des *Commandes de gommettes*, l'enseignante produit un effet Topaze en suggérant le recours au tableau de nombres comme support au message muet. En situation ordinaire d'enseignement, les indices implicites sur la connaissance en jeu (effet Topaze) servent à pallier les carences didactiques d'une situation dans laquelle l'interaction élève/milieu didactique ne permet pas à l'élève de référer à la connaissance en jeu. Dans le cas des situations didactiques à l'étude, l'élève devrait pouvoir fonctionner dans un cadre adidactique lui permettant justement de faire appel à cette connaissance. Mais l'enseignante fournit de tels indices pour pister les élèves sur une stratégie efficace et ainsi favoriser du même coup l'adaptation de la conduite des élèves à l'analyse a priori présentée dans le guide (le recours à l'écriture). Au cours des scénarios 4 et 5, où l'écriture du nombre est la stratégie optimale, les interventions de la stagiaire ou de l'enseignante, lors des retours dans la classe B, ne portent pas sur la confrontation entre les stratégies utilisées et le résultat obtenu, ce qui s'inscrirait dans la perspective de favoriser une rétroaction du milieu didactique. Elles portent essentiellement sur le type de stratégies mis en œuvre avec une valorisation des stratégies numériques. Ces phases sont en somme davantage des périodes d'enseignement de stratégies numériques que de validation des stratégies. Par exemple, au scénario 4, le guide d'accompagnement précise d'une part, que l'écriture de la suite des nombres de 1 jusqu'au cardinal désiré peut être produite comme message et que, d'autre part, cette écriture peut témoigner que le nombre cardinal n'est pas encore construit chez l'élève. Il est aussi précisé que, confronté à l'efficacité d'un message qui ne contient que le nombre cardinal, ce message s'estompe dans les productions des élèves. L'enseignante, au moment d'interpréter la suite des nombres de 1 jusqu'à 13 pour donner les gommettes aux élèves, insiste pour que les élèves encerclent le nombre désiré. La stagiaire, pour sa part, insiste lourdement sur la distinction entre les deux types d'écriture (de 1 à 13 ou 13) et explique en quoi l'écriture du nombre 13 est préférable à l'autre. Les interventions se substituent en quelque sorte à la rétroaction du milieu, cherchent à provoquer l'effet que devrait produire la rétroaction. La stagiaire prend ainsi à sa charge ce qui revient à l'organisation interne du scénario mais aussi à la structuration de la séquence sur un plus long terme. Il est possible que, tant pour l'enseignante que la stagiaire, il importe de rejeter l'écriture de 1 à n, qu'elles considèrent comme une erreur, et de lui substituer par institutionnalisation rapide l'écriture de n comme nombre cardinal et ce, malgré les informations contenues dans le guide d'accompagnement.

Dans la séquence du *Petit Poucet,* il est assez remarquable qu'une enseignante au cours du premier scénario demande aux élèves de reformuler la consigne dans leurs mots, ce qui est fréquent, en milieu scolaire, pour s'assurer de la compréhension d'une consigne. Cependant, dans le cadre d'une situation adidactique, la consigne ne précise pas ce qu'il faut faire mais le but à atteindre, les moyens d'action étant justement laissés à la décision de l'élève. Ainsi, un élève explique dans ses mots *ce qu'il faut faire* pour atteindre le but et dévoile ainsi la stratégie à adopter. Cet épisode est une excellente illustration du conflit pouvant s'imposer à l'enseignante entre ses habitudes professionnelles, parfaitement justifiées par ailleurs, et la proposition didactique qui lui est faite. Au scénario 3, l'enseignante dirige les élèves dans la mise en œuvre d'une stratégie de correspondance terme à terme en incitant les élèves à établir une comparaison entre deux collections successivement, plutôt que d'effectuer cette comparaison entre les trois collections simultanément. Cette stratégie est particulièrement importante pour l'enseignante et ce, bien que les valeurs des variables, à ce scénario, aient été choisies pour favoriser une comparaison numérique. Nous formulons deux hypothèses pour expliquer l'insistance de l'enseignante à enseigner la correspondance terme à terme. D'abord, la correspondance terme à terme est une procédure relativement présente dans les activités logico mathématiques au préscolaire. Des tâches, où les élèves doivent apparier des éléments de deux collections (par exemple, un ver pour chaque oiseau, une soucoupe par tasse), sont proposées dans différents cahiers pour les élèves de cet âge. Aussi, la correspondance terme à terme, telle qu'elle peut être déployée dans le *Petit Poucet*, fait appel à une validation avec du support matériel, concret. Il est possible que pour les enseignantes, une validation qui repose sur une manipulation d'objets apparaisse plus appropriée qu'une validation strictement numérique pour des enfants de cet âge.

Ainsi, le premier ordre de contrainte est relatif à l'intégration des savoirs d'expérience des enseignantes à la proposition didactique qui leur est faite. Cette interprétation rappelle les travaux sur l'épistémologie des enseignants et les effets de contrat qu'il génère (Brousseau, 1986) ou encore les formes d'enseignement par ostension mis en œuvre par défaut en situation didactique (Salin, 2001b). Cependant, il nous paraît important de considérer que l'épistémologie des enseignants est également constituée d'une expérience d'enseignement fortement marquée par une culture scolaire, elle-même fortement constituée et en grande partie déterminante des pratiques professionnelles (Roiné, 2009).

C'est depuis une perspective qui cherche à reconnaître ces savoirs d'expérience que nous avons tenté de cerner comment les interventions des enseignantes, qui peuvent altérer les processus de dévolution et d'institutionnalisation, sont des formes d'adaptation aux contraintes de la situation d'enseignement. Un certain savoir didactique est nécessaire pour rendre possible l'incorporation des manières de piloter une situation didactique sur la base des principes didactiques sur lesquels elle se fonde. Ce savoir didactique ne peut s'acquérir en quelques heures de formation. De plus, il ne peut se substituer totalement aux pratiques que les enseignants ont développées et incorporées au cours de leurs années de pratique du fait même de leur champ d'efficacité.

Pour terminer, il est essentiel de préciser que l'ensemble des interventions, précédemment interprétées, ne semble pas avoir modifié substantiellement les séquences didactiques. C'est à tout le moins ce que suggère la confrontation des analyses a priori et a posteriori. Depuis cette perspective, nous pouvons supposer que les séquences *Commandes de gommettes* et *Petit Poucet* ont une certaine robustesse, robustesse définie ainsi par Robert (2007) :

> « Il s'agit de caractériser la manière dont les activités induites par ces tâches peuvent être ou non influencées, modifiées par les déroulements. Une tâche robuste donne lieu à des activités possibles, voire *a minima*, peu différentes des activités analysées *a priori*, quelles que soient les interventions de l'enseignant. La robustesse correspond ainsi à un potentiel de « non variabilité » des activités attachées à un énoncé ». (Robert, 2007, p.276).

La notion de robustesse didactique s'avère cependant insuffisante pour interpréter les interventions des enseignantes qui ont pour fonction de compenser les faiblesses d'une situation didactique.

1.2 Le rapport entre la robustesse d'une situation et la compensation didactique: une contrainte didactique

L'hypothèse qui sous-tend le deuxième ordre de contrainte est que, plus la situation didactique comporte de faiblesses, plus les enseignantes sont contraintes, en quelque sorte, à compenser par des interventions d'enseignement de stratégies de résolution, interventions qui étouffent la possibilité, pour les élèves, d'agir en fonction des contraintes de la situation et de recevoir, en retour, une rétroaction sur la justesse des connaissances engagées.. Ainsi, dans la séquence des *Commandes de gommettes,* les enseignantes assurent généralement une dévolution relativement correcte de la tâche. Dans la séquence du *Petit Poucet*, les enseignantes pilotent les interactions de manière à favoriser les stratégies numériques, alors que dans la séquence de la *Chasse aux trésors,* il y a véritablement enseignement aux élèves de la stratégie de comptage, stratégie considérée comme optimale. Quelques interactions didactiques tirées de la séquence de la *Chasse aux trésors* sont rappelées et interprétées à l'aune de ce deuxième ordre de contrainte.

Dès le début de la situation adidactique (scénario 1, séance 1) au cours de laquelle les éclaireurs doivent préparer leurs indices pour composer le nombre 7 (classe A) ou le nombre 8 (classe B), la stagiaire morcèle le travail des éclaireurs. Chaque éclaireur doit se présenter devant elle pour préparer la composition additive et ce, avec la marelle à l'appui et dans le cadre d'un échange de type questions/réponses. Ainsi, la préparation des indices chez 7/10 des éclaireurs de la classe A et chez 8/9 des éclaireurs de la classe B se fait par une stratégie de comptage pour la recherche du complément alors que cette stratégie, bien qu'envisagée possible dans l'analyse a priori, n'était pas la stratégie la plus attendue.

Selon notre interprétation, le premier scénario de cette séquence n'est pas suffisamment robuste pour assurer une dévolution de la tâche, c'est-à-dire que ses caractéristiques didactiques ne semblent pas permettre aux élèves de s'engager dans la tâche prévue, de manière relativement autonome. Ce défaut tient sans doute au fait que dans cette séquence, contrairement aux deux autres, le premier scénario ne permet pas aux élèves de s'approprier le fonctionnement du jeu. Il s'ensuit une désorganisation chez les éclaireurs au moment où ils doivent s'engager dans leur travail de composition. C'est pour compenser, donc, ce défaut de la situation que la stagiaire se voit contrainte de prendre à sa charge, et sur le vif, l'organisation du travail mathématique des éclaireurs. Cette organisation modifie les valeurs des variables puisque les élèves disposent alors d'un support (la marelle numérotée) pour dénombrer chacun des deux déplacements nécessaires pour se rendre à la case Bravo. Il semble qu'à la deuxième séance, toujours du premier scénario, le pilotage exercé sur le travail des éclaireurs se fasse moins insistant; la stagiaire considère alors, sans doute, que les élèves peuvent profiter de l'expérience acquise à la première séance. Le taux de stratégie de comptage baisse légèrement dans la classe B, puisque 5/8 y recourent alors que 3/8 prennent autant de jetons que le nombre associé à chacun des indices. Dans la classe A, si 7 élèves sur 9 utilisent toujours la stratégie de comptage, elle ne sera correctement mise en œuvre que par 4/7 éclaireurs. Le taux de réussite dans la composition des indices passe d'ailleurs, de la première à la seconde séance, de 60% (6/10) à 44,4% (4/9) dans la classe A et de 77,8% (7/9) à 50% dans la classe B (4/8), baisse qui ne s'explique pas par la difficulté de la composition: 7 et 8 dans la classe A et 8 et 7 dans la classe B. Rappelons, de plus, que la stagiaire éprouvée par ce premier scénario demandera à déléguer à la chercheure l'animation du retour. La stagiaire semble se tenir responsable du chaos au sein de la classe lors de la première séance alors que c'est la situation elle-même qui fait défaut. Le scénario 2 se déroulera plus facilement, la dévolution étant facilitée par la connaissance que les élèves ont du fonctionnement du jeu. La stagiaire peut donc plus facilement installer les élèves dans une situation adidactique et ainsi, faire fonctionner la situation sans trop intervenir. Autrement dit, elle peut faire confiance au caractère adidactique de la situation.

Le troisième scénario de la *Chasse aux trésors* comporte d'importantes modifications des valeurs des variables didactiques : il ne suffit plus de faire une composition additive qui correspond à deux déplacements avant ($a + b = c$) mais de faire une composition additive qui correspond à un déplacement avant et un déplacement arrière ($a – b = c$). Les difficultés rencontrées par les élèves de la classe A à saisir que la carte Bravo doit être située plus loin que la carte Trésor ($a > c$) pour permettre un déplacement arrière, conduit la stagiaire à dévoiler cette contrainte dès le départ aux éclaireurs dans la classe B. Le changement dans les valeurs des variables est sans doute trop important[2], entre le 2e et le 3e scénario; ce qui nuit considérablement à la dévolution de la situation adidactique des éclaireurs. Les interventions de la stagiaire seront plus dirigées qu'au deuxième scénario et assureront une réussite dans la composition des indices, chez 9/11 équipes d'éclaireurs.

La «robustesse didactique», décrite par Robert (2007), renvoie au potentiel d'une situation à se développer, selon ce que prévoit l'analyse a priori et ce, malgré les interventions des enseignants. Nous convenons que le premier scénario de la *Chasse aux trésors* n'est pas robuste, au sens de Robert (2007). Cependant, la notion de robustesse, comme telle, n'éclaire pas le phénomène d'intervention compensatoire qui pèse sur l'enseignement dans le cas où le manque de robustesse de la situation ne permet pas aux interactions didactiques de se déployer tel que prévu.

Lorsque la situation est robuste, la dévolution s'opère comme prévu même si des interventions didactiques peu appropriées sont injectées dans la situation. Dans le cas qui nous occupe, le rapport établi par Robert (2007) est, pour ainsi dire, retourné. Nous considérons les interventions didactiques qui assurent le développement de la situation et ce, malgré le manque de robustesse de la situation. Nous pourrions dire que si certains scénarios ne sont pas suffisamment robustes pour assurer une dévolution de l'enjeu mathématique sans les interventions de l'enseignant, la situation est suffisamment tonique pour que d'une part, les interventions enseignantes puissent maintenir un enjeu et, d'autre part, que la dévolution puisse s'opérer à d'autres scénarios. Autrement dit, la situation de base comporte des qualités didactiques suffisantes pour qu'elle stimule les interactions et assurent une certaine progression des élèves dans l'apprentissage visé. Cependant, les valeurs des variables didactiques de certains scénarios sont à revoir pour bonifier la robustesse de la situation et ainsi assurer les conditions didactiques qui favorisent la dévolution à chacun des scénarios.

Ainsi, cette deuxième contrainte oblige l'enseignant à intervenir pour modifier la situation de manière à ce qu'elle soit mieux adaptée sur le plan didactique aux élèves à qui elle s'adresse. Nous pourrions dire qu'une situation donnant lieu à un phénomène de compensation didactique est une situation qui souffre de robustesse mais qui demeure tonique, dans la mesure où certaines conditions didactiques permettent à l'enseignant de compenser ses faiblesses.

[2] Plus précisément, il s'agit d'un saut informationnel trop important (Brousseau, 1986).

1.3 Les imprévus d'une situation : une contrainte liée aux interactions didactiques

Ce dernier ordre de contrainte n'est pas indépendant des deux ordres qui précèdent. On peut considérer, par exemple, que les interventions qui visent à compenser les faiblesses didactiques d'une situation se réalisent sous le poids de l'instabilité de la situation créée par les interactions didactiques. On peut juger, également, que c'est dans la perspective d'assurer une fluidité des interactions que les enseignants modifient les indications didactiques selon leurs habitudes professionnelles, en demandant, par exemple, aux élèves de reformuler la consigne. Cette contrainte est toujours relativement présente puisque la suite des interactions, entre enseignante/élèves ou élèves/élèves[3], est ce qui détermine la situation. Les interactions appellent des régulations pour assurer le maintien de la situation et ce, particulièrement bien sûr, lorsque la situation manque de tonicité. Cependant, on peut supposer que rares sont les situations qui ne comportent pas leur part d'imprévus, et même d'imprévisibles (Giroux, 2009). Il convient donc de mettre en évidence ce type de contrainte. Il est difficile de repérer, à partir des protocoles dont nous disposons, les interactions qui relèvent strictement de cet ordre de contrainte du fait que ce type d'intervention est ponctuel, souvent de courte durée et s'adresse rarement à l'ensemble de la classe. Cependant, dans les paragraphes qui suivent quelques extraits d'interactions nous permettent d'éclairer comment certaines conduites imprévues des élèves agissent en tant que contrainte sur l'enseignement.

Au cours de la séquence des *Commandes de gommettes*, les stratégies de quelques élèves n'évoluent pas d'un scénario à l'autre tel que prévu par l'analyse a priori. Ainsi, au scénario 3, deux élèves de la classe A n'arrivent pas à produire un message silencieux tel que l'exige le scénario. L'enseignante leur permettra alors de prendre eux-mêmes les gommettes, ce qui transforme la situation en situation d'auto-communication (comme dans le premier scénario). Ces deux élèves profiteront par ailleurs de la validation en grand groupe pour identifier un moyen de communiquer un nombre par l'écrit. L'intervention de l'enseignante a permis que ces élèves finalisent la tâche sous des contraintes différentes de celles prévues. Il est difficile de juger si une intervention d'une autre nature aurait pu permettre aux élèves de produire un message silencieux. Cependant, il est raisonnable de penser que certains élèves, selon certaines contraintes, n'arrivent pas à produire une solution. Si les contraintes sont adaptées à la très grande majorité des élèves, il n'y a pas lieu de remettre en cause l'adéquation du scénario aux connaissances des élèves. Deux choix s'offrent alors à l'enseignante : soit, elle laisse les élèves dans l'impasse soit, elle simplifie la tâche pour leur permettre de réussir. C'est cette dernière option qui a été retenue, sur le vif, par l'enseignante. Cette option nous paraît adéquate dans la mesure où le retour en grand groupe est une occasion pour les élèves de s'approprier, par le biais de productions d'autres élèves, la connaissance visée. Les indications

[3] En considérant bien sûr que l'interaction didactique de base de l'élève est avec le milieu didactique dans lequel se situe soit l'enseignant soit l'élève qui participe à l'interaction didactique.

didactiques dans le guide d'accompagnement n'a pas à prévoir, et ne peut d'ailleurs le faire, l'ensemble des difficultés qui peuvent être rencontrées à tous les moments d'une situation didactique, il revient donc à la charge de l'enseignant de s'adapter aux imprévus pour synchroniser le travail mathématique des élèves et assurer la progression de la situation didactique (Giroux, 2004).

Ce travail d'adaptation de l'enseignant, sur le vif, aux interactions didactiques n'assure pas nécessairement toujours une synchronisation. C'est le cas, notamment, lors de la phase de validation du scénario 4 du *Petit Poucet.* Alors que dans la classe B, la correspondance des éléments, de nature différente, de trois collections sur une marelle non numérotée se fait relativement aisément, elle pose un certain nombre de difficultés dans la classe A. L'hypothèse formulée par les élèves pour rendre compte du fait que la disposition des éléments sur la marelle ne permet pas de valider leur solution, est que la stagiaire a fait une erreur, en amont, dans la préparation des collections. Les élèves se désorganisent un peu, l'intérêt pour la situation s'estompe et la stagiaire arrive mal à rediriger l'activité mathématique des élèves pour lever l'impasse. Après que la stagiaire ait insisté et réussi à ce que soit établie une bijection entre 3 éléments différents, une élève affirme qu'elle a encore une meilleure idée. La stagiaire lui répond alors qu'elle ne peut avoir «une meilleure idée que la meilleure idée», ce qui est assez surprenant. Cet épisode, bien que chargé d'interactions entre la stagiaire et les élèves, aboutit à une solution qui ne semble pas s'enraciner dans la signification de la situation pour les élèves. C'est à ce prix cependant que, dans cette classe, la situation peut être bouclée.

En conclusion de cette partie, les éléments de réponse à la première question de recherche qui porte sur les processus de dévolution et d'institutionnalisation mis en œuvre par les enseignants, ne permettent pas de répondre de manière catégorique pour aucune des séquences. Les processus de dévolution, en particulier, sont soumis, comme nous l'avons montré dans cette section, à différents ordres de contrainte. Nous pouvons cependant avancer que plus la situation est tonique sur le plan didactique, plus le processus de dévolution est aisé à assurer. Les interventions des enseignantes sont bien sûr teintées de leurs pratiques, de ce qu'elles identifient comme des spécificités à l'enseignement au préscolaire (ex. : aider les élèves à réussir, présenter des consignes courtes voire morcelée, etc.), ce qui modifie peu ou prou les valeurs des variables et par conséquent, le processus de dévolution lui-même. Elles sont aussi soumises aux adaptations nécessaires pour prendre en compte les conduites inattendues produites par les élèves. Dans les séquences des *Commandes de gommettes* et du *Petit Poucet,* ces interventions ne semblent pas avoir affecté de manière trop importante le travail mathématique des élèves au cours des situations adidactiques (phases d'action). Cependant, lors des phases de retour, qui comportent à la fois une phase de validation et un processus d'institutionnalisation, prévu léger au terme de la confrontation des stratégies mises en œuvre et du résultat obtenu, les interventions sont très centrées sur une description relativement explicite des stratégies efficaces. L'évolution des stratégies, par l'effet de rétroaction d'un scénario à l'autre, est un peu court-circuitée par l'enseignement ostensif lors des retours en grand groupe. Il est vrai que le guide d'accompagnement donne peu d'indications sur les processus d'institutionnalisation et que ce processus n'y est pas suffisamment distingué de la phase de validation. Mais, rappelons les nombreux épisodes analysés, dans le chapitre précédent, qui mettent en évidence les effets de contrat de type Topaze, particulièrement lors des phases de validation, qui les transforment alors en processus d'institutionnalisation rapide des stratégies efficaces.

2. Retour sur l'ingénierie didactique des séquences numériques du Volet mathématique du programme *Fluppy*

Tel que nous l'avons rapporté dans le chapitre méthodologique, Artigue (1990) précise que la confrontation des analyses a priori et a posteriori complète le processus de validation interne. Elle ajoute cependant que des distorsions entre ces deux analyses sont difficilement incorporées, dans les travaux didactiques, au processus de validation. Ainsi, pour réaliser une véritable validation de l'ingénierie, il ne suffirait pas de proposer des modifications à l'ingénierie, mais également d'engager une réflexion sur les hypothèses formulées lors de la conception à la lumière de la confrontation des analyses a priori et a posteriori. Bloch (2002) contribue à cette réflexion méthodologique en distinguant 3 types de milieux pour l'analyse d'ingénieries didactiques. Les deux premiers milieux sont théoriques : le milieu d'inspiration épistémologique par lequel la situation au fondement de la séquence est élaborée et le milieu expérimental a priori qui préside à l'organisation de la situation et à son analyse a priori. Enfin, le troisième milieu est la contingence, là où la situation se joue expérimentalement. Ce sont les retours sur le milieu de contingence qui permettent de réajuster les variables didactiques et les phases de la situation. Cette deuxième section du présent chapitre porte donc sur ce retour, suite à la confrontation des analyses a priori et a posteriori réalisées au chapitre IV, de manière à ajuster soit les phases de la situation soit les variables didactiques ou leurs valeurs. L'analyse a priori est modifiée en conséquence. Nous tenterons cependant de mener cet exercice en interrogeant, lorsque les résultats nous y invitent, les hypothèses engagées dans le milieu d'inspiration épistémologique lors de la conception de l'ingénierie didactique.

Cette section se découpe donc en autant de parties que le nombre de séquences numériques.

2.1 La séquence des *Commandes de gommettes*

L'analyse a posteriori, effectuée au chapitre IV, montre une progression des stratégies numériques tout au long de la séquence des *Commandes de gommettes*. La séquence expérimentée a ainsi permis, de manière générale, de rencontrer les objectifs qui la caractérisent. Il n'y a donc pas lieu de réinterroger la pertinence même de cette séquence sur le plan didactique. L'objectif sur les savoirs visés ainsi que le problème dévolu aux élèves demeurent donc inchangés. L'objectif de la séquence est donc toujours de désigner et d'exprimer une quantité pour résoudre un problème de formation d'une collection équipotente et le but du jeu pour l'élève est de constituer une collection de gommettes équipotente à une collection donnée afin de compléter un dessin.

Cependant, certains ajustements peuvent être apportés de manière à bonifier la séquence : 1) les valeurs des variables didactiques de certains scénarios; 2) l'analyse a priori des différents scénarios; 3) l'ajout de scénarios ; 4) l'ajout de précisions à l'intention des enseignants pour la gestion didactique.

Pour faciliter la présentation des ajustements de la séquence sur les valeurs des variables didactiques, le portrait global de chaque scénario de la séquence est présenté dans un tableau. Chacun de ces tableaux est commenté brièvement. De plus, suite aux recommandations formulées par les enseignants lors de la réalisation de cette séquence, deux scénarios sont ajoutés. Ils visent à offrir un réinvestissement des connaissances acquises lors des 5 premiers scénarios.

Le Tableau XLII présente le premier scénario ajusté selon les résultats obtenus. Les valeurs des variables didactiques ne sont pas modifiées. Cependant, certaines stratégies, anticipées lors de l'analyse a priori initiale, n'étant pas apparues dans aucune des deux classes, seules les stratégies relevées lors de l'expérimentation sont conservées. Soulignons que la stratégie de reconnaissance perceptive du nombre et celle du dénombrement sont difficiles à distinguer lors de l'observation des conduites des élèves.

Tableau XLII
Les Commandes de gommettes : portait global du scénario 1 intégrant les ajustements

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : cinq.
- Type de situation : auto-communication.
- Destinataire du message : aucun (auto-communication).

Analyse a priori

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente

- Identification de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive ou dénombrement et constitution d'une collection équipotente de gommettes.

Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente

- Identification de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme ou dénombrement et constitution d'une collection équipotente de gommettes – avec erreurs de dénombrement des cercles et/ou des gommettes.

Stratégies non numériques et sans formation d'une collection équipotente

- Stratégie d'identification juste ou erronée de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme (un doigt par cercle) ou dénombrement et aller chercher qu'une seule gommette.
- Stratégie d'identification juste ou erronée de la quantité de cercles par reconnaissance perceptive, correspondance terme à terme (un doigt par cercle) ou dénombrement et aller chercher plusieurs gommettes.

Le Tableau XLIII présente le portrait global du scénario 2 ajusté selon les résultats obtenus. Les valeurs des variables didactiques demeurent, également dans ce scénario, inchangées. Les stratégies anticipées sont épurées en fonction de celles relevées lors de l'expérimentation. Les stratégies faisant appel à la correspondance terme à terme ont ainsi été supprimées de l'analyse a priori. L'absence de cette stratégie, non seulement dans cette recherche mais également dans toutes les classes où nous avons expérimenté, a conduit à interroger sa pertinence. Il est très peu probable que les élèves utilisent leurs doigts pour établir une correspondance terme à terme du fait, notamment, que les gommettes ne sont pas disposées de manière à faciliter la bijection avec les doigts d'une main. Strictement sur le plan moteur, cette stratégie est peu probable. Une stratégie non prévue a été relevée chez 3 élèves : les élèves lèvent successivement un doigt, pour chaque gommette qui leur est remise, jusqu'à atteindre un certain nombre différent de 9. Cette stratégie numérique pouvant s'avérer efficace, elle a été intégrée à l'analyse a priori et distinguée, par une reformulation, de la stratégie qui consiste à présenter *d'un coup* la quantité de doigts associée au nombre désiré. Une précision sera cependant apportée au guide d'accompagnement pour que l'enseignant, devant une telle conduite, ne remette les gommettes à l'élève que lorsque celui-ci a terminé d'illustrer sa collection. La possibilité, pour l'enseignant, de remettre une gommette à la fois sera donc éliminée de manière à s'assurer que la stratégie de l'élève s'appuie sur la cardinalité de la collection.

Tableau XLIII
Les Commandes de gommettes : portait global du scénario 2 intégrant les ajustements

<u>Valeurs des variables didactiques</u>

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : neuf.
- Type de situation : communication «muette» avec possibilité d'utiliser du matériel pour former une collection équipotente.
- Destinataire du message : l'enseignant.

<u>Analyse a priori</u>

Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente

- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité totale d'un coup à l'aide des doigts et présenter cette quantité à l'enseignant.
- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité à l'enseignant en levant successivement un doigt jusqu'à la mesure désirée (9).
- Dénombrer la collection de cercles, identifier le code numéral associé (9) sur une suite numérique disponible en classe (horloge, calendrier, corde à nombres, frise numérique, etc.) et présenter ce code à l'enseignant.

Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente

- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité trouvée à l'aide des doigts – avec erreurs soit dans le dénombrement soit dans l'illustration avec les doigts – et présenter cette quantité à l'enseignant.

Stratégie non numérique et sans formation d'une collection équipotente

- Avec ou sans dénombrement préalable, ne pas arriver à produire un message «muet».

Dans le cas du scénario 3, on peut interroger les raisons didactiques de ce scénario, notamment celui de contraindre à la production d'un message « muet ». Cette contrainte a été choisie, initialement, pour favoriser l'émergence de message écrit (écriture du nombre désiré). Cependant, aucun des élèves n'a eu recours à une telle stratégie. Le scénario est cependant maintenu puisqu'il permet aux élèves de réinvestir et de bonifier les stratégies mises en œuvre au scénario précédent. En effet, sans la reprise d'un scénario qui implique un message muet, la pertinence même du scénario 2 serait remise en cause. Pour favoriser le réinvestissement et l'ajustement des stratégies développées au scénario 2, la nouvelle proposition didactique invite les élèves à travailler, dès le scénario 3, en équipes de 2; ce qui allège du coup la gestion didactique de la situation par l'enseignant. Dans l'analyse a priori, si la stratégie inutilisée de correspondance terme à terme a été supprimée, la stratégie relative à toute production écrite est cependant maintenue. Cette décision repose sur l'observation de cette stratégie, à quelques reprises, lors d'expérimentations déjà réalisées à l'extérieur du cadre de cette recherche[4]. La distinction entre l'illustration de la quantité désirée *d'un coup* (10 et 1 doigts) et celle qui consiste à lever un doigt successivement jusqu'à 11, effectuée au scénario précédent, a été ici reproduite.

Tableau XLIV
Les Commandes de gommettes : portait global du scénario 3 intégrant les ajustements

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : onze.
- Type de situation : communication «muette» avec possibilité d'utiliser du matériel pour former une collection équipotente et travail en équipe de 2.
- Destinataire du message : l'enseignant.

Analyse a priori

Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente

- Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants.
    - Écrire le code digital du nombre (11).
    - Écrire la suite de 1 jusqu'à 11.
    - Repérer le code digital (sur une frise, calendrier, etc.).
- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité «d'un coup» à l'aide des doigts (10 doigts et 1 doigt) et présenter cette quantité à l'enseignant.
- Dénombrer la collection de cercles, illustrer la quantité à l'enseignant en levant successivement un doigt jusqu'à la mesure désirée (11).
- Dénombrer la collection de cercles, former une collection intermédiaire équipotente d'éléments dessinés ou non (traits, carrés, etc.) et présenter ce message à l'enseignant

Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente

- Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants – avec erreurs soit dans le dénombrement soit dans la production du message numérique.
    - Écrire un code digital.
    - Écrire la suite de 1 jusqu'à n.
    - Repérer un code digital (sur une frise, calendrier, etc.).

Stratégie non numérique et sans formation d'une collection équipotente

- Avec ou sans dénombrement préalable, ne pas arriver à produire un message «muet».

[4] Notamment lors de la première expérimentation de la séquence en 2002-2005.

Le scénario 4, autant pour les valeurs des variables didactiques que pour l'analyse a priori demeure inchangé considérant que les résultats obtenus sont en parfait accord avec l'analyse a priori initiale. Le portrait de ce scénario est présenté au Tableau XL

Tableau XLV
Les Commandes de gommettes : portait global du scénario 4

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : treize.
- Type de situation : communication écrite et travail en équipe de 2.
- Destinataire du message : l'enseignant.

Analyse a priori

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique efficace

- Dénombrer la collection de cercles et produire un des messages numériques suivants :
  - Écrire la suite numérique de 1 à 13.
  - Écrire le code digital qui correspond à la cardinalité : 13

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message non numérique efficace

- Dénombrer la collection de cercles et former une collection intermédiaire équipotente d'éléments dessinés à la collection de cercles.

Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique non efficace

- Dénombrer la collection de cercles et produire un message numérique inefficace – avec erreurs dans le dénombrement ou dans le choix du ou des codes digitaux associés

Le tableau XLVI présente le portrait global du scénario 5 suite aux ajustements effectués tenant compte des résultats obtenus. Au chapitre d'analyse, il a été discuté de la difficulté, pour les élèves, de distinguer les deux sous-collections de 15 et 9 éléments; la majorité des élèves ayant dénombré la collection totale des croix (24) sans considérer les deux sous-collections qui la composent. Pour expliquer cette conduite, nous avons référé à la difficulté conceptuelle, pour les jeunes élèves, de traiter la relation partie/partie/tout. Si les jeunes élèves peuvent combiner deux parties pour composer un tout, il leur est cependant plus difficile de traiter les parties indépendamment du tout. Pour favoriser l'appréhension des deux sous collections, deux modifications sont effectuées. D'abord, chacune des collections est représentée par des signes différents, des croix comme dans les autres scénarios pour une première sous collection, et des cercles pour la seconde sous collection. Ensuite, les valeurs numériques des deux sous collections sont modifiées pour qu'elles soient inférieures à 10. Ainsi, dans la nouvelle mouture, les deux sous collections, sur le dessin remis aux élèves, sont : 9 croix rouges et 7 cercles verts.

Dans l'analyse a priori, tout comme au scénario 4, la stratégie faisant appel à l'écriture de la suite plutôt qu'à la cardinalité des sous collections est maintenue malgré qu'elle n'a pas été observée lors de l'expérimentation. Nous l'avons en effet observée dans d'autres classes que celles retenues pour cette recherche. Pour la même raison, la stratégie qui repose sur la formation de deux collections dessinées est également maintenue. Il nous parait effectivement probable que des élèves du préscolaire puissent mettre en œuvre ce type de stratégie, particulièrement dans les classes du préscolaire où les élèves n'ont pas encore appris l'écriture des nombres au moment de la réalisation de cette séquence. Des indications particulières sur la gestion des deux collections seront apportées au guide d'accompagnement de manière à ce que les enseignants puissent repérer l'enjeu mathématique et éviter de se centrer soit sur l'écriture économique du nombre, soit sur le marquage des couleurs.

Tableau XLVI
Les Commandes de gommettes : portait global du scénario 5 intégrant les ajustements

<u>Valeurs des variables didactiques</u>

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : 16 (9 rouges et 7 vertes).
- Type de situation : communication écrite sur un petit bon de commande et travail en équipe de 2
- Destinataire du message : l'enseignant.

<u>Analyse a priori</u>

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique efficace

- Dénombrer la collection d'éléments de chacune des couleurs et produire un des messages numériques suivants :
    - Écrire les nombres qui correspondent à chacune des collections. Pour distinguer les deux nombres, utilisation d'un code de couleur (crayons de couleurs différentes, marque de couleur juxtaposée au nombre, etc.).
    - Écrire deux suites numériques (de 1 à 9 et de 1 à 7). Le dernier nombre écrit de chaque suite représente le nombre de gommettes désirées. Pour distinguer les deux suites, utilisation d'un code de couleur (crayons de couleurs différentes, marque de couleur juxtaposée au nombre, etc.).

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message non numérique efficace

- Dénombrer la collection d'éléments de chacune des couleurs et produire le message non numérique suivant :
  - Dessiner deux collections (pour les deux collections de couleurs différentes), dont le nombre d'éléments correspond au nombre de gommettes désirées. Les deux collections peuvent se distinguer par la couleur de crayon utilisée.

Stratégies numériques sans formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique non efficace

- Dénombrer la collection d'éléments de chacune des couleurs et produire un message numérique inefficace – produit avec erreurs sur le dénombrement ou l'identification des codes digitaux du message.
- Dénombrer l'ensemble des croix, sans distinguer les 2 sous-collections, et produire un message numérique non efficace.

Pour terminer cette séquence, nous ajoutons deux scénarios afin de favoriser un réinvestissement en cours d'année[5]. Ils se distinguent des précédents puisque les élèves sont appelés à former un tout, considérant la valeur d'une sous collection et le nombre de sous collections, toutes identiques, de ce tout. Ainsi, le nombre d'éléments d'une sous collection n'apparait que pour une seule sous collection, mais le nombre de sous collections identiques est illustré. Ces scénarios s'inscrivent dans le prolongement du 5^e^ scénario, mais selon une contrainte de composition additive différente. Les valeurs des variables sont choisies de manière relativement semblable puisqu'un délai de trois mois est prévu entre la réalisation du 6^e^ et du 7^e^ scénario : 4 sapins décorés chacun de trois étoiles (un seul sapin est marqué de trois étoiles à recouvrir d'une gommette) et 3 nids contenant chacun 4 œufs (un seul nid est marqué de 4 œufs à recouvrir d'une gommette). La consigne précise qu'il doit y avoir «la même chose» (étoiles ou œufs) dans chaque sous collection (sapin ou nid). L'analyse a priori est donc la même dans les deux cas. Les enseignantes ont formulé le souhait que des scénarios puissent être construits en lien avec les thématiques traitées dans les classes du préscolaire. C'est la raison pour laquelle le sixième scénario porte sur le thème de Noël et le septième sur le thème de Pâques. Le Tableau XLVII présente le portrait de ces scénarios.

[5] Ces scénarios sont inspirés par une activité proposée dans : Ganem et al. (2001).

Tableau XLVII
Les Commandes de gommettes : portait global des scénarios 6 et 7

Scénario 6 : Les sapins de Noël

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : 12 (4 sapins décorés de 3 étoiles).
- Type de situation : communication écrite sur un bon de commande fourni, travail collaboratif
- Destinataire du message : l'enseignant.

Scénario 7 : Les nids

Valeurs des variables didactiques

- Nombre de gommettes nécessaires pour compléter le dessin : 12 (3 nids contenant chacun 4 œufs).
- Type de situation : communication écrite sur un bon de commande fourni, travail collaboratif
- Destinataire du message : l'enseignant.

Analyse a priori

Stratégies numériques avec formation d'une collection équipotente : production d'un message numérique

- Dénombrer le nombre d'éléments d'une sous collection et écrire le nombre d'éléments d'une sous collection autant de fois que le nombre de sous collections (ex. : 3, 3, 3, 3 ou 4, 4, 4).
- Dénombrer le nombre d'éléments d'une sous collection et poursuivre le dénombrement rythmé pour chaque sous collection (ex. : 1,2,3,4; 5,6,7,8; 9,10,11,12) et écrire le code digital qui correspond à la cardinalité : 12.

Stratégie numérique avec formation d'une collection équipotente : production d'un message non numérique

- Dénombrer le nombre d'éléments d'une sous collection et le nombre de sous collections et produire le message non numérique suivant : Dessiner le nombre d'éléments d'une sous collection et répliquer ce dessin autant de fois qu'il y a de sous collections.

Stratégie numérique sans formation d'une collection équipotente

- Recourir à l'une ou l'autre des stratégies précédentes et faire une erreur soit dans le dénombrement soit dans l'écriture.

2.2 La séquence du *Petit Poucet*

L'analyse des résultats sur la séquence du *Petit Poucet* met en évidence une évolution des stratégies des élèves tout au long de la séquence et a favorisé, tel que prévu, le développement d'une stratégie numérique de comparaison, dans une perspective de mise en relation entre les relations d'ordre et de cardinalité. La pertinence même de la situation au fondement de la séquence n'est donc pas remise en question. Cependant, l'analyse montre quelques distorsions entre l'analyse a priori et l'analyse a posteriori, notamment, la persistance de la stratégie ludique au-delà du premier scénario. Étant donné que les valeurs des variables didactiques interagissent entre elles, dans la constitution d'un même scénario, il est difficile de repérer quelles variables ou quelles valeurs des variables favorisent le maintien d'une stratégie ludique, ou encore, le recours à une comparaison sur une évaluation perceptive des différences entre les collections, telle qu'observée à la toute fin de la séquence, au scénario 4. C'est la combinaison des valeurs des variables didactiques qui affecte les stratégies des élèves et le déroulement du scénario. L'analyse des résultats au scénario 4 l'illustre très bien. Elle montre, en effet, la difficulté pour les élèves de procéder à la comparaison des mesures des collections, de natures différentes, pour repérer la collection «médiane» associée à l'habitation qui est située entre l'habitation la plus près et la plus éloignée. De plus, toujours au scénario 4, la comparaison de collections d'éléments de natures différentes (petits et gros jetons ainsi que bâtonnets) jumelée à une validation sur une piste sans cases apparentes a suscité de telles difficultés, chez les élèves, que les enseignantes, cherchant à réguler la situation, ont affecté la dévolution tant de la phase d'action (identifier la collection recherchée) que de la phase de validation (correspondance terme à terme) par leurs interventions. Le jeu sur les valeurs des variables dessine un scénario 4 trop exigeant sur le plan mathématique au regard des connaissances des élèves; l'analyse des conduites des élèves ayant relevé que certains d'entre eux abandonnent des stratégies numériques pour se replier sur une stratégie non numérique ou ludique.

Une des limites de la situation au fondement de la séquence du *Petit Poucet* est qu'il est impossible d'éliminer toutes possibilités de réussir la tâche à partir d'une stratégie inadéquate. Il est, en effet, toujours possible que les élèves choisissent l'habitation effectivement recherchée, pour des motifs autres que numériques (1 chance sur 3). Ainsi, au premier scénario, une conduite fréquente consiste à associer une collection à une habitation sur la base de sa couleur : la couleur de la collection se retrouvant sur un élément du dessin de l'habitation. Puisque ces stratégies ludiques perdurent tout au long de la séquence[6], il appert que la phase de validation ne permet pas toujours aux élèves d'identifier, dès la fin du premier scénario, que l'enjeu de la tâche est mathématique. Il y a donc lieu de

[6] Les stratégies ludiques sont mises en place par 8 équipes sur 13 (61,5%) au scénario 1, 2/14 (14,3%) au scénario 2 et au scénario 3 et 1/12 (8,3%) au scénario 4.

faire un examen très attentif du jeu des valeurs des variables didactiques à chacun des scénarios pour éviter la persistance de la stratégie ludique. Malgré tout, une modification est apportée aux dessins des habitations qui seront présentés en noir et blanc plutôt qu'en couleur.

Aussi, considérant les difficultés de gestion didactique, dès la phase «retour» au scénario 3, pour soutenir les élèves dans la mise en œuvre d'une validation par correspondance terme à terme sur une piste sans cases apparentes, il y a lieu d'interroger la pertinence de la variable didactique : *validation sur piste : avec ou sans cases apparentes.* Il semble, en effet, que la correspondance terme à terme, sur une piste sans cases apparentes crée un «sous-problème» qui déplace l'enjeu de savoir lors de la phase de validation. Si l'absence de cases sur la piste crée des interactions didactiques riches entre quelques élèves, il semble que la majorité des élèves ne bénéficie pas d'une telle contrainte. En conséquence, pour tous les scénarios proposés dans la nouvelle mouture, la validation se fera sur une piste avec cases apparentes.

En conséquence, les variables didactiques sont, après modifications, de la séquence du *Petit Poucet* les suivantes :

- Les nombres associés à chacun des trajets
- Le rang de l'habitation à atteindre
- Le matériel utilisé pour les collections.

Aussi, les valeurs de la variable relative aux nombres associés à chacun des trajets sont ajustées, tenant compte de leur jumelage avec d'autres valeurs de variables. Ces ajustements se font bien sûr en fonction des analyses réalisées au chapitre IV. C'est sur l'ensemble de ces considérations que le nouveau portrait de chacun des scénarios est présenté dans les pages qui suivent.

Le premier scénario a permis aux élèves qui ont participé à l'expérimentation de cette recherche de s'approprier la situation et de mettre à l'épreuve des stratégies ludiques. Chacune des stratégies prévues dans l'analyse a priori a été mise en œuvre. Cependant, puisque les valeurs numériques des autres scénarios seront revues légèrement à la baisse, il convient de modifier celles du scénario 1 pour avoir une plus grande marge de manœuvre dans le choix des nombres aux scénarios suivants. Ainsi, les nombres 5, 8 et 10 sont remplacés pour 3, 6 et 8. Nous faisons, de plus, l'hypothèse que les quantités, relativement bien connues, des nombres 3 et 6 devraient favoriser le rejet des arguments ludiques lors du retour. Le Tableau XLVIII dresse le portrait du scénario 1 tel que modifié.

Tableau XLVIII
Le Petit Poucet : portrait global du scénario 1 intégrant les ajustements

<u>Valeurs des variables didactiques</u>

- Les nombres associés à chacun des trajets : 3, 6 et 8.
- Le rang de l'habitation à atteindre : ne s'applique pas[7].
- Le matériel utilisé pour les collections : petits jetons de même taille, chaque collection est d'une couleur distincte.

<u>Analyse a priori</u>

Stratégies avec comparaison de collections

- Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues (comparaison numérique).
- Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections.
- Fonder la comparaison entre les collections par une évaluation perceptive des différences.

Stratégies sans comparaison de collections

- Chaque élève dénombre la collection en sa possession mais sans comparaison des mesures obtenues.
- Aucun procédé de comparaison de collections n'est mis en œuvre. Le choix se fait selon d'autres critères «qualitatifs» : arguments ludiques.

Au scénario 2, si les stratégies prévues à l'analyse a priori sont effectivement mises en œuvre, et particulièrement les stratégies numériques de comparaison, quelques élèves ont recours à une stratégie ludique non prévue dans l'analyse a priori. L'interprétation de ces résultats doit prendre en compte, cependant, que la dévolution a été plus difficilement assurée qu'au scénario 1. En particulier, la stagiaire oriente au moment du retour les élèves vers la formulation d'arguments fondés sur la relation entre ordre et cardinalité. Des précisions seront nécessaires, soit dans le guide d'accompagnement, soit dans la formation pour sensibiliser les enseignants au fait que les stratégies optimales décrites pour chacun des scénarios ne sont pas des objectifs à atteindre, de même que les phases de retour ne visent pas à une préparation des élèves aux scénarios qui succèdent.

Considérant que certains élèves mettent en place des stratégies de comparaison numérique et de correspondance terme à terme qui ne se révèlent pas efficaces puisque mal contrôlées, les valeurs des variables numériques sont légèrement modifiées. La collection recherchée est celle qui comporte le plus d'éléments. Pour favoriser son identification par des stratégies appropriées, les nombres doivent favoriser la réussite du dénombrement. Ainsi, 9, 12 et 13 sont changés pour 6, 9 et 10. Le Tableau XLIX présente les modifications apportées au scénario 2.

[7] Pour ce premier scénario, l'élève doit associer chacune des collections à chacune des habitations.

Tableau XLIX
Le Petit Poucet : portrait global du scénario 2 intégrant les ajustements

<u>Valeurs des variables didactiques</u>

- Les nombres associés à chacun des trajets : 6, 9 et **10**.
- Le rang de l'habitation à atteindre : le troisième, l'habitation la plus loin (la tente).
- Le matériel utilisé pour les collections : petits jetons de même taille et de couleurs différentes.

<u>Analyse a priori</u>

Stratégies avec comparaison de collections

- Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues (comparaison numérique).
- Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections.

Le troisième scénario prévoit, dans la version initiale, que la collection recherchée est celle qui se situe au 2^{e} rang, entre la plus petite et la plus grande collection. Dans la première classe, le scénario a été mis en place selon cette contrainte et a donné lieu à un échec pour 6 des 7 équipes. Devant les difficultés rencontrées, la contrainte a été modifiée dans la seconde classe; les élèves avaient à rechercher l'habitation la plus près. Seulement 2 équipes sur 7 ont échoué la tâche. Les nombres, dans la version initiale, sont trois nombres successifs, relativement grands, pour encourager la comparaison numérique plutôt que la correspondance terme à terme bien que cette dernière soit aussi utile. Tenant compte de ces considérations, il parait approprié de revoir les valeurs numériques. Les nombres 12, 13 et 14, sont donc modifiés pour 9, 10 et 11. De plus, l'habitation la plus près, donc au premier rang, est celle qui est recherchée. Nous supposons que ces nouvelles valeurs des variables vont faciliter la dévolution et la mise en œuvre de stratégies efficaces par les élèves tout en limitant les interventions enseignantes. Les modifications sont présentées dans le tableau L.

Tableau L
Le Petit Poucet : portrait global du scénario 3 intégrant les ajustements

<u>Valeurs des variables didactiques</u>

- Les nombres associés à chacun des trajets : **9**,10 et 11.
- Le rang de l'habitation à atteindre : la première (la cabane)
- Le matériel utilisé pour les collections : petits jetons de même taille, chaque collection est d'une couleur distincte.

<u>Analyse a priori</u>

Stratégies avec comparaison de collections

- Fonder la comparaison sur un procédé de dénombrement de chacune des collections et de comparaison des mesures obtenues (comparaison numérique).
- Fonder la comparaison sur un procédé de correspondance terme à terme des éléments des trois collections.

Le quatrième scénario est celui qui s'est déroulé le plus difficilement. Le jeu sur les valeurs des variables, comparativement aux scénarios précédents, est trop important et génère des exigences mathématiques qui ne sont pas adaptées aux élèves : habitation du milieu, collections de natures différentes, nombres relativement grands, validation sur une piste sans cases apparentes. S'il faut revoir les valeurs des variables didactiques, il faut aussi, néanmoins, assurer une progression dans la séquence. La plus grande difficulté rencontrée est la comparaison des éléments des trois collections. Il y a d'abord un effet de distraction par l'introduction des bâtonnets, ce qui amène les élèves à s'intéresser plus particulièrement à cette collection au détriment des collections de jetons. De plus, certains élèves semblent vouloir tenir compte de la forme allongée des bâtonnets, cherchant par exemple à faire un chemin en les alignant (long chemin), ce qui bloque la comparaison des collections par correspondance terme à terme. Nous proposons donc 3 collections de jetons de différentes tailles, ce qui permet de maintenir l'objectif de conduire les élèves à comparer les collections indépendamment des caractéristiques physiques de leurs éléments. En effet, si les élèves dénombrent et comparent les mesures obtenues, la grosseur des jetons pourrait susciter un doute sur le résultat de la comparaison numérique, dans la mesure où la collection de petits jetons est d'une cardinalité supérieure à une collection de gros jetons. Le rang de l'habitation à atteindre demeure celle du milieu pour permettre, au moins une fois au cours de cette séquence, de considérer les positions relatives des trois nombres. Les nombres 11, 13 et 14, qui visaient à rendre optimale la stratégie de comparaison numérique, a donné lieu à des erreurs de dénombrement. Pour cette raison, ils sont remplacés par 8, 9 et 11.

Tableau LI
Le Petit Poucet : portrait global du scénario 4 intégrant les ajustements

Valeurs des variables didactiques
- Les nombres associés à chacun des trajets : 8, **9** et 11
- Le rang de l'habitation à atteindre : le deuxième, l'habitation du milieu (le château).
- Le matériel utilisé pour les collections : gros jetons (8), moyens jetons (9) et petits jetons (11).

Analyse a priori
Stratégies avec comparaison de collections
- Fonder la comparaison sur le dénombrement de chacune des collections et la comparaison des mesures obtenues. La collection recherchée correspond à n : $a > n > b$.
- Fonder la comparaison sur la correspondance terme à terme des éléments des trois collections.

2.3 La séquence de la *Chasse aux trésors*

Cette séquence est celle qui présente le plus de faiblesses didactiques comme nous en avons discuté dans la première partie de ce chapitre. Ces faiblesses sont révélées par la nécessité que ressentent les enseignantes de piloter très fortement les élèves, pour stimuler leur engagement mathématique et assurer le déroulement de chacun des scénarios. Une de ces faiblesses est que la dévolution est difficilement réalisable au premier scénario : les élèves ont du mal à s'approprier le but poursuivi, à comprendre le fonctionnement de la situation. Une autre faiblesse est liée à la difficulté que revêt pour les élèves la contrainte de procéder à des déplacements avant et arrière au 3^{e} scénario. Cette contrainte oblige les élèves à considérer qu'il faut dépasser le nombre associé au trésor; ce qui ne s'impose pas du tout à leur esprit. On pourrait expliquer cette difficulté par le fait que la case Trésor étant celle à atteindre, il n'y a pas lieu, selon la pensée des enfants, de la dépasser pour y revenir. Mais cette difficulté peut s'expliquer aussi par la complexité de l'enjeu mathématique, complexité qui a échappé à l'analyse a priori initiale.

Sur le plan conceptuel, la situation suggère que les nombres associés aux deux déplacements (a et b) et à la case associée au trésor (c) forme une relation de type partie/partie/tout (a + b = c). Cette composition additive est formée de deux nombres naturels dans le cas de deux déplacements avant, alors qu'elle est formée de deux nombres entiers dans le cas de déplacements avant et arrière. Par exemple, si le trésor est à 9, toute combinaison additive[8] de deux naturels produisant le résultat 9 convient pour les déplacements avant (8 + 1 = 9 ; 7 + 2 = 9; etc.). Les élèves ont alors à rechercher deux nombres (a et b) dont la composition additive donne (c). Dans le cas où il faut procéder à des déplacements avant et arrière, cette composition additive doit être établie dans l'ensemble des entiers. Par exemple, si le trésor est à 5, alors les combinaisons additives admissibles seront formées d'un entier positif et d'un entier négatif produisant le résultat 5. Toutes les combinaisons additives d'entiers[9] qui respectent ces conditions conviennent pour les déplacements (9 + -4 = 5; 8 + -3 = 5; etc.). Les élèves ont alors à rechercher deux nombres entiers (un positif a et un négatif –b) dont la composition additive donne (c).

L'analyse a priori initiale a évité cette distinction, entre composition de naturels ou d'entiers, en mettant en évidence des stratégies de recherche de complément. Par exemple : 7 + ? = 9 ou 9 - ? = 7 pour un trésor placé à la case 7, la case Bravo placée à 9 (premier indice : 9 jetons pour avancer) et le second indice, pour la différence entre l'emplacement du trésor et celui de la carte Bravo (7 + **2** = 9 ou 9 – **2** = 7). La petite piste sur papier devait soutenir les élèves/éclaireurs dans la préparation des deux indices : le premier pour se rendre à la case Bravo et le second pour se déplacer de la case Bravo à la case Trésor tel que le schéma suivant l'indique.

a) 7 + **2** = 9
b) 9 – **2** = 7

						T		B
1	2	3	4	5	6	7	8	9
							1	**2**
						2	1	

Ces stratégies rendent compte de la recherche d'un seul nombre (le complément). Toutefois, dans la situation de la *Chasse aux trésors*, les élèves doivent rechercher deux nombres; seul l'emplacement du trésor étant connu. Dans le cas d'une recherche d'un complément par comptage avant (7 + ? = ?), il faut considérer, sur le plan conceptuel, l'emplacement du trésor comme une partie du tout et rechercher à la fois une autre partie (le déplacement) et le tout (l'emplacement du Bravo), tous des naturels (7 + b = c). Dans le cas de la recherche d'un complément par un comptage à rebours (? - ? = 7), stratégie plus près de la situation car elle correspond au trajet que le pirate devra effectuer, la structure additive change. Il faut alors rechercher deux parties, l'une positive (l'emplacement du Bravo) et l'autre négative (le déplacement) pour composer un tout (l'emplacement du trésor). En effet, dans ce cas, c'est une composition additive d'entiers (un positif et un négatif), et non de naturels, qui permet d'atteindre le trésor ($a + -b = c$, où a et b $\in$ N). On voit donc que l'analyse a priori a sous-estimé la complexité mathématique de la tâche du 3^{e} scénario pour des élèves d'âge préscolaire. L'une ou

[8] Dans les limites bien sûr des nombres inscrits sur la piste.
[9] Dans les limites, de même, des nombres disponibles sur la piste.

l'autre des stratégies suppose des relations de type partie/partie/tout que des élèves de 5-6 ans peuvent difficilement établir, selon les connaissances que nous possédons sur le niveau de structuration de la suite chez les élèves de cet âge (Fuson, 1991). Les réussites obtenues au scénario 1 et 3 sont surtout le résultat du pilotage serré dans le déroulement de la situation effectué par les enseignantes ou la chercheure.

La pertinence même de la séquence peut être remise en question. Cependant, les résultats obtenus au scénario 2, où le pilotage de l'enseignante se faisait moins serré, suggèrent que l'enjeu de composition additive proposée dans la séquence peut être approprié aux élèves du préscolaire. Elle peut donc être maintenue sous conditions d'y apporter des modifications majeures que nous esquissons dans ce qui suit.

Le premier scénario doit permettre aux élèves de s'approprier la tâche plus facilement pour qu'ils puissent fonctionner de manière autonome dans la suite de la séquence. Ensuite, il faut supprimer la possibilité d'effectuer à la fois des déplacements avant et arrière. Il faut également mieux spécifier l'emplacement du trésor de manière à limiter le travail de composition additive au domaine numérique accessible aux élèves. Cet emplacement doit être égal ou inférieur à 10 pour un réinvestissement des connaissances engagées par les élèves dans l'activité des *Mains de papier* (capsule numérique). Aussi, il faut encourager l'anticipation du résultat des déplacements, sur la base des indices reçus, chez les élèves pirates. Enfin, il faut prendre acte des observations réalisées lors de l'expérimentation, à l'effet que le travail des élèves/éclaireurs est plus riche lorsqu'ils sont en équipe de deux éclaireurs. Il a été également observé que le support d'une piste papier numérotée favorise la composition additive et donc la préparation des indices. En revanche, la grosseur des jetons doit rester plus grande que celle des cases de la piste. Dans le cas contraire, les élèves/éclaireurs n'ont qu'à déposer les jetons sur les cases (tenant compte de l'emplacement du trésor) et les recueillir sans avoir besoin d'engager une quelconque stratégie numérique (dénombrement, par exemple). Si les jetons sont plus gros que les cases, les élèves doivent nécessairement engager un travail numérique.

Les variables didactiques de la séquence modifiée sont donc :

- Nombre associé à l'emplacement du trésor.
- Éclaireur : Enseignant, élève en individuel ou élèves en équipe de 2.
- Pirate : Avec ou sans anticipation du résultat des déplacements.
- Support pour l'éclaireur dans la préparation des indices: avec ou sans support d'une petite piste papier numérotée.

Dans ce qui suit, chacun des scénarios remaniés est présenté tenant compte des nouvelles variables didactiques et de leurs effets sur l'analyse a priori.

Le Tableau LII présente les valeurs des variables didactiques ainsi que l'analyse a priori ajustée aux nouvelles conditions didactiques du scénario 1. Pour favoriser l'entrée dans la tâche des élèves, la fonction d'éclaireur est assumée par l'enseignant. Les élèves, en équipes de deux, sont les pirates. Les deux pirates se déplacent sur la piste en même temps : le premier élève/pirate reçoit les jetons composant le premier indice et le deuxième élève/pirate, les jetons composant le second indice. Ainsi, les élèves pourront saisir le fonctionnement de la situation, avant même de s'engager dans la recherche d'une composition additive. Le scénario 1 devient essentiellement un scénario d'initiation à la situation. Les pirates, n'ayant pas à anticiper le résultat du déplacement, n'ont qu'à effectuer un déplacement qui correspond au nombre de jetons reçus pour chacun des indices.

Tableau LII
La Chasse aux trésors : portrait global du scénario 1 intégrant les ajustements

Valeurs des variables didactiques

- Nombre associé à l'emplacement du trésor : 6.
- Rôle de l'éclaireur : Enseignant.
- Pirate : Sans anticipation du résultat des déplacements.
- Support pour l'éclaireur dans la préparation des indices : ne s'applique pas.

Analyse a priori

- Procédé de correspondance terme à terme : à chaque jeton blanc correspond un pas (déposer un jeton blanc à chaque pas, changer un jeton de main à chaque pas…).
- Dénombrer les jetons du premier indice et faire le déplacement sur la piste selon la mesure obtenue. Faire de même pour le deuxième déplacement.

Le scénario 2 implique un engagement mathématique des les élèves sur la composition additive. La fonction d'éclaireur est assumée par des équipes de deux élèves auxquelles s'ajoute un élève pirate. Pour ce premier scénario où le rôle d'éclaireur est assumé par les élèves, une piste numérotée comme support à la préparation des indices est fournie. L'emplacement du trésor est déterminé à 8, ce qui permet plusieurs compositions additives. Le pirate est invité à anticiper, après réception de chacun des indices (les jetons), la case d'arrivée suite à son déplacement. La stratégie optimale est de dénombrer les jetons pour identifier la case d'arrivée. Pour le premier indice, le nombre de jetons correspond à la case d'arrivée. Cependant, pour le second indice, l'élève doit anticiper que le nombre de jetons reçus correspond à un ajout au nombre de la case Bravo. Une autre stratégie est de faire correspondre un jeton pour chaque case, mentalement, pour identifier la case d'arrivée. Cette stratégie est peu fiable et devrait donner lieu à des erreurs. Pour assurer une rétroaction, un objet est déposé sur la case d'arrivée anticipée par le Pirate. Après le déplacement, l'élève/pirate peut donc valider ou invalider son anticipation.

Tableau LIII
La Chasse aux trésors : portrait global du scénario 2 intégrant les ajustements

Valeurs des variables didactiques

- Nombre associé à l'emplacement du trésor : 8.
- Éclaireur : Élèves en équipes de 2.
- Pirate : Avec anticipation du résultat des déplacements.
- Support pour l'éclaireur dans la préparation des indices: avec support d'une petite piste papier numérotée.

Analyse a priori

Analyse a priori pour la préparation des indices par les élèves/éclaireurs

- *Sans composition additive : prendre n jetons pour aller à la case n.*
  Composer le premier indice avec *n* jetons et composer le second indice avec *8* jetons.
- *Composition additive par une stratégie de partage*
  Prendre 8 jetons (trésor). Partager, sans anticipation, en deux sous collections. Dénombrer une sous collection et associer sa mesure à la case Bravo. Le reste des jetons, correspond au second indice.
- *Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément) : $x + y = 8$*
  Composer les deux indices à partir de la piste numérotée. Choisir un nombre inférieur à la case Trésor (*8*), comme premier indice (x) pour se rendre à la case Bravo. Pour le deuxième indice : compter le nombre de cases, entre la case Bravo (x) et la case Trésor (*8*) pour identifier y.
- *Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique*
  Composer les deux indices, x et y, par la connaissance d'un fait numérique : $x + y = 8$.

Analyse a priori pour l'anticipation de l'élève/pirate

- Dénombrer les jetons du premier indice et associer sa mesure à la case d'arrivée à la case Bravo. Dénombrer les jetons du second indice et procéder par comptage, avec appui sur la piste numérotée, pour identifier la case d'arrivée à la case Trésor.
- Procédé de correspondance terme à terme (mentalement) : à chaque jeton blanc correspond un pas. Identifier la case d'arrivée.

Au troisième scénario, les élèves/éclaireurs travaillent en individuel pour obliger un travail individuel de coordination des indices. Le support d'une petite piste numérotée est fourni à l'élève/éclaireur. L'emplacement du trésor est 10 et permet de réinvestir les compositions additives travaillées à l'activité des *Mains de papier*. Le pirate doit anticiper le résultat de ses déplacements. L'analyse a priori prévoit que la stratégie inefficace de *prendre autant de jetons que la case d'arrivée* ne devrait plus apparaitre chez les éclaireurs. De même, la stratégie numérique devrait être la seule mise en œuvre par le pirate dans l'anticipation du résultat de ses déplacements.

Tableau LIV
La Chasse aux trésors : portrait global du scénario 3 intégrant les ajustements

<u>Valeurs des variables didactiques</u>

- Nombre associé à l'emplacement du trésor : 10.
- Éclaireur : Élève en individuel.
- Pirate : Avec anticipation du résultat des déplacements.
- Support pour l'éclaireur dans la préparation des indices: avec support d'une petite piste papier numérotée.

<u>Analyse a priori</u>

Analyse a priori pour la préparation des indices par les élèves/éclaireurs

- *Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément) :* $x + y = 10$

  Composer les deux indices à partir de la piste numérotée. Choisir un nombre inférieur à la case Trésor (*10*), comme premier indice (*x*) pour se rendre à la case Bravo. Pour le deuxième indice : compter le nombre de cases, entre la case Bravo (*x*) et la case Trésor (*10*) pour identifier *y.*
- *Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique*

  Composer les deux indices, *x* et *y*, par la connaissance d'un fait numérique : $x + y = 10$.

Analyse a priori pour l'anticipation de l'élève/pirate

- Dénombrer les jetons du premier indice et associer sa mesure à la case d'arrivée à la case Bravo. Dénombrer les jetons du second indice et procéder par comptage, avec appui sur la piste numérotée, pour identifier la case d'arrivée à la case Trésor.

À la différence des scénarios précédents, le scénario 4 prévoit, dans la nouvelle mouture, que les éclaireurs, en équipes de deux, n'ont pas de piste papier numérotée comme support à la préparation des indices, ce qui incite au contrôle de la stratégie de comptage. L'emplacement du trésor est à 9. Le pirate doit toujours anticiper le résultat de ses déplacements.

Tableau LV

La Chasse aux trésors : portrait global du scénario 4 intégrant les ajustements

Valeurs des variables didactiques

- Nombre associé à l'emplacement du trésor : 9.
- Éclaireur : Élèves en équipes de 2.
- Pirate : Avec anticipation du résultat des déplacements.
- Support pour l'éclaireur dans la préparation des indices: sans support d'une petite piste papier numérotée.

Analyse a priori

Analyse a priori pour la préparation des indices par les élèves/éclaireurs

- *Composition additive par une stratégie de comptage (recherche du complément) :* $x + y = 9$

  Choisir un nombre inférieur à la case Trésor (9), comme premier indice (x) pour se rendre à la case Bravo. Pour le deuxième indice : ajouter autant de jetons que nécessaires, par comptage pour composer 9. Le nombre de jetons ajoutés correspond au second indice (y).
- *Composition additive par récupération directe en mémoire d'un fait numérique*

  Composer les deux indices, x et y, par la connaissance d'un fait numérique : $x + y = 9$.

Analyse a priori pour l'anticipation de l'élève/pirate

- Dénombrer les jetons du premier indice et associer sa mesure à la case d'arrivée à la case Bravo. Dénombrer les jetons du second indice et procéder par comptage, avec appui sur la piste numérotée, pour identifier la case d'arrivée à la case Trésor.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, un examen critique de la recherche est effectué. Nous tentons de cerner la contribution de la recherche dans le domaine des programmes d'intervention en mathématiques au préscolaire, mais aussi dans le champ de la didactique des mathématiques. Enfin, nous identifions certaines limites à la recherche et énonçons des perspectives qui en permettraient le prolongement.

1. Les principaux apports de la présente recherche réalisée

La problématique a dégagé les caractéristiques des principaux programmes d'interventions mathématiques au préscolaire tels que *Big Math for Little Kids* (Greenes, Ginsburg & Balfanz, 2004), *Measurement-based* (Sophian, 2004), *Number Worlds* (Griffin, 2004a; 2004b; 2007) et *Number Plus* (Hohmann & Weikart, 2002) *Building Blocks* (Clements & Sarama, 2007; 2008). Le cadre pédagogique, plus ou moins explicité selon les programmes, est orienté principalement sur la construction des connaissances mathématiques dans une perspective de résolution de problèmes. Si certains programmes se limitent au domaine numérique, d'autres, en revanche couvrent à la fois l'arithmétique, la géométrie et la mesure. Le contenu de chacun de ces programmes est élaboré en prenant appui sur un ensemble de résultats de recherche portant sur le développement des connaissances numériques des élèves et, pour certains des programmes, en se référant également au champ de la neuropsychologie. Ces programmes s'inscrivent tous dans la tradition anglo-saxonne, tradition caractérisée par des choix épistémologiques et méthodologiques qui diffèrent des recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques inscrites dans la tradition francophone (Giroux, à paraître). Le volet mathématique développé dans le cadre du programme d'intervention au préscolaire *Fluppy* (Giroux et Ste-Marie, 2004) se démarque des programmes cités précédemment puisqu'il se fonde sur l'approche didactique élaborée dans la tradition francophone.

La spécificité de cette approche est que la conception de situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques se fait sur la base de trois types d'analyse : une analyse épistémologique du savoir visé par l'enseignement, une analyse du fonctionnement didactique ou autrement dit des rapports entre l'enseignement et l'apprentissage au regard du savoir en jeu, et enfin, une analyse relative aux caractéristiques cognitives des élèves. Ainsi, le volet mathématique du programme *Fluppy* n'est pas, principalement, fondé sur une approche développementale, psychologique ou neuropsychologique. Si les situations d'enseignement mathématique proposées dans ce volet tiennent bien sûr compte des connaissances sur le développement des connaissances numériques, elles sont d'abord réfléchies selon les outils théoriques de la Théorie des situations didactiques et reposent sur les trois types d'analyse énumérés (Brousseau, 1998). De plus, elles sont élaborées, mises à l'épreuve et évaluées selon le cadre méthodologique de l'Ingénierie didactique (Artigue, 1990) qui s'articule à la

Théorie des situations didactiques. Cette méthodologie prévoit une confrontation entre les analyses des conduites anticipées des élèves au regard des valeurs des variables didactiques en jeu et les analyses des stratégies effectivement mises en œuvre par les élèves. C'est par l'identification de ces stratégies que peuvent être révélées les connaissances mises en œuvre par les élèves. Cette analyse est donc essentielle pour juger de la pertinence des situations didactiques et pour proposer les ajustements nécessaires aux situations afin d'optimiser, d'une part, la rencontre des élèves avec le savoir visé et, d'autre part, l'institutionnalisation du savoir par l'enseignant. La présente recherche a procédé à cette validation de type interne telle que prévue par l'Ingénierie didactique pour les trois séquences numériques proposées dans le volet mathématique[1]. Considérant que tous les programmes consultés ont été évalués par un processus de validation externe, selon un devis de recherche expérimental ou quasi-expérimental, la présente recherche contribue au champ d'études relatif aux programmes d'intervention précoce en mathématiques en apportant des résultats issus d'une méthodologie qualitative et didactique. Les stratégies des élèves ont ainsi été examinées de manière fine, ce qui permet de tracer un portrait de la progression des connaissances numériques des élèves au sein de chacune des séquences.

Les analyses qualitatives ont également permis d'identifier la gestion des conditions didactiques des situations par les enseignantes. Les recherches en évaluation de programmes montrent que la qualité de la formation des enseignants est essentielle à l'implantation d'un programme (Poulin et al., 2010). Cependant, un design méthodologique de type expérimental ne peut analyser, aussi finement qu'une recherche qualitative, le travail des enseignants dans l'implantation du programme. Il ne peut, non plus, circonscrire les forces et les faiblesses de chacune des situations parmi l'ensemble des situations proposées par un programme d'intervention. En revanche, la méthodologie utilisée dans cette recherche a rendu possible ce type d'investigation didactique. C'est là, une contribution non négligeable de notre étude.

Par ailleurs, aucune étude didactique, à notre connaissance, n'a été réalisée dans le cadre d'un programme d'intervention. Les résultats obtenus, notamment au regard de l'appropriation des séquences par les enseignants, sont ainsi une contribution originale de cette recherche au domaine de la didactique des mathématiques dans la tradition francophone. Rappelons les principaux résultats didactiques de la présente recherche.

Nous abordons d'abord les éléments de réponses à la première question de recherche qui porte sur la confrontation entre les conditions didactiques prévues au programme, notamment la gestion des

[1] Le Volet mathématique du programme *Fluppy* comprend, rappelons-le, trois séquences numériques, des capsules d'activités numériques ainsi que trois séquences sur la structuration de l'espace de même que des capsules sur cette thématique. Seules les séquences numériques ont été, dans cette recherche, évaluées.

processus de dévolution et d'institutionnalisation par les enseignants, et celles mises effectivement en œuvre par les enseignantes. Un des premiers résultats de la recherche est à l'effet que les écarts observés, entre ce qui était proposé et ce qui a été réalisé, sont le résultat d'adaptations de l'enseignant à des contraintes d'enseignement; trois ordres de contraintes, qui peuvent agir en interaction, ont ainsi été identifiés. Le premier ordre relève de contraintes issues de l'incorporation des propositions didactiques aux pratiques professionnelles. En effet, le pilotage et l'animation des situations didactiques se révèlent le résultat d'une recherche d'équilibre entre ce qui est promu, dans le programme, comme interventions didactiques efficaces et les pratiques professionnelles reconnues efficaces par les enseignantes. Ainsi, certaines interventions des enseignantes, dans l'animation des séquences numériques, relèvent de gestes professionnels routiniers qui ont, en certains cas, altéré les processus de dévolution d'une tâche. Rappelons, à titre d'exemple, la demande faite aux élèves de reformuler une consigne qui a donné lieu à la verbalisation, par un élève, d'une stratégie efficace de résolution de la tâche dévolue aux élèves. D'autres interventions ont eu ce même effet d'affaiblir le processus de dévolution : morcèlement d'une consigne, introduction d'un contexte «familier» aux élèves, intervention pour favoriser la réussite des élèves. La phase de validation et le processus d'institutionnalisation ont aussi été, à l'occasion, affaiblis. Par exemple, alors qu'une des conditions didactiques prévue pour installer une phase de validation est d'établir une mise en relation entre la stratégie de l'élève et le résultat qu'il a obtenu, certaines interventions ont été plutôt centrées sur l'enseignement d'une stratégie efficace.

Un deuxième ordre de contrainte est de type didactique. Certaines séquences ont été gérées plus près des indications didactiques que d'autres, c'est le cas des *Commandes de gommettes*, plus facilement gérée par les enseignantes que la séquence du *Petit Poucet*, elle-même plus facilement contrôlée que la séquence de la *Chasse aux trésors*. Nous avons fait l'hypothèse que, plus la situation présente de faiblesses, plus l'enseignant se sent contraint de les compenser par des stratégies d'enseignement ostensif, autrement dit, qui exposent directement la stratégie attendue. Ce résultat évoque la notion de robustesse didactique élaborée par Robert (2007), comme nous l'avons écrit précédemment. Une situation est robuste dans la mesure où ce qu'elle induit chez les élèves présente peu de différences avec ce qui est prévu à l'analyse a priori et ce, quelles que soient les interventions de l'enseignant. Si cette notion permet effectivement de mettre en évidence que la séquence des *Commandes de gommettes* est plus robuste que celle du *Petit Poucet*, elle ne permet pas, en revanche, de cerner le phénomène de compensation didactique auquel conduit une situation peu robuste. Cet ordre de contrainte peut s'interpréter comme un rapport inverse entre la robustesse didactique d'une situation et la compensation didactique. Nous avons appelé une situation donnant lieu à un phénomène de compensation didactique, une situation atone sur le plan didactique. Cet ordre de contraintes affaiblit également la dévolution en modifiant le milieu didactique et, plus particulièrement, la possibilité que ce milieu offre à l'élève de décider, de faire des choix parmi un ensemble de stratégies possibles.

Enfin, un troisième ordre de contrainte est issu des imprévus qui jalonnent le déroulement d'une situation didactique. Ces imprévus génèrent des interactions didactiques pour réguler les interactions imprévisibles autant dans la planification de la situation que dans les analyses a priori. Ce type d'intervention est ponctuel, de courte durée et s'adresse généralement à un élève ou une équipe. Les interventions faites sous cette contrainte assurent généralement d'éviter les impasses, ce qui pourrait compromettre l'engagement mathématique d'un élève, par exemple.

Nous revenons maintenant sur les principaux résultats relatifs aux dernières questions de recherche. Ces questions sont articulées l'une à l'autre car elles renvoient toutes deux au potentiel et à la pertinence didactique des situations. Les éléments de réponse ont été trouvés dans la confrontation des analyses a priori et a posteriori. Ces éléments touchent la pertinence des variables didactiques et de leurs valeurs, dans chacune des séquences, ainsi que sur l'évolution des stratégies numériques des élèves. L'ensemble de ces résultats a été pris en compte pour apporter des modifications à chacune des séquences. Ces modifications sont décrites en détails, au chapitre V, et nous ne les reprenons pas ici; nous en rappelons seulement quelques-unes dignes de mention. D'abord, il importe de rappeler que les analyses effectuées ont pris en compte le caractère systémique de la relation didactique par une étude des relations entre les conditions didactiques assurées par les enseignants et les stratégies des élèves. Il est apparu clairement, par exemple, que les stratégies des élèves lors de la séquence de la *Chasse aux trésors* ne pouvaient être considérées strictement du point de vue de l'analyse a priori. Elles avaient été largement commandées par les injonctions faites par les enseignantes. A contrario, les interventions des enseignantes à la séquence des *Commandes de gommettes* et, dans une moindre mesure, au *Petit Poucet*, ont beaucoup moins affecté la dévolution de la tâche et l'autonomie de l'élève dans le choix d'une stratégie.

Enfin, il parait utile de souligner que les analyses fines et rigoureuses de l'ensemble des interactions au sein du milieu didactique, de chaque scénario à chacune de séquences, ont permis de juger de la pertinence, non seulement de chaque séquence, mais également de chacun des scénarios qui la composent. Ainsi, le choix de chaque variable didactique a été revu ainsi que la valeur qu'elle prend dans chacun des scénarios. Il a fallu, par exemple, modifier des valeurs de variables, pour éviter des obstacles de type ontogénique comme ceux relevés lors de l'analyse des conduites à la séquence de la *Chasse aux trésors*. Ont été également modifiées, au besoin, les tâches dévolues à l'enseignant et à l'élève. Cela a donné lieu, pour les *Commandes de gommettes*, à des ajustements mineurs mais, pour la *Chasse aux trésors*, à des ajustements beaucoup plus substantiels. L'analyse a priori a été revue en fonction de ces ajustements. Au terme de la recherche, une proposition plus solide et plus tonique, nous le pensons, de chacune des séquences est ainsi formulée. Elle peut être proposée aux enseignants du préscolaire dans un cadre d'enseignement ordinaire.

2. Limites et perspectives

Une des principales limites à cette étude est l'influence exercée par la chercheure sur les décisions prises par l'enseignante ou la stagiaire lors de la mise en œuvre de certains scénarios (par exemple, les valeurs des variables didactiques dans le *Petit Poucet* au dernier scénario), mais également dans l'animation des phases de validation lors de la séquence de la *Chasse aux trésors*. La participation de la chercheure a sans doute affecté les données relatives à la mise en place des conditions didactiques. C'est cependant, à la demande de l'enseignante ou de la stagiaire, que la chercheure a participé à certaines décisions ou animations. Il était difficile pour la chercheure de concilier à la fois les exigences de la recherche et les conditions d'accueil des milieux scolaires. Comment en effet, ne pas répondre aux questions, interrogations, invitations des enseignants qui accueillent le chercheur ayant participé à la conception même des situations à expérimenter ? À certains moments de l'expérimentation, la relation entre la chercheure et les enseignantes ou stagiaire, revêtait la forme d'une recherche collaborative. Mais, dans l'ensemble, les relations harmonieuses entre chercheure/enseignante/stagiaire ont eu des répercussions positives sur le déroulement de l'expérimentation qui s'est faite de manière fluide.

Une autre limite de notre étude concerne le fait que nous n'avons pas pu intégrer, dans notre analyse, les conduites des élèves aux capsules d'activités numériques. Il aurait été très intéressant de voir les connaissances investies par les élèves dans des activités peu contrôlées par les enseignantes.

Certes, d'autres expérimentations devront être menées pour tester les séquences didactiques telles que modifiées à la fin de cette recherche. La reprise des séquences dans d'autres classes du préscolaire nous permettrait peut-être de répondre à quelques interrogations soulevées par certains résultats. Si nous n'avons pas analysé aussi finement les connaissances et stratégies des élèves lors de la première phase d'implantation du volet mathématique de *Fluppy* en 2002-2005, nous avons cependant relevé un écart important entre les connaissances des élèves de cette première cohorte et celles de la cohorte qui a participé à la présente recherche. Les élèves de 2011-2012 ont présenté des connaissances sur la suite des nombres (écriture, récitation, lecture) qui nous semblent beaucoup plus importantes que celles que nous avions observées chez les élèves en 2002-2003. Une hypothèse peut être formulée et mériterait d'être investiguée. L'expérimentation réalisée en 2011-2012 s'est déroulée dans une école de milieu défavorisé. Les enseignantes qui ont accepté de participer à l'expérimentation sont sensibilisées depuis longtemps à l'importance d'intégrer des contenus disciplinaires dans les activités scolaires. Nous avons pu constater combien ces enseignantes sont très actives dans l'intégration d'activités riches et diversifiées. Ainsi, au-delà des activités classiques de sériation, de suites logiques, de calligraphie de chiffres ou encore de dénombrement, les élèves de ces classes ont été initiés dès septembre à l'écriture, la lecture et la récitation de la suite des nombres.

Les élèves avaient donc, au début de l'expérimentation (au mois de novembre), déjà une bonne connaissance au moins de la suite des 10 premiers nombres, connaissances que d'autres élèves du préscolaire n'ont peut-être pas nécessairement. La grande motivation des enseignantes a certes contribué au bon déroulement des séquences. Il serait donc intéressant de proposer ces séquences dans des classes d'élèves d'autres milieux socio-culturels et d'enseignantes de profils professionnels différents.

Cependant, il nous parait clair également que chaque réplique d'une situation didactique comporte ses particularités, ne serait-ce que par l'histoire didactique de la classe dans laquelle elle s'insère, cette histoire influençant nécessairement la signification que prend la situation pour les acteurs de la classe, enseignante et élèves réunis. L'histoire des deux classes où les trois séquences numériques ont été expérimentées sont teintées d'un engagement peu ordinaire de ses enseignantes.

Une autre perspective de recherche qui nous paraît extrêmement prometteuse est la confrontation des résultats de la validation interne à ceux de la validation externe. Le programme *Fluppy* fait actuellement l'objet d'une évaluation quantitative, avec devis quasi-expérimental, pour tous les volets du programme expérimentés dans 15 classes du préscolaire (incluant les 2 classes qui ont participé à notre expérimentation). Des résultats des analyses statistiques devraient être disponibles au cours de l'année 2013-2014. Il sera alors possible de procéder à une confrontation de nos résultats issus d'une analyse qualitative (validation interne) à ceux issus de l'analyse quantitative (validation externe). Cette confrontation devrait être alimentée par les questions suivantes :

a) Est-ce que les résultats au pré-test et au post-test montrent une évolution des performances des élèves des 2 classes observées ? Si oui, à quelles tâches ?

b) Y a-t-il convergence, pour chacun des élèves des classes observées, des connaissances identifiées à l'issue de l'analyse qualitative (par le biais des stratégies mises en œuvre au cours de l'expérimentation) et celles identifiées au post-test utilisé dans le devis expérimental ? Si oui, pour quelles stratégies (connaissances) ?

c) Est-ce que les résultats des deux classes observées, aux analyses quantitatives, sont comparables à celles des 13 autres classes qui ont bénéficié de l'intervention du volet numérique de *Fluppy* ?

Les éléments de réponse à ces questions ouvriraient sur la comparaison de résultats d'une même expérimentation, mais issus de designs méthodologiques très différents, quantitatif et qualitatif, lesquels designs sont souvent opposés l'un à l'autre. Il serait alors possible de juger si les résultats issus de l'analyse qualitative permettent de saisir les processus d'enseignement/apprentissage qui fondent les résultats issus de l'analyse quantitative, tant pour les deux classes ayant participé à l'expérimentation que pour l'ensemble des classes qui bénéficient du volet numérique du programme *Fluppy* (groupe expérimental). Ainsi, non seulement, une telle recherche apporterait une contribution importante au domaine de l'intervention au préscolaire, mais également, par sa méthodologie, à des questions vives de la recherche en éducation sur la complémentarité ou non des méthodologies quantitative et qualitative.

ARTIGUE, M. (1990). « Ingénierie didactique », *Recherches en didactique des mathématiques,* vol 9, n° 3, p. 281-308.

BALFANZ, R., GINSBURG, H.P., & GREENES, C. (2003). « The Big Math for Little Kids : Early Childhood Mathematics Program », *Teaching Children Mathematics*, vol. 9, n° 5, p. 264-268.

BARNETT, W.S. (1995) « Long-Term Effects of Early Childhood Programs on Cognitive and School Outcomes », *The Future of Children*, vol. 5, n° 3, p. 25-50.

BARNETT, W.S., & HUSTEDT, J.T. (2005). « Head Start's Lasting Benefits », *Infants and Young Children*, vol. 18, n° 1, p. 16-24.

BAROODY, A.J. (1991). « Procédures et principes de comptage : leur développement avant l'école ». In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Éds), *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille. (Collection *Psychologie cognitive*), p. 133-158.

BAROODY, A.J. (2009). « Favoriser la numératie précoce en prématernelle et en maternelle ». *Encyclopédie du développement du langage et de l'alphabétisation* (p. 1-10). London (ON) : Réseau canadien de recherche sur le langage et l'alphabétisation. Consulté le 15 juin 2011 sur le site : http://www.literacyencyclopedia.ca

BESHAROV, D.J., GERMANIS, P., HIGNEY, C.A., & CALL, D.M. (2011). Even Start Family Literacy Program (3rd National Evaluation), Maryland School of Public Policy, University of Maryland, 13 p.

BIDEAUD, J., LEHALLE, H., & VILETTE, B. (2004). *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*, France : Presses Universitaires du Septentrion, (Collection *Sciences cognitives*), 376 p.

BIDEAUD, J., MELJAC, C., & FISCHER, J.-P. (1991). *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille, 491 p.

BILSKY, L.H., & JUDD, T. (1986). « Sources of Difficulty in the Solution of Verbal Arithmetic Problems by Mentally Retarded individuals », American Journal of Mental Deficiency, n° 86, p. 395-402.

BLOCH, I. (2002). « Différents niveaux de modèles de milieux dans la Théorie des Situations Didactiques : recherche d'une dialectique scientifique entre analyses théoriques et contingences », *Actes de la XIème École d'été de didactique des mathématiques,* Dorier et al. (Éds), Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 125-139.

BOUCHER, J. (1996). « Résolution de problèmes numériques en classe de maternelle : Élaboration et analyse de situations didactiques ». Mémoire de maîtrise inédit, Montréal : Université du Québec à Montréal, 105 p.

BOURDIEU, P. & PASSERON, J.-C. (1964). *Les héritiers : les étudiants et la culture*, Paris : Les Éditions de Minuit, (Collection *Grands documents*), 183 p.

BRAZ, A. (2011). *Bourdieu et la démocratisation de l'éducation.* France : Presses Universitaires de France. (Collection *Philosophies*), 160 p.

BROUSSEAU, G. (1986). « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7, n° 2, p. 33-115.

BROUSSEAU, G. (1988). « Le contrat didactique : le milieu », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 9, n° 3, p. 309-336.

BROUSSEAU, G. (1997). « La théorie des situations didactiques ». Allocution lors de la remise du Doctorat honoris causa de l'Université de Montréal. 56 pages. Disponible sur le site : http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/06/MONTREAL-archives-GB1.pdf

BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : Éditions La pensée Sauvage, 395 p.

BROUSSEAU, G. (1999). « Notes sur la recherche en didactique des mathématiques ». Communication du 2/12/1999 lors d'un colloque tenu à Palerme publiée à l'adresse internet : www.irresicilia.it/docum/pub/brousseau.htm

BRUN, J. (1990). « La résolution de problèmes arithmétiques : bilan et perspectives », *Math-École*, n° 141, p. 3-14.

CAPUANO, F., POULIN, F., VITARO, F., VERLAAN, P., BRODEUR, M. & GIROUX, J. (2010). *La prévention des problèmes de comportement en début de scolarisation : Un essai randomisé avec allocation en fonction du nombre de stratégies de prévention et de leur durée.* Rapport de recherche déposé aux Instituts de recherche en santé du Canada (IRSC), 115 p.

CHEW, A., & MORRIS, J.D. (1984). « Validation of the Lollipop Test : A Diagnostic Screening Test of School Readiness », *Educational & Psychological Measurement*, n° 44, p. 987-991.

CLEMENTS, D.H., & SARAMA, J. (2007). « Effects of a Preschool Mathematics Curriculum : Summative Research on the Bulding Blocks Project », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 38, n° 2, p. 136-163.

CLEMENTS, D.H., & SARAMA, J. (2008). « Experimental Evaluation of the Effects of a Research-Based Preschool Mathematics Curriculum », *American Educational Research Journal*, vol 45, n° 2, p. 443-494.

CONNE, F. (1985). « Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problèmes d'arithmétique », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 5, n° 3, p. 269-332.

CONNE, F. (1992). « Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 12, n° 2.3, p. 221-270.

DAVYDOV, V.V. (1975). « The Psychological Characteristics of the *Prenumerical* Period of Mathematics Instruction ». In L.P. Steffe (Ed), *Children's Capacity for Learning Mathematics*, Reston (VA) : National Council of Teachers of Mathematics, p. 109-205.

DEHAENE, S. (1997). *The Number Sense*. New York : Oxford University Press, 274 p.

DEHAENE, S., MOLKO, N., & WILSON, A. (2004). « Dyscalculie, le sens perdu des nombres », *La Recherche*, n° 379, p. 42-49.

DELOCHE, G. & SERON, X. (1987). « Numerical Transcoding : A General Production Model ». In G. Deloche & X. Seron (Éds), *Mathematical Disabilities, a Cognitive Neuropsychological Perspective*, Hillsdale (NJ) : Lawrence Erlbaum.

ENSEIGNANTES DE L'ÉCOLE MATERNELLE JULES MICHELET. (1994). « Fabrication d'objets fonctionnels en maternelle », *Grand N*, n° 55, p. 11-16.

ERMEL (1990). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes au CP*. Paris : Éditions Hatier. 358 p.

FAYOL, M. (1990). *L'enfant et le nombre : du comptage à la résolution de problèmes.* Paris : Delachaux et Niestlé, 233 p.

FAYOL, M. (1991). « Du nombre à son utilisation : la résolution de problèmes additifs ». In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Éds), *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille. (Collection *Psychologie cognitive*), p. 259-270.

FISCHER, J.-P. (1992). *Apprentissages numériques : la distinction procédural/déclaratif*, Nancy : Presses universitaires de Nancy, (Collection *Conduites, développement, différences*), 250 p.

FUSON, K.C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*, New-York : Springer-Verlag, (Collection *Springer Series in Cognitive Development)*, 446 p.

FUSON, K.C. (1991). « Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans ». In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Éds), *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille. (Collection *Psychologie cognitive*), p. 159-179.

FUSON, K.C., & KWON, Y. (1991). « Systèmes de mots-nombres et autres outils culturels : effets sur les premiers calculs de l'enfant ». In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Éds), *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille. (Collection *Psychologie cognitive*), p. 351-374.

FUSON, K.C., RICHARDS, J., & BRIARS, D.J. (1982). « The Acquisition and Elaboration of the Number Word Sequence ». In C. J. Brainerd (dir.), *Progress in Cognitive Development : Children's Logical and Mathematical Cognition*, New York : Springer-Verlag, p. 33-92.

GAIRIN-CALVO, S. (1988). *Problèmes didactiques liés à la construction du nombre*. Actes du Séminaire IDEN. Publication interne.

GANEM, M., PLAMOUD, I., VERGNE, C., & VALENTIN, D. (2001). « Deux oiseaux dans un nid », *Revue Grand N*, Tome 1, p. 139-148.

GARCES, E., THOMAS, D., & CURRIE, J. (2000). *Longer Term Effects of Head Start.* Cambridge : National Bureau of Economic Research, 26 p.

GELMAN, R. & GALLISTEL, C.R. (1978). *The Child's Understanding of Number*, Londre : Harvard University Press, 260 p.

GINSBURG, H.P., GREENES, C., & BALFANZ, R. (2003). « Big Math for Little Kids », Parsippany (NJ) : Dale Seymour Publications.

GINSBURG, H.P., LEE, J.S., & BOYD, J.S. (2008). « Mathematics Education for Young Children : What It Is and How to Promote It », *Social Policy Report : Giving Child and Youth Development Knowledge Away*, vol. 22, n° 1, p. 1-23.

GIROUX, J. (1991). *Modélisation des connaissances sur la numération et les opérations chez des élèves en première année du primaire.* Thèse de doctorat. Université de Montréal, Montréal.

GIROUX, J. (1997). « Des situations pour prendre en compte et dynamiser les connaissances numériques des élèves du préscolaire », *Revue Préscolaire*, vol. 35, n° 3, p. 14-17.

GIROUX, J. (1999). « L'introduction d'un objet de savoir en début de scolarité ». In G. Lemoyne & F. Conne (dir.), *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal, p. 213-233.

GIROUX, J. (2004). « Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation scolaire ». In G. Lemoyne (Éd) Langage et Mathématique, *Revue des sciences de l'éducation*, vol. 30, n° 2, p. 303-328.

GIROUX, J. (2005). *Moi, je sais compter loin, loin…,* Montréal : Éditions Bande didactique. 290 p.

GIROUX, J. (2008). « Conduites atypiques d'élèves du primaire », *Recherches en didactique des mathématiques,* vol 28, n° 1, p. 9-62.

GIROUX, J. (2010). « Des interactions didactiques singulières : les conduites atypiques ». *Revue Internationale Francophone. Numéro spécial 2010.* Actes du Congrès Espace mathématique francophone, 6-10 avril, 2009, p. 1107-1117.

GIROUX, J. (à paraître). Les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques : historique et perspectives théoriques in C. Mary et L. Theis (éds), Regards didactiques sur les *difficultés d'enseignement et d'apprentissage en mathématiques.* Éditions PUQ (37 pages).

GIROUX, J. & LEMOYNE, G. (1993). « La construction des connaissances sur les codes numéraux et digitaux des nombres : un processus de coordination de connaissances multiples », *Revue des sciences de l'éducation*, vol. 19, n° 3, p. 511-535.

GIROUX, J. & STE-MARIE, A. (2004). *Projet Fluppy – Volet mathématique, Partie I : Activités numériques; Partie II : Structuration de l'espace.* Document inédit pour la formation des enseignants et des stagiaires au volet mathématique du programme *Fluppy*, 116 p.

GIROUX, J., & STE-MARIE, A. (2007). « Maillage de situations didactiques dans des classes d'adaptation scolaire ». In J. Giroux & D. Gauthier (Éds), *L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques*. Montréal : Éditions Bande Didactique, p. 35-63.

GIROUX, J., STE-MARIE, A., & CAPUANO, F. (2004). « Impact of Academic Intervention in Kindergarten on Children's School Readiness ». Communication affichée. *International Society of the Study of Behavioural Development (ISSBD),* Ghent, Belgique, Juillet 2004.

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT (2006). *Programme de Formation de l'école québécoise, Éducation préscolaire, enseignement primaire*. Québec, 363 p.

GRAVES, M. (1989). *The Teacher's Idea Book : Daily Planning Around the Key Experiences.* Ypsilanti (MI) : High/Scope Press.

GREENES, C., GINSBURG, H.P., & BALFANZ, R. (2004). « Big Math for Little Kids », *Early Childhood Research Quarterly*, vol. 19, p. 159-166.

GRIFFIN, S. (2004a). « Building Number Sense with Number Worlds : a Mathematics Program for Young Children », *Early Childhood Research Quarterly*, vol. 19, p. 173-180.

GRIFFIN, S. (2004b). « Teaching Number Sense », *Improving Achievement in Math and Science,* vol. 61, n° 5, p. 39-42.

GRIFFIN, S. (2007). Number Worlds : A Mathematics Intervention Program for Crades Prek-6. Columbus (OH) : SRA/McGraw-Hill.

GRIFFIN, S., CASE, R., & CAPODILUPO, A. (1995). « Teaching for Understanding: The Importance of the Central Conceptual Structures in the Elementary Mathematics Curriculum ». In A. McKeough & J. Lupart (Éds), *Teaching for Transfer: Fostering Generalization in Learning,* New Jersey : Lawrence Erlbaum. p. 123-151.

HAUSER-CRAM, P. (2005). « Services ou programmes qui influencent les jeunes enfants (0-5 ans), leur diplomation ainsi que leur réussite scolaire ». *Encyclopédie sur le développement des jeunes enfants*, (p. 1-7). Montréal (QC) : Centre d'excellence pour le développement des jeunes enfants. Consulté le 15 juin 2011 sur le site : http://www.enfant-encyclopedie.com

HOHMANN, M., BANET, B., & WEIKART, D.P. (1979). *Young Children in Action : A Manuel for Preschool Educators,* Ypsilanti (MI) : High/Scope Press.

HOHMANN, M., & WEIKART, D.P. (2002) *Educating Young Children : Active Learning Practices for Preschool and Child Care Programs,* 2nd ed., Ypsilanti (MI) : High/Scope Press.

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE PÉDAGOGIQUE (FRANCE) (1988). *Un, deux… beaucoup, passionnément !*, Paris : Institut National de Recherche Pédagogique, 128 p.

KAMII, C. (1990). *Les jeunes enfants réinventent l'arithmétique*, 2e éd., Berne : Peter Lang. (Collection *Exploration Recherches en sciences de l'éducation*), 171 p.

KINTSCH, W. (1988). « The Role Knowledge in Discourse Comprehension : A Comprehension-Integration Model », *Psychological Review,* n° 95, p. 163-182.

MARECHETTI, C., & MILES, C. (s.d.). *Activités mathématiques pour le cycle initial.* Vaud : Département de la formation et de la jeunesse, Direction générale de l'enseignement obligatoire de l'État de Vaud, 57 p.

MOORE, D., BENENSON, J., REZNICK, J.S., PETERSON, M., & KAGAN, J. (1987). « Effect of Auditory Numerical Information on Infants' Looking Behavior : Contradictory Evidence », *Developmental Psychology,* n° 23, p. 665-670.

NORMANDEAU, S., LETARTE, M.J., PARENT, S., BIGRAS, M., & CAPUANO, F. (1998). « Lollipop : la validation d'une mesure du niveau de préparation scolaire ». Présentation au 21e congrès de la Société Québécoise pour la Recherche en Psychologie, Montréal.

POULIN, F., CAPUANO, F., BRODEUR, M., GIROUX, J., VITARO, F., & VERLAAN, P. (2010). *Prévenir les difficultés à l'école primaire en maximisant les apprentissages scolaires et sociaux en début de scolarisation,* Conseil Canadien sur l'Apprentissage, 80 p.

RESNICK, L.B. (1989). « Developing Mathematical Knowledge », *American Psychologist*, n° 44, p. 162-169.

RIEUNAUD, J. (1989). *L'approche du nombre par le jeune enfant*, France : Presses Universitaires de France. (Collection *L'Éducateur*), 139 p.

RILEY, M.S., GREENO, J.G., & HELLER, J.I. (1983). « Development of Children's Problem-Solving Ability in Arithhmetic ». In H.P. Ginsburg (Éd), *The Development of Mathematical Thinking,* New York : Academic Press, 388 p.

ROBERT, A. (2007). « Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse, des inférences en formation », *Recherche en didactique des mathématiques*, vol 27. n° 3, p. 271-311.

ROINÉ, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux Ségalen.

ROUCHIER, A. (1996). *Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatiques élémentaires : proportionnalité, structures itérativo-récursives, institutionnalisation.* Thèse de doctorat d'état, Université d'Orléans.

SALIN, M.-H. (2001a). « Repères sur l'évolution du concept de milieu en théorie des situations ». In *Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques*, Éd. de J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris, Grenoble (France), 21 au 30 Août 2001.

SALIN, M.-H. (2001b). « Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiques comme objet d'analyse du travail du professeur ». In O. Venturini, C. Amade-Escot & A. Terrisse (Éds), *Étude des pratiques effectives : l'approche des didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 71-81.

SIEGLER, R.S. & ROBINSON, M. (1982). « The Development of Numerical Understandings », *Advances in Child Development and Behavior,* n° 16, p. 241-312

SOPHIAN, C. (2004). « Mathematics for the Future : Developing a Head Start Curriculum to Support Mathematics Learning », *Early Childhood Research Quarterly*, vol. 19, p. 59-81.

STARKEY, P., SPELKE, E.S., & GELMAN, R. (1983). « Detection of Intermodal Correspondences by Human Infants », *Science*, n° 222, p. 179-181.

STEFFE, L.P. (1991). « Stades d'apprentissage dans la construction de la suite des nombres ». In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Éds), *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille. (Collection *Psychologie cognitive*), p. 113-132.

TREMBLAY, R.E., KURTZ, L., MÂSSE, L.C., VITARO, F., & PIHL, R.O. (1995). « A Bimodal Preventive Intervention for Disruptive Kindergarten Boys: Its Impact Through Mid-adolescence ». *Journal of Consulting and Clinical Psyclology*, vol 63, p. 560-568.

TREMBLAY, R.E., VITARO, F., BERTRAND, L., LEBLANC, M., BEAUCHESNE, H., BOILEAU, H., & DAVID, L. (1992). « Parent and Child Training to Prevent Early Onset of Delinquency: The Montreal Longitudinal-experimental Study ». In J. McCord & R.E. Tremblay (Éds), *Preventing Deviant Behavior from Birth to Adolescence: Experimental Approaches*, New York : Guilford Press, p. 117-138.

U.S. DEPARTMENT OF EDUCATION, PLANNING AND EVALUATION SERVICE. (1998). *National Evaluation of the Even Start Family Literacy Program,* Washington DC. 252 p.

VAN NIEUWENHOVEN, C. (1999). *Le comptage : vers la construction du nombre*, Belgique : De Boeck Supérieur, (Collection *Pédagogies en développement*), 232 p.

VERGNAUD, G. (1991). « L'appropriation du concept de nombre : un processus de longue haleine ». In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Éds), *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille. (Collection *Psychologie cognitive*), p. 271-282.

VERGNAUD, G. (1994). *L'enfant, la mathématique et la réalité. Problèmes de l'enseignement des mathématiques à 'école élémentaire*, 5e édition, (Collection *Exploration Recherches en sciences de l'éducation*) Berne : Peter Lang. 218 p.

VERGNAUD, G. & DURAND, C. (1976). « Structures additives et complexité psychogénétique », *Revue Française de Pédagogie,* n° 36, p. 28-43.

ANNEXES

ANNEXE 1

CAPSULES D'ACTIVITÉS SUR LE NOMBRE

Les capsules d'activités proposées dans le volet mathématique du programme *Fluppy* (Giroux et Ste-Marie, 2004) visent le réinvestissement et la consolidation des connaissances mathématiques mises en place lors des séquences didactiques. Ces capsules sont introduites à différents moments sous forme d'ateliers. Précisons ici que le fonctionnement en ateliers est d'usage courant dans les classes du préscolaire. Les différentes capsules d'activités sont présentées succinctement en relevant plus particulièrement le but du jeu et les connaissances visées. Aussi, comme ces activités ont déjà été expérimentées dans les classes durant trois ans, quelques conduites d'élèves ou procédures de résolution sont présentées afin d'en préciser le fonctionnement.

a) Jeux de cartes [1]

La première capsule d'activités propose quatre jeux avec des cartes à jouer du commerce : *Cartes en file*, *Jeu de mémoire*, *Carte cachée* et le *Jeu de bataille*. Pour le jeu *Cartes en file*, les élèves sont en équipe de deux. Le but du jeu est de reconstituer la suite écrite des premiers nombres (de 1 à 10). Les cartes de l'As (l'As vaut un) jusqu'à dix sont déposées, face cachée dans un ordre aléatoire, sur une bande plastifiée comportant dix cases. Les joueurs jouent à tour de rôle. Le premier joueur retourne une carte et doit la placer face visible au bon endroit sur la bande (ex. : la carte 5 sur la 5^{e} case). La carte retirée du jeu (dans notre exemple, la carte sur la 5^{e} case) est remise à l'autre joueur qui doit la placer, à son tour, au bon endroit dans la file. Le jeu se termine lorsque toutes les cartes sont ordonnées de l'As jusqu'à dix. Pour placer la carte au bon endroit, le joueur peut recompter à partir de un ou utiliser les cartes déjà en place (comme prédécesseurs ou successeurs). Des interactions entre les joueurs sont possibles afin de permettre un meilleur contrôle sur la suite.

Dans le *Jeu de mémoire*, les élèves sont en équipe de deux à quatre joueurs et doivent trouver des paires de cartes de même valeur (ex. : le 3 de pique forme une paire avec le 3 de trèfle ou le 3 de cœur ou le 3 de carreau). Les cartes sont étalées sur la table en formant un rectangle plein (on peut utiliser le jeu au complet ou seulement deux séries). Un premier joueur tire deux cartes et les compare. Si les deux cartes forment une paire, le joueur les conserve et joue à nouveau, sinon il les replace face cachée et c'est le tour au joueur suivant. Le jeu se termine lorsqu'il ne reste plus de cartes sur la table. À la fin de la partie, le joueur qui a le plus de cartes gagne. Pour réussir, le joueur doit non seulement comparer les cartes retournées (comparaison des nombres ou des quantités) pour déterminer si elles forment une paire mais également mémoriser l'emplacement des cartes dévoilées pour être en mesure de les retrouver ultérieurement. Lorsque la partie est terminée, chaque joueur dénombre ses cartes et celui qui en a le plus gagne (nécessite de comparer les nombres de cartes entre eux).

[1] Les jeux *Cartes en file*, *Carte cachée* et *Jeu de bataille* s'inspirent du document *Activités mathématiques pour le cycle initial.* (Marechetti & Miles, s.d.).

La *Carte cachée* est un jeu où il faut retrouver et décrire une carte manquante dans une collection organisée. Les élèves sont en équipe de deux à quatre joueurs. Chaque équipe reçoit un jeu de cartes dans lequel une carte a été retirée au hasard. Les joueurs doivent trouver quelle carte est manquante. Pour réussir, deux grands procédés sont efficaces : d'abord les joueurs peuvent ordonner et classer les cartes pour chaque série (ex. : la série des piques de l'As jusqu'au roi, la série des trèfles, etc); ou bien, ils peuvent classer ensemble les cartes de même valeur (ex. : classer ensemble le 4 de pique, le 4 de trèfle, le 4 de cœur et le 4 de carreau). Il est possible de commencer en ne proposant qu'une seule série, ce qui contraint les élèves à utiliser le premier procédé (ordonner les cartes). La nécessité de classer et ordonner les cartes n'apparait pas forcément, les joueurs peuvent essayer de deviner la carte manquante. Ce procédé par essai-erreur s'effectue sans organisation (le joueur pense à une carte et vérifie si elle présente). Il est possible d'introduire une contrainte de temps (trouver le plus rapidement possible la carte manquante) pour forcer les joueurs à passer à un procédé plus efficace.

Dans le *Jeu de bataille* les élèves doivent déterminer entre deux cartes celle qui a la plus grande valeur. Au départ, les élèves, en dyade, se partagent également les cartes du jeu. En même temps, ils doivent retourner une carte de leur paquet. Celui qui retourne la carte avec la plus grande valeur remporte les deux cartes. Si les deux cartes sont de même valeur, chacun retourne de nouveau une carte et celui qui a la plus grande valeur remporte les quatre cartes. Le jeu se termine lorsqu'il n'y a plus de cartes à retourner. Chaque joueur dénombre alors ses cartes et celui qui en a le plus gagne. Ce jeu nécessite de comparer et ordonner des quantités, d'associer des configurations aux écritures du nombre et de pouvoir dénombrer pour déterminer le joueur qui a le plus de cartes. La comparaison des valeurs des cartes peut se faire de différentes manières. Ainsi, les joueurs peuvent mettre en place des procédés de comparaison de collections (pour comparer les ensembles de motifs sur les cartes de 2 à 9). Par exemple, pour deux cartes présentant un écart marqué (ex. : les cartes 2 et 9) le joueur peut évaluer perceptivement la plus grande collection de motifs (procédé de comparaison efficace et économique dans ce cas) tandis que deux cartes présentant un écart faible (ex. : les cartes 7 et 8) incite au dénombrement des collections de motifs et à la comparaison numérique (ex. : 8 est plus grand que 7 car il est plus loin dans la suite). Éventuellement les joueurs peuvent délaisser le dénombrement pour associer les configurations aux écritures du nombre et comparer rapidement les quantités ou encore comparer seulement les nombres inscrits sur les cartes.

b) Mains de papier – dés et dominos

La capsule d'activité *Mains de papier, dés et dominos* propose une situation sur la composition de nombres. Le but du jeu pour les élèves est de trouver différentes manières de représenter un nombre à partir du matériel des mains de papier ou, pour la variante, des dés ou des dominos. Les élèves sont en équipe de quatre. Chaque élève trace d'abord le contour de ses mains sur une feuille à deux reprises et découpe les tracés (on peut aussi proposer des photocopies d'un tracé des deux mains). L'enseignant attribue ensuite à chaque équipe un nombre entre 5 et 10. L'équipe doit trouver différentes manières de représenter leur nombre à partir des mains de papier, en utilisant une paire par composition et en repliant les doigts (ex. : pour 6 on peut faire 1 et 5, 2 et 4, 3 et 3, 4 et 2, 5 et 1). Chaque composition différente est ensuite collée sur un carton (ex. : papier construction) de couleur différente selon le nombre représenté ce qui permet de constituer un référentiel pour différentes combinaisons de nombres. On peut ainsi repérer et distinguer facilement les différentes *manières de faire 7,* des *manières de faire 8*, etc.

Comme variante au jeu, on peut utiliser un matériel différent comme les dés ou les dominos. Les élèves doivent alors trouver différentes compositions d'un même nombre mais cette fois avec deux dés ou avec les dominos et en garder la trace avec un croquis des différentes combinaisons trouvées (dessin des deux dés ou du domino avec les points). Cette variante offre l'opportunité aux élèves de réinvestir ce qu'ils ont fait avec les mains de papier dans un contexte un peu différent tout en proposant de nouvelles compositions de nombres : jusqu'à 12 (6 et 6) pour les dés ou les dominos[2] plutôt que 10 (5 et 5) pour les mains de papier. Plusieurs conduites peuvent apparaitre. Ainsi, certains élèves peuvent s'arrêter après avoir trouvé une seule composition et ne pas entrevoir d'autres possibilités. D'autres élèves procèdent par essais-erreurs pour trouver les compositions du nombre : ils forment deux collections (doigts sur les mains de papier ou points sur les dés) ou choisissent un domino et, après dénombrement, font des ajustements (ajout ou retrait) pour obtenir la bonne cardinalité (le nombre attendu). D'autres encore forment une première collection puis, par un procédé de comptage, ajoutent ce qui manque pour obtenir le nombre désiré (ex. : de 5 pour obtenir 8, il faut ajouter 3 puisque 6 (1), 7 (2), 8 (3)).

[2] Les jeux de dominos distribués dans les classes par le programme *Fluppy* sont les jeux traditionnels comportant 28 pièces avec double 6, mais il existe aussi des versions de dominos de 55 pièces avec double 9.

c) Devinettes autour de l'âge

La capsule d'activité *Devinettes autour de l'âge* permet de travailler sur la suite numérique afin d'en observer les régularités à l'oral et à l'écrit. Dans ce jeu, les élèves doivent identifier les âges de différentes personnes et les situer dans la suite numérique. D'abord, l'élève relève l'âge de quelques membres de sa famille (parents, frère, sœur, grands-parents) sur une feuille prévue à cet effet. Ensuite, une activité de récitation de la comptine est réalisée en classe en s'appuyant sur une frise numérique qui couvre les cent premiers nombres et en s'arrêtant aux âges des membres de la famille de l'enfant. L'enseignant récite alors la suite avec les élèves qui peuvent accuser un léger retard dans la comptine, par exemple des hésitations au passage à une nouvelle décade pour retrouver ensuite une certaine fluidité. Cette récitation de la comptine doit s'accompagner de la frise numérique pour faire ressortir les régularités de la suite non seulement à l'oral (*« vingt, vingt et un, vingt-deux, vingt-trois… »*) mais également à l'écrit (20, 21, 22, 23…). Cette capsule d'activité permet non seulement d'exploiter le plaisir des élèves à réciter la comptine jusqu'à un nombre éloigné, mais aussi de situer les nombres les uns par rapport aux autres sur une suite numérique et d'apprécier qualitativement l'écart entre deux nombres (par exemple, les âges des enfants de la famille sont souvent assez rapprochés les uns des autres mais sont éloignés des âges des parents et encore plus de ceux des grands-parents).

d) Chaise musicale – tambourin [3]

La capsule d'activité *Chaise musicale – tambourin* reprend, en partie, le fonctionnement du jeu traditionnel de chaise musicale où les joueurs, au son d'une musique, tournent autour de chaises pour s'asseoir lorsque la musique s'arrête. Comme le nombre de joueurs est supérieur au nombre de chaises, le joueur qui ne peut s'asseoir est éliminé et une chaise est retirée. Le jeu se poursuit de la même manière jusqu'à ce qu'il ne reste que deux joueurs et une chaise (le dernier joueur à s'asseoir gagne le jeu). Pour le jeu *Chaise musicale – tambourin*, les joueurs ne doivent pas s'asseoir lorsque la musique s'arrête mais plutôt à la fin d'une séquence de coups joués sur un tambourin dont le nombre est annoncé au début du tour. Cette modification au jeu d'origine vise à rendre nécessaire le dénombrement des coups joués pour réussir, puisque les joueurs qui s'assoient trop tôt (avant la fin de la séquence) ou trop tard (le nombre de coups est dépassé) sont éliminés. Dans cette version du jeu, plusieurs joueurs peuvent donc être éliminés à un même tour. À chaque tour, un nouveau nombre est annoncé et le jeu reprend de la même manière. Pour réussir dans ce jeu, les joueurs doivent

[3] Activité inspirée de *Résolution de problèmes numériques en classe de maternelle : Élaboration et analyse de situations didactiques* (Boucher, 1996).

dénombrer les coups entendus et, pour s'assurer de meilleures chances, anticiper la fin de la séquence (par exemple, pour une séquence annoncée de 9 coups de tambourin, certains joueurs tentent de s'approcher d'une chaise dès le 8^{e} coup pour pouvoir s'y asseoir au 9^{e} coup). C'est une activité de dénombrement différente, et difficile pour certains élèves, puisque les coups de tambourin sont des *objets sonores* qui apparaissent pour disparaitre aussitôt et qu'il est impossible de les recompter. Ainsi, certains élèves peuvent s'aider de leurs doigts pour contrôler le comptage.

e) Calendrier

La capsule d'activité *Calendrier* réinvestit ce matériel déjà présent dans les classes du préscolaire[4]. Cette capsule propose donc des suggestions d'animation autour du calendrier en précisant, notamment, son utilité comme outil pour retrouver le nom ou l'écriture d'un nombre et donc pour résoudre des situations diverses. Par exemple, dans la séquence des commandes de gommettes, lorsque le scénario prévoit la production d'un message écrit, les élèves peuvent référer au calendrier pour retrouver l'écriture d'un nombre en comptant depuis le premier jour du mois jusqu'au nombre recherché. Le calendrier devient donc un outil où l'on retrouve la suite numérique au même titre que le tableau de nombres ou la frise numérique, avec toutefois une organisation particulière (par sept plutôt que par dix avec le tableau de nombres).

L'animation autour du calendrier peut d'ailleurs être l'occasion d'observer des régularités dans la construction de la suite écrite (ex. : 1-7, 1-8, 1-9… 2-7, 2-8, 2-9) ou de lier la façon de dire un nombre à la façon de l'écrire (un même nombre a un symbole oral et un symbole écrit). L'utilisation du calendrier a aussi l'avantage de permettre aux élèves de côtoyer quotidiennement les nombres (date d'aujourd'hui) et d'offrir un contexte pour interpréter les prédécesseurs (date d'hier, le nombre qui vient avant) et successeurs (date de demain, le nombre qui vient après). De même, on peut compter le nombre de jours avant une certaine date (nombre de jours avant la fin de semaine, un congé, une activité spéciale, une fête, etc.). À ce moment, compter les jours (compter des nombres) permet de pratiquer les déplacements sur les jeux de piste (qui est l'objet de la prochaine capsule) : nous sommes le 15, l'activité spéciale est le 18 elle a donc lieu dans 3 jours (puisqu'il y a le 16 (1), le 17 (2) et le 18 (3)).

[4] Le calendrier ainsi que les concepts de temps (ex. : aujourd'hui, hier, etc.) font partie de la liste des savoirs essentiels, pour la mathématique, de l'éducation préscolaire (*Programme de Formation de l'école québécoise*, 2006).

f) Jeux de société

La capsule d'activité *Jeux de société* rappelle l'intérêt didactique de ces jeux, particulièrement ceux qui nécessitent un déplacement sur une suite numérique avec des dés (ex. : *Serpents et échelles*, *Parcheesi*, *Jeu de l'oie*, etc.). Le but poursuivi par cette capsule est que le joueur se déplace de manière contrôlée (départ et arrivée) sur la planche de jeu numérotée suivant la valeur obtenue avec un ou deux dés (après reconnaissance de la configuration ou dénombrement des points sur le dé). Certains élèves éprouvent des difficultés à se déplacer sur la suite des nombres : difficulté à *compter des nombres*, à contrôler le déplacement. Par exemple, le pion du joueur est sur la case 3 et il tire un 5, le joueur déplace son pion jusqu'à la case 5 plutôt que de le déplacer de cinq positions sur la suite des nombres. Aussi, un joueur peut compter la case départ (le 3 dans notre exemple) lors du déplacement et arriver à 7 (3, 4, 5, 6, 7) plutôt qu'à 8. C'est une erreur de comptage, très fréquente, que nous avons observée même chez des élèves plus vieux.

Lorsque les élèves sont familiers avec le jeu, une variante proposée dans la capsule d'activité consiste à cacher certaines cases de la piste graduée à l'aide de petits cartons découpés aux dimensions des cases. Le joueur dont le pion arrive sur une case voilée doit trouver et écrire le nombre manquant en utilisant les nombres qui apparaissent autour (prédécesseurs et successeurs). Par exemple, un joueur arrive sur une case voilée, elle suit la case 64. Le joueur peut être dans l'impossibilité de nommer le nombre caché tout en étant capable de le recomposer en se basant sur des règles de l'écriture : après 6-4 (64) c'est 6-5 (65).

g) Dalmatiens [5]

La capsule d'activité *Dalmatiens* propose diverses situations de partage aux élèves sous le thème de dalmatiens à décorer, selon certaines contraintes, avec des taches (des jetons sont utilisés pour représenter les taches). Les variables didactiques du jeu portent sur le nombre de dalmatiens, le nombre total de taches à distribuer et les nombres de taches qu'un dalmatien peut avoir. Par exemple, chaque équipe de trois élèves reçoit quatre dessins de dalmatiens et 20 jetons représentant les taches. Les élèves doivent distribuer les jetons reçus selon les contraintes suivantes : chaque dalmatien peut avoir 4, 5 ou 6 taches (pas plus, pas moins) et tous les jetons doivent être utilisés. Lorsque les élèves ont terminé le partage des jetons, en respectant les contraintes, ils peuvent ensuite dessiner les taches sur les dalmatiens (pour garder la trace de leur travail). L'enseignant anime ensuite

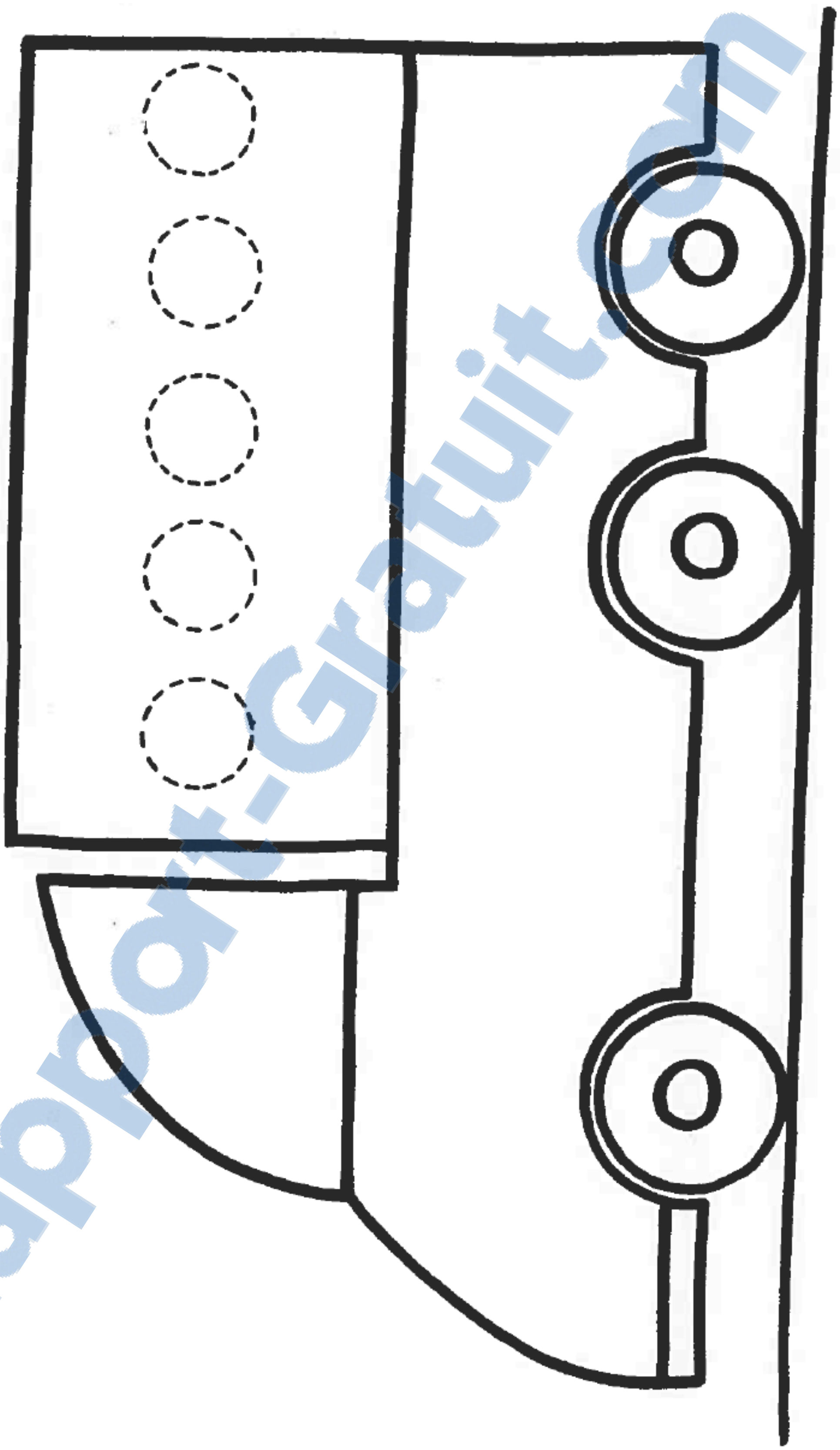
[5] Activité inspirée du chapitre « Des nombres pour partager » in *Apprentissages numériques au CP* (Ermel, 1990).

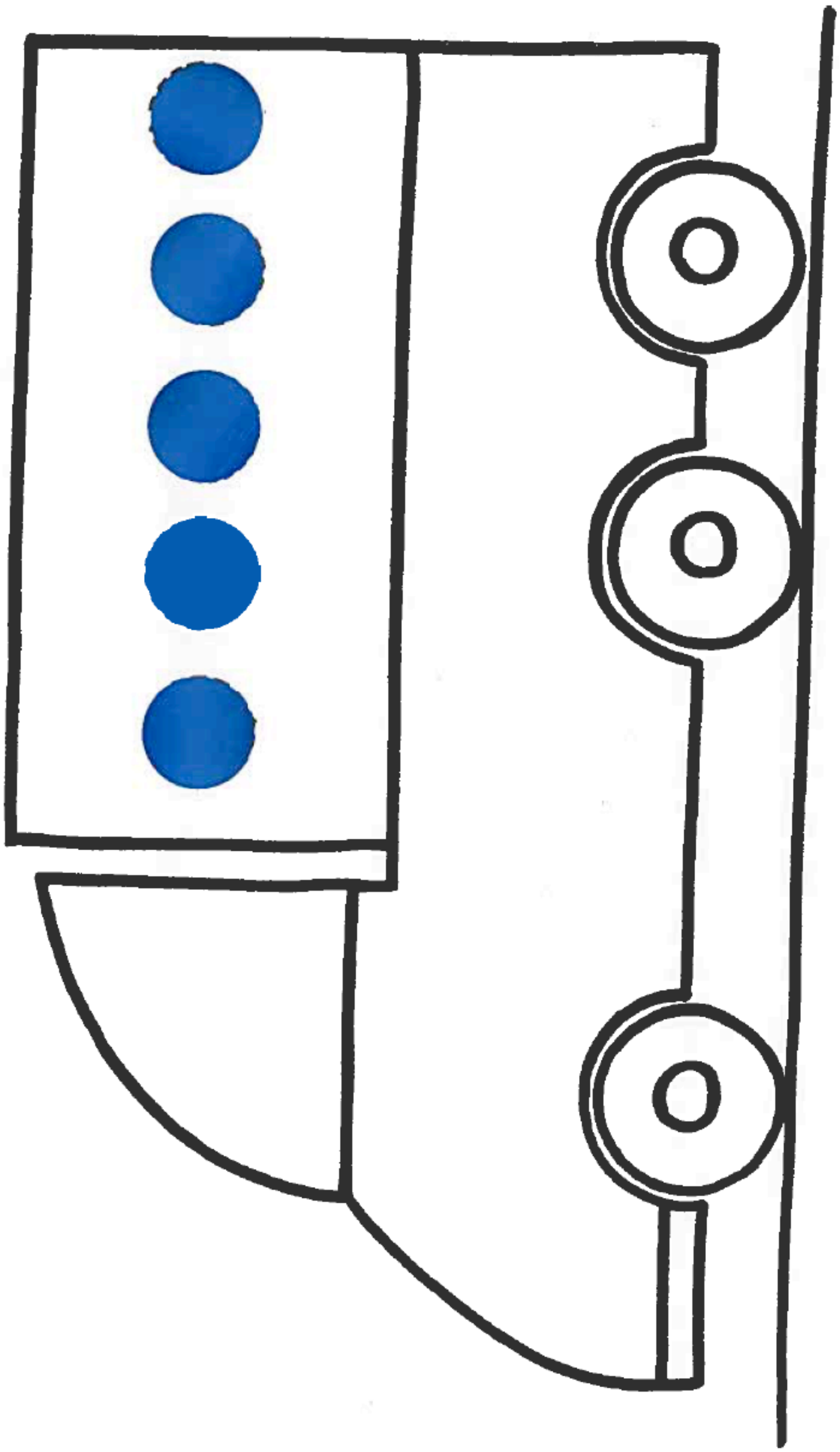
un retour collectif à partir des diverses productions réalisées (par exemple, pour ce jeu : 6 et 4 et 5 et 5; 5 et 5 et 5 et 5; 6 et 6 et 4 et 4, etc.).

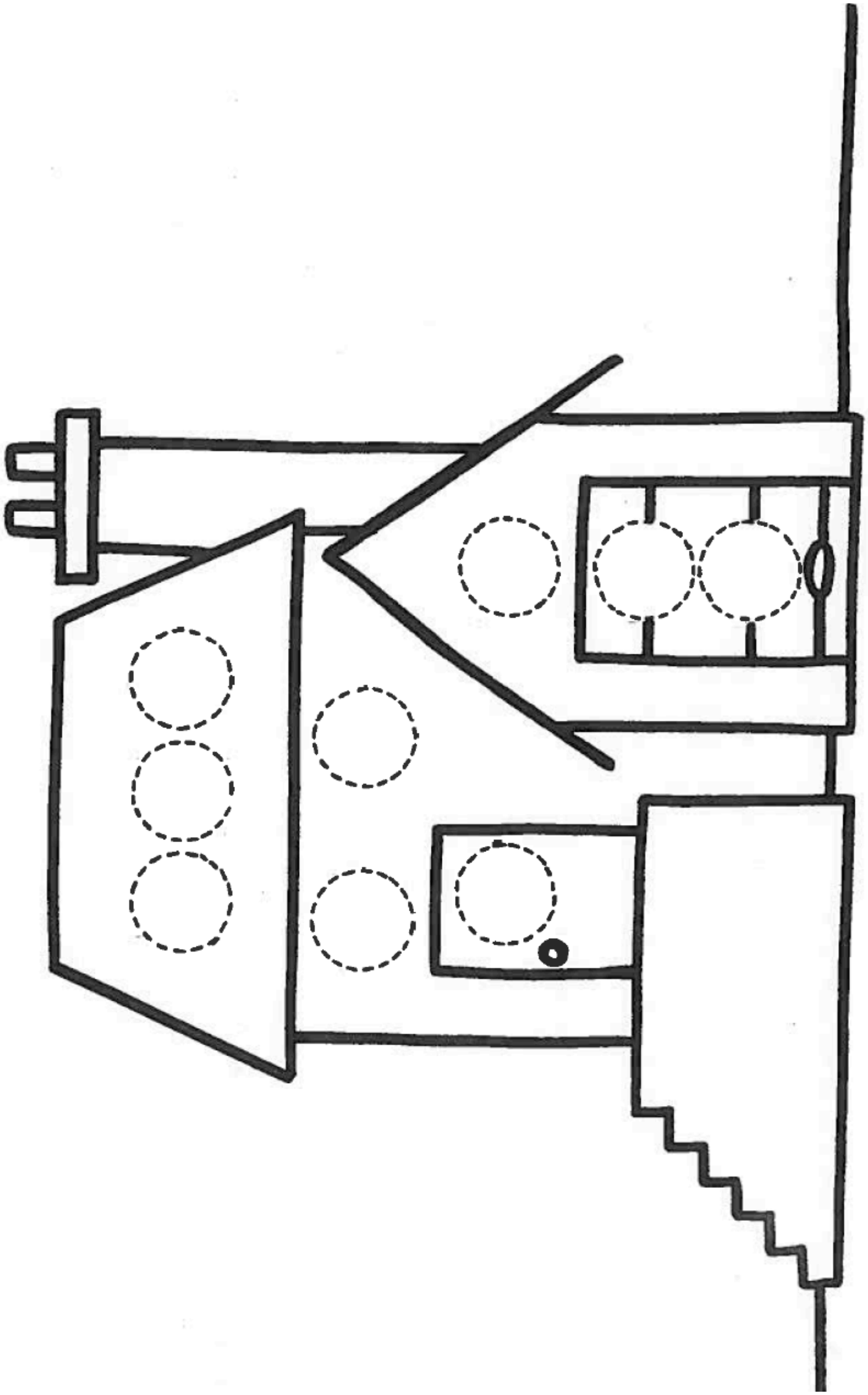
Des jeux différents peuvent ensuite être proposés en modifiant les valeurs des variables didactiques. Plusieurs procédés peuvent être mis en place par les élèves : épuiser la collection de jetons par une distribution un à un, attribuer les trois nombres à trois dalmatiens et s'ajuster par la suite, placer le nombre maximal pour les premiers dalmatiens et ajustement pour les derniers (en prélevant des jetons sur les premiers), placer le nombre minimal de jetons à chacun des dalmatiens et épuiser le reste des jetons par distribution. Il est préférable de faire précéder cette activité d'un jeu de distribution de jetons dans des sacs en respectant des contraintes semblables. Par exemple, chaque équipe de trois élèves doit disposer 12 jetons dans trois sacs et chaque sac peut avoir 3, 4 ou 5 jetons.

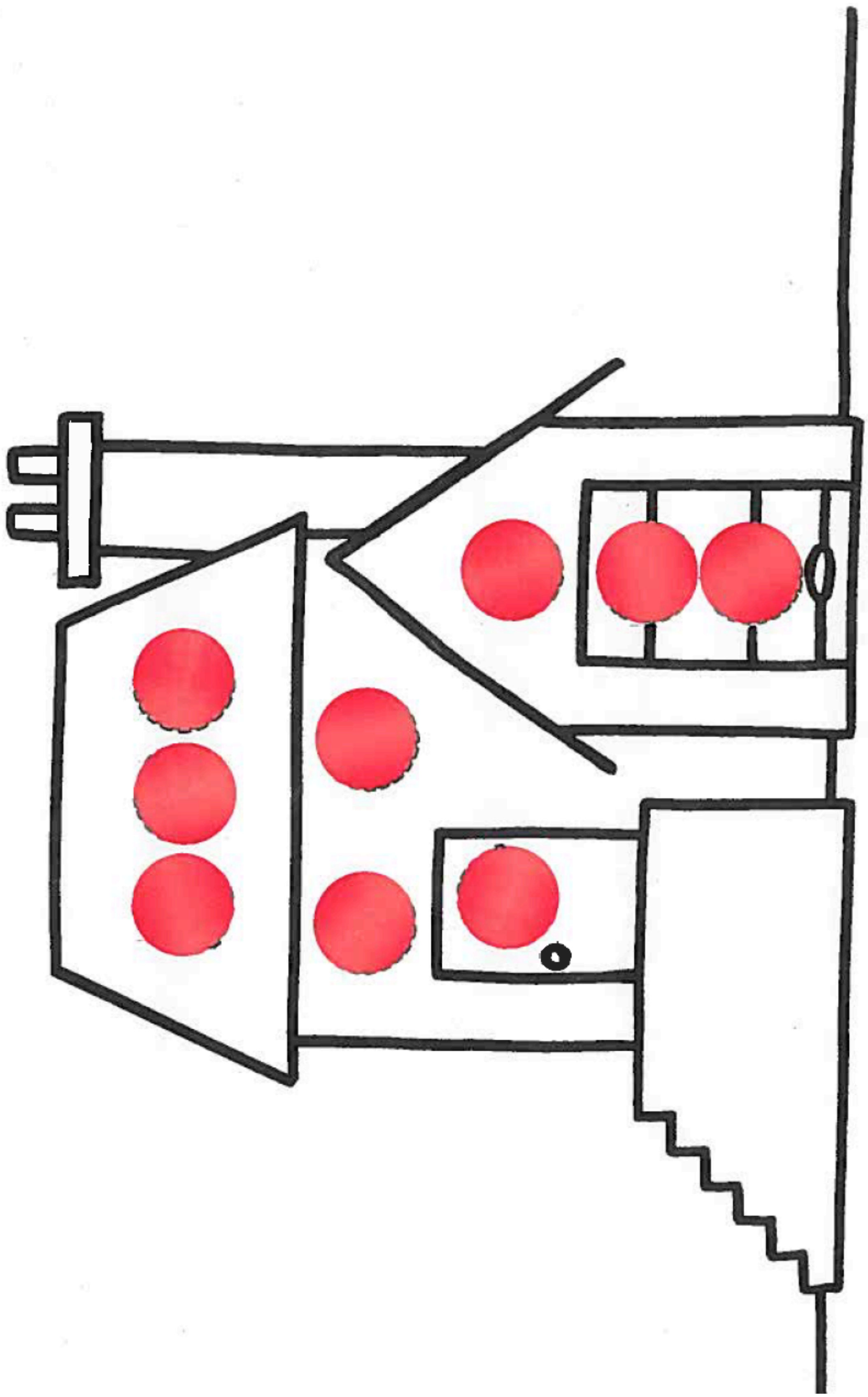
ANNEXE 2

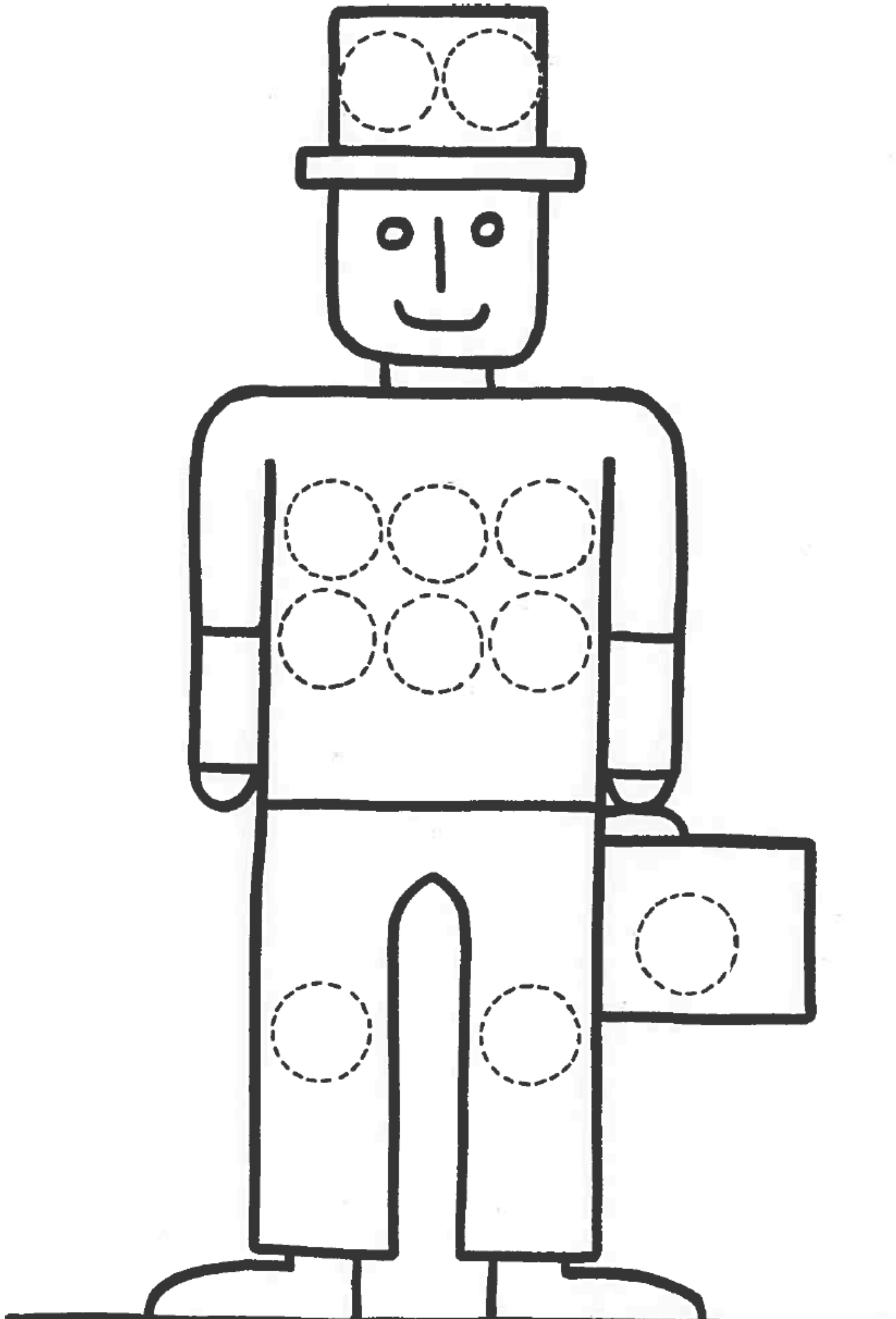
MODÈLES POUR LA SÉQUENCE DES *COMMANDES DE GOMMETTES*

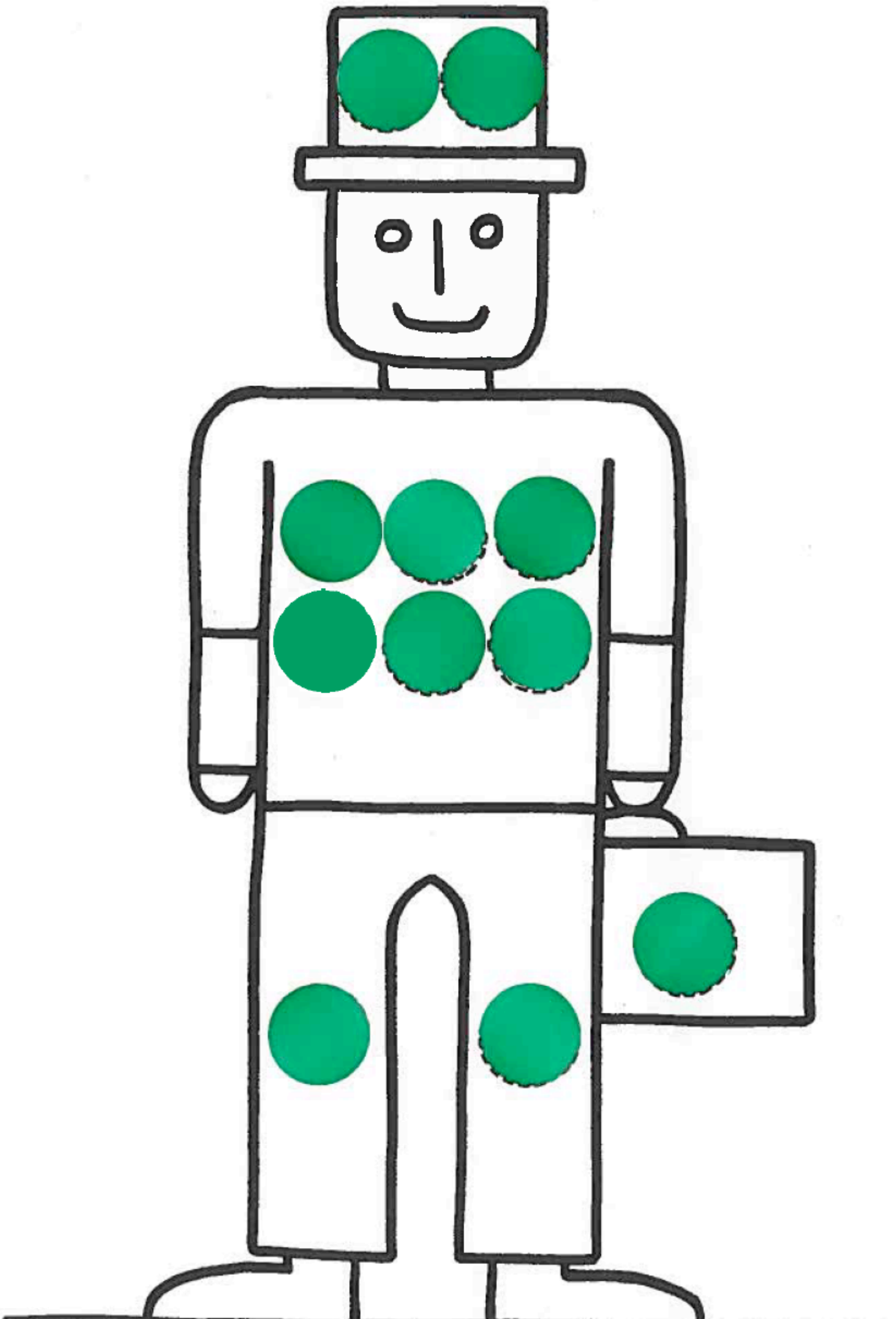


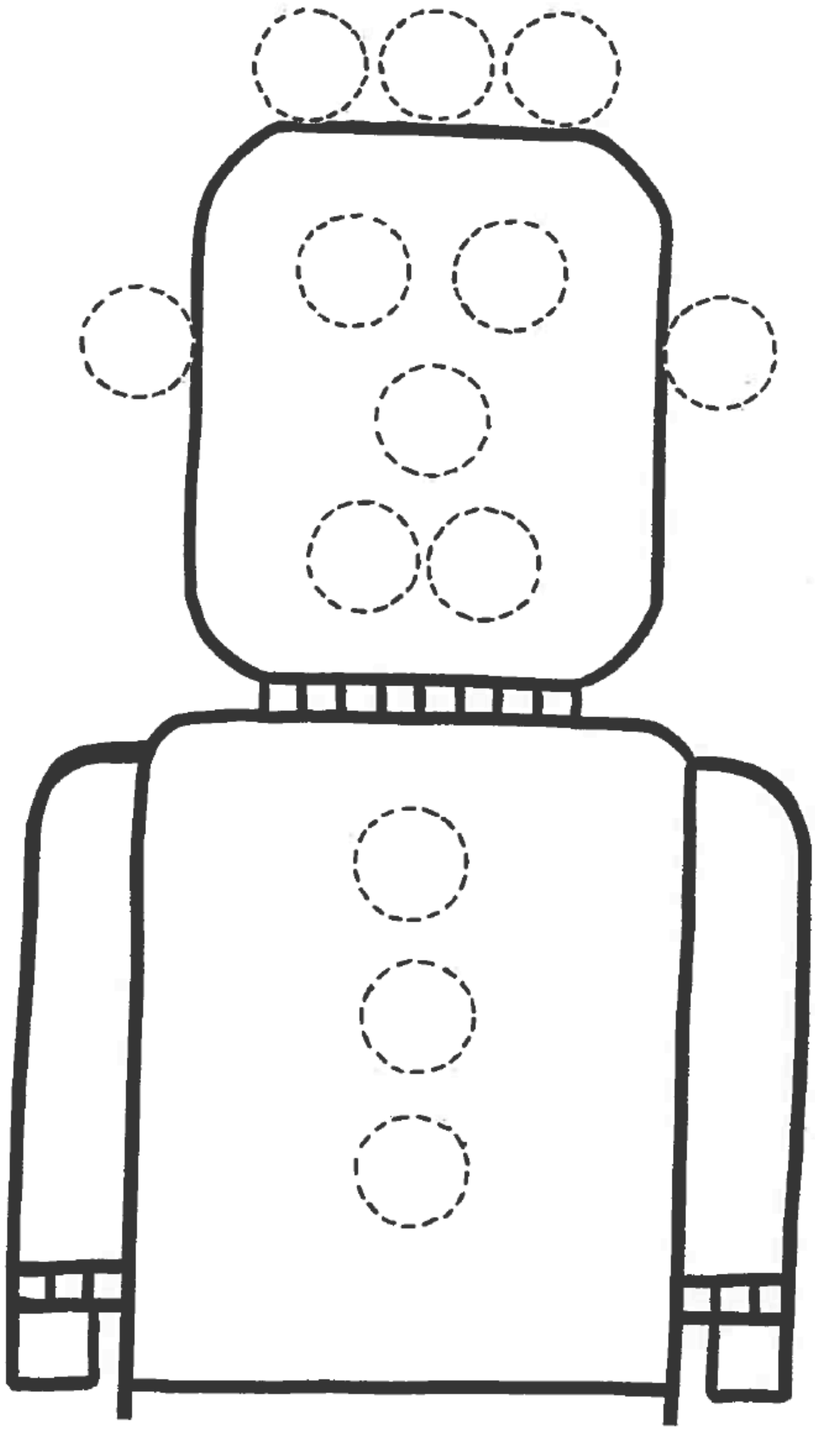


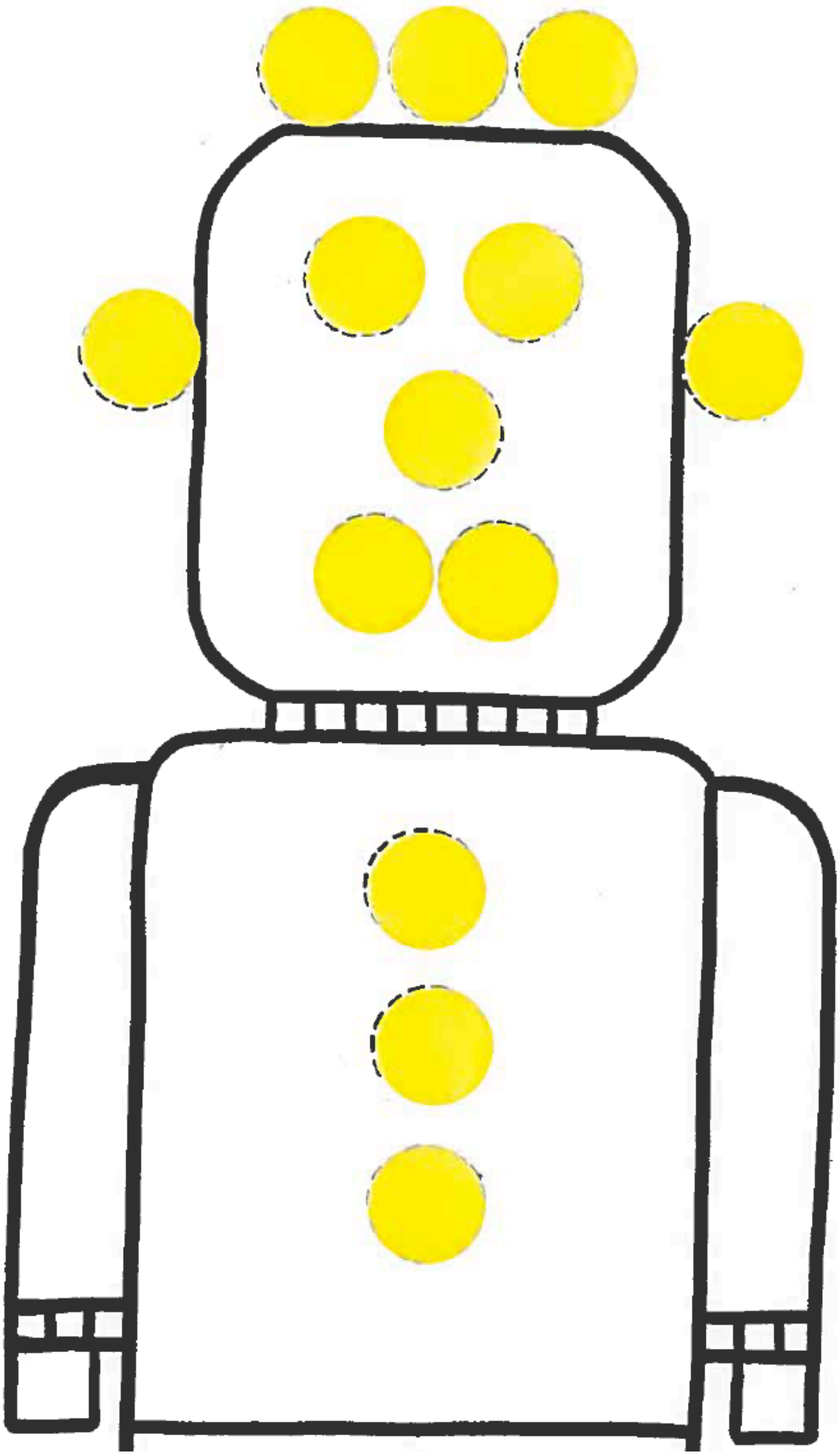


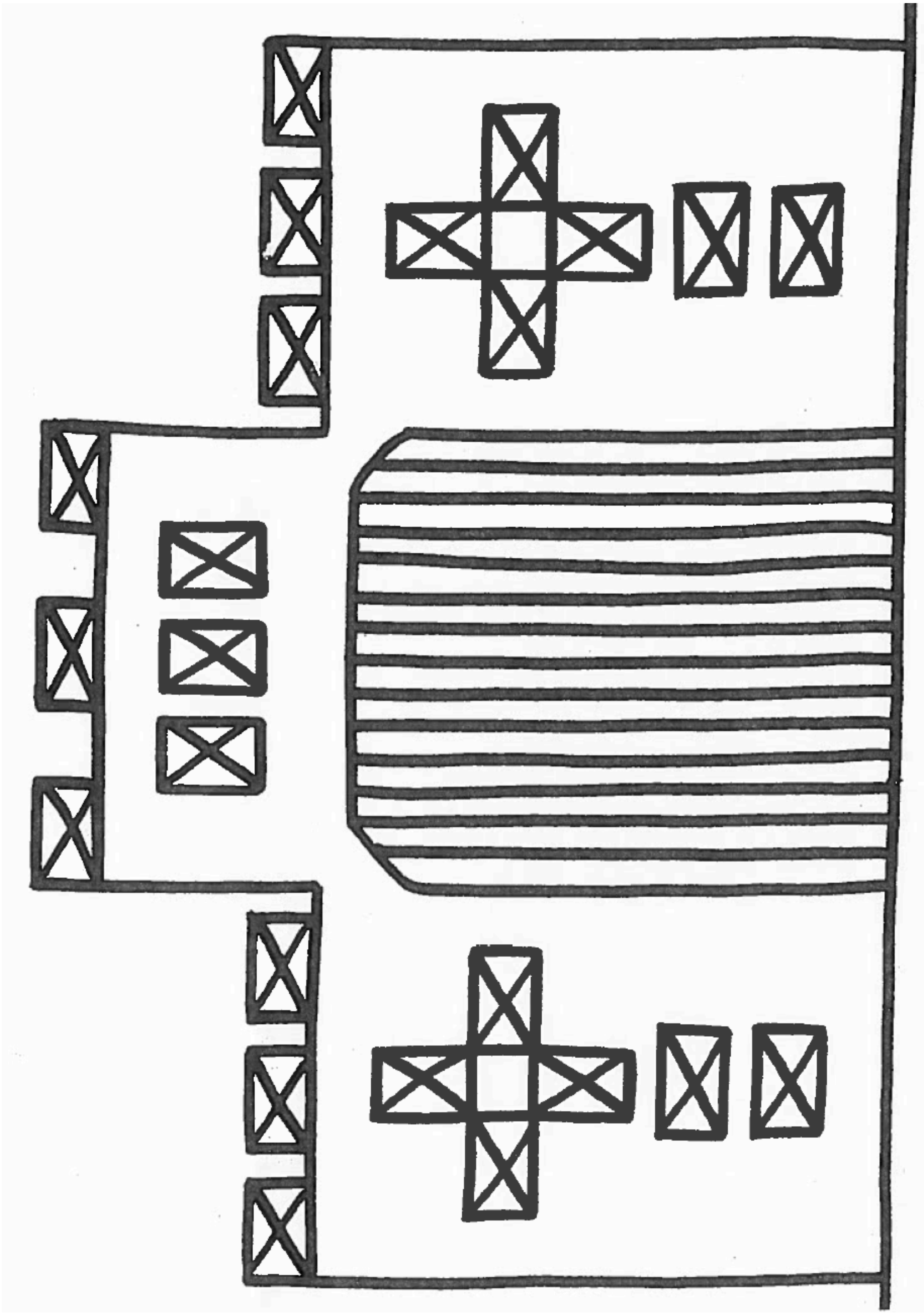


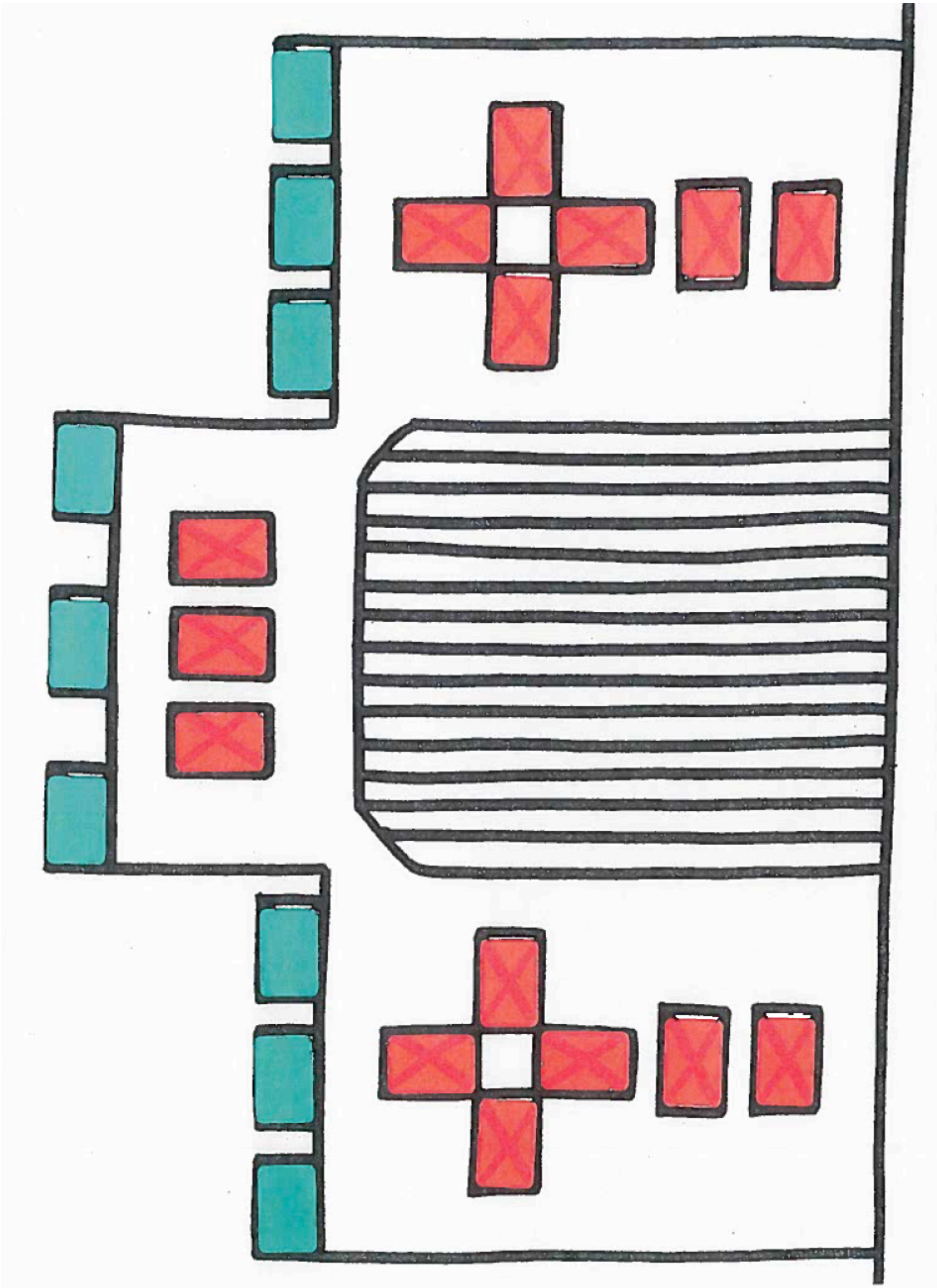












ANNEXE 3

MODÈLES DE CARTES POUR LA SÉQUENCE DE LA *CHASSE AUX TRÉSORS*

CHASSE AU TRÉSOR

Nom de l'éclaireur #1 : ____________________

Nom de l'éclaireur #2 : ____________________

Nom du pirate : ____________________

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

CHASSE AU TRÉSOR

Nom de l'éclaireur #1 : ____________________

Nom de l'éclaireur #2 : ____________________

Nom du pirate : ____________________

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

CHASSE AU TRÉSOR

Nom de l'éclaireur #1 : ____________________

Nom de l'éclaireur #2 : ____________________

Nom du pirate : ____________________

CHASSE AU TRÉSOR

Nom de l'éclaireur #1 : ____________________

Nom de l'éclaireur #2 : ____________________

Nom du pirate : ____________________