TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES ABRÉVIATIONS

Ch : **Chercheure**

FM : **Futur maître**

QS : **Quête de stratégies**

SC : **Sensibilité à la complexité**

VD : **Vision déterministe**

DÉDICACE

À mon père, Clément Rioux, qui est décédé durant la rédaction de cette thèse et que j'aimais d'un amour aussi indicible qu'incommensurable. Que la nouvelle de cet accomplissement puisse te parvenir…

REMERCIEMENTS

La réalisation d'une thèse doctorale est une aventure tout aussi périlleuse que palpitante, dans laquelle on ne saurait se lancer sans être accompagnée. Alors que l'aventure arrive à son terme, je tiens à exprimer ma sincère et profonde reconnaissance à tous ceux et celles qui m'ont épaulée durant toutes ces années. Tout d'abord, je remercie Cathy Arsenault, qui m'a donné toute la latitude requise pour expérimenter dans ses cours. Ses conseils ont toujours été avisés, son oreille, attentive, et son appui, indéfectible. Chère collègue, que mon amitié vous soit assurée pour la vie. Je souhaite également remercier les étudiants qui ont accepté de participer à cette recherche et qui m'ont livré, sans pudeur, leur vision des mathématiques et de leur enseignement. Chers étudiants, sans vous, sachez que rien n'aurait été possible. Je veux aussi exprimer toute ma gratitude aux collègues avec lesquels j'ai partagé mes doutes, mes questionnements et mes réussites. Chers collègues, sachez que vous avez contribué, à votre façon, au succès de cette aventure. Dans une économie de mots qui ne traduit guère l'importance de mes sentiments envers elle, je tiens enfin à exprimer toute ma reconnaissance à France Caron, la directrice de mes travaux. Rarement l'intelligence, la générosité et la sensibilité d'une femme ne m'ont inspirée autant d'admiration et de respect. Chère directrice, jamais je ne saurai m'acquitter de cette dette que j'ai envers vous…

Durant la réalisation de cette thèse, j'ai également assumé les rôles de fille, de femme et de mère. Je souhaite ainsi remercier Doris Chiasson, ma mère, qui avait plus foi en moi que j'avais foi en moi-même, et qui m'a encouragée et soutenue comme seule une mère sait le faire. Chère maman, que la vie puisse te retourner toutes les bontés dont tu m'as comblée. Je souhaite également exprimer toute ma reconnaissance à mon mari, Sylvain Poiré, qui est resté à mes côtés même lorsque le temps était orageux. Cher amour, quand tout vacillait autour de moi, tu as été mon roc, ma source d'équilibre. J'espère que je pourrai un jour assumer ce rôle pour toi. Je souhaite enfin remercier mes enfants, Alexandre et Cédric, qui ont continué de m'aimer malgré mes absences répétées. Chers enfants, que la vie nous offre désormais des millions de moments de bonheurs à partager. Et comme dit Cédric, n'oubliez jamais que : «je vous aime plus que le nombre de secondes dans une "énernité"».

INTRODUCTION

La didactique des mathématiques renvoie à «la science des conditions de diffusion et d'appropriation des connaissances mathématiques utiles aux hommes et à leurs institutions» (Brousseau, 1997, p. 20). En tant que formatrice à l'enseignement des mathématiques, nous sommes également préoccupée par ce que nous appellerons, pour reprendre à notre compte la citation de Brousseau, "la science des conditions de diffusion et d'appropriation des connaissances didactiques utiles aux enseignants". Notre thèse, qui étudie un objet se situant à la frontière des recherches menées en didactique et en formation des enseignants, s'inscrit donc dans cette perspective.

À notre entrée au doctorat, nous avions déjà quelques années d'expérience en tant que chargée d'enseignement. Nous nous sentions alors concernée par les connaissances didactiques que les étudiants parvenaient à développer durant leur formation à l'enseignement des mathématiques, de même que par les connaissances qu'ils possédaient à leur entrée au programme. Nous avions le sentiment de devoir lutter contre certaines d'entre elles, que nous jugions alors incompatibles avec notre projet d'enseignement. Nous avions du mal à engager les étudiants dans le changement que nous souhaitions, leurs connaissances résistant au développement de nouvelles connaissances que nous jugions alors plus "correctes".

L'idée de cette thèse a germé dans un cours d'épistémologie, terreau propice, s'il en est-un, à de telles germinations. La professeure tenait alors un discours ressemblant à ceci : «Les connaissances ne sont ni transmissibles ni neutres: elles sont construites, négociées, habitées par un projet et maintenues tant et aussi longtemps qu'elles permettent à leurs auteurs et à leurs auteures d'organiser de façon viable «leur» réalité» (Larochelle & Bednarz, 1994, p. 9). C'était notre première rencontre avec le concept de viabilité, concept qui allait changer de façon radicale notre façon de voir les connaissances des futurs enseignants.

Finalement, si certaines connaissances des étudiants demeuraient inchangées au terme de leur formation, peut-être était-ce parce qu'elles étaient viables dans leur sphère expérientielle, parce qu'elles étaient habitées par un projet dont nous ignorions alors les tenants et les aboutissants et parce qu'elles étaient le fruit d'une adaptation à des situations que nous n'avions pas rencontrées ou que nous n'avions pas anticipées.

Propagée initialement par Piaget (1967, 1975), cette idée suivant laquelle un sujet se développe et apprend par adaptation semble aujourd'hui partagée par la plupart des membres de la communauté de recherche en didactique des mathématiques. À titre d'exemple, dans sa théorie des champs conceptuels, Vergnaud (2002) conçoit le schème comme étant «[…] l'instrument essentiel de l'adaptation du sujet aux situations que celui-ci rencontre, plus ou moins familières, plus ou moins nouvelles» (Vergnaud, 2002, p. 5). Selon (Sensevy, 2007), la fabrication de milieux auxquels les élèves devront s'adapter est d'ailleurs au cœur de la didactique:

> *Le problème fondamental qui se pose […] est le suivant: comment fabriquer des milieux "adéquats" à la production, par "adaptation", des savoirs humains. Le travail de Brousseau peut être décrit, il me semble, dans cette perspective. Il s'agit de produire, pour une connaissance donnée, un jeu de savoir (une situation adidactique, dans le vocabulaire de Brousseau) pour lequel la connaissance que l'on veut faire approprier soit une stratégie gagnante (Sensevy, 2007, p. 25).*

Aussi, selon Brousseau, les connaissances mathématiques sont définies par leur fonction dans une situation présente ou passée :

> La définition des connaissances par leur fonction dans une situation, entérine le fait que pour une même notion mathématique, chaque actant (société, professeur, élève) développe des connaissances a priori différentes suivant les conditions dans lesquelles il les utilise, les crée ou les apprend. Valides ou non d'un point de vue académique, elles sont d'une certaine façon ainsi légitimées, reconnues. Une idée fausse apparaît et disparaît suivant les mêmes lois qui font apparaître ou disparaître une idée vraie. Le fait pour un observateur de savoir qu'une connaissance est fausse parce qu'elle produit des erreurs n'est pas nécessairement la marque d'un fonctionnement erroné des mécanismes de cognition du sujet observé. La T. S. revoie à l'étude des conditions présentes et antérieures qui "justifient" l'état de ces connaissances, et à l'usage qu'il convient d'en faire (Brousseau, 2000, p.17).

À la lecture de cet extrait, nous nous sommes demandé si les conditions qui "justifiaient" l'état des connaissances d'un actant pouvaient appartenir non pas à une situation passée ou présente, mais bien à une situation future. Le cas échéant, les connaissances auraient été développées grâce à une adaptation prospective et seraient définies par leur fonction, ou plutôt par l'anticipation de leur utilisation dans une situation future. Dans un numéro récent de la revue *Cognition et Instruction*, Martin et Schwartz (2009) définissent l'adaptation prospective et la distinguent des adaptations plus courantes, induites par des situations auxquelles les sujets sont directement exposés, en faisant ressortir le caractère anticipatoire de cette adaptation, antérieure à la rencontre de difficultés sur le terrain auxquelles elle pourrait répondre :

> As Stevens, Mertl, Levias, and McCarthy (2006) note, adaptations often occur in response to a specific problem, whether a new crisis or a chronic snag. We will call these fault-driven adaptations, when the situation "forces" adaptation (assuming an individual or group does not quit the situation altogether). Fault-driven adaptations fit well with the common definition of adaptation as an "effective change in response to an altered situation"(White et al., 2005, p. 2). The second catalyst is proactive in nature and leads to prospective adaptations. In this case, people engage the adaptive pattern before they confront any specific snags. Extensive planning is one good example of a prospective adaptation (Martin et Schwartz, 2009, p. 373).

L'exemple livré en fin de citation, soit celui de la planification à long terme, nous a amenée à nous questionner sur les conditions ayant mené au développement des projets de formation des futurs enseignants. Ce qu'ils planifient d'apprendre dans le cadre de leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques ne pourrait-il pas être influencé par l'anticipation des situations professionnelles qui les attendent? Et si oui, ne pourrait-on pas considérer leurs projets comme étant la résultante d'une adaptation qui serait au moins en partie prospective? C'est par cet angle que nous avons choisi d'aborder la problématique à l'origine de cette thèse. Nous en présentons l'architecture dans les paragraphes qui suivent.

Le premier chapitre expose la problématique dans laquelle nous ancrons cette thèse. Partant du constat personnel selon lequel certaines attentes ne sont pas comblées en formation initiale, nous déployons le problème de la rencontre, dans les cours de didactique des mathématiques, des projets de formation des étudiants et des formateurs. L'exploration de ce problème nous a conduite à formuler deux objectifs généraux de recherche: le premier, de nature descriptive, vise l'analyse des projets de formation des étudiants tandis que le second, de nature plus didactique, cible la conception et la mise à l'essai de situations susceptibles de favoriser la rencontre des projets de formation des acteurs. À la fin de ce chapitre, nous présentons le jugement de probabilité comme un champ propice à une telle rencontre, par le réexamen qu'il impose des enjeux liés à l'enseignement des mathématiques

Le cadre théorique qui balise l'exploration de nos objectifs généraux de recherche est présenté au deuxième chapitre de cette thèse. Nous y précisons les modalités d'analyse des projets des acteurs de même que les modalités de conception des situations didactiques présentées aux futurs enseignants. Leur conception reprend quelques éléments développés dans le cadre de la théorie des situations didactique et est inspirée des travaux menés sur l'anticipation, sur les heuristiques de jugement de même que sur les approches théorique et fréquentielle des probabilités. Ces balises théoriques rendent possible, en fin de chapitre, la formulation de nos objectifs spécifiques de recherche.

Au troisième chapitre de cette thèse, nous détaillons la méthodologie employée pour explorer nos objectifs spécifiques de recherche. Nous débutons ce chapitre par la présentation des données relatives aux étudiants participant à notre étude. Nous présentons ensuite le plan d'instrumentation que nous avons échafaudé pour explorer les projets de formation des étudiants ainsi que pour réaliser notre séquence de situations probabilistes. Enfin, nous décrivons le plan d'analyse que nous avons adopté, lequel nous a permis d'analyser les données relatives aux participants, les données relatives à leurs projets de formation de même que les données relatives à la séquence.

Au quatrième chapitre de cette thèse, nous procédons à la présentation et à la discussion de trois catégories de résultats: ceux relatifs aux projets de formation avant la séquence, ceux relatifs à la séquence, de même que ceux relatifs aux projets de formation après la séquence. Nous décrivons notamment l'effet que la séquence a eu sur l'engagement didactique des étudiants, sur leur recours à une approche stochastique qui tienne compte de la complexité de la situation et sur l'évolution de leur projet de formation.

Nous concluons cette thèse avec une synthèse des résultats obtenus au regard de chacun des objectifs que nous nous étions donnés. Nous faisons ensuite ressortir les apports et les limites de la présente étude et terminons en ouvrant sur de nouvelles avenues de recherche.

1 PROBLÉMATIQUE

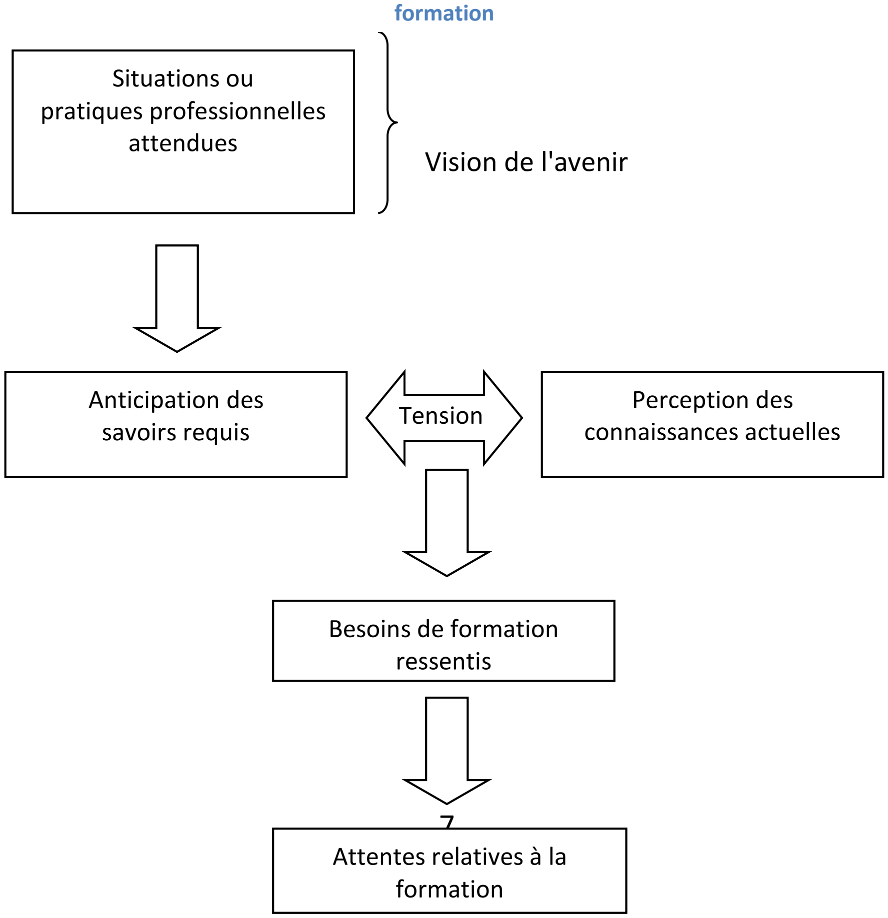
1.1 La situation de départ: des attentes non comblées en formation initiale

Dans une relation didactique, les partenaires nourrissent des rapports au savoir qui, de prime abord, se caractérisent par leur asymétrie. Il semble ainsi raisonnable de penser qu'au début de cette relation, alors que les partenaires adoptent, par rapport à un savoir donné, une posture d'élève ou d'enseignant, le savoir de l'élève n'a pas le même degré de raffinement que celui de l'enseignant. Or en adoptant une posture d'élève, la personne se déclare implicitement prête à accorder du crédit aux idées exprimées par l'enseignant et ce, qu'elles complètent ou qu'elles remettent en question celles qu'elle possède déjà. Pour que cette réceptivité se maintienne durant la formation, il semble toutefois que l'enseignant doive, pour reprendre une idée avancée par Brousseau, créer et maintenir, avec des situations non didactiques, un rapport de référence qui sera garant du sens des savoirs en jeu. En effet, selon Raisky (2001), les références à de telles situations sont à la fois des sources, des fins et des moyens pour les processus didactiques. Il soutient d'ailleurs que «[…] c'est parce qu'elles associent ces trois fonctions qu'elles peuvent être fondatrices de légitimité et de pertinence des "savoirs scolaires" et de leur enseignement/apprentissage ainsi que de motivation pour les apprenants» (Raisky, 2001, p. 42). Il importe donc d'anticiper le champ situationnel concerné par ces savoirs et les pratiques sociales au sein desquelles ils seront engagés et ce, à la fois en amont et en aval de toute situation didactique.

En tant que formatrice à l'enseignement des mathématiques, nous avons parfois eu l'impression que l'enseignement que nous dispensions ne répondait pas tout à fait aux attentes des étudiants. En fait, tout se passait comme si les besoins de formation que nous avions anticipés n'étaient pas les mêmes, ce qui créait, de part et d'autre, certaines insatisfactions par rapport à la formation offerte ou demandée. Cela semblait également diminuer l'efficacité des dispositifs de formation que nous mettions en branle. Nous en sommes donc venue à partager le point de vue de Da Ponte, selon qui «une formation des enseignants qui tente de transmettre des concepts, des pratiques et des théories envers lesquelles l'enseignant n'éprouve pas de besoin est inefficace et contreproductive» (trad. libre de Da Ponte, 2008, p. 3). Il nous a ainsi semblé qu'il convenait d'examiner plus à fond le lien entre, d'une part, les besoins et les attentes des personnes impliquées dans une relation didactique et d'autre part, l'efficacité des dispositifs de formation déployés.

Dans un ouvrage portant sur l'analyse d'une action d'éducation ou de formation, (Roegiers, 2007) associe les besoins des acteurs à «des représentations de l'écart existant entre une situation attendue et une situation actuelle (ou vécue), quelle que soit la forme sous laquelle elle s'exprime» (Roegiers, 2007, p. 70). Il est ainsi raisonnable de penser que de l'anticipation des situations professionnelles auxquelles les étudiants seront confrontés nait une représentation des savoirs nécessaires pour traiter ces situations. Cette représentation est ensuite confrontée à la perception des savoirs qui sont actuellement leurs, ce qui crée les besoins auxquels la formation initiale devrait en principe répondre. La figure 1 transpose les propos que nous venons de tenir en une représentation schématique de la genèse des attentes relatives à la formation.

Figure 1 : Représentation schématique de la genèse des attentes relatives à la formation



S'il est opportun d'explorer les situations et les pratiques professionnelles qui légitiment les attentes des étudiants, cela l'est d'autant plus lorsque la formation initiale échoue à y répondre. Cela dit, cela ne signifie pas pour autant qu'il faille ajuster la formation en fonction des attentes des étudiants, les formateurs nourrissant eux aussi des attentes, issues d'une expérience plus vaste et plus globale, qu'il convient de prendre en compte. Comme le rappelle (Legendre, 2004):

> *[...] l'enseignant et l'élève ne sont pas dans un rapport symétrique. Le premier a la responsabilité d'organiser des situations favorables à l'apprentissage, le second a la responsabilité d'apprendre, mais il ne peut anticiper comme l'enseignant l'ensemble de ce qui devra être appris. Les deux ont également une position différente au regard des savoirs en construction dans la mesure où l'élève n'a pas nécessairement le désir de connaître ce que l'enseignant a pour but de lui faire apprendre* (Legendre, 2004, p. 80).

Cela dit, en travaillant sur leur vision de l'avenir au sein-même des activités d'apprentissage, nous croyons qu'il pourrait toutefois être possible d'orienter leurs attentes, afin qu'ils retirent davantage des lectures et expériences que leur proposent les formateurs.

1.1.1 Une hypothèse de travail: des visions qui ne se rencontrent pas

Afin d'expliquer pourquoi les attentes ne semblent pas toujours comblées en formation initiale, et considérant la façon suivant laquelle nous avons conceptualisé la genèse de ces attentes, nous avons adopté l'hypothèse de travail suivante:

> Les formateurs et les étudiants nourrissent des visions distinctes des situations et des pratiques professionnelles que les futurs enseignants devront maîtriser lorsqu'ils auront à enseigner les mathématiques. Par conséquent, ils voient de manière différente l'enseignement des mathématiques et la formation initiale à son enseignement.

Cela dit, il ne suffit pas pour le formateur de communiquer sa vision des choses pour que celle-ci soit partagée. Caron explique:

> *[…] s'il est relativement facile de communiquer une passion, il est beaucoup plus difficile de communiquer une vision: d'une part, parce que chaque vision est une construction individuelle qui s'appuie sur un ensemble d'expériences qu'il serait utopique et vain de vouloir partager dans le cadre d'un cours; d'autre part, parce que l'interprétation de cette vision par un tiers repose sur son propre répertoire d'expériences et sur ce que ce répertoire lui permet d'imaginer (Caron, 2010, p. 172).*

Pour susciter la rencontre des visions des étudiants et des formateurs, il apparaît nécessaire d'aller au-delà de leur explicitation. Or, puisqu'il convient de préciser le lieu à partir duquel nous pensons cette problématique, à la section 1.1.1.1, nous élaborerons tout de même une description générale de la vision des formateurs. À la section 1.1.1.2, nous présenterons ensuite quelques hypothèses relatives à la vision des futurs enseignants, celle-ci étant relativement peu documentée dans la littérature en didactique et en formation à l'enseignement.

1.1.1.1 La vision recensée des formateurs

Dans le *dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques* (Reuter, 2007a), Reuter recense trois positions relatives à l'espace de recherche des didactiques:

a) Une position où les didactiques visent «[…] la description et l'analyse des pratiques, le chercheur n'étant en aucun cas un prescripteur ou un expert de la pratique» (Reuter, 2007b, p. 72);

b) Une position où les didactiques «[…] peuvent – et doivent – penser les moyens d'améliorer l'enseignement» (Reuter, 2007b, p. 72);

c) Une position où les didactiques

> *[…] peuvent, dans le cadre même de leur projet de connaissance, élaborer et expérimenter des pistes d'amélioration à condition qu'elles soient étayées théoriquement, évaluées quant à leurs intérêts et à leurs limites, et introduites comme possibles au sein d'un éventail de moyens, la responsabilité de leur emploi revenant aux enseignants, qui demeurent ainsi maîtres de leurs pratiques* (Reuter, 2007b, p. 72).

Il nous semble que la plupart des didacticiens se rallient à l'une ou l'autre des positions recensées par Reuter. Nous nous rallions, en ce qui nous concerne, à la troisième de ces positions. Maintenant, en ce qui a trait à la vision que les formateurs ont des situations et des pratiques professionnelles qui attendent les étudiants, force est de constater qu'elle est plus difficile à circonscrire et ce, quel que soit le domaine d'enseignement concerné. Durand explique:

> *[…] il est aujourd'hui difficile de dire simplement ce qu'est le travail des enseignants. Il comporte aujourd'hui une forte part d'incertitude, d'indétermination, tenant à la dynamique des savoirs, aux nouveaux modes de relation aux élèves et à la nécessité de justifier dans l'action un pacte éducatif sans cesse mis en cause en raison du caractère évanescent de sa signification sociale. Vécu comme énigmatique, il est défini en termes de missions et seules ses finalités sont déterminées* (Durand, 2008, p. 42).

Autrement dit, les phénomènes et les problèmes d'enseignement sont si variés, complexes et mouvants qu'il semble difficile d'avoir une vision globale, déterminée et claire de ceux-ci. Bonneton réaffirme la complexité inhérente au métier d'enseignant: «Enseigner, […] c'est être constamment pris dans un réseau d'interactions complexes, contextualisées, spéculatives et stratégiques, c'est manifester des compétences en situation réelle pour répondre à des situations complexes» (Bonneton, 2008, p. 24). En 2004, le Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec (GDM) avait d'ailleurs décidé de se pencher sur cette question lors de leur congrès annuel, qui avait pour titre «Affronter la complexité: Nouvel enjeu de l'enseignement des mathématiques?». En posant la complexité comme un enjeu de l'enseignement des mathématiques, les didacticiens reconnaissaient ainsi, pour paraphraser Lester et Wiliam (2000), la sensibilité des phénomènes éducatifs aux changements induits par le contexte dans lequel ils s'inscrivent, que ce contexte soit, comme le rappelle Bailleul (2006), institutionnel, social ou mathématique.

Dans un ouvrage collectif sur la formation des enseignants, René de Cotret (2000) nous semble exprimer tout haut ce que nombre de didacticiens des mathématiques pensent lorsqu'elle prend position contre la prescription d'interventions:

> *Le projet qu'entretient la didactique des mathématiques à l'égard de l'enseignement des mathématiques est de nature descriptive. Mais cette description du fonctionnement du système didactique permet-elle de prescrire des interventions qui amélioreront l'enseignement/apprentissage des mathématiques? Non, parce qu'une connaissance du fonctionnement et des conditions spécifiques de la diffusion des connaissances mathématiques ne permet pas de provoquer, de téléguider, de déterminer, un fonctionnement donné. Ce fonctionnement peut être décrit, <u>mais comme il est déterminé par les interrelations entre les acteurs du système et qu'aucun des acteurs ne peut être à lui seul responsable de l'issue de cet échange, il ne peut être déterminé par l'enseignant</u> [c'est nous qui soulignons]. Ainsi la didactique des mathématiques ne peut, à partir de sa réflexion, prescrire des actions qui assureront l'apprentissage souhaité (René de Cotret, 2000, p. 22).*

Cette position pourrait s'inscrire dans le prolongement de celle de Lester et Wiliam (2000), qui soulignent que les interventions qui sont efficaces dans un contexte donné peuvent s'avérer inefficaces dans certains contextes qui sont apparemment très similaires, l'enseignant ne contrôlant pas toutes les variables en jeu. C'est également la position de Franke, Kazemi et Battey (2007):

> *[…] as we put forward claims about what is known about teaching and classroom practice, we must remember that any aspect of the classroom practice may evolve differently depending on the classroom, the teacher, the student, and the broader social, cultural, and political context (Franke, et al., 2007, p.227).*

Comment, dès lors, choisir de prescrire une intervention plutôt qu'une autre? En réaction aux propos de René de Cotret, Schmidt (2000) réaffirme une vision de la didactique des mathématiques où les "recettes" n'ont pas leur place, mais profite de l'occasion pour souligner la nécessité de se préoccuper de l'enseignement:

> *[…] il ne faudrait pas que la didactique des mathématiques se prête au jeu de suggérer des recettes toutes faites pour l'enseignement d'un tel concept donné, qu'elle y aille plutôt de prescriptions finalisées et assurées efficaces. Nous sommes d'accord sur ce point. S'il y a bien un point en didactique des mathématiques sur lequel il y a consensus, c'est bien celui-là! Néanmoins, selon nous, c'est de tomber dans l'erreur à nouveau, qu'en raison de cette peur de verser dans la prescription d'enseignement, la dimension enseignement des mathématiques soit retirée de la didactique (Schmidt, 2000, p. 30).*

Nous partageons cette préoccupation puisque c'est bien le mandat qui nous est confié, dans les programmes de formation de premier cycle, que de "former à l'enseignement des mathématiques". Adopter une perspective applicationniste réduirait la complexité des situations d'enseignement puisqu'elle ne considérerait que les éléments qu'il est possible de prévoir (Boutet, 2001). Reconnaître la complexité des situations d'enseignement ne devrait toutefois pas impliquer que les formateurs ne puissent formuler des recommandations quant à l'enseignement des savoirs mathématiques[1]. L'idée serait plutôt d'enseigner aux futurs enseignants du primaire que certaines interventions sont plus viables que d'autres, mais que dans tous les cas de figures, il convient d'adopter une pratique réflexive[2], qui prenne en compte la complexité des situations dans lesquelles ces interventions s'inscrivent et qui s'adapte de manière à réguler, *in situ*, les apprentissages des élèves. Justement, selon Bednarz et ses collaborateurs (2000), cette pratique réflexive «[…] est particulièrement féconde pour apprendre à se ménager des zones d'autonomie professionnelle dans la construction d'un répertoire d'interventions qu'on apprend à ajuster en fonction de la complexité des situations auxquelles nous devons faire face dans la pratique quotidienne» (Bednarz, et al., 2000, p. 115). Ce répertoire serait ainsi constitué de savoirs professionnels à la fois théoriques et pratiques, comme c'est le cas, mentionne Da Ponte (2008), pour les architectes, les avocats et les médecins. D'ailleurs, selon Artigue (2007), la métaphore médicale mérite une certaine attention de la part des didacticiens:

> *La métaphore médicale attire notre attention sur le fait que la médecine dispose, elle, de protocoles précis pour gérer les changements d'échelle. [...] elle devrait attirer notre attention sur les limites inhérentes à une concentration de la recherche sur des objets, certes intéressants et importants, mais dont la petite taille <u>ne nous confronte pas</u> [c'est nous qui soulignons] aux problèmes de changement d'échelle, aux phénomènes, changements de contraintes et de dynamiques qui les accompagnent (Artigue, 2007, p. 23).*

En fait, le répertoire d'interventions professionnelles pourrait bien se construire partiellement durant la formation initiale et se développer durant l'exercice du métier d'enseignant, en prenant en compte les spécificités de chaque situation didactique (élève, savoir et milieu) afin

[1] Selon Artigue (2007), l'un des défis actuels de la didactique des mathématiques est l'expression des savoirs didactiques en dehors de la communauté des didacticiens.

[2] Même si nous utilisons l'expression "pratique réflexive", nous considérons toutefois, à l'instar de (Schön, 1983, 1987), que c'est le praticien et non la pratique qui est réflexive.

de déterminer, dans les interventions menées, ce qui est transposable dans des situations similaires, que cette parenté soit conférée par une similarité entre les élèves concernés, les savoirs ciblés ou encore entre les milieux d'apprentissage aménagés. Compte tenu de la complexité des analyses et des adaptations qu'engage la construction d'un tel répertoire, selon Sowder (2007), le mandat de la formation initiale serait plutôt de préparer les étudiants aux apprentissages qu'ils devront effectuer dans le futur:

> *Preparing teachers to teach mathematics in four short years, often beginning with students who have little real understanding of mathematics, is not possible. Rather, our goal should be to prepare them for future learning, in part because at the university we can focus only on learning-for-practice (and not enough of that), and we know [and they know – c'est nous qui ajoutons] they have much more to learn in practice while teaching (Sowder, 2007, p. 213).*

1.1.1.2 La vision postulée des futurs enseignants

Alors que la majorité des formateurs partagent une vision complexe et non déterministe des situations et des problèmes d'enseignement, il semblerait que les étudiants aient une vision déterministe de l'enseignement, laquelle impliquerait qu'il existe des réponses prédéterminées pour tout problème d'enseignement abordé durant leur formation (DeBlois & Squalli, 2002) et que l'on puisse les former, à l'avance, pour répondre efficacement à tout problème potentiel d'enseignement. Selon Simon *et al*. (2000), les enseignants (actuels et futurs) qui devront, en raison des réformes éducatives, embrasser de nouvelles pratiques d'enseignement, tendent à adopter une vision des mathématiques et de leur apprentissage basée sur la perception (*perception based perspective*). Il s'agit d'une vision selon laquelle:

- Les mathématiques constituent un ensemble de savoirs compréhensibles et interconnectés *(Mathematics is an interconnected and understandable body of knowledge).*
- Les mathématiques existent indépendamment de l'activité humaine et sont accessibles pour tous les apprenants *(Mathematics exists independently from human activity, and therefore mathematics is accessible as is to all learners).*
- Comprendre les mathématiques implique d'effectuer une experience directe de perception (découverte) des mathématiques *(Knowing mathematics with understanding involves firsthand experience in perceiving (discovering) the mathematics).*

- Les mathématiques qui sont perçues sont les mêmes pour chaque individu. Les différences individuelles sont attribuables à des différences dans les aspects des mathématiques qui sont connus (qui ont été perçus) à un moment donné dans le temps *(The mathematics that is perceived is the same for each individual. Individual differences are accounted for by differences in what aspects of mathematics are known (have been perceived) at a given point in time) (Simon, et al., 2000, p. 593).*

Cette vision est fort différente de celle qui a largement été décriée par les didacticiens et qui associe l'apprentissage des mathématiques à la mémorisation de savoirs mathématiques et la pratique des mathématiques à la simple application de formules. Elle correspond également davantage à ce que nous entendons actuellement dans le discours des étudiants. Cette vision, dans l'éventualité où elle serait partagée par les futurs enseignants du primaire, ne rejoindrait toutefois pas la vision des formateurs, du moins en ce qui a trait à l'appréhension de la complexité des situations et des problèmes d'enseignement. Bien que cette vision puisse servir d'assise à l'adoption de pratiques d'enseignement visant le développement d'une compréhension des savoirs en jeu, son caractère profondément déterministe risque d'amener les futurs enseignants à enseigner les mathématiques de manière à ce que les élèves perçoivent les mathématiques de la même manière qu'eux, sans nécessairement s'attarder à la façon suivant laquelle les élèves comprennent ces savoirs construits par l'homme. L'interprétation des productions d'un élève ou l'anticipation de ses actions dans une situation d'apprentissage donnée pourrait alors se résumer à l'identification de ce qu'il pourrait voir ou ne pas voir, plutôt qu'à l'analyse et l'explication de ce qu'il pourrait comprendre ou ne pas comprendre. Dans cette perspective, les attentes à l'endroit de la formation initiale à l'enseignement des mathématiques seraient d'apprendre les moyens d'"ouvrir les yeux" des élèves sur le monde des mathématiques, et non d'intervenir de manière à faire cheminer les élèves dans leur compréhension des concepts mathématiques.

Enfin, dans une étude qui s'inscrivait dans le contexte allemand et qui portait sur la vision qu'ont les futurs enseignants du primaire de l'enseignement des mathématiques, Gellert (2000) a noté que les futurs enseignants ne souhaitent pas reproduire et perpétuer le style d'enseignement qu'ils ont connu en tant qu'élèves. Voici les conclusions auxquelles il parvient:

> *Their leading idea was that mathematics classes have to be changed from frightening and subject-matter-oriented lessons to friendly and child-centred safe spaces for learning. In order to achieve this goal, they introduced child-centred media for instruction and reduced the mathematical content (Gellert, 2000, p. 265).*

Ainsi, pour ces futurs enseignants du primaire, les situations d'enseignement devraient favoriser l'utilisation de ressources didactiques centrées sur l'élève. Elles devraient également permettre à l'élève de faire des découvertes mathématiques en explorant un environnement rassurant et ce, quitte à réduire le contenu mathématique abordé. L'anxiété éprouvée jadis par nombre de futurs enseignants se transpose donc ici en une centration sur l'évitement de toute situation déstabilisante. Dans ce contexte, il est possible de se questionner sur le rôle que tiendra la résolution de problèmes dans l'enseignement qu'ils offriront, cette dernière étant souvent organisée autour de la rencontre et du franchissement d'un obstacle donné.

1.1.2 La problématisation de l'éloignement des visions

Selon Sowder (2007), le développement d'une vision partagée de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques est l'un des six buts de la formation à l'enseignement des mathématiques. Des visions qui ne se rencontrent pas risquent en effet de générer, de part et d'autres, nombre d'insatisfactions. Étant impliquée dans la formation initiale à l'enseignement des mathématiques, nous avons pu à maintes reprises observer ces insatisfactions et éprouver personnellement du mécontentement à l'égard de la formation qui était, ou non, attendue par les étudiants[3]. Afin de rendre la situation plus confortable, nous avons souvent tenté, dès le début des cours, d'engager un dialogue avec les étudiants, avec pour intention manifeste de mettre en commun nos visions respectives et de favoriser leur rapprochement. Or cet exercice de mise en commun n'a que très rarement suscité le rapprochement escompté et nous pourrions même dire, pour paraphraser Bednarz (2010), que la prise de conscience du caractère

[3] Notez qu'il s'agit ici d'une problématisation selon une logique inductive, dont le foyer renvoie autant à des expériences et à des connaissances personnelles, qu'à des concepts et des théories empruntés à la recherche en didactique et en formation des enseignants (voir Chevrier, 2009, p. 78).

peu viable de cet exercice nous a vite sauté aux yeux. Cet échec serait entre autres imputable, nous expliquent Jonnaert et Vander Borght (1999), à des systèmes de connaissances et de conceptions différents:

> *Il ne suffit pas de faire émerger les conceptions des apprenants et de demander à l'enseignant de porter un regard critique sur ses propres connaissances pour qu'un espace de dialogue se mette en place entre ces trois[4] partenaires! Que du contraire! Chacun peut en effet se replier sur sa logique à lui, celle observée au niveau de sa catégorie de conceptions, et, tels des chiens de faïence, ne jamais entrer en contact avec l'autre, lui-même enfermé dans son propre système de connaissances. C'est plutôt un dialogue de sourds qui se met en place, apprenants et enseignant développant des logiques qui ne se rencontrent pas nécessairement. Dans un tel contexte, une dynamique de l'échec de l'apprentissage se développe, souvent catastrophique, sans qu'on ne puisse nécessairement en dégager les causes. Une telle situation est souvent culpabilisatrice autant pour les élèves que pour l'enseignant. Ils ne se comprennent tout simplement pas, chacun développant une argumentation que l'autre ne peut admettre (Jonnaert & Vander Borght, 1999, p. 331).*

Cela nous a amenée à remettre en question non pas la pertinence de cet exercice, mais bien le substrat de cette mise en commun.

1.1.2.1 De l'exploration d'une expérience passée

Nous avons longtemps cherché, à l'instar de plusieurs autres didacticiens et formateurs d'enseignants, à décrire ces systèmes de connaissances et de conceptions et à comprendre pourquoi les étudiants nourrissaient une vision différente de la nôtre. Nous nous demandions ainsi comment s'était développée leur vision des mathématiques et de leur enseignement, sur quoi reposait-elle ou encore, par quoi était-elle influencée. En posant ces questions, les didacticiens ont été amenés à explorer l'expérience passée des étudiants, expérience à laquelle ils ne pouvaient évidemment rien changer. Plusieurs recherches ont ainsi été menées sur l'habitus scolaire, soit sur les dispositions qu'ils ont intériorisées à travers leur expérience

[4] Pour Jonnaert et Vander Borght (1999), l'objet d'apprentissage est le troisième partenaire du dialogue.

d'élève (Perrenoud, 2001; Schubauer-Leoni, 1986)[5], sur leurs attitudes envers les mathématiques (Ernest, 1988; Mapolelo, 1998; M.-P. Morin, 2003) ou encore sur leurs conceptions des mathématiques, de leur enseignement ou de leur apprentissage (Lafortune, Deaudelin, Doudin, & Martin, 2003; Noël & Mura, 1999; Philipp, 2007; Thompson, 1992). Ces études ont été bénéfiques puisqu'elles permettent notamment d'expliquer pourquoi les étudiants nourrissent de telles attentes à l'égard de la formation à l'enseignement des mathématiques. Il semble toutefois illusoire d'isoler un de ces objets (habitus, attitudes, conceptions), de construire un dispositif de formation autour de lui, et de croire que cela puisse suffire pour générer le rapprochement souhaité. Le risque d'échec est grand et cela pourrait très vite enfermer les formateurs dans une logique fataliste. Par ailleurs, les systèmes de connaissances et de conceptions des étudiants ont tendance à se maintenir car ils ont été opérationnels dans leur expérience passée et même propices, pour certains d'entre eux, au développement d'un intérêt pour l'enseignement des mathématiques. Pour les amener à raffiner leur vision de la pratique de référence, il nous a semblé qu'il pouvait être plus opportun d'explorer non pas leur expérience passée, mais l'expérience d'enseignement qu'ils projettent avoir dans l'avenir[6]. En regardant le même horizon, il serait selon nous possible de favoriser le rapprochement de nos visions.

1.1.2.2 À l'exploration d'une expérience projetée

Explorer l'expérience projetée par les futurs enseignants, cela implique de cesser de regarder vers le passé et de tourner nos yeux vers l'avenir. C'est passer de l'étude des causes à celle des fins, c'est poser la question du «Pourquoi», mais cette fois-ci en deux mots : «Pour quoi». Selon Caron (2010), poser cette question n'a rien de futile, bien au contraire:

---

[5] En didactique, les recherches menées autour du contrat didactique se sont nettement inspirées du concept bourdieusien d'habitus.

[6] Il est à noter qu'une expérience d'enseignement directe, comme celle que les étudiants sont appelés à réaliser dans leurs périodes de stage, participe fortement à cette exploration ; ce que nous visons plutôt dans un cours de didactique en classe se rapproche davantage d'une simulation de cette expérience où l'on se donne les outils et le temps nécessaires pour en faire l'analyse.

Cette question du pourquoi n'est pas une coquetterie philosophique dont on pourrait remettre en cause la pertinence dans une formation professionnelle. C'est elle qui, en principe, détermine les finalités de l'enseignement (Ernest, 1991), l'enjeu de la tâche proposée à l'élève et les éléments qui recevront une attention particulière aux moments de l'institutionnalisation et de l'évaluation. […] Même s'il y a bien souvent effritement des intentions originales dans la succession des étapes du processus, il n'est pas exagéré d'affirmer que les finalités visées avec l'enseignement d'une discipline conditionnent, parfois même fortement, la transposition didactique externe à la classe» (p. 171)

Cette manière de problématiser l'éloignement des visions permet au formateur d'envisager de nouveaux possibles, de penser à un nouveau champ d'intervention. Elle tient davantage compte du fait que les étudiants sont conscients que le futur ne sera pas nécessairement semblable à ce qu'ils ont connu jadis et ce, notamment - et non exclusivement - parce qu'ils auront à enseigner un programme différent de celui qu'ils ont connu en tant qu'élèves. En somme, explorer l'expérience projetée permet de repenser la problématique comme étant celle de l'éloignement des projets de formation. Selon Jonnaert et Vander Borght (1999) :

Un apprentissage aura du sens parce que […] l'apprenant recherche de l'information, de nouvelles connaissances ou de nouvelles compétences en fonction d'un projet personnel (Jonnaert & Vander Borght, 1999, p. 353).

Si le projet de réaliser l'apprentissage d'un objet de savoir donné confère un sens à cet apprentissage, on peut raisonnablement penser, mais à une échelle plus grande cette fois, que le projet de former ou de se former pour enseigner les mathématiques puisse conférer un sens à la formation à l'enseignement des mathématiques; ce projet découle, bien entendu, de la nécessité de traiter des situations pour lesquelles les connaissances en jeu font défaut. Ainsi, le problème qui peut être posé, dans le cadre de cette formation, est celui de la rencontre des projets de formation des étudiants et des formateurs. Ce problème renvoie d'ailleurs, selon René de Cotret, à un quiproquo fondamental dans la formation des enseignants:

Si, d'une part, le projet de la didactique vise l'étude des conditions de diffusion des savoirs et si, d'autre part, les futurs enseignants étudient la didactique afin de se munir de techniques pour enseigner […], il apparaît que les projets des deux interlocuteurs diffèrent et, donc, que les "objets enseignés" et appris ne recouvrent pas les mêmes finalités. Y aurait-il là un quiproquo fondamental dans la formation didactique des futurs enseignants? (René de Cotret, 2008, p. 4).

1.2 La position du problème: la rencontre des projets de formation

D'utilisation relativement fréquente dans les recherches en formation des maîtres, la notion de projet n'a toutefois pas été modélisée de manière formelle dans la recherche en didactique. Par contre, l'importance de cette notion a été soulevée par Jonnaert (2000) et Roegiers (2007) dans le prolongement des travaux menés par Brousseau sur la Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1980a, 1980b, 1986a, 1986b, 1988, 1990, 1996, 1997, 2000, 2003, 2004a, 2004b; Brousseau & Balacheff, 1998, 2004; Brousseau, Salin, Clanché, & Sarrazy, 2005; Brousseau, Vergnaud, & Artigue, 1994). En particulier, la notion de projet paraît intimement liée avec l'un des concepts fondateurs de cette théorie: le contrat didactique. De manière classique, on définit le contrat didactique comme étant

> *[…] l'ensemble des obligations réciproques et des "sanctions" que chaque partenaire de la situation didactique impose ou croit imposer, explicitement ou implicitement aux autres; et celles qu'on lui impose ou qu'il croit qu'on lui impose, à propos de la connaissance en cause (Brousseau, 2003, p.5).*

C'est par le processus de dévolution que chaque partenaire accepte son rôle dans la relation didactique et qu'il s'en rend responsable devant l'autre. En effet, selon Brousseau (1997), «La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (a-didactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert» (Brousseau, 1997, p. 41). Pour chaque savoir se met ainsi en place un contrat différent, constitué de règles implicites qui ne deviennent visibles que par leur rupture. L'extinction du contrat, par un processus de contre-dévolution (Jonnaert et Vander Borght, 1999), met ainsi fin à la relation didactique et un autre doit se mettre en place pour que celle-ci se poursuive. Cela dit, pour qu'une relation didactique se noue, pour que la dévolution des tâches s'opère, les projets des acteurs doivent être suffisamment rapprochés. Jonnaert et Vander Borght (1999) expliquent:

> *[...] pour qu'il y ait dévolution (versus contre-dévolution), ruptures didactiques et partage du pouvoir, il faut que le projet de l'enseignant (celui d'enseigner quelque chose aux élèves) trouve son corollaire chez l'élève: à savoir "accepter d'apprendre" ce que l'enseignant enseigne. Sans ce projet de l'élève, celui de l'enseignant n'a pas de sens. Cela signifie, que tout contrat didactique ne peut exister que s'il y a un*

"projet d'apprendre" chez l'élève et que ce projet correspond à celui d'enseigner chez l'enseignant, il en est le corollaire. Bien plus, ce projet naît de cette dialectique "dévolution" versus "contre-dévolution". C'est dans cette dialectique que se construit le sens des apprentissages pour l'élève (Jonnaert & Vander Borght, 1999, p. 210).

Initialement, le concept de contrat didactique a été développé afin d'offrir une réponse au problème des échecs électifs en mathématiques. Il permet ainsi de penser les mécanismes régulant l'apprentissage et l'enseignement de savoirs mathématiques particuliers. En formation initiale à l'enseignement des mathématiques, le mandat qui est confié aux formateurs est plus large et moins spécifique quant à la nature des savoirs à enseigner. Comme dans la plupart des formations professionnelles, les étudiants se forment afin de développer les compétences professionnelles nécessaires à l'exercice de leur future profession et ce sont ces compétences qui sont susceptibles d'engager la mobilisation et l'utilisation de savoirs mathématiques et didactiques particuliers. Bien qu'il faille effectuer ici un changement d'échelle relativement important, nous croyons d'il est possible d'utiliser le concept de contrat didactique pour réfléchir à la dynamique des apprentissages dans le cadre d'une formation professionnalisante, c'est-à-dire dans le cadre d'une formation axée non pas sur le développement de connaissances à l'endroit de savoirs donnés, mais plutôt sur le développement de compétences professionnelles. Cela dit, loin de nous l'idée d'opposer les savoirs aux compétences, comme si l'un excluait l'autre. Il s'agit plutôt de réfléchir aux mécanismes régulant à la fois 1) l'apprentissage des savoirs et 2) le développement des compétences à l'intérieur desquelles ces savoirs seront appelés à être mobilisés.

Si la notion de projet apparaît importante pour étudier l'établissement de la relation didactique, mais elle peut également servir à imaginer un avenir différent et se transformer en stratégie de changement pour toute personne s'en faisant le porteur. Cela dit, les opérations ou les actions commandées par le projet ne peuvent être imposées par le formateur et doivent être négociées avec les étudiants, d'où la nécessité de rapprocher les projets des acteurs de la relation didactique, projets que nous entendons, à l'instar de Roegiers (2007), comme:

[…] un ensemble articulé, évolutif et délimité dans le temps, d'opérations négociées d'anticipation, de planification, de réalisation et d'évaluation, d'actions orientées

> *vers un objectif déterminé, à des fins de production de sens, d'efficacité, d'efficience, d'équité, de dynamisation et/ou de développement d'un système donné (Roegiers, 2007, p. 188).*

Il convient de remarquer que dans cette définition, les opérations d'anticipation sont négociées au même titre que les opérations de planification, de réalisation et d'évaluation, ce qui implique, dans le cadre qui nous occupe, l'anticipation commune des problèmes et des phénomènes d'enseignement que rencontreront les futurs enseignants. Cette anticipation commune[7] est particulièrement importante lorsque le projet vise la création de sens, car les savoirs diffusés durant la formation initiale auront d'autant plus de sens qu'ils s'appuieront sur l'anticipation de leur champ d'application. Reconnaissant ce phénomène, Vergnaud (1990) baptisera "processus d'élaboration pragmatique" le processus par lequel un concept acquiert du sens pour un individu, à travers les situations qu'il rencontre et les problèmes, théoriques ou pratiques, qu'il doit résoudre. Dans l'étude des contrats, Brousseau nous rappelle d'ailleurs la nécessité de considérer les injonctions de ce champ situationnel, entendu comme «[…] l'institution cible (M) à laquelle l'enseigné devra s'assujettir à la fin de l'enseignement […]» (Brousseau, 1997, p. 32) et déterminant pour une grande part les savoirs qui devront être diffusés durant l'enseignement. Plus loin, il précise la nature et la genèse de ces savoirs:

> *Le savoir communiqué n'est pas une production ou un [sic] invention personnelle du professeur. Celui-ci doit au contraire garantir sa conformité avec le savoir qui a cours dans une institution de référence. Il n'est pas arbitraire. Il a été repéré et déterminé, soit avec l'enseigné, soit avec un tiers responsable (Brousseau, 1997, p. 32).*

[7] L'anticipation reposant au moins en partie sur l'expérience acquise, on ne peut raisonnablement pas s'attendre à ce que les étudiants et le formateur aient réalisé, *a priori,* une même anticipation des problèmes et des phénomènes d'enseignement que les étudiants rencontreront. Cela dit, en faisant vivre de nouvelles expériences aux étudiants dans le cadre de leur formation initiale, il est possible, selon nous, de les amener à anticiper un avenir qui se rapproche de celui que les formateurs anticipent.

Cela pose évidemment la question de l'identification de l'institution de référence dans la formation à l'enseignement des mathématiques. S'agit-il de la didactique des mathématiques et des pratiques de recherche qui lui sont associées, de l'université et des pratiques de formation qui sont les siennes, ou des écoles primaires et des pratiques d'enseignement qui y ont cours? Car comme le signale René de Cotret, «L'institution à laquelle s'identifie le sujet, que ce soit l'université, le milieu professionnel ou la société, agit comme un filtre qui vient colorer, orienter la signification produite» (René de Cotret, 2008, p. 8). Enfin, s'il nous semble vain, voire même dangereux, d'ignorer que les futurs enseignants ont développé, à partir de leur expérience d'écolier et de stagiaire en enseignement, une certaine représentation du métier d'enseignant et des savoirs que l'exercice de ce métier engage, il nous semble tout aussi imprudent de laisser le soin aux étudiants de repérer et de déterminer le contenu de la formation. Rappelons qu'ils ignorent généralement ce qu'ils ne savent pas, d'où une éventuelle impossibilité de collaborer à l'établissement du contenu ciblé. Cela dit, quitte à cibler plusieurs institutions de référence, ils peuvent tout-à-fait collaborer au repérage et à la détermination du champ situationnel dans lequel s'inscriront les éléments de contenu qui seront livrés et participer ainsi au développement des projets de formation.

1.2.1 Le projet de formation

Selon Roegiers (2007), qui a mené une réflexion importante sur les concepts permettant d'analyser les actions d'éducation et de formation, un projet de formation est un projet « […] dont l'objectif est de développer des compétences, et qui résulte de l'interaction entre une demande et une offre de formation» (Roegiers, 2007, p. 169). Pour être considéré comme un projet de formation, le projet doit également posséder les caractéristiques suivantes:

> *Le projet doit impliquer une interaction entre les formateurs (entité pourvoyeuse) et les étudiants (entité demanderesse);*
>
> *Il doit viser le développement intentionnel de connaissances et/ou de compétences;*
>
> *Le projet doit être collectif et non individuel;*

C'est une action de formation qui doit être l'objet d'une négociation et qui doit être sujette à évoluer (D'après Roegiers, 2007, pp. 196-198).

Les deux premières caractéristiques reprennent des éléments de la définition proposée par Roegiers et demandent peu d'éclaircissement. Mentionnons seulement que cette interaction peut et même doit être anticipée par les formateurs qui sont appelés à bâtir, en amont de la formation initiale, le curriculum[8] des cours qui seront offerts aux étudiants. Selon Roegiers (2007), «Il doit toutefois y avoir au départ la volonté de prendre en compte la demande et de renégocier le curriculum a posteriori en fonction de cette demande, ce qui est souvent nécessaire pour éviter d'avoir un "produit" voué à l'échec […]» (Roegiers, 2007, p. 198). Le développement des connaissances ou des compétences ciblées devrait également se déployer sur une période de temps prédéterminée, période dont la durée devrait être inférieure ou équivalente à celle de la formation et dont la fin devrait précéder la mobilisation de celles-ci dans un contexte non didactique.

La troisième caractéristique est une implication logique de la quatrième, puisque dès lors qu'un projet est l'objet d'une négociation, il revêt un caractère plus collectif qu'individuel. Cela dit, dans le cadre de cette thèse, nous considérons également les projets de formation qui ne rencontrent pas ceux du formateur et les désignerons, à l'instar de Roegiers, comme des "projets individuels de formation". La quatrième caractéristique engage quant à elle une description plus détaillée, que nous avons choisi de livrer dans une section distincte.

1.2.2 Le caractère négocié et évolutif du projet de formation

Il est de pratique courante, dans les universités québécoises, de proposer un plan de cours et de le faire adopter par les étudiants dès la première rencontre d'un cours donné. Il n'en n'est pas autrement dans la formation initiale à l'enseignement des mathématiques des futurs maîtres. L'adoption de ce document, qu'il soit amendé ou non par les étudiants durant ce premier cours, pourrait inciter le formateur à croire que son offre de formation répond tout à fait aux projets

[8] Communément enchâssé dans un plan de cours.

individuels de formation des étudiants. L'expérience nous a toutefois démontré que ça n'est pas toujours le cas et nous a amenée à distinguer les projets des plans de formation.

Le plan de cours n'est pas un "projet de formation", mais plutôt un "plan de formation", puisqu'il n'est ni réellement négocié, ni réellement évolutif[9]. Roegiers (2007) explique: «Ce qu'il y a de plus dans le projet, c'est la composante de négociation entre les acteurs qui y sont impliqués. Alors qu'un plan ou un programme peuvent être imposés, <u>un projet s'élabore en interaction avec les différentes catégories d'acteurs qui y sont impliqués</u> [c'est nous qui soulignons]» (Roegiers, 2007, p. 178). La négociation va donc plus loin que la simple acceptation du plan ou du projet d'un autre et implique une élaboration conjointe du projet, à l'intérieur duquel les visions de chacun des partenaires quant à la nature des compétences à développer ou des savoirs à acquérir se rencontrent. Bien entendu, cette assertion peut sembler paradoxale dans la mesure où le formateur et les formés ont des positions différentes par rapport au savoir, positions qui impliquent *de facto* des visions différentes. Or, puisque les futurs enseignants devront développer les compétences professionnelles nécessaires à l'exercice de leur métier, et comme une compétence peut être entendue comme un savoir agir basé sur la mobilisation et l'utilisation efficace d'un ensemble de ressources dans une classe de situations données, leur projet de formation pourrait naître de l'anticipation conjointe des classes de situations à traiter et des résultats à obtenir.

Il serait étonnant que les formateurs et les futurs enseignants nourrissent une vision identique des situations à traiter ainsi que des résultats à obtenir. La négociation du projet de formation n'aurait d'ailleurs aucun sens si les acteurs de la relation didactique nourrissaient exactement le même projet. L'apprentissage naît, en effet, de la résolution de cette différence: «Cette incompatibilité est constructive et peut même être recherchée par le maître, puisque c'est par leurs interactions menant à l'obtention d'un environnement commun que les élèves apprendont» (René de Cotret, 1997, p. 178). Selon Roegiers, la négociation peut d'ailleurs être conçue comme une stratégie de recherche d'une articulation optimale entre les visions des partenaires :

---

[9] Si, dans certains cours, certains éléments du plan de cours ont été négociés avec les étudiants, nous pouvons affirmer qu'une fois le plan fixé, il est rare qu'il subisse d'autres évolutions.

La négociation est une stratégie:

- de recherche en commun mais conflictuelle d'une articulation optimale des convergences et divergences entre partenaires inscrits dans un rapport de force, ou engagés dans un processus d'échange de biens ou de services;

- basée sur la reconnaissance de chaque partenaire;

- acceptée par ceux-ci, car préférée à un processus d'imposition;

- utilisée dans le but d'aboutir à un contrat dont les partenaires espèrent tirer un bénéfice (Roegiers, 2007, p. 179).

Cette recherche d'une articulation optimale entre les visions des formateurs et des futurs enseignants quant à la nature des situations à traiter et des résultats à obtenir peut et doit être engagée dès la première rencontre de la formation initiale à l'enseignement des mathématiques. Or il ne s'agit pas d'une stratégie que l'on applique une seule fois, question d'atténuer les divergences entre la vision des étudiants et celle du formateur et ce, sans modifier de manière sensible la formation qui est ou qui sera livrée. La négociation doit pouvoir se poursuivre pour permettre l'évolution des projets de l'ensemble des partenaires et l'émergence de nouveaux contrats. Le rôle du formateur n'est donc pas de réduire les écarts entre son projet et celui des futurs enseignants, mais plutôt d'identifier les écarts qui semblent tolérables et de s'assurer d'une cohérence, d'une rencontre entre l'offre et la demande de formation. Boutinet (1992a) explique:

Le problème n'est pas de réduire sans arrêt les écarts, auquel cas le discours qui spécifie le projet se ferait tyrannique par rapport à sa mise en pratique. Le problème reste plutôt celui de définir les écarts tolérables. Et si les écarts deviennent trop importants, alors se pose la question, soit de réorienter la pratique pour la rendre plus cohérente avec la règle fixée par le projet, soit de changer le projet en l'infléchissant dans un sens plus réaliste, plus adapté aux circonstances de la situation, c'est-à-dire plus pertinent (Boutinet, 1992a, p. 235).

Que le formateur choisisse de "réorienter la pratique" ou de "changer le projet", il n'en demeure pas moins que les évolutions proposées ne peuvent être imposées. Pour parvenir à ses fins, le formateur doit ainsi développer des situations permettant d'induire les évolutions ciblées; parce qu’elle a fait des situations d’apprentissage un de ses principaux objets d’étude, la didactique qu’il enseigne lui offre justement un cadre pour concevoir et mettre à l'essai de telles situations.

1.3 La question de recherche et les objectifs généraux

1.3.1 La question générale de recherche

Puisque nous avons posé comme hypothèse de départ que les projets de formation du formateur et des futurs enseignants reposaient sur des visions distinctes des situations et des pratiques professionnelles liées à l'enseignement des mathématiques, nous chercherons, dans un premier temps, à identifier quels sont les projets de formation des étudiants qui débutent leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques. Notons que ces projets ne sont documentés ni dans la littérature en formation des maîtres, ni dans la littérature en didactique des mathématiques ou dans la littérature en "Mathematic Education". Bien que les recherches et les réflexions menées par Stohl (2005), Nicholson et Darnton (2003) ainsi que par Pereira-Mendoza (2002) tendent à démontrer que les enseignants ont une mentalité déterministe, laquelle rend plus difficile le traitement de situations non déterministes, à notre connaissance, aucune étude n'a été menée au Québec afin de corroborer ces résultats. Et même s’il était admis que les enseignants qui œuvrent dans les écoles québécoises ont cette même mentalité, cela ne nous renseignerait guère sur celle des futurs enseignants.

Dans un deuxième temps, nous engagerons une réflexion de nature plus didactique en cherchant une réponse au problème de la rencontre (ou plutôt de la non rencontre) des projets de formation. Les projets de formation des étudiants n’étant pas documentés dans la littérature scientifique, le problème de la rencontre entre les projets de formation des étudiants et des formateurs n’a, à ce jour, pas fait l’objet d’une étude formelle au sein de la communauté de recherche en didactique des mathématiques.

1.3.2 Les objectifs généraux de la recherche

Nous souhaitons avant tout sortir d'une interprétation des projets de formation en fonction du passé des étudiants, laquelle oscille entre une logique fataliste de la reproduction et une réduction des changements à un simple phénomène de réaction, pour interpréter ces projets comme une adaptation à un futur anticipé, laquelle ouvre plutôt au formateur de nouveaux champs d'intervention. Les objectifs généraux de cette recherche seront donc les suivants:

- Analyser les projets de formation des étudiants qui entament leur formation à l'enseignement des mathématiques au primaire (les documenter).
- Concevoir et mettre à l'essai des situations susceptibles de favoriser la rencontre des projets de formation des formateurs et des futurs enseignants.

1.4 Le jugement de probabilité comme hypothèse de réponse

Pour concevoir des situations susceptibles de favoriser la rencontre souhaitée, il peut être utile d'aborder la situation sous l'angle de la mésogénèse des transactions didactiques. Selon Sensevy (2007), la mésogénèse est un construit théorique permettant de décrire une part importante de l'activité didactique:

> *Disposer de la catégorie mésogénèse pour décrire l'activité didactique, c'est donc étudier comment le contenu de l'interaction, en continu, se trouve co-élaboré par le professeur et les élèves. On peut alors considérer cette catégorie comme une manière de décrire spécifiquement le travail conjoint du professeur et des élèves, mais plus largement comme une fonction didactique (pour qu'un jeu didactique se déploie, il doit nécessairement y avoir création de contenu), à laquelle peuvent contribuer et contribuent effectivement les élèves. <u>La mésogénèse répond donc à l'élaboration d'un système commun de significations entre les professeur et les élèves, système dans lequel les transactions didactiques trouvent leur sens</u> [c'est nous qui soulignons](Sensevy, 2007, p. 30).*

Quelles situations pourraient induire les transactions didactiques souhaitées et ainsi favoriser, par la création d'un système commun de significations, la rencontre des projets de formation? La réponse à cette question dépend évidemment des projets des acteurs en présence et de leur seuil de tolérance à l'endroit des écarts perçus. Cela dit, en nous appuyant sur notre hypothèse de départ (voir section 1.3.1), nous avons cherché à identifier un cadre situationnel susceptible d'amener, à l'intérieur d'une des premières séances d'un premier cours de didactique des mathématiques, les étudiants à jongler avec les notions de complexité et de déterminisme. Plusieurs concepts didactiques étudiés dans un tel cours auraient pu servir de cadre pour aborder ces notions. Nous n'avons qu'à penser aux phénomènes d'obsolescence des situations didactiques et aux problèmes de reproductibilité qu'ils engendrent. Il aurait toutefois été difficile d'organiser un milieu antagoniste qui reproduise les conditions dans lesquelles émergent ces phénomènes et qui permettent aux étudiants de développer, par adaptation, une vision plus complexe des situations et des problèmes d'enseignement. Compte tenu de ces difficultés et puisqu'il nous appartient de former les étudiants à l'enseignement des mathématiques, nous avons naturellement tourné notre regard vers les mathématiques pour chercher un contenu répondant à nos objectifs. C'est ainsi qu'il nous a semblé pertinent de nous intéresser au jugement de probabilité et d'examiner l'apport de ce cadre sur la rencontre des projets ; nous pensons en effet que ce cadre situationnel pourrait se révéler particulièrement propice au développement d'un système de significations qui permette non seulement de répondre de manière optimale aux problèmes posés par le milieu, mais également d'apprendre 1) à raisonner de façon moins déterministe et 2) à composer avec l'incertitude des phénomènes éducatifs. Dans les paragraphes qui suivent, nous précisons la pertinence scientifique, sociale et didactique de ce choix pour notre étude.

1.4.1 La pertinence scientifique de ce choix de situations

1.4.1.1 Jugement de probabilité et projet : une épistémologie commune

Pour que des situations soient susceptibles de favoriser la rencontre souhaitée, il nous apparaissait essentiel qu'il y ait une certaine parenté entre la réflexion nécessaire au traitement de ces situations et celle qui est nécessaire à la formulation d'un projet. Choisir le jugement de probabilité comme cadre situationnel nous a donc semblé pertinent puisque le concept de projet et le jugement de probabilité s'appuient justement sur une même épistémologie. Déjà en 1992, Boutinet tenait un discours qui permettait d'effectuer ce rapprochement:

> *Parler de projet c'est d'emblée recourir à un concept flou qui nous introduit dans une nouvelle épistémologie; déjà depuis plusieurs décennies les sciences de la nature nous avaient habitués aux contours de cette nouvelle épistémologie pour penser l'incertitude, l'indéterminé, le hasard; elles nous ont aidés à remettre en cause la référence univoque au déterminisme pour tenter de comprendre et d'expliquer; une telle référence devient notoirement insuffisante pour penser la*

> *complexité des problèmes. La nouvelle donne épistémologique à laquelle participe le projet nous ouvre des horizons inédits en valorisant les ensembles flous et quelque peu insaisissables avec les caractéristiques qui leur sont liées d'incertitude, de complexité, de chaos, d'indécidabilité, de désordre... (Boutinet, 1992b, p. 91).*

Il y a donc une pertinence, sur le plan scientifique, à exploiter cette similitude. En amenant les étudiants à jongler avec les notions de complexité et d'incertitude, nous pensons que le jugement de probabilité pourrait peut-être amener les étudiants à considérer la complexité des phénomènes d'enseignement et à formuler un projet appuyé sur une vision moins déterministe de ceux-ci.

1.4.1.2 Contre-intuitivité et rencontre des projets

Le caractère contre-intuitif des probabilités nous a également convaincue de la pertinence de ce choix de situations pour poser la formation sur de nouvelles bases. En effet, rappelons que les futurs enseignants semblaient parfois insatisfaits de leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques, comme s'ils avaient appris ou avaient eu à apprendre ce qu'ils ne souhaitaient pas apprendre. En fait, pour citer Josso (1992):

> *L'étonnant de la situation éducative est que les demandes de formation formulées au départ n'impliquent pas qu'il y ait formation si l'on entend formation au sens où la personne est affectée par la situation éducative et que sa demande se transforme, s'enrichit ou se déplace, en un mot, qu'un projet se forme. Si cette alchimie de la rencontre éducative se produit, des choses relatives aux identités et à la subjectivité des protagonistes de l'action se modifient au sens où des composants sont éliminés au profit d'autres pour se reconstituer en une nouvelle configuration de sens (Josso, 1992, p. 217).*

La question est donc de trouver un moyen pour créer cette "alchimie de la rencontre éducative". Or toujours selon Josso (1992), «l'apprenant qui croit savoir ce qu'il veut apprendre peut se trouver mis en doute par une expérience inattendue dans son parcours de formation» (Josso, 1992, p. 218). Le jugement de probabilité est selon nous susceptible d'offrir aux étudiants cette expérience inattendue.

1.4.2 La pertinence sociale de ce choix de situations

La pertinence sociale peut être entendue comme la «production de connaissances utiles à tels types d'acteurs du terrain "ici et maintenant"» (De Ketele & Maroy, 2006, p. 238). Il s'agit ici des formateurs, des étudiants en enseignement et des citoyens de demain.

1.4.2.1 Pertinence pour les formateurs

La pertinence de ce choix de situations tient d'une part à ce que les formateurs souhaitent jeter les bases conceptuelles de l'enseignement des probabilités. Il leur appartient en effet, depuis l'introduction des probabilités dans le curriculum de l'école primaire québécoise, de former les étudiants pour enseigner ce contenu mathématique. La pertinence de ce choix tient également à ses répercussions potentielles dans la pratique de ces formateurs d'enseignants. Cette thèse pourrait en effet contribuer au développement de méthodes d'intervention utiles aux didacticiens des mathématiques, dans la mesure où les situations proposées favoriseraient la rencontre des visions que nourrissent respectivement les étudiants et les formateurs à propos des situations et des pratiques professionnelles caractérisant l'enseignement des mathématiques au primaire et réduiraient par conséquent l'occurrence, en formation initiale, des attentes réciproques non comblées.

1.4.2.2 Pertinence pour les étudiants

Les probabilités n'ayant été introduites qu'en 2001 dans le programme de formation de l'école québécoise, les futurs enseignants du primaire n'ont eu que très peu l'occasion de fréquenter ce champ de savoir. Puisqu'ils n'ont pas l'habitude de porter des jugements de probabilité en s'appuyant sur leurs connaissances mathématiques, il semble pertinent de leur proposer des situations dont le traitement requiert un raisonnement non déterministe et de leur montrer, pour reprendre les propos de Deheuvels, «[…]comment naît la certitude à partir d'un phénomène soumis aux lois du hasard» (Deheuvels, 2008, p. 5). Les universités offrant des programmes de formation à l'enseignement doivent également s'assurer que leurs étudiants auront développé, à l'issue de leur formation, une certaine aisance dans le traitement de situations probabilistes. Sans cela, il serait plutôt étonnant que leurs élèves parviennent à en développer une à leur tour.

1.4.2.3 Pertinence pour les citoyens de demain

Il faut enfin reconnaître, pour citer Lahanier-Reuter (1999), que l'introduction des probabilités dans le curriculum du primaire répond en elle-même à des exigences sociales :

> *Il semble bien que la décision d'introduire le plus tôt possible l'étude des phénomènes aléatoires soit l'expression d'une conception de la fonction sociale, en particulier civique, que revêt cet enseignement. Maîtriser l'aléatoire, que ce soit par le langage ou par la quantification probabiliste permet d'aller contre l'esprit de superstition, contre les croyances communes attachées aux phénomènes de hasard, et sans doute contre certaines pratiques non rationnelles. C'est aussi disposer d'un esprit critique à l'égard des informations délivrées dans les médias (Lahanier-Reuter, 1999, p. 65).*

Ce choix curriculaire participe donc à un effort collectif de formation citoyenne.

1.4.3 La pertinence didactique de ce choix de situations

Ce choix de situations participe-t-il à la formation didactique des futurs enseignants ? Pour répondre à cette question, il faudrait déjà s'entendre sur la nature des savoirs devant être transposés durant la formation. Or comme l'a signalé René de Cotret (2008), l'identification de ces savoirs n'est pas chose simple. Comment les formateurs identifient-ils ces savoirs? D'où viennent-ils et quelle est leur légitimité ou reconnaissance commune? S'il n'existe pas, à notre connaissance, de consensus quant à la nature exacte de ces savoirs, ces questions ouvrent toutefois la voie à une réflexion sur les finalités de cette formation, laquelle semble davantage consensuelle au sein de la communauté de recherche en didactique.

1.4.3.1 Jugement de probabilité et formation en didactique

La formation à l'enseignement des mathématiques devrait poursuivre, selon Sowder (2007), les objectifs suivants :

- Développer une vision partagée de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques (*Developing a shared vision*) ;
- Développer des connaissances mathématiques (*Developing mathematical content knowledge*) ;
- Comprendre comment les élèves apprennent et réfléchissent en mathématiques (*Developing an understanding of how students think about and learn mathematics*) ;
- Développer des savoirs pédagogiques axés sur les contenus (*Developing pedagogical content knowledge*) ;
- Comprendre le rôle de l'équité dans les mathématiques scolaires (*Developing an understanding of the role of equity in school mathematics*) ;
- Développer son identité d'enseignant de mathématiques (*Developing a sense of self as a teacher of mathematics*).

Selon Sztajn, Campbell et Yoon (2011), ces objectifs reflètent certains des progrès réalisés dans les différentes sphères de la recherche en didactique. En utilisant le jugement de probabilité comme cadre situationnel, nous croyons que les étudiants, apprendront à raisonner de façon moins déterministe et que cette évolution pourrait ultimement favoriser le *développement d'une vision partagée de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques*. C'est d'ailleurs l'ambition principale de cette thèse. Nous pensons également contribuer au *développement de nouvelles connaissances mathématiques* (notamment sur la loi des grands nombres) ainsi qu'au *développement de savoirs pédagogiques sur les contenus* (particularités des approches théorique et fréquentielle des probabilités).

Dans ce chapitre, nous avons déployé le problème de la rencontre, dans les cours de didactique des mathématiques, des projets de formation des étudiants et des formateurs. Dans le chapitre qui suit, nous présentons les modalités d'analyse de leurs projets de même que les modalités de conception des situations qui sont susceptibles d'apporter, selon nous, une solution au problème esquissé.

2 CADRE THÉORIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons les modalités d'analyse des projets des acteurs, de même que les modalités de conception des situations qui seront présentées aux futurs enseignants. À la lumière de ces cadres, nous précisons enfin les objectifs spécifiques de cette thèse.

2.1 Les modalités d'analyse des projets des acteurs

Pour analyser les projets des acteurs, nous nous sommes armée d'un cadre théorique alimenté par les recherches menées sur le concept de projet depuis plus d'une trentaine d'années et ce, tant en sciences de l'éducation (Ardoino, 1977, 1984, 1985), en pédagogie (Roegiers, 2007), en psychopédagogie (Jonnaert, 2000), qu'en pédagogie du projet (Tilman & Le Grain (Groupe), 2004). Dans cette section, nous présentons ainsi trois modalités d'analyse des projets des acteurs : les "types de projet", les "modes d'anticipation du projet" et la "complexité des situations anticipées". Ces modalités correspondent à des champs d'observation qui nous permettront d'appréhender la richesse et la complexité des projets de formation des acteurs, sans toutefois nous imposer un cadre d'analyse trop contraignant.

2.1.1 Les types de projet

La modalité "types de projet" se décline en deux modalités secondaires : le projet "visée" et le projet programmatique. Ces deux types de projet correspondent, de la façon dont ils ont été théorisés par Ardoino (1977, 1984, 1985), à des degrés différents d'élaboration du projet, le projet "visée" correspondant à l'intention de mener une action, le projet programmatique correspondant plutôt aux opérations devant être menées afin de réaliser cette action. Ainsi, dans l'analyse du projet de formation des acteurs, il semble opportun de distinguer 1) l'anticipation des compétences professionnelles qui doivent être développées durant la formation initiale à l'enseignement des mathématiques (projet "visée") de 2) l'anticipation des activités de formation requises pour développer ces compétences professionnelles (projet programmatique). Les sections 2.1.1.1 et 2.1.1.2 approfondissent la description de chacune de ces modalités secondaires.

2.1.1.1 Le projet "visée"

Une première approche du projet "visée" permet d’entendre ce type de projet comme étant la direction de la vue vers une cible à atteindre. Dans cette première acception du projet "visée", il faut interpréter la vue dans son sens le plus large, c’est-à-dire non pas comme ce que les yeux permettent de voir, mais plutôt comme la représentation mentale de cette cible. Il ne s’agit donc pas d’une cible que l’on "voit", mais d’une cible que l’on a "en vue", d’une cible qu’on anticipe et que l’on vise à atteindre.

Dans cette thèse, le projet "visée" doit être entendu comme une anticipation des finalités d’un projet. Cette anticipation ne renseigne toutefois pas sur les étapes à programmer et sur les actions à poser pour réaliser un tel projet. En effet, affirmer que la visée du projet de formation d’un étudiant soit de "mieux comprendre les mathématiques à enseigner" ou de "réussir son cours de didactique" ne renseigne en rien sur les actions que cet étudiant compte entreprendre pour réaliser son projet. Ce projet renseigne toutefois sur les besoins des acteurs (à ce propos, voir Bourgeois, 1991), que nous entendons, à l’instar de Roegiers, comme « […] des représentations de l'écart existant entre une situation attendue et une situation actuelle (ou vécue), quelle que soit la forme sous laquelle elle s'exprime [...]» (Roegiers, 2007, p. 70). C’est donc parce qu’un acteur perçoit un écart entre ce qui existe (selon lui) et ce qu’il attend qu’il nourrit un projet. À ce propos, Barbier dira, dans le cadre de ses travaux sur la formation professionnelle et en amont de la définition du concept de projet, que la notion de besoin «[…]«est à la fois synonyme de creux, de distance, de manque, de souffrance et elle peut être traduite […] en termes d'objectifs pour l'action» (Barbier, 1991, p. 101). Ainsi, un projet dont la visée est de "mieux comprendre les mathématiques à enseigner" traduit le besoin de l’acteur de mieux comprendre le savoir qu’il aura à enseigner et implique qu’il perçoit sa compréhension actuelle comme étant non suffisante. Ce projet "visée" traduit également le système de valeurs de l’acteur, dans la mesure où il souhaite "mieux comprendre les mathématiques à enseigner" parce qu’il accorde de l'importance au fait de "comprendre ce qu’il enseigne". Selon le psychosociologue Boutinet (Boutinet, 1992a), les valeurs se situent d’ailleurs en amont des finalités. Ce raisonnement engage une réflexion plus importante sur l’évolution des projets des acteurs, qui pourrait s'avérer d'autant plus complexe à orchestrer lorsque les projets s'appuient sur des valeurs morales, esthétiques ou sociales.

La paternité de la distinction «projet "visée" / projet programmatique» peut être attribuée à Ardoino (1977, 1984, 1985). Selon ce chercheur en sciences de l'éducation, le projet "visée" correspond à «[...] une intention philosophique ou politique, une visée, affirmant, de façon quelque peu indéterminée, des valeurs en quête de réalisation. Celle-ci ne peut bien entendu s'effectuer que dans un temps-durée, dans un futur, non précisément programmable» (Ardoino, 1985, p. XLV). Dans cette définition, le projet "visée" témoigne des valeurs des acteurs, valeurs s'incarnant dans l'intention du projet. Dans ses travaux sur la pédagogie du projet, Tilman (2004) reprendra cette idée de valeurs en définissant le projet "visée" comme étant une forme de légitimation du projet. Parce que la notion de valeur nous entraînerait trop dans ce qu'il nous semble possible et légitime de traiter dans un cours de didactique, la définition que nous retiendrons du projet "visée" sera plus près de la définition qu'en a donnée Ardoino l'année précédente : une «[...] intention exprimée, ici et maintenant, de façon vague ou précise, de tenter, de réaliser, de faire quelque chose, dans quelque futur, proxime ou plus lointain; intention assortie ou non des moyens de sa réalisation, c'est-à-dire de sa stratégie» (Ardoino, 1984, p. 7).

Roegiers, qui a analysé plusieurs définitions du concept de projet (Ardoino, 1984; Barbier, 1991; Boutinet, 1992a; CEPEC, 1991) dans la perspective d'élaborer une définition qui soit opérationnelle dans le cadre d'une action d'éducation ou de formation, décrit le projet "visée" comme étant « […] une anticipation d'une situation que l'on souhaite voir réalisée, une anticipation des finalités: c'est le projet "visée" au sens d'Ardoino: on en est uniquement à l'état d'idée, sans passer à l'aspect concret de la mise en œuvre […]» (Roegiers, 2007, p. 176). La conception du projet "visée" proposée par Ardoino a donc été reprise dans la définition qu'en donne Roegiers (2007), mais également dans celle de Jonnaert (2000), qui l'utilise en didactique :

> *Pour cet auteur [Ardoino, 1977], l'intention est exprimée, ici et maintenant, de manière vague ou précise. Elle indique le désir de faire quelque chose dans un futur proche ou lointain. C'est un désir, un souhait, une intention non encore mise en*

œuvre ("j'ai envie de faire un voyage dans un pays de l'Est"). L'intention n'est pas nécessairement accompagnée des moyens de sa réalisation. Ardoino nomme cette première dimension du projet: le projet-visée (Jonnaert, 2000, p. 119).

Dans le cadre de cette thèse, nous retiendrons les caractéristiques suivantes du projet "visée" :

- Intention d'actualiser
- Ici et maintenant
- L'anticipation d'une situation ou d'un état
- Pouvant advenir dans un futur plus ou moins lointain

Bien qu'une partie du discours tenu dans cette section porte sur les besoins et les valeurs légitimant la formulation d'un projet "visée", il est à noter que la question de sa légitimité n'est pas traduite dans les critères de définition retenus. Le caractère opératoire ou non opératoire du projet "visée" ne figure guère davantage dans les critères de définition retenus. Bien qu'Ardoino (1984) précise que le projet "visée" connote une «intention [qui est] assortie ou non des moyens de sa réalisation», il semble judicieux de réserver ce critère pour définir le projet programmatique. En effet, le projet "visée" et le projet programmatique sont considérés comme étant deux dimensions complémentaires d'un même projet. Le projet "visée" n'a pas à préciser les conditions de son opérationnalisation et peut exister avant même qu'elles soient déterminées. Ce n'est toutefois pas le cas du projet programmatique, dont le dessein est justement de définir les conditions de mise en œuvre du projet "visée".

2.1.1.2 Le projet "programmatique"

D'emblée, le concept de projet programmatique renvoie à l'idée de programme, c'est-à-dire à une suite d'actions à poser en vue d'atteindre une finalité (situation ou état visé). En première approche, on pourrait ainsi définir le projet programmatique comme une anticipation des actions à poser en vue de mettre en œuvre un projet "visée", comme une anticipation du chemin à suivre (Tilman & Le Grain (Groupe), 2004). L'initiateur de ce concept, Ardoino, entend le projet programmatique comme «[…] le schéma mis en forme logique de ce qui est anticipé» (1984, p. 7). Il y a donc un lien manifeste entre le projet "visée" et le projet programmatique:

> *Idéalement, le projet programmatique veut et doit être la <u>traduction stratégique, méthodologique, opérationnelle, économique</u> [c'est nous qui soulignons], de la formulation plus philosophique ou politique <u>du projet-visée</u>, entraînant, de ce fait même, la conversion de finalités en objectifs (Ardoino, 1984, p. 9).*

Ardoino (1984, 1985) compare le projet programmatique à des maquettes, des canevas ou des esquisses réalisés par différents professionnels (ingénieur, architecte, administrateur). Selon lui, ces projets sont «[…]la représentation la plus exacte, la plus riche possible de ce qu'on anticipe» (Ardoino, 1985, p. XLVI). Pour reprendre une partie de l'analogie effectuée par Ardoino, si les maquettes et les plans de l'architecte permettent d'anticiper les étapes à franchir pour construire la maison, ils se situent toutefois en amont de la construction et ne doivent pas être confondus avec la maison construite. Ainsi, le projet programmatique anticipe la mise-en-œuvre du projet "visée", mais c'est une projection qui appartient, au même titre que le projet "visée", à ce que Roegiers (2007) nomme le "projet projeté" : «Ce sont des projets qui comprennent une visée, une projection, ainsi qu'une action planifiée, mais qui ne comprennent pas la réalisation de l'action proprement dite. Ils englobent toutes les phases d'élaboration du projet, mais s'arrêtent au moment du passage à l'action» (Roegiers, 2007, p. 176).

Ainsi, dans le cadre de cette thèse, nous retiendrons les caractéristiques suivantes du projet programmatique :

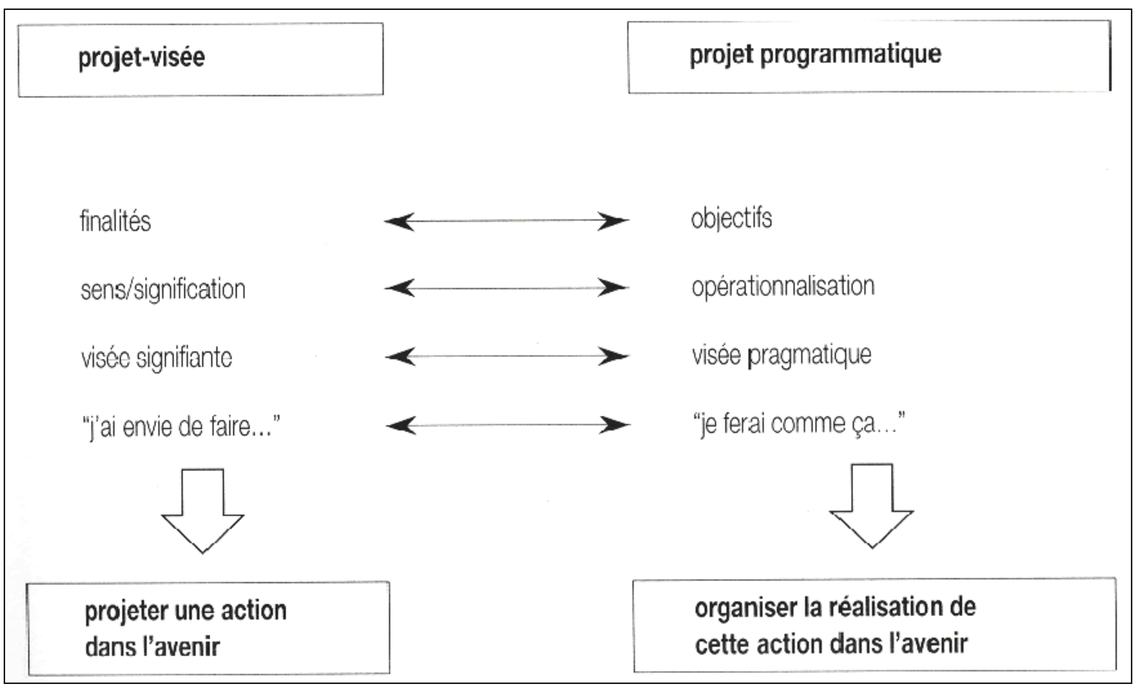
- Planification des ressources /des actions
- Jugées utiles ou nécessaires
- Pour réaliser un projet "visée"

Il est entendu que cette planification se situe en amont de la réalisation du projet – baptisée «projet "agi"» par Roegiers (2007) lorsqu'il [le projet] comprend à la fois la planification et la réalisation de l'action – et qu'elle est susceptible de revêtir des formes diverses (à ce propos, voir Ardoino, 1984, 1985). Ainsi, pour reprendre un exemple présenté à la section précédente, si le projet "visée" d'un étudiant est de "mieux comprendre les mathématiques à enseigner", le projet programmatique correspondant pourrait être de planifier :

- une inscription à un cours d'appoint en mathématiques;
- la réalisation d'exercices mathématiques en ligne;
- l'ajout d'un cours d'approfondissement en didactique des mathématiques ;
- la lecture d'ouvrages mathématiques et didactiques ;
- la participation à un colloque en didactique des mathématiques ;
- une visite du centre d'aide à la réussite de l'établissement fréquenté, etc.

Il s'agit donc des ressources ou des actions jugées nécessaires ou utiles par l'acteur qui nourrit le projet. Il faut donc admettre la possibilité que les actions ou ressources jugées nécessaires par l'acteur ne soient pas les plus efficientes ou qu'elles ne permettent pas d'atteindre le projet "visée". De là la nécessité, dans le cadre d'une action d`éducation, de convenir ensemble du projet programmatique à suivre. La Figure 2, proposée par Jonnaert (2000), offre une description synoptique des deux types de projets.

Figure 2 : Projet-"visée" et projet programmatique selon Jonnaert (2000, p. 19)



Nous complétons cette figure par un tableau synoptique des caractéristiques distinctives du projet "visée" et du projet programmatique (voir Tableau 1).

Tableau 1 : Caractéristiques distinctives du projet "visée" et du projet programmatique

Projet "visée"	Projet programmatique
- Intention d'actualiser - Ici et maintenant - L'anticipation d'une situation ou d'un état - Pouvant advenir dans un futur plus ou moins lointain	- Planification des ressources /des actions - Jugées utiles ou nécessaires - Pour réaliser un projet "visée"

Étant donné le rôle que joue l'anticipation du futur dans la formulation d'un projet, il convient maintenant d'examiner les modes d'anticipation du projet.

2.1.2 Les modes d'anticipation du projet

Tout projet implique une anticipation du futur. Il ne peut en effet en être autrement, la situation ou l'état visé ne correspondant pas, pour l'auteur du projet, à une situation ou à un état actuel. Cette anticipation du futur prévoit selon nous au moins trois scénarios possibles, que nous baptiserons "futur anticipé", "futur projeté" et "futur idéalisé". Il s'agit de :

- L'anticipation d'un futur proche ou lointain où le projet n'est pas réalisé (futur anticipé);
- L'anticipation d'un futur proche ou lointain où le projet est réalisé (futur projeté);
- L'anticipation d'un futur idéal (futur idéalisé).

La notion de projet est donc liée à une volonté de changer ou de maîtriser un futur proche ou lointain que l'acteur anticipe (1), afin qu'au terme du projet, le futur projeté (2) corresponde davantage au futur que l'acteur a idéalisé (3). La conceptualisation que nous proposons de ce futur projeté rejoint la notion d'acte projeté, telle que la présente Friedrich (2001) dans un texte sur le caractère énigmatique de l'action:

> *Le point de départ de la projection est le résultat de la future action, c'est en fin de compte l'action, l'acte imaginé comme ayant été accompli qui est utilisé pour fixer le but: le but est le résultat que l'action produirait si elle se réalisait. Dès lors, pour développer un projet d'action, l'agent doit se placer par l'imagination dans le futur,*

dans le temps où l'action serait déjà accomplie: "Ce qui est ainsi anticipé dans le projet n'est pas, dans notre terminologie, l'action future, mais l'acte futur[10]*, et il est anticipé au future perfect, modi futuri esatti" ([Schütz] 1998, p. 55). Une telle anticipation dans la perspective temporelle du futur passé est possible, car l'agent dispose d'une connaissance des actes que lui ou d'autres ont préalablement accomplis qui sont similaires à l'acte projeté; la projection se fonde sur la connaissance du "Je peux le faire". Le sujet élabore son projet en se référant à une connaissance disponible qui est constituée d'expériences potentielles dont le sujet s'attend à ce qu'elles soient similaires à celles du passé. L'action n'existe dès lors dans la projection que sous forme de connaissance disponible (Friedrich, 2001, p. 101).*

L'anticipation du futur ne pouvant être effectuée sans qu'il y ait référence au passé des acteurs, s'il y a insatisfaction ou inconfort par rapport à ce passé, le projet nourrira, par rapport à l'anticipation, des enjeux de contrôle ou de création (Roegiers, 2007). L'*enjeu de contrôle* vise la réduction des écarts entre le futur que l'acteur anticipe (1) et le futur qu'il idéalise (3), tandis que l'*enjeu de création* vise la recherche et l'invention de moyens pour améliorer une situation ou un état jugé non satisfaisant. Par futur, il faut bien sûr entendre la "représentation du futur", puisque celui-ci n'est connu qu'au moment où il change de nature et devient "présent". Comme le soulignait Boutinet, «le futur est donc fait simultanément de continuité et de rupture avec ce qui a existé. Cette indétermination partielle le rend justement problématique et angoissant» (Boutinet, 1992a, p. 64). Les enjeux de contrôle et de création sont donc liés à la réduction de cet inconfort. D'après Roegiers: «Ce sont ces deux enjeux qui créent la tension énergétique nécessaire pour développer le projet. Ils prennent une part plus ou moins importante selon le type d'anticipation qui est fait, c'est-à-dire selon le mode de projection dans le futur» (Roegiers, 2007, p. 180).

Dans cette étude, les modes d'anticipation d'un projet constituent autant de modalités permettant d'analyser le projet de formation des acteurs. Seront donc présentés, dans les paragraphes qui suivent, les trois modes d'anticipation proposés par Roegiers (2007), soit le

[10] Selon Schütz, «Alors que l'action « […]désignera la conduite humaine en tant que processus en cours qui est conçu par l'acteur par avance, c'est-à-dire, qui se base sur un projet préconçu » (Schutz & Blin, 1998, p. 53), l'acte désignera toujours l'action accomplie, le résultat, l'effet de l'action qui s'est déroulée» (Friedrich, 2001, p. 101).

mode adaptatif, le mode prévisionnel et le mode prospectif. Ces modes permettront éventuellement de qualifier les variables associées à la situation ou à l'état visé.

2.1.2.1 Le mode adaptatif

Le futur anticipé (1) par un acteur n'est à proprement parler jamais déterminé à l'avance. Toutefois, cette indétermination est plus ou moins manifeste selon les situations, ce qui crée bien souvent, par rapport au futur, une illusion de certitude. En fait, tout se passe comme si le passé et le futur étaient liés dans la fonction d'anticipation. Si, dans le passé d'un sujet, à chaque fois que des conditions *x* et *y* étaient réunies, un événement *z* se produisait, ce sujet aura tendance à anticiper la réalisation de *z* à chaque fois que, dans le futur, les conditions *x* et *y* seront réunies. Et lorsque ces constatations sont partagées par un nombre considérable de sujets, la réalisation future de cet événement, bien qu'à proprement parler incertaine, devient certaine aux yeux de tous. L'anticipation d'un lever de soleil au petit matin appartient à ce genre d'anticipation. Les variables liées à cet événement sont connues et l'heure exacte de réalisation de cet événement est même calculée. Ainsi, la photographe qui projette de se lever tôt le matin pour capter le lever de soleil sur pellicule, de même que le camionneur qui projette de s'acheter des lunettes solaires afin de ne pas être ébloui au petit matin par la réflexion des rayons du soleil sur la neige, élaborent tous les deux des projets en utilisant un mode d'anticipation mobilisant et gérant des variables déjà connues. Il s'agit d'un mode d'anticipation dit "adaptatif", qui s'adapte à l'avance suivant la mémoire d'un "futur antérieur", au sens de Schütz (Schutz, 2008; Schutz & Blin, 1998).

Nous retiendrons, de ce mode d'anticipation, la définition qu'en a proposée Roegiers :

> *Le mode adaptatif consiste à augmenter les chances de succès d'une opération, d'un changement,..., toutes choses restant égales par ailleurs. Il est issu d'une évaluation prédictive d'une situation, destinée à évaluer les chances de succès d'un choix, d'une orientation prise, que ce soit sur le plan collectif ou individuel. On peut l'associer à un mode de gestion courante qui consiste à s'adapter à une situation que l'on va rencontrer dans un futur proche; en fait, il s'agit moins d'une projection dans le futur que d'un rapprochement de celui-ci (Roegiers, 2007, p. 181).*

Il s'agit donc d'une anticipation qui est effectuée par le sujet de manière à ce qu'il s'adapte à ce qui s'en vient. Ce "mouvement de la pensée qui imagine ou vit à l'avance l'avenir" (Tilman & Le Grain (Groupe), 2004, p. 187) correspond, dans ce mode, à un futur anticipé (1) dont la probabilité de réalisation, bien qu'estimée de manière plutôt subjective, est estimée très forte et est réputée indépendante de la volonté du sujet. Roegiers mentionne certains exemples de projets liés à une anticipation adaptative :

> - *un projet individuel de formation pour adapter son niveau de compétences à des exigences professionnelles déterminées ;*
> - *un projet de remédiation pour un groupe d'élèves auprès desquels on a identifié l'absence de certains prérequis ;*
> - *la mise sur pied d'une offre de formation visant à répondre à des besoins de formation que l'on a déjà identifiés ;*
> - *un projet pédagogique dans une classe, destiné à développer des compétences qu'il n'est pas possible de développer dans des activités de cours traditionnelles (Roegiers, 2007, p. 181).*

C'est ainsi que selon Boutinet, les anticipations adaptatives «[…] portent exclusivement sur l'état probable de l'environnement dans un temps à venir, non sur mes propres désirs» (Boutinet, 1992a, p. 69). Gabillet (2008), dans ses travaux en sciences de la gestion, parlera quant à lui des anticipations réalisées grâce à une logique d'invariance (futur socle) et des anticipations réalisées grâce à une logique d'inévitable (futur nécessaire), deux concepts que nous pouvons utiliser pour caractériser les futurs anticipés grâce à un mode adaptatif.

Un étudiant dont le projet "visée" est de "mieux comprendre les mathématiques à enseigner", et qui a légitimé celui-ci en fonction d'une anticipation adaptative, peut concevoir la nécessité de ce projet pour l'une ou plusieurs des raisons suivantes :

- Réussir un examen de mathématiques ;
- Augmenter sa moyenne générale ;
- Réussir sa formation initiale à l'enseignement des mathématiques ;
- Bien enseigner les mathématiques ;
- Intervenir adéquatement auprès des élèves qui éprouvent des difficultés en mathématiques.

Les anticipations réalisées grâce à ce mode légitiment le projet "visée" de l'étudiant en considérant un futur dont les variables seront présumées équivalentes aux variables d'un horizon passé ou actuel. Cela signifie que deux étudiants pourraient nourrir un même projet "visée" ("mieux comprendre les mathématiques à enseigner") et le légitimer de la même façon (pour "bien enseigner les mathématiques"), sans que le mode d'anticipation soit le même et que les adaptations qui en découlent soient les mêmes. L'étudiant qui assimilera l'enseignement des mathématiques de demain à l'enseignement des mathématiques d'hier ou d'aujourd'hui utilisera un mode d'anticipation adaptatif, ce qui ne serait pas le cas d'un étudiant qui anticiperait que l'enseignement des mathématiques de demain sera différent de l'enseignement des mathématiques d'hier ou d'aujourd'hui. Ainsi, si un projet "visée" peut être légitimé en fonction d'une anticipation adaptative, cela n'implique pas qu'il soit impossible de le légitimer en fonction d'un autre mode d'anticipation. Toutefois, puisque nous nous intéressons ici aux projets de formation, il convient de souligner que «[…] tout projet dont la visée s'inscrit dans un développement de compétences, au sein d'une institution d'enseignement ou de formation, relève d'une anticipation selon le mode adaptatif» (Roegiers, 2007, p. 182). Cela n'a en effet rien d'étonnant, car comme le rappelle Legendre, une compétence est intimement liée à des pratiques de référence, pratiques qui - rappelons-le - doivent être anticipées en amont de la formation:

> *Une compétence est nécessairement liée à ses contextes d'exploitation et aux conditions de son utilisation féconde. Cette idée conduit à insister sur le fait qu'une compétence n'existe pas en elle-même indépendamment de son champ d'application, c'est-à-dire des contextes et conditions de son utilisation féconde. Elle ne peut se manifester qu'à travers l'utilisation appropriée des ressources qu'elle mobilise. Elle est généralement liée à des pratiques de référence. Il peut s'agir de pratiques professionnelles : ce qui nous amène ainsi à la compétence professionnelle d'un médecin ou à la compétence professionnelle d'un enseignant en référence à leur capacité à mobiliser et à utiliser des ressources variées dans des situations liées à leur pratique professionnelle (Legendre, 2001, p. 18).*

Projeter de développer des compétences professionnelles, c'est ainsi projeter de devoir s'adapter à des situations liées à des pratiques professionnelles déjà référencées.

2.1.2.2 Le mode prévisionnel

Dans le mode adaptatif, les variables du futur anticipé sont pour la plupart connues. Dans le mode prévisionnel, le sujet cherche à se préparer à un futur dans lequel il sait que certaines variables auront changé et pour lesquelles il anticipe la direction du changement. Les prévisions météorologiques à court terme sont des anticipations réalisées grâce à ce mode d'anticipation puisqu'elles anticipent, à partir d'un état initial et des modèles qui traduisent les principes physiques en jeu, des changements successifs dans l'atmosphère. La météo prévalant une journée est donc typiquement différente de celle qui prévaudra dans les jours suivants, plusieurs variables ayant changé dans l'atmosphère. Roegiers illustre les projets liés à une anticipation prévisionnelle grâce aux exemples suivants :

> - *un projet individuel de formation dans une branche dans laquelle on prévoit qu'il y aura des possibilités plus tard ;*
> - *un projet d'établissement visant à rapprocher les populations de deux entités qui vont être prochainement amenées à fusionner ;*
> - *l'ouverture d'une nouvelle section en prévision de débouchés probables, compte tenu de certains indicateurs ;*
> - *un projet d'établissement qui vise à mettre en application les résultats d'une recherche récente (Roegiers, 2007, p. 182).*

Ce mode d'anticipation pourrait être comparé à une heuristique d'ancrage et d'ajustement. Cette heuristique renvoie au processus par lequel un individu apprécie ou évalue quelque chose en se basant sur l'appréciation d'une chose similaire (ancrage), et en ajustant son appréciation en fonction des variables de ce qu'il a à évaluer (ajustement)[11]. Chapman et Johnson (2002) mentionnent l'exemple d'une personne qui cherche à déterminer la valeur d'une chaise antique dont elle vient d'hériter. Il est possible qu'elle se remémore avoir vu, chez un antiquaire, une chaise très similaire, mais dans un meilleur état de conservation. L'utilisation d'une heuristique d'ancrage et d'ajustement pourrait permettre à cette personne de déterminer une valeur pour sa chaise, en prenant le prix demandé par l'antiquaire comme ancrage et en ajustant ce prix en

[11] La comparaison entre le mode d'anticipation prévisionnel et l'heuristique d'ancrage et d'ajustement tient à ce qu'ils réfèrent tous les deux à un référentiel de situations modélisées pour émettre une anticipation ou un jugement. Pour plus d'information sur cette heuristique, voir la section 2.2.1 de cette thèse.

fonction de l’état de la chaise reçue en héritage. Ainsi, elle pourrait "prévoir" le prix de vente pour sa chaise et ce, même si sa chaise n’est pas identique à celle qu’elle avait vue.

Dans le cadre de cette thèse, nous retiendrons la définition originelle de Roegiers (2007), qui a introduit la conceptualisation de ce mode d’anticipation :

> *Le mode prévisionnel est le mode selon lequel on anticipe telle ou telle modification du contexte, on examine les conséquences probables de cette modification. On prévoit certains changements, et on agit en conséquence. Ce qui le distingue du précédent, c'est que toutes choses ne restant plus égales par ailleurs, on émet des hypothèses sur l'avenir, on prend certains risques calculés: "gouverner c'est prévoir". Il y a cette fois véritablement projection dans le futur (Roegiers, 2007, p. 182).*

Un étudiant dont le projet "visée" est de "mieux comprendre les mathématiques à enseigner", et qui a légitimé celui-ci en fonction d’une anticipation de type "prévisionnel", peut entre autres relier la nécessité de ce projet à celle :

- D’enseigner les mathématiques selon une approche différente de celle qu’il a connue ;
- De répondre à des questions mathématiques d’élèves qui l’amènent à explorer de nouvelles relations mathématiques ;
- D’être en mesure d’aider les élèves si le manuel d’enseignement utilisé en stage de formation pratique ne fournit pas les solutions à tous les problèmes mathématiques.

Dans ce mode d’anticipation, une prévision du futur est effectuée en fonction des tendances qui se dessinent à l’horizon. L'horizon temporel concerné par cette anticipation correspond à ce que (Gabillet, 1999, 2008) a baptisé "futur tendanciel", soit à un futur qui «[…] permet à l'acteur de fixer des pré-connus supposés en se fondant sur son vécu actuel, c'est-à-dire en postulant la poursuite d'un certain nombre de dynamiques d'ores et déjà activées et perçues par lui comme significatives» (Gabillet, 2008, p. 130). Ces tendances permettent d’inférer ce à quoi pourrait ressembler ce futur, et puisque l’on ne peut identifier, a priori, toutes les caractéristiques de ce futur, il en résulte une certaine forme d’incertitude. En fait, il est possible que ces tendances introduisent une discontinuité avec l’expérience présente ou passée du sujet. C’est entre autres le cas d’étudiants qui auront à enseigner à partir d’un programme qui pourrait différer radicalement de celui qu’ils ont connu en tant qu’élèves ou même de celui qu’ils auront apprivoisé en tant que futurs enseignants ; l’écart pourrait être très grand, tant au niveau des principes sous-jacents, des contenus prescrits, des approches pédagogiques privilégiées, que de leur actualisation dans les milieux de pratique. Pour certains de ces étudiants [12], la question est moins de reproduire les comportements des enseignants qu'ils ont connus jadis – comportements qui appartiennent à un horizon temporel que Gabillet (2008) a baptisé "futur interdit" – que d'anticiper les comportements à adopter compte tenu de ce nouveau programme dans le cadre duquel ils auront à enseigner et des programmes qui pourraient lui succéder. En fait, tout se passe comme si cette anticipation s'appuyait sur un modèle des pratiques d'enseignement rencontrées antérieurement, modèle auquel de nouvelles variables sont intégrées afin de tenir compte de la réforme et de prévoir son impact sur les pratiques. Du point du vue du formateur, ce même projet pourrait toutefois relever d'un mode d'anticipation adaptatif, dans la mesure où il dispose d'informations qui réduisent, dans son cas, la prise de risques. En effet, sa collaboration avec les enseignants qui ont mis en œuvre le nouveau programme de formation, de même que sa connaissance des théories et des recherches qui éclairent ces nouveaux choix curriculaires, réduisent la zone d'incertitude dans laquelle il travaille et lui permettent d'élaborer un projet de formation en se basant sur un mode d'anticipation adaptatif.

2.1.2.3 Le mode prospectif

Le mode prospectif est un mode d'anticipation du futur (1) où peu de variables sont connues. Par conséquent, les anticipations qui sont réalisées grâce à ce mode répondent plus à des enjeux de création qu'à des enjeux de contrôle, la frontière entre le futur anticipé (1), le futur projeté (2) et le futur idéalisé (3) étant moins distincte. En effet, selon Durance *et al*. (2007):

> *L'idée centrale inhérente à la prospective est que l'avenir n'est pas une fatalité, qu'il se construit pas à pas, qu'il est moins à découvrir qu'à inventer. Pour pouvoir le construire, il faut faire preuve d'anticipation. Sans anticipation, reste [sic] les seules urgences qui ne laissent guère de marges de manoeuvre. Dans une phase exploratoire, la prospective s'efforce donc de réduire l'incertitude face à l'avenir, de décrypter et de conjecturer collectivement des futurs possibles. Puis, dans une*

[12] Nous ne pouvons supposer que tous les étudiants chercheront à adhérer à ce nouveau programme.

> *phase plus normative, elle permet de faire émerger la vision d'un futur souhaitable, ainsi que la trajectoire pour y parvenir, en se donnant les marges de manœuvre nécessaires, même si ces dernières se réduisent, peu à peu […] (Durance, Godet, Mirénowicz, & Pacini, 2007, p. 8).*

Un mode d'anticipation basé sur la prospective, tout en ouvrant de nouveaux horizons, appelle ainsi une réflexion sur les actions à poser pour que les scénarios les plus souhaitables se réalisent. Par exemple, les anticipations liées aux conséquences du réchauffement climatique étant pessimistes, des plans d'action ont été créés afin de réduire les émissions de gaz à effet de serre. Ces gaz étant responsables du réchauffement climatique, l'adoption de ces plans est susceptible d'améliorer les perspectives d'avenir des citoyens de demain (projet "visée").

Dans le cadre de cette thèse, nous retiendrons de ce mode d'anticipation la définition qu'en a proposée Roegiers (2007):

> *Le mode prospectif consiste à se projeter dans un avenir lointain, que peu ou pas d'indicateurs permettent encore d'anticiper. […] Alors que les deux modes précédents fonctionnaient surtout sur la méthode, et reposent sur un mode de gestion rigoureux, le mode prospectif fonctionne surtout sur l'intuition. Cette fois, il y a une recherche de nouvelles variables, de nouveaux modes d'approche sur la base d'une idée que l'on a des grands facteurs susceptibles d'intervenir» (Roegiers, 2007, p. 182).*

Une anticipation prospective correspond donc à l'anticipation d'un avenir lointain, à propos duquel on ne connaît pas grand-chose. Les projets qui s'appuient sur ce mode d'anticipation sont souvent des projets visionnaires, en ce sens qu'ils témoignent d'une certaine intuition de l'avenir. Selon Roegiers, il peut s'agir, par exemple:

> - *un projet d'établissement dans lequel on met en place un fonctionnement visant à établir de nouveaux types de rapports entre les élèves de cultures différentes ;*
> - *l'expérimentation de nouveaux apprentissages pour une catégorie d'âge donnée ;*
> - *une façon tout à fait originale de concevoir une formation, etc (Roegiers, 2007, p. 183).*

Dans ce mode d'anticipation, les enjeux de création prédominent. Toutefois, les enjeux de contrôle peuvent prendre une place non négligeable dans le processus d'anticipation lorsque l'horizon temporel est envisagé grâce à une logique de vigilance. Par exemple, les projets de réduction des émissions de gaz à effet de serre dont il fut question plus tôt dans cette section, de même que les projets de recherche sur les carburants non fossiles, qui anticipent l'épuisement des carburants fossiles et les problèmes environnementaux pouvant être engendrés par leur combustion, répondent à certains enjeux de contrôle. Ces projets tentent d'influencer un" futur incertain", horizon temporel qui est, selon Gabillet, celui «[…] de la contingence radicale, des "angles morts" supposés du futur, en tant que sources d'anxiété et de vigilance pour l'acteur» (Gabillet, 2008, p. 131). En contrepartie, les projets d'urbanisme anticipant les besoins et le mode de vie des habitants d'une localité pour les décennies à venir s'inscrivent moins dans une logique de vigilance que dans une logique des options. L'horizon temporel ici considéré est celui d'un "futur libre": «Il est le lieu mental – soutient Gabillet – des possibilités présumées et assumées, de la zone d'influence sur les événements, du champ des options possibles» (Gabillet, 2008, p. 132).

Un étudiant dont le projet "visée" est de "mieux comprendre les mathématiques à enseigner", et qui a légitimé celui-ci en fonction d'une anticipation de type "prospectif", pourrait concevoir la nécessité de ce projet pour entre autres:

- Résoudre les problèmes qu'il est susceptible de rencontrer au cours de sa vie (futur incertain);
- Appuyer ses élèves dans la réalisation de projets mobilisant des connaissances mathématiques diverses (futur libre) ;
- Adopter des pratiques d'enseignement innovantes (futur libre);
- S'adapter aux changements susceptibles d'affecter, au fil des années et des réformes, le curriculum mathématique de l'école primaire (futur incertain);
- Comprendre les principes mathématiques sur lesquels s'appuieront les technologies de demain (futur incertain).

Il convient ici de remarquer que l'indétermination est le dénominateur commun de ces exemples, l'étudiant ne connaissant pas, du moins au moment où il élabore son projet, les problèmes, les projets, les pratiques et les technologies concernées.

Pour conclure, rappelons que les trois modes d'anticipation présentés dans cette section permettront d'analyser les fondations des projets élaborés par les acteurs. Le Tableau 2 brosse un portrait rapide des caractéristiques de chacun de ces modes, alors que le Tableau 3 offre un aperçu synoptique des horizons temporels concernés par chaque mode d'anticipation.

Tableau 2 : Caractéristiques des modes d'anticipation du projet

Mode d'anticipation	Définition	Variables	Enjeux prédo-minants	Situations de référence
Mode adaptatif	*Le mode adaptatif consiste à augmenter les chances de succès d'une opération, d'un changement,..., toutes choses restant égales par ailleurs.* (Roegiers, 2007, p. 181)	Connues	Contrôle	Référentiel déterminé
Mode prévisionnel	*Le mode prévisionnel est le mode selon lequel on anticipe telle ou telle modification du contexte, on examine les conséquences probables de cette modification. On prévoit certains changements, et on agit en conséquence. Ce qui le distingue du précédent, c'est que toutes choses ne restant plus égales par ailleurs, on émet des hypothèses sur l'avenir, on prend certains risques calculés […]* (Roegiers, 2007, p. 182).	Prévues	Contrôle et création	Référentiel modélisé
Mode prospectif	*Le mode prospectif consiste à se projeter dans un avenir lointain, que peu ou pas d'indicateurs permettent encore d'anticiper*. […] *Alors que les deux modes précédents fonctionnaient surtout sur la méthode, et reposent sur un mode de gestion rigoureux, le mode prospectif fonctionne surtout sur l'intuition. Cette fois, il y a une recherche de nouvelles variables, de nouveaux modes d'approche sur la base d'une idée que l'on a des grands facteurs susceptibles d'intervenir»* (Roegiers, 2007, p. 182).	Inconnues	Création	Référentiel indéterminé

Tableau 3 : Horizons temporels concernés par chaque mode d'anticipation

Mode adaptatif	
Futur socle Les anticipations sont effectuées selon une logique d'invariance (renvoient à ce qui se produit toujours)	**Futur nécessaire** Les anticipations sont effectuées selon une logique d'inévitable (renvoient à ce qui se produira inévitablement)
Mode prévisionnel	
Futur tendanciel Les anticipations sont effectuées selon une logique de tendance (renvoient à ce qui devrait se produire si la tendance se maintient)	**Futur interdit** Les anticipations sont effectuées selon une logique d'interdit (renvoient à ce qui ne devrait pas se produire)
Mode prospectif	
Futur incertain Les anticipations sont effectuées selon une logique d'incertitude (renvoient à ce qui va ou ne va peut-être pas se produire)	**Futur libre** Les anticipations sont effectuées selon une logique de liberté (renvoient à tout ce qui pourrait se produire, à tous les événements de l'univers des possibles)

Il ne s'agira pas, dans le cadre de cette thèse, d'apparier les projets des acteurs à un mode d'anticipation particulier. D'ailleurs, comme le mentionne Roegiers, «Ces trois modes traduisent davantage un état d'esprit, une façon de voir, que des projets spécifiques qui leur seraient associés» (Roegiers, 2007, p. 183). Il n'est également pas exclu que certains acteurs élaborent un projet de formation à partir de deux ou de trois modes d'anticipation différents. L'intérêt d'utiliser ces rubriques est d'abord d'explorer les anticipations effectuées et leur incidence possible sur la complexité des anticipations effectuées par les acteurs.

2.1.3 La complexité des situations anticipées

Les situations anticipées par les étudiants traduisent-elles la complexité du système didactique? Pour répondre à cette question, il nous faudra tout d'abord préciser ce qui correspond, selon nous, à un système complexe. Et pour y arriver, nous devons préalablement nous poser deux questions, soit «Qu'est-ce qu'un système?» et «Qu'est-ce que la complexité?». Ce n'est qu'au terme de cet itinéraire que nous pourrons définir ce que nous entendons par système complexe. Cela dit, de la même manière que la description d'un tout ne peut être réduite à la description de ses parties, la définition d'un système complexe ne peut être assimilée à la juxtaposition des définitions des deux concepts auxquels il renvoie (système et complexité). La présentation de cette section s'articule donc autour de quatre pôles définitoires: celui des systèmes, celui de la complexité, celui des systèmes complexes et celui de la complexité des systèmes didactiques.

2.1.3.1 ***Les systèmes***

Au premier abord, un système peut être entendu comme un ensemble d'éléments interagissant les uns avec les autres. En effet, selon Le Moigne, «On pourrait […] citer plus de cent définitions différentes du mot système préconisées par les ouvrages de systémique, commençant par la formule : Un système est un ensemble (et se poursuivant en général par une forme du type : Un ensemble d'éléments en interaction)» (Le Moigne, 1994, p. 19). Dans sa *Théorie du système général* (1994), Le Moigne énonce une description qui, sans aller à l'encontre des définitions existantes, facilite, selon lui, la reconnaissance d'un système. Il s'agit donc d'«un objet qui, dans un environnement, doté de finalités, exerce une activité et voit sa structure interne évoluer au fil du temps, sans qu'il perde pourtant son identité unique» (Le Moigne, 1994, p. 61). Cette définition est parfaitement compatible avec celle proposée par Jonnaert et Vander Borght (1999), bien que ces derniers n'utilisent pas le concept d'objet, mais bien celui d'ensemble organisé :

> *Un système est donc un ensemble organisé d'éléments en interaction. Il se structure en fonctionnant dans un environnement. Il se caractérise par son évolution dans le temps. Il se définit par l'intermédiaire de quatre termes: un tout, une organisation, la relation au temps et la relation à l'environnement (Jonnaert et Vander Borght, 1999, p. 140)*[13].

---

[13] Cette définition est inspirée des travaux de Berbaum: Berbaum, J. (1982). *Étude systémique des actions de formation : introduction à une méthodologie de recherche* (1re éd. ed.). Paris: Presses universitaires de France..

En réaction contre le holisme auquel peut mener la systémique, Morin définit quant à lui le système comme «[…] unité globale organisée d'interrelations entre éléments, actions, ou individus» (E. Morin, 1977, p. 102). Il propose ainsi une autre vision du système, laquelle est bien résumée par Fortin :

> *Le message de complexité que Morin nous enjoint de retenir est le suivant. Ne jamais isoler ou réduire l'un à l'autre le tout et les parties. Il faut toujours relier ces termes en les inscrivant dans un circuit récursif où, à travers complémentarités et antagonismes, ils se co-produisent et se co-génèrent l'un l'autre. Le système est une unité globale où des parties produisent un tout, lequel, rétroagissant sur les parties, les produit en retour. Tout et parties sont toujours relatifs l'un à l'autre, relationnels, ils fondent cette unité complexe que Morin appelle système (R. Fortin, 2005, p. 40)*

Dans cette thèse, nous allons retenir la définition proposée par Jonnaert et Vander Borght (1999), définition qui, tout en étant conciliable avec l'idée de complexité, nous semble davantage opérationnelle dans un cadre didactique. En effet, selon eux, quatre termes définissent un système : un tout, une organisation, une relation au temps et une relation à l'environnement. Le système didactique, tel que nous le concevons, peut très bien être défini grâce à ces quatre termes : Les élèves, l'enseignant et le savoir forment un ensemble organisé d'éléments (un tout), ensemble dont l'organisation est caractérisée par des interactions multi-échelles (entre les éléments et entre l'ensemble des éléments et son environnement). Cet ensemble évolue dans le temps (il a un début et une fin) et dans un environnement qui le détermine.

2.1.3.2 La complexité

Avant de définir cette idée, deux distinctions doivent être effectuées. D'une part, lorsque nous parlons de "complexité", nous ne référons pas aux études concernant la pensée complexe (Ernest, 1991; Lipman, 2011; Roy, 2005) études à l'intérieur desquelles la complexité renvoie à un certain degré de raffinement ou de sophistication de la pensée. Bien qu'intéressantes à plusieurs égards, ces études ne s'inscrivent pas dans une perspective systémique et ne concourent pas à la définition de la complexité des situations et des phénomènes d'enseignement. D'autre part, nous mettons en garde le lecteur de ne pas assimiler ce qui est "complexe" à ce qui est "compliqué". En effet, selon Morin *et al*. (2003):

> *La complexité n'est pas la complication. Ce qui est compliqué peut être réduit à un principe simple, tel un écheveau emmêlé ou un nœud marin. Le monde est certes très compliqué, mais s'il n'était que compliqué, c'est-à-dire emmêlé, multidépendant, etc., il suffirait d'effectuer les réductions bien connues: jeu entre quelques variétés de particules dans les atomes, jeu entre 92 sortes d'atomes dans les molécules, jeu entre quatre bases du "code génétique" […] (Edgar Morin, Ciurana, & Motta, 2003, p. 58).*

Si la complexité ne renvoie pas, dans cette thèse, à ce qui est compliqué ou à ce qui relève d'un haut niveau de sophistication, alors à quoi ce concept renvoie-t-il? Quel entendement avons-nous de cette idée? Voici comment Morin définit la complexité :

> *Qu'est-ce que la complexité? Au premier abord, la complexité est un tissu (complexus: ce qui est tissé ensemble) de constituants hétérogènes inséparablement associés: elle pose le paradoxe de l'un et du multiple. Au second abord, la complexité est effectivement le tissu d'événements, actions, interactions, rétroactions, déterminations, aléas, qui constituent notre monde phénoménal (Morin, 1991, p. 21).*

Parler de complexité, c'est ainsi poser un regard sur ce qui est multiple, mais également sur ce qui est incertain : «[…] la complexité ne comprend pas seulement des quantités d'unités et interactions qui défient nos possibilités de calcul, elle comprend aussi des incertitudes, des indéterminations, des phénomènes aléatoires. La complexité dans un sens aura toujours affaire avec le "hasard"» (Morin, 1991, p. 48). Plus loin, Morin ajoute que «[…] la conscience de la complexité nous fait comprendre que nous ne pourrons jamais échapper à l'incertitude et que nous ne pourrons jamais avoir un savoir total : "la totalité, c'est la non-vérité"» (Morin, 1991, p. 93). C'est ainsi que selon Perrenoud, qui inscrit sa réflexion dans le prolongement de celle de Morin: «Reconnaître la complexité, c'est renoncer au rêve d'y voir clair et de mettre tout le monde d'accord *une bonne fois pour toute* […]» (Perrenoud, 1996, p. 41). Caron résume bien l'idée de complexité:

> *Elle serait typique des systèmes où interviennent un grand nombre de variables, liées par de multiples relations, souvent non linéaires, qui dans leurs interactions mutuelles donnent lieu à l'émergence de nouveaux phénomènes, imprévisibles par les modèles analytiques classiques, et font s'évanouir la frontière entre déterminisme et hasard, entre ordre et désordre (Caron, 2004, p. 2).*

Cette définition est intéressante puisqu'elle met en relief plusieurs propriétés définitoires des systèmes complexes, propriétés qui seront présentées dans les sections qui suivent.

2.1.3.3 Les systèmes complexes

Selon Bélair, invité à prononcer la conférence de clôture du colloque sur la complexité tenu en 2004 par le Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec (GDM)[14], les systèmes complexes possèdent les propriétés suivantes:

- Éléments en interaction;
- Organisation hiérarchique ou multi-échelles;
- Émergence;
- Rétroaction;
- Non-linéarité.

Dans les paragraphes qui suivent, nous décrivons chacune de ces propriétés, en les mettant en relation, lorsque l'occasion s'y prête, avec les travaux de Morin sur la complexité[15].

2.1.3.3.1 Éléments en interaction

Selon Bélair, «[…] un système complexe est la réunion d'un grand nombre d'éléments, qui sont en interaction» (Bélair, 2004, p. 137). Cette propriété est donc à la fois systémique (interaction entre éléments) et complexe (association des éléments). Les interactions peuvent être entre les éléments du système (puisque le système est relationnel), entre les éléments et

---

[14] Ce colloque avait pour thème *Affronter la complexité : Nouvel enjeu de l'enseignement des mathématiques ?*

[15] Il est à noter que même si l'on peut y déceler des parallèles, Bélair (2004) n'appuie pas sa réflexion sur les travaux de Morin. Spécialiste des mathématiques appliquées à la biologie, Jacques Bélair se réfère plutôt à des travaux en physique et en biologie qui ont aidé à définir mathématiquement la complexité comme notion théorique, ce qui a favorisé ensuite son déploiement dans les sciences humaines.

l'environnement dans lequel ils se situent (puisque le système est ouvert) ou encore entre les éléments et les émergences (résultats de ces interactions).

2.1.3.3.2 Organisation hiérarchique ou multi-échelles

Selon Bélair, «[…] les systèmes complexes possèdent une organisation hiérarchique, ou multi-échelles, qui empêche de les caractériser entièrement sur un seul ordre de grandeur» (Bélair, 2004, p. 136). Il existe ainsi des sous-systèmes dans les systèmes complexes (le système est englobant) et les règles qui régissent le comportement de ces sous-systèmes peuvent être fort différentes de celles qui régissent le comportement du système complexe. Cette organisation hiérarchique ou multi-échelles nous mène donc directement au concept d'émergence. Elle met également en relief l'impossibilité d'atteindre une compréhension globale du système par l'étude exclusive des éléments le constituant. À ce propos, Giordan nous livre un exemple très intéressant :

> *La situation de formation, le médiateur, l'apprenant, le cerveau, les neurones, les synapses ne sont pas des niveaux indépendants, ces approches sont à mettre en perspective…En ce qui concerne l'apprendre, la méthode analytique habituelle conduit à une impasse. Un découpage trop fin dénature l'objet d'étude. Il y a fort peu de chance de rencontrer l'apprendre en restant aux seules neurones, au traitement de l'information ou même au niveau des représentations de l'apprenant! (Giordan, 2006, p. 59).*

2.1.3.3.3 Émergence

Selon Bélair, «[…] la propriété à la fois la plus significative et la plus évanescente des systèmes complexes est de posséder des propriétés dites émergentes, propriétés observées à une échelle dans le système qui ne peuvent être réduites à des propriétés des composantes: elles émergent de la juxtaposition des nombreuses composantes dans le système» (Bélair, 2004, p. 137). Il s'agit en effet, selon Fortin, de «[…] la clé de voûte de la pensée systémique» (Robin Fortin, 2008, p. 34). Voici ce que nous dit Morin à propos de l'émergence : «On peut appeler émergences les qualités ou propriétés d'un système qui présentent un caractère de nouveauté par rapport aux qualités ou propriétés des composants considérés isolément ou agencés différemment dans un autre type de système» (E. Morin, 1977, p. 106). Toujours selon Morin, les émergences ne peuvent être déduites des propriétés des éléments du système; elles demeurent imprévisibles et doivent être constatées par l'entendement :

> *La conception des émergences est fondamentale, si l'on veut relier et comprendre les parties au tout et le tout aux parties. L'émergence a, en tant que telle, vertu d'événement et d'irréductibilité; c'est une qualité nouvelle intrinsèque qui ne se laisse pas décomposer, et que l'on ne peut déduire des éléments antérieurs. Elle s'impose donc comme fait, donnée phénoménale que l'entendement doit d'abord constater (Morin dans Vallejo-Gomez, 2008, p. 250).*

2.1.3.3.4 Rétroaction (feed-back)

Il y a rétroaction lorsque «[…] l'effet B produit par A agit en retour sur la cause A qui l'a produite» (Yatchinovsky, 2000, p. 14). Selon Bélair, dans les systèmes complexes, «[…] la rétroaction doit être présente et jouer un rôle. Cette rétroaction peut soit être négative, ce qui amenuise les différences, soit positive, ce qui les amplifie» (Bélair, 2004, p. 137). Morin *et al.* (2003) expliquent davantage la distinction entre ces deux types de rétroaction :

> *Les rétroactions négatives agissent comme mécanisme de réduction de la déviation ou de la tendance. C'est-à-dire qu'elles agissent comme mécanisme de stabilisation du système. Les rétroactions positives sont la rupture de la régulation du système et l'amplification d'une tendance déterminée et déviation vers une nouvelle situation incertaine (Morin, Motta, Ciurana, 2003, p. 43)*

Cette idée de rétroaction, pour paraphraser Fortin (2005), renverse l'idée de causalité linéaire et ouvre la voie à la causalité complexe.

2.1.3.3.5 Non-linéarité

Selon Bélair, «La nonlinéarité est une propriété fondamentale des systèmes complexes, particulièrement au niveau des interactions entre les éléments, en grand nombre, composant le système» (Bélair, 2004, p. 137). Non seulement une même cause peut engendrer des effets différents, mais les effets produits peuvent à leur tour affecter la cause qui les a engendrés. Il s'agit donc d'une "causalité complexe". Morin *et al*. expliquent : «Face au principe linéaire cause-effet, nous nous situons à un autre niveau : non seulement la cause agit sur l'effet, mais l'effet <u>rétroagit</u> [c'est nous qui soulignons] de façon informationnelle sur la cause, permettant l'autonomie organisationnelle du système» (Morin, Motta, Ciurana, 2003, p. 43). Fortin distingue la causalité classique de la causalité complexe en mettant en relief le caractère linéaire de la première, et relationnel de la seconde :

> *À cette causalité simple, simplifiante et simplifiée, il faut substituer la causalité complexe. La causalité complexe n'est pas linéaire, mais relationnelle. Cela veut dire que l'effet n'est plus subordonné à la cause; il n'est plus esclave. L'effet peut désobéir à la cause en se voyant neutralisé, annulé, contrarié. Il peut rétroagir sur la cause, devenant lui-même causal de sa cause tout en restant effet. Cause et effet sont donc relatifs l'un l'autre, interdépendants (Fortin, 2005, p. 64).*

La causalité complexe commande ainsi une certaine humilité à toute personne intervenant au sein d'un système complexe (Lehmann, 1996), les effets de ses interventions n'étant pas entièrement déterministes.

2.1.3.4 *La complexité des systèmes didactiques*

Maintenant que nous avons exploré les propriétés des systèmes complexes, une dernière question s'impose à l'esprit: «les systèmes didactiques sont-ils des systèmes complexes?». Nous soutenons que oui. D'ailleurs, selon Niss (2007), qui a rédigé la conclusion du *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, la communauté de recherche semble s'entendre sur le fait que les phénomènes, les objets et les problématiques explorés en didactique des mathématiques sont beaucoup plus complexes qu'ils ne le paraissent. Pour décrire cette complexité "systémique", Niss citait les propos que tenait Steiner en 1984, il y a déjà presque trente ans, et qui méritent d'être rapportés tant ils paraissent encore d'actualité :

> *Mathematics education is a field whose domains of reference and actions are characterized by an extreme complexity: the complex phenomenon "mathematics" in its historical and actual development and its interrelation with other sciences, areas of practice, technology, and culture; the complex structure of teaching and schooling within our society; the highly differentiated conditions and factors in the learner's individual cognitive and social development etc. In this connection the great variety of different groups of people involved in the total process plays an important role and represents another specific aspect to the given complexity.*
>
> *[...] A system approach with its self-referent tasks can be understood as an organizing meta-paradigm for mathematics education. It seems to be a necessity in*

order to cope with complexity at large, but also because of the fact that the systems characters shows up in each particular problem in the field (Steiner, 1984, p. 16 cité dans Niss, 2007, p. 1296).

Si l'enseignement en général, tout comme les phénomènes et les problématiques qui lui sont associés, apparaissent marqués par la complexité, peut-on considérer le système didactique comme un système complexe? Afin de répondre à cette question, nous avons cherché à vérifier si chaque propriété des systèmes complexes était constitutive du système didactique, système qui peut être défini comme «[…] l'ensemble des relations et interactions entre plusieurs instances (le savoir mathématique, le professeur, l'élève) et plusieurs niveaux de sur-systèmes (le système d'enseignement, la noosphère, la société)» (Assude & Mercier, 2007, p. 153). Le Tableau 4 montre les résultats de cet exercice au terme duquel nous nous sentons autorisée à considérer les systèmes didactiques comme étant des systèmes complexes, ces systèmes possédant toutes les propriétés énoncées par Bélair (2004). Nous nous sommes toutefois restreinte aux systèmes didactiques s'appuyant sur une épistémologie constructiviste, puisque cette épistémologie est au cœur de la Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1996), théorie qui nous a servi à déterminer les modalités de conception des situations de notre séquence (voir section 2.2.3).

Tableau 4 : Parallèle entre les propriétés des systèmes complexes et les propriétés des systèmes didactiques s'appuyant sur une épistémologie constructiviste

Propriétés des systèmes complexes (Bélair, 2004)	Propriétés des systèmes didactiques
Éléments en interaction	Cette propriété est constitutive du "système didactique", système qui renvoie, dans son acception la plus commune et la plus générale, à un système d'interactions solidaires entre le contenu d'enseignement, les élèves et l'enseignant. Par exemple, on dira de la didactique des mathématiques française qu'elle «[…] étudie le système d'enseignement surtout à travers les interactions entre trois sous-systèmes: le système enseignant, le système enseigné [lui-même multiple] et le savoir, ceci à différentes échelles, pouvant aller des interactions individuelles à celles de l'ensemble du système» (Perrin-Glorian, 2002, p. 169).
Organisation hiérarchique ou multi-échelles	Il est impossible de caractériser entièrement le système didactique sur un seul ordre de grandeur et de le décrire sans procéder à des changements d'échelles (Artigue, 2007). Par exemple, les règles qui régissent le comportement et les apprentissages d'un élève ne sont pas assimilables à celles qui balisent le comportement et les apprentissages d'un groupe-classe (et inversement). Pas plus que l'accès au sens d'un savoir ou d'un ensemble de savoirs n'est assimilable à la compréhension de tout un domaine. De l'organisation des élèves en groupe-classe ou des savoirs en domaine émergent ainsi des qualités nouvelles, comme il en va de l'organisation de tout système complexe.
Émergence	Plusieurs propriétés caractérisent les éléments du système didactique (savoir, "système enseignant " et "système enseigné"). Une étude de leurs propriétés respectives ne permet toutefois pas d'anticiper l'ensemble des propriétés du système didactique, puisque plusieurs d'entre elles n'émergent que lorsque ces éléments sont en interaction. Par exemple, des interactions entre élèves peuvent amener toute une classe dans une direction atypique et non prévue au regard d'une situation didactique donnée. Cette direction sera potentiellement différente de celle qui aurait typiquement prévalu si chaque élève avait travaillé seul. Le contrat didactique est également une propriété émergente du système didactique, contrat qui «[…] ne peut avoir d'existence que dans le contexte d'une relation didactique» (Jonnaert & Vander Borght, 1999, p. 217).
Rétroaction	Dans le système didactique, le rôle du "système enseignant" est de mettre en place les conditions favorisant l'apprentissage par adaptation du "système enseigné" à un milieu qui rétroagira avec lui. Les rétroactions jouent ainsi un rôle déterminant dans l'apprentissage des élèves (système enseigné) : «Dans l'apprentissage par adaptation, il s'agit […] de construire des connaissances contre un milieu antagoniste qui résiste. En effet, ce sont les rétroactions du milieu qui permettent l'apprentissage de l'élève» (Margolinas, 1998, p. 6). Les rétroactions permettent donc la régulation des apprentissages au sein du système didactique.
Non-linéarité	La diversité des éléments en interaction dans un système didactique est telle qu'il est impossible d'affirmer avec certitude qu'une intervention didactique aura une conséquence donnée ou encore d'attribuer sans risque d'erreur une cause précise à un phénomène didactique observé. Il existe également, au sein du système didactique, des boucles de rétroaction qui renversent l'idée de causalité linéaire, puisque la façon dont le milieu rétroagit avec le "système enseigné" influence à son tour les actions du système: «D'un côté, la situation est inductrice de connaissance; d'un autre côté, la connaissance permet d'agir sur la situation. Le processus décrit est donc bouclé du moment où une connaissance induite transforme la situation, qui a son tour induit d'autres connaissances, qui à leur tour…» (Conne, 1996, p. 291).

2.2 Les modalités de conception des situations didactiques

À la section 1.3.1, nous avons soulevé deux questions générales de recherche, qu'il est possible de libeller comme suit :

- Quels sont les projets de formation des étudiants qui débutent une formation initiale à l'enseignement des mathématiques?
- Quelles situations peuvent être aménagées afin de favoriser la rencontre des projets de formation des étudiants et des formateurs?

À notre connaissance, les projets de formation des étudiants qui entament une formation initiale à l'enseignement des mathématiques au primaire ne sont documentés ni dans la littérature en didactique, ni dans la littérature en formation des enseignants. Cette thèse nourrit donc, par rapport à cette question, une visée essentiellement exploratoire. Elle pourrait toutefois compléter les résultats obtenus par White (2010), dans une étude qui visait à mieux cerner les attentes des futurs enseignants du secondaire à l'égard des cours de didactique des mathématiques.

À la section 1.4, nous avons postulé qu'en aménageant des situations qui invitent les étudiants à formuler un jugement de probabilité, il était possible de favoriser la rencontre des projets de formation des étudiants et des formateurs. Ce choix implique une reformulation de notre seconde question de recherche, que l'on peut dorénavant libeller de la manière suivante:

> *Les situations dont le traitement implique un jugement de probabilité favoriseraient-elles la rencontre des projets de formation des étudiants et des formateurs?*

À notre connaissance, le lien entre le jugement de probabilité et la rencontre des projets de formation n'a pas du tout été exploré et ce, que ce soit dans la littérature didactique ou dans la littérature en formation des enseignants. Par rapport à la conception de situations dont le traitement implique la formulation d'un jugement de probabilité, la littérature en didactique et en psychologie du jugement intuitif est en revanche très abondante. Dans les sections qui suivent, nous présentons l'état des connaissances actuelles par rapport à la formulation d'un jugement de probabilité et par rapport à la conception de situations probabilistes. Nous présentons enfin quelques éléments de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986a, 1996, 1997, 2004a, 2004b; Brousseau & Balacheff, 1998, 2004; Brousseau et al., 1994), soit les 3 dialectiques que nous souhaitons instaurer dans les situations proposées.

2.2.1 Les heuristiques de jugement

À tous les jours, l'être humain échange avec un environnement qui lui permet de vivre des expériences riches, complexes et variées. Certaines de ces expériences ont lieu dans le cadre de situations déterministes, tandis que d'autres ont lieu dans le cadre de situations non déterministes. Dans les situations non déterministes, on ne dispose pas de modèle permettant de prédire avec certitude ce qui va se passer, et l'on attribue au hasard l'issue d'un événement. La probabilité s'est constituée en tant que champ d'étude afin de guider les décisions prises dans de telles situations. La genèse historique de ce champ est d'ailleurs liée aux jeux de hasard, qui laissaient entrevoir aux joueurs, par l'observation à long terme des fréquences de réalisation de différents événements, que certains événements étaient plus probables que d'autres. L'importance du jeu dans le développement de la théorie probabiliste est enchâssée dans l'étymologie même des termes utilisés pour caractériser les phénomènes aléatoires. Comme le rappelle Deheuvels:

> *Les réalisations physiques les plus élémentaires de phénomènes aléatoires se trouvent dans les jeux de hasard, comme "pile ou face", ou un lancer de dés. Il n'est pas d'ailleurs superflu de rappeler qu'alea signifie dé en latin, de même que hasard provient de l'arabe oriental al-zahr, qui fut utilisé, jusqu'au XIIe siècle pour désigner le jeu de dés. Ceci met en évidence l'importance du jeu dans la naissance historique du calcul des probabilités (Deheuvels, 1982, p. 5).*

S'il est impossible de prévoir avec certitude le résultat de chaque expérience aléatoire, il est toutefois possible de déterminer la probabilité de réalisation des événements liés à une expérience aléatoire donnée. Par exemple, dans une expérience consistant à lancer une pièce de monnaie équilibrée, deux événements élémentaires sont possibles: 1) obtenir "pile" et 2) obtenir "face". S'il est impossible de prévoir quel événement se concrétisera lors de cette expérience, il est cependant possible de déterminer que chaque événement a une probabilité de réalisation de 0,5 ou autrement dit, que chaque événement a une chance sur deux de se produire. Or cela ne signifie en rien que sur deux lancers, les événements "obtenir pile" et "obtenir face" se réaliseront une fois chacun. Une probabilité de 0,5 correspond plutôt à l'anticipation de la fréquence de réalisation d'un événement donné (par exemple, "obtenir face") considérant un nombre infini de répétitions de l'expérience aléatoire concernée (dans cet exemple, le lancer de la pièce de monnaie). Le calcul de la probabilité de réalisation d'un événement ne peut donc pas être validé par l'observation de la fréquence de réalisation de cet événement dans un nombre restreint de répétitions de l'expérience concernée (Greer, 2001). Il en va tout autrement dans une situation déterministe, où, par exemple, l'estimation de l'argent restant au terme d'une transaction financière pourra être vérifiée grâce à une seule simulation de la transaction concernée. Les situations mathématiques déterministes et les situations mathématiques probabilistes impliquent ainsi des systèmes de validation fort différents:

> *Dans ce système de pensée [celui mobilisé dans les situations probabilistes], ce sont désormais les mesures en probabilité des événements qui sont décrétées vraies ou fausses, qui sont soumises à la vérification [...]. […] Dans le système de pensée en usage dans l'enseignement des mathématiques autres que la théorie des probabilités et la statistique inférentielle, ce sont davantage les événements, ou plutôt la description des événements qui est soumise à la validation [...] (Lahanier-Reuter, 1999, p. 50).*

Cela a des implications très fortes pour la formation à l'enseignement des mathématiques, puisque les situations professionnelles avec lesquelles les futurs enseignants devront composer sont justement non déterministes. Comme dans les situations probabilistes, l'obtention d'un résultat, qu'il soit jugé positif ou négatif, ne confirme ou n'infirme pas à lui seul la validité de l'intervention menée. Pour guider ses interventions, l'enseignant doit donc se détacher de l'évaluation du cas particulier, changer d'échelle et considérer la probabilité que cette intervention soit profitable dans un ensemble plus grand de cas similaires. Pour y arriver, il devra faire appel à sa mémoire, considérer plusieurs cas similaires et évaluer la fréquence d'obtention d'un résultat positif suite à la mise en branle de cette intervention.

Les situations probabilistes sont des situations dont le traitement implique, pour les individus, la représentation d'un horizon temporel qui ne s'est pas encore avéré et bien souvent, l'adoption d'un comportement anticipatoire où la gestion de risques est omniprésente. Elles se posent dans des situations de jeu, dans les problèmes théoriques proposés aux étudiants, certes, mais également dans des situations de la vie quotidienne, où les individus ont à considérer, pour prendre des décisions, des probabilités exprimées, notamment, en terme de prévisions, de probabilités de succès, de tendances à long terme, de chances de gagner et de pourcentage de risques. Les situations probabilistes sont ainsi des situations anticipatoires, en ce sens qu'elles impliquent l'anticipation d'un avenir qui n'est pas prédéfini, mais au sein duquel se dessinent quand même certaines tendances.

Qu'ils soient ou non quantifiables, les jugements émis par les individus dans des situations non déterministes peuvent être considérés comme des représentations anticipatoires, c'est-à-dire comme des «[…] représentations, de toutes natures, renvoyant à une construction consciente - ce qui ne veut pas dire rationnelle - de son avenir par le sujet en situation» (Gabillet, 2008, p. 99). Tversky et Kahneman (1983) ont étudié les jugements émis dans des situations non déterministes et ont pour leur part identifié deux types de cognitions, que l'on peut ici assimiler à des structures anticipatoires, pouvant servir d'assise à ces jugements: 1) les modèles stochastiques[16], qui sont des modèles mathématiques autorisant un traitement statistique des situations aléatoires et 2) les heuristiques de jugement, qui sont des types de raisonnement intuitif permettant de porter rapidement des jugements dans des situations d'incertitude.

Selon Tversky et Kahneman, «L'expression *heuristique de jugement* réfère à une stratégie – qui est délibérée ou non – reposant sur une tendance naturelle à produire une estimation ou une prédiction» (trad. libre de Tversky & Kahneman, 2002, p. 20). Kahneman (2002) note que les heuristiques de jugement ont tantôt été décrites comme des principes, des processus ou comme des sources d'indices sur lesquels se fondent les jugements. Il soutient cependant que ce manque de précision n'a pas été trop dommageable, leur programme de recherche mettant initialement l'accent sur les trois heuristiques de jugement mentionnées plus tôt, lesquelles possédaient chacune leur propre définition. Quelque trente ans plus tard, Kahneman et Frederick (2002) ont proposé une définition plus générique des heuristiques de jugement, définition qui les associe maintenant à un processus de substitution d'attributs: «On dit d'un

[16] Dans cette thèse, nous utiliserons de façon indifférenciée les termes probabilistes et stochastiques.

jugement qu'il est médiatisé par une heuristique lorsqu'un individu évalue l'attribut-cible [*target attribute*] donné d'un objet de jugement en lui substituant un attribut heuristique [*heuristic attribute*] qui vient plus facilement à l'esprit» (traduction libre de Kahneman & Frederick, 2002, p. 53). En d'autres termes, un jugement découle d'une heuristique s'il se base sur l'évaluation non pas de la caractéristique ciblée par le jugement, mais sur l'évaluation d'une autre caractéristique, plus simple à évaluer. Par exemple, pour évaluer la distance qui sépare une personne d'un objet, une personne pourrait examiner la netteté de l'objet qu'elle perçoit. Elle jugera ainsi qu'un objet est distant si son image est floue et proche si son image est nette. Cette manière de juger donnera, la plupart du temps, de bons résultats. Cela dit, des facteurs environnementaux tels que la neige ou le brouillard pourraient affecter l'image de cet objet et un objet qui semble distant pourrait ainsi se révéler être plus proche qu'il n'y paraît. Dans cet exemple, l'attribut-cible du jugement est la distance, mais l'attribut heuristique sur lequel il s'appuie est la netteté de l'objet. Il convient toutefois de distinguer deux acceptions de ce terme, selon qu'il est utilisé comme nom ou comme adjectif. En effet, lorsque le terme "heuristique" est employé comme nom (judgmental heuristic), celui-ci renverrait au processus cognitif permettant d'émettre les jugements, et lorsqu'il est employé comme adjectif (heuristic attribute), le terme "heuristique" reverrait plutôt «[…] à la substitution qui se produit dans un jugement particulier» (traduction libre de Kahneman, 2002, p. 466).

Dans la vie de tous les jours, les individus ont tendance à délaisser l'utilisation de modèles stochastiques afin de privilégier l'utilisation de ces heuristiques de jugement (Tversky & Kahneman, 1971, 1973). Bien qu'il arrive que les jugements émis grâce à ces heuristiques coïncident avec ceux qui auraient été inférés à partir de modèles stochastiques, il y a toutefois plusieurs situations où ce n'est pas le cas (Konold, 1989), notamment lors du traitement de situations probabilistes, situations dont la contre-intuitivité n'est plus à démontrer. À l'instar des travaux menés par Tversky et Kahneman (1971), Konold soutient «[…] que même les personnes qui ont un entraînement considérable dans l'application des modèles probabilistes [stochastiques] peuvent être amenées à appliquer inconsciemment ces estimations naturelles pour les situations dont elles savent qu'elles impliquent une analyse probabiliste […]» (traduction libre de Konold, 1989, p. 65). Cela s'expliquerait par les limites de leur capacité à traiter l'information, les heuristiques leur permettant de résumer facilement et de traiter rapidement de grandes quantités d'informations (Kahneman & Tversky, 1973). Selon nous, il serait également plausible que l'utilisation d'une heuristique soit attribuable au fait qu'il soit souvent facile et peu demandant d'émettre un jugement à partir d'une heuristique. En nous basant sur les travaux de Babai, Brecher, Stavy et Tirosh (2006), qui ont élaboré une théorie des règles intuitives, nous croyons aussi que la saillance et la congruité des variables non pertinentes à la résolution d'un problème ouvrent la voie à l'utilisation d'une heuristique de jugement. Nous dirons des variables qu'elles sont saillantes si elles sont suffisamment mises en relief pour attirer l'attention, et qu'elles ont un bon niveau de congruité s'il est relativement facile de percevoir leur adéquation. Par exemple, considérons les trois problèmes suivants :

- Dans la classe, il y a 4 garçons et 6 filles. Les filles représentent quelle fraction de la classe?
- Dans la classe, il y a en tout 10 élèves, dont 4 garçons et 6 filles. Les filles représentent quelle fraction de la classe?
- Dans la classe, il y a 6 filles sur 10 élèves. Les filles représentent quelle fraction de la classe?

Les données permettant de quantifier la fraction de filles dans la classe sont beaucoup plus saillantes dans le troisième problème que dans le premier. Considérons maintenant les trois couples de nombres suivants :

- 17/34 et 50/100;
- 25/50 et 50/100;
- 5/10 et 50/100.

L'équivalence (congruité) des rapports du troisième couple de nombres est beaucoup plus facile à percevoir que celle du premier couple. La perception de l'équivalence de variables ne concourant à la résolution d'un problème est selon nous susceptible de favoriser l'émission de jugements intuitifs.

En fait, les jugements émis grâce aux heuristiques sont des jugements intuitifs pouvant être comparés aux impressions obtenues grâce au système perceptuel. En effet, selon Stanovich et West (2000), deux systèmes cognitifs permettent aux individus d'émettre des jugements. Ces deux systèmes ont été baptisés "système 1" et "système 2"[17]. Les deux types de cognitions pouvant servir d'assise aux jugements probabilistes (Tversky & Kahneman, 1983), soit les heuristiques et les modèles stochastiques, sont respectivement associés au système 1 et au système 2. Le Tableau 5 permet de contraster les propriétés généralement associées à chacun de ces systèmes et de mieux comprendre l'analogie entre les percepts et les raisonnements s'appuyant sur le système 1.

Tableau 5 : Propriétés associées par les théoriciens des "Dual-Process Theories" à chaque système cognitif

	Système 1 (intuitif)	**Système 2 (analytique)**
Propriétés	• Associatif • Holiste • Automatique • Exigeant relativement peu de capacité cognitive • Relativement rapide • Développé par biologie[18], par exposition et par expérience personnelle	• Basé sur des règles • Analytique • Contrôlé • Exigeant de la capacité cognitive • Relativement lent • Développé par apprentissage culturel et formel ("acquisition by cultural and formal tuition")

D'après Stanovich et West (2000, p. 659)

Kahneman (2002) explique davantage la parenté entre le système perceptuel et les jugements intuitifs:

---

[17] Dans le cadre de cette thèse, nous désignerons ces systèmes grâce à des noms qui sont davantage évocateurs. Le système 1 sera ainsi associé au système intuitif et le système 2, au système analytique.

[18] Stanovich et West (2000) expliquent ainsi les modes de développement de ces deux systèmes:

> *The argument depends on the distinction between evolutionary adaptation and instrumental rationality (utility maximization given goals and beliefs). The key point is that for the latter (variously termed practical, pragmatic, or means/ends rationality), maximization is at the level of the individual person. Adaptive optimization in the former case is at the level of the genes. In Dawkins's (1976; 1982) terms, evolutionary adaptation concerns optimization processes relevant to the so-called replicators (the genes), whereas instrumental rationality concerns utility maximization for the so-called vehicle (or interactor, to use Hull's 1982 term), which houses the genes* (2000, p. 660).

> *[…] le système perceptuel et les opérations intuitives du système 1 génèrent des impressions des attributs des objets de perception et de pensée. Ces impressions ne sont pas volontaires et n'ont pas besoin d'être explicitement verbalisées. Par contraste, les jugements sont toujours explicites et intentionnels et ce, qu'ils soient ou non exprimés ostensiblement. Le système 2 est donc impliqué dans tous les jugements, qu'ils originent d'impressions ou d'un raisonnement délibéré. L'étiquette "intuitif" est appliquée à des jugements qui reflètent directement ces impressions . […] Dans les termes anthropomorphiques qui seront ici utilisés, les jugements explicites que les personnes font (qu'ils soient ostensibles ou non) sont endossés, au moins passivement, par le système 2. Kahneman et Frederick (2002) ont suggéré que la surveillance est normalement très laxiste, et que cela permet à plusieurs jugements intuitifs d'être exprimés, incluant certains qui sont erronés (Kahneman, 2002, p. 451).*

Si les jugements intuitifs sont endossés par le système analytique (système 2), la question qui se pose, dès lors, est celle de leur modification. Kahneman (2000) soutient à ce propos que le système analytique peut forcer la révision des jugements intuitifs qui entrent en conflit avec une règle générale, mais seulement lorsque la règle appropriée est évoquée. Il est ainsi raisonnable de penser que l'évocation d'une règle permettant le traitement de situations appartenant à une même famille permettrait à un sujet de se distancer des attributs heuristiques sur lesquels reposaient ses premières intuitions.

Plusieurs heuristiques de jugement ont à ce jour été identifiées, dont les plus célèbres sont certainement les heuristiques de représentativité (*representativeness*), de disponibilité (*availability*) et d'ancrage et d'ajustement (*anchoring and adjustment*). L'heuristique de la représentativité désigne le processus suivant lequel on juge la probabilité de réalisation d'un événement en évaluant sa représentativité. Cette heuristique revêt une importance toute particulière dans notre étude et sera donc présentée en détail à la section 2.2.2.1 de cette thèse. Par souci de complétude, nous présentons toutefois, dans les paragraphes qui suivent, l'heuristique de la disponibilité et l'heuristique de l'ancrage et de l'ajustement.

L'heuristique de la disponibilité désigne quant à elle le processus avec lequel on évalue la probabilité d'un événement en fonction de la facilité suivant laquelle les réalisations passées de cet événement viennent à l'esprit (Shaughnessy, 1977). Cette heuristique de jugement peut induire un biais significatif dans l'évaluation de la probabilité d'un événement, puisqu'elle est conditionnée par la perspective de l'individu et qu'elle s'appuie sur sa sphère expérientielle (Shaughnessy, 1992). De façon générale, une personne actualisera en premier le souvenir des événements qui ont une importance significative à ses yeux, le souvenir des événements qui sont plus récents ou encore le souvenir de ceux qui sont plus fréquents. Par exemple, les probabilités de gagner le gros-lot de la loterie nationale sembleront plus élevées si les gens ont en tête les personnes qui ont remporté les gros-lots précédents. Il est d'ailleurs raisonnable de présumer que c'est pour cette raison que les loteries d'État publicisent les noms et les photos des gagnants (Konold, 1991). Tout se passe donc comme si les réalisations antérieures d'un événement avaient une influence sur ses réalisations à venir (Tarr & Lannin, 2005).

Enfin, l'heuristique d'ancrage et d'ajustement renvoie au processus avec lequel les personnes évaluent la probabilité d'un événement en partant d'une valeur initiale, qu'elles ajustent en fonction des informations données dans le problème (Tversky & Kahneman, 1974). Il s'agit, en quelque sorte, d'une difficulté à se départir d'une première impression. Cette heuristique est problématique car dans la plupart des cas, les ajustements effectués sont insuffisants. Tversky et Kahneman illustrent cette heuristique grâce à l'exemple suivant :

> *Two groups of high school students estimated, within 5 seconds, a numerical expression that was written on the blackboard. One group estimated the product 8 × 7 × 6 × 5 × 4 × 3 × 2 × 1 while another group estimated the product 1 × 2 × 3 × 4 × 5 × 6 × 7 × 8. To rapidly anwser such questions, people may perform a few steps of computation and estimate the product by extrapolation or adjustment. Because adjustments are typically insufficient, this procedure should lead to underestimation. Futhermore, because the result of the first few steps of multiplication (performed from left to right) is higher in the descending sequence than in the ascending sequence, the former expression should be judged larger than the latter. Both predictions were confirmed. The median estimate for the ascending sequence was 512, while the median estimate for the descending sequence was 2,250. The correct answer is 40,320 (Tversky & Kahneman, 1974, p. 1128).*

Cette heuristique peut toutefois s'avérer utile dans plusieurs circonstances. Chapman et Johnson (2002) mentionnent l'exemple[19] d'une personne qui cherche à déterminer la valeur d'une chaise antique dont elle vient d'hériter. Il est possible qu'elle se remémore avoir vu, chez un antiquaire, une chaise très similaire, mais dans un meilleur état de conservation. L'heuristique de l'ancrage et de l'ajustement pourrait permettre à cette personne de déterminer

[19] Cet exemple a déjà été livré dans cette thèse, mais nous osons le reprendre puisqu'il sert bien nos propos.

une valeur pour sa chaise en prenant le prix demandé par l'antiquaire comme ancrage et en ajustant ce prix en fonction de l'état de la chaise reçue en héritage.

Le Tableau 6 offre une vue d'ensemble de ces heuristiques, de leurs attributs-cibles, de leurs attributs heuristiques, ainsi que des biais qui leurs sont généralement associés.

Tableau 6 : Tableau synoptique des principales heuristiques de jugement recensées

Type d'heuristique	Attribut-cible	Attribut heuristique	Biais les plus fréquents
Représentativité (*representativeness*)	Jugement concernant la probabilité de réalisation d'un événement	Typicité (représentativité) de l'événement	Négligence de la taille de l'échantillon Négligence du taux de base Erreurs liées à des effets de récence positive ou négative Approche du résultat
Disponibilité (*availability*)[20]	Jugement concernant la probabilité de réalisation d'un événement	Facilité suivant laquelle la réalisation de l'événement vient à l'esprit (disponibilité en mémoire)	Surestimation des probabilités des événements fréquents, récents, importants ou fortement médiatisés
Ancrage et ajustement (*anchoring and adjustment*)	Jugement concernant un objet ou un événement	Un objet ou un événement partageant certaines caractéristiques avec l'attribut-cible	Erreurs liées à l'insuffisance des ajustements effectués

À la section 1.1.1.1, nous avions mis en relief une préoccupation majeure chez les formateurs d'enseignants, soit celle d'accompagner les étudiants dans :

[20] Dans Kahneman (2002), on ne parle plus d'«availability», mais bien d'«accessibility». Cela dit, la plupart des publications sur le sujet parlent encore de cette heuristique avec le vocable «availability».

> *[…] la construction d'un répertoire d'interventions professionnelles [qui] devra prendre en compte les spécificités de chaque situation didactique (élève, savoir et milieu) afin de déterminer, dans les interventions menées, ce qui est transposable dans des situations similaires et ce, que cette parenté soit conférée par une similarité entre les élèves concernés, les savoirs ciblés ou encore entre les milieux d'apprentissage aménagés.*

Cela nécessite, chez les étudiants, d'apprendre à composer avec l'incertitude des phénomènes éducatifs et de réaliser, contrairement à ce qu'une heuristique de représentativité pourrait suggérer, que le succès que peut connaître un moyen d'enseignement auprès d'un petit groupe d'élèves n'est pas nécessairement représentatif du succès qu'il connaîtrait auprès de tous les élèves et vice versa.

Puisque nous cherchons à aménager des situations mathématiques dont le traitement implique un jugement de probabilité, nous ne centrerons pas notre attention sur l'heuristique d'ancrage et d'ajustement, car les problèmes qui la mobilisent habituellement engagent plus souvent un jugement relatif à la valeur d'un objet ou d'un événement qu'un jugement relatif à sa probabilité de réalisation. En effet, dans l'exemple que nous avons donné (celui de l'évaluation du prix d'une chaise), ce n'est pas la probabilité de vendre la chaise qui est l'objet du jugement, mais bien son prix lui-même. Par ailleurs, puisque le cours de mathématiques au primaire est un contexte qui relève à la fois, pour les étudiants en formation à l'enseignement, d'un passé relativement lointain et d'un futur plus ou moins bien anticipé, nous préférerons l'heuristique de représentativité à l'heuristique de disponibilité[21], et centrerons notre attention sur l'un des biais qu'elle peut introduire dans les jugements émis en situation d'incertitude, soit la négligence de la taille de l'échantillon (*neglect of sample size*). Nous décrivons ensuite les approches théorique et fréquentielle des probabilités, deux approches dont la coordination, dans une séquence de situations probabilistes, pourrait potentiellement amener les futurs enseignants à considérer la taille de l'échantillon pour comparer les probabilités de réalisation de deux événements.

---

[21] En effet, si l'heuristique de la disponibilité a comme objet de jugement la probabilité de réalisation d'un événement donné, elle s'appuie toutefois sur la disponibilité en mémoire de la réalisation d'un tel événement (attribut heuristique).

2.2.1.1 *L'heuristique de la représentativité*

L’heuristique de la représentativité désigne la stratégie par laquelle on évalue la probabilité d’un événement en fonction de sa "typicité" (Garfield & Ahlgren, 1988). L’évaluation de la probabilité de réalisation de l'événement (attribut-cible) est ici remplacée par l’évaluation de la typicité (représentativité) de l’événement (attribut heuristique). Par exemple, pour déterminer rapidement la nationalité d’un petit groupe d’individus (attribut-cible), il pourrait être possible comparer leur physionomie à celle que l’on juge typique des habitants d’un pays donné (attribut heuristique).Or, plus l’échantillon est petit, plus la probabilité est grande qu’il y ait une différence importante entre la distribution des résultats au sein de l’échantillon et la distribution des résultats au sein de la population. Pour reprendre l’exemple précédent, cela signifie qu’étant donné la taille restreinte de notre groupe d’individus, il est possible, voire même probable, que leurs traits physiques ne soient pas représentatifs de la physionomie typique des habitants de leur pays.

Une personne qui utilise une heuristique de représentativité s’attendrait généralement à ce qu’un échantillon soit représentatif de la population dont il est extrait et aurait ainsi tendance à étudier la composition d’un échantillon restreint et à généraliser les conclusions obtenues soit a) à l’ensemble de la population ou b) aux résultats prochains; cette heuristique pourrait également inciter une personne à considérer, lors d’une séquence de lancers de dés, certaines suites comme étant plus probables que d’autres. Par exemple, une personne pourrait comparer deux suites également probables (5-5-5 et 5-2-3), créer inconsciemment des amalgames de suites (les suites de trois nombres identiques et les suites quelconques) et estimer que la probabilité d’obtention de la suite 5-2-3 est plus élevée, cette suite paraissant représentative de l’amalgame de résultats quelconques. L’heuristique de la représentativité porterait ainsi cette personne à appliquer à tort la loi des grands nombres à de petits échantillons.

D’après la loi des grands nombres, la probabilité d’avoir une grande différence entre une probabilité fréquentielle et une probabilité théorique tend à se rapprocher de 0 au fur et à mesure que le nombre d’essais augmente ou que le nombre d’individus composant l’échantillon augmente. Cela signifie que la distribution des résultats sur un petit échantillon a plus de chances d’être éloignée de la distribution prévue par les probabilités théoriques que celle venant d'un grand échantillon. Pour illustrer simplement notre propos, considérons un instant que nous lancions une pièce de monnaie en l'air et que nous reportions par écrit le résultat de chaque lancer. Si la pièce est équilibrée, la probabilité théorique de l'événement "obtenir pile" correspondrait au rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles, soit à ½. Si un seul lancer était effectué, il serait tout-à-fait possible que la totalité des lancers arrivent sur pile. Or sur un million de lancers, une telle distribution des résultats serait toutefois improbable, car avec un échantillon de cette taille, la fréquence de l'événement "obtenir pile" devrait avoisiner la probabilité théorique de cet événement, soit 50%. Supposer qu'un échantillon restreint sera représentatif de la population dont il est extrait, c'est non seulement tirer des conclusions qui sont en contradiction avec la loi des grands nombres, mais c'est également tirer des conclusions qui s'accordent alors avec ce que Piaget et Inhelder (1974) et Tversky et Kahneman (1971) nomment la loi des petits nombres:

> *La loi des grands nombres garantit que les échantillons très grands seront hautement représentatifs de la population à partir de laquelle ils sont extraits. […] Les intuitions des personnes à propos de l'échantillonnage aléatoire semblent satisfaire la loi des petits nombres, selon laquelle la loi des grands nombres s'applique aussi bien aux grands qu'aux petits nombres (traduction libre de Tversky & Kahneman, 1971, p. 106).*

Ainsi, comme ils le mentionnaient un peu plus tôt dans ce même texte, les personnes dont les intuitions suivent la loi des petits nombres tendent à s'attendre à ce que deux échantillons extraits d'une même population se ressemblent davantage que ce que la théorie de l'échantillonnage prédit pour les petits échantillons (Tversky & Kahneman, 1971). Elles auront également tendance «[…] à juger de petits échantillons comme étant aussi représentatifs d'une population que de grands échantillons» (trad. libre de Godino, Cañizares, & Díaz, 2003, p. 1).

2.2.1.1.1 Les biais liés à l'heuristique de représentativité

L'heuristique de la représentativité permet, comme toute heuristique de jugement, de prendre rapidement des décisions en situation d'incertitude. Les jugements qui s'appuient sur cette heuristique peuvent parfois être valables, mais règle générale, croire en la loi des petits nombres introduit un biais significatif dans les jugements portés. Par exemple, selon Shaughnessy (1992), les personnes qui utilisent une heuristique de représentativité auront tendance à rejeter, dans une expérience de Bernoulli, le caractère aléatoire de tout échantillon contenant de longues suites d'une même valeur répétée. Ainsi, plus il y aura alternance entre les résultats composant cette suite et plus cette suite sera présumée aléatoire (Carmen Batanero & Serrano, 1999). Cette heuristique leur donnera également l'illusion de pouvoir prédire le prochain résultat d'une expérience aléatoire (sophisme du joueur). Selon Falk et Konold (1997), le sophisme du joueur découle d'une vision de la chance comme mécanisme auto-correcteur, lequel prend soin de rétablir l'équilibre dès qu'il est perturbé (Falk et Konold, 1997, p. 305). Ainsi, les personnes auront tendance à estimer la probabilité d'un événement en prenant en considération les événements qui viennent de se réaliser (effets de récence positive ou négative), l'alternance des résultats étant prise pour l'une des caractéristiques des séquences aléatoires. Par exemple, certains joueurs de roulette auront l'impression de pouvoir prédire la prochaine couleur sur laquelle tombera la bille: si la bille n'est pas tombée sur le rouge depuis plusieurs tours, ils auront tendance à penser qu'elle a plus de chances de tomber sur cette couleur au prochain tour, négligeant ainsi de considérer l'indépendance des événements. En plus des effets de récence positive ou négative, des erreurs liées au taux de base, à la négligence de la taille de l'échantillon ou encore à la conjonction d'événements peuvent se présenter. Les erreurs liées au taux de base surviennent lorsqu'une personne évalue la probabilité qu'un objet ou qu'une personne fasse partie d'une population donnée en accordant plus de crédit à la description de cette personne ou de cet objet, croyant par là qu'il s'agit d'une représentation juste des attributs de cette population, qu'à des informations quantitatives importantes relatives à des taux de base. Les erreurs liées à la négligence de la taille de l'échantillon surviennent lorsqu'une personne néglige de considérer la taille de l'échantillon lorsqu'elle compare les probabilités de réalisation de certains événements au sein d'échantillons de tailles différentes. Enfin, les erreurs liées à la conjonction d'événements surviennent lorsqu'une personne estime que la probabilité d'un événement est inférieure à la probabilité de l'intersection de cet événement avec un autre. Pour reprendre un exemple livré par Fischbein et Schnarch (1997), après la lecture du curriculum vitae d'une personne, une personne aura tendance à penser qu'il est plus probable que cette personne soit étudiante en médecine (intersection) qu'elle soit étudiante tout court. Tversky et Kahneman (1974) ont également noté des erreurs d'insensibilité à la prédictibilité, des erreurs d'illusion de validité et des erreurs de régression. Ces erreurs n'ont toutefois pas été reprises dans leurs travaux subséquents. Dans le cadre de cette thèse, nous centrons notre attention sur les erreurs d'estimation liées à la négligence de la taille de l'échantillon, notamment parce que celles-ci sont relativement fréquentes (Batanero et Sanchez, 2005) et parce qu'elles découlent d'une heuristique qui semble prendre de la force avec l'âge (Fischbein et Schnarch, 1997). Nous nous attendons ainsi à ce qu'elles soient produites par les futurs enseignants participant à notre étude.

2.2.1.1.2 Les erreurs d'estimation liées à la négligence de la taille de l'échantillon

Les erreurs liées à la négligence de la taille de l'échantillon surviennent lorsqu'un sujet néglige de considérer la taille de l'échantillon lorsqu'il compare les probabilités de réalisation de certains événements au sein d'échantillons de tailles différentes. D'après Godino, Cañizares et Díaz (2003), cette négligence découle de l'application de la "loi des petits nombres", loi que nous avons brièvement décrite à la section précédente et selon laquelle les petits échantillons sont aussi représentatifs de leur classe de référence que les grands.

Les erreurs liées à la négligence de la taille de l'échantillon sont relativement fréquentes et ce, tant chez les adultes que chez les élèves. Batanero et Sanchez (2005) rapportent que dans une étude antérieure (C. Batanero, Serrano, & Garfield, 1996), le problème suivant avait été proposé à des élèves de 14 ans :

> *Dans un certain hôpital, un registre du nombre de nouveau-nés garçon et fille est tenu. Lequel des cas suivants est le plus probable : (a) il y aura 8 garçons ou plus parmi les prochains 10 nouveau-nés; (b) il y aura 80 garçons ou plus parmi les prochains 100 nouveau-nés; (c) Les deux événements (a) et (b) sont aussi probables l'un que l'autre? (traduction libre de Batanero & Sanchez, 2005, p. 247)*

Environ 60% des élèves avaient répondu en négligeant de considérer la taille de l'échantillon (Batanero & Sanchez, 2005, p. 248). Il est cependant plus probable qu'il y ait 80% de garçons dans un échantillon de 10 nouveau-nés que dans un échantillon de 100 nouveau-nés, car plus le nombre de nouveau-nés augmente, plus il est probable que la fréquence des garçons au sein de la classe de référence soit proche de la probabilité théorique de donner naissance à un garçon (soit environ 50% de chances). Par ailleurs, avec un petit échantillon, un seul cas modifie grandement le pourcentage. Dans une étude dont les résultats furent publiés en 1997, Fischbein et Scharch (1997) ont par ailleurs noté que cette tendance à négliger la taille de l'échantillon lors de la comparaison des probabilités de réalisation de deux événements prend de la force avec l'âge.

Malgré les biais qu'elle peut introduire dans l'évaluation d'une probabilité, nous avons vu, dans cette section, que l'heuristique de la représentativité permet aux acteurs de prendre rapidement des décisions en situation d'incertitude. Ces décisions pourraient toutefois être enrichies par le recours à une théorie plus formelle des probabilités. Dans la section qui suit, nous présentons deux manières distinctes d'appréhender mathématiquement un jugement de probabilité, deux approches dont la coordination sera au cœur de la séquence de situations que nous avons conçue.

2.2.2 Les approches théorique et fréquentielle des probabilités

Le concept de probabilité peut être défini grâce à trois approches distinctes de la probabilité: l'approche théorique (classique), l'approche fréquentielle et l'approche subjective. Selon l'approche privilégiée, la probabilité sera respectivement conçue comme étant:

- *le rapport entre le nombre de cas favorables à la réalisation d'un événement et le nombre de cas possibles dans un système de cas équiprobables (Caron, 2002);*

- *la stabilisation de la fréquence relative de réalisation de cet événement dans un nombre infini ou presque infini d'essais* [22]*(Konold, 1991);*

[22] Cela dit, cette fréquence ne se calcule pas toujours dans le cadre d'une approche expérimentale avec des essais successifs d'une même expérience. Le calcul peut également référer à la fréquence d'une modalité associée à un caractère statistique pour un ensemble d'individus appartenant à une même classe de référence.

- *un jugement personnel traduisant le degré de confiance de son auteur en la réalisation d'un événement donné. Il s'agit d'un jugement numérique basé sur les connaissances disponibles[23] au moment où il est émis, notamment sur les fréquences de réalisation de cet événement (Jeffrey, 2004).*

Dans cette thèse, nous présentons les deux approches dont la coordination peut, selon Stohl (2005) et Jones et al. (2007), se montrer féconde sur le plan didactique, soit l'approche théorique (dite "approche classique") et l'approche fréquentielle. En effet, selon Jones et al. (2007):

> *Même si la preuve est naissante, la recherche révèle que, avec des ressources d'apprentissage conçues de manière appropriée, les étudiants peuvent aller au-delà de leur prédilection pour de petits échantillons ou pour la loi des petits nombres (Kahneman & Tversky, 1982) et commencer à apprécier le pouvoir de la loi des grands nombres en jouant avec la dualité des probabilités théoriques et expérimentales (traduction libre de Jones, et al., 2007, p. 929).*

2.2.2.1 L'approche théorique (classique)

Dans la troisième édition de sa *Théorie analytique des probabilités* (1820), le mathématicien, physicien et astronome français Pierre-Simon Laplace propose la définition suivante d'une probabilité:

> *La théorie des hasards consiste à réduire tous les événements du même genre à un certain nombre de cas également possibles, c'est-à-dire tels que nous soyons également indécis sur leur existence, et à déterminer le nombre de cas favorables à l'événement dont on cherche la probabilité. Le rapport de ce nombre à celui de tous les cas possibles est la mesure de cette probabilité, qui n'est ainsi qu'une fraction dont le numérateur est le nombre des cas favorables, et dont le dénominateur est le nombre de tous les cas possibles (Laplace, 1820, p. IV).*

[23] Ainsi, si l'auteur du jugement dispose de peu de connaissances relatives à la fréquence de réalisation de l'événement concerné, le jugement émis traduira un degré de croyance très personnel à son auteur.

La probabilité P de réalisation d'un événement A peut ainsi être calculée grâce à la formule suivante, en supposant équiprobables tous les cas possibles :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

À partir de cette formule, il est possible de réaliser certaines déductions. Comme le nombre de cas favorables sera toujours inférieur ou égal au nombre de cas possibles, la probabilité d'un événement pourra toujours être traduite grâce à un nombre réel situé dans l'intervalle [0;1]. L'événement certain aura ainsi une probabilité de 1, tous les cas possibles étant favorables à sa réalisation ($n/n=1$), tandis que l'événement impossible aura une probabilité de 0, aucun cas n'étant favorable à sa réalisation ($0/n=0$). Il est aussi possible de déduire que la probabilité de réalisation de la réunion de n événements disjoints sera toujours égale à la somme de leur probabilité respective. Par exemple, si deux événements disjoints A et B ont respectivement une probabilité de réalisation de 0,2 et de 0,4, la probabilité que l'un ou l'autre se réalise sera égale à la somme de leur probabilité, soit à 0,6 [$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}2 + 0{,}4 = 0{,}6$]. Ces conclusions rejoignent les axiomes proposés par Kolmogorov en 1933, soit plus d'un siècle après la publication originelle des travaux de Laplace, axiomes à partir desquels ont été démontrées plusieurs autres propriétés du calcul probabiliste (voir Kolmogorov & Morrison, 1950).

Associer la probabilité de réalisation d'un événement donné au rapport entre le nombre de cas favorables à sa réalisation et le nombre de cas possibles nécessite que l'on puisse déterminer *a priori* le nombre de cas constituant l'univers des possibles (Ω) (Dantal, 2001). Cela suppose également que l'on puisse établir a priori[24] l'équiprobabilité de tous les cas possibles. Malgré la difficulté manifeste à appréhender toute la complexité du réel, certaines situations permettent toutefois d'admettre cette équiprobabilité en vertu d'un principe de symétrie physique (par exemple, la congruence des faces d'un dé et la position centrale de son centre de gravité) ou en vertu d'un principe d'égale ignorance. Ce dernier principe résume bien l'argument utilisé par

[24] Comme le signale Henry, cela signifie que «La probabilité pour être définie passe par la notion d'équiprobabilité» (Henry, 2004, p. 76).

Laplace pour justifier la réduction des cas possibles à des cas "également probables", à des cas «tels que nous soyons également indécis sur leur existence». Il démontre également le caractère subjectiviste de la probabilité théorique, qui repose sur les connaissances du sujet qui la calcule, c'est-à-dire sur sa capacité à « […] analyser les différents cas et à les considérer comme équivalents du point de vue de leurs possibilités» (Henry, 2009, p. 77), et non sur les observations qu'il effectue.

La probabilité théorique repose paradoxalement sur une vision déterministe des phénomènes aléatoires:

> *Nous devons donc envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'Analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux (Laplace, 1820, p. VI).*

Ainsi, suivant cette manière d'envisager les phénomènes aléatoires, si le résultat d'une expérience stochastique ne peut être anticipé, ce n'est pas parce qu'il relève du hasard, mais bien parce que les conditions de l'expérience ne sont pas toutes connues ou parce que le degré de précision avec lesquelles ces conditions sont mesurées est insuffisant. Selon Daston (1989), «C'était un déterminisme épistémologique, qui prétendait que tous les événements pouvaient être prédits en principe, et que les probabilités étaient donc relatives à nos connaissances» (Daston, 1989, p. 723). Cette vision déterministe des phénomènes aléatoires s'accorde avec la théorie du chaos, dont Poincaré jeta les bases dans *Science et méthodes*:

> *Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Si nous connaissions exactement les lois de la nature et la situation de l'univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même univers à un instant ultérieur. Mais, lors même que les lois naturelles n'auraient plus de secret pour nous, nous ne pourrons connaître la situation initiale qu'approximativement. Si cela nous permet de prévoir la situation ultérieure avec la même approximation, c'est tout ce qu'il nous faut, nous disons que le phénomène a été prévu, qu'il est régi par des lois ; mais il n'en est pas toujours*

ainsi, il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux ; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit (Poincaré, 1947, p. 68).

La théorie du chaos propose toutefois une vision du hasard où l'imprédictibilité des issues d'une expérience aléatoire est non seulement attribuable au manque de précision ou à l'incomplétude des connaissances humaines, mais également attribuable, pour citer Courtebras, «[…] à la complexité d'un système qui le rend sensible aux conditions initiales par un jeu de bifurcations non déterministes et théoriquement imprévisibles» (Courtebras, 2008, p. 192). L'approche théorique réduit justement la complexité des phénomènes aléatoires en effectuant une approximation des conditions initiales de l'expérience stochastique qui sera menée et en tirant, de cette approximation, une grandeur qui se veut la mesure des chances de réalisation d'une issue donnée de cette expérience. Utilisons un exemple pour illustrer cette réduction. Considérons un instant que les noms de trois personnes (Ève, Julie et Christopher) sont déposés dans un chapeau et que l'on procède à la pige de l'un de ces noms. Pour estimer les chances de réalisation de l'événement "Piger le nom d'une femme", l'approche théorique nous enseigne de mettre en rapport le nombre de cas favorables à la réalisation de cet événement, deux dans ce cas-ci, et le nombre de cas possibles, soit trois. La probabilité de l'événement "Piger le nom d'une femme" s'élève ainsi à 2/3. Bien que le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles soit sans équivoque, leur équiprobabilité est quant-à-elle approximée. En effet, dans le calcul effectué, tout se passe comme si chaque billet était physiquement identique, comme si sa position dans le chapeau n'avait pas d'influence sur l'issue de l'expérience, comme si la façon dont il est courbé ou plié n'avait pas d'impact. L'approche théorique, en négligeant l'effet de ces petites "causes" sur l'issue de l'expérience, permet toutefois de se donner une idée de l'issue de l'expérience qui sera menée, et permet d'obtenir une mesure des chances de réalisation de l'événement considéré qui s'accorde avec la loi des grands nombres. Selon Henry:

La loi des grands nombres joue donc un rôle essentiel pour relier la définition élémentaire a priori de la probabilité (nombre de cas favorables / nombre de cas possibles) à l'observation de la stabilisation des fréquences qui, justifiant expérimentalement les inférences, permet les applications à la statistique» (Henry, 2009, p. 80).

Ainsi, pour revenir à notre exemple, s'il est impossible d'affirmer que le nom d'une femme sera pigé, il est toutefois possible d'affirmer objectivement qu'en répétant cette expérience stochastique un très grand nombre de fois, en remettant à chaque fois le billet tiré dans le chapeau, le nombre de tirages où le billet aura porté le nom d'une femme représentera environ les 2/3 des tirages effectués.

Sur le plan didactique, précisons que l'approche théorique est habituellement la première approche à laquelle les élèves sont exposés (Konold, 1991). Stohl explique :

> *Considérant l'incertitude des résultats expérimentaux, il n'est pas surprenant que plusieurs enseignants favorisent, lorsque c'est possible, une approche classique des probabilités. Une telle approche s'appuie sur des techniques de comptage, donne une seule réponse théorique à la probabilité d'un événement et évite une interprétation réaliste de cette valeur (trad. libre de Stohl, 2005, p. 347).*

Caron (2002) ajoute à cet égard que typiquement, les situations utilisées dans cette approche sont des situations de jeu et que même si l'utilisation de ces situations peut être féconde sur le plan des apprentissages, il peut s'avérer difficile d'appliquer l'approche théorique dans les autres situations de la vie quotidienne. En effet, la nécessité de pouvoir compter sur un univers des possibles où tous les événements élémentaires sont énumérables, dénombrables et équiprobables (ou mesurables et proportionnellement probables à cette mesure) réduit inévitablement le champ d'application de cette approche. Pour élargir ce champ, il convient ainsi de ne pas restreindre l'enseignement des probabilités à l'exploration d'une approche théorique de cette notion. L'ouverture à d'autres approches semble également essentielle à la compréhension de la variabilité des résultats d'une expérience aléatoire, dont la nature probabiliste implique une dispersion, du moins à court terme, qui ne collera pas toujours avec la probabilité théorique.

2.2.2.2 L'approche fréquentielle

Si l'approche théorique permet de calculer la probabilité de réalisation d'un événement en amont de la réalisation d'une expérience stochastique, l'approche fréquentielle permet quant à elle de la quantifier *a posteriori*. En procédant ainsi, il devient possible d'évaluer la probabilité d'événements qui s'inscrivent dans des situations ne pouvant être traduites par un système de cas équiprobables. Dans *Ars conjectandi* (1713), le mathématicien et physicien suisse Jacques Bernoulli décrit pour une des premières fois cette manière d'approcher les probabilités:

> *On en est ainsi venu à ce point que pour former selon les règles des conjectures sur n´importe quelle chose il est seulement requis d´une part que les nombres de cas soient soigneusement déterminés, et d'autre part que soit défini combien les uns peuvent arriver plus facilement que les autres. Mais c'est ici enfin que surgit une difficulté, nous semble-t-il: cela peut se voir à peine dans quelques très rares cas et ne se produit presque pas en dehors des jeux de hasard (...).En effet lorsqu´il s'agit de tous les autres résultats, dépendant pour la plupart soit de l'œuvre de la nature soit de l'arbitre des hommes, cela n´a pas du tout lieu [...].*
>
> *Mais à la vérité ici s´offre à nous un autre chemin pour obtenir ce que nous cherchons. Ce qu´il n'est pas donné d'obtenir a priori l'est du moins a posteriori, c'est-à-dire qu'il sera possible de l'extraire en observant l´issue de nombreux exemples semblables [c'est nous qui soulignons]; car on doit présumer que, par la suite, chaque fait peut arriver ou ne pas arriver dans le même nombre de cas qu´il avait été constaté auparavant, dans un état de choses semblables, qu´il arrivait ou n´arrivait pas (Bernoulli, 1713, p. 40).*

L'idée suivant laquelle la probabilité d'un événement sera obtenue "en observant l'issue de nombreux exemples semblables" amène à concevoir la probabilité d'un événement comme étant la stabilisation de la fréquence relative de réalisation de cet événement dans un nombre infini ou presque infini d'essais (Konold, 1991). En des termes qui ne limitent pas l'application de l'approche fréquentielle à des contextes où une expérience aléatoire peut être répétée, nous ajouterons - à l'instar de Caron - que cette approche «[…] mesure (aussi) la fréquence relative d'un événement particulier par rapport à une classe de référence» (Caron, 2002, p. 88). Par exemple, disposant des tables de mortalité des Québécoises pour les années 2000 à 2002, il est possible de mesurer la fréquence relative des décès chez les Québécoises de chaque tranche d'âge et ainsi chiffrer, à partir de cette observation statistique et d'une méthodologie appropriée, à 30,73%[25] la probabilité pour une Québécoise âgée de 100 ans de décéder avant d'atteindre 101 ans. Courtebras (2008) rappelle justement que les premières fréquences

[25] q_x = 0,30732. À ce propos, voir la table de mortalité publiée par Statistique Canada (No 84-537-XIF au catalogue). Cette table est disponible en ligne à l'adresse suivante: http://dsp-psd.pwgsc.gc.ca/Collection/Statcan/84-537-X/2000quef_f.pdf.

statistiques remontent au début du 16e siècle, alors que les villes et les paroisses rassemblaient des données sur la natalité et la mortalité. Il s'agirait ici, selon Henry, d'une "mesure objective de l'incertitude" (Michel Henry, 2009, p. 79), l'approche fréquentielle mesurant des quantités empiriquement vérifiables (Konold, 1989).

Les situations qui permettent d'établir un lien, en classe, entre les résultats d'une expérience aléatoire et la probabilité théorique, se limitent souvent à des situations de lancers de pièces de monnaie ou à des tirages dans des urnes (Konold, 1991). L'interprétation fréquentielle requiert alors un observateur pour examiner les résultats obtenus, comptabiliser ceux qui réalisent l'événement considéré et en effectuer la somme (Konold, 1991, p. 142). Il est toutefois possible d'utiliser comme point de départ de l'approche fréquentielle des données constituées à partir de l'observation d'expériences qui se déroulent naturellement, tel que des données sur la fraction des automobilistes qui respectent la limite de vitesse devant l'école, ou encore des statistiques déjà compilées, telles que des statistiques sur l'immigration, la santé, les accidents de la route, etc. L'observation statistique effectuée autorise alors le déploiement d'un raisonnement inductif où la probabilité théorique revêt une fonction instrumentale. Enseigner la probabilité en intégrant une approche fréquentielle permet donc de créer un lien fort entre probabilité et statistique, lien dont l'évidence est moins manifeste lorsqu'on se limite à une approche théorique (voir Tableau 7).

Tableau 7 : Comparaison du raisonnement et du type de problème dans chaque approche

Approche	Type de problème	Raisonnement impliqué
Théorique	Quelle est la probabilité d'avoir un 6 sur un dé équilibré à 6 faces?	Raisonnement déductif à partir d'un modèle probabiliste
Fréquentielle	Ce dé à 6 faces est-il équilibré?	Raisonnement inductif à partir d'une observation statistique où la probabilité théorique a une fonction instrumentale

À partir de Franklin et Garfield (2006)

Que l'on détermine la probabilité d'un événement en considérant les issues d'une expérience aléatoire que l'on répète[26] ou en observant les éléments appartenant à une même classe de référence, il semble ainsi essentiel de rassembler des statistiques et considérer un nombre appréciable d'"exemples semblables". L'une des difficultés que pose l'approche fréquentielle est justement, comme le signalent Batanero *et al.*, «[…] de décider combien d'essais [ou d'exemples] sont nécessaires pour obtenir une bonne estimation de la probabilité d'un événement» (trad. libre de Batanero, Henry, & Parzysz, 2005, p. 23). En effet, l'approche fréquentielle nécessite que soient recueillies des masses importantes d'informations statistiques et suppose que les conditions des expériences à venir s'inscrivent dans la continuité des conditions des expériences passées (Procaccia, 2008), que «[…]chaque fait peut arriver ou ne pas arriver dans le même nombre de cas qu´il avait été constaté auparavant, dans un état de choses semblables, qu´il arrivait ou n´arrivait pas» (Bernouilli, 1713, p. 40). L'utilisation d'une approche fréquentielle n'est donc pas viable lorsque les phénomènes étudiés se produisent dans un contexte mouvant, c'est-à-dire dans un contexte où nous savons que les conditions initiales ont changé.

Sur le plan didactique, l'approche fréquentielle permet aux élèves de «[…] donner du sens aux concepts en jeu, les ayant construits à partir de leur propre activité expérimentale» (Michel Henry, 1999, p. 33). Évidemment, comme cela a été mentionné plus tôt, cela présuppose que le protocole de l'expérience puisse être répété. Il faut également comprendre que les résultats obtenus ne renseignent guère sur les structures mathématiques qui permettent de modéliser les situations probabilistes considérées. Comme le souligne Quinn, pour que les élèves aient une

---

[26] C'est pour faciliter la compréhension de notre propos que nous parlons de la répétition d'une expérience aléatoire. Cependant, à l'instar de Henry, nous croyons que dans une approche fréquentielle, ce n'est pas vraiment l'expérience, mais bien le protocole expérimental que l'on répète (M. Henry, 2001). Car répéter exactement la même expérience, ce serait contrôler avec une infinie précision les conditions initiales de l'expérience, de sorte que les résultats de celle-ci soient toujours les mêmes. Ce n'est certes pas le cas lors de l'expérimentation de situations probabilistes. Il convient donc d'entendre l'expérience aléatoire comme «[…] la mise en œuvre dans des conditions expérimentales déterminées par un protocole, d'un processus évolutif pour un système matériel dont le comportement est sensible par rapport aux conditions initiales, de telle sorte que l'on ne peut prévoir son état en fin de parcours. Dans la réalité, on parlera d'une expérience "concrète"» (M. Henry, 2001, p. 164).

compréhension profonde des concepts en jeu, ils doivent engager une discussion à leur propos et examiner les théories qui se situent en filigrane des expériences menées (Quinn, 2004). Les résultats obtenus doivent d'ailleurs être traités avec précaution, à défaut de quoi ils sont susceptibles d'augmenter la force des conceptions alternatives (Shaughnessy, 1992). Peard explique :

> *L'approche fréquentielle souffre du fait que bien souvent, les fréquences obtenues à court terme [soit après un petit nombre de répétitions] sont foncièrement différentes de celles obtenues à long terme [soit après un grand nombre de répétitions], ce qui fait qu'inférer des conclusions en probabilités est lourd de danger. Par exemple, alors que nous voulons montrer qu'obtenir un six en lançant un dé est aussi probable que n'importe quel autre nombre [figurant sur le dé], la fréquence à court terme peut donner des résultats contraires et renforcer la conception de l'enfant selon laquelle il est plus difficile d'obtenir un six (trad. libre de Peard, 2005, p. 2).*

C'est d'ailleurs là la pierre d'achoppement de l'approche fréquentielle, qui peut être franchie grâce à une compréhension adéquate de la loi des grands nombres, ce que nous rappellent Piaget et Inhelder:

> *La vraie loi des grands nombres marque […] le point d'équilibre de la composition probabiliste. Cette loi signifie simplement, comme on le sait, que la fréquence limite est égale à la probabilité. Sa compréhension seule atteste donc bien, puisque les fréquences non limites peuvent toujours demeurer en partie accidentelles, que le sujet a vraiment saisi, à la fois la nature probabiliste et la composition combinatoire possible de la dispersion d'ensemble (Piaget & Inhelder, 1974, p. 215).*

Si l'approche fréquentielle autorise le traitement de situations ne pouvant être traitées a priori par l'approche théorique, il ne pourrait toutefois être question, dans l'enseignement, d'abandonner l'une ou l'autre de ces approches. L'articulation des approches théorique et fréquentielle de la probabilité serait une option beaucoup plus intéressante, puisqu'elle permet d'utiliser des contextes socialement signifiants (Mathews, 2000) et de donner un sens et une portée aux savoirs liés à la probabilité. D'ailleurs, selon Stohl (2005), seul un enseignement de la probabilité qui embrasse à la fois une approche théorique et fréquentielle peut amener les élèves à développer des intuitions correctes à l'égard des probabilités. Qui plus est, à la section 2.2.1, nous avions précisé que selon Kahneman (2000), les jugements intuitifs qui entrent en conflit avec une règle générale peuvent être révisés, mais seulement lorsque la règle appropriée est évoquée. L'engagement des étudiants dans une dialectique de formulation et de validation est donc crucial pour reconsidérer un jugement découlant de l'application d'une heuristique. La théorie des situations didactiques devient alors un cadre intéressant pour mettre en scène cet engagement.

2.2.3 Quelques éléments de la théorie des situations didactiques

La théorie des situations didactiques a été élaborée par Guy Brousseau dans les années '80. Très féconde, sa théorie a connu de nombreux raffinements depuis (Artigue, 1996; Brousseau, 1990, 1996, 1997, 2004; Brousseau & Balacheff, 1998; Margolinas, 1995; Perrin-Glorian, 1993; Perrin-Glorian & Hersant, 2003; Salin, Clanché, Sarrazy, & Brousseau, 2005) et est aujourd'hui l'une des pierres d'assise de la didactique française. Dans les travaux de Brousseau, le concept de situation didactique a été présenté selon deux points de vue bien distincts :

> *Selon le premier, la situation est l'environnement de l'élève mis en œuvre et manipulé par l'enseignant ou l'éducateur qui la considère comme outil. Selon le second, […] la situation est l'environnement tout entier de l'élève, l'enseignant et le système éducatif lui-même y compris (Brousseau, 1997).*

Dans le cadre de cette thèse, nous épouserons le second point de vue. Il correspond à celui qui a été adopté dans les derniers travaux de Brousseau et rejoint le modèle de structuration du milieu didactique (voir Figure 3).

Les situations didactiques dénotent un système enseigné (les élèves), un système éducatif (l'enseignant) et un milieu d'apprentissage. La nécessité du concept de milieu découle d'une clause du contrat didactique qui anticipe l'extinction de la relation didactique. Perrin-Glorian explique :

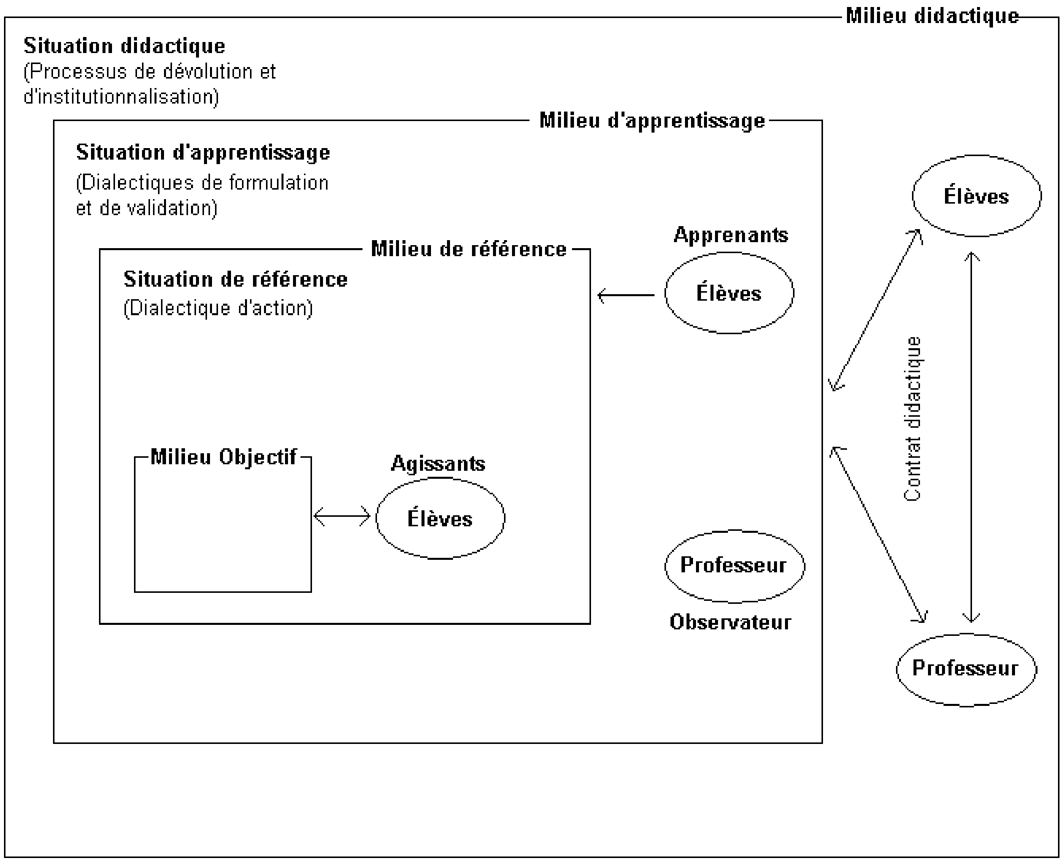
> *La situation didactique doit […] comprendre une représentation des rapports futurs avec des situations réelles où le savoir enseigné sera en jeu. D'où la nécessité de ménager dans le fonctionnement didactique des rapports avec un milieu qui, au fur et à mesure des progrès des élèves, sera censé se rapprocher de la réalité (Perrin-Glorian, 1993, p. 130).*

Brousseau considère ainsi que l'élève apprend en s'adaptant à un milieu antagoniste dont les contraintes, qui sont sources de déséquilibres, vont l'amener à transformer ses stratégies (et les connaissances qui leur sont sous-jacentes) jusqu'à ce qu'elles soient efficaces pour traiter le problème posé par le milieu. L'enseignant joue le rôle d'un observateur et se refuse alors à intervenir en tant que proposeur de connaissances, les connaissances à développer devant plutôt tirer leur origine des modèles implicites d'action déployés pour traiter le milieu. C'est d'ailleurs pour cette raison que l'on ne retrouve pas de flèche, dans la figure 3, entre le professeur observateur et les élèves apprenants. Cela dit, cela ne signifie pas que le professeur et les élèves n'interagiront pas, mais seulement que le contenu de ces interactions ne sera pas constitué des connaissances en jeu. Sensevy explique :

> *La situation didactique échappe au face à face parce qu'il existe le milieu. Le problème fondamental qui se pose alors est le suivant: comment fabriquer des milieux "adéquats" à la production, par "adaptation", des savoirs humains. Le travail de Brousseau peut être décrit, il me semble, dans cette perspective. Il s'agit de produire, pour une connaissance donnée, un jeu de savoir (une situation adidactique, dans le vocabulaire de Brousseau) pour lequel la connaissance que l'on veut faire approprier soit une stratégie gagnante (Sensevy, 2007, p. 25).*

Comme le signale Brousseau, l'élève doit savoir que «[…] cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation et qu'il peut la construire sans faire appel à des raisons didactiques» (Brousseau, 1996, p. 64). L'optimisation des modèles d'action est donc réalisée par leur mise à l'épreuve dans un milieu d'apprentissage conçu par l'enseignant.

Figure 3 : Structuration partielle du milieu didactique



Dans la théorie des situations, trois types de situations adidactiques sont distinguées, situations qui impliquent à leur tour trois jeux de savoir différents: les situations d'action, les situations de formulation et les situations de validation. Selon Lahanier-Reuteur, ces trois types de situations : «[…] constituent des modèles différents de la rencontre négociée entre un élève et une connaissance» (2007, p. 205). Cela dit, à l'instar de Brousseau (2004), nous parlerons de ces jeux de savoir en terme de dialectique, puisque «[…] d'une part l'élève est capable d'anticiper sur les résultats de ses choix, et que d'autre part, ses stratégies sont, en quelque sorte, des propositions confirmées ou infirmées par l'expérience dans une sorte de dialogue avec la situation» (Brousseau, 2004, p. 33). Nous les présentons succinctement dans les sections qui suivent.

2.2.3.1 *La dialectique de l'action*

Selon Brousseau (2004), la plupart des situations d'enseignement sont des cas particuliers de situations d'action. Il réserve toutefois «[…] le terme "dialectique de l'action" au sens strict pour les situations didactiques qui ne rendent pas nécessaire la formulation du modèle utilisé par l'enfant» (Brousseau, 2004, p. 33). Pour solutionner le problème posé par l'enseignant, l'élève doit tenter diverses actions et déterminer, en prenant en considération les rétroactions du milieu par rapport à ses initiatives, laquelle semble la plus efficace pour faire face aux contraintes posées par le milieu. Il est ici question de rétroactions puisque le milieu rétroagit avec l'élève de sorte qu'il parvienne à élaborer un modèle implicite de la tâche entreprise. Par "modèle implicite", Brousseau entend «[…] l'ensemble des relations ou des règles selon lesquelles l'élève prend ses décisions sans être capable d'en avoir conscience et a fortiori de les formuler (ce qui ne veut pas dire qu'une règle d'action apparaît toujours sans qu'on soit capable de la formuler)» (Brousseau, 1996, p. 33). En effet, comme les autres situations a-didactiques, les situations d'action sont spécifiquement conçues de sorte que l'élève puisse investir ses connaissances antérieures et réaliser qu'elles sont locales[27], erronées ou qu'elles ne peuvent, à elles seules, faire face aux contraintes du milieu. En théorie, les situations adidactiques devraient permettre aux élèves de modifier, de rejeter ou de compléter leurs connaissances antérieures. En effet, selon Brousseau, «Les schémas de l'action et de la formulation comportent des processus de correction empirique ou culturelle propres à assurer la pertinence, l'adéquation, l'adaptation ou la conformité des connaissances mobilisées» (Brousseau, 1997, p. 8). Cela dit, ces processus de correction ne requièrent pas nécessairement la présence d'un autre élève. Ainsi, les connaissances construites dans ces situations se manifestent par des actions efficaces dans des contextes particuliers et n'ont pas besoin d'être explicitées pour que les interactions entre l'élève et le milieu se maintiennent. De là la nécessité de recourir aux situations a-didactiques de formulation.

[27] C'est-à-dire viables seulement dans certains contextes.

2.2.3.2 *La dialectique de la formulation*

Lorsque l'élève est confronté à une *situation de formulation*, il doit communiquer avec d'autres élèves les éléments qui interviennent dans le traitement de la situation au sein du milieu de référence. Une situation de formulation consiste «[…] à mettre au point progressivement un langage que tout le monde comprenne et qui prenne en compte les objets et les relations pertinentes de la situation de façon adéquate (c'est-à-dire en permettant les raisonnements utiles et leurs actions» (Brousseau, 2004, p. 36) Ainsi, un premier élève formule des connaissances à un autre élève afin qu'il les convertisse en actions efficaces sur le milieu ou du moins, qu'il les perçoive comme telles. Pour que les élèves communiquent de façon efficace, les connaissances de l'élève doivent être suffisamment fonctionnelles[28] pour produire une formulation du savoir en jeu. L'explicitation des modèles d'action requiert également la constitution d'un langage compris par tous les élèves impliqués. En effet, selon Brousseau(2004), c'est «La construction d'un tel langage ou code (répertoire, vocabulaire, quelquefois syntaxe) en langage ordinaire ou en langage formalisé [qui] rend possible l'explicitation des actions et des modèles d'action» (Brousseau, 2004, p.36). Et pour que l'enseignant puisse déterminer globalement le contenu de cette communication, il est par ailleurs nécessaire, selon Brousseau,

> *[…] que les deux interlocuteurs coopèrent dans le contrôle d'un milieu externe, de telle sorte que ni l'un ni l'autre ne puisse le faire seul et que le seul moyen d'y réussir soit d'obtenir de l'autre la formulation des connaissances visées. [...] l'acquisition des connaissances peut se faire directement, comme dans le schéma de l'action, ou par conversion en "modèles implicites" d'acquisitions obtenues par les formulations et les communications (Brousseau, 1997, p. 7).*

Plusieurs connaissances peuvent toutefois avoir été développées dans les situations d'action et de formulation, ce qui rend nécessaire l'engagement des élèves dans un jeu de savoir où ils devront valider leurs connaissances.

[28] La plupart du temps, les connaissances doivent correspondre, chez les deux élèves, à des modèles implicites d'action.

2.2.3.3 La dialectique de la validation

Lors d'une *situation de validation,* l'élève doit convaincre les autres de la validité du modèle qu'il a formulé et ce, en faisant un parallèle entre l'évolution du milieu et le modèle d'action dont on questionne la validité. Comme le précise Ravenstein, «[…] ce modèle prend alors la forme d'une ou de plusieurs assertions dont l'exactitude et la pertinence au problème vont être débattues entre "proposant" et "opposant"» (Ravenstein, 1999, p. 57). Selon Brousseau (1998), ce type de situation a un caractère dialectique puisque pour réfuter une assertion, il faut au moins l'accepter temporairement. Dans ce type de situation, les élèves ne sont typiquement pas encouragés à consulter l'enseignant pour décider qui, du proposant ou de l'opposant, a formulé la proposition la plus juste. En effet, Brousseau estime que dans cette dialectique, la discussion entre les élèves et l'enseignant est très défavorable puisque les élèves doivent convaincre ou se laisser convaincre sans utiliser des procédés rhétoriques :

> *Chacun peut prendre position par rapport à un énoncé, et s'il y a désaccord, demander une démonstration ou exiger que l'autre applique ses déclarations dans la situation d'action avec le milieu. [...] Dans ce nouveau type de situation, les élèves organisent des énoncés en démonstrations, construisent des théories - des ensembles d'énoncés de référence -, et apprennent comment convaincre les autres ou se laisser convaincre sans céder aux arguments rhétoriques comme l'autorité, la séduction, l'amour propre, l'intimidation, etc. (Brousseau, 1997, p.8).*

Pour que cela se produise, l'enseignant doit toutefois avoir structuré le milieu de manière à ce que la situation de référence, et non l'enseignant, serve de milieu de référence à la situation d'apprentissage. Brousseau résume ainsi le travail de l'enseignant :

> *Le professeur doit donc simuler dans sa classe une micro-société scientifique s'il veut que les connaissances soient des moyens économiques pour poser de bonnes questions et pour trancher des débats, s'il veut que les langages soient des moyens de maîtriser des situations de formulation et que les démonstrations soient des preuves (Brousseau, 2004, p. 49).*

Une fois le travail de structuration effectué, l'enseignant doit également empêcher, *in situ*, que la discussion ne s'affranchisse de son rapport avec le milieu de référence, auquel cas la rhétorique, l'autorité, la séduction et les sophismes pourraient l'emporter sur la consistance, la logique et l'efficacité des preuves (Brousseau, 2004, p. 40).

À la phase d'institutionnalisation, l'enseignant reprendra le rôle qui lui est traditionnellement dévolu et conviendra, avec ses élèves, des propositions qui sont les plus justes et des connaissances qui doivent être institutionnalisées; il désignera précisément et il explicitera les savoirs auxquels renvoient les connaissances produites localement par la situation et les interactions avec le milieu.

2.3 Les objectifs spécifiques de recherche

Dans la présentation des objectifs généraux de notre thèse, nous avions formulé le souhait d'interpréter les projets de formation des étudiants comme étant le fruit d'une adaptation à un futur anticipé, ce qui ouvrait au formateur de nouveaux champs d'intervention. Deux objectifs généraux avaient alors été identifiés :

- Analyser les projets de formation des étudiants qui entament leur formation à l'enseignement des mathématiques (les documenter).
- Concevoir et mettre à l'essai des situations susceptibles de favoriser l'évolution des projets de formation des futurs enseignants.

L'adoption des cadres théoriques présentés dans ce chapitre nous a permis de raffiner davantage la formulation de ces objectifs.

En ce qui a trait au premier objectif, la formulation engageait une analyse plutôt globale des projets de formation. Le cadre théorique proposé par Roegiers (2007) nous permet maintenant de préciser certaines modalités d'analyse, lesquelles peuvent aisément se traduire en objectifs spécifiques de recherche. Ainsi, la documentation des projets de formation des étudiants qui entament leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques se fera par l'intermédiaire de la poursuite des objectifs spécifiques suivants :

- Analyser et documenter les types de projet ("visée" et programmatique);
- Analyser et documenter les modes d'anticipation du projet.

Nous entendions initialement les projets de formation des étudiants comme étant des adaptations à un futur anticipé. Concevoir et mettre à l'essai des situations susceptibles de favoriser l'évolution des projets de formation des futurs enseignants, de sorte qu'ils viennent à la rencontre de ceux des formateurs (lesquels sont ancrés dans une vision moins déterministe et par conséquent plus complexe de ce futur), implique ainsi la conception de situations susceptibles de permettre aux étudiants de s'adapter à un futur différent de celui qu'ils avaient initialement anticipé. La théorie des situations didactiques, de même que les recherches menées sur le jugement de probabilité et sur les différentes façons d'approcher la probabilité dans l'enseignement guideront la conception de ces situations, lesquelles devront spécifiquement :

- Engager les étudiants dans une dialectique d'action, de formulation et de validation;
- Inciter les étudiants à recourir à une approche stochastique en empêchant graduellement l'utilisation unique d'une approche théorique pour traiter les situations proposées;
- Inciter les étudiants à porter un jugement de probabilité qui prenne en compte la complexité de la situation et ce, en empêchant graduellement l'utilisation d'une heuristique de jugement pour traiter les situations proposées.
- Favoriser une évolution du projet de formation et de ses modes d'anticipation.

3 MÉTHODOLOGIE

3.1 Participants à l'étude

Cette recherche souhaite explorer les relations possibles entre une séquence de situations probabilistes et l'évolution des projets de formation des étudiants qui entament une formation initiale à l'enseignement des mathématiques au préscolaire et au primaire.

Pour des raisons de proximité, nous avions ciblé les étudiants de l'UQAR (Campus de Lévis) inscrits dans un programme de formation universitaire de premier cycle en enseignement et qui débutent une formation initiale à l'enseignement des mathématiques. Nous avons recruté les participants dans un cours de formation à l'enseignement des mathématiques du programme en enseignement en adaptation scolaire et sociale. Il s'agissait du cours *Apprentissage et didactique des mathématiques* (ASS-221-03), dont la description, dans l'annuaire des cours de l'UQAR, se lisait comme suit:

> *Maîtriser les connaissances et les compétences nécessaires à l'intervention dans le domaine d'apprentissage de la mathématique.*
>
> *Savoirs essentiels liés à l'arithmétique, la géométrie, la mesure, <u>la statistique et la probabilité</u> [c'est nous qui soulignons]. Repères historiques, épistémologiques et didactiques. Construction des connaissances et difficultés d'apprentissage : analyse de situations et fondements de l'intervention. <u>Situation-problème et enseignement des mathématiques</u>. Planification et conceptions de situations d'enseignement-apprentissage. Étude du Programme de formation à l'école québécoise: compétences et domaines d'apprentissage reliés à la mathématique. Examen critique, sélection et production de matériel didactique (didacticiels, vidéos, manuels, matériels, etc.). Pratique de l'évaluation sommative et formative des apprentissages mathématiques et des compétences visées.*

Nous avons choisi d'expérimenter dans ce cours et ce programme pour quatre raisons:

- Il s'agissait du premier cours de didactique des mathématiques du programme;
- Il ciblait l'enseignement des mathématiques du primaire et incluait de façon explicite les probabilités parmi les savoirs visés, ce qui n'était pas le cas pour le premier cours de

didactique des mathématiques du baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement primaire;

- La professeure qui dispensait ce cours avait consenti à ce que nous expérimentions dans le cadre des activités normales de son cours
- Il était dispensé à l'automne, trimestre auquel nous avions prévu mener notre expérimentation.

Le recrutement des participants s’est fait sur une base volontaire, parmi les deux sections d’étudiants inscrits au cours. Tout étudiant inscrit à ce cours à l’automne 2007, majeur et ayant accepté de compléter le formulaire de consentement et le questionnaire de départ pouvait théoriquement être retenu. Toutefois, comme cette recherche s’intéresse à ce que les étudiants projettent d’apprendre dans le cadre de leur formation initiale, nous devions nous assurer que les étudiants n’avaient jamais suivi de cours de didactique des mathématiques. C’était le cas de tous les participants qui ont accepté de participer à l’étude

Ainsi, le groupe de participants n’a pas été constitué par une méthode d’échantillonnage probabiliste. Il importe cependant de garder à l’esprit que nous souhaitons étudier les relations entre une séquence de situations mathématiques et l’évolution des projets de formation des étudiants. En adoptant plutôt une approche qualitative, l’information que nous avons recueillie auprès de la population cible visait à une meilleure compréhension d’un phénomène, et non pas à une généralisation de ce phénomène. Comme le mentionne Fortin *et al.*, «Si on désire explorer des relations entre certaines variables, un échantillon non probabiliste peut être suffisant. Ainsi, un chercheur peut vouloir expliquer les relations entre des variables et non pas généraliser les résultats à la population» (F. Fortin, Côté, & Filion, 2006, p. 262).

En tout, sur les 70 étudiants inscrits alors au cours, 58 étudiants ont complété le questionnaire et accepté de participer à l’étude. Tous les questionnaires complétés ont pu être appariés à un formulaire de consentement (voir Annexe 1) dûment signé. Ce formulaire de consentement, tout comme l’ensemble de la recherche, avait préalablement été approuvé par le Comité plurifacultaire d’éthique de la recherche (CPER) de l’Université de Montréal qui, par la délivrance d’un certificat d’éthique, a certifié que cette recherche doctorale n’enfreignait aucun de principes éthiques devant guider les recherches avec des humains. Sur ces 58 étudiants, huit ont ensuite été sélectionnés pour des entretiens individuels, lesquels avaient pour principal objectif d'explorer leurs projets de formation et la vision de l'enseignement sur laquelle ils reposent. Cette sélection a été effectuée à partir d’une analyse préliminaire des réponses au questionnaire individuel, lesquelles visaient à explorer leur vision des mathématiques.

Après avoir effectué ces huit entretiens, nous n’avons pas ressenti le besoin d’effectuer des entretiens supplémentaires, puisque nous avions atteint la saturation de nos données. Cela est consistant avec les pratiques habituelles en recherche qualitative, car selon Mongeau, « […] en pratique, on atteint généralement cette saturation après sept à douze entrevues» (Mongeau, 2009, p. 94).

3.2 Plan d'instrumentation

Le volet expérimental de la recherche se décline en trois étapes. D'abord l'étape 1, soit l'exploration *a priori* des projets de formation des étudiants qui entament leur formation à l'enseignement des mathématiques. Ensuite l'étape 2, qui consiste en la réalisation d'une séquence de situations probabilistes susceptible de favoriser, théoriquement, l'évolution de leurs projets de formation. Enfin l'étape 3, qui renvoie à l'exploration *a posteriori* des projets de formation des étudiants ayant réalisé la séquence de situations proposée. L'adoption d'un plan d'instrumentation approprié a rendu possible la constitution de notre corpus de données. Les tableaux 8 et 9 détaillent les modalités des activités de collecte de données de même que nos responsabilités au regard de chacune de ces activités.

Tableau 8 : Modalités concernant les activités de collecte de données auprès des participants

Activité et instrument utilisé	**Lieu**	**Moment où l'activité a été réalisée**[29]	**Durée approximative**
Complétion par chaque participant du questionnaire écrit individuel (auto administré) sur sa vision des mathématiques et de leur enseignement et sur son projet de formation	Dans la salle de classe	Au premier cours (le 30 août 2007)	15 minutes
Première discussion de groupe sur les projets de formation (enregistrement audio de la discussion)	Dans la salle de classe (dans le cadre des activités normales du cours)	Au premier cours (30 août 2007)	45 minutes
Expérimentation en équipes de la séquence de situations probabilistes	Dans la salle de classe (dans le cadre des activités normales du cours)	Au deuxième cours (6 septembre 2007)	120 minutes
Seconde discussion de groupe sur les projets de formation (enregistrement audio de la discussion)	Dans la salle de classe (dans le cadre des activités normales du cours)	Au deuxième cours (6 septembre 2007), tout de suite après l'expérimentation	30 minutes
Entretiens individuels avec certains sujets (enregistrement audio des entretiens)	Dans un local situé à la bibliothèque (en dehors des activités normales du cours)	À un moment choisi par le sujet, entre le 19 au 23 novembre 2007	30 à 40 minutes

[29] Il convient ici de noter le caractère atypique du calendrier de réalisation des activités de collecte des données. Si les quatre premières activités ont été réalisées lors des deux premiers cours, il faut toutefois attendre plus de deux mois avant la tenue des entretiens individuels. Ce délai est attribuable au temps imparti à l’analyse préalable des questionnaires, analyse qui s’est avérée plus longue que ce que nous avions anticipé, mais qui était toutefois indispensable à la sélection des sujets qui allaient être rencontrés en entretiens individuels.

Tableau 9 : Responsabilités de la chercheure au regard de chacune des activités de collecte

Activité	Responsabilités de la chercheure
Complétion du questionnaire écrit individuel (auto administré)	- Conception du questionnaire - Présentation et distribution des questionnaires aux sujets - Cueillette des questionnaires après complétion - Substitution des informations nominales par un code alphanumérique
Discussion de groupe no 1 (enregistrement audio de la discussion)	- Préparation du canevas de la discussion - Animation de la discussion - Transcription de la discussion - Anonymisation des propos tenus - Effacement de l'enregistrement
Expérimentation de la séquence de situations probabilistes	- Conception et animation de la séquence - Observation directe des sujets lors de l'exploration de situations probabilistes - Cueillette des productions des sujets (traces écrites de leur raisonnement) - Substitution des informations nominales par un code alphanumérique
Discussion de groupe no 2 (enregistrement audio de la discussion)	- Préparation du canevas de la discussion - Animation de la discussion - Transcription de la discussion - Anonymisation des propos tenus - Effacement de l'enregistrement
Entretiens individuels	- Préparation du schéma de l'entretien - Réalisation de l'entretien - Transcription du verbatim de l'entretien - Anonymisation des propos tenus - Effacement de l'enregistrement

3.2.1 Exploration a priori des projets de formation des étudiants

Deux instruments de collecte ont été utilisés pour explorer, *a priori*, les projets de formation des étudiants qui entament leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques. Il s'agit d'un questionnaire individuel et d'une première discussion de groupe.

3.2.1.1 Questionnaires individuels

Les questionnaires individuels remplissent deux fonctions. Ils permettent d'une part de recueillir les données nominatives et sociodémographiques relatives aux participants et permettent d’autre part une première exploration des projets de formation qu’ils nourrissent. Ils satisfont également les quatre conditions de validité précisées par Blais et Durand (2009), soit:

1) *La disponibilité des informateurs;*

   Les étudiants ont tous été joints dans leur cours et ont pour la plupart accepté de répondre au questionnaire.

2) *La capacité de répondre des informateurs;*

   Nous avons conçu les questions de façon à ce qu'elles soient précises (elles sont formulées dans un langage simple et ne portent que sur une seule dimension), pertinentes (les questions s'appliquent aux étudiants et ils possèdent l'information requise pour y répondre) et neutres (elles n'orientent pas les réponses des étudiants).

3) *La transmission fidèle de l'information;*

   Bien que l'on ne puisse avoir l'assurance que les réponses des étudiants soient sincères et exemptes de distorsions, quelques précautions ont été prises afin de maximiser la fidélité de l'information recueillie. D'une part, nous avons indiqué aux étudiants qu'il n'y avait ni bonnes, ni mauvaises réponses et les avons invités à répondre aux questions de manière spontanée. D'autre part, nous avons insisté sur le fait que les informations nominales présentes sur les questionnaires allaient être remplacées par un code alphanumérique, ce qui allait garantir l'anonymat des propos tenus. Afin d'éviter des effets de désirabilité sociale, nous avons également mentionné aux étudiants que la formatrice responsable du cours n'allait pas pouvoir accéder aux questionnaires et que ceux-ci ne pouvaient d'aucune manière influencer l'image qu'ils projettent d'eux-mêmes ou les rapports qu'ils entretiennent avec la formatrice.

4) *L'enregistrement fidèle de l'information.*

Les réponses émises à chacune des questions ont été saisies dans un logiciel de traitement de texte. Pour chaque questionnaire, deux documents ont été créés. Le premier document nous a permis d'enregistrer les données relatives à l'identité et au profil sociodémographique de l'étudiant, lesquelles figuraient, pour faciliter l'enregistrement de l'information, sur la première page du questionnaire. Le second document nous a permis d'enregistrer les réponses émises aux dix items du questionnaire. Afin d'assurer la fidélité de la saisie effectuée, chaque entrée a été vérifiée à deux reprises. La première vérification a été effectuée, questionnaire par questionnaire, lors de la transcription initiale des réponses aux items. La seconde vérification, cette fois-ci transversale (question par question), a pour sa part été effectuée lors de la première codification des données.

Les questionnaires individuels ont été auto administrés et ont été complétés par les étudiants au tout début de leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques. Nous les avons distribués lors de la première rencontre de leur cours, avant la présentation du plan de cours et après la présentation de la nature et des objectifs de cette recherche[30]. Bien que le questionnaire ait été distribué à l'ensemble des étudiants, seuls les étudiants qui avaient consenti à participer à notre étude étaient tenus de le compléter. Nous leur avons indiqué qu'il n'y avait ni bonne, ni mauvaise réponse et leur avons donné comme consigne de le remplir le plus spontanément possible. Les premiers items n'étaient pas numérotés, ils étaient présentés sur une page distincte du reste du questionnaire et visaient à collecter des informations factuelles sur les participants à l'étude. En voici l'énoncé :

- Nom, prénom
- Âge
- Adresse de courriel

---

[30] Cette présentation reprenait telle quelle la description des objectifs de recherche effectuée dans le formulaire de consentement présenté en annexe.

- Programme de formation actuel
- Est-ce la première fois que vous suivez ce cours?
- Avez-vous déjà reçu une formation à l'enseignement des mathématiques (si oui, expliquez)?
- Quels sont les programmes de formation post-secondaires (complétés ou non) auxquels vous avez été inscrits?

Alors que les quatre premiers items servaient à recueillir des données nominatives sur les étudiants, les trois derniers items servaient pour leur part à identifier les étudiants dont le profil de formation satisfaisait nos critères de sélection. Par exemple, la question portant sur les programmes de formation post-secondaires visait à éliminer les étudiants qui avaient suivi un programme comportant une formation à l'enseignement des mathématiques, mais qui ne l'avait pas identifiée comme telle. Cela pourrait être le cas, par exemple, des étudiants du baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement primaire qui auraient effectué un changement de programme.

Sur la deuxième page du questionnaire débutait l'énoncé des dix questions visant à explorer le projet de formation des participants à l'étude. Il semblait primordial de séparer le questionnaire en deux parties, question d'effectuer la saisie et l'analyse des réponses à ces questions sans avoir directement accès aux données nominatives des participants. Voici l'énoncé de ces questions:

1. *Selon vous, qu'est-ce que la "didactique des mathématiques"?*

2. *Que souhaitez-vous apprendre dans le cadre d'un cours de didactique des mathématiques?*

3. *À quoi ça sert, selon vous, les mathématiques?*

4. *En quoi consiste le travail d'un mathématicien?*

5. *Compléter la phrase suivante : Quelqu'un qui est bon en mathématiques, c'est quelqu'un qui…*

6. *Voici deux énoncés. Encerclez l'énoncé qui correspond le plus à votre façon de voir les mathématiques :*

    a. *Les mathématiques sont créées à travers l'activité humaine; il faut les inventer.*

    b. *Les mathématiques existent indépendamment de l'activité humaine; il faut les découvrir.*

7. *Complétez la phrase suivante : Un bon enseignant de mathématiques, c'est un enseignant qui…*

8. *Selon vous, quelles connaissances faut-il posséder pour enseigner les mathématiques au primaire?*

9. *Comment fait-on pour aider un élève qui éprouve une difficulté en mathématiques?*

10. *Selon vous, en mathématiques, qu'est-ce qu'une bonne situation d'apprentissage?*

Ces questions ont été posées afin d'explorer les deux faces des projets de formation des futurs enseignants, soit leur projet "visée" et le projet programmatique qui lui est afférent. En théorie, les questions 3, 4, 5 et 6 visaient à explorer leur vision des mathématiques, et les questions 1, 7, 9 et 10 leur vision de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques; ensemble, ces huit questions se révélaient propices au dégagement de leur projet "visée". Les questions 2 et 8 servaient à mettre en relief le programme à suivre, selon eux, pour concrétiser cette vision (projet programmatique). Exception faite de la question 6, l'ensemble des questions figurant dans ce questionnaire étaient ouvertes et engageaient la production d'une réponse à court développement. D'une part, la taille de notre échantillon nous le permettait et d'autre part, nous explorions un sujet qui n'avait pas, à notre connaissance, été exploré par d'autres chercheurs. Le caractère exploratoire de l'étude ne permettait d'ailleurs pas d'effectuer une analyse a priori de ces questions. Ainsi, nous n'étions pas en mesure de formuler des questions fermées, sans risquer d'oublier certaines possibilités de réponse. Nous souhaitions par ailleurs laisser aux participants la possibilité de s'exprimer sans trop de contraintes et souhaitions obtenir les réponses les plus spontanées possibles. Blais et Durand (2009) expliquent:

> *Le grand avantage de la question ouverte, lorsqu'elle est utilisée pour recueillir des informations qualitatives, est de laisser plus de liberté à l'informateur. Celui-ci peut s'exprimer en ses propres mots, faire des nuances et structurer lui-même sa réponse. Elle comporte, par contre, plusieurs désavantages. Elle demande plus d'effort de la part de l'informateur. Les réponses obtenues peuvent être vagues et difficiles à interpréter, et la qualité de l'information peut dépendre de la facilité à s'exprimer de l'informateur (Blais & Durand, 2009, p. 472).*

Pour contrer ces désavantages, nous avons intégré dans le questionnaire plusieurs questions dont les thèmes se recoupent. En plus d'aider l'étudiant à raffiner l'expression de sa pensée, elles permettent de consolider, chez un même sujet, les idées exprimées par rapport à un même thème. Ce recoupement maximise également les chances d'atteindre la saturation des données recueillies, chez un même sujet, par rapport à un même thème.

Puisqu'au moment de rédiger le questionnaire, nous n'étions pas en mesure d'anticiper dans le détail l'éventail des réponses qui seraient émises, il demeurait également possible que l'expression des projets "visée" et programmatique d'un étudiant soit parfois faite dans la réponse à des questions qui n'avaient pas été conçues à cette fin. Le mode d'analyse des réponses à ces questions, qui sera présenté à la section 3.3.2, aura tout de même permis d'associer les différents éléments du discours tenu à la bonne rubrique analytique.

3.2.1.2 ***Première discussion de groupe***

Une première discussion de groupe a été menée afin de recueillir des données supplémentaires sur les projets de formation des futurs enseignants. Cette discussion leur a été présentée comme une occasion de partager, avec la chercheure, la formatrice comme avec les autres étudiants, leur vision des mathématiques et de leur enseignement. D'ailleurs, selon Geoffrion (2009), les groupes de discussion permettent justement «[…] de comprendre les sentiments des participants, leur façon de penser et d'agir, et comment ils perçoivent un problème, l'analysent, en discutent» (Geoffrion, 2009, p. 396). Le problème qui est ici traité est celui de leur formation à l'enseignement des mathématiques.

Cette discussion s’est inscrite dans le cadre des activités normales de leur formation à l’enseignement des mathématiques et s’est tenue dans la salle de cours. Tous les étudiants y ont donc participé, la discussion étant considérée, par la professeure responsable du cours, comme une introduction aux concepts qu’elle allait présenter. Puisque les participants à l’étude étaient scindés en deux groupes-classe, deux discussions ont été menées, la première en avant-midi et la seconde, en après-midi. Cela nous a permis de participer aux deux discussions. Nous nous sommes présentée à eux en tant qu'étudiante au doctorat et non en tant que professeure[31], question de ne pas revêtir une posture qui inhibe leurs interventions. Pour plus de précautions, les discussions ont été enregistrées sur le disque dur de deux enregistreurs numériques, de même que sur la bande magnétique d’une cassette audio. Les deux discussions ont duré environ 45 minutes.

Pour guider cette première discussion de groupe, nous avions préparé un canevas comportant différentes questions sur leur projet de formation ainsi que sur leur façon de voir les mathématiques et leur enseignement. Au moment de rédiger ce canevas, nous ne savions pas quelles questions allaient se révéler propices à l’explicitation de leurs projets de formation. Nous avons donc élaboré un canevas comportant diverses questions sur les mathématiques et leur enseignement, quitte à délaisser a posteriori l’analyse des questions n’ayant pas concourues à mettre en relief leurs projets. Ce canevas reprenait *grosso modo* les items du questionnaire individuel et a été utilisé de manière à susciter, entre les étudiants, les échanges les plus riches possibles. Geoffrion précise qu'il s'agit là d'un avantage manifeste des groupes de discussion sur les entretiens individuels: «L'exemple de certains participants plus loquaces incite les plus taciturnes à parler de leurs propres expériences et à émettre leurs points de vue. Il est plus difficile de créer ce climat de confiance dans des entrevues individuelles» (Geoffrion, 2009,

[31] Nous venions tout juste d'obtenir un poste de professeure en didactique au campus de Rimouski.

p. 396). La plupart des questions formulées étaient ouvertes et les invitaient à développer leurs idées.

Suggestion de questions relatives au projet de formation des étudiants

Qu'est-ce que c'est que la didactique des mathématiques?
Qu'est-ce que vous voulez apprendre dans le cadre de ce cours?
Qu'est-ce que vous pensez apprendre dans le cadre de ce cours?
Dans le cadre de ce cours, ce serait merveilleux si…

Suggestion de questions relatives à leur vision des mathématiques

À quoi ça sert, les mathématiques?
Qu'est-ce que ça fait dans la vie, un mathématicien?
Pourquoi on enseigne les mathématiques aux enfants?
À quoi on reconnaît quelqu'un qui est bon en mathématiques?
Qu'est-ce qu'une bonne situation d'apprentissage en mathématiques?

Suggestion de questions relatives à leur vision de l'enseignement des mathématiques

À quoi on reconnaît un bon enseignant de mathématiques?
Qu'est-ce qu'un mauvais enseignant de mathématiques?
Vous manque-t-il quelque chose pour devenir un bon enseignant de mathématiques?
Qu'est-ce qu'il ne faut pas faire, quand on enseigne les mathématiques?
Quand vous voulez aider quelqu'un qui a de la difficulté à résoudre un problème, qu'est-ce que vous pouvez faire?

Ce canevas nous a servi de repère général et a été modifié, au besoin, en fonction de l'orientation des discussions.

3.2.2 Réalisation d'une séquence de situations probabilistes

Une séquence de trois situations probabilistes a ensuite été présentée[32] aux sujets de l'étude dans le cadre des activités normales de leur formation initiale à l'enseignement des

[32] C'est la chercheure qui a assumé le rôle de professeure et qui a géré l'administration des trois situations. La professeure responsable du cours a observé le déroulement de l'expérimentation

mathématiques. Nous les avions auparavant invités à se placer en équipe de quatre ou cinq personnes, puisqu'ils allaient éventuellement avoir à s'engager dans une dialectique de formulation et de validation qui allait requérir la présence d'autrui. Le traitement de ces situations a duré approximativement 150 minutes et pour fin d'analyse, les productions liées au traitement de ces situations ont toutes été recueillies, puis numérisées.

Même si les deux premières situations conviaient les sujets à émettre un jugement de probabilité, leur traitement n'engageait pas la réalisation d'un calcul mathématique. La troisième situation engageait pour sa part les sujets dans une démarche expérimentale et requérait, pour être traitée adéquatement, une observation statistique des résultats de l'expérience de même qu'un traitement des fréquences de réalisation de certains événements.

De prime abord, les dissemblances entre les contextes des situations présentées ne permettaient pas aux sujets de percevoir la similitude entre les problèmes. L'intuition d'une similitude devait plutôt découler de la perception d'une analogie plus riche entre les structures des problèmes. Sallaberry explique:

> *Le physicien Maxwell accordait beaucoup d'importance aux analogies qu'il qualifiait de "pauvres" ou de "riches", selon leur degré de sophistication - il nommait "métaphores scientifiques" les analogies utilisées par la physique. L'analogie pauvre (qualifiée ici de simple) travaille sur une ressemblance perçue entre deux objets ou deux phénomènes, l'analogie riche met en jeu une ressemblance plus élaborée, concernant les relations entre objets - raison pour laquelle elle sera qualifiée de structurale. "L'intuition" d'une similitude, qui constitue le démarrage de l'analogie, doit fonctionner sur la base d'une figure ou d'une ressemblance plus ou moins vague […]. Cela, même s'il s'agit d'une analogie riche» (Sallaberry, 1996, p. 73).*

L'analogie entre les situations tenait ici à la nécessité dans chacune de prendre en compte la taille de l'échantillon, ce que les sujets négligent souvent de faire lorsqu'ils portent un jugement grâce à une heuristique de représentativité (Fischbein & Schnarch, 1997).

---

et a apporté un appui à la gestion matérielle de celle-ci (distribution des feuillets, regroupement des tables, recueil des sacs de jetons et consignation des réponses au tableau).

3.2.2.1 ***Problèmes de la séquence***

Nous décrivons ici, dans l'ordre où ils ont été présentés aux étudiants, les trois problèmes composant notre séquence. Nous souhaitons d'une part faire ressortir l'intérêt de chaque problème et d'autre part, mettre en relief comment leur articulation est susceptible d'engager les étudiants dans une dialectique d'action, de formulation et de validation à l'intérieur de laquelle l'utilisation d'une heuristique de représentativité est de moins en moins possible. Cette articulation est résumée, en fin de section, dans le tableau 10.

3.2.2.1.1 Problème 1

Le premier problème est une traduction d'un problème posé par Fishbein et Schnarch (1997), lui-même inspiré du problème initialement proposé par Kahneman et Tversky (1982). En voici l'énoncé :

> *Dans une ville, il y a 2 hôpitaux. Il y a un petit hôpital où il y a, en moyenne, 15 naissances par jour, et un grand hôpital où il y a, en moyenne, 45 naissances par jour.*
>
> *La probabilité de donner naissance à un garçon est environ de 50%. Il y a toutefois des jours où il y a plus de 50% des nouveau-nés qui sont des garçons et d'autres jours où il y a moins de 50% des nouveau-nés qui sont des garçons.*
>
> *Dans le petit hôpital, on tient un registre des jours dans l'année où le nombre de nouveau-nés de sexe masculin est supérieur à 9, ce qui représente plus de 60% des naissances dans le petit hôpital. Dans le grand hôpital, on tient également un registre des jours dans l'année où le nombre de nouveau-nés de sexe masculin est supérieur à 27, ce qui représente plus de 60% des naissances dans le grand hôpital.*
>
> *Selon vous, peut-on inférer à partir de ces informations qu'un des deux hôpitaux doit compter plus de jours où le nombre de nouveau-nés de sexe masculin est supérieur à 60% ? Si oui, précisez lequel. Si non, expliquez pourquoi il n'est pas possible d'avancer une telle affirmation.*

Dans ce problème, le jugement doit porter sur les probabilités de réalisation des événements "plus de garçons dans le petit hôpital" et "plus de garçons dans le grand hôpital"; ce sont de fait les attributs cibles devant être comparés. Dans la formulation du problème, la probabilité théorique de l'événement élémentaire "donner naissance à un garçon" (50%) est aussi énoncée. Il faut toutefois une certaine souplesse dans le raisonnement pour comprendre que théoriquement, plus le nombre de nouveau-nés est élevé, plus grande est la probabilité que le rapport entre le nombre de nouveau-nés de sexe masculin et le nombre total de nouveau-nés dans une journée se rapproche de 50%. La bonne réponse est ainsi le petit hôpital. Le pourcentage correspondant, dans chaque hôpital et pour chacun des deux événements concernés, au rapport entre le nombre de nouveau-nés de sexe masculin et le nombre total de nouveau-nés dans une journée (60%) est également énoncé. Les rapports que ce pourcentage sous-tend (soit 9/15 et 27/ 45) ne sont toutefois pas exprimés sous la forme d'une fraction et la présentation des termes de chaque rapport n'est pas faite consécutivement. Ainsi, les sujets qui découvrent l'équivalence des rapports, dans chaque hôpital, entre le nombre de nouveau-nés de sexe masculin et le nombre total de nouveau-nés dans une journée, sont susceptibles d'utiliser ces rapports comme attributs heuristiques et de conclure à l'équivalence des probabilités des événements. Enfin, mentionnons que c'est un problème qui pourrait difficilement se prêter à une approche fréquentielle et ce, même avec l'utilisation d'un simulateur.

La littérature concernant ce problème permet de conclure en une forte probabilité de réponse basée sur l'évaluation d'un attribut heuristique (l'équivalence des rapports). Le Tableau 10 présente les résultats d'une étude menée par Fischbein et Schnarch (1997) auprès de 98 élèves israéliens et détaille, pour chaque tranche d'âge, le pourcentage de répondants ayant choisi chaque réponse.

Tableau 10 : Problème des hôpitaux : Pourcentage des répondants (n=98)[33] de chaque classe d'âge ayant choisi chaque réponse

Réponse	10-11 ans	12-13 ans	14-15 ans	16-17 ans	Futurs enseignants
Gros hôpital	20%	35%	5%	10%	0%
Petit hôpital	0%	0%	5%	0%	0%
Même chose	10%	30%	70%	80%	89%
Autre réponse	10%	5%	5%	10%	0%
Aucune réponse	60%	30%	15%	0%	11%

D'après Fischbein et Schnarch (1997)

On observe ici que les erreurs liées à la négligence de la taille de l'échantillon semblent croitre avec l'âge. Cela est particulièrement manifeste en ce qui a trait à la troisième réponse. L'équivalence des rapports devient ici un attribut heuristique et alors que seulement 30% des élèves de 12-13 ans tombaient dans le piège, la grande majorité des futurs enseignants, soit 89%, se laissaient prendre. Les sujets de cette étude ne sont pas les seuls à utiliser l'équivalence des rapports comme attribut heuristique. Dans l'étude menée initialement par Kahneman et Tversky (1982), 53 des 95 étudiants universitaires (soit 55,8%) avaient répondu que les probabilités étaient les mêmes dans les deux hôpitaux. En 1998, Lecoutre et Fischbein ont présenté ce problème à 395 étudiants français en psychologie. Les résultats sont sans équivoque. 70% des étudiants ont répondu que les probabilités étaient les mêmes dans les deux hôpitaux, 21% des étudiants ont répondu que la probabilité était plus grande dans le grand hôpital et seulement 9% ont répondu que la probabilité était plus élevée dans le petit hôpital (réponse correcte) (Lecoutre & Fischbein, 1998). Dans une recherche plus récente menée auprès

[33] Cette étude a été menée auprès de 20 élèves de 10-11 ans, 20 élèves de 12-13 ans, 20 élèves de 14-15 ans, 20 élèves de 16-17 ans et 18 futurs enseignants. Les pourcentages sont donc associés à un très petit nombre d'élèves ou d'étudiants. Étant donné la taille restreinte de l'échantillon, il convient d'émettre une réserve critique à l'égard des résultats obtenus dans cette étude.

de 132 futurs enseignants par Godino, Canizares et Diaz (2003), 61,9% des futurs enseignants ont opté pour cette réponse (même chose / réponse erronée)[34].

3.2.2.1.2 Problème 2

Le deuxième problème est lui aussi la traduction d'un problème posé par Fishbein et Schnarch en 1997. En voici l'énoncé :

> *Selon vous, quel événement est le plus probable : l'événement «lancer 3 pièces de monnaie et obtenir au moins 2 faces» ou l'événement «lancer 300 pièces de monnaie et obtenir au moins 200 faces» ?*

Dans ce problème, le jugement doit porter sur les probabilités de réalisation des événements "*lancer 3 pièces de monnaie et obtenir au moins 2 faces* " et " *lancer 300 pièces de monnaie et obtenir au moins 200 faces* "; ce sont les attributs cibles devant être comparés. Bien que dans la formulation du problème, la probabilité théorique de l'événement élémentaire "lancer une pièce et obtenir face" (50%) n'est pas énoncée, elle se laisse toutefois facilement deviner. L'événement le plus probable est ainsi celui de «lancer trois pièces de monnaie et obtenir au moins deux faces», puisque plus le nombre de lancers est élevé, moins il est probable que le rapport entre le nombre de faces et le nombre de lancers s'éloigne de la probabilité théorique (50%). Contrairement au premier problème, le pourcentage correspondant, pour chaque expérience, au rapport entre le nombre de faces et le nombre de lancers, n'est pas énoncé. Les termes de chaque rapport sont toutefois exprimés de façon consécutive, ce qui permet l'obtention de deux rapports dont l'équivalence est immédiatement perceptible (200/300 et 2/3). Les sujets qui perçoivent l'équivalence de ces rapports sont susceptibles de les utiliser comme attributs heuristiques et de conclure à l'équivalence des probabilités des événements. Il s'agit enfin d'un problème qui peut se prêter à une approche fréquentielle et ce, avec le même modèle physique (la pièce de monnaie). Le Tableau 11 présente les résultats obtenus par

[34] L'échantillon est ici plus important que dans l'étude de Fischbein et Schnarch (1997), ce qui pourrait expliquer la différence dans les taux de succès de ce problème.

Fischbein et Schnarch (1997) auprès des 98 élèves de leur échantillon et détaille, pour chaque tranche d'âge, le pourcentage de répondants ayant choisi chaque réponse[35].

Tableau 11 : Problème des pièces : Pourcentage des répondants (n=98) de chaque classe d'âge ayant choisi chaque réponse

Événement le plus probable	10-11 ans	12-13 ans	14-15 ans	16-17 ans	Futurs enseignants
200 faces sur 300 lancers	5%	5%	25%	10%	6%
Même chose	30%	45%	60%	75%	44%
2 faces sur 3 lancers	35%	30%	10%	5%	50%
Autre réponse	5%	10%	0%	0%	0%
Aucune réponse	25%	10%	5%	10%	0%

D'après Fischbein et Schnarch (1997)

Dans le problème précédent, 89% des futurs enseignants avaient émis une réponse basée sur l'évaluation des attributs heuristiques. Ici, seulement 44% d'entre eux l'ont fait. On compte toutefois 50% (6% + 44%) des futurs enseignants ayant émis une réponse erronée. Lecoutre et Fischbein (1998) ont également présenté ce problème à des étudiants français en psychologie (n=385). Cette fois, 72% des étudiants ont émis une réponse basée sur l'évaluation des attributs heuristiques et en tout, 84% d'entre eux ont émis une réponse erronée (ce pourcentage s'élevait à 91% pour le problème des hôpitaux). Normalement, une présentation consécutive des termes des rapports devrait augmenter l'accessibilité des attributs heuristiques. D'ailleurs, selon Babai, Brecher, Stavy et Tirosh (2006), qui ont élaboré une théorie des règles intuitives, la saillance et la congruité des variables non pertinentes à la résolution du problème sont des facteurs qui déterminent la complexité du raisonnement requis pour résoudre le problème. Or, dans le problème qui nous occupe (celui des pièces de monnaie), bien que la saillance et la congruité des attributs heuristiques soit plus grande, ce problème est plus réussi que celui des hôpitaux. Dans le contexte d'une étude didactique avec de futurs enseignants, ce fort taux de réussite pourrait s'expliquer par une lecture des attentes du chercheur ayant posé ce problème.

[35] Rappelons qu'étant donné la taille restreinte de l'échantillon, il convient d'émettre une réserve critique à l'égard des résultats obtenus dans cette étude.

En effet, la perception d'une équivalence des rapports demande si peu de travail qu'il serait fort probable, du point de vue de l'étudiant, que la réponse requière une réflexion supplémentaire. Cette réflexion pourrait ensuite conduire à revoir la réponse donnée au problème 1.

3.2.2.1.3 Problème 3

Le troisième problème de la séquence a été expérimenté dans les années '70 par Nadine et Guy Brousseau, à l'école Jules Michelet de Talence. Ce problème avait alors permis aux élèves de développer des connaissances par rapport à un bon nombre de notions statistiques et probabilistes. L'expérimentation s'était toutefois échelonnée sur 35 rencontres, ce qui serait impensable dans le contexte d'aujourd'hui. En voici l'énoncé :

> *J'ai envie de vous proposer un défi, dont la solution nous fournira peut-être des pistes pour valider les réponses émises pour le problème précédent. Le voici :*
>
> *Voici une boîte contenant un grand nombre de jetons noirs et de jetons blancs. Sans regarder, je pige 5 jetons dans cette boîte et les dépose, toujours sans regarder, dans un sac opaque. En touchant au sac de l'extérieur, il est possible de constater qu'il y a bel et bien 5 jetons à l'intérieur. Je vous propose comme défi de déterminer la composition du sac, mais en tâchant de respecter les deux contraintes suivantes : 1) personne n'a le droit de regarder dans le sac; et 2) vous avez le droit de piger et de regarder juste un jeton à la fois, en prenant soin de remettre le jeton dans le sac immédiatement après l'avoir pigé.*
>
> *Je vous invite à vous placer en équipe de 4 personnes. Il vous faudra consigner dans ce document les traces de votre raisonnement. Nous comparerons ensuite les résultats obtenus par chaque équipe.*

Dans ce problème, le jugement doit porter sur la composition du sac. De manière plus précise, les élèves doivent déterminer le nombre de jetons de chaque couleur présents dans le sac (attribut cible). La probabilité théorique des événements élémentaires "piger un jeton noir" et "piger un jeton blanc" n'est pas énoncée et ne peut pas être calculée à partir des données du problème. Ce problème ne possède donc pas d'attributs heuristiques. En fait, le nombre de cas possibles est connu (5), alors que le nombre de cas favorables à la réalisation des événements élémentaires est pour sa part inconnu. Ce problème ne se prête donc pas à une approche théorique et doit absolument se résoudre grâce à une approche fréquentielle. Il requiert par ailleurs une préoccupation à l'égard de la taille de l'échantillon (nombre de tirages effectués), préoccupation sans laquelle il est très difficile, voire impossible, de risquer une réponse au problème posé. De plus, pour parvenir à émettre une réponse, les étudiants doivent s'engager dans une dialectique d'action (lorsqu'ils expérimenteront), de formulation (lorsqu'ils devront émettre des propositions quant à la composition du sac) et de validation (lorsqu'ils chercheront un moyen pour déterminer, parmi toutes les propositions émises, laquelle correspond à la composition réelle du sac). Il est à noter que nous avions choisi de fournir à chaque équipe des sacs de composition identique. Avec cette précaution, nous souhaitions à la fois permettre la formulation et la validation de modèles d'action relatifs à un même milieu d'apprentissage et sensibiliser à la variabilité intrinsèque des résultats associés à une même expérience aléatoire. Il devenait ainsi possible d'augmenter la taille de l'échantillon sans effectuer de tirages supplémentaires, soit en procédant à la somme des fréquences obtenues par chaque équipe pour chaque couleur de jeton.

3.2.2.2 Articulation et déroulement de la séquence

À la section 2.3, nous avions précisé les objectifs devant guider de manière plus spécifique le développement de notre séquence de situations. Quatre objectifs avaient alors été énoncés :

- Engager les étudiants dans une dialectique d'action, de formulation et de validation;
- Inciter les étudiants à recourir à une approche stochastique en empêchant graduellement l'utilisation unique d'une approche théorique pour traiter les situations proposées;
- Inciter les étudiants à porter un jugement de probabilité qui prenne en compte la complexité de la situation et ce, en empêchant graduellement l'utilisation d'une heuristique de jugement pour traiter les situations proposées;
- Favoriser une reformulation du projet de formation et de ses modes d'anticipation.

En plus de rendre compte de l'articulation des trois problèmes de la séquence, le Tableau 12 permet d'apprécier en quoi ils concourent à la réalisation de ces objectifs.

Tableau 12 : Articulation des trois problèmes de la séquence

Problème 1 - Hôpital	**Problème 2 – Pile ou face**	**Problème 3 – Les jetons**
Forte probabilité d'une réponse intuitive qui néglige la taille de l'échantillon	Probabilité importante, mais moins forte qu'au problème 1, d'une réponse qui néglige la taille de l'échantillon	Faible probabilité d'une réponse qui néglige la taille de l'échantillon
Utilisation d'une heuristique de représentativité possible, mais non congruente avec celle d'un modèle stochastique	Utilisation d'une heuristique de représentativité possible, mais non congruente avec celle d'un modèle stochastique	Utilisation plus difficile d'un processus de substitution d'attributs (pas d'attributs heuristiques) Nécessité d'utiliser un modèle stochastique pour trouver la réponse
Expérimentation difficilement orchestrable, même avec un simulateur.	Expérimentation possible, mais non obligatoire, avec le même modèle physique	Expérimentation obligatoire avec le même modèle physique
Engagement dans une dialectique d'action, de formulation et de validation possible, mais non obligatoire pour résoudre le problème	Engagement dans une dialectique d'action, de formulation et de validation possible, mais non obligatoire pour résoudre le problème	Engagement dans une dialectique d'action, de formulation et de validation nécessaire pour résoudre le problème

La présentation de l'articulation des problèmes de notre séquence ne saurait toutefois être complète sans la description de son protocole d'administration. Voici la chronologie des événements, tels qu'ils ont été planifiés et qu'ils se sont réellement passés. Il convient toutefois de noter que les événements associés au temps 9 ont émergé de l'expérimentation de la séquence en classe, sans qu'ils aient fait l'objet d'une planification en ce sens.

Temps 1 La chercheure demande aux étudiants de se placer en équipes de quatre;

Elle effectue la distribution du feuillet de problèmes;

Elle invite les étudiants à réaliser, en équipe, le problème des hôpitaux et celui des pièces de monnaie ;

Les étudiants travaillent à la résolution du problème des hôpitaux, puis à celle du problème des pièces de monnaie (dialectique d'action).

Temps 2 La chercheure invite les équipes à se nommer un porte-parole;

Elle invite le porte-parole de chaque équipe à partager la solution émise au problème des hôpitaux (dialectique de formulation);

Après que tous les porte-paroles se soient exprimés, elle les invite à partager la solution émise au problème des pièces de monnaie (dialectique de formulation).

Temps 3 La chercheure invite les équipes à réaliser le problème des jetons et leur remet à toutes le matériel afférent (un sac opaque contenant cinq jetons);

Les étudiants travaillent à la résolution du problème des jetons (dialectique d'action).

Temps 4 La chercheure demande aux porte-paroles de partager, avec l'ensemble du groupe, leurs hypothèses sur la composition du sac (dialectique de formulation);

Après que tous les porte-paroles se soient exprimés, un débat s'engage sur la validité des hypothèses formulées (dialectique de validation).

Temps 5 Les étudiants s'entendent sur une hypothèse;

La chercheure permet aux étudiants de regarder le contenu du sac, question d'effectuer une validation empirique de leur hypothèse.

Temps 6 La chercheure procède à une institutionnalisation en expliquant d'abord aux étudiants que pour déterminer la composition du sac, il fallait observer, dans un grand nombre de piges, les fréquences d'obtention des jetons noirs et des jetons blancs;

Elle leur présente la loi des grands nombres, loi suivant laquelle la probabilité d'avoir une grande différence entre une probabilité fréquentielle et une probabilité théorique tend à se rapprocher de 0 au fur et à mesure que le nombre d'essais augmente ou que le nombre d'individus composant l'échantillon augmente (première phase d'institutionnalisation).

Temps 7 La chercheure invite les équipes à répondre aux deux questions qui suivent, dans le feuillet, l'énonciation du problème des jetons:

- *Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2 ?*

- *Cette réflexion vous conduit-elle à analyser différemment le problème 1?*

Temps 8 La chercheure invite les porte-paroles à partager les réponses émises à ces questions et à débattre de la validité des réponses émises pour les problèmes no 1 et no 2 (dialectique de formulation et de validation).

Temps 9 Les étudiants demandent à la chercheure d'indiquer quelles sont les bonnes réponses aux problèmes no 1 et 2 (suspension de la phase de validation).

La chercheure indique aux étudiants quelles réponses sont exactes parmi les réponses énoncées et revient ensuite sur la loi des grands nombres (entrée prématurée dans une seconde phase d'institutionnalisation).

Temps 10 La chercheure invite les étudiants à répondre aux questions figurant à la fin de leur feuillet:

– *Parmi ces trois problèmes, y en a-t-il un qui vous semble davantage correspondre à l'expression « faire des mathématiques » ? Précisez votre point de vue.*

– *Parmi ces trois problèmes, y en a-t-il un (ou plusieurs) qu'il vous semblerait pertinent d'utiliser avec des élèves de sixième année du primaire? Précisez votre point de vue.*

La chercheure remercie l'ensemble du groupe et ramasse les feuillets.

Il est à noter que ce protocole ne prévoyait pas l'institutionnalisation des liens entre complexité, incertitude et enseignement, puisque nous étions justement intéressée à voir si les étudiants allaient effectuer eux-mêmes ce rapprochement. Nous souhaitions en effet éviter que les étudiants s'appuient sur l'explicitation de ces liens pour formuler un projet qui réponde davantage à nos attentes qu'aux leurs.

3.2.2.3 Productions écrites des étudiants

Les problèmes de la séquence ont été colligés dans un même document (feuillet de problèmes), reprographiés puis distribués à chaque équipe formée. Pour fins de référence, tous les membres de l'équipe étaient invités à inscrire leur nom sur la première page du document qui leur avait été remis. Quatre questions accompagnaient les problèmes de la séquence, questions qu'ils devaient se poser collectivement et auxquelles ils devaient répondre par écrit. Les deux premières questions ont été présentées au temps 7 de notre protocole. Elles visaient à recueillir des traces écrites de leur raisonnement et favorisaient un retour, à partir du travail effectué sur le problème 3, sur les réponses émises aux problèmes 1 et 2. Les réponses émises à ces deux premières questions ont été partagées au temps 8 de notre protocole (phase de validation), alors que les réponses émises aux dernières questions (présentées au temps 10 de notre protocole) ont été partagées durant la seconde discussion de groupe. Le document a bien entendu été recueilli pour fins de référence lors des entretiens individuels.

3.2.3 Exploration a posteriori des projets de formation des étudiants

Deux instruments de collecte ont été utilisés pour explorer, *a posteriori*, les projets de formation des étudiants : une seconde discussion de groupe ainsi que des entretiens individuels.

3.2.3.1 Seconde discussion de groupe

La seconde discussion ne devait pas se tenir dans le cadre des activités normales du cours. Les étudiants ont toutefois insisté pour que celle-ci ait lieu immédiatement après la réalisation de la séquence de situations probabilistes, demande envers laquelle la professeure chargée de l'enseignement du cours n'avait aucune objection. Nous avons donc répondu à leur demande. Comme ce fut le cas pour la première discussion, il y a eu une discussion avec le groupe du matin, ainsi qu'une discussion avec le groupe de l'après-midi. Ces discussions, d'une durée approximative de 30 minutes, ont été enregistrées et les étudiants étaient encore une fois invités à se nommer avant d'intervenir. Nous avons utilisé le même canevas que pour la première discussion, question de voir si la réalisation de la séquence de situations avait eu une incidence sur leur projet de formation.

3.2.3.2 Entretiens individuels

Pour fixer le choix des étudiants qui allaient être rencontrés en entretien individuel, nous avons commencé par saisir les réponses émises aux items du questionnaire dans le logiciel d'analyse qualitative NVIvo. Les données ainsi constituées ont alors été ordonnées selon deux formats :

l'un par individu, l'autre par question. Plusieurs lectures des réponses émises aux items du questionnaire ont été requises pour parvenir à identifier les sujets qui allaient être rencontrés en entretien individuel. À la première lecture, nous avons subdivisé les sujets en deux catégories : ceux qui considèrent que les mathématiques sont construites par l'homme et ceux qui considèrent que les mathématiques sont découvertes par l'homme[36]. Cette subdivision a été effectuée à partir des réponses émises à la question 6, laquelle permettait une première explicitation de leur vision des mathématiques. À la deuxième lecture, nous avons à nouveau subdivisé les sujets deux catégories : ceux qui nourrissent un projet axé sur l'apprentissage de trucs[37] et ceux qui nourrissent un projet axé sur l'apprentissage de notions. Cette seconde subdivision a été effectuée à partir des réponses émises aux questions 1 et 2, soit aux questions portant respectivement sur la nature de la didactique des mathématiques et sur ce qu'ils souhaitent apprendre dans le cadre d'un cours de didactique des mathématiques. Pour que l'on associe les réponses d'un sujet à un projet axé sur l'apprentissage de trucs, nous devions retrouver, dans son discours, des éléments reliés à l'explication ou à la transmission de notions soit, par exemple : «Comment expliquer aux élèves», «Comment un enseignant transmet son savoir», «Des techniques de transmission théorique», «Des trucs, des stratégies…». En l'absence de ces indicateurs, un projet était réputé être axé sur l'apprentissage de notions. Enfin, en croisant ces catégories, nous avons obtenu quatre profils de sujets :

1. Mathématiques construites par l'homme / Projet axé sur l'apprentissage de notions;
2. Mathématiques construites par l'homme / Projet axé sur l'apprentissage de trucs;
3. Mathématiques découvertes par l'homme / Projet axé sur l'apprentissage de notions;
4. Mathématiques découvertes par l'homme / Projet axé sur l'apprentissage de trucs.

---

[36] Cette catégorie se révélera, à l'analyse, peu propice à la caractérisation des individus et de leurs projets.

[37] Avec du recul, nous baptiserions plutôt cette catégorie «projet axé sur la transmission de notions».

Une troisième lecture a alors été nécessaire afin de fixer le choix des sujets qui allaient être rencontrés en entretien individuel. Or cette fois-ci, nous avons lu les réponses émises aux questions 1 et 2 profil par profil, afin d'identifier, dans chaque profil, les sujets ayant émis les réponses les plus contrastées. Treize étudiants ont été choisis pour être reçus en entretien individuel; nous les avons invités par voie de courrier électronique (voir le message à l'annexe 2). Sur ces treize étudiants, huit se sont déclarés disponibles pour une rencontre. Nous avons donc planifié un entretien avec chacun d'entre eux, à un moment et à un lieu qui leur convenaient. Le tableau 8 détaille le cadre de sélection de ces huit étudiants.

Tableau 13 : Cadre de sélection des sujets sélectionnés pour des entretiens individuels

	Considère que les mathématiques sont construites par l'Homme	**Considère que les mathématiques sont découvertes par l'Homme**
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de trucs	FM16[38] – Cédric FM49 – Florence	FM34 - Éléonore FM55 - Hilda
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de notions	FM1 – Amélie FM20 – Dominic	FM50 - Gabrielle FM8 - Béatrice

[38] Dans ce code alphanumérique, les lettres FM renvoient à l'expression «futur maître» tandis que les chiffres qui suivent renvoient au numéro qui a été attribué à l'étudiant. Ainsi, le code FM16 signifie «futur maître no 13». Nous avons préféré les lettres FM à la lettre E, cette dernière étant souvent utilisée pour désigner des élèves, et non des étudiants.

Durant chacun des entretiens, nous avons repris les réponses émises dans le questionnaire individuel afin de vérifier si le participant était toujours en accord avec ce qu'il avait répondu. Nous avons également abordé les questions qui suivent, dans l'ordre où il semblait chaque fois naturel de les aborder :

- *Y a-t-il quelque chose qui vous a marqué ou interpellé dans la séquence didactique sur les probabilités que nous avons expérimentée ensemble?*
    - *De quoi vous souvenez-vous relativement à cette séance ?*
- *Vous souvenez-vous de la discussion qui a suivi ?*
    - *Étiez-vous globalement d'accord avec ce qui a été dit ?*
    - *Y avait-il des affirmations avec lesquelles vous n'étiez pas d'accord ?*
- *Vous souvenez-vous de votre raisonnement ici ? (problème 1 ou 2)*
    - *Pourriez-vous le réexpliquer (sans recourir aux nombres que l'on voit) ?*
    - *Quelle est la raison d'être de ce problème selon vous ?*
- *Vous êtes-vous servi de certains problèmes pour revenir sur d'autres ? Si oui, où et comment ?*
- *Vous sentiez-vous suffisamment armé pour réaliser des apprentissages à travers cette séquence de problèmes. Expliquez.*
    - *Avez-vous l'impression d'en avoir réalisés ? Précisez.*
- *Quelles réflexions sur la résolution de problèmes et sur l'enseignement des mathématiques cette séquence suscite-t-elle chez-vous ?*

Ces questions ont été colligées dans un guide d'entretien, lequel remplissait les fonctions décrites par Boutin (1997):

> *Ce guide est préparé dans le but de s'assurer qu'on obtient fondamentalement une information de même densité de la part des personnes qu'on interroge. Il fournit à l'intervieweur des thèmes ou des domaines que celui-ci pourra explorer ou, encore, demander au répondant de clarifier et d'approfondir. Ainsi, l'intervieweur peut*

élaborer une conversation, poser des questions de façon spontanée, mais en mettant toujours l'accent sur un sujet prédéterminé» (Boutin, 1997, p. 108).

Afin de susciter et de soutenir leur discours, nous avons toutefois eu recours, tout au long de ces entretiens, à différents types de relances. En raison d'une difficulté manifeste de certains participants à exprimer clairement des idées de nature didactique ou mathématique, il nous a souvent fallu recourir à des relances sous forme d'interprétations ou de complémentations.

Exemples de relances sous forme de d'interprétations:

FM8:	*Il n'y avait pas… En tous cas, je ne me souviens pas que ça ait été vraiment les hypothèses en premier.*
Ch:	*<u>Ok. Ce n'était pas une démarche expérimentale, autrement dit</u>.*
FM8:	*C'est ça.*
FM55:	*On avait utilisé la bonne vieille méthode de …je ne me souviens plus comment ça s'appelle…de décrire si on peut avoir un pile pile pile, on peut avoir face…*
Ch:	*<u>Vous aviez énuméré l'ensemble des résultats possibles?</u>*
FM55:	*Oui.*
Ch:	*<u>Donc, l'ensemble des résultats composant l'univers des possibles.</u>*
FM55:	*Merci beaucoup.*

Exemples de relances sous forme de complémentations:

FM20:	*[…] il faut que l'on soit sûr de nous…*
Ch:	*<u>…sur le plan mathématique?</u>*
FM20:	*Oui, c'est ça. C'est ça que je voulais dire.*
FM34:	*Voyons, le mot m'échappe…Pas statistiques, les…*
Ch:	*<u>Probabilités ?</u>*
FM34:	*Probabilités ! C'est ça!*

.

FM16:	*Plus on va faire de répétitions, plus on va se rapprocher de la probabilité… j'oublie l'expression, c'est la probabilité… ?*
Ch:	*<u>Théorique.</u>*
FM16:	*Théorique, c'est ça?*
Ch:	*Oui*

Voici ce qu'en disent Blanchet et Gotman :

Les interventions en forme de déclaration sont une tentative d'aider l'interviewé à produire un discours plus complet et plus cohérent. Les complémentations visent l'exhaustivité, alors que les interprétations s'appliquent à souligner l'existence de chaînes causales impliquant l'opinion ou les sentiments de l'interviewé (Blanchet & Gotman, 2005, p. 87).

Cela dit, bien qu'on ne puisse prétendre que ce type de relance soit complètement neutre, nous croyons, à l'instar de ces chercheurs, que les étudiants percevaient cette recherche de leur intentionnalité comme une occasion de prendre eux-mêmes le pouvoir sur leur discours (Blanchet & Gotman, 2005). Par exemple, nous avons constaté qu'ils devenaient plus loquaces et qu'ils n'hésitaient pas, le cas échéant, à confirmer ou à infirmer nos relances. Il faut comprendre que tout ceci se situait non pas dans une quête d'expression de notre opinion sur le discours de l'étudiant, mais bien dans une quête du «[…] sens tel qu'il est constitué par l'intention du sujet parlant» (Blanchet & Gotman, 2005, p. 88).

3.3 Plan d'analyse

Les instruments utilisés pour recueillir nos données de recherche nous ont fourni une information riche, que nous avons analysée à l'aide de catégories conceptualisantes. Paillé et Mucchielli (2003) décrivent ce type d'analyse :

[...] le regard ne porte pas sur le contenu strict en tant que tel, il ne vise pas non plus à cerner les détails du témoignage, mais cherche plutôt à nommer la logique sous-jacente, le phénomène traversant l'expérience ou le comportement des acteurs. Face au matériau empirique, il faut donc chercher à dépasser la linéarité du discours en posant les questions analytiques appropriées, qu'on peut ramener à des interrogations génériques du genre: "Qu'est-ce qui se passe ici?" "De quoi s'agit-il?" "Je suis en face de quel phénomène?" (Paillé & Mucchielli, 2003, p. 162).

Plusieurs matériaux ont été analysés afin d'explorer les différentes facettes des projets de formation des étudiants. Afin de saisir les projets dans toute leur complexité, nous n'avons pas jugé bon de découper a priori ces matériaux en unités d'analyse et avons effectué une analyse en continu de chaque document. Toujours selon Paillé et Mucchielli, ce découpage «[…] représente avant tout un choix personnel (ou collectif) de nature technique et n'a aucune incidence sur la qualité et la rigueur de l'analyse menée» (Paillé & Mucchielli, 2003, p. 163).

Nous avons toutefois pris soin de distinguer, tout au long du processus, les informations relatives au projet de formation *a priori* des informations liées au projet *a postériori*.

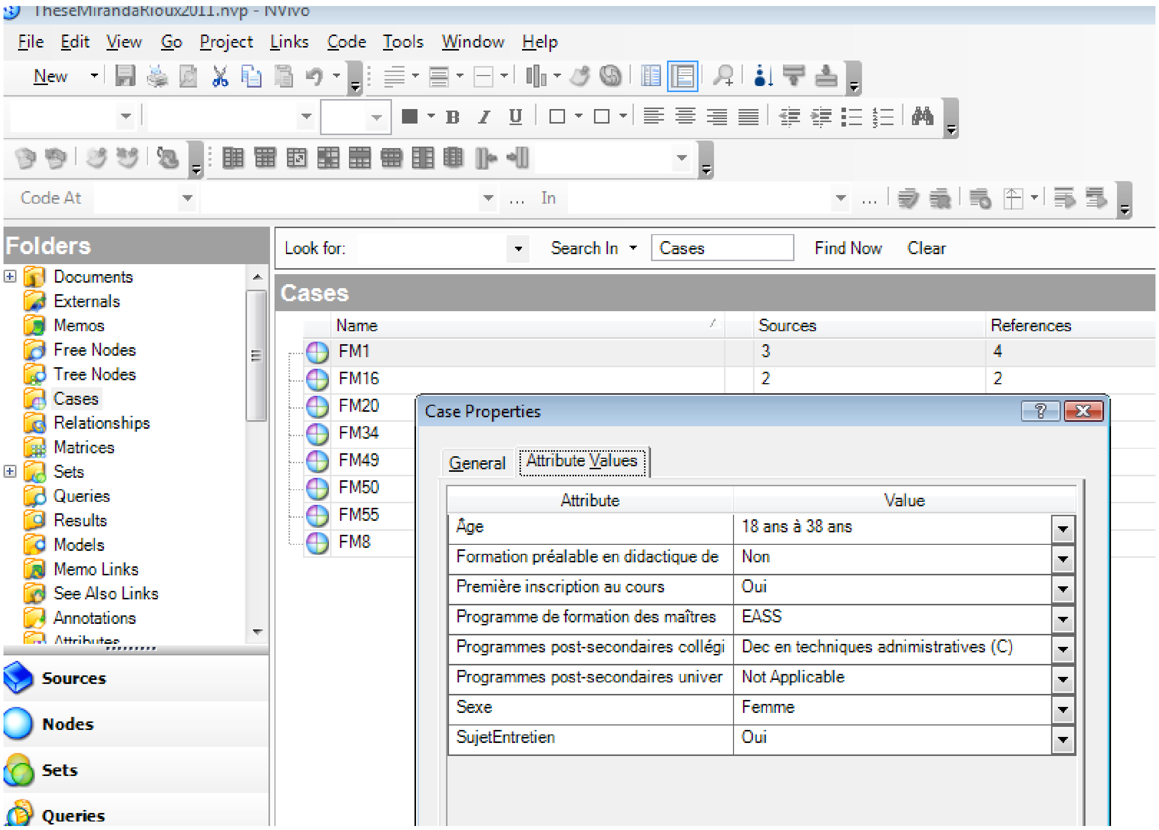
Si le processus de sélection des sujets nous a amenée à effectuer une première exploration des données que nous avions constituées, il ne s'agissait toutefois que de la première étape du processus d'analyse. Après avoir effectué la saisie des propos tenus durant les entretiens et durant les deux discussions de groupe, nous avons ordonné les données selon un format chronologique. Trois "super catégories" de données ont ainsi été créées, soit les données constituées avant l'expérimentation (extraites des questionnaires et de la première discussion de groupe), les données constituées pendant l'expérimentation (extraites des productions des étudiants) et les données constituées après l'expérimentation (extraites des entretiens individuels et de la seconde discussion de groupe). Ces "super catégories" étaient nécessaires pour distinguer les projets formulés avant et après l'expérimentation de notre séquence. Dans les catégories concernant les données constituées avant et après l'expérimentation, nous avons ensuite créé deux rubriques analytiques, la première concernant les projets de formation et la seconde, les modes d'anticipation. Le repérage des extraits décrivant les projets "visée" et programmatiques a ensuite été effectué selon la méthode décrite à la section 3.3.2.1 de cette thèse. Le repérage des extraits décrivant les modes d'anticipation du projet a pour sa part été effectué selon la méthode décrite, cette fois-ci, à la section 3.3.2.2 de cette thèse.

Pour procéder au codage de nos données, nous avons d'abord effectué une lecture des données ordonnées par document source (questionnaires, discussions, entretiens, productions). Nous avons ensuite cherché à repérer des configurations récurrentes dans nos données, lesquelles ont été regroupées dans des catégories émergentes. Lorsque tous les documents ont été codés, nous avons ensuite procédé à une lecture des données ordonnées dans un format par catégorie. Nous avons alors établi des comparaisons entre les données d'une même catégorie, question de s'assurer que chaque extrait était bel et bien classé dans la bonne catégorie. Au besoin, nous avons également procédé à la subdivision des catégories, ce qui nous a permis de différencier les extraits appartenant à une même catégorie. Finalement, en ce qui a trait au choix des extraits présentés dans la thèse, nous avons tenté de mettre en relief, pour chaque catégorie, ceux qui nous apparaissaient les plus contrastés.

3.3.1 Données personnelles relatives aux participants

Les données personnelles relatives aux participants n'ont été recueillies que pour fins de référence ultérieure. Les informations nominales présentes sur chaque questionnaire ont donc été substituées par un code alphanumérique, lequel a été retranscrit en bas de chaque page du questionnaire individuel. Puisque la première page permettait d'apparier les informations nominales aux codes alphanumériques, celle-ci a été enlevée du questionnaire. Les réponses aux questions ont ensuite été retranscrites dans un fichier texte distinct pour chaque participant et nommé à l'aide du code alphanumérique qui lui a été attribué. Les données relatives aux huit étudiants ayant été sélectionnés pour des entretiens individuels ont pour leur part été saisies dans le logiciel d'extraction et de codification des données NVivo. Nous avons d'une part créé un mémo afin d'effectuer rapidement, au besoin, l'appariement entre le nom de ces étudiants et le code alphanumérique qui leur a été attribué. Afin de faciliter l'accès à l'ensemble des données relatives à ces étudiants, nous avons d'autre part créé huit cas distincts dans ce logiciel. Nous avons ensuite saisi leurs données personnelles dans les propriétés (*Attribute Values*) de chacun de ces cas, en évitant toutefois d'inclure les données nominatives reportées dans le mémo (voir Figure 4).

Figure 4 : Saisie des données personnelles dans les propriétés de chacun des cas



L'anonymat des données a ainsi été préservé durant tout le processus d'analyse. Par ailleurs, afin d'éviter un biais d'élite, lors des analyses, nous n'avons jamais consulté les propriétés des cas. Ainsi, notre évaluation de la qualité de la formation antérieure des étudiants n'a pas influé sur le poids que nous donnions à leurs idées.

3.3.2 Données relatives au projet de formation

Selon Roegiers, «L'analyse des projets ne peut pas faire l'économie de la complexité» (2007, p. 200). Pour analyser les données relatives aux projets de formation des étudiants, il convenait donc d'utiliser une approche qualitative. En effet, selon Vandenberghe :

> *[…] étudier et faire des recherches à propos de questions et de situations d'éducation nécessite une approche qui prenne en compte la complexité consubstantielle de l'environnement scolaire. Par voie de conséquence, le recours à une approche qualitative est nécessaire car démêler cette complexité est une partie inhérente de la recherche en éducation (Vandenberghe, 2010, p. 63).*

La description des projets de formation des participants a toutefois été facilitée par l'identification de rubriques analytiques. Par "rubrique", nous entendons, à l'instar de Paillé et Mucchielli, un type d'annotation qui «[…] renvoie à ce dont il est question dans l'extrait du corpus faisant l'objet de l'analyse, mais [qui] ne renseigne en aucune façon sur ce qui a été dit à ce propos» (Paillé & Mucchielli, 2008, p. 13). Dans le cadre de cette thèse, le choix des rubriques a été éclairé par les recherches ayant théorisé le concept de projet, et plus particulièrement par les recherches ayant théorisé le concept de projet de formation (Ardoino, 1984; Jonnaert, 2000; Roegiers, 2007). Seront ainsi présentées, dans cette section, les rubriques "type de projet" et "mode d'anticipation du projet". Elles correspondent à des champs d'observation qui nous ont permis d'appréhender la richesse et la complexité des projets de formation des étudiants et ce, sans toutefois nous imposer un cadre d'analyse trop contraignant.

Les informations qui ont permis de constituer les données associées à chaque rubrique sont :

- Les réponses formulées dans les questionnaires individuels;
- Les réponses aux questions qui accompagnaient la séquence de situations;
- Les propos tenus lors des discussions de groupe;
- Les propos tenus lors des entretiens individuels.

Cette multiplicité des sources nous a permis d'effectuer une triangulation élargie[39] des traces recueillies et ainsi d'éviter de généraliser l'information obtenue à partir de cas particuliers (biais

[39] Cette triangulation consiste, selon Van der Maren, «non pas à confronter des données, mais à enrichir des données obtenues par un instrument favorisant certaines expressions par celles obtenues par un autre instrument stimulant d'autres facettes du discours et à enrichir l'apport d'un informateur par le point de vue d'une autre source d'information» (Van der Maren, 2010, p. 76).

du concret). Compte tenu de la complexité et de la variabilité des réponses obtenues, cette généralisation aurait également pu conduire à l'adoption d'un biais holistique.

3.3.2.1 Types de projet

Pour caractériser les types de projet, nous avons identifié deux rubriques analytiques secondaires : le projet "visée" et le projet programmatique. Deux niveaux de codage ont alors été effectués. Le premier niveau de codage concernait l'identification de la rubrique concernée (projet "visée" ou projet programmatique) tandis que le second avait trait à l'identification des catégories émergentes sous-jacentes, soit aux réponses pouvant être émises aux questions suivantes :

- Quel projet "visée" peut être entendu dans le discours de l'étudiant?
- Quel projet programmatique peut être entendu dans le discours de l'étudiant?

L'identification des projets "visée" des étudiants a été rendue possible grâce à l'analyse des réponses aux questions 1 et 2 du questionnaire, lesquelles portent spécifiquement sur leur définition de la didactique des mathématiques et sur ce qu'ils souhaitent apprendre dans le cadre des cours de didactique. L'identification de marqueurs prépositionnels tels que « pour », « afin de », « permettant » et « dans le but de » nous a souvent permis de repérer, dans leur discours, le début de l'énonciation de leurs projets "visée". L'identification du sujet ou du complément (direct ou indirect) du verbe de la proposition suivant le marqueur prépositionnel nous a permis d'effectuer ce regroupement selon le sommet du triangle didactique (élève, savoir, enseignant). Il est à noter qu'un même projet "visée" pouvait toutefois nourrir des objectifs concernant plus d'un axe. Le projet "visée" de FM23 en est un bon exemple: « Acquérir des méthodes efficaces afin de bien enseigner aux jeunes et de leur donner des moyens pour mieux comprendre l'univers des mathématiques ». Dans ce cas particulier, le marqueur prépositionnel est « afin de » et le projet "visée" est de « bien enseigner aux jeunes et de leur donner des moyens pour mieux comprendre l'univers des mathématiques ». Puisque le futur enseignant est celui qui enseignera aux jeunes et qui leur donnera des moyens pour mieux comprendre, nous avons considéré que ce projet "visée" concernait d'abord les futurs enseignants. Cela dit, un second marqueur prépositionnel pouvait être identifié et permettait de relier le projet à un deuxième axe. En effet, à la fin de la proposition, le marqueur « pour » permettait d'identifier une ramification du projet "visée" principal, soit celle de « mieux comprendre l'univers des mathématiques ». Puisque les élèves sont ceux qui devront comprendre la matière en question, nous avons considéré que ce projet concernait également les élèves. L'identification des projets programmatiques des étudiants a pour sa part été rendue possible grâce à l'analyse des réponses aux questions 1, 2 et 8 du questionnaire, lesquelles portaient spécifiquement sur leur définition de la didactique des mathématiques, sur ce qu'ils souhaitent apprendre dans le cadre des cours de didactique et sur les connaissances requises pour enseigner les mathématiques au primaire. Des marqueurs prépositionnels tels que «pour», «afin de», «permettant» et «dans le but de» suivaient typiquement, dans le discours des étudiants, l'énonciation de leurs projets programmatiques. Reprenons, aux fins d'illustration, l'exemple de FM23, dont le projet s'énonçait comme suit : «Acquérir des méthodes efficaces afin de bien enseigner aux jeunes et de leur donner des moyens pour mieux comprendre l'univers des mathématiques». Dans l'énoncé de ce projet, le marqueur prépositionnel «afin de» suit l'énoncé du projet programmatique «Acquérir des méthodes efficaces». Ainsi, c'est en faisant l'acquisition de méthodes efficaces que FM23 compte atteindre les objectifs qu'il s'est fixés.

3.3.2.2 Modes d'anticipation du projet

Pour caractériser les modes d'anticipation du projet, nous avons identifié trois rubriques analytiques secondaires : le mode adaptatif, le mode prévisionnel et le mode prospectif. Trois niveaux de codage ont été effectués. Le premier niveau de codage concernait l'identification de la rubrique concernée (mode adaptatif, mode prévisionnel et mode prospectif) et a été réalisé en s'appuyant sur les caractéristiques énoncées dans le tableau de la section 2.1.2. Le deuxième niveau de codage avait trait à l'identification du futur auquel appartient le référentiel de situations anticipées (futur socle, futur nécessaire, futur tendanciel, futur interdit, futur incertain et futur libre) et a été réalisé en s'appuyant sur les définitions énoncées dans le tableau 3 (p.51). Le troisième niveau de codage concernait pour sa part l'identification des catégories sous-jacentes, soit les réponses pouvant être associées à la description de ce futur.

Les tableaux 2 et 3, présentés au terme de la section 2.1.2, indiquent les critères sur lesquels nous nous sommes appuyée pour effectuer le codage de nos données.

3.3.2.3 La complexité des situations anticipées

Pour évaluer la complexité des situations d'enseignement anticipées, nous avons cherché à repérer dans le discours des éléments pouvant être associés aux caractéristiques de la complexité décrites à la section 2.1.3 et projetées sur le système didactique (Tableau 4).

3.3.3 Données relatives à la séquence

Conformément aux objectifs spécifiques de la recherche, nous avons d'abord cherché à voir si, la séquence didactique permettait :

- D'engager les étudiants dans une dialectique d'action, de formulation et de validation;
- De les inciter à recourir à une approche stochastique en empêchant graduellement l'utilisation unique d'une approche théorique pour traiter les situations proposées;
- De les inciter à porter un jugement de probabilité qui prenne en compte la complexité de la situation, et ce, en empêchant graduellement l'utilisation d'une heuristique de jugement pour traiter les situations proposées.

Les caractéristiques de ces situations qui avaient présidé à leur élaboration et à leur articulation (et qui ont été résumées au tableau 10) ont donc été confrontées a posteriori avec ce qu'en ont dégagé les étudiants. Pour ce faire, nous avons mis à contribution l'ensemble des informations recueillies pendant la séquence (productions écrites, discussions de groupe) ainsi que les éléments des entretiens individuels qui s'y rapportaient.

Nous avons ensuite cherché à voir si la mise à l'essai de cette séquence pouvait contribuer à l'évolution des projets de formation des futurs enseignants. Nous avons analysé ici les informations recueillies lors des entretiens individuels et de la seconde discussion de groupe. Nous avons notamment procédé à la comparaison des réponses émises aux mêmes questions avant et après la réalisation de la séquence, afin de voir si certaines d'entre elles avaient changé et d’identifier la nature des changements en question[40]. Cette comparaison a été effectuée au regard des variables liées au projet "visée" ainsi qu’au projet programmatique. Nous avons également porté une attention particulière à la notion d’anticipation. Pour ce faire, nous avons repéré, dans la seconde discussion de groupe comme dans les entretiens individuels, tout verbe accordé au temps futur. Nous avons ensuite tenté de qualifier les anticipations effectuées à l’aide de la procédure d'analyse des modes d'anticipation du projet détaillée à la section 3.3.2.2 de cette thèse.

Enfin, les entretiens nous ont permis d’obtenir une information beaucoup plus riche que celle obtenue grâce aux questionnaires individuels. Lors de ces entretiens, nous avons entre autres été en mesure d’effectuer un retour, productions à l’appui, sur le travail effectué lors de la réalisation de la séquence de situations. Afin d'éviter les biais de cohérence et de confirmation qui nous feraient tirer prématurément des conclusions confirmant nos hypothèses de recherche, nous avons cependant constamment nourri une attitude de doute par rapport à ces hypothèses et avons systématiquement tenté de repérer des données susceptibles de les invalider.

---

[40] Il convient ici de préciser que le délai considéré varie en fonction des instruments utilisés pour constituer nos données. En effet, si la discussion de groupe a été menée immédiatement après l’expérimentation de la séquence, les entretiens individuels ont pour leur part été menés deux mois après les événements.

4 Résultats

Les résultats présentés dans ce chapitre s'appuient sur les données qui ont été constituées grâce à différents outils de collecte. Dans un premier temps, nous avons procédé à la passation de questionnaires individuels, lesquels ont été complétés par 58 étudiants. Ces étudiants ont ensuite participé à une première discussion de groupe, à laquelle se sont joints une quinzaine d'autres étudiants. Dans un deuxième temps, tous les étudiants (participant ou non à l'étude) ont formé vingt équipes afin d'expérimenter, dans le cadre de leur formation initiale, notre séquence de situations probabilistes. N'ont toutefois été relevées que les conduites des étudiants ayant consenti à participer à notre étude. Après une seconde discussion de groupe, huit étudiants ont été reçus en entretiens individuels. Deux mois s'étaient cependant écoulés entre le moment où ils ont complété le questionnaire individuel et celui où ils ont été reçus en entretien.

Dans ce chapitre, nous présentons, en trois sections distinctes, les résultats relatifs aux projets de formation *a priori*, les résultats relatifs à la séquence, de même que les résultats relatifs aux projets de formation *a posteriori*. Dans la première section, nous proposons une description des projets "visée" et programmatiques des étudiants et présentons les résultats relatifs aux modes d'anticipation de ces projets. Dans la deuxième section, nous démontrons en quoi la séquence de situations proposée a permis aux étudiants de s'engager dans une dialectique d'action, de formulation et de validation, comment elle a pu inciter les étudiants à recourir à une approche stochastique pour traiter les situations proposées et comment elle a amené les étudiants à porter un jugement de probabilité qui prenne en compte la complexité de la situation. Dans la troisième et dernière section, nous revenons sur les projets de formation et leurs modes d'anticipation afin de faire ressortir, le cas échéant, les évolutions constatées après la réalisation de notre séquence.

4.1 Résultats relatifs aux projets de formation avant la séquence

Dans cette thèse, deux objectifs avaient été formulés afin d'explorer, de manière plus spécifique, les projets de formation des étudiants qui entament une formation initiale à l'enseignement des mathématiques. Ils s'énoncent comme suit :

- Analyser et documenter les types de projet ("visée" et programmatique);
- Analyser et documenter les modes d'anticipation du projet.

Dans les sections qui suivent, nous présentons les résultats de cette analyse.

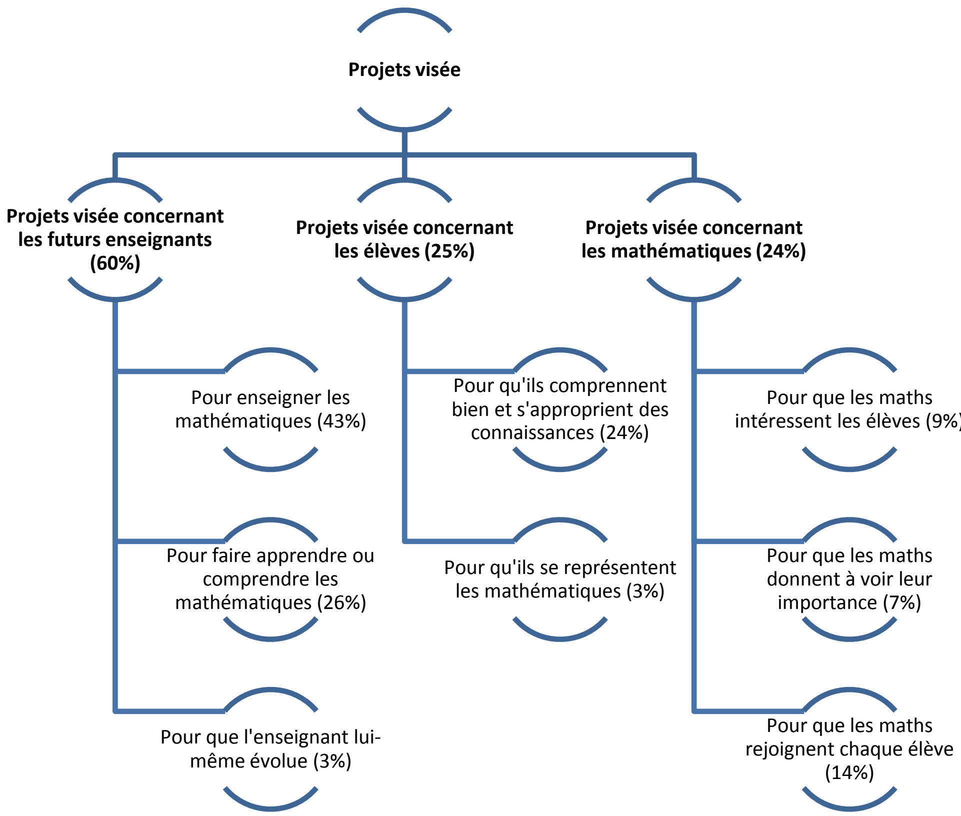
4.1.1 Les types de projets

Dans le cadre théorique, nous avions distingué deux types de projets : le projet "visée" et le projet programmatique. Il s'agit, en résumé, de l'objectif visé par le projet (projet "visée") et du programme établi pour atteindre cet objectif (projet programmatique). Les sections 4.1.1.1 à 4.1.1.3 rendent compte des résultats que nous avons obtenus suite à l'analyse de nos données.

4.1.1.1 Les projets "visée" a priori

Tel que précisé dans la méthodologie, l'identification des projets "visée" des étudiants a été rendue possible grâce à l'analyse des réponses aux questions 1 et 2 du questionnaire, lesquelles portent spécifiquement sur leur définition de la didactique des mathématiques et sur ce qu'ils souhaitent apprendre dans le cadre des cours de didactique. Les tableaux 14 à 16 rendent compte des résultats ainsi constitués, en respectant l'anonymat des participants par l'usage des codes alphanumériques attribués. Rappelons que nous avons ajouté à ce code initial un prénom fictif pour chacun des huit participants reçus en entrevue (Amélie, Béatrice, Cédric, Dominic, Éléonore, Florence, Gabrielle et Hilda), afin d'aider le lecteur à mieux suivre l'évolution de leurs conceptions. Les projets "visée" identifiés à partir des données peuvent être regroupés autour de trois axes principaux, dont la Figure 5 offre une description synoptique.

Figure 5 : Intentions reliées à chaque axe de projet "visée" identifié



Les huit catégories de projet "visée" sont fédérées autour de trois axes, le premier concernant les futurs enseignants, le deuxième concernant les élèves et le troisième concernant les mathématiques. Ces trois axes ne sont pas sans rappeler les trois éléments de tout système didactique, soit l'apprenant, l'enseignant et le contenu d'enseignement. Selon Jonnaert et Vander Borght, ces trois éléments renvoient à des catégories de variables qui ne peuvent, dans une réflexion didactique, être abordées isolément :

> *Aucune de ces catégories de variables n'a de prédominance sur les autres. Une approche didactique n'est réductible à aucune de ces catégories prises isolément. Ce qui caractérise avant tout une situation didactique, c'est la solidarité fonctionnelle de ces trois familles de variables. Aussitôt que l'une d'entre elles est négligée, la dimension didactique disparaît (Jonnaert & Vander Borght, 1999, p. 61).*

Il nous semble ainsi naturel que le résultat de notre analyse des projets de formation nourris par les étudiants par rapport aux cours de didactique des mathématiques soit en lien avec ces trois catégories de variables, d'une part parce que les étudiants amorcent une réflexion de nature didactique et, d'autre part, parce que ces variables font partie de nos propres cadres de référence. Ces trois catégories de variables ne sont toutefois pas présentes dans les projets de tous les étudiants, ce qui témoigne, chez ces étudiants, d'une vision encore parcellaire de ce qu'implique l'enseignement.

4.1.1.1.1 Les projets "visée" concernant les futurs enseignants

Les projets "visée" les plus fréquemment formulés sont ceux qui concernent les futurs enseignants : 35 étudiants sur 58, soit 60 % des répondants y réfèrent de façon explicite. On distingue, selon l'objectif visé, trois types de projets "visée" les concernant. Par ordre de fréquence d'apparition dans les données il s'agit des :

- Projets pour enseigner les mathématiques (43% des répondants) ;
- Projets pour faire apprendre ou comprendre les mathématiques (26% des répondants);
- Projets pour que l'enseignant lui-même évolue (3% des répondants[41]).

Le premier type de projet "visée" cible ainsi l'enseignement des mathématiques. Que les étudiants souhaitent se former « pour enseigner les mathématiques » n'a d'ailleurs rien d'étonnant, les étudiants étant engagés dans une formation initiale « à l'enseignement des mathématiques ». Plusieurs étudiants ont donc, naturellement, mentionné cet objectif comme "visée" de leur projet de formation :

> FM2 : Il s'agit de méthodes et techniques <u>afin d'enseigner les mathématiques</u>.
>
> FM12 : Je souhaite connaître des stratégies <u>pour enseigner les mathématiques</u>.
>
> FM17 : Des stratégies <u>pour m'aider à enseigner les mathématiques</u>.

[41] Le lecteur aura tôt fait de remarquer que la somme des pourcentages mentionnés ici est supérieure à 60%. Ce dépassement est attribuable au fait que certains répondants ont formulé plusieurs projets visée concernant les futurs enseignants.

FM27 : Les méthodes utilisées pour enseigner les mathématiques aux élèves.

FM43 : Des méthodes que nous pourrons utiliser plus tard pour enseigner les maths.

FM52 : Des méthodes pour faciliter l'enseignement des mathématiques[42].

On dénote dans ce type de projet les intentions d'expliquer (10% ou 6/58 des répondants) ainsi que des intentions qui se situent dans une perspective plus transmissive: celles de transmettre des connaissances (3 répondants sur 58 ou 5%), de vulgariser (1 répondant) et de donner des trucs (1 répondant). Enfin, on retrouve aussi l'intention de structurer l'enseignement (1 répondant). Le Tableau 14 permet d'illustrer chacune de ces intentions.

Tableau 14 : Exemples d'intentions liées au projet "visée" «Pour enseigner les mathématiques»

Intentions	Exemples
Pour expliquer	FM4 : La façon d'enseigner les mathématiques le plus clairement possible. Revenir à la base de chaque notion afin d'être en mesure de l'expliquer facilement. FM6 : La façon d'enseigner les mathématiques, les trucs pour mieux expliquer, comment trouver les sources des erreurs des élèves. Hilda[43] : Des moyens pour bien expliquer les mathématiques aux élèves.
Pour transmettre des connaissances	FM10 : Techniques pour transmettre des connaissances aux élèves (en difficulté ou non). FM26 : Le plus de connaissances possible afin de bien pouvoir les transmettre. FM39 : Les connaissances nécessaires pour transmettre la matière correctement et de façon juste.
Pour structurer l'enseignement	FM11 : C'est la façon d'enseigner les mathématiques. La didactique comporte des techniques d'enseignement, des exemples pour structurer notre enseignement (canevas de leçons, par exemple) et même des trucs ou des pistes pour intervenir auprès des élèves.
Pour vulgariser	FM4 : Connaissances du vocabulaire de base pour pouvoir vulgariser le mieux possible.
Pour donner des trucs	FM45 : Une bonne connaissance pour pouvoir donner des trucs.

[42] Ces exemples ne sont pas exhaustifs.

[43] Il est à noter que les prénoms figurant dans les tableaux correspondent aux prénoms fictifs attribués aux sujets reçus en entretien.

Contrairement au premier type de projet concernant les futurs enseignants (pour enseigner les mathématiques), le deuxième type de projet "visée" (pour faire apprendre ou comprendre les mathématiques) accorde, dans les objectifs qu'il poursuit, une place plus importante à l'élève. En effet, l'idée n'est plus uniquement de livrer un contenu, mais bien de le livrer de manière à ce que les élèves apprennent et comprennent bien les mathématiques qui seront enseignées. On dénote, dans ce type de projet, les intentions suivantes : celles de discerner ce qu'ils comprennent (3% des répondants), de discerner ce qu'ils ne comprennent pas (3% des répondants), celles de les guider dans leurs apprentissages (12% des répondants) et de les aider à raisonner et à résoudre des problèmes (5% des répondants). Le Tableau 15 permet d'illustrer ces intentions.

Tableau 15 : Exemples d'intentions liées au projet "visée" «Pour faire apprendre ou comprendre les mathématiques»

Intentions secondaires	Exemples
Pour discerner ce qu'ils comprennent	FM 37 : Mais aussi dans le fond aussi, c'est de comprendre le lien <u>pour comprendre comment le jeune il apprend</u> pour pouvoir détecter où ça bloque là. Amélie : <u>Discerner ce qu'il comprend</u>
Pour discerner ce qu'ils ne comprennent pas	FM 37 : Mais aussi dans le fond aussi, c'est de comprendre le lien pour comprendre comment le jeune il apprend <u>pour pouvoir détecter où ça bloque là.</u> Surtout nous autres, on va travailler avec des jeunes en difficulté fait que… <u>pour pouvoir comprendre à partir de où il a pas compris</u> pis repartir de là. FM18 : Retourner au plus simple <u>pour trouver les éléments fondamentaux qu'il n'a pas acquis</u>.
Pour les guider dans leurs apprentissages	FM25 : C'est une méthode d'enseignement, des trucs pour bien diriger les élèves dans leurs apprentissages des mathématiques. FM56 : La meilleure façon ou les meilleurs trucs pour favoriser et aider l'apprentissage des mathématiques aux élèves.
Pour les aider à raisonner et à résoudre des problèmes	FM46 : Des stratégies pour aider le raisonnement des élèves.

Il convient ici de noter qu'il s'agit encore des projets "visée" concernant les futurs enseignants, car même si une préoccupation est exprimée à l'égard des élèves, ce sont les futurs enseignants qui sont le sujet de la proposition soulignée.

Le troisième type de projet "visée" concernant les futurs enseignants vise l'évolution de l'enseignant lui-même et n'a été formulé que par 3% des répondants, soit seulement deux des 58 étudiants. Lors de la première discussion de groupe, une étudiante mentionnait qu'au sortir de sa formation, elle souhaitait avoir assez de bagage <u>pour avoir vraiment confiance en elle</u>. FM38 définissait pour sa part la didactique comme étant un «Moyen <u>permettant d'ouvrir son esprit sur la meilleure façon d'enseigner les mathématiques</u>». Les réponses émises aux items 1 et 2 du questionnaire individuel, de même que les propos tenus lors de la première discussion de groupe, n'ont pas permis d'identifier d'autres projets "visée" de ce type. Toutefois, lorsque les étudiants ont été questionnés sur leur conception d'un «bon enseignant de mathématiques» (item 7 du questionnaire individuel), les dispositions et les compétences de cet enseignant qu'ils aspirent à devenir ont pu être mises en relief. Nous les présentons dans les paragraphes qui suivent.

Les dispositions suivantes ont pu être relevées dans les réponses des étudiants. Selon eux, un bon enseignant de mathématiques doit :

- Aimer les mathématiques (10% des répondants);
- Être passionné et dynamique (5% des répondants);
- Être patient (5% des répondants);
- Être disponible (3% des répondants).

Étant donné le nombre restreint de répondants ayant qualifié les dispositions de cet enseignant, cette caractérisation nous semble toutefois moins parlante que la détermination des compétences que cet enseignant doit posséder (item 7 du questionnaire). En ordre de fréquence d'apparition dans les réponses des étudiants, on dénote les compétences suivantes :

- Bien enseigner (71%% des répondants);
- Faire comprendre (19% des répondants);
- Motiver (17% des répondants);
- Comprendre (16% des répondants).

Voici une description succincte de chacune de ces compétences.

La compétence relevée le plus fréquemment (71%) est celle qui consiste à bien enseigner les mathématiques aux élèves. Nous avons regroupé au sein de cette compétence les savoir-agir suivants :

- Vulgarise bien (35% des répondants);
- Transmet bien la matière (9% des répondants);
- Propose différentes méthodes (9% des répondants);
- Procède étape par étape (5% des répondants);
- Utilise des méthodes et des stratégies adaptées (3% des répondants).

Le Tableau 16 illustre, grâce aux réponses émises par les étudiants, chacun de ces savoir-agir.

Tableau 16 : Savoir-agir liés à la compétence «enseigner»

Savoir-agir	Exemples
Vulgarise bien	FM13 : Aime les mathématiques et est capable de rendre ça simple. FM18 : Sait bien expliquer, aime les maths, vulgarise bien, est enthousiaste. FM24 : Il simplifie aussi la matière afin de la rendre la plus accessible possible. FM4 : Sait vulgariser, utiliser un grand éventail de matériel, utilise le toucher, la vue, l'ouïe, etc. Gabrielle : Vulgarise bien les notions mathématiques. FM58 : Rend les maths simples pour les élèves.
Transmet bien la matière	FM33 : Est capable de faire aimer les maths et est en mesure de bien transmettre la matière et de la faire comprendre. FM35 : Sait transmettre les connaissances nécessaires en faisant des activités interactives. FM43 : Communique bien la matière, peut la transmettre de différentes manières et présente des éléments concrets. Hilda : Est capable de transmettre ses connaissances. D'expliquer les problèmes à ses élèves.
Propose différentes méthodes	Amélie : Propose différentes méthodes ou différentes activités qui permettent aux élèves de s'intéresser et de comprendre l'utilité des maths et de maîtriser le contenu. FM21 : Utilise différentes méthodes pour enseigner un concept, car chaque personne apprend différemment. FM29 : A plusieurs méthodes pour enseigner les notions de mathématiques. Un enseignant dynamique qui nous transmet sa passion. FM37 : Varie énormément sa façon d'enseigner et qui laisse découvrir à ses élèves les maths par eux-mêmes.
Procède étape par étape	FM11 : Construit avec ses élèves des stratégies de résolution de problèmes, qui procède par étape, donne plusieurs exemples. FM16 : Est clair, ordonné, séquentiel, FM7 : Explique clairement, sans se perdre dans ses explications, quelqu'un qui est organisé, qui procède par étape.
Utilise des méthodes et des stratégies adaptées	FM17 : Utilise des stratégies adéquates et adaptées à la clientèle. FM27 : Est capable d'utiliser des méthodes efficaces qui correspondent aux besoins des élèves et à leur manière d'apprendre. Aussi, l'enseignant doit être patient.

Ces savoir-agir ne témoignent cependant pas d'un même degré de sensibilité à la complexité des problèmes et des phénomènes d'enseignement. Alors que «savoir transmettre la matière» et «procéder étape par étape» semblent témoigner d'une vision linéaire, séquentielle et plus déterministe de l'enseignement, «proposer différentes méthodes» s'inscrit dans une quête d'une variété de stratégies, quête qui s'éloigne un peu de cette vision en ce qu'elle reconnaît une certaine variabilité au niveau des causes et des effets. «Bien vulgariser», par le souci de simplification et de d'exemplification qu'il sous-tend, semble pour sa part impliquer qu'une réduction de la complexité des phénomènes favorisera la compréhension de ceux-ci. Enfin, «utiliser des méthodes et des stratégies adaptées» témoigne d'une plus grande sensibilité à la complexité des problèmes et des phénomènes d'enseignement, complexité qui se caractérise par une prise de conscience des interactions et des interdépendances entre les savoirs en cause.

La deuxième compétence la plus fréquemment évoquée consiste à faire comprendre aux élèves les mathématiques enseignées (19% des répondants). Cette compétence se distingue de la première en ce sens que l'emphase n'est plus placée sur la monstration aux élèves, mais bien sur la compréhension développée par les élèves. Les réponses suivantes illustrent cette compétence :

> FM15 : Est <u>capable de bien faire comprendre</u> la matière à ses élèves. Il peut les aider dans leurs interrogations.
>
> FM3 : <u>Amène les élèves à comprendre</u> le pourquoi des formules et des principes mathématiques.
>
> FM36 : Arrive à intéresser ses élèves, à les stimuler à découvrir les mathématiques et surtout qui <u>amène l'élève à bien comprendre</u> les différents concepts.
>
> FM40 <u>: Amène les élèves à comprendre</u> les maths et à les exécuter facilement.
>
> FM42 : Connaît les maths et trouve des situations efficaces <u>pour les faire comprendre</u>.
>
> FM48 : <u>Aide les élèves à comprendre</u> les mathématiques.

La troisième compétence relevée consiste pour sa part à motiver les élèves. Il semble y avoir un lien entre cette compétence et les attributs qui caractérisent, selon les étudiants, un «bon enseignant de mathématiques». Rappelons que selon eux, un bon enseignant de mathématiques aime les mathématiques et est à la fois passionné, dynamique, patient et disponible. Les réponses suivantes illustrent cette compétence :

FM12 : Nous donne le goût de plonger dans l'univers des mathématiques, de par son implication, son dynamisme et sa passion pour les maths.

FM25 : Est capable de garder l'attention des élèves, quelqu'un qui aime et fait aimer sa matière et quelqu'un qui fait que ça paraît facile.

FM31 : Est capable d'attirer l'attention des élèves et de la garder tout en présentant sa matière.

FM36 : Arrive à intéresser ses élèves, à les stimuler à découvrir les mathématiques et surtout qui amène l'élève à bien comprendre les différents concepts.

FM53 : Arrive à garder ses élèves motivés à apprendre, qui éveille leur intérêt et leur curiosité.

FM54 : Prends en considération que tous ne sont pas passionnés par les mathématiques, mais qui essai [sic] de donner le goût d'apprendre sans imposer sa passion.

FM57 : Arrive à faire aimer les mathématiques en permettant de démontrer à quoi elles servent et pourquoi elles sont importantes.

La dernière compétence ne consiste plus à faire comprendre, mais bien à comprendre soi-même en tant qu'enseignant. Exception faite des deux premières réponses listées, les savoirs auxquels les étudiants réfèrent sont de nature mathématique :

FM9 : Comprend bien comment les élèves apprennent, leur processus cognitif.

FM26 : Est compréhensif des faiblesses de ses élèves. Qui prend le temps de bien répondre à chaque question sans dénigrer. Disponible et ouvert d'esprit.

FM2 : Sait bien vulgariser, qui les aime et qui maîtrise bien cette matière.

FM32 : Connaît bien sa matière, l'enseigne bien et sait la rendre utile (fait voir l'utilité!).

FM39 : Explique de différentes façons, patient et qui connait bien sa matière.

FM42 : Connaît les maths et trouve des situations efficaces pour les faire comprendre.

FM47 : Connaît bien la matière et qui est très bon en mathématiques.

FM52 : A l'esprit ouvert et qui, par-dessus tout, est à l'aise avec les notions mathématiques. De cette façon, il est capable d'expliquer un problème de plusieurs manières.

FM56 : Maîtrise et est capable de bien expliquer, de façon claire et précise, les concepts en mathématiques.

Il convient de noter que dans la plupart des réponses listées, la compréhension des mathématiques est associée à la capacité de bien les expliquer. Nous nous permettons d'ajouter que si cette condition est évidemment nécessaire, elle n'est sans doute pas suffisante.

4.1.1.1.2 Les projets "visée" concernant les élèves

Les projets "visée" concernant les élèves arrivent deuxièmes en importance (26% des répondants), plutôt loin derrière ceux concernant les futurs enseignants (60% des répondants). On distingue, selon l'objectif visé, deux types de projets "visée" les concernant. Par ordre d'importance, il s'agit des :

- Projets pour qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances (24% des répondants);
- Projets pour qu'ils se représentent correctement les mathématiques (3% des répondants).

Voici quelques exemples d'intentions liées au premier type de projet "visée" concernant les élèves, soit les projets pour qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances (24% des répondants) :

Amélie : Différentes façons d'enseigner les maths aux élèves de façon à ce qu'ils se construisent des bases solides.

Dominic : C'est un enseignement qui repose sur des méthodes pédagogiques utilisées pour que l'élève arrive à construire ses savoirs.

FM44 : Des trucs pour que les élèves puissent bien comprendre ce que l'on enseigne. Il faut que ces trucs soient concrets pour que l'on puisse bien comprendre.

Il est intéressant de noter que si plusieurs des projets "visée" concernant les futurs enseignants semblent refléter une perspective transmissive, aucun des projets "visée" concernant les élèves ne paraît formulé à partir d'une telle perspective. En effet, les étudiants ne souhaitent pas que les élèves "retiennent" ce qui est transmis, mais plutôt qu'ils le comprennent. Cela ne signifie pas pour autant que les étudiants n'adhèrent pas à une perspective transmissive. Il faut en effet départager la formulation du projet "visée" et la posture que les étudiants adoptent. Ils peuvent très bien souhaiter que les élèves comprennent et énoncer un projet "visée" en ce sens, sans pour autant chercher à favoriser une construction autonome ou qui repose sur des connaissances existantes: une telle posture pourrait se traduire alors par un projet programmatique orienté vers un enseignement plus transmissif.

Puisque la représentation peut être considérée comme un aspect de la compréhension, il aurait été possible de regrouper ces deux types de projet "visée" en une même rubrique. Or comme le signale Julo :

> *[…] les représentations dont nous allons parler ici ne concernent pas tous les phénomènes de compréhension mais seulement ceux qui sont en jeu lorsque nous sommes en situation et que nous cherchons à donner un sens aux informations issues de cette situation (lire un texte par exemple). Il s'agit donc de représentations ponctuelles et occasionnelles liées à une situation particulière (Julo, 1995, p.11).*

En ce qui a trait au second type de projets concernant les élèves, soit les projets pour qu'ils se représentent correctement les mathématiques (3% des répondants), nous avons repéré les exemples d'intentions suivants :

FM22 : Il faut avant tout comprendre sa difficulté. Il faut lui apporter le plus de ressources possible pour l'aider à s'imaginer le tout.

FM23 : Les connaissances de base, bien sûr! De plus, un enseignant doit aussi avoir des connaissances générales, puisqu'une bonne façon de les enseigner c'est de donner des exemples dans la vie <u>pour mieux les visualiser</u>.

4.1.1.1.3 Les projets "visée" concernant les mathématiques

Des projets "visée" concernant les mathématiques ont souvent été formulés dans le questionnaire individuel. En effet, 24% des répondants ont formulé des intentions se rattachant à ce type de projet. Ont été classées dans cette catégorie les intentions concernant le rapport entre les mathématiques et les élèves, rapport qui semble particulièrement important aux yeux des futurs enseignants. On distingue, selon l'objectif visé, trois principaux types de projets "visée" les concernant : pour que les mathématiques intéressent les élèves (9% des répondants), pour que les mathématiques donnent à voir leur importance (7% des répondants) et pour que les mathématiques rejoignent chaque élève (14% des répondants). Le tableau 17 permet d'illustrer ces intentions, qui relèvent selon nous d'une vision basée sur la perception (*perception based perspective*), vision selon laquelle «les mathématiques existent indépendamment de l'activité humaine et sont accessibles à tous les apprenants» (Simon *et al.*, 2000). Ce n'est qu'à travers cette perspective qu'il est possible de prêter des intentions aux mathématiques, les mathématiques ayant une existence qui leur est propre. Certes, il aurait été possible de relier ces projets "visée" non pas aux mathématiques, mais à la manière de les présenter. Cependant, la plupart du temps, les attributs dont il est question dans les réponses des étudiants qualifient non pas la manière de les présenter, mais les mathématiques en elles-mêmes, ce qui légitime en partie notre classification. Cela dit, il convient de souligner le lien potentiel entre les attributs de ces mathématiques et la motivation des élèves, car ce n'est qu'à la condition que les mathématiques soient intéressantes que les élèves seront intéressés, si tant est que les mathématiques puissent posséder cette qualité intrinsèque.

Tableau 17 : Exemples d'intentions liées aux projets "visée" concernant les mathématiques

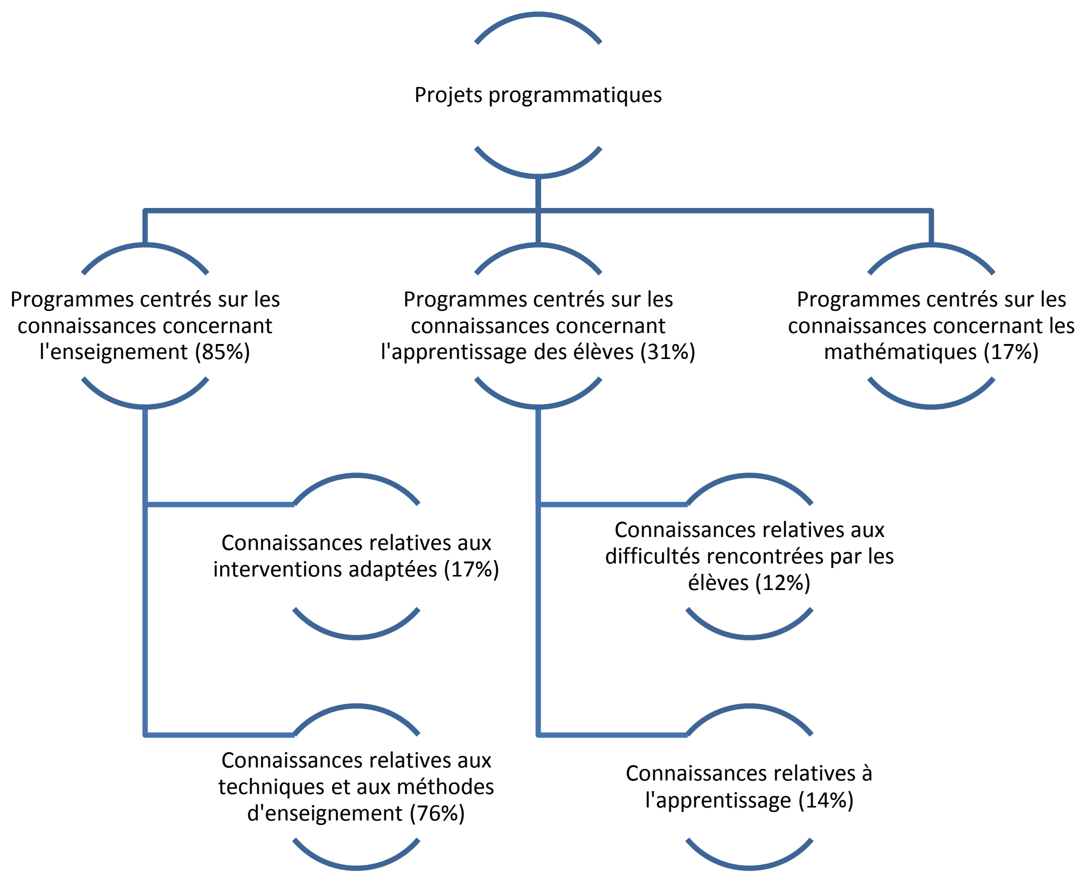
Intentions	Exemples
Pour que les maths intéressent les élèves	FM6 : Les mots adéquats et les bonnes définitions pour expliquer, les trucs pour rendre les mathématiques intéressantes et concrètes pour les élèves. Dominic : Apprendre des façons originales pour enseigner les maths dans le but d'intéresser les élèves le plus possible aux mathématiques.
Pour que les maths donnent à voir leur importance	Amélie : Propose différentes méthodes ou différentes activités qui permettent aux élèves de s'intéresser et de comprendre l'utilité des maths et de maîtriser le contenu. FM57 : Arrive à faire aimer les mathématiques en permettant de démontrer à quoi elles servent et pourquoi elles sont importantes.
Pour que les maths rejoignent chaque élève	FM7 : Comment enseigner les maths pour rejoindre les enfants le plus possible, les meilleures façons, des «trucs» avec les enfants en difficulté. FM14 : Tout ce qui est énuméré en 1, de manière à rejoindre le plus possible le besoin de mes futurs élèves. FM24 : Sait relier les mathématiques à la vie quotidienne et aux intérêts de ses élèves. Il simplifie aussi la matière afin de la rendre la plus accessible possible.

Il est à noter que si la différence entre la première et à troisième intention est subtile, elle n'est toutefois pas négligeable. La première renvoie à une question d'intérêt, alors que la troisième renvoie à une question de proximité.

4.1.1.2 Les projets programmatiques a priori

Les projets programmatiques identifiés peuvent être regroupés autour des trois sommets du triangle didactique. Le premier, recensé beaucoup plus fréquemment que le deuxième, chapeaute les programmes centrés sur les connaissances concernant l'enseignement (85% des répondants), le deuxième regroupe les programmes centrés sur les connaissances concernant l'apprentissage des élèves (31% des répondants), tandis que le troisième regroupe les programmes centrés sur les connaissances concernant les mathématiques (17% des répondants). Cette centration des projets programmatiques sur le développement des connaissances s'explique par le statut que nous accordons, en tant que chercheure, aux connaissances des étudiants, statut qui s'est reflété dans les catégorisations que nous avons effectuées. En effet, les connaissances sont ici considérées comme étant les ressources cognitives que les étudiants mobiliseront et utiliseront afin d'enseigner les mathématiques aux enfants des classes primaires. Il convient toutefois de noter le peu de cas fait, dans les propos des étudiants, du développement des compétences par la pratique réelle (en stage) ou simulée (dans l'enseignement). Rappelons qu'il s'agit d'étudiants en début de formation et qu'à ce titre, ils n'ont pas encore eu l'occasion de vivre un stage de formation à l'enseignement. Cela peut contribuer à expliquer le peu d'importance accordé aux stages dans leur discours. La Figure 6 offre une description synoptique des projets et des intentions liés à chacun de ces axes.

Figure 6 : Intentions reliées à chaque axe de projet programmatique identifié



4.1.1.2.1 Les projets centrés sur les connaissances concernant l'enseignement

Comme présentés dans la Figure 6, les programmes centrés sur les connaissances concernant l'enseignement se subdivisent en deux catégories, en fonction des connaissances que les futurs enseignants ont l'intention d'acquérir. Il s'agit : des connaissances relatives aux interventions adaptées (17% des répondants) et des connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement (76% des répondants). Nous les décrivons succinctement dans les paragraphes qui suivent.

Les programmes axés sur les connaissances relatives aux interventions adaptées privilégient l'apprentissage de connaissances qui permettent de planifier et de piloter des interventions adaptées aux élèves et aux difficultés qu'ils éprouvent. L'accent est placé non pas sur les connaissances permettant d'effectuer un diagnostic de ces difficultés, mais bien sur les connaissances permettant d'enseigner aux élèves qui éprouvent des difficultés et parfois même sur les compétences qu'il faut posséder pour mener de telles interventions. À titre d'illustration, voici quelques intentions liées à ce programme :

> FM5 : Apprendre à aller chercher l'intérêt des élèves et <u>trouver des manières d'intervenir</u>.
>
> FM11 : C'est la façon d'enseigner les mathématiques. La didactique comporte des techniques d'enseignement, des exemples pour structurer notre enseignement (canevas de leçons, par exemple) et <u>même des trucs ou des pistes pour intervenir auprès des élèves</u>.
>
> FM14 : La manière d'enseigner les mathématiques, <u>dont la procédure, les activités adaptées, etc.</u>
>
> FM45 : C'est un cours qui montre comment enseigner les mathématiques. Quoi enseigner. Comment. <u>Quoi faire pour aider les élèves en difficulté</u>.
>
> FM53 : Je souhaite apprendre <u>comment aborder les mathématiques avec des élèves ayant des besoins particuliers</u>, comment enseigner différentes notions, etc.

Ces exemples d'intentions se distinguent toutefois les uns des autres puisqu'ils témoignent de différents degrés de sensibilité à la complexité du milieu d'enseignement. Par exemple, avec sa quête de trucs et de pistes d'intervention, FM11 fait montre d'une certaine forme de déterminisme, étant convaincu qu'il soit possible de lister des savoirs dont la mobilisation et l'utilisation en contexte est garante de succès. FM14 n'est pas éloigné de cette vision déterministe puisqu'il souhaite connaître «la procédure» pour enseigner, comme si une méthode d'enseignement pouvait être applicable universellement. De leur côté, FM5 et FM53 semblent appréhender davantage la complexité du milieu et vouloir orienter leur enseignement en fonction de cette complexité et de la probabilité de faire ainsi comprendre aux élèves ce qu'ils souhaitent leur enseigner, ce qui est davantage assimilable à une compétence.

Ayant été formulé par 76% des répondants, les programmes axés sur les connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement sont très prégnants dans le discours des futurs enseignants, comme en témoignent les intentions d'apprentissage suivantes :

> FM9 : Des techniques d'enseignement. Comment les enfants conçoivent les mathématiques.
>
> FM10 : Techniques pour transmettre des connaissances aux élèves (en difficulté ou non). Processus d'apprentissage des enfants.
>
> FM12 : C'est la façon, la méthode dont on s'y prend pour enseigner les mathématiques.
>
> Cédric : Des techniques de transmission théoriques, des trucs, de la théorie mathématique.
>
> FM18 : Des maths. Clarifier mes questions, apprendre des techniques d'enseignement.
>
> FM23 : La didactique des mathématiques regroupe l'ensemble des méthodes, des procédés, des tâches, etc. utilisées pour «manipuler» les mathématiques.
>
> FM26 : Des méthodes d'enseignement à faire en mathématiques.
>
> FM35 : Comment enseigner des techniques aux élèves pour faciliter leurs apprentissages.
>
> FM41 : Les stratégies d'enseignement des diverses notions mathématiques.
>
> FM43 : Des méthodes, des techniques qui nous donneront des bases pour enseigner les maths dans notre futur métier.
>
> FM52 : Des méthodes pour faciliter l'enseignement des mathématiques.
>
> FM56 : La meilleure façon ou les meilleurs trucs pour favoriser et aider l'apprentissage des mathématiques aux élèves.

Les futurs enseignants traitent parfois de « LA » technique pour enseigner efficacement les mathématiques, ce qui témoignerait d'une version extrême de la vision déterministe, mais le plus souvent, ils souhaitent qu'on leur enseigne un ensemble de techniques réputées efficaces pour enseigner les mathématiques, ce qui témoigne d'une vision plus sensible à la diversité des élèves et des approches possibles. Nous en tenons pour preuve l'emploi quasi systématique du pluriel, dans leur discours, pour désigner ces techniques. Cela dit, bien que ces intentions d'apprentissage soient toutes reliées à un même programme (programme axé sur les méthodes et les techniques d'enseignement), leur formulation permet d'entendre certaines différences dans l'appréhension de la complexité de l'acte d'enseigner. Par exemple, rechercher « les stratégies d'enseignement des diverses notions mathématiques» témoigne d'une vision plus complexe de l'enseignement, vision selon laquelle différentes pistes d'intervention peuvent être envisagées en fonction des savoirs et peut être même des élèves concernés. Un rapprochement pourrait même être effectué entre cette recherche de stratégies et le développement de savoirs pédagogiques axés sur les contenus (*pedagogical content knowledge*), tels que définis par Shulman (1986).

4.1.1.2.2 Les projets centrés sur les connaissances concernant l'apprentissage

Les programmes centrés sur les connaissances concernant l'apprentissage des élèves se subdivisent en deux catégories, en fonction des connaissances que les futurs enseignants ont l'intention d'acquérir. Il s'agit des connaissances relatives aux difficultés rencontrées par les élèves et des connaissances relatives à l'apprentissage. Nous les décrivons succinctement dans les paragraphes qui suivent.

Les programmes axés sur les connaissances relatives aux difficultés rencontrées par les élèves ont été formulés par 12% des répondants et ont notamment été exprimés dans les réponses émises aux questions 2 et 8 du questionnaire, lesquelles portaient sur ce qu'ils souhaitent apprendre dans le cadre des cours de didactique des mathématiques et sur les connaissances qu'il faut posséder pour enseigner les mathématiques au primaire. Voici certaines intentions liées à ces programmes :

FM4 : Le bon vocabulaire à utiliser pour bien se faire comprendre. Les difficultés les plus fréquemment rencontrées par les élèves en difficulté.

FM30 : L'évolution de l'apprentissage et du raisonnement mathématique chez les élèves. Des techniques d'enseignement pour faire progresser les élèves. Les principales difficultés et facilités rencontrées par les élèves dans l'apprentissage des mathématiques.

Éléonore : J'aimerais apprendre plusieurs manières d'enseigner une notion. J'aimerais connaître les difficultés les plus fréquentes des élèves et comment les surmonter.

FM40 : Les difficultés des élèves et comment leur donner des pistes et des trucs pour les aider.

FM51 : La didactique des mathématiques, c'est les différentes manières d'enseigner les mathématiques aux élèves et d'aider les enseignants à comprendre d'où proviennent les erreurs commises par ces personnes.

FM51 : Comment bien enseigner aux jeunes les mathématiques. Les causes des erreurs commises par les élèves. De comprendre et de se faire expliquer le fonctionnement intellectuel de l'élève en plein apprentissage.

Contrairement aux programmes axés sur les connaissances relatives aux interventions adaptées, l'accent est placé en amont de l'intervention, c'est-à-dire sur les connaissances permettant de mieux comprendre les difficultés rencontrées par les élèves lors de l'apprentissage de notions mathématiques.

Les programmes axés sur les connaissances relatives à l'apprentissage, présents chez 13,8% des répondants, ont pour leur part été mis en discours comme suit :

FM27 : La manière dont les élèves assimilent la matière. Diverses méthodes d'enseignement des mathématiques.

FM37:Les différentes façons d'apprendre et différentes problématiques pouvant être rencontrées. Le matériel didactique qui existe et dont nous pourrons nous servir.

> Gabrielle: Je veux en apprendre davantage sur ce qui se passe dans la tête d'un enfant lorsqu'il est en processus d'apprentissage. Comprendre pourquoi il assimile plus ou moins certaines notions.
>
> Gabrielle : C'est la façon d'apprendre les mathématiques, c'est-à-dire les stratégies qui sont dans l'apprentissage de ces notions, consciemment ou non.

Ces intentions d'apprentissage se distinguent des précédentes en ce sens qu'elles ciblent des connaissances plus génériques concernant l'apprentissage de notions mathématiques.

4.1.1.2.3 Les projets centrés sur les connaissances concernant les mathématiques

Les programmes axés sur les connaissances relatives aux mathématiques (17% des répondants) sont des programmes qui mettent l'accent sur l'acquisition de connaissances relatives aux « mathématiques à enseigner », c'est-à-dire aux savoirs essentiels inscrits dans le curriculum mathématique du programme de formation des élèves du primaire. Il peut s'agir des concepts eux-mêmes, ou encore du vocabulaire utilisé pour y référer. On dénote ainsi, dans ces programmes, les intentions suivantes :

> FM6 : Les mots adéquats et les bonnes définitions pour expliquer, les trucs pour rendre les mathématiques intéressantes et concrètes pour les élèves.
>
> FM19 : On apprend les mathématiques pour pouvoir les enseigner.
>
> FM29 : Comment enseigner les mathématiques ainsi que savoir des éléments essentiels.
>
> FM45 : Quoi enseigner (quelle matière). Comment enseigner les maths. Quoi faire (trucs) pour aider les élèves à mieux comprendre.
>
> FM56 : C'est savoir comment enseigner les mathématiques, quels termes aborder pour faciliter l'apprentissage de l'élève.

Il est de nouveau possible d'effectuer un parallèle entre ces connaissances et les savoirs disciplinaires de Shulman (1986). Par ailleurs, il est intéressant de noter que plusieurs étudiants demandent à connaître les « mots pour le dire », comme s'ils n'avaient jamais eu à les connaître avant, comme si la rigueur pour en tracer les contours n'avait pas toujours été au rendez-vous ou comme s'ils cherchaient une façon de les vulgariser auprès des élèves.

4.1.1.3 L’articulation des projets "visée" et programmatiques

Face à la diversité des projets "visée" et programmatiques recensés avant la présentation de notre séquence de problèmes, il convient maintenant de se demander s’ils sont articulés les uns aux autres ou autrement dit, si le projet programmatique d’un étudiant peut lui permettre d’atteindre le projet "visée" qu’il s’est fixé. L’articulation des projets "visée" et programmatiques a donc été examinée chez tous les futurs enseignants ayant été reçus en entrevue. Nous aurions pu effectuer cet examen pour l'ensemble des 58 étudiants, mais deux raisons expliquent que nous nous soyons limitée aux étudiants reçus en entrevue. D'une part, nous souhaitions examiner l'impact potentiel de la séquence sur cette articulation et devions disposer de données recueillies après l'expérimentation; or, la seconde discussion de groupe, à laquelle l'ensemble des 58 étudiants a participé, ne nous a pas permis de rassembler, pour chaque étudiant, des données relatives à cette articulation. D'autre part, nous souhaitions aller dans les nuances en ne nous limitant pas aux simples catégories identifiées. Le Tableau 18 offre un aperçu synoptique de leur articulation.

Tableau 18 : Articulation des projets "visée" et programmatiques de futurs enseignants avant la réalisation de la séquence

	Inconsistant	**Consistant**	**Projet programmatique (connaissances concernant…)**	**Projet "visée" (ciblant les…)**
AMÉLIE	X		Enseignement	Élèves
BÉATRICE		X	Enseignement	Futurs enseignants
CÉDRIC		X	Enseignement	Futurs enseignants
DOMINIC	X		Enseignement	Élèves Futurs enseignants
ÉLÉONORE		X	Enseignement	Futurs enseignants
FLORENCE	X		Enseignement	Futurs enseignants Élèves
GABRIELLE		X	Apprentissage Connaissances variées	Élèves Futurs enseignants
HILDA		X	Enseignement	Futurs enseignants

Un survol rapide de ce tableau permet de constater que trois des huit étudiants nourrissent des projets "visée" et programmatique qui ne sont pas bien articulés l'un à l'autre.

4.1.1.3.1 Le cas d'Amélie (FM1)

Amélie a suivi un programme d'études collégiales en techniques administratives et étudie à l'UQAR en enseignement en adaptation scolaire et sociale (EASS).

Bien qu'elle définisse la didactique comme étant constituée des «méthodes d'enseignement des maths», la réponse qu'Amélie a émise à la question 2 du questionnaire, soit à la question «Que souhaitez-vous apprendre dans le cadre d'un cours de didactique des mathématiques?», permet d'entendre un projet "visée" concernant les élèves et ayant pour but ultime qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances[44]. En effet, dans la réponse «Différentes façons d'enseigner les maths aux élèves de façon <u>à ce qu'ils se construisent des bases solides</u>», Amélie formule un projet "visée" axé sur la construction de « bases solides » par les élèves. Ce même projet "visée" est également exprimé dans la réponse émise à la question 7, où Amélie décrit un bon enseignant de mathématiques comme un enseignant qui «propose différentes méthodes ou différentes activités qui permettent aux élèves <u>de s'intéresser et de comprendre l'utilité des maths et de maîtriser le contenu</u>». Pour atteindre cette visée, on pourrait s'attendre à ce qu'Amélie planifie de développer des connaissances concernant l'apprentissage des élèves, ce qui n'est toutefois pas le cas. Dans la réponse qu'elle a émise à la question 2, Amélie spécifie qu'elle souhaite apprendre «<u>Différentes façons d'enseigner les maths aux élèves</u>», ce qui est manifestement un programme centré sur les connaissances concernant l'enseignement et qui implique des connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement. Elle mentionne également que pour enseigner les mathématiques au primaire, il faut posséder des «<u>Connaissances de la matière à enseigner et des utilisations que l'on en fait dans la vie de tous les jours et peut-être un peu d'histoire sur les maths</u>». Il s'agit encore d'un programme centré sur les connaissances concernant l'enseignement, mais cette fois-ci, qui cible des connaissances relatives aux mathématiques. Le projet programmatique d'Amélie n'est donc pas en parfaite

---

[44] La question qui portait sur la nature de la didactique des mathématiques (question 1) n'était peut-être pas la plus appropriée pour amener les étudiants à expliciter leur projet visée. En effet, l'analyse des réponses émises à cet item du questionnaire a révélé qu'il y avait parfois une nette différence entre leur vision de cette discipline et les finalités de leur projet de formation.

adéquation avec le projet "visée" qu'elle s'est fixé, puisque l'apprentissage de connaissances relatives à l'apprentissage des élèves n'est pas envisagé dans son projet programmatique. Cela dit, cela ne signifie pas pour autant que ses projets soient opposés, mais simplement qu'elle estime que c'est en développant des connaissances sur l'enseignement des mathématiques qu'elle parviendra à faire apprendre ou comprendre les mathématiques. Par ailleurs, notons qu'Amélie semble témoigner d'une vision intermédiaire des situations d'enseignement, vision qui se situe toutefois plus près d'une appréhension de la complexité de ces situations que d'une vision déterministe de celles-ci. En effet, bien qu'elle souhaite apprendre «différentes façons d'enseigner les maths», lorsqu'elle est questionnée sur ce qu'elle doit faire pour aider un élève qui éprouve une difficulté en mathématiques (item 9 du questionnaire), elle répond qu'elle doit «Discerner ce qu'il comprend et tenter de trouver des approches différentes pour faire évoluer ses connaissances». Dans cette réponse, il est possible d'entendre une certaine forme de rejet des solutions d'enseignement universelles, rejet qui se fait au profit d'une rencontre, d'une interaction, toujours renouvelée et rarement prévisible, entre le point de vue de l'élève et celui de son enseignante.

4.1.1.3.2 Le cas de Béatrice (FM8)

Béatrice détient une formation collégiale en sciences humaines et étudie à l'UQAR en enseignement en adaptation scolaire et sociale (EASS).

Béatrice définit la didactique des mathématiques comme étant «<u>la manière d'expliquer</u> les mathématiques, <u>de les faire comprendre</u>. C'est <u>faire cheminer la pensée, le raisonnement mathématique</u>». Dans le premier volet de cette définition, il est possible d'entendre deux projets "visée" concernant les futurs enseignants, soit celui d'enseigner et celui de faire apprendre ou comprendre les mathématiques aux élèves. Dans le second volet, on entend plutôt une volonté de développer l'esprit mathématique des élèves, de développer leur raisonnement mathématique. Cet aspect va bien au-delà de la compréhension des concepts mathématiques et se rapproche d'une des compétences disciplinaires fondamentales en mathématiques, soit celle de raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques. En plus de ces visées, dans sa description d'un bon enseignant de mathématiques, on entend un projet "visée" concernant les élèves. En effet, en plus de comprendre les mathématiques et de les expliquer clairement, Béatrice décrit cet enseignant comme un enseignant dont les élèves «[…] comprennent les mathématiques, ils n'apprennent pas des notions par cœur ». Béatrice a donc formulé des intentions qui se rattachent à la fois à des projets "visée" concernant les futurs enseignants et à des projets "visée" concernant les élèves. Les connaissances qu'elle vise pour atteindre ces projets "visée" sont pour leur part exprimées dans la réponse émise à la question 2. En effet, dans le cadre d'un cours de didactique des mathématiques, Béatrice souhaite apprendre « le fondement des maths et ce qui peut permettre de les enseigner. [Elle] souhaite comprendre ses propres connaissances mathématiques afin de mieux les expliquer et connaître les étapes menant à la maîtrise complète d'une notion mathématique». Le premier et le troisième extrait souligné renvoient respectivement à des programmes centrés sur les connaissances concernant l'enseignement et plus particulièrement, sur les connaissances relatives aux mathématiques. Le deuxième extrait renvoie à des connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement alors que le quatrième extrait renvoie à un programme centré sur les connaissances concernant l'apprentissage. Les mêmes programmes sont exprimés dans la réponse émise à la question 8, alors que Béatrice estime que pour enseigner les mathématiques au primaire, il faut des connaissances relatives aux mathématiques et à l'enseignement, ainsi que d'autres relatives à l'apprentissage : «Toutes sortes de connaissances reliées à l'enseignement ainsi qu'aux notions mathématiques. Il faut comprendre la pensée des enfants». Les projets programmatique et "visée" de Béatrice sont donc relativement consistants les uns par rapport aux autres et semblent témoigner d'une meilleure anticipation de la complexité de la pratique d'enseignement. Par exemple, lorsque Béatrice est questionnée sur l'aide à apporter à un élève qui éprouve une difficulté en mathématiques (item 9 du questionnaire), elle répond qu'il faut selon elle «découvrir le problème de l'élève et remonter à la source de celui-ci en travaillant chacune des étapes […] en s'assurant toujours de la compréhension de l'élève». Bien qu'elle se préoccupe d'adapter ses interventions en fonction des singularités de l'élève, la prévisibilité des étapes menant à la compréhension d'une notion pourrait indiquer une certaine forme de déterminisme. Toutefois, il s'agit selon nous de la reconnaissance d'une certaine redondance[45] au sein de la complexité,

---

[45] Il est à noter que la redondance ne se situe pas dans le discours de Béatrice, mais dans la

redondance permettant de caractériser certaines configurations récurrentes dans le cheminement menant à la compréhension d'un concept mathématique.

4.1.1.3.3 Le cas de Cédric (FM16)

Cédric détient une formation collégiale en sciences humaines, de même qu'une formation universitaire en sciences de l'orientation. Il étudie présentement à l'UQAR, en enseignement en adaptation scolaire et sociale (EASS).

Cédric définit la didactique comme étant : «L'art de "bien transmettre" les maths, de clairement expliquer, adéquatement». Cette définition est sans l'ombre d'un doute l'expression d'un projet "visée" concernant les futurs enseignants et dont l'objectif principal est d'enseigner les mathématiques, de les transmettre. Ce projet "visée" transparaît également dans sa vision d'un bon enseignant de mathématiques, qui «est clair, ordonné, séquentiel, capable de faire des liens avec la "réalité"». Il s'agit encore ici d'un projet "visée" concernant les futurs enseignants, mais dont l'objectif est que l'enseignant lui-même évolue. Il convient ici de noter que le projet d'une évolution ne peut être entendu que dans la mesure où le futur enseignant ne croit pas posséder, pour l'instant, de tels attributs. Il est toutefois raisonnable de penser qu'au sortir de sa formation, l'étudiant souhaite être un bon enseignant de mathématiques et ainsi posséder ces attributs. À la question «Que souhaitez-vous apprendre dans le cadre d'un cours de didactique des mathématiques?», Cédric décrit un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l'enseignement et notamment sur les connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement, puisqu'il souhaite apprendre «Des techniques de transmission théoriques, des trucs, de la théorie mathématique». Les mots «technique» et «transmission» apparaissent également dans la réponse émise à la question portant sur les connaissances requises pour enseigner les mathématiques au primaire : «Techniques : animation, transmission d'informations; Humaines : empathie, écoute; Théoriques : histoire». Même lorsqu'il est questionné sur les caractéristiques d'une bonne situation d'apprentissage (item 10 du questionnaire), il précise que celle-ci doit «pousser au transfert d'information». En somme, les projets "visée" et programmatique de Cédric portent tous deux exclusivement sur

reconnaissance de l'existence de ces «étapes», lesquelles sont redondantes.

l'enseignement et sont en parfaite adéquation : l'un comme l'autre, ils témoignent d'une vision déterministe des situations d'enseignement, vision qui ne considère nullement la complexité liée à la multiplicité des interactions entre l'élève, l'enseignant et le savoir.

4.1.1.3.4 Le cas de Dominic (FM20)

Dominic détient un diplôme d'études collégiales en éducation spécialisée et il étudie à l'UQAR en enseignement en adaptation scolaire et sociale (EASS).

Pour Dominic, la didactique, «c'est un enseignement qui repose sur des méthodes pédagogiques utilisées <u>pour que l'élève arrive à construire ses savoirs</u>». Dans cette définition, Dominic exprime comme projet "visée" «que l'élève arrive à construire ses savoirs». D'emblée, il s'agit donc d'un projet "visée" concernant les élèves et visant plus particulièrement l'autonomie de l'élève dans ses apprentissages. Cela dit, dans les réponses émises aux questions 3, 7 et 8, Dominic exprime des intentions qui se rattachent à des projets "visée" fort différents. En effet, voici, les intentions exprimées et les types de projet auxquels elles se rattachent :

Projets "visée" concernant les futurs enseignants et visant à ce que l'enseignant enseigne les mathématiques :

- «[…] pour enseigner les maths»
- «Donne des exercices diversifiés et en nombre adéquat»
- «[…] il doit démontrer une façon originale et diversifiée d'enseigner la matière»
- «Il laisse la place à la discussion (élève-prof) et (élève-élève)»

Projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant à ce que l'enseignant lui-même évolue :

- «Est disponible pour ses élèves»

Projet "visée" concernant les mathématiques et visant à intéresser les élèves :

- «[…] dans le but d'intéresser les élèves le plus possible aux mathématiques»

Bien que les intentions exprimées par Dominic puissent être reliées à différents projets "visée", force est de constater une nette dominance des projets concernant spécifiquement l'enseignement des mathématiques. L'analyse des réponses émises aux questions 1,2 et 8 du questionnaire nous permet de constater que cette caractéristique s'applique tout autant aux projets programmatiques de ce futur enseignant. En effet, sa définition de la didactique des mathématiques témoigne d'une volonté d'apprendre les «méthodes pédagogiques utilisées».

Cela renvoie à un programme axé sur les connaissances concernant l'enseignement et plus précisément, ciblant des connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement. Il en va de même de l'intention exprimée dans la réponse émise à la question 2, alors que Dominic mentionne vouloir «apprendre des façons originales pour enseigner». Une préoccupation à l'égard des connaissances relatives aux mathématiques est toutefois exprimée dans la réponse émise à la question 8, alors qu'il considère que pour enseigner les mathématiques au primaire, «la plupart des savoirs essentiels doivent être acquis». Enfin, il est à noter que même si sa définition de la didactique des mathématiques laissait entrevoir un projet "visée" concernant les élèves et visant à ce qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances, aucune intention d'apprentissage n'est liée à ce projet dans le discours initial de ce futur enseignant. Plus tard, lorsque Dominic est questionné sur ce qu'il doit faire pour aider un élève qui éprouve une difficulté en mathématiques (item 9 du questionnaire), il répond qu'il doit «Comprendre ce qu'il vit et adapter un défi qui le représente bien». Cette réponse témoigne d'une certaine reconnaissance de la complexité de la pratique enseignante, notamment par le souci qu'il a d'adapter son intervention en fonction de ce que vit son élève. Au-delà de l'importance accordée aux relations entre l'enseignant, l'élève et le savoir, il y a là, en effet, l'idée suivant laquelle une intervention ne pourra jamais être reproduite à l'identique au sein d'un système complexe.

4.1.1.3.5 Le cas d'Éléonore (FM34)

Éléonore détient un diplôme collégial technique d'intervention en délinquance et étudie à l'UQAR en enseignement en adaptation scolaire et sociale (EASS).

Selon Éléonore, la didactique, «<u>c'est la manière d'enseigner les mathématiques. [C'est] comment un enseignant transmet son savoir mathématique à ses élèves</u>». Cette définition permet d'identifier un projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant à ce qu'elle soit capable d'enseigner les mathématiques. Dans la réponse émise à la question 7, question qui invitait à décrire un bon enseignant de mathématiques, Éléonore demeure constante dans ses intentions et ne décrit que des intentions liées à des projets "visée" concernant les futurs enseignants : «<u>Peut expliquer de plusieurs manières</u> une notion. Il <u>s'assure que tous ses élèves comprennent bien</u> la matière et <u>donne plusieurs exemples concrets</u>». En effet, les premier et troisième extraits soulignés visent l'enseignement des mathématiques, et le deuxième extrait vise à ce que le futur enseignant fasse apprendre ou comprendre les mathématiques. En ce qui a trait aux intentions liées à son projet programmatique, ses intentions peuvent être liées à tout l'éventail des programmes centrés sur les connaissances concernant l'enseignement, soit les programmes ciblant les connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement, les programmes ciblant les connaissances relatives aux interventions adaptées et ceux concernant les connaissances relatives aux mathématiques. En effet, Éléonore aimerait «[…] apprendre plusieurs manières d'enseigner», «[…] connaître les difficultés les plus fréquentes des élèves et comment les surmonter» et posséder «toutes les connaissances de base. Celles que le programme de formation québécois exige». En somme, comme pour Cédric, les projets "visée" et programmatique de Éléonore portent tous deux exclusivement sur l'enseignement et sont en parfaite harmonie. Ils témoignent également d'une vision déterministe des problèmes et des phénomènes d'enseignement. D'ailleurs, pour Éléonore, une bonne situation d'apprentissage est «une situation claire qui touche une seule notion à la fois». Pour elle, tout se passe donc comme s'il était possible de concevoir des situations complètement transparentes et prévisibles, comme si l'enseignant avait le plein contrôle sur les objets de savoir que l'élève allait mobiliser dans le milieu d'apprentissage ou sur le degré d'opacité de la situation à traiter.

4.1.1.3.6 Le cas de Florence (FM49)

Florence détient un diplôme d'études collégiales en sciences de la nature et étudie à l'UQAR en enseignement en adaptation scolaire et sociale (EASS).

D'emblée, Florence définit la didactique des mathématiques comme étant «<u>la manière d'enseigner les mathématiques</u>». Cette façon de définir la didactique laisse tout de suite entendre un projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant à ce qu'ils soient en mesure d'enseigner les mathématiques. Cela dit, il ne s'agit pas du seul projet "visée" que l'on puisse entendre dans le discours de Florence. En effet, selon elle, un bon enseignant de mathématiques est un enseignant qui «<u>est passionné</u>, qui nous montre que <u>les maths sont utiles et intéressantes</u>». Deux intentions liées à deux projets "visée" différents peuvent ici être lues, soit un projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant à ce que l'enseignant lui-même évolue, ainsi qu'un projet "visée" concernant les mathématiques et visant à intéresser les élèves. Dans la réponse émise à la question 2, Florence souhaite également «que les élèves apprennent davantage», intention pouvant être reliée à un projet concernant les élèves et visant à ce qu'ils comprennent bien et s'approprient mieux les savoirs. Une fois cela dit, il convient maintenant de se demander si les projets programmatiques de Florence concordent avec ses projets "visée". L'examen de réponses qu'elle a émises démontre que les projets ne sont pas toujours consistants entre eux. En effet, aucun projet programmatique concernant l'apprentissage des élèves n'a pu être entendu dans son discours. Elle souhaite plutôt développer des connaissances concernant l'enseignement et de manière plus spécifique, concernant les techniques et les méthodes d'enseignement et concernant les mathématiques elles-mêmes. Selon elle, pour enseigner les mathématiques au primaire, il faut posséder «la passion. Savoir quoi enseigner, comment enseigner. Dans quel ordre enseigner». Elle s'attend à apprendre, dans les cours de didactique des mathématiques, «la manière d'enseigner les mathématiques. Des trucs, des stratégies afin que les élèves apprennent davantage. L'ordre et toute l'étendue de la matière à enseigner selon le niveau de l'élève». En ce qui a trait à sa façon d'appréhender la complexité, nous pourrions qualifier sa vision d'intermédiaire, en ce sens qu'elle reconnaît que l'application d'une stratégie d'enseignement déterminée n'est pas garante d'un apprentissage chez tous les élèves. En effet, pour aider un élève qui éprouve une difficulté en mathématiques (item 9 du questionnaire), elle suggère de lui «donner de nouvelles stratégies» et de «lui expliquer d'une manière différente, plus concrète et plus imagée».

4.1.1.3.7 Le cas de Gabrielle (FM50)

Gabrielle détient un diplôme d'études collégiales en sciences humaines et étudie à l'UQAR en enseignement en adaptation scolaire et sociale (EASS).

Lorsque Gabrielle a eu à définir la didactique des mathématiques, elle l'a décrite comme étant «[…] la façon d'apprendre les mathématiques, c'est-à-dire les stratégies qui sont utilisées dans l'apprentissage de ces notions, consciemment ou non». Il s'agit ici d'un projet "visée" concernant les élèves, pour qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances. Plus loin dans son discours, Gabrielle mentionne d'autres intentions, et ce, notamment lorsqu'elle décrit sa vision d'un bon enseignant de mathématiques (question 7) : «Vulgarise bien les notions mathématiques. Il sait les transmettre aux élèves/étudiants d'une manière facilitant leur compréhension. Il leur permet aussi d'apprécier cette matière et communique la pertinence de celle-ci. Les apprenants veulent en savoir davantage. L'enseignant doit aussi bien connaître la matière qu'il enseigne». Les trois premiers extraits soulignés renvoient ici à un projet "visée" concernant non pas les élèves, mais concernant les futurs enseignants. Le quatrième extrait est un projet "visée" concernant les élèves et visant à ce qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances alors que le dernier extrait est un projet visant à ce que l'enseignant évolue à travers ses connaissances des mathématiques. Afin de concrétiser ces projets "visée", Gabrielle précise, à la question 2, qu'elle souhaite «[…] en apprendre davantage sur ce qui se passe dans la tête d'un enfant lorsqu'il est en processus d'apprentissage. Comprendre pourquoi il assimile plus ou moins certaines notions». Il s'agit d'un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l'apprentissage des élèves et ciblant également des connaissances relatives aux difficultés rencontrées par les élèves, ce qui est un programme tout à fait cohérent avec le projet entendu dans sa définition de la didactique des mathématiques. Enfin, quand on lui demande quelles connaissances sont nécessaires pour enseigner les mathématiques au primaire, elle répond qu'il ne faut pas se limiter dans ses connaissances, afin de pouvoir répondre aux questions des enfants et de satisfaire leur curiosité. Les projets "visée" et programmatiques de Gabrielle sont donc variés, mais néanmoins consistants entre eux. Ils témoignent également d'une vision plus sensible à la complexité. D'ailleurs, pour aider un élève qui éprouve une difficulté en mathématiques (item 9 du questionnaire), Gabrielle soutient qu'il faut suivre le rythme de l'élève, «diversifier les méthodes d'enseignement et cibler celles qui sont les plus efficaces pour lui». Cela signifie entre autres choses qu'il est impossible de prévoir quelles méthodes seront les plus efficaces pour tous les élèves, l'efficacité des méthodes employées étant affectée par les interactions complexes et variées entre l'élève, l'enseignant et le savoir.

4.1.1.3.8 Le cas de Hilda (FM55)

Hilda détient un diplôme d'études collégiales en éducation spécialisée et étudie à l'UQAR en enseignement en adaptation scolaire et sociale (EASS).

Selon Hilda, la didactique des mathématiques, c'est «comment enseigner les mathématiques. Comment expliquer aux élèves». Contrairement à Gabrielle, le projet "visée" pouvant être entendu dans cette définition concerne les futurs enseignants, dont l'objectif sera d'enseigner les mathématiques. Hilda se place clairement dans une perspective transmissive et ne nourrit que ce projet "visée". D'ailleurs, selon elle, un bon enseignant de mathématiques est un enseignant qui «est capable de transmettre ses connaissances, d'expliquer les problèmes à ses élèves». Le projet programmatique qu'elle nourrit est bien articulé à son projet "visée", puisque Hilda souhaite apprendre «des moyens pour bien expliquer les mathématiques aux élèves» et qu'outre ces moyens, il lui faut, pour enseigner les mathématiques au primaire, «peu de connaissances [car elle a complété] le cours *Mathématiques - Savoirs essentiels*». Elle soutient d'ailleurs que «les mathématiques existent indépendamment de l'activité humaine; il faut les découvrir» (item 6 du questionnaire) et que le travail d'un mathématicien consiste à «faire des découvertes en mathématiques» (item 4 du questionnaire). Ces idées permettent de camper davantage la vision déterministe de Hilda, vision suivant laquelle les conditions d'existence des savoirs mathématiques sont prédéterminées et les savoirs mathématiques sont directement transmissibles.

4.1.1.3.9 Synthèse des résultats relatifs aux projets a priori

En somme, huit catégories de projet "visée" et cinq catégories de projet programmatique ont pu être identifiées, décrites et illustrées grâce à l'analyse de nos données, ce qui permet une première documentation des projets de formation des futurs enseignants du primaire. Le Tableau 19 en offre un aperçu synoptique.

Tableau 19 : Description synoptique des projets "visée" et programmatiques identifiés

PROJETS "VISÉE"			PROJETS PROGRAMMATIQUES		
Projet "visée" concernant les futurs enseignants	**Projet "visée" concernant les élèves**	**Projet "visée" concernant les mathéma-tiques**	**Programme centré sur les connaissances concernant l'enseigne-ment**	**Programme centré sur les connaissances concernant l'apprentissage des élèves**	**Programme centré sur les connaissances concernant les mathéma-tiques**
– Pour enseigner les mathéma-tiques – Pour faire apprendre ou comprendre les mathéma-tiques – Pour que l'enseignant lui-même évolue	– Pour qu'ils comprennent bien et s'approprient des connais-sances – Pour qu'ils se représentent les mathéma-tiques	– Pour que les mathémati-ques intéressent les élèves – Pour que les mathéma-tiques donnent à voir leur importance – Pour que les mathéma-tiques rejoignent chaque élève	– Connais-sances relatives aux interventions adaptées – Connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseigne-ment	– Connaissances relatives aux difficultés rencontrées par les élèves – Connaissances relatives à l'apprentissage	– Connaissances relatives aux mathéma-tiques

Même rapide, un survol de ce tableau permet d'invalider le discours malheureusement trop répandu suivant lequel les futurs enseignants souhaitent uniquement apprendre une série de recettes d'enseignement réputées efficaces. Cela nous semble d'autant plus vraisemblable que plusieurs étudiants ont formulé des projets "visée" et programmatiques qui témoignent d'une sensibilité à la complexité des phénomènes et des problèmes d'enseignement.

En effet, même si les commentaires des étudiants dans les cours de didactique «[…] laissent présager une conception suivant laquelle la didactique des mathématiques doit fournir des recettes, qu'elle doit apporter des solutions toutes faites à des problèmes en quelque sorte prévisibles» (Lajoie, 2012), devant l'éventail des projets "visée" et programmatiques recensés et face à la sensibilité à la complexité notée chez certains étudiants, il ne nous semble plus possible de tenir ce discours. Il nous semble même heureux que nous ne puissions réduire les attentes des futurs enseignants à la constitution d'un répertoire de techniques réputées efficaces, car si cette analogie de la recette, que l'on doit à Huberman (1986), peut décrire certaines des pratiques enseignantes, Perrenoud précisait déjà, en 1999, qu'elle ne peut décrire l'ensemble des pratiques:

> *J'admets tout à fait qu'une partie des conduites de l'enseignant sont de cette nature. Lorsque la maîtresse enfantine demande à ses élèves agités de se croiser les bras en silence pendant une minute, elle applique une recette réputée amener le calme. Lorsqu'un maître primaire lit avec ses élèves les consignes et les questions d'une épreuve écrite avant qu'ils se mettent au travail, il applique un procédé supposé garantir une perception correcte de la tâche.*
>
> *Mais l'analogie, pour séduisante qu'elle soit, ne donne qu'une image très partielle de la pratique en classe. Là, dans de très nombreuses situations, l'action du maître n'est pas la mise en pratique d'un schéma codifié, d'une représentation consciente de "ce qu'il convient de faire" dans telle ou telle situation. Pourquoi? Parce que le maître n'a pas en mémoire, au moment voulu, de recette appropriée dans son "livre de cuisine" intérieur (Perrenoud, 1999, p. 24).*

Les étudiants ont-ils déjà l'intuition des limites des techniques pour l'enseignement? Cela pourrait expliquer la présence de projets programmatiques plus fins, qu'on retrouve notamment parmi ceux axés sur les connaissances concernant l'apprentissage des élèves et celles concernant les mathématiques. Car pour poursuivre l'analogie d'Huberman, puisqu'il est impossible de toujours se remémorer les recettes qui conviennent, il est plutôt pratique de connaître les principes de base de la cuisine (enseignement), ceux de la nutrition (apprentissage), et pourquoi pas, ceux de la chimie des aliments (mathématiques).

4.1.2 Les modes d'anticipation du projet

Les propos tenus durant la première discussion de groupe et les réponses émises dans le questionnaire ont servi de matériau pour analyser, initialement, les modes d'anticipation des projets de formation des futurs enseignants. Cet exercice ne s'est toutefois pas révélé très fécond puisque contrairement à ce que nous avions anticipé, peu d'entre eux ont exprimé une vision de leur futur en tant professionnel de l'enseignement. Ils ont plutôt exprimé une vision de leur futur et du futur de leurs élèves en tant que détenteurs de connaissances mathématiques et ce, notamment dans les réponses émises à un item du questionnaire portant sur l'utilité des mathématiques (question 3). Cela témoigne d'une vision encore peu définie de ce qu'est l'acte d'enseigner, acte au sein duquel les étudiants ont encore mal du mal à se projeter. Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons, en deux tableaux distincts, les quelques anticipations que nous avons pu mettre en relief dans la première discussion de groupe.

Dans les discussions de groupe, nous avons recensé quelques extraits mettant en relief le mode d’anticipation des projets de certains étudiants. Certaines anticipations semblent se rattacher à un mode adaptatif (mode consistant à «[…] augmenter les chances de succès d'une opération, d'un changement…toutes choses étant égales par ailleurs» (Roegiers, 2007, p. 181)), d’autres à un mode prévisionnel (mode consistant à anticiper «[…] telle ou telle modification du contexte, [à examiner] les conséquences probables de cette modification» (Roegiers, 2007, p. 182)), mais aucune ne se rattache à un mode prospectif (mode consistant à «[…] se projeter dans un avenir lointain, que peu ou pas d'indicateurs permettent encore d'anticiper» (Roegiers, 2007, p. 182)). Nous les présentons dans les Tableau 20 et Tableau 21. Signalons toutefois qu'il n'a pas été possible d'associer les extraits présentés dans ces tableaux aux étudiants les ayant émis. Les propos rapportés ont été tenus lors des discussions de groupe et bien que les étudiants aient été invités à se nommer avant d'intervenir, dans le fil de la discussion, il n'a pas toujours été possible d'apparier les propos tenus à leur auteur.

Tableau 20 : Anticipations se rattachant à un mode adaptatif

Mode adaptatif		
Extraits	**Futur anticipé**	**Enjeux de contrôle**
Les élèves selon, leur âge, il y a des choses qu'ils ne seront peut-être pas aptes à comprendre encore. Comme tu l'as dit tantôt, même l'heure …c'est un peu dur d'enseigner l'heure à un enfant de 5 ans.	Futur socle	Connaissances relatives au développement intellectuel des élèves
Être dans la classe et savoir que je maîtrise ce que je fais à 100 %. Tu sais, des fois on a tendance à dire que puisque c'est des élèves du primaire, c'est plus facile pour nous… mais je pense que c'est encore drôle. Il y a des affaires qu'on pourrait maîtriser plus, qu'on pourrait revoir, mieux comprendre.	Futur nécessaire	Connaissances relatives aux mathématiques
Ce serait vraiment merveilleux si je pouvais avoir plusieurs manières d'expliquer une notion à l'enfant, pas juste une. C'est sûr que ce n'est pas tous les élèves qui vont comprendre du premier coup de la façon dont je vais l'expliquer.	Futur nécessaire	Connaissances relatives à l'enseignement des mathématiques
Moi, personnellement, les mathématiques, je vais vraiment bien les comprendre, sauf que je ne serai pas capable de les expliquer à quelqu'un à côté de moi. Je vais avoir vraiment beaucoup de difficulté. Parce que je ne sais pas pourquoi je comprends tel problème, mais je le sais qu'il faut faire ça[46]*. Puis je pense que c'est assez complexe les mathématiques, il y a un certain cheminement de pensée…Je pense que la didactique, ça peut se rapprocher de ça, dans le fond, comment expliquer les mathématiques, puis comment la pensée chemine pour arriver à la compréhension.*	Futur nécessaire	Connaissances relatives à l'enseignement des mathématiques Connaissances relatives à l'apprentissage des concepts mathématiques
Je pense que moi, ce que je veux apprendre ici, c'est une façon originale d'enseigner les maths, puis surtout une façon adaptée aux difficultés que les élèves vont avoir, parce qu'on va en voir de toutes les sortes, puis il faut avoir plus de possibilités d'enseigner les maths possible. C'est ça que je veux voir ici.	Futur nécessaire	Contrôle des connaissances relatives à l'enseignement des mathématiques aux élèves en adaptation scolaire

[46] Il serait possible de lier cette dernière affirmation à une vision plutôt algorithmique des mathématiques, vision à l'intérieur de laquelle les savoirs mathématiques sont morcelés et indépendants les uns des autres.

Tableau 21 : Anticipations se rattachant à un mode prévisionnel

Mode prévisionnel		
Extraits	**Futur anticipé**	**Enjeux de contrôle et/ou de création**
C'est important de suivre la séquence aussi. Si on ne connaît pas la base, on ne pourra pas… Il faut connaître la base avant d'aller plus loin. Mais moi, par rapport à ce cours-là, ce qui m'intéresserait… ça rejoint aussi ce que les deux autres ont dit. Moi, c'est surtout des choses quand même qu'on a déjà vues. Moi, j'appelle ça se mettre à jour. Tu sais, des choses que j'ai vues, oui, au secondaire, mais que ça fait longtemps. Si on veut réussir à les enseigner, il faut les maîtriser, il faut les remettre à jour là. Il y a des choses qui ont changé. Il y a peut-être des nouvelles techniques. Dans ce cours-là, si je peux revoir certaines notions que ça fait longtemps. Toute la matière, comprendre comment l'expliquer. Ça rejoint un peu les 2 filles.	Futur tendanciel	Contrôle des connaissances relatives aux maths Création de connaissances relatives à de nouvelles techniques d'enseignement.
pour avoir confiance et ne pas arriver devant une classe en sachant quoi faire, mais en n'y trouvant pas le moindre intérêt.	Futur interdit	Contrôle de l'attitude Création d'un rapport plus positif à l'enseignement des mathématiques
Moi, ce serait de clarifier vraiment tous les concepts mathématiques que je vais aborder avec… Pour ne pas me sentir amateure devant la classe quand je vais les enseigner.	Futur interdit	Contrôle des connaissances relatives aux mathématiques

Un survol de ces tableaux permet de constater l'anticipation prédominante d'un futur nécessaire, futur à l'intérieur duquel ils souhaitent contrôler les connaissances suivantes :

- Connaissances relatives aux mathématiques;
- Connaissances relatives à l'enseignement des mathématiques;
- Connaissances relatives à l'apprentissage de concepts mathématiques;
- Connaissances relatives à l'enseignement des mathématiques aux élèves en adaptation scolaire.

Ces connaissances reflètent bien les connaissances nécessaires à l'exercice de leur futur métier. Il convient également de noter qu'ils prévoient devoir apprendre «de nouvelles techniques d'enseignement» et devoir changer de rapport aux mathématiques, deux éléments qui devraient différer de ce qu'ils ont connu en tant qu'élèves, d'où l'inclusion de ces anticipations dans un mode d'anticipation prévisionnel. Maintenant, que conclure de l'absence du mode prospectif? Il serait possible d'avancer que la tension étant suffisamment importante entre les connaissances que les futurs enseignants ont au début de leur formation et celles qu'ils prévoient avoir à maîtriser dans un futur proche, qu'ils n'éprouvent pas, pour l'instant, le besoin de se projeter dans un avenir plus lointain. Le futur enseignant pourrait être comparé à quelqu'un qui cherche un moyen de payer son loyer et de ne pas être évincé de son logement. Dans cette situation, la personne est à ce point préoccupée par l'urgence de la situation qui l'attend dans un futur proche qu'elle ne se soucie généralement guère d'un futur à propos duquel elle ne connaît rien encore. Par ailleurs, dans le cursus scolaire des futurs enseignants, leur a-t-on déjà offert l'opportunité de réfléchir à cet avenir, pas celui des contraintes et des nécessités, mais celui du rêve et de la création? La question mérite selon nous d'être posée.

Quelles conclusions pouvons-nous tirer de ces résultats? En définitive, que veulent apprendre les étudiants au début de leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques? Les résultats que nous venons de présenter tendent à démontrer que les futurs enseignants visent tout d'abord à se former eux-mêmes, et qu'ils souhaitent ensuite évoluer suffisamment pour être en mesure d'enseigner les mathématiques et de faire apprendre ou comprendre les mathématiques aux élèves. Ils nourrissent certes des visées concernant les élèves et les mathématiques, mais ces visées passent après celles qui les concernent directement. Cela se reflète dans les programmes qu'ils comptent utiliser pour atteindre ces visées, puisque les programmes recensés le plus fréquemment sont centrés sur les connaissances concernant l'enseignement et de façon plus spécifique, sur les connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement. Présentés comme tels, ces résultats pourraient nous porter à croire que les futurs enseignants nourrissent une vision très déterministe de l'enseignement, et que leur soif de techniques et de méthodes d'enseignement reflète une quête de recettes d'enseignement présumées à toute épreuve. Toutefois, lorsque ces résultats sont confrontés aux modes d'anticipation des projets des étudiants, il appert que les connaissances qu'ils souhaitent développer correspondent plutôt à des enjeux de contrôle d'un futur auquel ils devront s'adapter. Ils anticipent en effet un futur à l'intérieur duquel les élèves ont des visions distinctes des problèmes et des concepts mathématiques et souhaitent par conséquent apprendre différentes techniques et méthodes d'enseignement. L'idée n'est donc pas d'apprendre une technique à toute épreuve, mais bien d'être en mesure de rejoindre tous les élèves en développant et en utilisant un répertoire de techniques et de méthodes variées, ce qui constitue le signe d'une vision qui se situerait entre déterminisme et appréhension de la complexité.

4.2 Résultats relatifs à la séquence

La séquence de situations proposée aux étudiants devait nous permettre d'atteindre, de manière spécifique, les trois objectifs suivants :

- Engager les étudiants dans une dialectique d'action, de formulation et de validation;
- Inciter les étudiants à recourir à une approche stochastique en empêchant graduellement l'utilisation unique d'une approche théorique pour traiter les situations proposées;
- Inciter les étudiants à porter un jugement de probabilité qui prenne en compte la complexité de la situation, en les confrontant aux limites des heuristiques plus spontanées pour traiter les situations proposées.

Dans les pages qui suivent, nous présentons les résultats relatifs à chacun de ces objectifs.

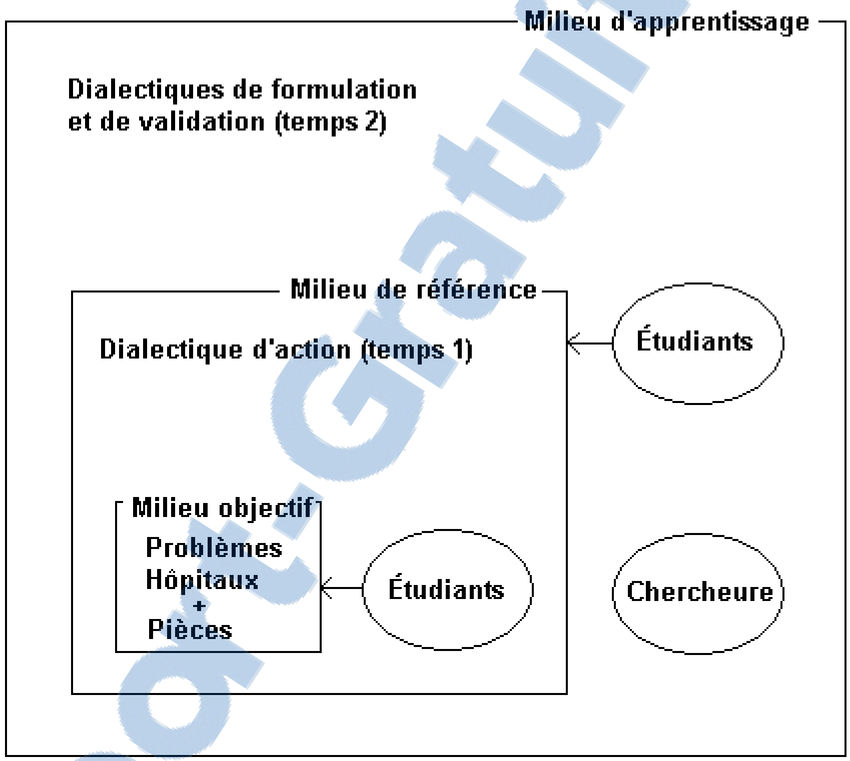
4.2.1 Engagement dans une dialectique d'action, de formulation et de validation

La description de l'engagement des étudiants dans les situations proposées suivra l'ordre chronologique et rendra compte du dialogue qui s'installe, à chaque temps de notre protocole, entre les étudiants la situation dans laquelle ils sont plongés.

4.2.1.1 *Temps 1 et 2 du protocole*

La Figure 7 schématise la structuration du milieu d'apprentissage aux temps 1 et 2 du protocole d'administration des problèmes de notre séquence.

Figure 7 : Structuration du milieu d'apprentissage aux temps 1 et 2 du protocole



Il est à noter que dans cette figure, la flèche qui est située entre le milieu objectif et le les étudiants n'est pas bidirectionnelle. Ce choix de symbole traduit l'absence de rétroactions entre le milieu objectif tel que proposé par la chercheure et les étudiants. En effet, le milieu objectif ne renseigne pas les étudiants sur la validité des modèles d'action déployés (validation interne). Au temps 1 de notre protocole, le milieu objectif est donc un milieu passif et non un milieu antagoniste. Le statut de ce milieu sera toutefois appelé à changer au fur et à mesure que nous avancerons dans l'administration de notre protocole.

Au temps 1 de notre protocole, les étudiants ont été invités à se regrouper en équipes de deux à quatre personnes[47] et ont amorcé la résolution des problèmes des hôpitaux et des pièces de monnaie. L'analyse des productions des étudiants a révélé le déploiement de différents modèles d'actions, lesquels ont été détaillés aux sections 4.2.2 et 4.2.3 de cette thèse. Au temps 2 de notre protocole, les équipes ont ensuite été invitées à partager et à défendre leur solution auprès du groupe. Amélie et Béatrice décrivent leur expérience de ce milieu d'apprentissage.

Nous pouvons entendre, dans les propos d'Amélie, l'émergence d'une sensibilité à la mise en place d'une dialectique de formulation et de validation, même si elle ne s'exprime pas formellement en ces termes :

Amélie	*Le fait que tout le monde avait expliqué un peu comment il avait réussi à faire son problème, puis il y en a que c'était pas du tout la même chose. […]Moi, ce que j'ai retenu des discussions, dans le fond, en réalité, en expliquant ce qu'on a fait au groupe puis en écoutant ce que les autres ont fait, bien on est capable de visualiser un petit peu notre réponse.*

Rappelons qu'Amélie, qui nourrissait initialement un projet "visée" concernant les élèves et visant à ce qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances, avait formulé un projet programmatique axé sur l'apprentissage de techniques et de méthodes d'enseignement. Dans cette réponse, il est possible d'entendre une certaine complexification de son projet programmatique, en ce sens qu'elle reconnaît maintenant que les élèves peuvent contribuer à la validation[48] des réponses sans attendre de l'enseignant qu'il intervienne en tant que seule autorité détentrice du savoir.

---

[47] Onze équipes ont été formées en avant-midi, et neuf en après-midi.

[48] Voir page 176 de cette thèse pour une référence encore plus explicite à l'idée de validation.

Béatrice, qui nourrissait une vision plus complexe des phénomènes d'enseignement, apporte des nuances intéressantes en soulignant que ce ne sont pas tous les étudiants qui semblaient ouverts[49] aux réponses des autres équipes :

Béatrice	*Je me souviens juste qu'on se soutenait tout le monde. Ce dont je me souviens, dans le fond, c'est lorsqu'on a une idée en tête, on dirait que…en maths là…comment je dirais ça…..les gens s'accrochent vraiment à ce qu'ils pensent. Sur leur méthodologie dans le fond, ils étaient vraiment sûrs, ben non c'est ça la réponse… <u>Tu sais, ils ont vraiment une logique dans leur tête puis ça je pense que ça fait que les gens s'accrochent vraiment beaucoup à ça. Ça fait allumer un peu sur des difficultés, là</u>. Sur ce qui peut y avoir là-dedans, parce que justement, à voir comment on s'obstinait, les gens ne se remettaient même pas en question, de dire «ah bien là, attends un peu…on a comme plein de réponses différentes». On ne se remet pas en question. Pourquoi ? Parce que l'on reste trop accroché à cette logique, qui n'est peut-être pas la bonne, qu'on a eue. Ça, ça m'avait marqué de voir que ça s'obstinait tant que ça.*

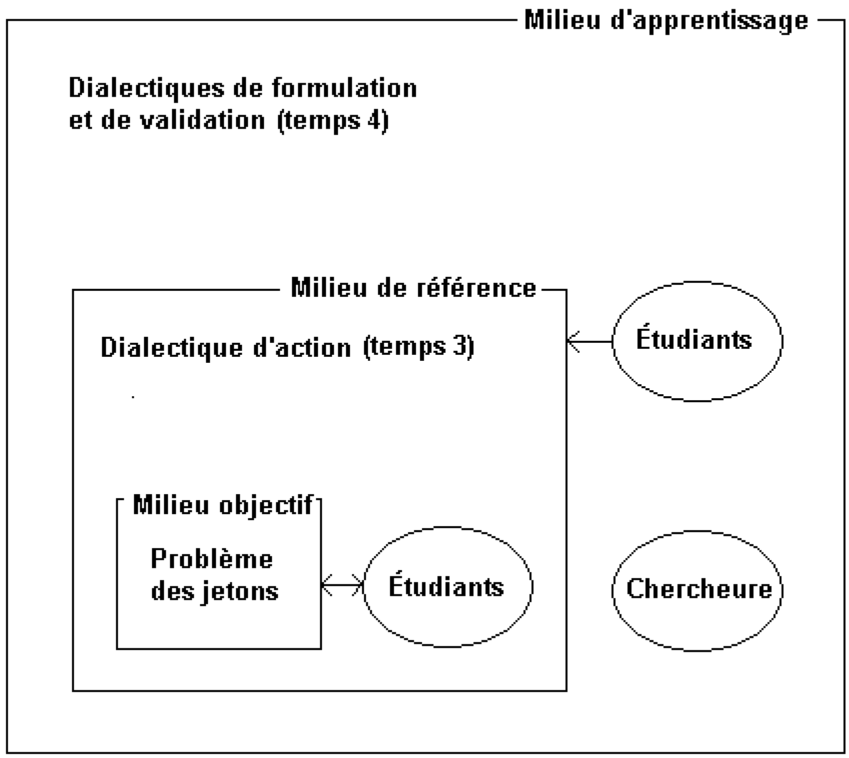
Cela lui a permis de faire un parallèle intéressant avec les difficultés en mathématiques.

4.2.1.2 Temps 3 et 4 du protocole

Le problème des jetons a été présenté aux étudiants après la réalisation des problèmes des hôpitaux et des pièces de monnaie, soit au temps 3 de notre protocole. La Figure 8 schématise la structuration du milieu d'apprentissage alors obtenue.

[49] On ne peut à la fois reconnaître la complexité et prêcher pour une seule approche d'enseignement.

Figure 8 : Structuration du milieu d'apprentissage aux temps 3 et 4 du protocole



Contrairement à la Figure 7, il est à noter que dans cette figure, une flèche bidirectionnelle est située entre le milieu objectif et les étudiants. La raison en est fort simple : le milieu se comporte désormais en milieu antagoniste, car il peut informer les étudiants sur la validité des modèles d'action déployés. En effet, la possibilité d'anticipation du résultat de chacune des piges ainsi que la possibilité de traiter dans la durée les résultats d'un grand nombre de piges et de décider de poursuivre ou non les essais peuvent conduire les étudiants à entrer dans une dialectique d'action.

C'est au troisième temps de notre protocole que les futurs enseignants ont dû s'engager dans une démarche expérimentale. Pour résoudre le problème des jetons, ils devaient en effet piger dans le sac, consigner les résultats des piges par écrit et émettre des hypothèses sur la composition du sac. Cédric décrit bien son intérêt pour le volet expérimental de cette démarche qui, à travers la manipulation du matériel et la réflexion qui en découlait, lui a donné le sentiment de pouvoir se mettre à la place de l'élève qui apprend.

Cédric	*Je me rappelle entre autres de l'exercice où on devait piger des jetons dans une boîte à lunch. Bon, ça, j'avais trouvé ça vraiment intéressant. On pouvait vraiment comprendre, puis expérimenter directement ce que pouvait être la probabilité. Et je pense qu'on s'attendait vraiment de le comprendre très bien, plutôt que simplement de manière théorique, là. Le problème-exercice étant plus théorique aussi.* *[…] Oui, c'est ça, <u>je disais dans le fond que ce problème-là, vu qu'il n'était pas sur papier, il y avait vraiment une manipulation qui était obligatoire pour comprendre le problème et l'expérimenter. Bien, je pense que c'était vraiment plus facile à concevoir. Je me mettais dans la peau d'un élève qui apprenait</u>, j'allais dire au primaire, mais même à n'importe quel niveau, c'est vraiment, vraiment plus significatif.*

Au passage, il est intéressant de noter dans les propos de Cédric le lien direct qu'il établit entre manipulation et compréhension, comme si la manipulation de matériel suffisait à induire la compréhension chez la personne qui la fait. Rappelons que Cédric nourrissait une vision déterministe des problèmes et des phénomènes d'enseignement. Cette perspective pourrait en partie expliquer la vertu universelle et presque « magique » qu'il est prêt à attribuer à la manipulation.

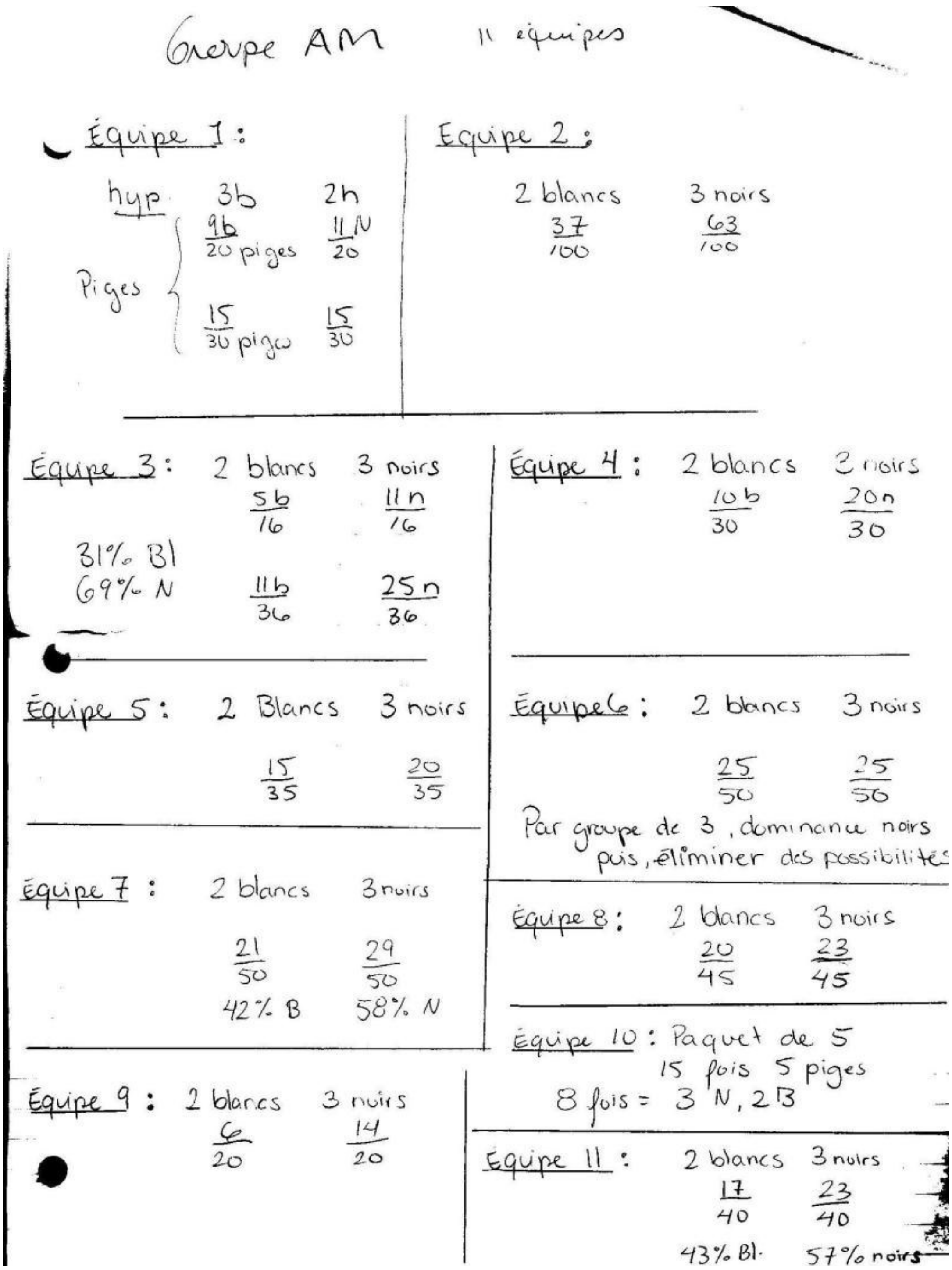
Dans l'extrait qui suit, Béatrice, qui témoignait d'une sensibilité à la complexité des problèmes et des phénomènes d'enseignement, distingue le travail effectué durant la séquence de celui qu'elle faisait en tant qu'élève et qu'on (son enseignante d'alors) lui demandait de faire.

Béatrice	*Oui, oui. Parce qu'en classe, on te dirait de te casser la tête en premier. Je veux dire, <u>on s'est posé des questions, bon, on a essayé de trouver des stratégies par nous-mêmes, tandis que quand on m'enseignait, moi, ce dont je me souviens, souvent, en premier, on nous disait: «c'est de même que ça marche»</u>. Tu sais, la théorie: «les probabilités, c'est ça! Il y a des formules, c'est de même, pis ça, ça, et ça». Bon, l'enseignant faisait des schémas au tableau, il faisait l'arbre des probabilités, des choses comme ça. Je pense que c'était ça d'abord, puis après on expérimentait. Il n'y avait pas… En tout cas, je ne me souviens pas que ça ait été vraiment les hypothèses en premier.*

	C'est ça, puis on n'est pas allés joindre nos démarches personnelles aux démarches à appliquer absolument, comprends-tu ? Les règles à appliquer… *En général, on n'est pas allé les mettre ensemble tandis que … là, c'est ça qu'on a fait dans le fond. <u>Quand on me l'a enseigné, on n'avait pas nos propres stratégies en premier</u>. Alors je pense que le fait de joindre ses propres stratégies puis de faire le lien avec la réelle stratégie à utiliser ….Bien je pense que ça, ça vient renforcer nos apprentissages. En tout cas, on fait des liens entre ce que nous naturellement on ferait, puis entre ce qu'on doit faire.*

Au temps 4 de notre protocole, les équipes ont été invitées à partager leur solution avec le reste du groupe. Chaque équipe a ainsi délégué un porte-parole qui a formulé une solution et qui l'a défendue auprès des autres équipes. Les figures 9 et 10 détaillent les résultats obtenus par les équipes de chaque groupe, tels que consignés par une étudiante du groupe.

Figure 9 : Compilation des piges dans le groupe de l'avant-midi



Groupe AM 11 équipes

Équipe 1 :

hyp. 3b 2n

Piges: 9b / 20 piges, 11 N / 20; 15 / 30 piges, 15 / 30

Équipe 2 :

2 blancs 3 noirs

37 / 100, 63 / 100

Équipe 3 : 2 blancs 3 noirs

5b / 16, 11n / 16

31% Bl

69% N

11b / 36, 25n / 36

Équipe 4 : 2 blancs 3 noirs

10b / 30, 20n / 30

Équipe 5 : 2 Blancs 3 noirs

15 / 35, 20 / 35

Équipe 6 : 2 blancs 3 noirs

25 / 50, 25 / 50

Par groupe de 3, dominance noirs puis, éliminer des possibilités

Équipe 7 : 2 blancs 3 noirs

21 / 50, 29 / 50

42% B 58% N

Équipe 8 : 2 blancs 3 noirs

20 / 45, 23 / 45

Équipe 10 : Paquet de 5

15 fois 5 piges

8 fois = 3 N, 2 B

Équipe 9 : 2 blancs 3 noirs

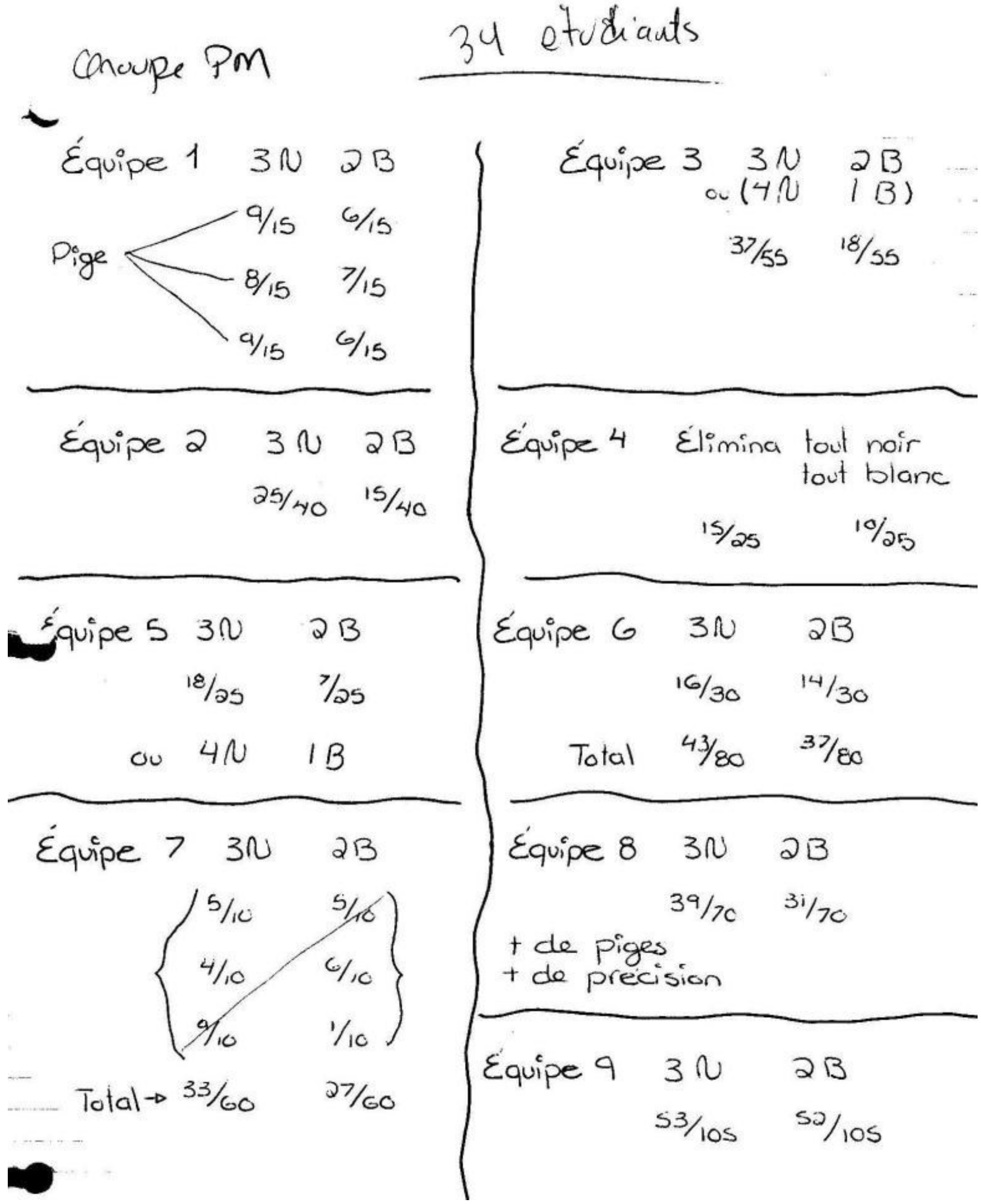
6 / 20, 14 / 20

Équipe 11 : 2 blancs 3 noirs

17 / 40, 23 / 40

43% Bl. 57% noirs

Figure 10 : Compilation des piges dans le groupe de l'après-midi


Groupe PM
34 étudiants

Équipe 1 3N 2B
Pige
9/15 6/15
8/15 7/15
9/15 6/15

Équipe 3 3N 2B
ou (4N 1B)
37/55 18/55

Équipe 2 3N 2B
25/40 15/40

Équipe 4 Élimina tout noir tout blanc
15/25 10/25

Équipe 5 3N 2B
18/25 7/25
ou 4N 1B

Équipe 6 3N 2B
16/30 14/30
Total 43/80 37/80

Équipe 7 3N 2B
5/10 5/10
4/10 6/10
9/10 1/10
Total → 33/60 27/60

Équipe 8 3N 2B
39/70 31/70
+ de piges
+ de précision

Équipe 9 3N 2B
53/105 52/105

Amélie précise que cette discussion leur a permis de valider leurs réponses, comme leurs procédures :

Amélie	*Puis…il me semble qu'en gros, c'est de ça qu'on avait discuté, là. Dans le fond, qu'avec les pairs, souvent, avant de donner la procédure toute faite, on peut prendre les explications de un puis de chacun et être capable justement de peut-être se concevoir une procédure.*
Ch	*Oui.*
Amélie	*Puis comprendre un peu le statut, si c'est valide ou pas.*
Ch	*Une forme de validation ?*
Amélie	*Oui. Ça valide premièrement ta réponse, mais ça valide aussi si ce que tu as utilisé c'était correct.*

Les propos tenus par Amélie laissent ainsi entrevoir une vision plus complexe de l'enseignement, vision suivant laquelle les savoirs sont construits dans l'inter discursivité. Dominic mentionne d'ailleurs le caractère primordial de cette discussion :

Dominic	*Oui, mais ça je pense que c'est plus crucial, cette partie-là, que même de faire l'activité. Finalement, juste faire l'activité, ça ne nous donnerait rien s'il n'y avait pas de discussion.*

Il est possible de lier cette appréciation à sa sensibilité à la complexité de l'enseignement des mathématiques, les interactions revêtant une importance particulière au sein de tout système complexe. Par ailleurs, durant les discussions, des règles pertinentes sont énoncées et comme le mentionnait Kahneman (2000), l'énonciation d'une règle pertinente est susceptible de permettre au système 2 de prendre le pas sur les jugements intuitifs exprimés à partir du système 1, d'où l'importance, selon nous, d'aménager des phases de formulation et de validation dans l'enseignement. Parmi les règles énoncées aux temps 3 et 4 de notre protocole, on compte notamment les règles suivantes :

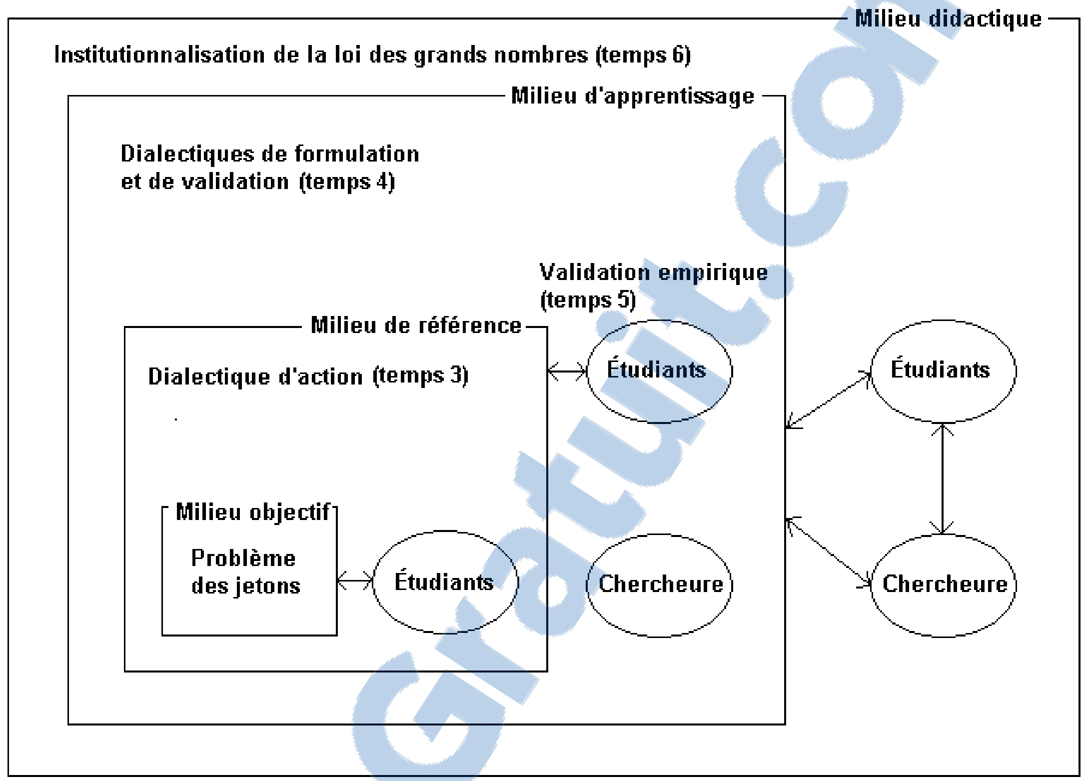
- «Les résultats des piges peuvent nous renseigner sur le contenu du sac»;
- «Il faut noter les résultats des piges et faire des statistiques»;
- «Il est possible de piger deux fois de suite le même jeton»;
- «Il est peu probable de piger 1000 fois de suite le même jeton»;
- «On pige des jetons des deux couleurs; il doit y avoir des jetons des deux couleurs dans le sac»;

- «On pige plus souvent des jetons noirs; il doit avoir une plus grande proportion de jetons noirs dans le sac»;
- «Si on avait 1 jeton noir et 1 jeton blanc, on s'attendrait à piger, sur un grand nombre de piges, environ 50% de jetons de chaque couleur»;
- «Il faut faire plus de piges et augmenter la taille de l'échantillon»;
- «En additionnant tous nos résultats, on pourrait augmenter la taille de l'échantillon».

4.2.1.3 Temps 5 et 6 du protocole

Au temps 5 de notre protocole, les étudiants ont été invités à procéder à la validation empirique de leur hypothèse et ce, en procédant à l'ouverture de leur sac. Les étudiants ont tous découvert, avec satisfaction, que le contenu de leur sac correspondait à ce qu'ils avaient anticipé collectivement. Nous avons ensuite procédé à l'institutionnalisation de la loi des grands nombres (temps 6 de notre protocole). La Figure 11 détaille la structuration du milieu didactique que nous avons alors obtenue.

Figure 11 : Structuration du milieu didactique aux temps 5 et 6 du protocole



4.2.1.4 *Temps 7, 8 et 9 du protocole*

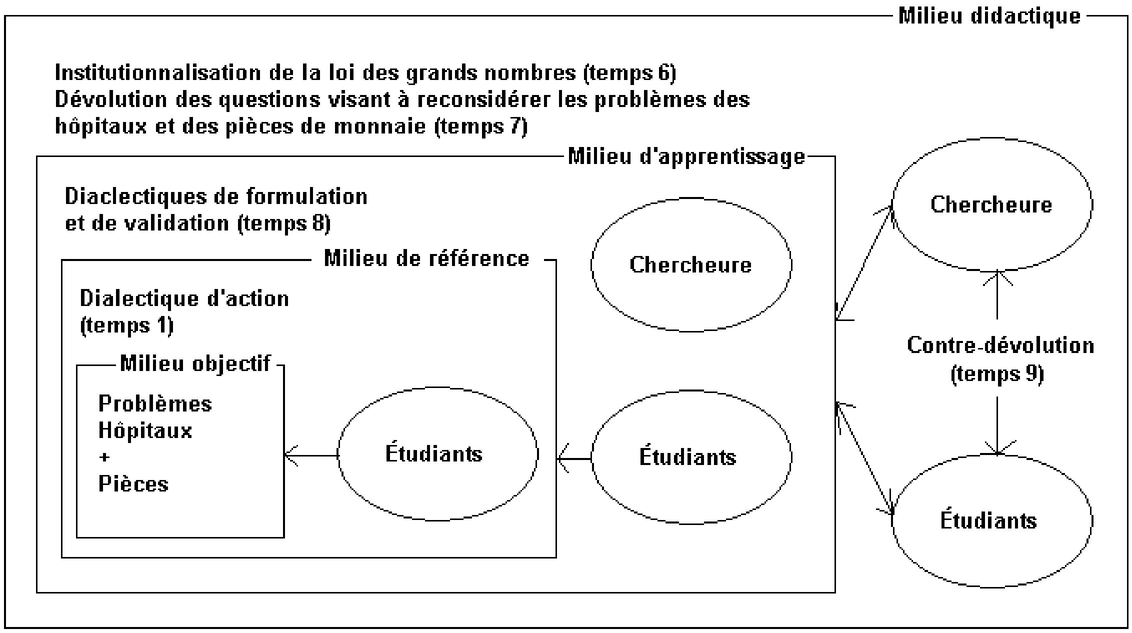
C'est au septième temps du protocole d'administration des problèmes de notre séquence que nous avons invité les étudiants à répondre aux deux questions suivantes :

- Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2?
- Cette réflexion vous conduit-elle à analyser différemment le problème 1?

Ces questions avaient été posées afin de leur permettre de reconsidérer, à la lumière des connaissances qui venaient d'être institutionnalisées, les modèles d'action développés lors du travail sur les problèmes des hôpitaux et des pièces de monnaie (temps 1 de notre protocole).

Les étudiants se sont ainsi engagés dans une nouvelle dialectique de formulation et de validation (temps 8 de notre protocole). La Figure 12 détaille la structuration du milieu didactique que nous avons alors obtenue.

Figure 12 : Structuration du milieu didactique aux temps 6, 7 et 8 du protocole



Cédric décrit brièvement ce qu'il a retiré de cette expérience.

Cédric	*Je trouve que ça été une belle expérience. J'ai pu expliquer mon point de vue parce que dans le fond, le reste de mon équipe, majoritairement, pensait ce que le reste de la classe pensait. Alors là, je leur ai expliqué mon point de vue et ils ont fait : « Aïe, c'est vrai »! Ça m'a permis de faire une petite expérience d'enseignement.*

La figure suivante illustre le résultat de cette discussion, où l'on peut voir une appréhension intuitive de la loi des grands nombres et un retour éclairé sur le problème des hôpitaux.

Figure 13 : Dialectique de formulation chez Cédric au temps 8 du protocole

Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2 ?

oui, ça confirme ce que l'on pensait jadis !

Plus il y a de piges, plus le résultat se précise.

(Dans le cas de l'hôpital, + d'enfants plus les résultats tendent vers 50%.)

Si Cédric attribue une valeur aux discussions qui ont suivi, on note que toutefois dans ses propos le caractère unidirectionnel des échanges où celui qui sait peut transmettre son savoir aux autres. Il est possible d'y voir une manifestation de sa vision plutôt déterministe de l'enseignement, vision à l'intérieur de laquelle la compréhension s'associe à la perception de liens déjà-là et où l'enseignement consiste à orienter la perception par l'intermédiaire de l'explication.

15 équipes sur 20 (soit 75% des équipes) ont répondu affirmativement à la première question et ont ainsi envisagé une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème des jetons pour valider ou invalider les solutions apportées au problème des pièces de monnaie. Alors qu'une équipe n'a pas justifié sa réponse, 7 équipes sur 20 (soit 35 % des équipes) ont transposé adéquatement le travail effectué. Les figures ci-après illustrent cette transposition.

Figure 14 : Transposition exemplaire du travail effectué sur le problème 3 sur le problème 2

Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2 ?

→ prob. théorique. (P.T)

On s'approche de la "~~vérité~~" en faisant plus d'essais.
Dans le #2, la ~~vérité~~ probabilité théorique est connue : 50%
Plus on pige (300), on s'approche de 50% donc 150/300.
dans le #3, nous avons trouvé la P.T. qui est de 60% de piger un noir,
Le but est d'avoir 66.$\overline{6}$% donc de s'éloigner de la P.T. il faut donc piger moins, donc 2/3.

Figure 15 : Transposition adéquate du travail effectué sur le problème 3 sur le problème 2

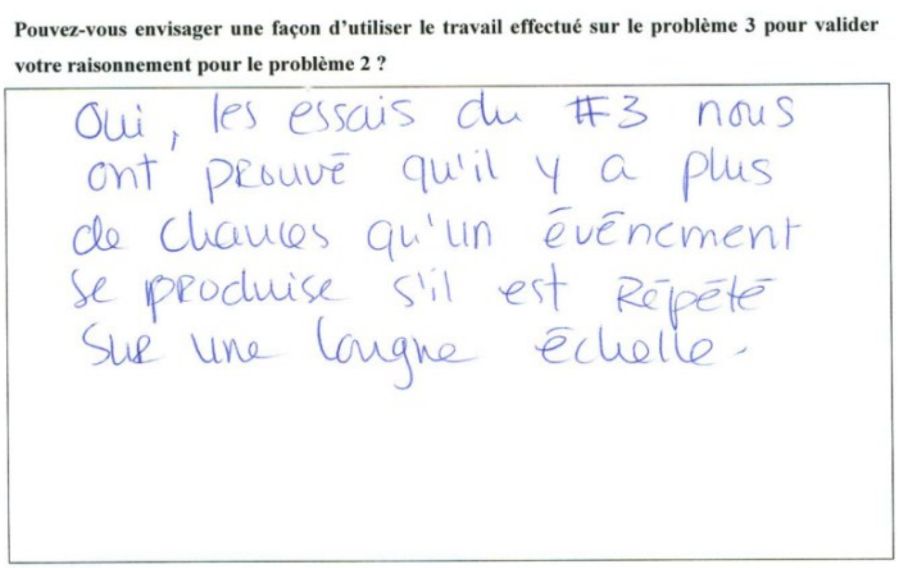
Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2 ?

le problème 3 infirme le problème 2, parce que, plus on fait d'essaie, plus on arrive à la vrai probabilité donc 150/300 (pile ou face = 1/2).

Notons qu'au problème 2, cette équipe n'avait pas pris en compte la taille de l'échantillon (nombre de lancers) et avait en effet statué que la probabilité de réalisation des deux événements était la même.

7 équipes sur 20 (soit 35% des équipes) n'ont toutefois pas transposé adéquatement le travail effectué. Par exemple, tel que le montrent les deux figures suivantes, deux équipes sur 20 (soit 10% des équipes) ont abstrait que plus la taille de l'échantillon est grande, plus un événement a des chances de se produire. Il s'agit d'une confusion entre le principe suivant lequel «plus le nombre d'essais est grand, plus on s'approche de la probabilité théorique» et le principe «plus le nombre d'essais est grand, plus on a de chances de voir se produire un événement, quel qu'il soit».

Figure 16 : Transposition inadéquate du travail effectué sur le problème 3 sur le problème 2



Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2 ?

Oui, les essais du #3 nous ont prouvé qu'il y a plus de chances qu'un évènement se produise s'il est Répété Sur une longue échelle.

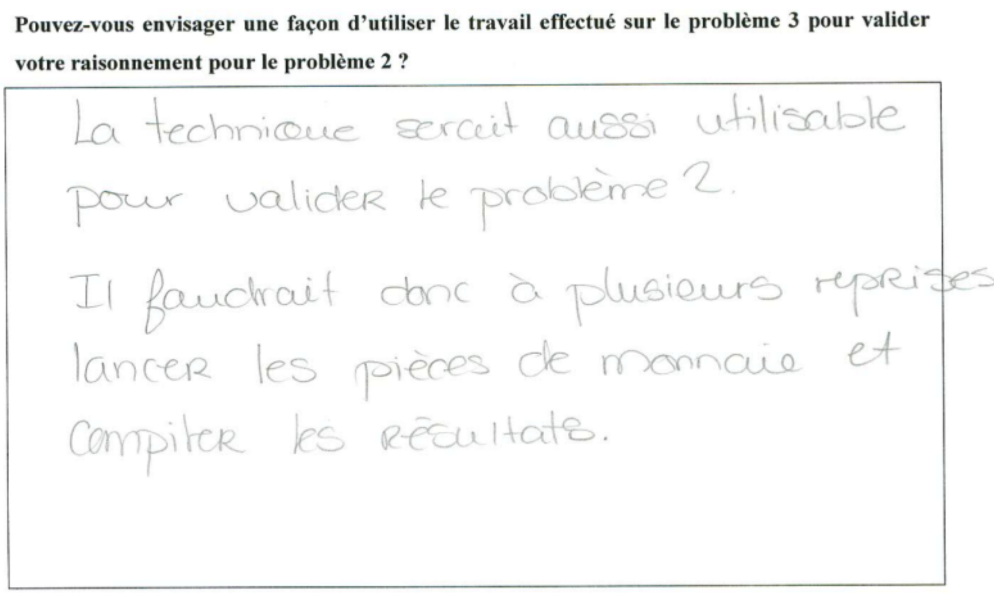
Figure 17 : Autre transposition inadéquate du travail effectué sur le problème 3 sur le problème 2

Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2 ?

Dans le problème numéro 3, nous avons déterminé que lorsque nous augmentons la fréquence, nous nous rapprochons de la probabilité théorique. Ainsi, nous croyons que dans le problème 2, l'événement « lancer 300 pièces de monnaie et obtenir au moins 200 faces » est plus probable que l'autre événement.

Cette réflexion porte les équipes à comparer les probabilités des événements en ne considérant que le nombre de cas possibles. Les cinq autres équipes (soit le quart des équipes) semblent pour leur part avoir effectué un rapprochement entre les tirages de jetons et les lancers de pièces de monnaie, transférant la procédure utilisée plutôt que le concept impliqué (voir Figure 18 et Figure 19).

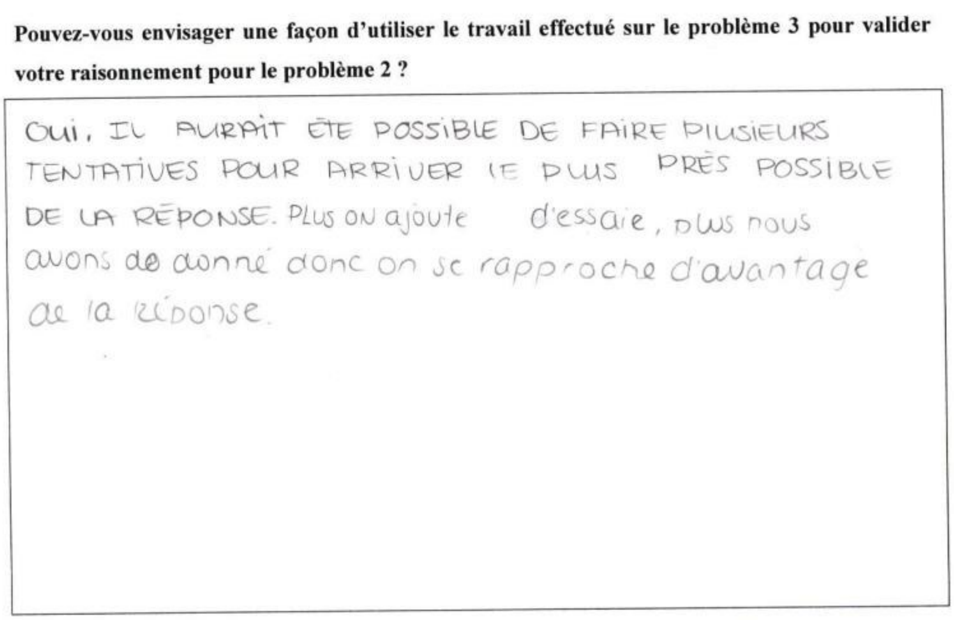
Figure 18 : Rapprochement entre tirages et lancers



Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2 ?

La technique serait aussi utilisable pour valider le problème 2.
Il faudrait donc à plusieurs reprises lancer les pièces de monnaie et compiler les résultats.

Figure 19 : Autre rapprochement entre tirages et lancers



Pouvez-vous envisager une façon d'utiliser le travail effectué sur le problème 3 pour valider votre raisonnement pour le problème 2 ?

OUI, IL AURAIT ÉTÉ POSSIBLE DE FAIRE PLUSIEURS TENTATIVES POUR ARRIVER LE PLUS PRÈS POSSIBLE DE LA RÉPONSE. Plus on ajoute d'essaie, plus nous avons de donné donc on se rapproche d'avantage de la réponse.

Parmi les 19 équipes qui n’avaient pas solutionné adéquatement, aux temps 1 et 2, le problème des hôpitaux, seules 2 équipes ont été conduites à analyser différemment leur solution (voir Figure 20 et Figure 21).

Figure 20 : Transposition adéquate du travail effectué sur le problème 3 sur le problème 1

Cette réflexion vous conduit-elle à analyser différemment le problème 1?

Même chose pour ce problème. Vu que le grand hôpital relève plus de naissances que le petit hôpital, les données du grand hôpital va tendre plus vers la probabilité de 50%. que le petit. Donc, le petit hôpital va dévier plus souvent vers le 60%. que le grand.
(+de jours)

Figure 21 : Autre transposition adéquate du travail effectué sur le problème 3 sur le problème 1

Cette réflexion vous conduit-elle à analyser différemment le problème 1?

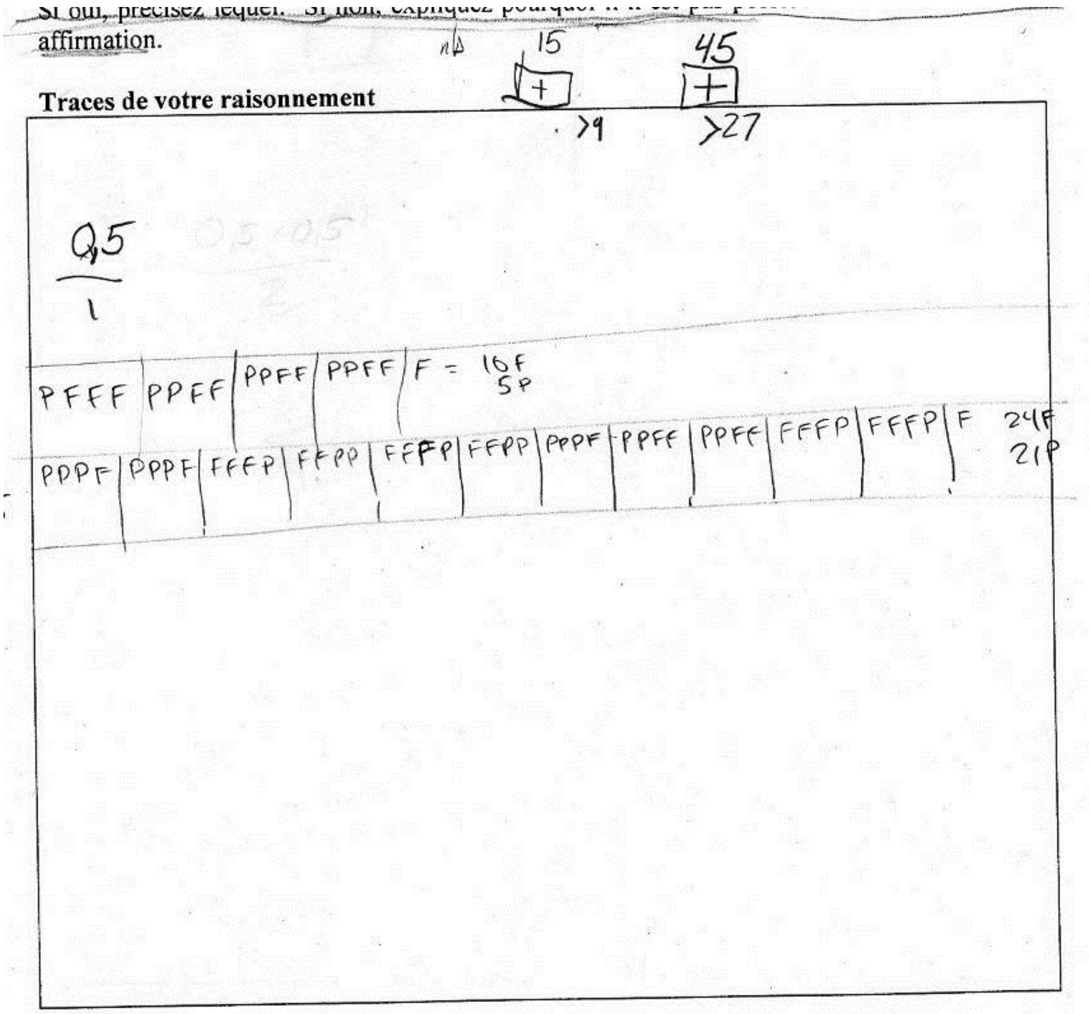
On en vient à la conclusion que plus il y a de nouveaux-nés, plus on se rapproche de la moyenne.
Autrement dit, c'est moins probable selon nous que l'hopitale (fictive) de 300 femmes accouchent de 300 garcons que l'hopitale de 9 femmes aillent 9 garcons

Au terme de ce travail, les étudiants nous ont demandé d'indiquer quelles réponses étaient exactes (temps 9 de notre protocole). Il y a donc eu suspension de la phase de validation et même contre-dévolution, les étudiants ayant manifesté le besoin qu'une autorité externe statue sur la validité des solutions apportées aux deux premiers problèmes. Cela dit, il ne faudrait pas comprendre qu'il y a là fin de la relation didactique. Par contre-dévolution, nous entendons le processus par lequel «l'élève refuse la dévolution de l'enseignant et lui demande de reprendre sa fonction d'enseignement» (Jonnaert et Vander Borght, 1999, p. 214).

4.2.2 Recours à une approche stochastique

Dans ce projet, nous souhaitions inciter les étudiants à développer une approche stochastique, c'est-à-dire une approche qui utilise les probabilités pour donner sens à des données statistiques. Si le premier problème proposé (celui des hôpitaux) se prêtait à une approche stochastique, la difficulté de se doter d'une représentation simple de celui-ci et la tentation de le traiter grâce aux intuitions premières le rendaient particulièrement complexe. L'observation des conduites des étudiants n'a permis de déceler qu'une seule tentative de recourir aux probabilités, laquelle s'est avérée infructueuse (voir Figure 22)[50]. Les autres équipes se sont limitées à l'emploi d'un raisonnement proportionnel, insuffisant pour cette situation.

Figure 22 : Problème des hôpitaux (recours aux probabilités)

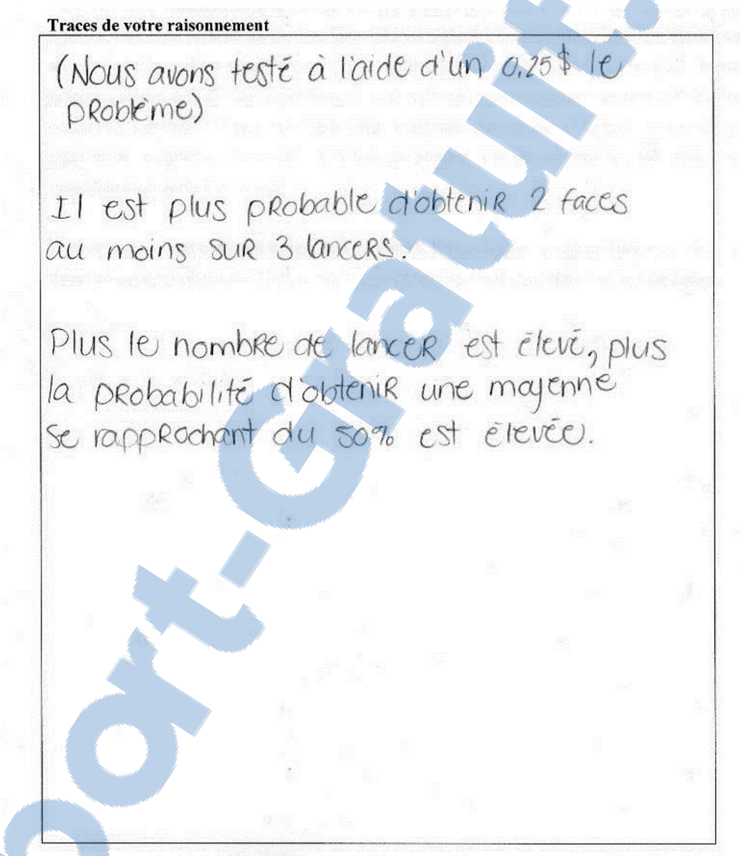


En ce qui a trait au deuxième problème (celui des pièces de monnaie), seize équipes l'ont traité

[50] Voici l'énoncé figurant en haut de la figure : «Si oui, précisez lequel. Si non, expliquez pourquoi il n'est pas possible d'avancer une telle affirmation». Il s'agit de la fin de l'énoncé de la question 1, qui figure ici uniquement pour des raisons de cadrage de la production. Il convient de préciser qu'il s'agit de la première tentative de résolution de ce problème.

grâce à une approche théorique, trois grâce à une approche stochastique alors qu'une seule équipe a eu recours à une expérimentation en effectuant des lancers de pièces de monnaie (voir Figure 23).

Figure 23 : Problème des pièces de monnaie (approche expérimentale)



Traces de votre raisonnement

(Nous avons testé à l'aide d'un 0,25$ le problème)

Il est plus probable d'obtenir 2 faces au moins sur 3 lancers.

Plus le nombre de lancer est élevé, plus la probabilité d'obtenir une moyenne se rapprochant du 50% est élevée.

Amélie a paru douter de la possibilité de réconcilier ses intuitions avec ce qu'elle percevait de la probabilité cherchée. De plus, selon elle, il était difficile de résoudre ce problème en expérimentant :

Amélie	*Oui, le plus petit. 3 pièces de monnaie. Parce qu'on se disait, plus t'en lances, plus t'as de chances d'arriver à autre chose que ce que tu veux dans le fond. Même si les probabilités, je pense qu'elles étaient… t'sais, si on réduisait, ça revenait au même, là. Ça…bien 3 sur 2 puis 300 sur 200, mettons divisé par…ça revenait au même, sauf que nous la conclusion à laquelle on était arrivés, c'était 3 pièces de monnaie pour obtenir deux faces, c'était mieux. C'est-tu ça ? […] Mais tu as plus de chances dans le premier cas, car il y a moins de pièces de monnaie. C'est ça. <u>Sauf que de l'expérimenter comme ça, on n'était pas capables sauf que logiquement, on se disait bien, il me semble que t'sais, si t'en lances 300, …moins de chances que tu as d'arriver à 200 faces</u>.*

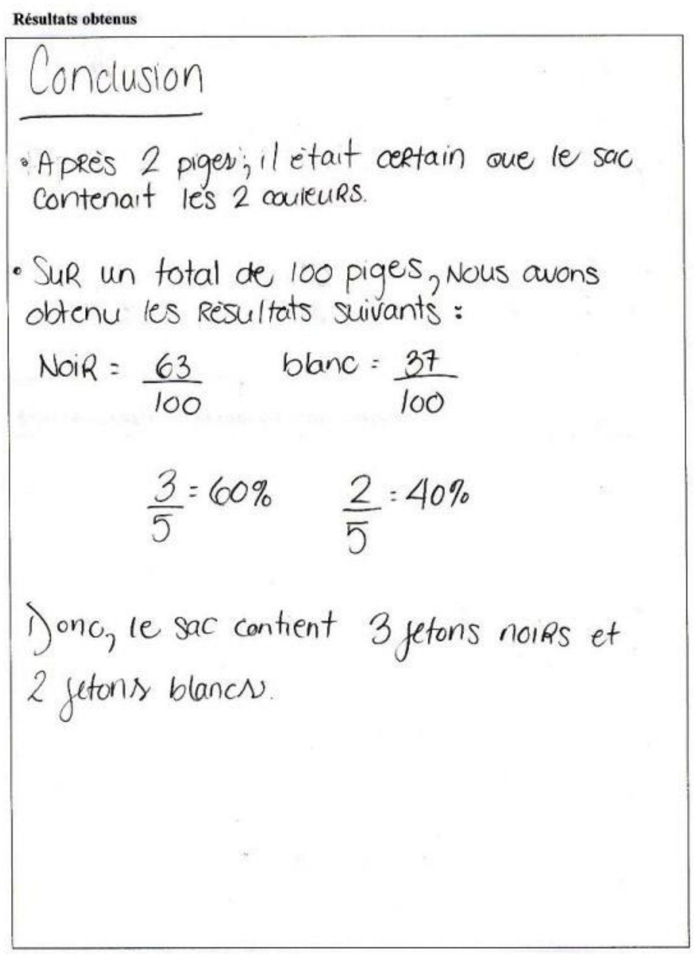
La nécessité perçue de respecter pour une expérimentation les valeurs numériques présentes dans l'énoncé du problème lui a fait rejeter toute possibilité d'expérimentation de la situation proposée.

Le troisième problème proposé a pour sa part conduit naturellement les étudiants vers l'expérimentation. Les étudiants ont d'ailleurs souligné à maintes reprises le caractère moins "théorique" et plus engageant de ce problème. Cédric parle même d'un raisonnement "inversé", propice à la formulation :

Cédric	*Je pense que le problème 1 et 2 étaient plus reliés, puis le problème 3 était peut-être un petit peu plus à part, mais c'est sûr que ça se rapproche aussi, c'est de la probabilité là aussi mais… <u>C'est comme un raisonnement inversé</u>. […] C'est ça, dans le fond, les 2 premiers problèmes, il y a 2 propositions…On doit se rallier à l'une d'entre elles… <u>Puis le problème numéro 3, on a vraiment formulé nous-mêmes la proposition</u>. C'est-à-dire, c'est vraiment plus, bien nous on pense qu'il y a 2 blancs, 3 noirs mettons.*
Ch	*Quelque chose comme ça.*
Cédric	*Et puis ça, c'était un beau problème. Je trouvais que c'était bien fait pour vraiment imager la chose, puis c'était peut-être moins mêlant que…*
Ch	*Que les autres*
Cédric	*Que les 2 autres problèmes. <u>Dans le sens que c'était moins théorique, là. On l'expérimentait puis on faisait vraiment des « Ah ! Moi, je pense que c'est ça»</u>…*

Deux types d'expérience ont été recensés dans les productions des étudiants. Treize équipes ont eu recours à un premier type d'expérience (voir Figure 24), où les étudiants ont effectué un nombre variable de piges et ont calculé la fréquence relative de chaque couleur de jeton; ils ont ensuite ramené chaque fréquence sur 5, ce qui leur a permis d'énoncer une hypothèse quant à la composition du sac.

Figure 24 : Problème des jetons (premier type d'expérience)



Résultats obtenus

Conclusion

• Après 2 piges, il était certain que le sac contenait les 2 couleurs.

• Sur un total de 100 piges, nous avons obtenu les résultats suivants :

Noir = $\frac{63}{100}$ blanc = $\frac{37}{100}$

$\frac{3}{5} = 60\%$ $\frac{2}{5} : 40\%$

Donc, le sac contient 3 jetons noirs et 2 jetons blancs.

Dans le second type d'expérience, repéré dans cinq productions d'équipes, les étudiants ont plutôt effectué un nombre variable de séries de cinq piges et ont consigné le nombre de jetons noirs et le nombre de jetons blancs de chaque série. Ils ont ensuite noté la combinaison qui revenait le plus souvent, ce qui leur a permis d’émettre une hypothèse sur la composition du sac. Ce type d'expérience témoigne d'un grand attachement au concret, les étudiants établissant un parallèle entre les cinq jetons composant le sac et les cinq piges de chaque série. En plus de témoigner d’une certaine difficulté à traiter de grands nombres, cette approche permet de se limiter au comptage et d'éviter toute abstraction (voir Figure 25).

Figure 25 : Problème des jetons (second type d'expérience)

À NOMBRE DE JETONS BLANCS QUE DE JETONS NOIRS.

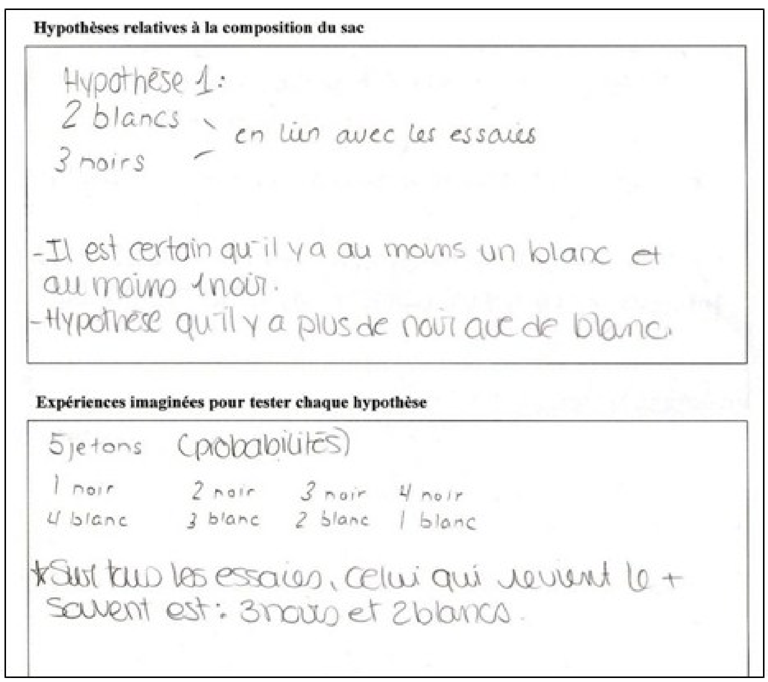
5 jetons

1	2	3	4	5	6	7	8	9
noir	noir	noir	noir	blanc	noir	blanc	blanc	blanc
noir	noir	noir	noir	blanc	blanc	blanc	noir	noir
noir	noir	blanc	noir	noir	blanc	blanc	noir	noir
blanc	blanc	noir	noir	blanc	blanc	blanc	noir	blanc
blanc	noir	blanc	noir	noir	blanc	blanc	blanc	noir
3 n 2 b	4n 1b	3n 2b		2n 3b	1n 4b		2 bl 3 noir	2bl. 3n.

$\frac{8}{15} \times \binom{3N}{2B}$

10	11	12	13	14	15
blanc	blanc	noir	noir	noir	noir
noir	noir	noir	blanc	noir	noir
noir	noir	noir	blanc	noir	noir
blanc	blanc	noir	noir	noir	blanc
noir	blanc	blanc	noir	noir	blanc
3n 2bl	2n 3bl		3noir 2 blanc 3n 2b	5N	2bl 3N

Code remplaçant les données nominatives : FM55



Hypothèses relatives à la composition du sac

Hypothèse 1 :
2 blancs
3 noirs — en lien avec les essais

- Il est certain qu'il y a au moins un blanc et au moins 1 noir.
- Hypothèse qu'il y a plus de noir que de blanc.

Expériences imaginées pour tester chaque hypothèse

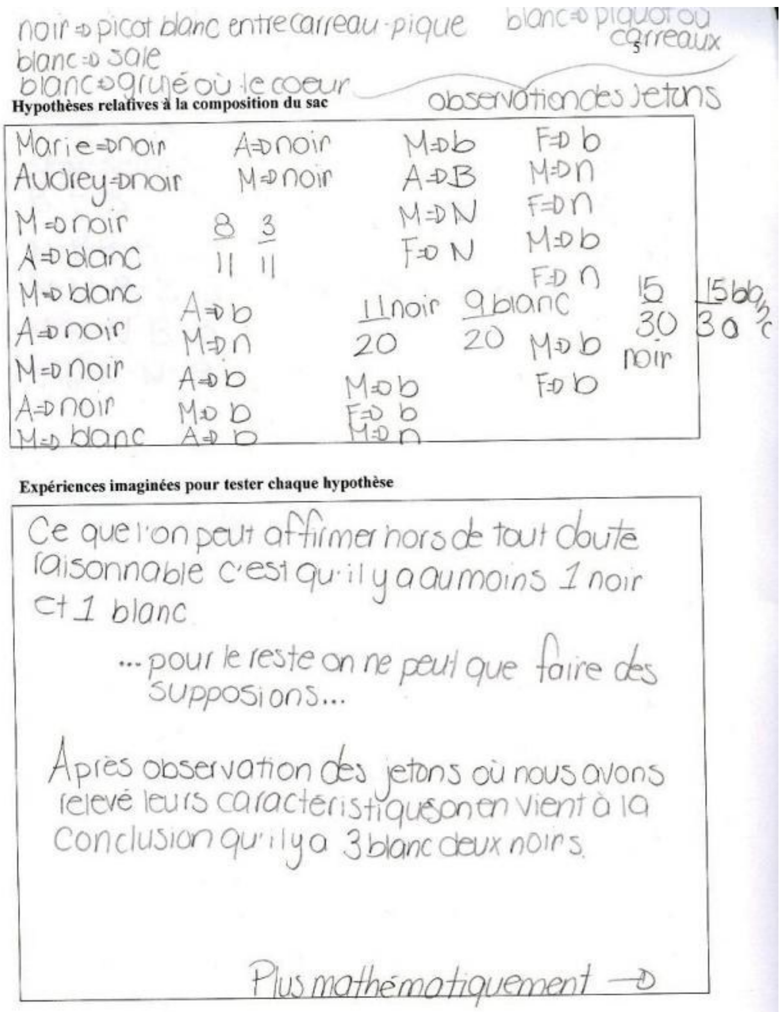
5 jetons (probabilités)

1 noir	2 noir	3 noir	4 noir
4 blanc	3 blanc	2 blanc	1 blanc

* Sur tous les essais, celui qui revient le + souvent est : 3 noirs et 2 blancs.

Enfin, mentionnons la conduite atypique d'une équipe qui a traité et solutionné le problème en observant les infimes distinctions entre les jetons (voir Figure 26).

Figure 26 : Problème des jetons (conduite atypique)



En somme, plus la situation revêtait un caractère expérimental et plus elle s'apparentait à un problème de statistique à l'intérieur duquel les probabilités avaient une fonction instrumentale, ce qui incitait les étudiants à enrichir leur approche pour traiter la situation. Avec le dernier problème, le simple recours à une approche théorique avait d'ailleurs été rendu impossible en raison de l'indétermination du nombre de cas favorables, ce qui empêchait de se limiter à voir la probabilité comme étant le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles. Il fallait arriver à envisager l'égalité émergente entre cette probabilité théorique (inconnue a priori) et la probabilité fréquentielle observée pour un grand nombre d'essais.

4.2.3 Émission d'un jugement de probabilité considérant la complexité de la situation

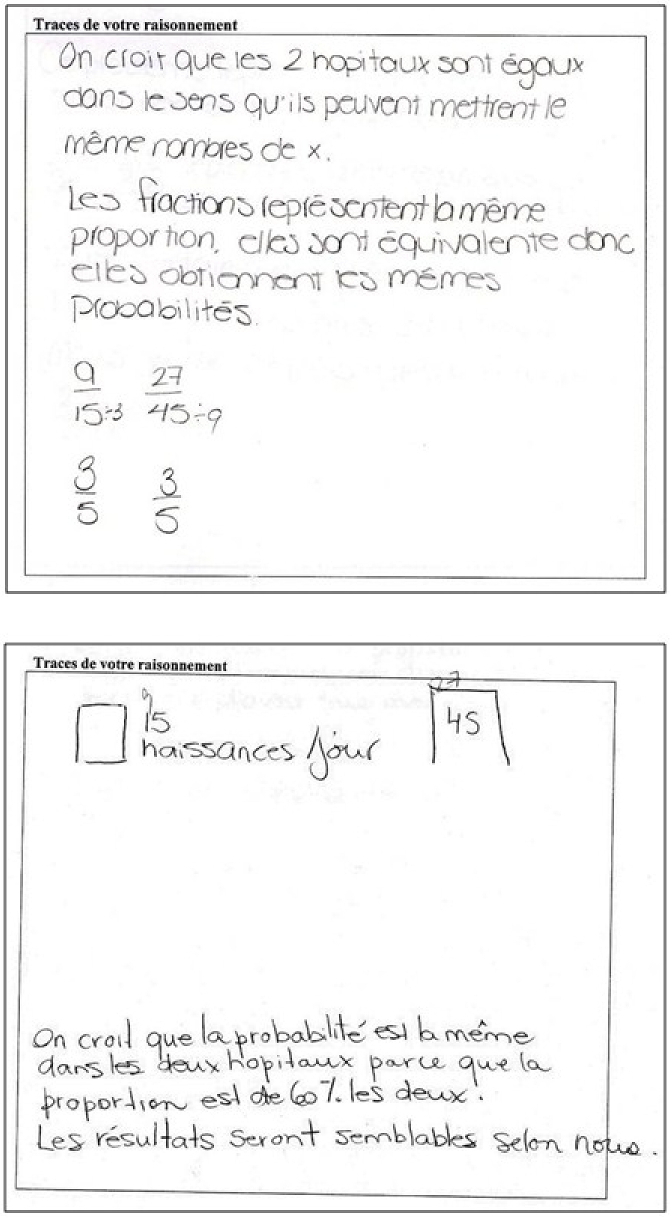
Dans ce projet, nous visions des problèmes susceptibles d'amener graduellement les futurs enseignants à passer d'heuristiques intuitives, ou de simples calculs à un jugement de probabilité pour traiter la situation. À cette fin, nous avions déterminé l'ordre de présentation des problèmes de notre séquence en fonction de la probabilité d'utilisation d'une heuristique de représentativité lors de leur traitement, plaçant en premier les problèmes associés à une probabilité d'utilisation plus élevée. Nous avions également pensé notre séquence de manière à ce que l'énoncé des deux premiers problèmes comporte des attributs heuristiques (i.e. des éléments susceptibles de favoriser le recours aux heuristiques connues), contrairement au troisième qui en était exempt.

Comme nous l'avions anticipé, sept équipes sur 20 (soit 35% des équipes) ont traité le problème des hôpitaux en centrant leur attention sur l'équivalence des rapports présentés (attributs heuristiques), rapports qui décrivaient les événements à comparer et non leurs probabilités de réalisation respectives (voir Figure 27). Fischbein et Schnarch (1997) avaient pour leur part obtenu ce résultat chez 89% des futurs enseignants, pourcentage beaucoup plus important que celui auquel nous sommes parvenue[51].

---

[51] Il serait possible d'attribuer au travail en équipe ou à l'effet Hawthorne cette plus grande précaution à ne pas tomber dans le piège de la proportionnalité. Selon Van Der Maren, «le fait de participer à une expérience crée une stimulation des sujets, et cette stimulation produit un effet semblable à celui recherché par l'intervention (Van der Maren, 2003, p. 75). Il convient également de souligner que contrairement au problème initialement proposé par Fischbein et Schnarch (1997), le nôtre était formulé de manière à ouvrir explicitement la porte à la réponse suivant laquelle il est impossible déterminer l'hôpital dont le registre comptera plus de «x».

Figure 27 : Problème des hôpitaux (centration sur l'équivalence des rapports)


Traces de votre raisonnement

On croit que les 2 hopitaux sont égaux dans le sens qu'ils peuvent mettrent le même nombres de x.

Les fractions représentent la même proportion, elles sont équivalente donc elles obtiennent les mémes Probabilités.

$\frac{9}{15 \div 3}$ $\frac{27}{45 \div 9}$

$\frac{3}{5}$ $\frac{3}{5}$

Traces de votre raisonnement

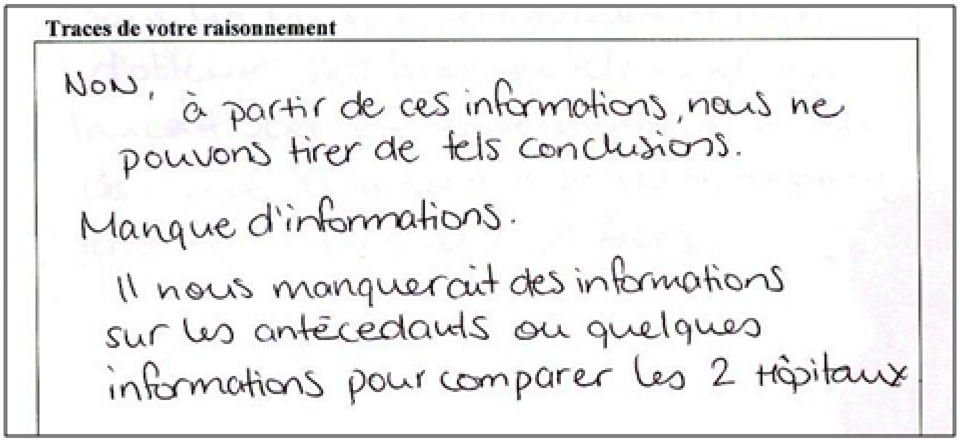
$\boxed{}$ $\frac{9}{15}$ naissances /jour $\boxed{\frac{27}{45}}$

On croit que la probabilité est la même dans les deux hopitaux parce que la proportion est de 60% les deux.
Les résultats seront semblables selon nous.

Les jugements de probabilité prononcés par ces équipes paraissent typiques de ce système cognitif 1 (système intuitif) auquel réfèrent Stanovich et West (2000), système qui serait associatif, holistique, automatique, relativement rapide et exigeant peu de capacité cognitive.

Huit équipes sur 20 (soit 40% des équipes) ont également mentionné qu'il leur était impossible de traiter le problème, puisque les données leur semblaient incomplètes (voir Figure 28).

Figure 28 : Problème des hôpitaux (données manquantes)

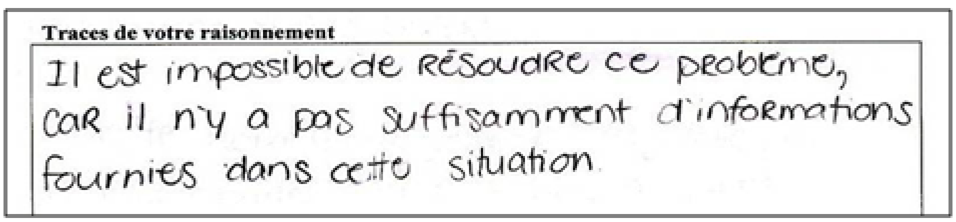


Traces de votre raisonnement

Non, à partir de ces informations, nous ne pouvons tirer de tels conclusions.

Manque d'informations.

Il nous manquerait des informations sur les antécedants ou quelques informations pour comparer les 2 Hôpitaux



Traces de votre raisonnement

Il est impossible de résoudre ce problème, car il n'y a pas suffisamment d'informations fournies dans cette situation

En ajoutant les quatre équipes qui n'ont pas terminé la résolution du problème (du moins n'ont pas exprimé une réponse claire à celui-ci), cela signifie que 60% des équipes n'ont pas répondu au problème, contrairement à 11% des individus chez Fischbein et Schnarch (1997). Enfin, une seule équipe a fourni, lors de sa première tentative de résolution, une solution adéquate au problème des hôpitaux. Les membres de cette équipe n'ont toutefois pas consenti à participer à cette recherche; nous ne reprendrons donc pas leurs productions ici.

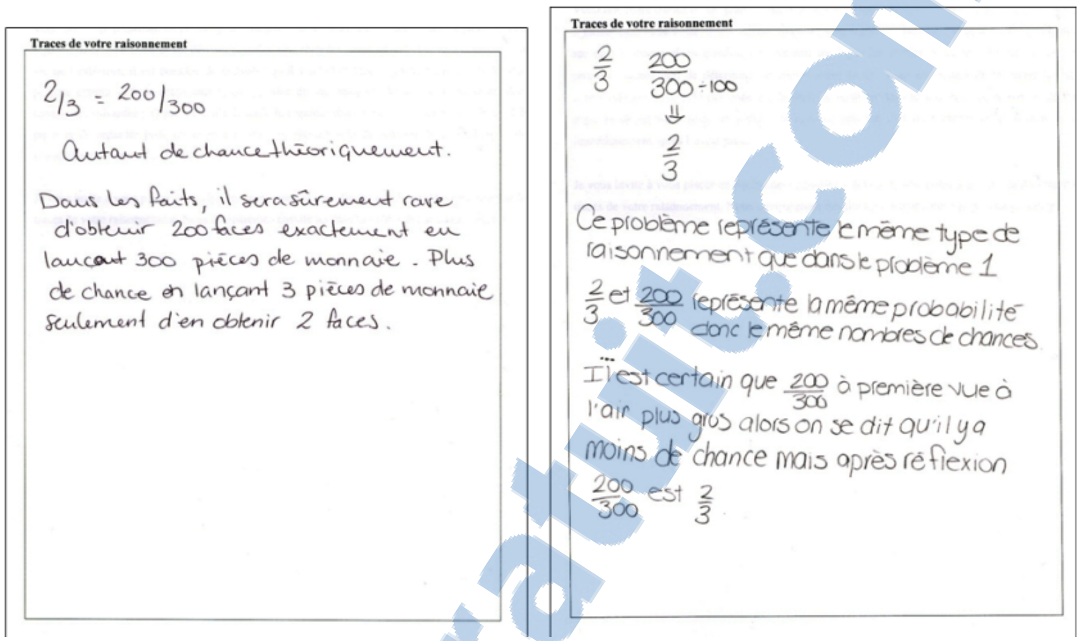
En ce qui a trait au problème des pièces de monnaie, problème à l'intérieur duquel l'équivalence des rapports était également très saillantes, 11 équipes sur 20 (soit 55% des équipes) ont émis un jugement qui s'appuyait sur des attributs heuristiques, ce qui se rapproche du pourcentage

(44%) obtenu par Fischbein et Schnarch (1997) Dans une des discussions de groupe, un étudiant a d'ailleurs mentionné l'importance qu'a revêtu l'équivalence des rapports (attributs heuristiques) dans son raisonnement : «Les proportions, on a cliqué là-dessus pas mal. Dans le sens que 200 sur 300, 2 sur 3, c'était égal». Même après l'explication de la solution, certains étudiants n'arrivaient pas à décentrer leur attention de l'équivalence des rapports et se montraient également embêtés par la probabilité théorique des événements élémentaires, émettant ainsi un jugement biaisé par leur équiprobabilité :

Éléonore	*Ben moi, j'ai la logique de proportion que t'sais, 200 sur 300 c'est égal à 2 sur 3. Je ne suis comme pas capable de comprendre qu'il y a plus de chances, me semble que c'était le 2 sur 3. Je me souviens de la réponse, mais je ne comprends pas plus pourquoi. Je reste au niveau de la proportion. 2 sur 3 pis 200 sur 300.*
Ch	*C'est équivalent.*
Éléonore	*Mais, je ne comprends pas que… je veux dire, moi, dans ma tête, à chaque fois que je vais le lancer, je vais avoir une chance sur deux pareil tu sais. Face ou pile. Mais que je le lance 200 ou que je le lance 2 fois, les chances sont encore de 50 %. C'est ça dans ma tête, c'est ça mon raisonnement.*

Dans cet extrait, on sent d'ailleurs la très forte propension au déterminisme qui caractérise les projets d'Éléonore. Ce problème était toutefois plus facile à cerner que le précédent et bien qu'ayant émis un jugement en se fondant sur l'équivalence des rapports exprimés, deux équipes ont jugé à propos de nuancer leur jugement en se fondant sur une certaine intuition de la réponse (voir Figure 29).

Figure 29 : Problème des pièces de monnaie (intuition de la réponse)


Traces de votre raisonnement

$2/3 = 200/300$

Autant de chance théoriquement.

Dans les faits, il sera sûrement rare d'obtenir 200 faces exactement en lançant 300 pièces de monnaie. Plus de chance en lançant 3 pièces de monnaie seulement d'en obtenir 2 faces.

Traces de votre raisonnement

$\frac{2}{3}$ $\frac{200}{300} \div 100$ $\Downarrow$ $\frac{2}{3}$

Ce problème représente le même type de raisonnement que dans le problème 1

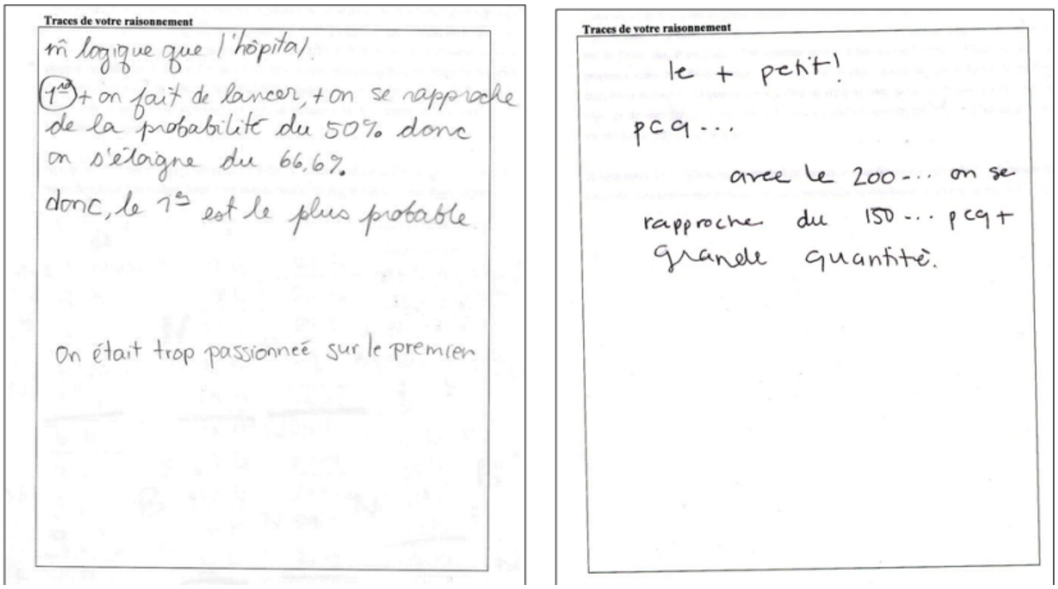
$\frac{2}{3}$ et $\frac{200}{300}$ représente la même probabilité donc le même nombres de chances

Il est certain que $\frac{200}{300}$ à première vue à l'air plus gros alors on se dit qu'il y a moins de chance mais après réflexion $\frac{200}{300}$ est $\frac{2}{3}$

Il convient ici de souligner le glissement entre «au moins 200 fois» et «exactement 200 fois». Tout comme les jugements auxquels elles mènent, ces justifications sont erronées; on peut les expliquer par le grand poids exercé par le modèle proportionnel qui constitue ici une connaissance-obstacle. Cela dit, le modèle proportionnel aurait très bien pu être porteur des éléments de la solution, notamment si les futurs enseignants s'étaient attardés à l'impact, dans les deux hôpitaux, d'un seul bébé supplémentaire.

Contrairement au problème des hôpitaux, six équipes sur 20 (soit 30% des équipes) ont émis un jugement qui ne s'appuyait pas sur des attributs heuristiques. Parmi elles, cinq équipes (soit 25% des équipes) sont parvenues à identifier la bonne réponse. Ce pourcentage est deux fois moins élevé que celui obtenu par Fischbein et Schnarch (1997), alors que 50% des futurs enseignants avaient réussi à solutionner adéquatement le problème. Enfin, trois équipes sur 20 (soit 15% des équipes) ne sont pas parvenues à élaborer une solution au problème.

Figure 30 : Problème des pièces de monnaie (réponse correcte)


Traces de votre raisonnement

m̃ logique que l'hôpital

(1e) + on fait de lancer, + on se rapproche de la probabilité du 50% donc on s'éloigne du 66,6%.

donc, le 1e est le plus probable

On était trop passionné sur le premier

Traces de votre raisonnement

le + petit!

pcq...

avec le 200... on se rapproche du 150... pcq + grande quantité.

Par ailleurs, lors du retour sur le problème des hôpitaux, Cédric s'est servi du travail effectué sur le problème des pièces de monnaie pour défendre, auprès des autres membres de son équipe, un jugement qui ne s'appuyait pas sur les attributs heuristiques du problème.

Cédric	*Je me rappelle que le problème numéro 2, avec les pièces de monnaie, m'a servi, pas d'argument mais d'élément explicatif pour revenir sur le problème numéro 1 avec les hôpitaux. Parce que l'équipe ne comprenait pas vraiment très bien ce qui se passait et puis là, j'ai fait le transfert avec le problème 2.*
Ch	*Ok. As-tu senti que cela a aidé certains à comprendre ?*
Cédric	*Oui, vraiment, il y en a vraiment qui ont compris très bien ce que… le sens du problème. Je pense que c'est le 60 % qui mélangeait un petit peu l'équipe là. D'où ça sort 60 % et plus. C'était un petit peu mélangeant, mais avec le problème numéro 2, avec les pièces de monnaie, ça avait aidé.*

Cédric avait initialement une vision déterministe des problèmes et des phénomènes d'enseignement et dans cet extrait, il se montre un peu plus sensible à la complexité de leurs interactions. En effet, il a aidé les autres à comprendre non pas en considérant les problèmes de manière isolée, mais en les reliant les uns aux autres.

Rappelons qu'il y avait une paire de rapports équivalents dans le problème des hôpitaux (9/15, et 27/45), une paire de rapports équivalents (2/3 et 200/300) dans le problème des pièces de monnaies et aucune paire dans le problème des jetons. Moins il y a d'attributs heuristiques dans la formulation d'un problème et plus le jugement de probabilité semble prendre en compte la complexité de la situation. Cela pourrait s'expliquer par le caractère associatif du système cognitif 1, lequel sert d'assise aux heuristiques de jugement. Puisque ce n'est pas le seul aspect du problème qui ait changé, il conviendrait toutefois de valider cette hypothèse avec des situations qui se ressemblent davantage sur les autres aspects.

Une fois cela dit, qu'avons-nous appris dans cette section? Les étudiants qui ont été confrontés à cette séquence de situations probabilistes en ont-ils retiré quelque chose? Nous soutenons que oui. Les situations ont d'abord permis aux étudiants de s'engager dans une dialectique d'action, de formulation et de validation, d'abord en obéissant à des injonctions didactiques, ensuite en répondant à des injonctions internes au problème. De plus, certains étudiants semblent être parvenus à se détacher d'une approche déterministe et ont recouru à une approche stochastique pour traiter les situations proposées. Pour certains, et en particulier pour Béatrice, particulièrement sensible à la complexité de l'enseignement, cela rompait radicalement avec la façon dont ils avaient été initiés aux probabilités à l'école. Finalement, en présentant aux étudiants des problèmes dans lesquels figuraient de moins en moins d'éléments numériques, nous les avons amenés à émettre un jugement qui ne découle pas de l'application d'une heuristique de jugement ou d'un simple calcul arithmétique et qui prenne davantage en considération la complexité de la situation.

4.3 Résultats relatifs aux projets de formation après la séquence

À la section 4.2, nous avons examiné les productions des étudiants afin de mettre en relief, à l'échelle des situations traitées, le passage d'une pensée déterministe vers une pensée plus complexe. Dans cette section, nous changeons d'échelle et examinons les projets des étudiants afin de faire ressortir, le cas échéant, les changements survenus après la réalisation de notre séquence. Deux mois se sont toutefois écoulés entre l'évaluation a priori et a posteriori des projets des étudiants. Ce délai commande une certaine humilité dans l'évaluation de l'apport de la réalisation de la séquence à l'évolution des projets, car d'autres éléments ont également pu être contributoires.

4.3.1 Les projets "visée" et programmatiques a posteriori

Dans cette section, nous avons opté pour un format de présentation des résultats par cas. Seront ainsi présentés les projets "visée" et programmatiques des futurs enseignants reçus en entretiens individuels, soit les projets des futurs enseignants Amélie, Béatrice, Cédric, Dominic, Éléonore, Florence, Gabrielle et Hilda. En fin de section, la figure 36 offrira un aperçu synoptique de l'évolution globale de leurs projets.

4.3.1.1 Le cas d'Amélie

Dans son questionnaire individuel, Amélie associait la didactique des mathématiques à des «méthodes d'enseignement des maths». Questionnée à nouveau sur ce sujet, Amélie a formulé une définition à l'intérieur de laquelle il est possible d'entendre deux projets "visée", l'un concernant les futurs enseignants (pour enseigner les mathématiques), l'autre concernant les élèves (pour qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances).

Amélie	*Maintenant, ce que je pourrais dire, c'est d'essayer de penser à un petit peu à tout, là, tu sais à qu'est-ce que tu vas utiliser <u>pour enseigner tes mathématiques</u>. Donc, il faut que tu prennes toutes les connaissances préalables que les élèves doivent avoir, qui doivent être…*
Ch	*Qui doivent être acquises pour faire…*
Amélie	*<u>Pour faire un bel apprentissage</u> aussi.*

Plus loin dans son discours, on note la présence d'un autre projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant à faire apprendre ou comprendre les mathématiques aux élèves.

Amélie	*Bon tu sais, ces choses-là. Donc, c'est de tout prendre ça en ligne de compte aussi, d'être capable d'analyser les erreurs, justement, <u>pour être capable d'essayer de leur montrer d'une autre façon ou de corriger leurs erreurs</u> ou de… c'est tout ça les maths. L'enseignement que tu veux donner, qu'est-ce que t'es prêt à faire pour ça. C'est tout ça, là. C'est comme large, il y a beaucoup de choses.*

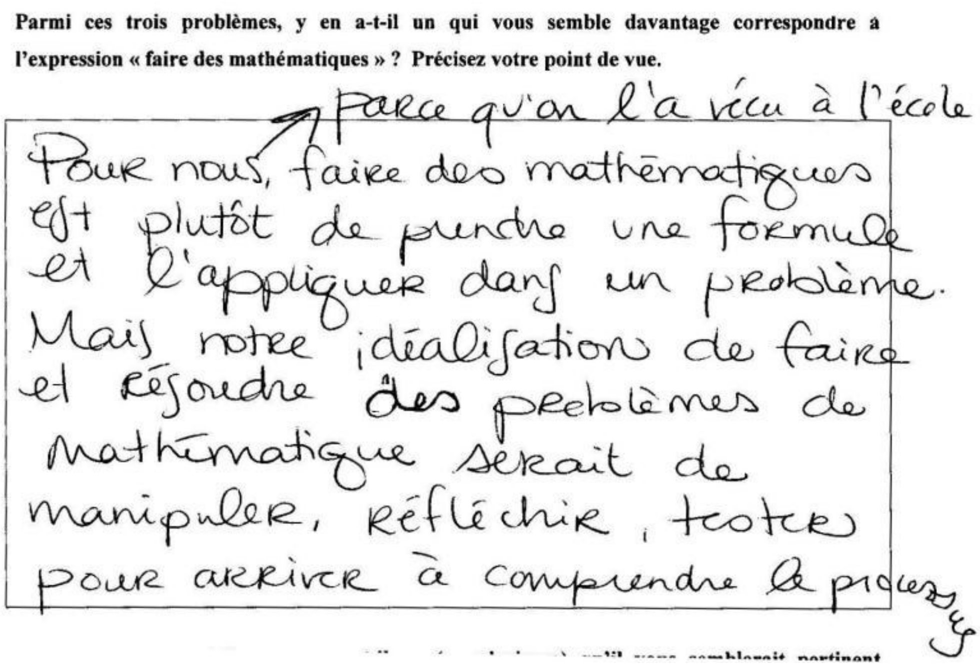
Le projet "visée" qu'elle nourrissait initialement et qui était exclusivement centré sur les élèves s'est donc élargi. En précisant les connaissances qu'elle souhaite développer dans le cadre des cours de didactique des mathématiques, Amélie décrit deux projets programmatiques, le premier centré sur les connaissances concernant l'enseignement et le second centré sur les connaissances concernant l'apprentissage.

Amélie	*Il y a <u>des séquences à suivre</u>. <u>Le développement de l'enfant</u> aussi, où il est rendu. Tu sais, tu ne peux pas lui demander, comme le temps, ou, tu sais, il y a des choses qui sont plus abstraites selon l'âge… Mais toutes ces choses-là, <u>en fonction de où l'enfant est rendu, où est-ce qu'il est rendu dans ces apprentissages aussi</u>, on ne lui montrera pas ses multiplications s'il ne sait même pas les additions.*

Ainsi, dans la formulation de son projet programmatique, elle accorde désormais une place plus importante aux connaissances concernant l'apprentissage.

Maintenant, qu'en est-il de son appréhension de la complexité des problèmes et des phénomènes d'enseignement? Avant la réalisation de la séquence, nous avions jugé qu'Amélie possédait une vision intermédiaire de ceux-ci, s'étant engagée dans la quête d'une variété d'approches et de méthodes d'enseignement. La Figure 31 permet d'apprécier la vision qu'elle et son équipe nourrissaient tout de suite après la réalisation de notre séquence de situations.

Figure 31 : Vision des mathématiques après la séquence (Amélie)



Parmi ces trois problèmes, y en a-t-il un qui vous semble davantage correspondre à l'expression « faire des mathématiques » ? Précisez votre point de vue.

Parce qu'on l'a vécu à l'école.

Pour nous, faire des mathématiques est plutôt de prendre une formule et l'appliquer dans un problème. Mais notre idéalisation de faire et résoudre des problèmes de mathématique serait de manipuler, réfléchir, tester pour arriver à comprendre le processus

Deux mois plus tard, la vision d'Amélie semble s'être un peu complexifée, car elle cherche désormais à développer des approches d'enseignement qui favorisent l'expérimentation de situations plus complexes, lesquelles offrent aux élèves l'occasion d'abstraire par eux-mêmes des modèles implicites d'action. En effet, selon elle, l'enseignant de mathématiques idéal est un enseignant:

Amélie	*qui serait capable de [faire en sorte] que les élèves comprennent qu'est-ce qu'ils font et puis pourquoi ils le font en mathématiques. <u>Qu'ils expérimentent, puis que ça vienne naturel, puis qu'ils le voient par eux-mêmes, mais à force d'expérimentation…il faut qu'ils se forgent par eux-mêmes une procédure</u>. Puis après ça tu valides…* *Pour qu'ils soient capables de trouver par eux-mêmes…la réponse, la procédure.* *Ou de faire des liens. D'être capable d'amener des situations intéressantes pour qu'ils puissent voir ça, puis aussi…tu sais, chaque personne apprend différemment, mais d'être capable d'aller trouver la petite chose qui va faire comprendre à un puis à d'autres.*

Cette description, qui renvoie à quelques-unes des caractéristiques des situations de notre séquence didactique, met en relief une certaine sensibilité aux relations complexes et solidaires entre l'élève et le milieu d'apprentissage avec lequel il interagit, relations instables et parfois même opaques que l'action de l'enseignant a la possibilité d'infléchir dans une direction ou dans une autre. Par ailleurs, comme nous l'avons signalé à la section 4.2.1, le projet programmatique d'Amélie s'est complexifié, en ce sens qu'elle reconnaît maintenant que les savoirs se construisent dans l'interdiscursivité et que les élèves peuvent valider leurs réponses sans que l'enseignant n'intervienne en tant que seule autorité détentrice du savoir:

Amélie	*Le fait que tout le monde avait expliqué un peu comment il avait réussi à faire son problème, puis il y en a que c'était pas du tout la même chose. […]<u>Moi, ce que j'ai retenu des discussions, dans le fond, en réalité, en expliquant ce qu'on a fait au groupe puis en écoutant ce que les autres ont fait, bien on est capable de visualiser un petit peu notre réponse</u>.*

La Figure 36 fait ressortir l'évolution globale des projets d'Amélie avant et après la réalisation de la séquence de situations et permet d'y voir un enrichissement ainsi qu'une plus grande sensibilité à la complexité des problèmes et des phénomènes d'enseignement.

4.3.1.2 Le cas de Béatrice

Lors du second entretien individuel, Béatrice témoignait de la difficulté à définir la didactique des mathématiques, malgré ce qu'elle avait pu en étudier :

Béatrice	*J'ai encore de la difficulté, je sais que bon, j'avais appris dans le livre pour l'examen, j'ai appris un peu par cœur, mais c'est comme, il en reste que j'ai encore ma perception à moi que… ce que j'ai appliqué, ce que j'ai vu dans le livre, je ne l'ai pas retenu finalement […] Mais, non…Je pense que c'était peut-être ça que j'avais répondu aussi que <u>ça a vraiment plus rapport à à l'enseignement,</u> mais plus ou moins en même temps. Je me dis, oui, <u>c'est la meilleure façon d'enseigner, mais je pense aussi que c'est le fait de faire des liens pis de comprendre le processus pour comprendre</u>…C'est peut-être ma vision de la didactique parce que tu sais, il n'y a pas juste en mathématiques. C'est ça que j'essaie de me dire là.*
Ch	*Oui. Tu ferais un parallèle avec la didactique du français?*
Béatrice	*Bien, c'est vrai. Il y en a aussi. Je me dis, bon…*
Ch	*Dans d'autres disciplines?*

Béatrice	*C'est ça. Mais c'est tout le processus, je pense, cognitif qui vient faire comprendre les règles de mathématiques puis le fonctionnement mathématique en général.*

Dans cette définition, il est possible d'entendre deux projets "visée" concernant les futurs enseignants. Le premier projet vise à ce qu'ils soient capables d'enseigner les mathématiques et qui plus est, de la meilleure façon qui soit. Le second projet vise quant à lui à ce que le futur enseignant lui-même évolue et ce, en développant des connaissances relatives à la compréhension des élèves ou pour reprendre ses propres mots, en développant des connaissances relatives au «processus pour comprendre»[52]. Quand on lui demande ce qu'elle souhaite apprendre dans un cours de didactique des mathématiques, Béatrice exprime différents projets "visée" et programmatiques :

Béatrice	*Faire passer une notion qui n'est pas facile. Comment on s'y prend pour que l'élève construise vraiment ses connaissances puis qu'il comprenne vraiment le concept. Ça, c'est sûr qu'il faut savoir ça. Mais aussi par rapport aux difficultés ou d'une espèce de blocage qu'un élève peut avoir sur une stratégie particulière, bien…Comment on fait pour faire sortir l'élève de cette pensée-là, de cette logique-là. Sa logique est, entre guillemets, elle n'est pas bonne. Comment fait-on pour la faire sortir de ça? Parce que des fois, justement, comme je disais tantôt, on est bien arrêté sur une idée. En mathématiques, j'ai l'impression, plus que dans d'autres matières, c'est parce que justement, c'est tout une espèce de cheminement, quelque chose qui s'est passé dans notre tête …Mais là, il faut de sortir ça de là. Faut recommencer à neuf, faut…c'est plus ça. Parce qu'en partant de zéro, oui, il est possible de faire construire mais quand il y a déjà…quand tu as déjà une idée préétablie, prédestinée de la matière, bien là, c'est dur de se sortir de ça. Puis quand il y a une source d'erreurs, comment…C'est qu'il y a un raisonnement que l'élève utilise pour avoir une erreur comme ça. Faire comprendre que ce n'est pas correct… C'est plus à partir des erreurs qui naturellement surviennent dans l'apprentissage des maths, comment les transformer pour que…*
Ch	*C'est ça que tu aimerais apprendre dans le cadre d'un cours de didactique des mathématiques ?*

[52] Il convient de souligner que dans cette définition de la didactique, ce ne sont pas les élèves qui doivent comprendre, mais les futurs enseignants qui doivent comprendre de quoi il en retourne, d'où l'identification d'un projet concernant les futurs enseignants.

Béatrice	*Oui. Bien, c'est sûr <u>puis tout quand on part de zéro aussi, même s'il n'a rien appris encore sur une telle notion, puis là, de partir de zéro puis faire apprendre c'est quoi, de l'expliquer, tout ça</u>.*

Le premier extrait souligné (comment on s'y prend pour que l'élève construise vraiment ses connaissances puis qu'il comprenne vraiment le concept) permet d'identifier un projet "visée" concernant les élèves et visant à ce qu'ils comprennent bien et s'approprient des connaissances. Dans la suite de son discours, Béatrice formule des projets "visée" concernant les futurs enseignants et qui visent à faire apprendre ou comprendre les mathématiques aux élèves, comme en témoignent les propositions suivantes : «pour faire sortir l'élève de cette pensée-là, de cette logique-là», de son « idée préétablie », «puis faire apprendre c'est quoi, l'expliquer, tout ça», «Faire comprendre que ce n'est pas correct». Ces extraits renvoient à l'idée de connaissance-obstacle. Sa volonté de « transformer les erreurs pour que… » nous amène à nous questionner sur le statut qu'elle accorde à l'erreur. Plus loin dans l'entretien, Béatrice répond à nous interrogations en précisant que lorsqu'elle intervient auprès d'une élève en difficulté, elle ne cherche pas à éviter l'erreur, mais bien à construire à partir d'elle:

Béatrice	*<u>[…] en premier, je lui fais essayer</u>. Des fois, c'est vraiment long, là. Tu sais, elle me dit "Ah, bien je pourrais faire ça". Bien vas-y, on essaie! Alors là, je la regarde aller et <u>elle fait plein d'erreurs pendant qu'elle le fait</u>. Puis là, après coup, «oups!», elle regarde sa réponse : «eh, ça ne marche pas "pantoute". Ce n'est pas logique. Ah bien, qu'est-ce qui s'est passé?». Alors là on revient. Mais en premier, je vais lui faire faire comme elle, elle aurait pensé. <u>Puis je vais me servir de ça aussi</u>.*

Dans les extraits soulignés, des propositions précédant un «pour» («Comment on s'y prend», «Comment on fait», «Comment fait-on») témoignent clairement d'un projet programmatique concernant l'enseignement et visant le développement de connaissances relatives à des techniques et des méthodes d'enseignement de même que le développement de connaissances relatives à des interventions adaptées. Les deux derniers extraits soulignés permettent aussi d'entendre un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l'apprentissage («à partir des erreurs qui naturellement surviennent dans l'apprentissage des maths», «partir de zéro puis faire apprendre c'est quoi»), de même qu'un projet centré sur les connaissances concernant les difficultés rencontrées par les élèves («[transformer les] erreurs qui naturellement surviennent dans l'apprentissage des maths»)

Une fois cela dit, comment Béatrice appréhende-t-elle la complexité des problèmes et des phénomènes d’enseignement? Avant la réalisation de la séquence, nous avions déterminé que Béatrice possédait une vision plutôt complexe de ces phénomènes. Après la réalisation de la séquence, elle nous a semblé être davantage en quête d'une variété de stratégies d'enseignement, reconnaissant par-là que l'application d'une stratégie unique n'est pas garante d'une compréhension chez tous les élèves. Cette quête est particulièrement saillante dans sa description d'un bon enseignant de mathématiques:

Ch	*Pour toi, un bon enseignant de mathématiques, c'est quelqu'un qui…*
Béatrice	*…<u>qui ne reste pas accroché à sa manière de voir les choses…Qui explique de plein de façons</u>, qui essaie vraiment de faire comprendre la base des concepts. Tu sais, ce n'est pas pour tout ce qu'il y a dans l'enseignement, là, mais en maths, je pense que c'est encore plus fort. C'est que…moi je comprends ça de cette manière-là, bien, le petit "pout" qui est en avant peut-être qu'il ne comprend pas cela de la même manière, qu'il n'a pas les mêmes méthodes de mémorisation, …. Les mêmes stratégies d'apprentissage<u>. Je pense que c'est un prof qui est capable d'y aller sûrement avec plusieurs chemins, là</u>.*

Cette quête de stratégies est également mise en relief dans le discours que tient Béatrice par rapport à l'aide à apporter à un élève qui éprouve une difficulté en mathématiques:

Béatrice	*…Je suppose qu'il faut passer par un chemin différent, puis…"décontextualiser" les maths ou la manière dont elle voyait ça. C'est justement, elle a toujours appris dans une forme puis tu lui mets ça, t'inverses toute la machine. Parce que si elle voit tout le temps la même forme, le problème, par exemple, elle va être portée à appliquer tout le temps ce qu'elle a pensé, puis elle ne sera pas capable de recommencer à neuf… <u>Je pense qu'il faut inverser, mélanger les choses puis passer par d'autres chemins pour lui faire comprendre</u>, oups, qu'est-ce qui marchait dans sa première conception.*

Cela dit, cette quête de stratégies ne témoigne pas nécessairement d'une pensée moins complexe qu'avant. Le fait de vouloir se doter de plusieurs stratégies d'approche peut renvoyer à la volonté de s'outiller et de diversifier les ressources permettant d'affronter la complexité des phénomènes d'enseignement. Cela est particulièrement manifeste dans le discours tenu au temps 10 de notre protocole, alors qu’elle et son équipe décrivent leur vision de «faire des mathématiques» :

Figure 32 : Vision des mathématiques après la séquence (Béatrice)

7 **Parmi ces trois problèmes, y en a-t-il un qui vous semble davantage correspondre à l'expression « faire des mathématiques » ? Précisez votre point de vue.**

"Faire des maths" correspond à l'ensemble des problèmes en relation, car les liens faits entre les problèmes aident à <u>comprendre</u>.

La Figure 36, qui complète la présente section, témoigne de l'évolution globale des projets de Béatrice avant et après la réalisation de la séquence de situations et permet de voir une plus grande sensibilité à l'endroit des élèves et de leurs apprentissages.

4.3.1.3 Le cas de Cédric

Lors du deuxième entretien individuel, nous avons à nouveau demandé à Cédric de définir la didactique des mathématiques. Rappelons qu'il la définissait initialement comme étant «l'art de bien transmettre, de clairement expliquer, adéquatement». Dans sa réponse, il tente de définir la didactique en se plaçant désormais dans une perspective qui n'est plus uniquement transmissive.

Cédric	*Mais j'ai comme une nouvelle conception, bref j'y ai pensé pas mal dernièrement puis <u>c'est non seulement la manière de transmettre, mais la manière de comprendre les erreurs qui ont été faites puis de s'en servir pour retransmettre puis corriger, faire une petite correction</u>…Avant, je voyais plus ça comme, comment concevoir les situations qui vont rejoindre le mieux possible l'élève, mais en même temps, <u>je considère vraiment que l'évaluation, bien l'évaluation plus formative va être vraiment pertinente, puis qu'est-ce qu'il va falloir interpréter à travers toute cette évaluation-là</u>. En regardant les traces laissées sur la feuille, on peut regarder où il a fait telle erreur, puis faire des hypothèses. Pourquoi il aurait fait telle erreur, on va regarder, je vais aller vérifier avec lui, en faisant quelques autres exercices. Ah! Ça, c'est correct! Il le maîtrise, ok. 2^{e} hypothèse, c'était ça. Est-ce que il y a telle erreur? Est-ce que telle telle chose, est-ce qu'il la maîtrise ? Non, ah, c'est là que ça a bloqué peut-être. Alors, on règle ce problème-là, après ça, 3^{e} hypothèse, c'était ça. Est-ce qu'il bloquait encore, puis là, finalement, ça allait ou ça allait pas, bon. <u>Bref, voir tout le processus de l'apprentissage de l'élève</u>… <u>[Pas] Juste de la bonne transmission. Finalement, je ne vois plus ça comme ça.</u>*
Ch	*Alors en conséquence, ça fait partie des choses, j'imagine, que tu voudrais apprendre dans le cadre du cours aussi ?*
Cédric	*<u>Oui oui oui. La manière d'évaluer</u> […].*
Ch	*C'est ça oui.*
Cédric	*Oui, c'est certain. Je trouve ça vraiment, vraiment très pertinent.*

Dans la première proposition soulignée, on peut repérer un projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant encore à ce qu'ils transmettent aux élèves les mathématiques («pour retransmettre puis corriger, faire une petite correction»). Or, en se distançant d'une perspective transmissive, nous nous attendions à ce qu'il formule un projet "visée" dont l'objectif était plutôt de faire apprendre ou comprendre les mathématiques, ce qui ne fût manifestement pas le cas. Il est toutefois possible de sentir, dans son discours, une volonté de s'approcher de la compréhension de l'élève.

Cédric souhaite développer différentes connaissances dans le cadre de ses cours de didactique. Dans l'extrait qui précède, nous avons repéré :

- «la manière de comprendre les erreurs qui ont été faites»;
- «l'évaluation plus formative»;
- «le processus de l'apprentissage de l'élève»;

– «la manière d’évaluer».

Les connaissances énumérées en première et en troisième position renvoient à un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l’apprentissage et de manière plus spécifique, concernant les difficultés rencontrées par les élèves. De leur côté, les connaissances énumérées en deuxième et en quatrième position renvoient à un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l’enseignement et de manière plus spécifique, concernant les techniques et les méthodes d’enseignement (d’évaluation dans ce cas-ci). Son projet programmatique a donc évolué car contrairement à ce qu’il avait initialement exprimé dans le questionnaire individuel, Cédric ne souhaite plus apprendre «des techniques de transmission théorique». Notons toutefois au passage la présence systématique du "le" et du "la" dans l'expression desdites connaissances, présence qui laisse supposer qu'il n'y en a qu'un ou qu'une et qui indique que la pensée de Cédric est encore empreinte de déterminisme. Mais est-ce le cas dans le reste de son discours?

Avant la réalisation de la séquence, nous avions déterminé que Cédric possédait une vision déterministe des problèmes et des phénomènes d'enseignement, vision qui ne considérait nullement la complexité liée à la multiplicité des interactions entre l’élève, l’enseignant et le savoir. Cette vision s’est un peu complexifiée, comme en témoigne le discours qu’il tient maintenant par rapport à l’enseignant de mathématiques idéal, lequel se doit, selon lui, d’être «quelqu’un de très clair, quelqu’un de structuré, qui y va par étapes, quelqu’un d’attentif, qui laisse la place aux élèves puis à l’expérimentation». Vers la fin de cette description, on entend une considération nouvelle à l’égard des élèves, de même qu’une volonté d’instaurer des moments où les élèves expérimenteront, deux éléments qui redonnent aux interactions la place qui leur revient. Cela dit, Cédric semble nourrir une vision de l'enseignement à l'intérieur de laquelle la difficulté d’un problème réduit l'accès au sens, notamment parce qu'il craint que cette difficulté démotive les élèves lors de la résolution de problèmes:

Ch	*Quelles réflexions sur la résolution de problèmes et sur l'enseignement des mathématiques cette séquence suscite-t-elle chez toi?*
Cédric	*Oui, l'énoncé, il faut qu'il soit très clair, puis <u>c'est sûr que l'accompagnement durant le processus est très intéressant aussi, parce que c'est sûr, il faut les laisser expérimenter, c'est une situation problématique [problème], mais pas, si je me mets dans la position de quelqu'un qui n'a pas tellement de grosses capacités en mathématiques, il va se décourager[…] Puis surtout la question numéro 1, il y a beaucoup de mots, des casse-</u>têtes puis on se dit: «Voyons, c'est quoi, c'est quoi?». C'est facile d'abandonner…Je pense qu'un petit support…*
Ch	*…ça peut être aidant.*
Cédric	*Oui.*

Après lecture de cet extrait, il convient de se demander quelles sont les modalités de cet accompagnement: s'agit-il d'un savant dosage de questions et d'informations qui laissera l'élève avancer de son propre mouvement, ou encore d'une série d'étapes à suivre afin de guider l'élève pas à pas dans le processus de résolution? La question mérite selon nous d'être posée. Un peu plus loin, lorsque Cédric a été questionné sur l'aide à apporter à un élève qui éprouve une difficulté, il a exposé une organisation des connaissances selon une vision séquentielle, laquelle juxtapose les savoirs comme si la connaissance de tous les savoirs impliqués menait de façon certaine à la compréhension de l'ensemble:

Ch	*Comment fait-on pour aider un élève qui a une difficulté comme ça?*
Cédric	*Je pense qu'il faut partir de sa compréhension, premièrement…Vérifier sa base, là. Pour ne pas ajouter par-dessus quelque chose d'autre qui n'est pas tellement solide. <u>Mieux vaut aller voir qu'est-ce qui est solide, puis creuser à partir de là et repartir</u>.*

En somme, le projet programmatique de Cédric accorde désormais une place plus importante aux élèves, à l'expérimentation, de même qu'à l'évaluation formative. Cependant, si Cédric définit la didactique des mathématiques en adoptant une perspective qui n'est plus uniquement transmissive, son projet "visée", lui, demeure empreint de déterminisme (voir la Figure 36 pour observer l'évolution globale de ses projets).

4.3.1.4 Le cas de Dominic

Dominic définissait initialement la didactique comme étant «un enseignement qui repose sur des méthodes pédagogiques utilisées pour que l'élève arrive à construire ses savoirs». Lors de son deuxième entretien, Dominic a plutôt assimilé la didactique des mathématiques aux systèmes cognitifs des élèves et à l'influence que peut avoir l'enseignant sur ceux-ci :

Dominic	*Mais, finalement, c'est… Je te dirais… C'est les processus mentaux finalement que les élèves ont à l'intérieur d'eux. Puis nous, il faut les amener à penser soit autrement soit continuer s'ils sont dans la bonne voie.*

Dans cette définition, il est possible d'entendre un projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant à faire apprendre ou comprendre les mathématiques. Il est également possible d'identifier un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l'apprentissage («les processus mentaux»).

Dans l'extrait suivant, nous avons demandé à Dominic ce qu'il devrait apprendre dans un cours de didactique pour être en mesure d'expérimenter un dispositif semblable à celui que nous avons expérimenté.

Dominic	Bien, c'est sûr qu'il y a toute la planification de l'activité, dans le fond, de bien structurer l'activité. C'est sûr que ça prend un retour à la fin. Pendant la période que les élèves sont en action, il faut poser les bonnes questions. Il faut apprendre ça. Des fois, on l'a naturellement, mais pas tout le temps non plus, on oublie de faire des trucs. Mais au-delà de ça…il faut bien acquérir la matière, il faut comprendre… Il faut qu'on soit sûrs de nous.
Ch	Sur le plan mathématique.
Dominic	Oui, c'est ça. C'est ça que je voulais dire.

Dans sa réponse, le souci de bien planifier l'activité renvoie à un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l'enseignement et de façon plus particulière sur les connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement. Il ne faut toutefois pas considérer ce projet de façon péjorative, puisqu'il serait possible d'entendre, dans ses propos, une volonté de s'engager dans une analyse a priori de l'activité au regard des intentions visées, d'une volonté de réfléchir à l'organisation du milieu didactique associé ainsi qu'au choix des variables didactiques sur lesquelles on peut jouer. Par ailleurs, lorsque Dominic détaille la structure de l'activité et mentionne l'importance de poser aux élèves "les bonnes questions", il nous renvoie au caractère sensible du rôle assumé par l'enseignant, qui doit piloter la situation en livrant un dosage subtil d'informations et de questions, éléments qui permettront à l'élève d'avancer de son propre chef, sans être dirigé à outrance. En avançant que «Des fois, on l'a naturellement, mais pas tout le temps non plus», il reconnaît une certaine variabilité des interventions, variabilité qui semble témoigner de la complexité de la relation didactique. Cela maintient également l'idée suivant laquelle une intervention ne pourra jamais être reproduite à l'identique au sein d'un système complexe. Il convient finalement de noter qu'à la fin de cet extrait, Dominic exprime le besoin de bien comprendre ce qu'il enseignera, ce qui peut être associé à un projet programmatique centré sur les connaissances relatives aux mathématiques.

Avant la réalisation de la séquence de situations, Dominic témoignait d'une sensibilité à la complexité des problèmes et des phénomènes d'enseignement. La réalisation de la séquence ne semble pas avoir affecté sa vision de ceux-ci. Pour lui, bon un enseignant de mathématiques doit d'ailleurs mettre beaucoup d'emphase sur les interactions et ce, même s'il n'est pas assuré qu'il atteigne le résultat désiré:

Dominic	Oui, les interactions, beaucoup. Ça, je suis vraiment encore en accord avec ça. C'est la disponibilité, ça commence là. Tu sais, je pense qu'on aurait un élève, un pour un, c'est sûr, ce serait un contexte encore mieux.
Ch	<u>Oui.</u>
Dominic	<u>Et puis oui, les interactions, les élèves entre eux, donner la place à ça. Ça, je trouve ça vraiment important. C'est primordial. Je suis sûr que ça ne se fait pas encore assez dans les écoles.</u>
Ch	<u>C'est ça, il faut apprendre à ...</u>
Dominic	<u>Oui, il faut apprendre…</u>
Ch	<u>À voir ça…</u>
Dominic	<u>Mais des fois, pour un professeur, c'est difficile de… Tu sais, ils ont peur que ça mène au chaos. Je pense que c'est plus une crainte, là, des fois, qu'on a, mais il faut le tester premièrement. Si ça ne fonctionne pas, bien ça ne fonctionne pas. Mais si on essaie, au moins on va voir; ça peut avoir des résultats.</u>

Il reconnaît par là que même s'il croit très important de laisser une place aux interactions entre les élèves, le déroulement comme l'aboutissement de celles-ci ne se laissent pas toujours maîtriser et demeurent par conséquent imprévisibles, ce qui renvoie à la complexité du système didactique.

4.3.1.5 Le cas d'Éléonore

Pour Éléonore, la manière de définir la didactique des mathématiques est demeurée, après la séquence, relativement la même qu'avant la séquence :

Éléonore	*Alors, pour moi, la didactique des maths, et je suis sûre que c'est exactement la même réponse parce que, dans le fond, j'en suis au même point. <u>C'est des façons d'apprendre à un élève une notion mathématique</u>.*
Ch	*Ok.*
Éléonore	*[…] La didactique. Oui, c'est ça <u>c'est comment on enseigne les mathématiques</u>. C'est ça.*

Dans son questionnaire individuel, elle avait en effet associé la didactique des mathématiques à «la manière d'enseigner les mathématiques. Comment un enseignant transmet son savoir mathématique à ses élèves». Dans cette nouvelle définition, deux projets "visée" concernant les futurs enseignants peuvent être entendus, le premier visant à faire apprendre ou comprendre les mathématiques aux élèves et le second visant à leur enseigner les mathématiques.

Dans l'extrait qui suit, Éléonore précise les connaissances qu'elle souhaiterait développer dans le cadre de sa formation initiale à l'enseignement des mathématiques.

Éléonore	*<u>Bien c'est sûr que je n'apprends pas ce que je veux apprendre, parce que j'apprends des choses du primaire</u>.*
Ch	*Ok.*
Éléonore	*Ça, c'est certain. Je ne vois pas l'aboutissement, et je m'en rends compte dans mes stages que j'en n'ai pas besoin, ce n'est pas ça. Oui, c'est le fun de voir les différentes difficultés des élèves, ça, c'est vraiment quelque chose que j'aime dans mon cours. On voit les différentes façons qu'un élève peut voir une problématique. Sauf que, oui, on apprend comment les gérer puis comment intervenir auprès d'eux, mais on reste dans le cadre du primaire, on reste dans le cadre de 2 + 2 = 4. Puis ça, ça ne m'aide pas pour plus tard parce que…Mais,*

	je me dis que c'est des choses que je vais apprendre sur le tas, tu sais. Un élève va m'arriver avec une question, je vais faire Hein ? J'aurais jamais pensé que je me ferais poser cette question-là un jour, mais je me la fais poser alors, je vais trouver la solution. Mais, c'était quoi la question ?
Ch	*Qu'est-ce que tu souhaitais apprendre dans le cours…*
Éléonore	*<u>Bien, c'est ça. C'est quoi les différentes techniques</u>… <u>Différentes manières de pouvoir enseigner une notion</u>. Mais là, la notion c'est une soustraction et une addition. Alors je n'apprends pas ce que je voudrais apprendre.*

De prime abord, Éléonore mentionne avec dépit qu'elle n'apprend pas ce qu'elle souhaiterait apprendre, puisqu'elle apprend des notions du primaire et non des notions du secondaire. Rappelons qu'Éléonore est inscrite au programme de formation à l'enseignement en adaptation scolaire et sociale et qu'elle pourrait avoir à travailler au secondaire. Il y a donc une certaine insécurité chez elle relativement à des notions mathématiques un peu plus poussées qui lui permettraient éventuellement de répondre avec confiance à des questions d'élèves qu'elle a même du mal à anticiper. Elle précise ensuite ce qu'elle souhaiterait plutôt apprendre dans ses cours, souhaits qui peuvent être associés à un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l'enseignement et plus précisément, sur les connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement associées aux différentes notions mathématiques.

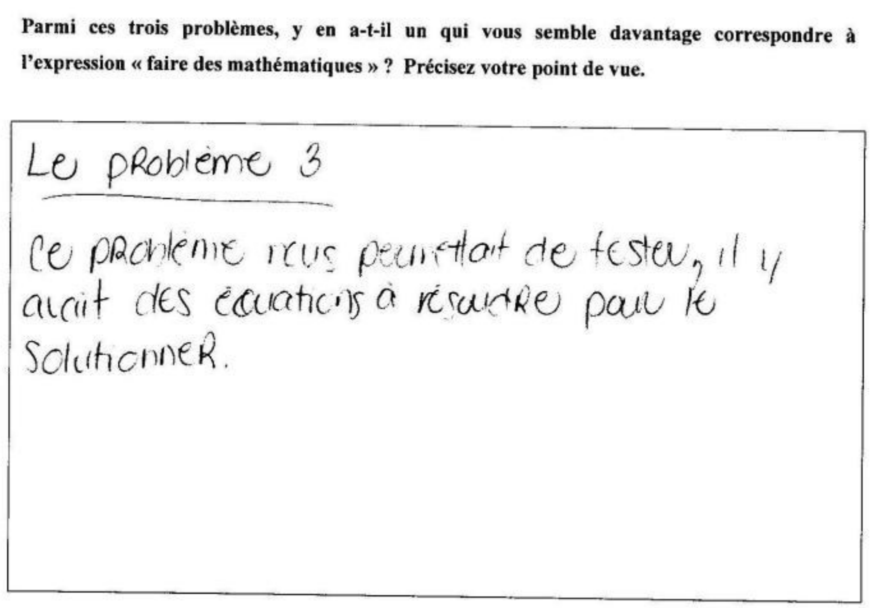
Maintenant, qu'en est-il de son appréhension de la complexité des problèmes et des phénomènes d'enseignement? Avant la réalisation de la séquence, nous avions déterminé qu'Éléonore possédait une vision déterministe de l'enseignement. Après la réalisation de la séquence, elle semble s'être engagée dans une quête d'une variété de techniques et de stratégies d'enseignement, souhaitant apprendre, dans le cadre de ses cours de didactique, «C'est quoi les différentes techniques… [les] différentes manières de pouvoir enseigner une notion». Cela dit, elle mentionne plus loin le danger de "mélanger" les élèves si elle les expose à différentes techniques:

Éléonore	*Bien, j'essaie de ne pas leur montrer différentes façons, aussi. Tu sais, je dis souvent, connaître plusieurs façons d'enseigner, mais je ne trouve pas ça bon d'utiliser plusieurs manières d'enseigner à un élève parce qu'après ça, il se retrouve mal pris, il faut qu'il choisisse entre une de celles-là puis il va toutes les mélanger ensemble, tu sais.*

Ch	*<u>Ok. Tu es plus pour une qu'ils vont bien comprendre.</u>*
Éléonore	*<u>Oui. Tu sais, à la limite, s'il ne comprend pas du tout, du tout, bien là, je ne continuerai pas dans cette voie-là. «Oublie ça complètement, on va en regarder une autre, là».</u>*

Ce n'est donc pas à travers la complexité, à travers une confrontation à la multiplicité des significations et des points de vue, que les élèves ont, selon elle, accès au sens des concepts mathématiques. Éléonore nourrit encore, d'ailleurs, une vision séquentielle de l'enseignement, vision marquée par la livraison d'un contenu mathématique et la réalisation d'exercices. Au temps 10 de notre protocole, elle et son équipe ont notamment mentionné avoir préféré le problème des jetons parce que des calculs étaient nécessaires et suffisants pour arriver à le résoudre:

Figure 33 : Vision des mathématiques après la séquence (Éléonore)



Parmi ces trois problèmes, y en a-t-il un qui vous semble davantage correspondre à l'expression « faire des mathématiques » ? Précisez votre point de vue.

Le problème 3

Ce problème nous permettait de tester, il y avait des équations à résoudre pour le solutionner.

Selon elle, un bon enseignant de mathématiques est un enseignant «qui est patient, ça c'est sûr. Qui fait beaucoup d'exercices et de démonstrations». Cette vision est également caractéristique, selon elle, des enseignants qu'elle a rencontrés lors de ses stages[53]:

Éléonore	*[…] Mais, tu sais, je reviens encore à moi, j'étais en maths, puis là, avec la réforme, c'est : «apprends par toi-même et après je te donnerai une notion». Sauf que je suis en adaptation scolaire, puis ils n'arrêtent pas de me dire : «Oublie ça, ils n'apprendront pas par eux-mêmes, il faut que tu leur donnes les notions et ils font les exercices après».*
Ch	*Ah oui ?*
Éléonore	*Oui.*
Ch	*C'est dans tes stages qu'on dit ça ?*
Éléonore	*Oui. Tu sais, tous les enseignants, ils disent ça.*
Ch	*Donc finalement, on dit le contraire à l'université de ce qu'on te dit dans tes stages.*
Éléonore	*Oui. Tu sais, les élèves vont pouvoir apprendre par eux-mêmes, puis là, t'arrives en classe: «bien voyons donc ! Ils ne comprennent rien du tout, là». Ils ne sont pas capables de développer ça, de penser. Ils ne se souviennent même pas de ce qu'ils ont appris la semaine passée, alors c'est sûr qu'ils ne sont pas capables de… Pas qu'ils ne sont pas capables, à la limite peut-être qu'ils seraient capables, mais ils ne feront pas l'effort, puis c'est ce qui va faire qu'ils vont dégrader, puis ils vont devenir de moins en moins bons. Ils ne font pas assez d'effort pour apprendre par eux-mêmes…Puis je pense qu'ils ont toujours été habitués comme ça, fait que là, ils ne sont pas capables de dire : «parfait je vais apprendre par moi-même», tu sais. C'est ça, dans le fond, dans mes stages, c'est vraiment: tu montres…Tu sais, le cahier, il est pro-réforme. Fait que t'as tous les exercices, puis après ça, t'as la matière. Mais mon enseignante, elle allait voir la matière qu'il y avait à faire, elle la donnait puis ensuite, elle leur faisait faire les exercices.*
Ch	*Ok, elle inversait un peu la séquence.*
Éléonore	*Puis les autres enseignants en maths aussi, ils faisaient ça.*

[53] Dans le baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire et sociale alors en vigueur, le premier stage avait lieu au 2e trimestre, soit avant le début de la formation initiale à l'enseignement des mathématiques, qui débutait au 3e trimestre (soit à l'automne de la 2e année du programme).

Ch	*Alors dans le fond, vas-tu avoir tendance à faire ça?*
Éléonore	*Oui.*

Il s'agit ici d'une intolérance au flou et à l'imprécision ou autrement dit, d'un rejet de cette période à l'intérieur de laquelle les savoirs s'échafaudent sans être entièrement maîtrisés, rejet qui paraît être cautionné par les enseignants d'expérience avec les élèves en adaptation scolaire. Cela parait confirmer une observation effectuée par René de Cotret et Giroux (2003) dans une classe de doubleurs, où «[…] seules des tâches permettant une application des éléments de savoir déjà exposés sont soumises aux élèves» (2003, p. 163).

4.3.1.6 Le cas de Florence

Alors qu'elle définissait initialement la didactique des mathématiques comme étant «la manière d'enseigner les mathématiques», après la réalisation de la séquence de situations, Florence a préféré préciser quelles étaient et quelles sont maintenant ses attentes par rapport aux cours de didactique :

Ch	*[…] Mais tu peux parler de tes attentes oui, oui. Au début, par rapport au cours de didactique des mathématiques là. Ok ?*
Florence	*Ok. Bien, mes attentes…On apprend aussi… C'est qu'on voit les difficultés des élèves, sur quoi ils bloquent en mathématiques puis comment les aider. <u>Je croyais qu'on allait voir chaque année, ils apprennent quoi, en mettant ça de plus en plus difficile. Trouver une bonne manière d'expliquer aux élèves quand ils bloquent. Dans le fond ça ressemble un peu à ça la première. Puis c'est ça.</u>*
Ch	*Est-ce que tu crois encore ça, parce que tu disais, je crois bien que…*
Florence	*Bien, on l'apprend, mais d'une manière bizarre…On apprend les fractions, puis c'est quoi les problèmes qui sont reliés aux fractions, puis comment les résoudre. On apprend aussi la résolution de problèmes. Mais les fractions, elles ont été abordées à plein d'étapes, à plein de degrés, et la résolution de problèmes aussi. <u>Alors là, on dit «c'est quoi le plus simple»? «On apprend quoi en quelle année»?</u>*
Ch	*Et quand on commence ça exactement, puis par quel bout…*
Florence	*Il y a comme des degrés de difficulté qui varient avec les degrés, mais je ne sais pas. <u>Moi, j'aurais aimé ça qu'on voit, mettons le premier cours, en première année, ce qu'ils apprennent…</u>Mais c'est une autre classification, c'est plus par type de problème, les fractions, puis les résolutions de problèmes, puis les*

	probabilités…mais c'est plus dur, si je deviens professeur, de savoir en deuxième année, ce qu'ils vont faire. <u>Parce que je n'ai comme pas appris de quelle manière je vais l'expliquer aux élèves non plus.</u> J'ai juste vu leurs problèmes et comment les aider. Alors, c'est ça.

Dans cette description, on entend principalement un projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant à ce qu'ils sachent enseigner les mathématiques, projet "visée" qui s'assortit d'un projet programmatique concernant l'enseignement et visant l'acquisition de connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement adaptées à chaque niveau scolaire. Dans la nouvelle formulation de son projet programmatique, il est possible d'entendre une volonté de s'approprier des connaissances relatives à la manière d'expliquer les notions, certes, mais également relatives à la planification et au pilotage d'une séquence d'enseignement, basée sur une progression des apprentissages bien définie, selon le niveau scolaire des élèves.

En ce qui a trait à sa façon d'appréhender la complexité, avant la réalisation de la séquence, nous avions qualifié sa vision d'intermédiaire, en ce sens qu'elle reconnaissait que l'application d'une stratégie d'enseignement déterminée n'était pas garante d'un apprentissage chez tous les élèves. Florence n'a pas changé de point de vue après la réalisation de la séquence. Lorsqu'elle est questionnée sur les connaissances requises chez un enseignant de mathématiques, elle souligne l'importance de connaître les difficultés typiques des élèves et les interventions en fonction des problèmes des élèves:

Florence	*[…] <u>Bien, il devrait savoir les élèves bloquent sur quels genres de problèmes, puis savoir les interventions à faire s'ils ont tels problèmes</u>. Il devrait aussi savoir de quelle manière enseigner, tu sais, <u>dans quel ordre enseigner</u> qui est le mieux pour faire réaliser des apprentissages.*

Elle parle cependant d'un "ordre" et d'une "manière d'enseigner", ce qui nous pousse désormais à situer sa vision entre une vision déterministe et une vision marquée par une quête de stratégies d'enseignement. Comme Éléonore, elle semble également avoir une certaine intolérance au flou, ce qui la pousse à rechercher ce que nous appellerions des "algorithmes de résolution". Cela est particulièrement manifeste dans sa description d'un bon enseignant de mathématiques, alors qu'elle dépeint une vision algorithmique des mathématiques, vision qui paraît évacuer la nécessité de comprendre ce qu'on fait:

Florence	*Bien, c'est quelqu'un qui est passionné, qui essaie de te montrer que les mathématiques sont intéressantes, puis utiles. Ça fait parfois des situations-problèmes, mais aussi ça explique. Parce que moi, j'étais bonne en mathématiques, mais il me fallait vraiment la méthode à faire. Essayer de découvrir par moi-même, c'était compliqué et je me sentais dans…C'était flou puis je ne savais pas quoi faire. J'aimais mieux avoir une méthode, je l'applique, c'est fait puis j'avais bon, là.*
Ch	*Ok.*
Florence	*Puis j'avais quand même des bonnes notes avec cette méthode-là.*
Ch	*C'était pourquoi, dans le fond?*
Florence	*Parce qu'on me dit comment faire, je le fais. J'aime ça avoir un modèle, puis pas que ça soit dans le flou. Si c'est dans le flou, je ne sais pas si ce que je fais c'est bien, je ne sais pas si je dois continuer, si je dois changer de voie…*

Cela transparaît dans sa conception d'une bonne situation d'apprentissage:

Ch	*Puis finalement, c'est quoi une bonne situation d'apprentissage, pour toi?*
Florence	*Bien, comme je l'ai dit tantôt, un mélange de situations-problèmes, mais avec un peu de théorique encadré.*

En somme, nous pouvons en déduire que Florence associe les situations d'apprentissage à des situations d'application et que ces situations d'application doivent s'articuler à l'intérieur d'une séquence qui tienne compte de la progression anticipée des élèves, au regard des notions enseignées.

4.3.1.7 Le cas de Gabrielle

Gabrielle définit la didactique des mathématiques comme étant «[…] la façon dont les élèves raisonnent par rapport aux stratégies qu'ils utilisent pour aborder une démarche mathématique. […] C'est vraiment tout ce qui se passe au niveau cognitif». Il s'avère difficile d'entendre, dans cette définition, l'expression claire d'un projet "visée". Cette définition témoigne toutefois d'une préoccupation évidente à l'égard des élèves et de la façon dont ils comprennent les mathématiques et s'approprient de nouvelles connaissances. D'ailleurs, lorsqu'on lui demande ce qu'elle souhaite apprendre dans un cours de didactique des mathématiques, Gabrielle décrit un projet programmatique centré sur les connaissances concernant l'apprentissage et les difficultés rencontrées par les élèves, ce qui est tout-à-fait cohérent avec un projet "visée" axé sur les élèves.

Ch	*Qu'est-ce que tu voudrais apprendre dans le cadre d'un cours de didactique des mathématiques ? Je sais que, bon, tu as déjà une idée de ce que tu es en train d'apprendre là, c'est sûr.*
Gabrielle	<u>*Peut-être vraiment…au niveau du stade du développement des enfants.. Qu'est-ce qui est normal ou pas, là. En première année, c'est normal qu'ils ne soient pas rendus là à cause de ça. Tu sais, mettons qu'ils n'ont pas conscience du zéro.*</u>
Ch	*Oui.*
Gabrielle	*Je sais qu'on avait vu ça en numération. Des trucs comme ça, là.*

Avant la réalisation de la séquence de situations probabilistes, Gabrielle nourrissait une vision relativement complexe des problèmes et des phénomènes d'enseignement, notamment parce qu'elle reconnaissait l'imprévisibilité, à court terme, des résultats découlant de l'application d'une stratégie d'enseignement donnée. Après la réalisation de notre séquence, Gabrielle a tenu un discours qui a reconfirmé cette vision, notamment lorsqu'elle a été questionnée sur les connaissances requises pour enseigner les mathématiques au primaire:

Ch	*Quelles connaissances faut-il posséder pour enseigner les mathématiques au primaire ?*
Gabrielle	<u>*Bien, je pense que à peu près toutes les connaissances bien, …savoir maîtriser à peu près toutes les composantes des mathématiques, là. Ou bien, sinon, de pouvoir avoir des outils sur lesquels on peut s'appuyer avant de donner une leçon, là*</u>*…Tu sais, c'est normal, des fois, que des petites choses qui nous échappent, là, puis d'être capable de s'outiller face à ce qu'on va enseigner, là.*

Dans cet extrait, Gabrielle avance en effet que même s'il convient de maîtriser tous les savoirs mathématiques qui seront enseignés, on ne peut maîtriser entièrement ou définitivement tout le contenu; elle semble donc attribuer un caractère complexe aux mathématiques qu'elle aura à enseigner. Suite à la réalisation de la séquence, elle reconnaît également l'importance des interactions entre pairs dans l'enseignement des mathématiques:

Ch	*Le problème où on pigeait, penses-tu que c'est quelque chose que tu pourrais faire avec des enfants ?*
Gabrielle	*Oui ! Parce que ça touche beaucoup la manipulation, puis ce n'est pas juste… tu sais, du raisonnement où on reste face à notre feuille blanche…<u>Ça leur permet d'échanger aussi entre eux, qu'est-ce que les autres pensent puis…de venir nous porter leur propre réflexion par rapport à ce qu'eux, ils envisageaient</u>.*
Ch	*<u>C'est important les échanges ?</u>*
Gabrielle	*<u>Bien oui!</u> Parce que c'est sûr, on n'a pas tous la même opinion, puis que ce soit dans n'importe quel autre contexte, bien…on va être confronté à l'opinion des autres.*
Ch	*Ok ok. Alors toi, serais-tu tentée d'aménager des discussions comme ça autour de ce que les élèves font en classe ?*
Gabrielle	*Oui.*

Gabrielle semble ainsi reconnaître que l'accès au sens et le développement du raisonnement se font par la confrontation à des visions diverses et non par l'imposition d'une vision unique, prédéfinie.

4.3.1.8 Le cas de Hilda

En entretien individuel, nous avons à nouveau demandé à Hilda de définir la didactique des mathématiques : «Donc, pour moi, la didactique, c'est décortiquer, c'est comment l'enseigner, c'est de voir la difficulté des élèves. Qu'est-ce qu'on peut faire pour aider un élève qui a telle difficulté dans tel problème». Cette définition est plus large que celle qu'elle avait initialement livrée dans le questionnaire individuel, la didactique touchant alors principalement, selon elle, les deux questions suivantes : «Comment enseigner les mathématiques. Comment expliquer aux élèves» Dans cette nouvelle définition, Hilda formule un projet "visée" concernant les futurs enseignants et visant à enseigner les mathématiques. Elle mentionne également une volonté d'approfondir «pourquoi ce problème-là est difficile», ce qui renvoie à l'analyse a priori du problème, aux notions qui y sont au cœur, aux connaissances des élèves ainsi qu'au choix des variables didactiques. Lorsqu'on lui demande ce qu'elle souhaite apprendre dans le cadre de sa formation à l'enseignement des mathématiques, Hilda précise qu'elle souhaite s'outiller pour «aider», «montrer» et «expliquer», ce qui confirme le projet "visée" précédemment identifié :

Hilda	*…Je pense que, justement, pour moi, la didactique, comme je l'ai dit tout à l'heure, c'est de comprendre les problématiques. <u>Pourquoi ce problème-là est difficile; c'est ça que j'aimerais approfondir.</u> J'ai un problème devant moi, pourquoi un élève peut avoir de la difficulté avec ce problème-là. Qu'est-ce qui fait en sorte qu'il peut avoir de la difficulté.*
Ch	*Et une fois que tu as appris ça…*
Hilda	*Comment je vais faire <u>pour l'aider</u>. Parce que moi, en comprenant ce qui est difficile dans ce problème-là, bien je vais pouvoir essayer de trouver d'autres méthodes <u>pour lui montrer</u>, <u>pour essayer de passer par-dessus sa difficulté</u>, ce qui le bloque dans le problème. Essayer de passer par d'autres chemins mais en comprenant ce qui est difficile, moi, <u>je vais pouvoir lui expliquer</u> de différentes façons.*

Dans cet extrait, il est également possible d'entendre deux projets programmatiques : le premier concerne l'apprentissage et, de façon plus précise, les connaissances relatives aux difficultés rencontrées par les élèves, tandis que le second concerne l'enseignement et, de façon plus particulière, les connaissances relatives aux interventions adaptées et aux techniques et méthodes d'enseignement.

Avant la réalisation de notre séquence, Hilda se plaçait dans une perspective transmissive et nourrissait une vision déterministe des problèmes et des phénomènes d'enseignement. Cette vision s'est légèrement complexifiée après la réalisation de la séquence, comme en témoigne l'extrait ci-dessous, extrait à l'intérieur duquel elle décrit l'enseignant de mathématiques qu'elle aimerait devenir :

Hilda	*Ok. Pour moi, <u>[c'est] un enseignant qui fait beaucoup bouger, vivre des activités comme tu as faites avec les jetons de poker, qui fait manipuler des affaires</u>, pas un enseignant qui est en avant de son tableau et qui fait plein de calculs.*
Ch	*Oui.*
Hilda	*«Allez ! Faites les calculs dans votre cahier, là». Ça, je n'aime pas ça. <u>Moi, quand j'enseigne, je me suis rendu compte que je suis une fille dynamique, qui bouge, qui fait vivre plein d'activités</u>.*
Ch	*Oui, t'as l'air de ça.*
Hilda	*Oui. Donc, je pense que je vais être comme ça quand je vais enseigner, je vais essayer de pas…«Ok, aujourd'hui on fait la page 10 à 15 dans votre cahier». Ça, ouf, c'est emmerdant!*

Ch	*Ce n'est pas facile.*
Hilda	*Puis, je pense que ça n'aide pas les élèves à aimer les mathématiques.*
Ch	*Ok.*
Hilda	*Surtout, étant donné que je suis en adaptation scolaire, bien, il faut faire autrement parce que la méthode du cahier n'a pas fonctionné avec ces élèves-là. Donc, il faut passer à autre chose, il faut aller voir plus loin. Souvent, les élèves en adaptation scolaire, justement, ils ont besoin de toucher pour comprendre, de vivre des expériences différentes, concrètes aussi, des choses concrètes.*
Ch	*Alors un bon enseignant en mathématiques, ce serait l'enseignant qui fait vivre ces expériences-là.*
Hilda	*Exact. Il fait vivre des expériences qui… Ses problèmes sont avec des choses concrètes, dans la vie de tous les jours, qui touchent les jeunes.*
Ch	*Ok.*

En effet, dans cet extrait, Hilda dépeint le portrait d'un enseignant qui se distance, de par les pratiques qu'il adopte, d'une perspective transmissive. Elle semble toutefois associer la manipulation au simple fait de bouger et de toucher des objets et la privilégie, non pas pour le rôle qu'elle peut jouer dans l'apprentissage d'un objet donné, mais plutôt pour le dynamisme qu'il crée en classe et pour son caractère ludique. La préférence qu'elle et son équipe expriment pour le troisième problème de notre séquence semble en témoigner :

Figure 34 : Manipulation et pertinence d'un problème (Hilda)

Parmi ces trois problèmes, y en a-t-il un (ou plusieurs) qu'il vous semblerait pertinent d'utiliser avec des élèves de sixième année du primaire? Précisez votre point de vue.

LE TROISIÈME PROBLÈME EST INTÉRESSANT À TRAVAILLER AVEC DES ENFANTS PUISQU'IL EST PLUS TACTIL ET AMUSANT À FAIRE.

Avant la réalisation de la séquence, un bon enseignant de mathématiques correspondait, selon elle, à un enseignant qui «est capable de transmettre ses connaissances, d'expliquer les problèmes à ses élèves». Il est toutefois possible que ce changement soit lié à son expérience des cours universitaires, qu'elle contraste avec ce qui lui paraît requis « sur le terrain » :

Hilda	*Je parle avec les autres étudiants du Bac, puis c'est comme ça aussi pour la plupart. On est assis ici, puis on fait notre temps.*
Ch	*Vous faites votre temps? C'est vraiment fort.*
Hilda	*C'est ça que tout le monde dit. On fait notre temps : il faut faire nos cours, il faut avoir de bonnes notes, on fait nos travaux. Quand on fait nos travaux, le par cœur, les examens de par cœur, tu apprends pour ton examen. Après ça, ton cerveau, il met ça plus loin. Tu sais, moi, j'ai vraiment…C'est pour ça que faire des exercices, faire des travaux, manipuler, ça, ça me reste plus que apprendre un examen par cœur, par exemple. Donc, c'est pour ça que quand j'arrive sur le terrain, bien il faut que je manipule, il faut que je touche, il faut que je bouge, il faut que je comprenne. Donc ça, ça me reste plus […].*

Avant la réalisation de la séquence, Hilda considérait qu'il fallait peu de connaissances pour enseigner les mathématiques au primaire. Questionnée à nouveau sur ce sujet, elle mentionne désormais l'importance de maîtriser les savoirs mathématiques qui seront enseignés, question de pouvoir les "expliquer" de différentes manières :

Ch	*Mais il faut quelles connaissances pour enseigner les mathématiques?*
Hilda	*Bien, je pense qu'il faut les connaissances de ce que tu vas enseigner. <u>Ce que tu vas enseigner, je pense qu'il faut que tu le maîtrises très bien</u>, justement parce que s'il y a un élève qui ne comprend pas une petite partie dans le problème, bien <u>il faut que tu maîtrises assez bien ta matière pour pouvoir l'expliquer d'une autre façon</u>, de ne pas, toujours, tu sais…Il faut que tu la comprennes pour pouvoir changer d'orientation rapidement.*

Bien que l'explication semble revêtir une importance particulière aux yeux de Hilda, elle reconnaît, dans cet extrait, qu'une explication, aussi bonne soit-elle, n'est pas garante d'une compréhension chez tous les élèves. Cette reconnaissance de l'imprévisibilité de l'impact d'une explication donnée sur la compréhension de l'élève semble le gage d'une meilleure appréhension de la complexité de la relation didactique. Elle traduit également une plus grande sensibilité à l'égard des interactions possibles entre l'enseignant, l'élève et le savoir. Cette sensibilité est aussi perceptible dans le discours qu'elle et son équipe tiennent au temps 10 de notre protocole :

Figure 35 : Vision des mathématiques après la séquence (Hilda)

Parmi ces trois problèmes, y en a-t-il un qui vous semble davantage correspondre à l'expression « faire des mathématiques » ? Précisez votre point de vue.

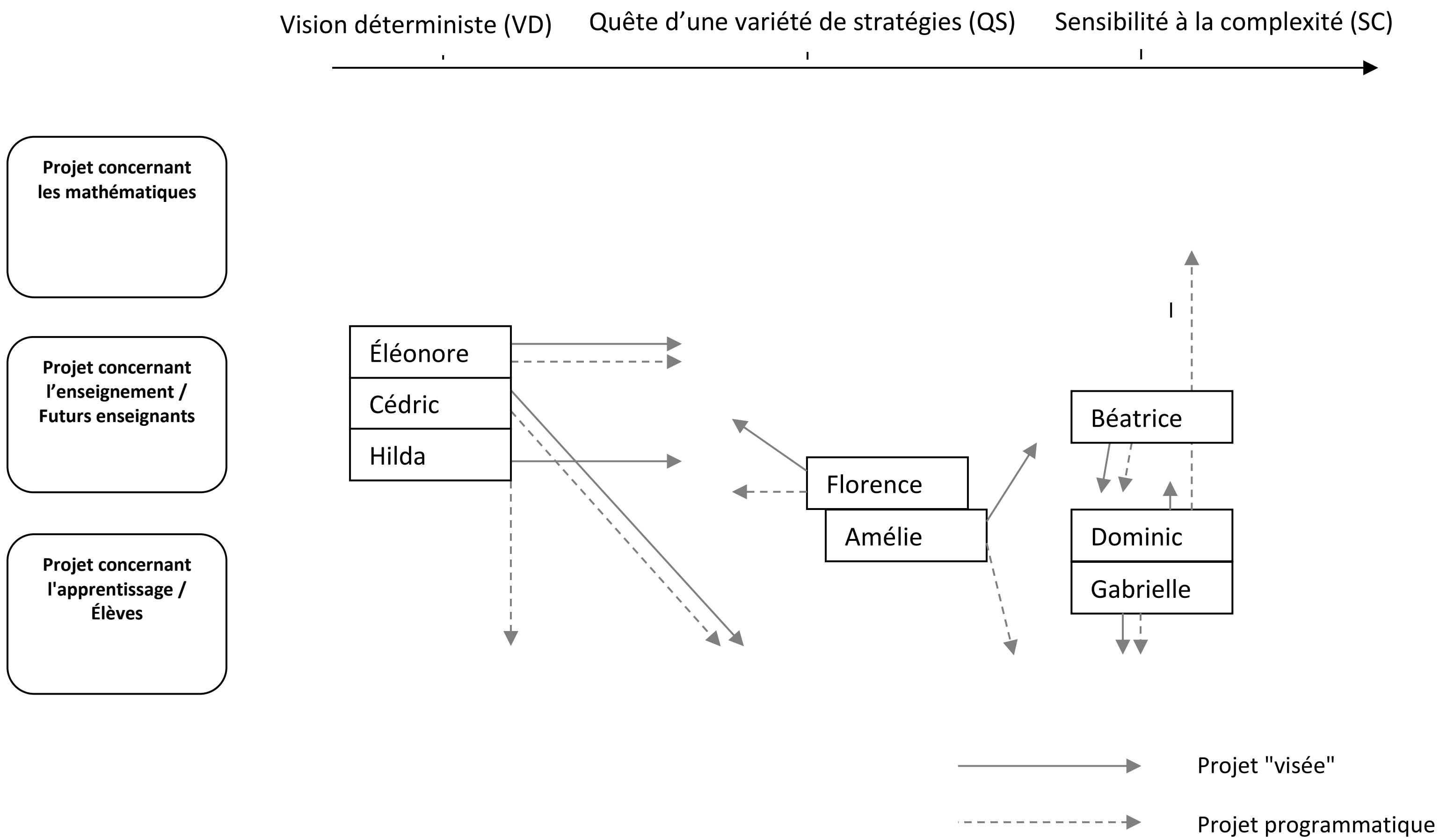
NON, LES TROIS PROBLÈMES CORRESPONDENT À L'EXPRESSION « FAIRE DES MATHÉMATIQUES » PUISQU'ILS FONT TOUS APPEL À LA LOGIQUE ET À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈME. DANS CHAQUE CAS, ON FAIT APPEL AUX INTERPRÉTATIONS DE CHACUN. IL FAUT DISCUTER, FAIRE DES ESSAIS ET DES ERREURS.

En somme, le projet programmatique de Hilda cible désormais des connaissances relatives à l'enseignement et à l'apprentissage et son projet "visée" pourrait maintenant s'inscrire dans une quête d'une variété de stratégies d'enseignement (d'explications, dans ce cas-ci).

4.3.1.9 Synthèse des résultats relatifs aux projets a posteriori

Au terme de cette section, il convient d'effectuer une synthèse des résultats relatifs aux projets de formation formulés par les étudiants après la réalisation de la séquence de situations probabilistes. Tel que permet de le constater la Figure 36, avant la réalisation de la séquence, trois étudiants nourrissaient une vision déterministe, deux nourrissaient une vision intermédiaire alors que trois témoignaient d'une sensibilité à la complexité des phénomènes et des problèmes d'enseignement. Il est également à noter qu'exception faite de Gabrielle, tous les étudiants avaient initialement formulé un projet programmatique ciblant des connaissances concernant uniquement l'enseignement. Après la réalisation de la séquence et les deux mois qui se sont écoulés, les projets "visée" des trois étudiants témoignant d'une vision déterministe ont gagné en complexité, se rapprochant dorénavant de la quête d'une variété de stratégies d'enseignement. En ce qui a trait aux projets des étudiants qui témoignaient d'une vision intermédiaire, on note un léger gain de complexité chez ceux d'Amélie, ainsi qu'une légère perte de complexité chez ceux de Florence. Enfin, en ce qui a trait à l'évolution globale des projets des étudiants témoignant d'une sensibilité à la complexité, exception faite de Gabrielle, on note un élargissement des projets "visée" et/ou programmatique. Dominic, Gabrielle et Béatrice ont par ailleurs tous les trois maintenu leur sensibilité à la complexité. En somme, après la réalisation de notre séquence de situations, les projets "visée" de quatre étudiants se sont complexifiés (Éléonore, Cédric, Hilda et Amélie), trois sont demeurés stables (Dominic, Gabrielle et Béatrice) et un a régressé (Florence).

Figure 36 : Évolution globale des projets visée et programmatique des étudiants



Est-il possible d'effectuer un lien entre le profil des étudiants et l'évolution de leurs projet "visée" et programmatique? Le Tableau 22 permet de croiser les caractéristiques des sujets sélectionnés pour des entretiens individuels avec la complexification de leurs projets "visée" et programmatique.

Tableau 22 : Croisement entre les caractéristiques des sujets sélectionnés et la complexification de leurs projets "visée" et programmatique

	Considère que les mathématiques sont construites par l'Homme	**Considère que les mathématiques sont découvertes par l'Homme**
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de trucs	Cédric (VD-évolution) Florence (QS-régression)	Éléonore (VD-évolution) Hilda (VD-évolution)
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de notions	Amélie (QS-évolution) Dominic (SC-stabilité)	Gabrielle (SC-stabilité) Béatrice (SC-stabilité)

Une lecture horizontale de ce tableau permet d'observer un lien potentiel entre l'axe du projet d'apprentissage (trucs ou notions) et la complexification des projets. En effet, 3 des 4 étudiants nourrissant un projet axé sur l'apprentissage de trucs ont vu leurs projets "visée" et programmatique se complexifier, contre seulement une qui les a vus régresser. Par ailleurs, les projets "visée" et programmatique de 3 des 4 étudiants nourrissant un projet axé sur l'apprentissage de notions témoignaient déjà d'une sensibilité à la complexité et sont demeurés stables; et la quatrième, dotée au départ d'une vision intermédiaire, a vu les siens se complexifier. La vision des mathématiques semble avoir moins joué sur l'évolution des projets.

4.3.2 Les modes d'anticipation

Les propos tenus durant la deuxième discussion de groupe et durant les entretiens individuels ont servi de matériau pour analyser, *a posteriori*, les modes d'anticipation des projets de formation des futurs enseignants. Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons les anticipations que nous avons pu mettre en relief.

4.3.2.1 Le mode adaptatif

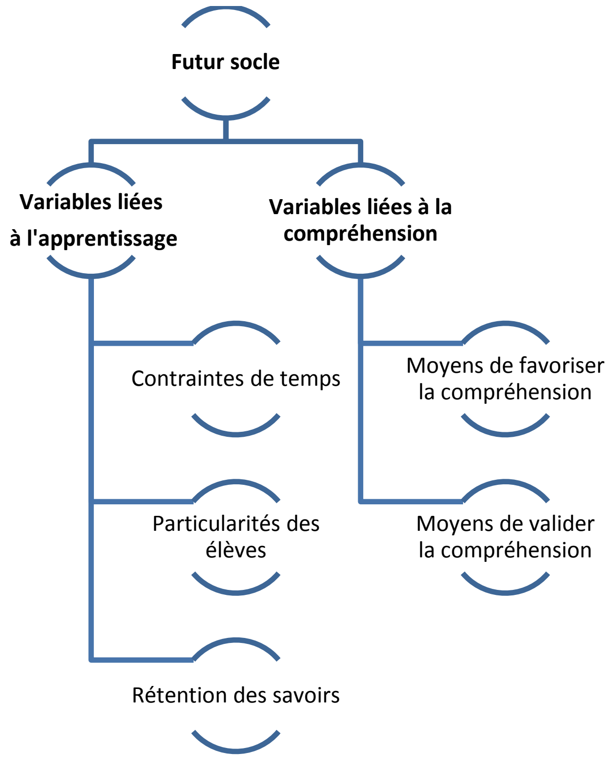
Le mode adaptatif est un mode d'anticipation pour lequel l'enjeu est de contrôler un avenir constitué de situations dont les variables sont connues et déterminées à l'avance. Tel que mentionné dans le cadre théorique de cette thèse, selon la nature de ces variables, deux horizons temporels peuvent être anticipés: le futur socle et le futur nécessaire. Nous présentons ici les anticipations se rattachant à chacun de ces horizons.

4.3.2.1.1 Le futur socle

Le futur socle est l'horizon de l'invariance, soit un horizon temporel ressemblant à ce qui a toujours été. Anticiper cet horizon, c'est chercher à contrôler les variables des situations qui se produisent toujours. Il faut garder en tête que le futur socle est un horizon temporel qui est en tous points semblables au présent, à la différence qu'il n'a pas encore été avéré. Par conséquent, les anticipations se rattachant à cet horizon temporel ne sont pas nécessairement exprimées au futur, puisqu'il s'agit de s'adapter à un présent dont l'actualisation est à venir.

L'analyse des entretiens individuels et de la seconde discussion de groupe nous a permis d'identifier deux catégories de variables (voir Figure 37). La première catégorie regroupe des variables concernant l'apprentissage, soit l'action d'apprendre des savoirs mathématiques, tandis que la seconde regroupe des variables ayant trait à la compréhension, soit à l'intelligibilité des savoirs mathématiques. Nous les présentons dans les paragraphes qui suivent.

Figure 37 : Anticipations liées au futur socle



4.3.2.1.1.1 *Les variables liées à l'apprentissage*

Qu'est-ce qu'enseigner? Dans son acception la plus simple et la plus commune, le verbe enseigner renvoie à l'action de «faire apprendre». Enseigner une notion n'aura donc de sens que si cette notion est apprise ou du moins, si l'enseignant aménage les conditions rendant possible cet apprentissage. Il n'est donc pas étonnant que les futurs enseignants rencontrés cherchent à contrôler les variables relatives à l'apprentissage et que cet apprentissage appartienne à un futur socle. L'analyse révèle que pour eux, trois types de variables relatives à l'apprentissage doivent être contrôlés : les variables liées au temps, les variables liées aux particularités des élèves ainsi que les variables liées à la rétention des savoirs. Explorons-les un instant.

Les étudiants rencontrés anticipent devoir négocier, lorsqu'ils seront enseignants, avec de nombreuses contraintes de temps. Pour Amélie, cette anticipation peut expliquer la non réalisation de certaines activités d'apprentissage :

Amélie	Tu sais, peut-être juste faire une autre activité pour mettre tout ça ensemble là. […] Bien, tu sais, des fois, c'est ça, c'est un manque de temps puis…c'est partout dans l'enseignement. Au primaire, au secondaire… C'est ça.

Selon Hilda, ces contraintes vont jusqu'à remettre en question la possibilité d'effectuer des interventions adaptées aux difficultés des élèves et légitiment le recours à une orthopédagogue :

Hilda	Je pense que quand un élève vit vraiment une difficulté en particulier sur une chose, souvent, en classe, on n'a pas le temps de s'asseoir avec l'élève puis de revoir ça, tandis que l'orthopédagogue a ce temps-là.

Durant la seconde discussion de groupe, une étudiante réagissait également aux affirmations de certains participants, qui avaient tendance à penser qu'un enseignement basé sur la réalisation de situations-problèmes nécessiterait trop de temps :

Étudiante	C'est sûr que la situation-problème prend un peu plus de temps, mais je pense qu'à long terme, on économise du temps parce qu'on n'a pas à toujours revenir sur … Puis eux autres, ils vont accumuler un nombre d'incompréhensions, ils vont tout empiler ça puis là, ils vont arriver à des problèmes et ils ne seront pas équipés pour les résoudre. Ils n'auront pas de stratégies. Puis ils ont appris des choses par cœur et là, ils mélangent tout, puis ils essaient d'appliquer des formules toutes faites. Puis, ils ne réfléchissent pas sur un problème. Donc je pense qu'à long terme, on économiserait du temps de faire des situations-problèmes pour faire comprendre aux élèves certains concepts.

Comme ses collègues, cette étudiante souhaite économiser du temps, mais à la différence d'eux, elle soutient que la présentation de situations-problèmes durant la période d'apprentissage est susceptible de se traduire en une économie de temps. L'économie de temps est donc au cœur des anticipations des étudiants lorsqu'ils se projettent dans leur rôle d'enseignant. Cela n'a rien d'étonnant car selon Raymond (1997), les contraintes liées au temps font partie des facteurs qui causent, selon les enseignants, des incohérences entre leurs croyances et les pratiques qu'ils adoptent.

Les étudiants rencontrés anticipent également devoir négocier, lorsqu'ils seront enseignants, avec les particularités des élèves en adaptation scolaire. Ici plus qu'ailleurs, il convient de signaler que cette anticipation serait potentiellement différente pour les étudiants du baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement primaire. Deux caractéristiques ont ainsi été identifiées, toutes deux formulées par Éléonore. Selon elle, les élèves en adaptation scolaire 1) ne feront pas assez d'efforts et 2) n'apprendront pas par eux-mêmes (caractéristique 2):

Éléonore	Oui. Tu sais, [on te dit que] les élèves vont pouvoir apprendre par eux-mêmes puis là t'arrives en classe et ils ne comprennent rien du tout, là. Ils ne sont pas capables de développer ça, de penser. Ils ne se souviennent même pas de ce qu'ils ont appris la semaine passée, alors c'est sûr qu'ils ne sont pas capables de…pas qu'ils ne sont pas capables, à la limite peut-être qu'ils seraient capables, mais ils ne feront pas l'effort, puis c'est ce qui va faire qu'ils vont dégrader puis qu'ils vont devenir de moins en moins bons. Ils ne font pas assez d'efforts pour apprendre par eux-mêmes. […] Mais, tu sais, je reviens encore à moi. J'étais en maths, puis là, avec la réforme, c'est : «apprends par toi-même et après je te donnerai une notion». Sauf que je suis en adaptation scolaire, puis ils [les enseignants] n'arrêtent pas de me dire : «Oublie ça, ils n'apprendront pas par eux-mêmes, il faut que tu leur donnes les notions et ils font les exercices après».

Enfin, les étudiants rencontrés anticipent devoir favoriser, lorsqu'ils seront enseignants, la rétention des savoirs mathématiques. Deux anticipations ont ici été mises en relief. Une première renvoie au fait qu'en mathématiques, il y a des savoirs à retenir. Une étudiante explique :

Étudiante	Ça dépend parce qu'il y a quand même des savoirs théoriques à faire. Alors j'imagine qu'il y a certaines situations d'apprentissage où il n'y aura pas vraiment de retour à faire, là. Quand il faut qu'ils l'apprennent, il faut qu'ils l'apprennent. Tu sais en maths, il y a quand même un certain bagage à avoir. C'est plus, je pense, quand on va les confronter à des problèmes, à de la résolution de problèmes. Puis c'est plus des stratégies je pense qu'il faut aller partager que le savoir théorique, les mathématiques. […] En même temps, ça c'est sûr que ça va ressortir dans les discussions avec les stratégies, puis tout ça, mais il y a certaines choses comme apprendre des multiplications, c'est apprendre des multiplications. Faut le savoir.

S'il y a des savoirs mathématiques que les élèves doivent acquérir, un socle de connaissances qu'ils doivent absolument posséder, une seconde anticipation fait entrevoir les dangers associés à un apprentissage qui se limiterait au par cœur :

Hilda	[…] Quand on fait nos travaux, le par cœur, les examens de par cœur, tu apprends pour ton examen. Après ça, ton cerveau, il met ça plus loin. Il…tu sais, moi, j'ai vraiment…C'est pour ça que faire des exercices, faire des travaux, manipuler, ça, ça me reste plus qu'apprendre un examen par cœur, par exemple. Donc, c'est pour ça que quand j'arrive sur le terrain, bien il faut que je manipule, il faut que je touche, il faut que je bouge, il faut que je comprenne. Donc ça, ça me reste plus que tu sais, en classe…

Ch	Oui, c'est ça.
Hilda	Je ne sais pas si tu comprends un peu mon raisonnement.
Ch	Oui, j'ai été étudiante aussi.
Hilda	Tu comprends ? [rires] <u>On essaie d'expliquer aux professeurs, souvent, que par cœur, ça ne nous reste pas, on apprend ça pour une semaine, puis une fois que l'examen est fini, on met ça de côté</u>. On voudrait le garder, mais automatiquement, il y a d'autres choses qui rentrent, d'autres informations, donc, tu sais…c'est là quand même, c'est dans notre cerveau, mais c'est plus loin.
Ch	Toi, quand tu apprends par cœur, penses-tu que tu comprends ce que t'as…
Hilda	Non, C'est vraiment du par cœur. Ce n'est pas de la compréhension. Pour moi, le par cœur puis la compréhension, c'est très différent.

En effet, pour Hilda, apprendre par cœur, c'est effectuer une rétention à court terme des savoirs à apprendre. C'est également une action à distinguer de la compréhension, autour de laquelle s'articule la seconde catégorie de situations de cet horizon temporel.

4.3.2.1.1.2 Les variables liées à la compréhension

Chez les étudiants rencontrés, il semble qu'il faille d'une part adopter des approches favorisant la compréhension des mathématiques et d'autre part, valider la compréhension des élèves. Amélie explique que l'adoption d'une démarche semblable à celle que nous avons expérimentée (avec les phases d'action, de formulation et de validation qu'elle comportait) favorise la compréhension des savoirs mathématiques :

Amélie	[…] <u>j'ai appris que…ça a reconfirmé que de travailler, d'essayer de trouver, de manipuler puis tout ça, bien après ça, quand on valide en groupe, bien c'est fort, tu sais ça reste là</u>…Plus que si on l'avait expliqué au tableau puis après ça, on le fait. Bien là, j'aurais moins compris […].

En ce qui a trait à la validation de la compréhension, plusieurs options ont été mises en relief. La première de ces options consiste à demander à l'élève d'expliquer dans ses propres mots ce qu'il a compris. Le discours tenu par certains étudiants lors de la seconde discussion de groupe en témoigne :

Étudiante	<u>On lui demande d'expliquer ce qu'il a compris</u>. Bien, peut-être pour une classe, ça s'applique moins là, mais de manière individuelle, c'est la meilleure façon de savoir si quelqu'un a compris, c'est qu'il te l'explique, puis qu'il utilise ses mots.

Étudiante	<u>Je crois que s'il emploie ses mots et non ceux que l'enseignant utilise, bien c'est qu'il comprend</u>. S'il répète, dans les mêmes termes, [avec] à peu près la même structure de phrase ce que l'enseignant vient de dire, il n'a peut-être pas nécessairement compris. Mais s'il reformule dans ses mots, différemment, avec des exemples, même s'il n'a pas les mots corrects, les termes spécifiques, mais qu'on comprend qu'il fait des liens, mais je pense que oui, il a compris.
Étudiante	Devant un problème, si devant ses explications, on ressent qu'à un moment donné qu'il y a quelque chose qu'il a mal compris, bien on arrive déjà à identifier la partie du problème. <u>Puis s'il arrive à expliquer dans ses mots son processus, c'est donc qu'il démontre qu'il a compris</u>.

La deuxième option consiste à valider la compréhension en confrontant la réponse obtenue à la réponse attendue. Encore une fois, les étudiants rencontrés lors de la seconde discussion de groupe expliquent :

Étudiante	Tu sais, comme nous autres, on a fait l'exercice. On a fait ce qu'on pensait qui était correct. Après ça, bien on a vérifié, puis une fois qu'on a vérifié, dans le fond, qu'on a eu la réponse, bien là, on a pu savoir que c'était correct.
Étudiante	<u>Quand on a vu vraiment c'était quoi la réponse, ça validait</u>…

Enfin, la troisième option consiste à valider la compréhension en confrontant la réponse obtenue à celles des autres. Comme l'a mentionné une étudiante durant de la seconde discussion de groupe, «en discutant avec les autres … on a pu savoir que c'était correct».

En somme, dans cette section, nous avons vu que le futur socle correspondait, chez les étudiants rencontrés, au contrôle des variables liées à l'apprentissage et à la compréhension. Nous avons également pu constater que les anticipations effectuées décrivaient davantage les choses qui se passent que celles qui se passeront, l'avenir anticipé renvoyant, dans cet horizon, à ce qui est et a toujours été.

Il convient maintenant de se demander s'il y a un lien possible entre les caractéristiques des sujets sélectionnés pour des entretiens individuels et leur projection dans un futur socle. Le tableau qui suit permet d'identifier les caractéristiques des sujets s'étant projetés dans cet horizon temporel.

Tableau 23 : Caractéristiques des sujets s'étant projetés dans un futur socle

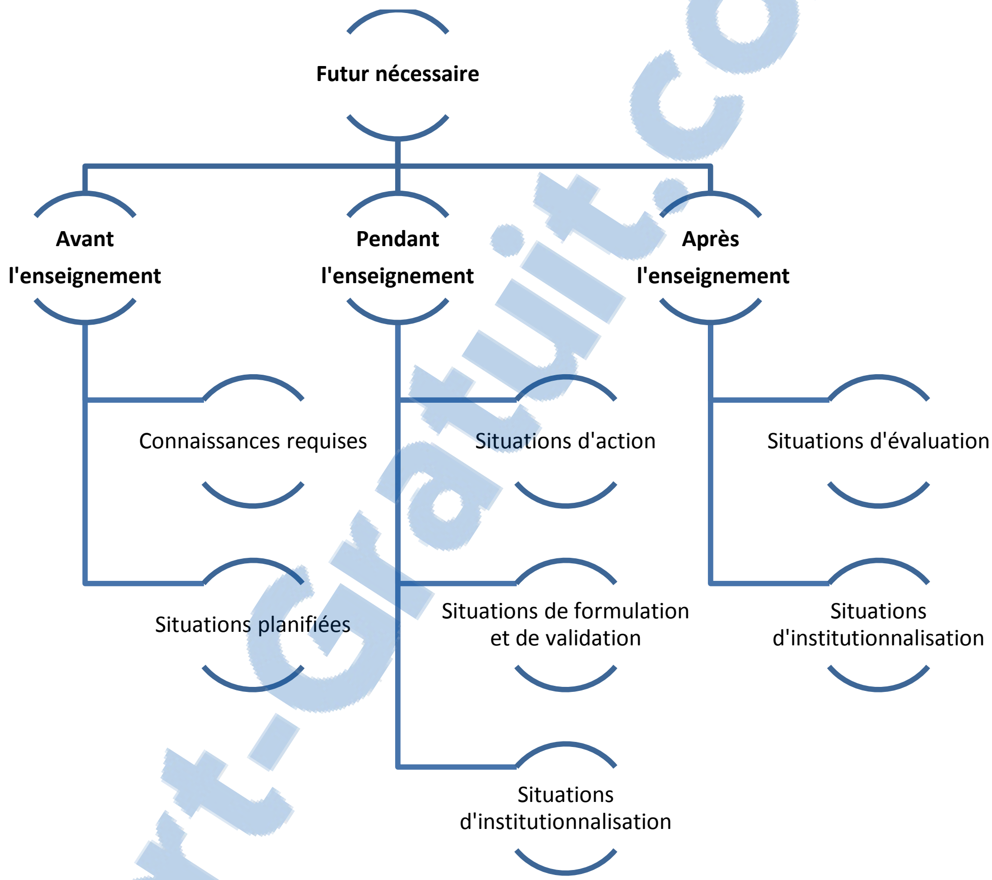
	Considère que les mathématiques sont construites par l'Homme	Considère que les mathématiques sont découvertes par l'Homme
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de trucs		Éléonore (VD-évolution) Hilda (VD-évolution)
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de notions	Amélie (QS-évolution)	

Il est à noter que deux des trois sujets s'étant projetés dans un futur socle nourrissaient au départ un projet axé sur l'apprentissage de trucs et considéraient que les mathématiques sont découvertes par l'Homme, ce qui correspondrait au profil qui se rapproche le plus d'une vision des mathématiques et de leur apprentissage basée sur la perception (Simon *et al.*, 2000). Par ailleurs, il n'est pas étonnant de pouvoir établir un lien entre leur vision déterministe (VD) et leur référence à un futur socle.

4.3.2.1.2 Le futur nécessaire

Le futur nécessaire est l'horizon de l'inévitable, soit un horizon temporel ne pouvant être évité. Anticiper cet horizon, c'est chercher à contrôler les variables des situations qui se produiront inexorablement. Trois catégories de situations ont ici été identifiées, soit les situations que les futurs enseignants devront affronter 1) avant l'enseignement, 2) pendant l'enseignement et 3) après l'enseignement (voir Figure 38). Ces anticipations se distinguent des anticipations liées au futur socle puisqu'elles sont liées non pas à l'expression de ce qui arrive invariablement, mais à l'expression de ce qui doit arriver ou de ce qui doit être fait. Ainsi, dans le discours des étudiants, des marqueurs textuels associés aux verbes devoir et falloir permettent généralement de repérer l’expression d’anticipations liées à un futur nécessaire.

Figure 38 : Anticipations liées au futur nécessaire



4.3.2.1.2.1 *Avant l'enseignement*

En ce qui a trait à la première catégorie de situations, soit celles qui doivent être affrontées avant l'enseignement, il appert que selon les étudiants, deux catégories de variables doivent être contrôlées : celles relatives aux connaissances requises pour enseigner de même que celles relatives à la planification des situations d'enseignement. Nous les présentons dans les paragraphes qui suivent.

Une question portant spécifiquement sur les connaissances requises pour enseigner les mathématiques au primaire a été posée aux étudiants durant les entretiens individuels et la seconde discussion de groupe. Il n'est donc pas étonnant de voir ressurgir cette catégorie de variables dans l'anticipation du futur nécessaire. Les catégories de connaissances, elles, ont toutefois émergé de nos analyses. Ainsi, parmi les connaissances requises pour enseigner, on dénote, dans le discours des étudiants rencontrés, des connaissances de la matière à enseigner, des connaissances didactiques ainsi que des connaissances relatives aux connaissances antérieures des élèves. Dans les extraits qui suivent, les connaissances de la matière à enseigner sont notamment nécessaires pour expliquer de différentes façons, pour être sûr de soi en tant qu'enseignant ainsi que pour pouvoir répondre aux questions des élèves.

Ch	Mais il faut quelles connaissances pour enseigner les mathématiques ?
Hilda	Bien, je pense qu'il faut les connaissances de ce que tu vas enseigner. Ce que tu vas enseigner, je pense qu'il faut que tu le maîtrises très bien justement parce s'il y a un élève qui ne comprend pas une petite partie dans le problème, bien il faut que tu maîtrises assez bien ta matière pour pouvoir l'expliquer d'une autre façon, de ne pas toujours, tu sais... Il faut que tu la maîtrises, il faut que tu la comprennes pour pouvoir changer d'orientation rapidement.

Cédric	C'est certain que… En tout cas, je pense qu'il y a plusieurs qui s'en sont rendu compte dans les problèmes qu'on a faits, là, avec toi, ça prend des connaissances essentielles aussi, là. Vraiment, la théorie[54] derrière les choses. C'est sûr que ce sont des choses qu'il faut mettre à jour par rapport à la clientèle avec qui on travaille, là, mais je pense qu'on ne peut pas se permettre d'escamoter…

[54] Cédric fait ici référence à la théorie mathématique.

Dominic	[…]Mais au-delà de ça…il faut bien acquérir la matière, il faut comprendre… Il faut qu'on soit sûrs de nous.
Ch	Sur le plan mathématique.
Dominic	Oui, c'est ça. C'est ça que je voulais dire.

Béatrice	Bien, il faut qu'il connaisse bien la matière, et pas juste l'application de la matière, dans le fond. Justement, ce qui est à la base de ça, le pourquoi des choses.
Ch	Ok.
Béatrice	Pour pouvoir répondre justement.

Dans l'anticipation de cet horizon, les connaissances didactiques semblent n'avoir été mentionnées que par Florence, selon laquelle elles sont nécessaires pour aider les élèves à réaliser des apprentissages.

Florence	Ok, des connaissances. Bien, il devrait savoir les élèves bloquent sur quel genre de problèmes, puis savoir les interventions à faire s'ils ont tels problèmes. Il devrait aussi savoir de quelle manière enseigner, dans quel ordre enseigner […] pour faire réaliser des apprentissages.

Florence semble ainsi vouloir se réfugier dans des connaissances didactiques qu'elle souhaite universellement applicables. Enfin, Amélie et une des étudiantes ayant participé à la seconde discussion de groupe anticipent l'importance de connaître et de prendre en compte les connaissances des élèves pour favoriser les apprentissages. Cela dit, elles perçoivent ces connaissances essentiellement comme des préalables à des situations d'apprentissage qui s'ajoutent les unes aux autres et non pas comme sources d'obstacles éventuels qu'il conviendra de surmonter. C'est principalement pour cette raison que nous n'avions pas inclus ces connaissances dans les connaissances didactiques.

Étudiante	Bien, moi je pense que d'abord et avant tout, pour monter une bonne situation, il faut faire la recension des connaissances antérieures que l'élève a. Puis j'ajoute un petit peu, puis à chaque fois j'ajoute un petit peu de nouveau.

Amélie	[…] Maintenant, ce que je pourrais dire, c'est d'essayer de penser à, un petit peu à tout là, tu sais […] qu'est-ce que tu vas utiliser pour enseigner tes mathématiques. Donc, <u>il faut que tu prennes toutes les connaissances préalables que les élèves doivent avoir,</u> tu sais qui doivent être…
Ch	Ça doit être acquis pour faire…
Amélie	Pour faire un bel apprentissage […].

Les variables liées à la planification de situations d'enseignement renvoient pour leur part aux caractéristiques de ces situations, qui doivent être motivantes, adaptées au niveau des élèves, qui respectent un ordre de présentation qui leur semble optimal (i.e. un cours suivi d'une phase d'exercices), qui permettent de mettre en relief le raisonnement de l'élève et dont le but doit être facilement perceptible par l'élève (intentions explicites). Le Tableau 24 présente succinctement les extraits associés à chacune de ces caractéristiques. Il convient toutefois de noter que ces caractéristiques ne sont pas nécessairement partagées par l'ensemble des étudiants.

Tableau 24 : Caractéristiques des situations d'enseignement devant être planifiées

Caractéristiques relevées	Extraits associés	
Motivantes	Étudiant(e)	Une des choses intéressantes, c'est peut être que ça pique la curiosité des élèves. Tu sais, quand ils font face au problème, ils font comme : « Heille oui, je le sais pas.». Puis qu'ils aient envie de le faire, là. […] Ça peut être en rapport avec l'intérêt aussi, mais de comme justement piquer la curiosité pour qu'ils aient envie de le résoudre.
	Cédric	[…] Il faut que ce soit vraiment applicable à quelque chose de concret, puis que ce soit vraiment intéressant, quelque chose vraiment qui vient rejoindre les intérêts des élèves.
Adaptées au niveau des élèves	Cédric	[…] Fait que c'est sûr, mettre ça au plus simple possible, mais en même temps pas trop simplifier pour que ça ne soit pas trop facile, puis ne pas donner tout cuit dans le bec.
Respectant un certain ordre dans la présentation	Éléonore	Puis je pense qu'ils ont toujours été habitués comme ça, fait que là, ils ne sont pas capables de dire : parfait, je vais apprendre par moi-même, tu sais. C'est ça, dans le fond, dans mes stages, c'est vraiment «tu montres». Tu sais, le cahier, il est pro-réforme. Fait que tu as tous les exercices, puis après ça tu as la matière. Mais mon enseignante, elle allait voir la matière qu'il y avait à faire, elle la donnait, puis ensuite, elle leur faisait faire les exercices.
	Ch	Ok, elle inversait un peu la séquence.
	Éléonore	Puis les autres enseignants en maths aussi, ils faisaient ça.
	Ch	Fait que, dans le fond, vas-tu avoir tendance à faire ça ?
	Éléonore	Oui.
Permettant de mettre en relief le raisonnement de l'élève	Amélie	La situation d'apprentissage idéale, ce n'est pas d'avoir en tête que l'élève fasse une procédure toute faite, mais tu veux voir, tu sais, tu veux qu'il raisonne, qu'il chemine puis, dans le fond, c'est toujours d'avoir un objectif, là, que tu veux réaliser, en quelque part, puis tu veux tout voir ses…Tu sais, des fois, c'est tellement drôle. Tu sais, tantôt je disais, moi je suis chez-nous, tu sais je fais des maths, c'est long… Mais tu sais, j'aime ça. Tu vois vraiment tout le cheminement… En classe, si tu ne leur fais pas faire ça, tu ne le vois pas où est-ce qu'ils clochent ou est-ce qui…Donc, la situation d'apprentissage idéale, c'est justement pas trop facile, mais pas trop dure non plus, mais que t'es capable de voir vraiment tout son cheminement, là.
Aux intentions explicites	Cédric	Vraiment, il faut que ce soit clair dans le sens qu'on comprenne bien où veut nous amener l'enseignant.
	Ch	Ok, l'intention.
	Cédric	Exactement.
	Ch	Ok, l'intention de l'enseignant à travers la proposition de la situation en question.
	Cédric	Exactement.

4.3.2.1.2.2 Pendant l'enseignement

En ce qui a trait à la deuxième catégorie de situations, soit celles qui doivent être affrontées pendant l'enseignement, il appert que selon les étudiants, trois catégories de variables doivent être contrôlées : les variables relatives aux situations d'action, les variables relatives aux situations de formulation et de validation de même que les variables relatives aux situations d'institutionnalisation[55].

Pour orienter la réalisation de situations d'action, deux principes d'action ont été mentionnés par les étudiants: laisser la place à l'expérimentation et poser les bonnes questions. Cédric et Dominic décrivent respectivement la première et la seconde action:

Cédric	Ce n'est pas évident, mais quelqu'un de très clair, quelqu'un de structuré, qui y va par étapes, quelqu'un d'attentif, qui laisse la place aussi aux élèves puis à l'expérimentation.

Dominic	[…] Pendant la période, justement, que les élèves sont en action, il faut poser les bonnes questions. Il faut apprendre ça. Des fois, on l'a naturellement, mais pas tout le temps non plus, on oublie de faire des trucs.

Du côté des situations de formulation et de validation, deux principes d'action semblent nécessaires: aménager des discussions et guider les discussions. Selon Gabrielle, il convient d'aménager des discussions afin de confronter les élèves aux idées des autres:

Ch	C'est important les échanges ?
Gabrielle	Bien, oui, oui. Parce que c'est sûr, on n'a pas tous la même opinion, puis que ce soit dans n'importe quel autre contexte bien…on va être confronté à l'opinion des autres.
Ch	Ok ok. Fait que, toi, serais-tu tentée d'aménager des discussions comme ça autour de ce que les élèves font en classe ?
Gabrielle	Oui.
Ch	En mathématiques, tu penses que ça pourrait avoir sa place ?
Gabrielle	Oui.

[55] Le lecteur aura tôt fait de remarquer que la structuration des variables est ici influencée par la typologie des situations adidactiques de Brousseau (1986). Ces regroupements ne reflètent pas directement les propos des étudiants, mais plutôt le regard que nous portons sur ceux-ci et les liens que nous cherchons à établir avec ces types de situations.

Selon une autre étudiante, l'aménagement de discussions permettrait également de mettre en relief l'évolution de la pensée de l'élève:

Étudiante	Bien, moi je pense qu'à la base, il faut savoir qu'est-ce qu'il pense du problème. Tu sais, savoir… Tu sais comment il perçoit le problème au début, puis savoir s'il a eu un conflit cognitif. Qu'est-ce qu'il croit à la fin. Comment il a réussi à cheminer dans sa façon de penser. Puis c'est sûr que…ouais, discuter avec l'élève, c'est la meilleure solution.
Ch	Ok, donc toi, dans ta planification, tu prévoirais des périodes où il y a discussion avec…
Étudiante	Oui, bien discussion entre eux. Mettons qu'on fait un problème où il y a une donnée qu'ils ne connaissent pas. Ok, comment vous pensez qu'on peut résoudre ce problème-là? Puis je crois que je les ferais parler.

Cela dit, s'il importe d'aménager des discussions durant les situations de formulation et de validation, l'enseignant se doit par ailleurs de guider les discussions. Durant la seconde discussion de groupe, deux étudiantes ont expliqué cette nécessité:

Étudiante	Je pense […] Qu'il y a une façon de faire un retour plus, mais pas juste plus dynamique, mais justement de faire ressortir par les élèves ce qu'ils ont compris par une discussion en groupe, comme on avait fait avec le petit hôpital quand les gens expliquent, mais que ce soit les jeunes entre eux qui se l'expliquent et non l'enseignant qui le donne, qui le dit. Donc, peut-être qu'il y a des élèves qui n'ont pas compris, mais il y a des élèves sûrement qui ont compris, puis qui vont pouvoir aider les élèves qui n'ont pas compris à comprendre.
Ch	Donc, la validation ne viendrait pas nécessairement uniquement de l'enseignant à la fin, mais du débat…
Étudiante	…du groupe. L'enseignant, il est là pour s'assurer que les élèves qui pensent qu'ils ont compris [expliquent aux autres] mais, qu'ils les emmènent pas ailleurs.
Ch	Ok.
Étudiante	Elle est plus là pour faire des balises, puis s'assurer qu'on reste dans le sujet. Mais il ne faut pas qu'elle… Il faut qu'elle donne la chance aux élèves de donner la réponse, ceux qu'ils ont compris, d'expliquer aux autres ce qu'ils ont compris.

Étudiante	C'est sûr que l'enseignant doit quand même guider la discussion pour prendre des bonnes pistes, pour les amener sur des pistes, les guider à aller vers un meilleur raisonnement, avec ce que les jeunes disent. Parce que s'ils parlent juste ensemble, des fois ils peuvent s'égarer très loin. Tandis que si l'enseignant est là pour guider, puis prendre les bonnes pistes, puis essayer d'amener des indices pour qu'ils aient des bonnes discussions.

Enfin, en ce qui a trait aux situations d'institutionnalisation, deux actions semblent requises: donner des démonstrations[56] et expliquer de différentes façons. Selon Éléonore, l'enseignant idéal offrirait, entre autres, beaucoup de démonstrations:

Ch	Un bon enseignant de mathématiques, c'est un enseignant qui… ? Si tu avais à choisir juste quelques mots pour dire ça, 2-3 mots.
Éléonore	Des qualificatifs ?
Ch	Oui. Qui est ou qui fait.
Éléonore	Qui est patient, ça c'est sûr. Qui fait beaucoup d'exercices, puis de démonstrations.

Hilda et Béatrice soulignent, pour leur part, la nécessité d'expliquer de différentes façons[57], renvoyant à nouveau à la nécessité de maîtriser les savoirs mathématiques en jeu et leur raison d'être :

Ch	Mais il faut quelles connaissances pour enseigner les mathématiques ?
Hilda	[…] s'il y a un élève qui ne comprend pas une petite partie dans le problème, bien il faut que tu maîtrises assez bien ta matière pour pouvoir l'expliquer d'une autre façon, […] il faut que tu la comprennes pour pouvoir changer d'orientation rapidement. […] Puis de l'expliquer dans d'autres mots. C'est ça.

Béatrice	Bien, il faut qu'il connaisse bien la matière, et pas juste l'application de la matière, dans le fond. Justement, ce qui est à la base de ça, le pourquoi des choses…Pour pouvoir répondre justement. […] pour l'enseigner de plein de manières à des élèves.

---

[56] Au sens de « montrer publiquement et concrètement comment faire » et non au sens de « prouver mathématiquement ».

[57] Les extraits relevés ici ont également été utilisés pour mettre en relief la nécessité de maîtriser, en amont de l'enseignement, les savoirs mathématiques à enseigner.

4.3.2.1.2.3 Après l'enseignement

En ce qui a trait à la troisième catégorie de situations de cet horizon temporel, soit celles qui doivent être affrontées après l'enseignement, les étudiants visent le contrôle de deux catégories de variables: les variables relatives aux situations d'évaluation de même que les variables relatives aux situations d'institutionnalisation. Dans les situations d'évaluation, Dominic croit nécessaire avant tout de s'attarder au raisonnement des élèves :

Dominic	Je pense que c'est en demandant des explications. En demandant le raisonnement de l'élève. Quel raisonnement il a pris pour arriver à la réponse. Je pense… Tu sais, on parlait tantôt… Oui, il faut vérifier s'il a une bonne réponse, mais je pense que ce qui est le plus important […] c'est d'aller chercher le raisonnement de l'enfant. Comment il a cherché. Comment il s'y est pris pour chercher. Toute la didactique qu'il a prise. C'est ça, c'est avoir du feed-back, vraiment. Puis ça peut aller à même l'évaluation plus tard, où c'est que là, il va être bon pour expliquer sa façon de procéder.

D'autres croient plutôt que la vérification de la compréhension des élèves demande de leur soumettre des exercices semblables, ce qui témoigne d'une vision algorithmique des savoirs mathématiques, où la compréhension se mesure à la capacité à reproduire un processus :

Étudiante	Ce serait de faire un exercice semblable, à savoir s'il a vraiment compris ou pas. Parce que des fois, les élèves vont dire : « Oui, oui, je comprends. » Et ils redisent comment ils l'ont fait, mais faire un exercice semblable, je trouve que c'est vraiment essentiel pour voir s'il a vraiment compris ou pas.

Finalement, les variables liées aux situations d'institutionnalisation renvoient à la nécessité de faire un retour sur les apprentissages réalisés:

Ch	Alors toi, dans ta planification, quand tu prévois une situation d'enseignement apprentissage sur une notion, tu penses à quoi?
Étudiante	Bien, d'introduire la matière [et] après ça, peut-être faire une situation-problème, puis ensuite faire un retour sur ce qu'on a fait en classe. Puis après ça, bien, peut-être une autre journée ailleurs dans la semaine, revenir là-dessus pour être sûr que c'est quelque chose qui est acquis, que ce n'est pas juste entré par une oreille, puis sorti par l'autre.

Dominic	Bien, c'est sûr qu'il y a toute la planification de l'activité, dans le fond, de bien structurer l'activité. Tu sais, c'est sûr que ça prend un retour à la fin.

En somme, dans cette section, nous avons vu que le futur nécessaire correspondait, chez les étudiants rencontrés, au contrôle d'un large éventail de variables. Leur prise en compte s'avère nécessaire pour piloter les situations d'enseignement anticipées, certes, mais également pour aménager les situations qui se situent en amont et en aval de celles-ci. Il convient également de signaler la parenté entre les résultats que nous avons obtenus et les trois phases de l'activité de l'enseignant selon Jonnaert et Vander Borght (1999), phases qui se servent à mettre en place les conditions de l'apprentissage, soit la phase pré-active (avant), la phase interaction (pendant) et la phase post-active (après).

L'analyse des entretiens permet de constater que tous les étudiants rencontrés se sont projetés dans un futur nécessaire et anticipent ainsi leur futur grâce à un mode adaptatif. Cela confirme ce qu'avançait Roegiers, selon qui «[…] tout projet dont la "visée" s'inscrit dans un développement de compétences, au sein d'une institution d'enseignement ou de formation, relève d'une anticipation selon le mode adaptatif» (Roegiers, 2007, p. 182).

4.3.2.2 Le mode prévisionnel

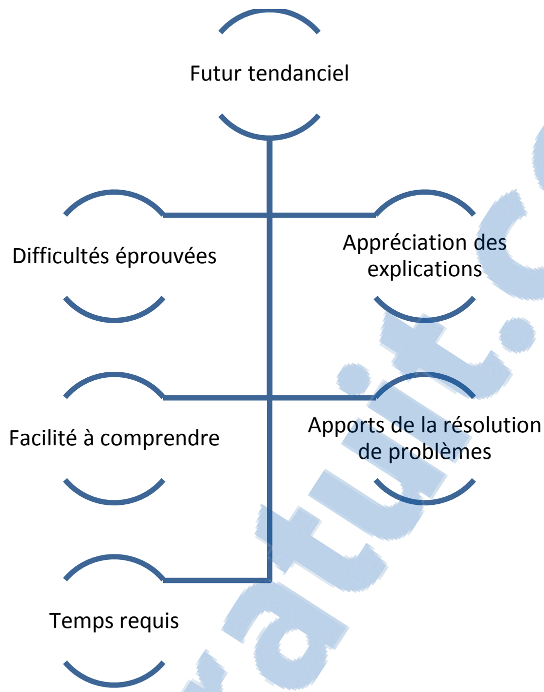
Le mode prévisionnel est un mode d'anticipation pour lequel l'enjeu est de contrôler et de créer un avenir constitué de situations "modèles"[58], dont les variables peuvent être prévues. Selon la nature de ces variables, deux horizons temporels peuvent être anticipés: le futur tendanciel et le futur interdit. Nous présentons ici les anticipations se rattachant à chacun de ces horizons.

4.3.2.2.1 Le futur tendanciel

Le futur tendanciel est l'horizon de la tendance. Anticiper cet horizon temporel, c'est chercher à créer et à contrôler les variables des situations qui devraient se produire si la tendance se maintient. L'analyse effectuée révèle cinq types d'anticipations: celles relatives aux difficultés éprouvées, à l'appréciation des explications, à la facilité à comprendre, à l'apport de la résolution de problèmes ainsi qu'au temps requis pour réaliser un apprentissage basé sur la résolution de problèmes (voir Figure 39).

[58] Non pas dans le sens d'exemplaires, c'est-à-dire de modèles à suivre, mais dans le sens de modélisées.

Figure 39 : Anticipations liées au futur tendanciel



La première anticipation est liée aux difficultés qui seront éprouvées par les élèves. Dans l'extrait qui suit, Éléonore explique que si elle a éprouvé de la difficulté à résoudre les problèmes de la séquence, les élèves éprouveront également de la difficulté à les traiter :

Éléonore	Oui. Je me disais, si j'apportais ça à des élèves en adaptation scolaire, ils auraient vraiment beaucoup de misère. <u>Si moi, j'ai eu de la misère parce que je le trouvais long, tu sais, eux ils vont avoir trois fois plus de difficulté. [...]</u> Ça veut dire au moins 3 périodes, puis ce serait vraiment long… Puis je perdrais la moitié de la classe. En tout cas, si je me fie à mon stage que je fais présentement, c'est sûr que… Oui, c'est sûr que c'est trop complexe.

Il convient toutefois de préciser que les tâches prévues dans les situations de formation ne sont pas toujours pensées pour être utilisées telles quelles avec les élèves.

La deuxième anticipation est liée à l'appréciation qu'auront les élèves des explications qui seront livrées. Florence soutient en effet qu'un bon enseignant de mathématiques doit "expliquer" et en filigrane du discours qu'elle tient par rapport à cet enseignant, il est possible d'entendre que si elle apprécie recevoir des explications, les élèves apprécieront également en recevoir :

Florence	Bien, c'est quelqu'un qui est passionné, qui essaie de te montrer que les mathématiques sont intéressantes, puis utiles. Ça fait parfois des situations-problèmes, mais aussi ça explique. Parce que moi, j'étais bonne en mathématiques, mais il me fallait vraiment la méthode à faire puis si essayer de découvrir toi-même, c'est compliqué, puis je me sentais dans…C'est flou puis je ne savais pas quoi faire. J'aimais mieux avoir une méthode, je l'applique, c'est fait puis j'avais bon là.

La troisième anticipation est liée à ce qui sera, pour les élèves, simple ou non à comprendre. En effet, selon Éléonore, si une chose est simple à comprendre pour elle, elle le sera tout autant pour les élèves lorsqu'elle la leur aura expliquée :

Ch	Comment tu vois ça, l'aide que tu peux lui apporter ? T'as quelqu'un qui arrive, je ne sais pas, qui n'est pas capable d'additionner deux fractions, qui additionne tout le temps les numérateurs entre eux par exemple, puis les dénominateurs entre eux. Comment tu fais pour aider un élève comme ça ?
Éléonore	Je fais…Bien, j'essaie de faire ce qui est le plus simple pour moi, dans le fond. Dans le sens que, tu sais, quand je fais une fraction, c'est quoi qui est le plus simple pour moi, c'est quoi que je trouve le plus simple à comprendre ? Bien comme tu disais, mettons additionner ou multiplier des fractions, qu'est-ce qui est le plus simple pour moi ? Bien, je vais lui montrer à lui parce que c'est clair pour moi…Quand quelque chose est vraiment clair clair dans notre tête, c'est bien plus facile de l'expliquer à quelqu'un d'autre […].

On a là une remarquable négation de la variabilité et de la pertinence de connaître une variété d'approches, ce qui semble cohérent avec le déterminisme d'Éléonore.

La quatrième anticipation est liée à l'apport qu'aura, pour les élèves, la résolution de problèmes semblables à ceux de la séquence. Selon Dominic, si la résolution de problèmes a été constructive pour eux, ce le sera certainement pour les élèves :

Ch	Est-ce que ça suscite chez toi des réflexions particulières sur la résolution de problèmes ou sur l'enseignement des mathématiques ?
Dominic	À moitié. Probablement, la … justement, le problème… Là tu… J'ai vu une preuve vraiment que c'était constructif, puis que c'était bénéfique pour les étudiants donc oui, c'est sûr que quand je vais être prof plus tard… Tu sais, ça, ça donne le goût d'en avoir des situations-problèmes comme ça, de les envoyer. Tu sais, faire un atelier, changer la routine de tableau. Oui, c'est sûr que ça a suscité plusieurs réflexions pour plus tard. Je voudrais appliquer ça, mais dans un contexte d'adaptation scolaire, ça peut se faire aussi, là. […] Il faut juste l'adapter bien le problème […] au bon niveau.

Enfin, la cinquième anticipation est liée au temps qui sera requis, en classe, pour effectuer un apprentissage basé sur la résolution de problèmes :

Étudiante	Mais en même temps, je me dis, c'est parce que dans le temps aussi. C'est la gestion du temps, moi, que je me demande, quand on fait tout le temps des situations-problèmes, parce que la semaine passée, on a quand même passé trois heures à comprendre les probabilités. Tandis que le dire rapidement à l'avant, ça nous aurait pris une demi-heure.
Ch	Une demi-heure pour comprendre ? Ou une demi-heure…
Étudiante	Pour mémoriser.

Florence	Mais les autres, je trouvais qu'ils étaient pas mal compliqués. Nous, ça nous a pris du temps à comprendre. Puis là, je me dis, les élèves au primaire, ça va être compliqué. Je ne sais pas s'ils vont comprendre vraiment.

Y a-t-il un lien entre les caractéristiques des sujets sélectionnés pour des entretiens individuels et leur projection dans un futur tendanciel? Le tableau qui suit permet d'identifier les caractéristiques des sujets s'étant projetés dans cet horizon temporel.

Tableau 25 : Caractéristiques des sujets s'étant projetés dans un futur tendanciel

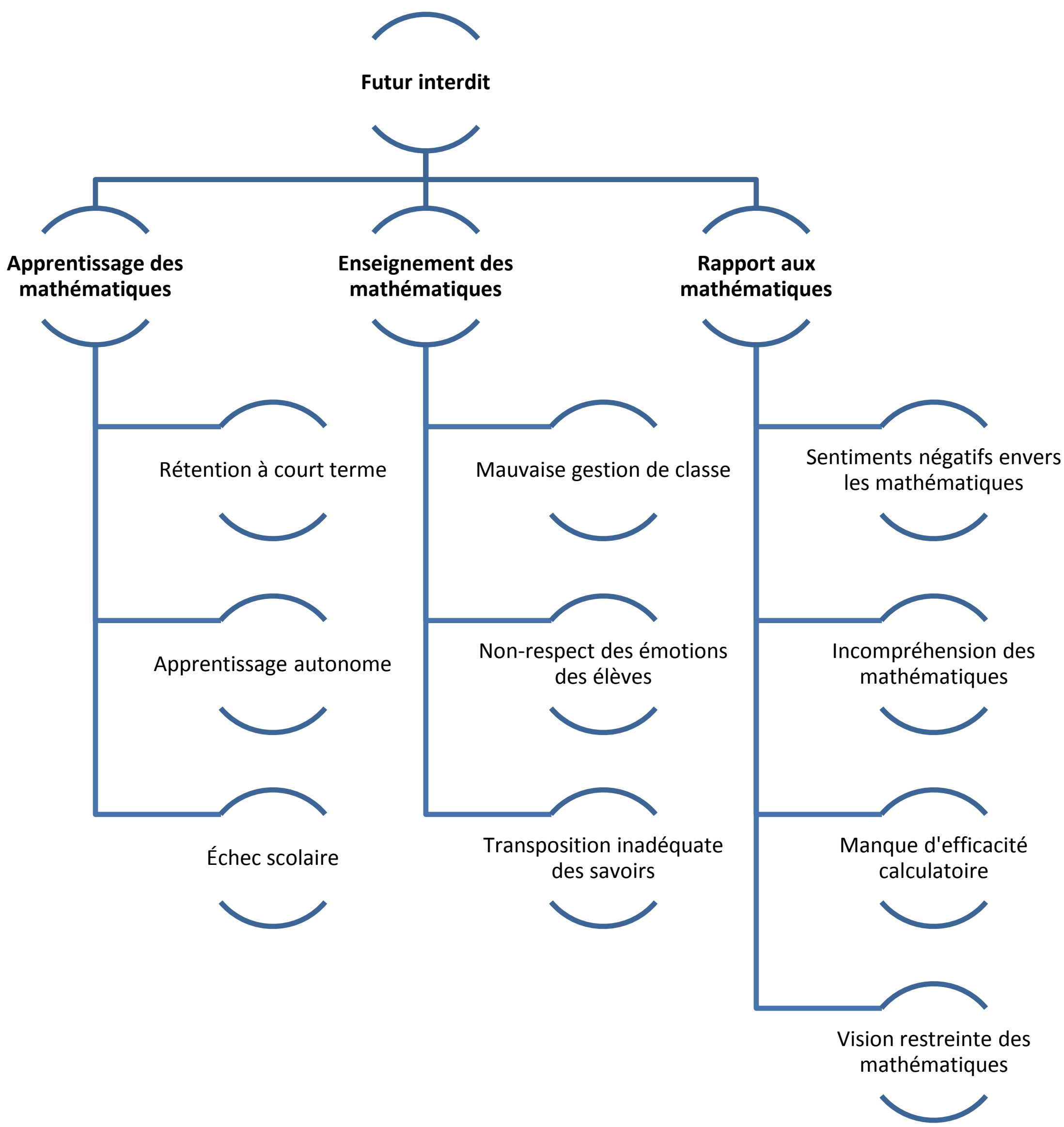
	Considère que les mathématiques sont construites par l'Homme	**Considère que les mathématiques sont découvertes par l'Homme**
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de trucs	Florence (QS-évolution)	Éléonore (VD-évolution)
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de notions	Dominic (SC-stabilité)	

Ces résultats ne permettent pas d'inférer un lien entre les caractéristiques des étudiants et leur projection dans un futur tendanciel.

4.3.2.2.2 Le futur interdit

Le futur interdit est l'horizon interdit. Anticiper cet horizon temporel, c'est chercher à éviter que certains phénomènes redoutés se produisent. Trois catégories de situations ont ici été identifiées, soit les situations que les futurs enseignants souhaitent éviter et qui sont liées 1) à l'apprentissage des mathématiques, 2) à l'enseignement des mathématiques ou 3) à leur rapport aux mathématiques (voir Figure 40).

Figure 40 : Anticipations liées au futur interdit



4.3.2.2.2.1 Apprentissage des mathématiques

La première catégorie de phénomènes redoutés, soit ceux relatifs à l'apprentissage des mathématiques, chapeaute trois types d'interdits : des interdits relatifs à la rétention à court terme, des interdits relatifs à l'apprentissage autonome ainsi que des interdits relatifs à l'échec scolaire. Nous les présentons dans les lignes qui suivent.

Les interdits relatifs à la rétention à court terme renvoient d'abord à l'interdiction d'inciter les élèves à apprendre des notions par cœur. En effet, durant la seconde discussion de groupe, une étudiante mentionnait les dangers de cette façon d'apprendre :

Étudiante	[…] ils ont appris des choses par cœur puis là, ils mélangent tout, puis ils essaient d'appliquer des formules toutes faites.

Des étudiants envisagent également des retours fréquents sur les notions ou le recours à des supports visuels afin d'éviter l'oubli rapide des savoirs :

Étudiante	Puis après ça, bien, peut-être une autre journée ailleurs dans la semaine, revenir là-dessus pour être sûr que c'est quelque chose qui est acquis, que ce n'est pas juste entré par une oreille, puis sorti par l'autre.

Hilda	Mais un enseignant qui parle en avant sans support visuel, sans nous faire faire des exercices, moi, ça rentre par une oreille, ça ressort par l'autre, ça reste pas.

Les interdits relatifs à l'apprentissage autonome ciblent quant à eux les élèves de l'adaptation scolaire, dont la capacité à apprendre par eux-mêmes est remise en question par les enseignants qui œuvrent auprès d'eux. En effet, selon Éléonore, les enseignants ne cessent de lui dire qu'«ils n'apprendront pas par eux-mêmes» et qu'il faut leur enseigner les notions avant de leur proposer tout travail.

Plus loin dans son entretien, Éléonore soulève une autre interdiction, soit celle de laisser les élèves échouer :

Éléonore	[…] si je vois que ça ne fonctionne pas du tout, je ne laisserai pas mes élèves couler parce qu'ils ne sont pas capables de l'apprendre par eux-mêmes […].

4.3.2.2.2.2 Enseignement des mathématiques

La deuxième catégorie de phénomènes redoutés, soit ceux relatifs à l'enseignement des mathématiques, regroupe trois types d'interdits : des interdits relatifs à la mauvaise gestion de classe, des interdits relatifs au non-respect des émotions des élèves ainsi que des interdits relatifs une transposition inadéquate des savoirs.

Les interdits relatifs à la mauvaise gestion de classe sont divers. Mentionnons tout d'abord la crainte que certaines activités d'enseignement mènent au chaos, situation qui apparait à Dominic comme étant clairement proscrite :

Dominic	Mais des fois, pour un professeur, c'est difficile de… Tu sais, ils ont peur que ça mène au chaos. Je pense que c'est plus une crainte, là, des fois, qu'on a, mais il faut le tester premièrement.

Ensuite, il semble qu'il faille à tout prix éviter les pertes de temps. Alors qu'elle nous entretient du lien entre la vitesse de traitement d'une situation mathématique et l'habileté en mathématiques, Amélie révèle qu'à l'école, il ne faut pas perdre de temps :

Amélie	Puis souvent, je vais faire des petites démarches, des fois elles sont peut-être inutiles, je m'en rends compte après, ce n'est pas grave. Écoute donc, je les ai faites!
Ch	[…] Il fallait que tu le fasses pour comprendre.
Amélie	Mais en scolaire, quand tu fais, ça tu perds du temps, tu ne peux pas.

Enfin, s'inscrit probablement dans le prolongement des interdits liés à la perte de temps, l'interdiction de laisser les élèves s'écarter du sujet d'une discussion. Il s'agit d'ailleurs, selon les étudiants, d'un des rôles que doit assumer l'enseignant :

Étudiante	[…] L'enseignante, elle est là pour s'assurer que les élèves qui pensent qu'ils ont compris [expliquent aux autres], mais qu'ils ne les emmènent pas ailleurs…Elle est plus là pour faire des balises, puis s'assurer qu'on reste dans le sujet […]

Étudiante	C'est sûr que l'enseignant doit quand même guider la discussion pour prendre des bonnes pistes, pour les amener sur des pistes, les guider à aller vers un meilleur raisonnement, avec ce que les jeunes disent. Parce que s'ils parlent juste ensemble, des fois, ils peuvent s'égarer très loin.

Abordons maintenant les interdits liés au non-respect des émotions des élèves. Dans un premier temps, mentionnons que selon Cédric, une situation-problème ne doit en aucun cas décourager les élèves :

Ch	Quelles réflexions sur la résolution de problèmes et sur l'enseignement des mathématiques cette séquence suscite chez toi ?
Cédric	Oui, l'énoncé, il faut qu'il soit très clair, puis c'est sûr que l'accompagnement durant le processus est très intéressant aussi, parce que c'est sûr, il faut les laisser expérimenter, <u>c'est une situation problématique mais pas, si je me mets dans la position de quelqu'un qui n'a pas tellement des grosses capacités mathématiques, il va se décourager</u>, il est un peu démotivé : « Ah, là, je suis écœuré, puis je ne suis plus capable, là, j'arrête». Puis surtout où la question numéro 1, il y a beaucoup de mots, des casse-têtes puis on se dit : « Voyons, c'est quoi, c'est quoi? » C'est facile d'abandonner, là.

Dominic mentionne que les élèves doivent être traités avec respect et qu'il ne faut surtout pas les dénigrer:

Dominic	C'est sûr qu'il y a aussi toute une approche humaine. Quand l'élève fait une erreur, c'est surtout de <u>ne pas le rabaisser</u>, tu sais, qu'il garde encore une bonne confiance en lui, une bonne estime. C'est ça. C'est prendre le temps, finalement aussi des fois, il faut prendre le temps.

Enfin, selon Hilda, il convient de faire attention au choix des problèmes et de ne pas utiliser des situations ne rejoignant pas les élèves :

Hilda	Exact. Il fait vivre des expériences… <u>Ses problèmes</u> sont avec des choses concrètes, dans la vie de tous les jours, qui <u>touchent les jeunes</u>.

Cela pose toutefois la question de la variabilité des intérêts individuels et du jugement porté par l'enseignant sur ce qui rejoint et sur ce qui ne rejoint pas les élèves.

Le troisième type d'interdits relatifs à l'enseignement, soit les interdits relatifs à une transposition inadéquate des savoirs, dénote plusieurs interdictions. Premièrement, Hilda mentionne l'interdiction de livrer un enseignement magistral et ce, notamment aux élèves en adaptation scolaire :

Hilda	[…] Oui. Donc, je pense que je vais être comme ça <u>quand je vais enseigner, je vais essayer de ne pas…Ok, aujourd'hui on fait la page 10 à 15 dans votre cahier. Ça, ouf, c'est emmerdant! Puis je pense que ça n'aide pas les élèves à aimer les mathématiques</u>…Surtout, étant donné que je suis en adaptation scolaire, bien, il faut faire autrement, parce que la méthode du cahier n'a pas

	fonctionné avec ces élèves-là. Donc, il faut passer à autre chose, il faut aller voir plus loin. Souvent, les élèves en adaptation scolaire, justement, ils ont besoin de toucher pour comprendre, de vivre des expériences différentes, concrètes aussi, des choses concrètes.

S'il est possible de penser autrement l'enseignement, Florence mentionne toutefois qu'il ne faudrait pas pour autant laisser les élèves dans le flou et passer outre l'institutionnalisation des savoirs :

Florence	Parce qu'on me dit comment faire, je le fais. J'aime ça avoir un modèle, puis pas que ça soit dans le flou. Si c'est dans le flou, je ne sais pas si ce que je fais c'est bien, je ne sais pas si je dois continuer, si je dois changer de voie ou…
Ch	Oui.
Florence	Ce n'est comme pas…
Ch	C'est plus long.
Florence	Oui, c'est plus long, puis ce n'est comme pas clair dans ma tête. Alors, je ne sais pas s'il faut que je l'apprenne vraiment ou si c'est une bonne réponse, c'est…C'est bien qu'ils l'apprennent aussi par eux-mêmes, mais qu'on sache la vraie méthode par la suite.

Il s'agit encore d'une manifestation d'une vision à la fois déterministe et très algorithmique des savoirs. Il semble également qu'il ne faille pas niveler par le bas le niveau de l'enseignement et ce, que ce soit en omettant d'enseigner d'une notion jugée trop difficile ou en simplifiant à outrance les situations proposées. Éléonore explique :

Éléonore	Parce que c'est tellement facile de passer par-dessus une notion que les élèves trouvent trop compliquée, là. Quand c'est trop dur, on passe ça à l'autre.

Éléonore	[…] Une situation d'apprentissage que j'aimerais ?...C'est sûr qu'il faut qu'il y ait un petit défi à relever, là. Il ne faut pas que les élèves aient tout cuit dans le bec, puis dire parfait, je sais tout de suite ce que je vais faire. …Une notion qu'ils ont déjà vue, mais qu'ils vont approfondir dans le sens qu'ils vont apprendre une nouvelle chose sur cette notion-là. […]

D'autres interdictions relatives à la transposition des savoirs sont encore à signaler. Amélie explique dans ses termes que ce serait une erreur de ne pas respecter un certain ordre de présentation des savoirs :

Amélie	[…] Tu sais, il y a un…il y a des séquences à suivre. Le développement de l'enfant aussi, où il est rendu. Tu sais, tu ne peux pas lui demander, comme le temps ou, tu sais il y a des choses qui sont plus abstraites selon l'âge […] Mais tu sais, toutes ces choses-là, en fonction de où l'enfant est rendu, où est-ce qu'il est rendu dans ses apprentissages aussi, il lui montrera pas ses multiplications s'il ne sait même pas les additions.

Pour sa part, Béatrice signale le danger qu'il y a à toujours approcher les notions de la même façon :

Béatrice	[…] Parce que si elle voit tout le temps la même forme, le problème, par exemple, elle va être portée à appliquer tout le temps ce qu'elle a pensé, puis elle ne sera pas capable de recommencer à neuf.

Cela dit, pour Éléonore, il est peut être dommageable d'utiliser plusieurs approches en même temps :

Éléonore	Bien, j'essaie de ne pas leur montrer différentes façons aussi. Tu sais je dis souvent, connaître plusieurs façons d'enseigner mais, je ne trouve pas ça bon d'utiliser plusieurs manières d'enseigner à un élève parce qu'après ça, il se retrouve mal pris, il faut qu'il choisisse entre une de celles-là puis il va toutes les mélanger ensemble, tu sais.

À nouveau, ce discours témoigne du rejet des différentes approches chez Éléonore. Elle veut bien les connaître, mais seulement pour choisir « la meilleure » apparemment…

4.3.2.2.2.3 Rapport aux mathématiques

La troisième et dernière catégorie de situations identifiée dans cet horizon, soit celle des interdits relatifs au rapport aux mathématiques de l'enseignant, chapeaute quatre types d'interdits : des interdits relatifs aux sentiments négatifs envers les mathématiques, des interdits relatifs à l'incompréhension des mathématiques, des interdits relatifs au manque d'efficacité calculatoire de même que des interdits relatifs à une vision restreinte des mathématiques. Tout d'abord, il semble qu'il soit interdit, comme le signale Gabrielle, de ne pas aimer les mathématiques :

Gabrielle	C'est important ces aspects-là de…faire apprécier, puis faut être passionné un peu…Bien, parce qu'ils en parlent souvent de…du côté affectif dans les apprentissages, puis quand on n'aime pas ça, bien, c'est normal d'être bloqué par rapport à ça, puis de pas vouloir en apprendre plus. Le positif, d'après moi, ça apporte beaucoup, là.

Il est également interdit de livrer un contenu sans le comprendre, sans permettre aux élèves d'en apprécier les raisons d'être et celles qui font que ça fonctionne :

Béatrice	Bien, je pense que…un bon enseignant, il faut qu'il sache le pourquoi, d'où ça vient. <u>Il ne peut pas juste dire : «c'est de même que ça marche».</u>

Pour Cédric, s'il est normal de se tromper lorsqu'on effectue des mathématiques, il est toutefois interdit, pour un enseignant, d'effectuer trop fréquemment des erreurs de calculs ou, pire encore, d'exposer régulièrement les limites de ses connaissances :

Ch	Puis un mathématicien ou un prof de maths, ça peut se tromper ?
Cédric	Oui, ça peut se tromper. Un prof de français peut faire des erreurs de français…<u>C'est sûr que si on parle d'additions ou de multiplications simples, ça peut être moins intéressant que l'enseignant se trompe, là […].</u>

Cédric	[…] Tu sais parce que bref, les élèves se fient sur nous pour que… On est comme les détenteurs du savoir, si on veut, puis <u>si nous-mêmes, on est constamment ébranlés, </u>si, je parle qu'on peut se tromper en tant qu'enseignant, ou <u>si on est constamment en questionnement en disant : « Ah, je sais pas, je sais pas.</u> » … à un moment donné, il y a une certaine confiance qui va…
Ch	… qui va moins bien s'établir.
Cédric	Oui.

Enfin, Béatrice souligne une interdiction relative à la vision qu'a l'enseignant des mathématiques. Selon elle, il est en effet interdit de se borner à sa propre vision des choses :

Ch	Pour toi, un bon enseignant en mathématiques, c'est quelqu'un qui…
Béatrice	<u>Qui ne reste pas accroché dans sa manière de voir les choses</u>.

Dans cette intervention de Béatrice, on sent une vision plus complexe de la situation d'enseignement, puisqu'elle ne souhaite pas nécessairement amener les élèves à percevoir les choses de la même manière qu'elle, mais plutôt les amener à comprendre le sens des notions enseignées.

En somme, dans cette section, nous avons vu que le futur interdit correspondait, chez les étudiants rencontrés, au contrôle de plusieurs variables liées à l'apprentissage des mathématiques, à l'enseignement des mathématiques de même qu'au rapport qu'ils devront entretenir, en tant qu'enseignants, avec cette discipline.

L'analyse des entretiens permet de constater que tous les étudiants rencontrés se sont projetés dans un futur interdit et anticipent ainsi leur futur grâce à un mode prévisionnel.

4.3.2.3 Le mode prospectif

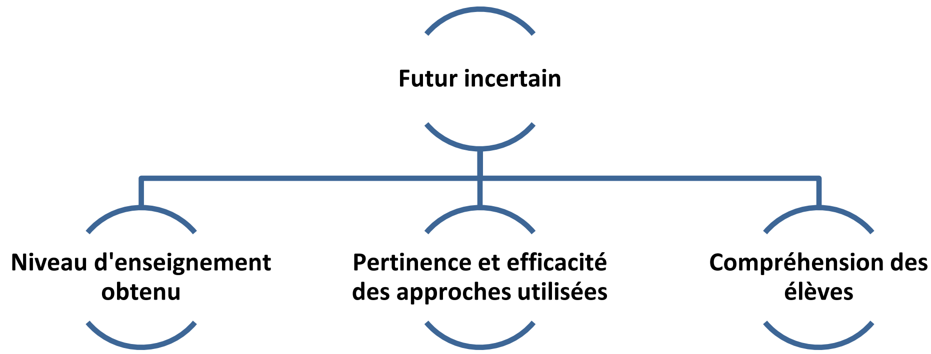
Le mode prospectif est un mode d'anticipation pour lequel l'enjeu est de créer un avenir dont les situations sont indéterminées et dont les variables sont inconnues. Selon la nature de ces variables, deux horizons temporels peuvent être anticipés: le futur incertain et le futur libre. Nous présentons ici les anticipations se rattachant à chacun de ces horizons.

4.3.2.3.1 Le futur incertain

Le futur incertain est l'horizon de l'incertitude. Anticiper cet horizon temporel, c'est chercher à créer, ou du moins à imaginer, les variables des situations qui vont ou ne vont peut-être pas se produire. Ainsi, dans le discours des étudiants, des marqueurs textuels tels que «ça se peut», «peut-être», «pas nécessairement» et «je ne sais pas»[59] rendent généralement possible le repérage des anticipations liées à un futur incertain. Ici, trois anticipations distinctes ont été relevées (voir Figure 41) : l'incertitude liée au niveau d'enseignement obtenu, l'incertitude liée à la pertinence et à l'efficacité des approches utilisées de même que l'incertitude liée à la compréhension des élèves.

[59] Cette liste d'exemples ne se veut pas exhaustive.

Figure 41 : Variables liées au futur incertain



Tel que mentionné plus haut, une des incertitudes relevées est celle du niveau d'enseignement attribué. Éléonore suit le programme d'enseignement en adaptation scolaire et sociale afin d'intervenir auprès des élèves du secondaire. Bien qu'elle soutienne que ses cours insistent trop sur les difficultés liées à l'apprentissage et à l'enseignement des notions du primaire, elle admet néanmoins qu'il soit possible qu'elle ait à enseigner à ce niveau:

Éléonore	Malgré que je peux me retrouver là, quand même, là tu sais, à un moment donné. Tu as bien beau vouloir être dans une classe, ça se peut que tu te retrouves dans une autre année.

Une autre zone d'incertitude a trait à la pertinence et à l'efficacité des approches utilisées. Selon Dominic, certaines approches, comme celle d'un enseignement basé sur la résolution de problèmes, risquent de ne pas fonctionner :

Dominic	Si ça ne fonctionne pas, bien ça ne fonctionne pas. Mais si on essaie, au moins on va voir, ça peut avoir des résultats.

À la lecture de cet extrait, on comprend toutefois que cette incertitude ne doit pas, pour Dominic, freiner l'innovation pédagogique. Lors de la seconde discussion de groupe, une étudiante mentionnait également que si elle pouvait valider la compréhension d'un élève en lui demandant d'expliquer ce qu'il avait compris, pour une classe, elle n'était pas certaine que cela fonctionnerait :

Ch	Mais on peut aussi se questionner sur comment on fait pour savoir… comment l'élève fait pour savoir qu'il a compris. Comment l'élève lui-même fait ?
Étudiante	On lui demande d'expliquer ce qu'il a compris. Bien, peut-être pour une classe, ça s'applique moins, là, mais de manière individuelle, c'est la meilleure façon de savoir si quelqu'un a compris, c'est qu'il te l'explique, puis qu'il utilise ses mots.

Questionnée sur l'aide à apporter à un élève qui éprouve une difficulté en mathématiques, Amélie se questionnait également sur l'aide qu'il lui sera possible d'offrir, en classe, à cet élève :

Amélie	Dans un contexte de classe, je ne sais pas comment je le ferais, mais en individuel, je pense que c'est de lui proposer puis de lui faire faire. Je ne sais pas, je pense que ça va beaucoup, aussi, avec le style d'apprentissage, là. […] Mais je pense que je le ferais beaucoup verbaliser sur qu'est-ce qu'il est en train de faire. Puis peut-être je lui ferais faire un contre-exemple aussi. Lui montrer, ça c'est bon comme ça, explique-moi comment on fait ou peut-être aussi avec du matériel. Tu sais, je varierais. Mais tu sais, en contexte de classe, quand t'en a vingt et quelques, bien là, je ne sais pas si je pourrais faire ça, là. Ou ce serait de le faire en groupe, peut-être justement que les autres l'expliquent. Tu sais des fois, quelqu'un dit quelque chose puis là [survient] une illumination. Mais là, quoique quand tu es en difficulté comme ça, je ne suis pas sûre là. Mais…tu sais, en individuel, c'est ça que je ferais plus, là.

Enfin, la troisième anticipation renvoie à l'incertitude liée à la compréhension des élèves. Une étudiante mentionnait que c'est en essayant d'expliquer une notion à une autre personne qu'elle peut mettre à l'épreuve sa compréhension et se demandait si l'élève pouvait aussi valider sa compréhension de cette façon :

Étudiante	Il y a aussi que quand tu l'expliques, quand tu te mélanges toi-même en l'expliquant, tu sais, l'élève, il va bien s'en rendre compte qu'il est comme mêlé ou qu'il est très clair dans sa tête en formulant son idée. Tu sais, quand t'es comme mêlé, puis tu parles, puis ça ne marche pas ce que tu dis, peut-être que c'est la même chose pour l'élève. En nous l'expliquant, si tout est clair dans sa tête, si ça sort comme il le veut, c'est peut-être qu'il a compris. Je ne sais pas.

D'un autre côté Amélie nous explique que s'il est fécond, pour elle, de traiter des situations d'action et de s'engager ensuite dans une dialectique de formulation et de validation, elle n'est pas certaine que cela sera fécond pour les autres étudiants ou pour les élèves à qui elle enseignera:

Amélie	[…] Alors, je me suis rendu compte que, c'est naturel de le faire comme ça pour moi, puis que ça marche pour moi aussi.
Ch	Ok. Puis si ça marche pour toi, pourquoi ça ne marcherait pas pour …
Amélie	Ouin, c'est ça. Mais c'est sûr que si ça marche pour moi, ça ne marche pas nécessairement pour les autres, mais en tout cas.

Un autre exemple nous est enfin livré par Béatrice. Selon elle, si elle développe, en tant qu'enseignante, une compréhension donnée d'une notion, cela ne signifie pas pour autant que ses élèves en développeront une compréhension similaire :

Béatrice	[…] C'est vraiment que…bien, moi je comprends ça de cette manière-là, bien… le petit « pout » qui est en avant, peut-être qu'il ne comprend pas ça de la même manière, qu'il n'a pas les mêmes méthodes de mémorisation.
Ch	Oui, c'est ça.
Béatrice	Les mêmes stratégies d'apprentissage […].

En somme, dans cette section, nous avons vu que le futur incertain correspondait, chez les étudiants rencontrés, à l'anticipation d'un horizon temporel comportant un certain nombre d'incertitudes. Outre l'incertitude du niveau d'enseignement obtenu, les incertitudes relevées sont toutes liées, d'une façon ou d'une autre, à l'opérationnalité des connaissances sur l'apprentissage ou l'enseignement et semblent être émises en réponse aux questions qui suivent : Est-ce que ces connaissances seront opératoires à toutes les fois? Le seront-elles pour une classe comme pour un individu? Pour un élève comme pour un étudiant? Questionnement au demeurant fort légitime, la sensibilité à la complexité des situations d'enseignement et à l'hétérogénéité des élèves conduisant à remettre en question l'efficacité universelle d'une approche didactique donnée.

Il convient maintenant de se demander s'il y a potentiellement un lien entre les caractéristiques des sujets sélectionnés pour des entretiens individuels et leur projection dans un futur incertain. Le tableau qui suit permet d'identifier les caractéristiques des sujets s'étant projetés dans cet horizon temporel.

Tableau 26 : Caractéristiques des sujets s'étant projetés dans un futur incertain

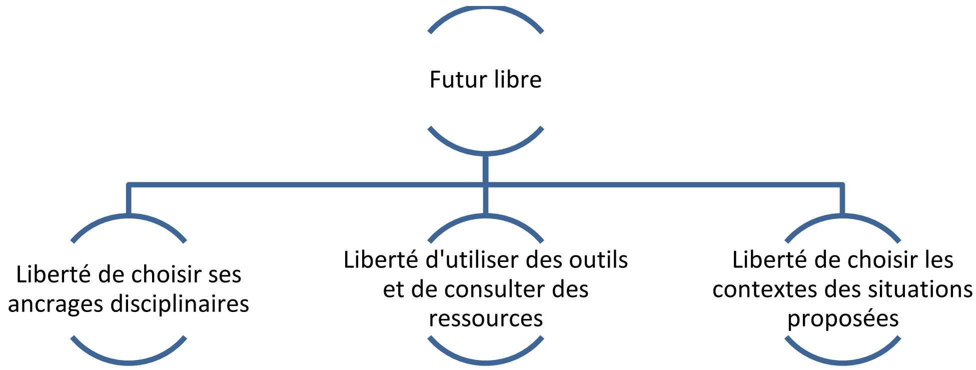
	Considère que les mathématiques sont construites par l'Homme	Considère que les mathématiques sont découvertes par l'Homme
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de trucs		Éléonore (VD-évolution)
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de notions	Amélie (QS-évolution) Dominic (SC-stabilité)	Béatrice (SC-stabilité)

Les deux étudiants qui nourrissaient un projet axé sur l'apprentissage de notions et qui soutenaient que les mathématiques sont construites par l'Homme se sont projetés dans cet horizon temporel. Par ailleurs, force est de remarquer que parmi les étudiants qui nourrissaient un projet axé sur l'apprentissage de trucs, un seul s'est projeté dans cet horizon.

4.3.2.3.2 Le futur libre

Le futur libre est l'horizon de la liberté. Anticiper cet horizon temporel, c'est chercher à créer les variables de toute situation pouvant être imaginée et étant susceptible d'appartenir à l'univers des situations possibles. L'analyse des données révèle trois catégories d'anticipations liées à cet horizon temporel (voir Figure 42) : la liberté de choisir ses ancrages disciplinaires, la liberté d'utiliser des outils ou de consulter des ressources ainsi que la liberté de choisir le contexte des situations proposées.

Figure 42 : Anticipations liées au futur libre



La première anticipation relevée est relative à la liberté de choisir ses ancrages disciplinaires. Éléonore explique :

Éléonore	[…] c'est sûr que j'aime ça quand on peut intégrer d'autres matières dedans aussi, là. Tant qu'à faire une situation d'apprentissage, bien on peut intégrer la géographie, le français. Moi je trouve ça le fun.

La deuxième anticipation que nous avons mise en relief est liée à la liberté d'utiliser des outils et de consulter des ressources. En effet, selon Gabrielle, plusieurs choix s'offrent à elle :

Gabrielle	Bien, on peut aller voir sur Internet, tu sais des…tu sais, tu tapes admettons, je ne sais pas, c'est l'algèbre que tu vas enseigner, bien, aller voir des fiches d'activités ou des trucs comme ça…Il y a des manuels, je sais que dans notre…On a souvent des livres de référence auxquels on peut aller vérifier, aller regarder là-dedans aussi, là. Il y a tout le temps des petits trucs qu'ils peuvent nous donner, là.

Enfin, la troisième anticipation est liée à la liberté de créer ou de choisir les contextes des situations qui seront proposées aux élèves:

Étudiante	Bonjour. Bien, moi, ce serait de créer …ça revient à peu près au même, mais différentes activités dans différents contextes que l'élève va avoir à affronter dans sa vie de tous les jours, qui vont lui être utiles. Puis que dans le fond, avec ces différentes activités là, bien oui, ça va permettre un transfert avec les différents contextes et tout puis en même temps, ce ne sera pas redondant, puis peut-être qu'il va être plus poussé à être intéressé à l'apprentissage qu'il va faire.

Au final, force est de constater le nombre restreint d'anticipations ayant pu être identifiées dans cet horizon temporel. Les trois anticipations relevées indiquent toutefois au formateur des espaces à l'intérieur desquels les étudiants sont susceptibles de se sentir libres de créer. Le

Tableau 27 présente les caractéristiques des étudiantes s'étant projetées dans cet horizon temporel.

Tableau 27 : Caractéristiques des sujets s'étant projetés dans un futur libre

	Considère que les mathématiques sont construites par l'Homme	Considère que les mathématiques sont découvertes par l'Homme
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de trucs		Éléonore (VD-évolution)
Nourrit un projet axé sur l'apprentissage de notions		Gabrielle (SC-stabilité)

Peu d'étudiants ont réalisé des anticipations se rattachant à cet horizon temporel. En fait, seules deux étudiantes se sont projetées dans cet horizon, étudiantes qui considèrent toutes deux que les mathématiques sont découvertes par l'Homme. Sans vouloir exagérer la portée de ce résultat, il est tout de même intéressant d'envisager qu'un espace à découvrir puisse être un espace de liberté.

4.4 Conclusion partielle

Que conclure au terme de ce chapitre? Plusieurs des projets "visée" et programmatiques que les étudiants nourrissaient avant la réalisation de notre séquence étaient marqués par une volonté d'enseigner les mathématiques et d'apprendre les méthodes et les techniques permettant d'y arriver. Les futurs enseignants envisageaient ainsi l'enseignement dans une perspective transmissive, mais uniquement lorsqu'ils se projetaient eux-mêmes dans l'avenir. En effet, lorsqu'ils émettaient des projets concernant les élèves, ils ne semblaient pas préoccupés par la "rétention" des enseignements livrés, mais plutôt par les apprentissages réalisés par les élèves ainsi que par les difficultés que ces derniers étaient susceptibles de rencontrer avant de parvenir à une compréhension pleine et entière des mathématiques enseignées. En fait, pour qualifier leur vision de l'enseignement des mathématiques, il serait plus juste de parler d'une perspective "explicative" que d'une perspective transmissive, notamment parce que les futurs enseignants semblent reconnaître que le facteur humain confère un caractère complexe à la situation d'enseignement. Selon eux, il importe donc de connaître différents moyens d'expliquer aux élèves, qui n'apprendront et ne comprendront pas tous de la même façon. Il s'agit là d'une volonté, peut-être illusoire mais néanmoins structurante, de contrôler la complexité de ce futur qui les attend.

Les situations probabilistes auxquelles on a exposé les futurs enseignants semblent avoir joué le rôle qu'on attendait d'elles. En effet, elles ont permis aux futurs enseignants de s'engager dans différentes dialectiques, elles les ont amenés à raffiner leur approche stochastique pour traiter les données et elles leur ont finalement permis d'émettre un jugement de probabilité qui prenne davantage en compte toute la complexité de la situation, en ne s'appuyant pas que sur des attributs heuristiques Cela dit, ces situations ont-elles eu un impact quelconque sur les projets de formation nourris avant la réalisation de la séquence? Ont-elles changé les modes d'anticipation de leurs projets? D'une part, nous avons constaté une plus grande sensibilité à l'égard des apprentissages des élèves. En effet, exception faite d'Éléonore et de Florence, tous les sujets reçus en entretien individuel ont reformulé leur projet programmatique de manière à attribuer une plus grande place aux connaissances concernant l'apprentissage et les difficultés rencontrées par les élèves. D'autre part, les trois sujets qui avaient formulé des projets "visée" et programmatiques inconsistants les ont reformulés de façon substantielle. Ainsi, deux mois après la séquence, chacun des huit sujets rencontrés nourrissait des projets "visée" et programmatique consistants entre eux. Par ailleurs, les projets "visée" de quatre étudiants se sont complexifiés (Éléonore, Cédric, Hilda et Amélie), deux sont demeurés stables (Dominic et Gabrielle) et deux ont régressé (Béatrice et Florence). Les projets de la moitié des étudiants rencontrés en entretiens individuels ont donc connu un gain en sensibilité à la complexité. En ce qui a trait aux modes d'anticipation des projets, signalons tout d'abord que des anticipations relatives à chaque mode d'anticipation ont pu être relevées dans le discours des étudiants.

Les anticipations formulées grâce à un mode adaptatif appartenaient à deux horizons temporels bien distincts: le futur socle et le futur nécessaire. Dans le futur socle, les étudiants rencontrés cherchaient à contrôler des variables liées à l'apprentissage, de même que des variables liées à l'enseignement. Dans le futur nécessaire, ils cherchaient plutôt à contrôler les variables liées aux situations qu'ils auront à gérer avant, pendant et après l'enseignement.

Les anticipations formulées grâce à un mode prévisionnel appartenaient également à deux horizons temporels différents, soit au futur tendanciel ainsi qu'au futur interdit. Dans le futur tendanciel, les étudiants rencontrés avaient effectué des anticipations liées aux difficultés éprouvées, à l'appréciation des explications, à la facilité à comprendre, à l'apport de la résolution de problèmes ainsi qu'au temps requis pour réaliser un apprentissage basé sur la résolution de problèmes. Dans le futur interdit, ils cherchaient plutôt à éviter ou à contourner différentes interdictions liées à l'apprentissage des mathématiques, à l'enseignement des mathématiques de même qu'à leur propre rapport aux mathématiques.

Les anticipations formulées grâce à un mode prospectif ne faisaient pas exception et appartenaient également à deux horizons temporels distincts : le futur incertain et le futur libre. Dans le futur incertain, les étudiants rencontrés relevaient différentes incertitudes : l'incertitude liée au niveau d'enseignement obtenu, l'incertitude liée à la pertinence et à l'efficacité des approches utilisées de même que l'incertitude liée à la compréhension des élèves. Dans le futur libre, ils anticipaient plutôt la liberté de choisir leurs ancrages disciplinaires, la liberté d'utiliser des outils ou de consulter des ressources ainsi que la liberté de choisir le contexte des situations qui seront proposées à leurs élèves.

CONCLUSIONS

Dans cette thèse, nous avions émis l'hypothèse selon laquelle les étudiants et les formateurs nourrissent des visions distinctes des situations et des pratiques professionnelles que les futurs enseignants devront maîtriser lorsqu'ils auront à enseigner les mathématiques, ce qui les conduit vraisemblablement à voir de manières différentes l'enseignement des mathématiques et la formation à son enseignement. Il nous avait ainsi semblé pertinent d'explorer l'expérience d'enseignement que les étudiants projettent avoir dans l'avenir et de nous attaquer au problème de la rencontre, dans les cours de didactique des mathématiques, entre leurs projets de formation et ceux des formateurs. Quels sont les projets de formation des étudiants qui entament une formation initiale à l'enseignement des mathématiques? Quelles situations peuvent être aménagées afin de favoriser une rencontre entre leurs projets et ceux des formateurs? Ces questions, qui nous semblent fondamentales, n'avaient toutefois pas fait l'objet, au moment où nous avons entamé cette recherche, d'une étude formelle au sein de la communauté de recherche en didactique des mathématiques ou en formation des enseignants. Nous avions donc choisi de nous y attaquer dans le cadre de notre projet de thèse.

Deux objectifs généraux ont ainsi guidé l'élaboration de cette thèse : 1) Analyser les projets de formation des étudiants qui entament leur formation à l'enseignement des mathématiques au primaire et 2) Concevoir et mettre à l'essai des situations susceptibles de favoriser l'évolution des projets de formation des futurs enseignants. Avons-nous atteint ces objectifs? Les résultats que nous avons obtenus jettent-ils un éclairage nouveau sur la problématique esquissée? Quelles conclusions pouvons-nous tirer au terme de cette recherche doctorale? Afin de répondre à ces questions, il convient d'effectuer un retour sur chacun de ces objectifs et de mettre en lumière les principaux résultats auxquels nous sommes parvenue.

Le premier des objectifs généraux de cette thèse s'énonçait comme suit : analyser les projets de formation des étudiants qui entament leur formation à l'enseignement des mathématiques au primaire. La poursuite de cet objectif avait engagé la formulation de deux objectifs spécifiques de recherche :

- Analyser et documenter les types de projet ("visée" et programmatique);
- Analyser et documenter les modes d'anticipation du projet.

Nous discutons ici des résultats relatifs à chacun d'entre eux.

Huit catégories de projet "visée" et cinq catégories projet programmatique ont pu être identifiées, décrites et illustrées grâce à l'analyse des questionnaires et de la première discussion de groupe, ce qui permet de documenter les projets de formation que les futurs enseignants nourrissaient avant la réalisation de notre séquence. Bien que ces catégories aient émergé durant le processus d'analyse, il convient de noter qu'il y a une parenté manifeste entre leur structure tripartite et les pôles du triangle didactique. Cela pourrait entre autres s'expliquer par la valeur heuristique de ce modèle, de même que par les théories implicites que nous nourrissions en tant que chercheure. Mais que retenir de ces deux typologies? En ce qui a trait aux projets "visée", mentionnons d'abord que les projets sont fédérés autour de trois axes, selon qu'ils concernent les futurs enseignants, les élèves ou les mathématiques. Le premier axe est celui auquel les étudiants de notre échantillon se sont le plus référés. Une majorité d'entre eux souhaitent ainsi évoluer en tant qu'enseignant et développer leur capacité à enseigner et à faire apprendre ou comprendre les mathématiques. Cela n'a rien d'étonnant, les cours de didactique des mathématiques étant au cœur de ce que nous appelons nous-mêmes leur «formation initiale à l'enseignement des mathématiques». Et bien que l'on puisse noter, dans l'expression des projets "visée", certaines visées qui situent dans une perspective transmissive, elles ne semblent toutefois pas représentatives de l'ensemble des projets "visée" de cet axe.

Les projets programmatiques sont également fédérés autour de trois axes, soit les programmes centrés sur les connaissances concernant l'apprentissage des élèves, les programmes centrés sur les connaissances concernant l'enseignement et les programmes centrés sur les connaissances concernant les mathématiques. Puisque les étudiants de notre échantillon souhaitaient principalement se former pour enseigner les mathématiques, ils projetaient conséquemment de développer des connaissances concernant l'enseignement et de façon plus particulière, des connaissances relatives aux techniques et aux méthodes d'enseignement. Même si les projets programmatiques centrés sur ces connaissances sont prégnants parmi les étudiants de notre échantillon, devant l'éventail des projets recensés, et considérant la sensibilité à la complexité dont certains projets témoignent, il ne nous semble toutefois plus possible de réduire les attentes des étudiants à la constitution d'un répertoire de techniques d'enseignement réputées efficaces. S'ils souhaitent apprendre différentes techniques, c'est parce qu'ils reconnaissent qu'aucune technique d'enseignement n'est à elle seule garante des apprentissages de leurs élèves et ce, notamment à cause de la diversité de leurs élèves, qui ont un rôle à jouer dans ce processus.

Avons-nous réussi à cerner les projets de formation que les étudiants nourrissent a priori? Si cette recherche a pu mettre en évidence deux typologies de projets, elle n'a toutefois pas la prétention d'avoir identifié tous les projets de formation animant les futurs enseignants du primaire. Il serait d'ailleurs particulièrement inconvenant, étant donné le sujet de cette thèse, de ne pas considérer les limites inhérentes à la taille de notre échantillon ainsi qu'à la contextualisation de notre étude, lesquelles nous empêchent de généraliser nos résultats à l'ensemble de la population. D'autres limites sont également imputables aux caractéristiques des outils utilisés pour constituer notre corpus de données. Avons-nous posé les bonnes questions? Et si oui, ces questions étaient-elles nécessaires et suffisantes pour explorer tous les aspects de leurs projets "visée" et programmatiques? Il nous semble maintenant évident que la question 4, laquelle visait à identifier leur conception du travail d'un mathématicien, n'était pas nécessaire pour explorer leurs projets, les étudiants ne souhaitant nullement former ou devenir des mathématiciens. Nous aurions aussi gagné à reformuler certaines questions de manière à ce qu'elles les interpellent personnellement et à ce qu'elles facilitent l'expression de leurs projets d'avenir. Par exemple, au lieu de leur demander «quelles connaissances faut-il pour enseigner les mathématiques au primaire?», il aurait selon nous été préférable de leur demander «quelles connaissances te faudra-t-il pour enseigner les mathématiques au primaire?». Nous aurions pu aussi les amener à expliciter davantage ou à justifier leur vision du mode de développement des mathématiques (découverte ou construction); il se pourrait fort bien que cette vision ne soit pas encore arrêtée ou même qu'elle ait déjà fait l'objet d'une prise de conscience. Bien que les questions posées nous semblent avoir été suffisantes pour répondre à notre premier objectif de recherche, peut-être aurions-nous eu, grâce à ces reformulations, plus de facilité à identifier leurs projets "visée" et programmatiques. Enfin, nous ne pouvons passer sous silence les microdécisions que nous avons prises tout au long du processus d'analyse, notamment lors des opérations de codification des données, et qui ont pu infléchir les résultats que nous avons obtenus. Un autre analyste serait-il parvenu aux mêmes conclusions que nous? Aurait-il élaboré les mêmes typologies? Bien que nous n'ayons pas l'assurance d'une réponse affirmative à ces questions, nous sommes toutefois en mesure de justifier chacune des catégories que nous avons créées et d'apparier à l'une d'entre elles tous les projets de formation des étudiants de notre échantillon.

À notre connaissance, aucune étude n'avait à ce jour été menée sur le sujet auprès de futurs enseignants du primaire. Il serait donc intéressant de reprendre les deux premières questions du questionnaire individuel et de les poser à un nombre plus grand d'étudiants en enseignement primaire ou en adaptation scolaire. Ces questions permettaient d'explorer, rappelons-le, les projets "visée" et programmatique des étudiants. Elles s'énonçaient comme suit :

- Selon vous, qu'est-ce que la "didactique des mathématiques"?
- Que souhaitez-vous apprendre dans le cadre d'un cours de didactique des mathématiques?

En 1996, soit il y a environ une quinzaine d'années, White (2001) avait cependant mené un sondage auprès de futurs enseignants du secondaire. Parmi les questions posées figurait la première question que nous proposons ici. Bien que White n'ait pas cherché à étudier explicitement les projets de formation des étudiants, et malgré le fait qu'il n'utilisait pas le même cadre d'analyse que nous, certains de nos résultats rejoignent les siens, notamment lorsqu'il conclut que «[…] les futurs maîtres veulent s'approprier des moyens d'enseignement qui soient efficaces dans le but de faciliter la compréhension des notions mathématiques enseignées […]» (White, 2001, p. 20). Cependant, contrairement à lui, nous ne pouvons conclure que les étudiants rencontrés «[…] ne voient pas l'utilité des théories d'apprentissage pour leur pratique professionnelle» (White, 2001, p. 20), plusieurs étudiants ayant formulé des projets programmatiques qui étaient justement centrés sur l'apprentissage des élèves. Est-ce lié à un effet d'échantillon, au discours pédagogique et curriculaire ambiant, aux choix méthodologiques effectués ou encore est-ce là une différence notable entre les futurs enseignants en adaptation scolaire au primaire et ceux du secondaire? De plus amples recherches seraient nécessaires pour répondre à cette question. Cette première documentation des projets "visée" et programmatiques des futurs enseignants pourraient d'ailleurs servir d'assise à la construction d'un canevas permettant d'explorer plus à fond les projets de formation des futurs enseignants.

Puisque nous entendions initialement les projets de formation des étudiants comme étant des adaptations à un futur anticipé, nous nous étions également fixé comme objectif spécifique de recherche d'analyser et de documenter les modes d'anticipation a priori de leurs projet de formation professionnelle. Les résultats que nous avons obtenus mettent en relief des anticipations se rattachant d'abord à un mode adaptatif, puis à un mode prévisionnel. Ce constat confirme ce que nous signalait Roegiers, à savoir que «[…] tout projet dont la visée s'inscrit dans un développement de compétences, au sein d'une institution d'enseignement ou de formation, relève d'une anticipation selon le mode adaptatif» (Roegiers, 2007, p. 182). La plupart des anticipations effectuées renvoient ainsi à un futur nécessaire, futur à l'intérieur duquel les futurs enseignants souhaitent contrôler des connaissances relatives aux mathématiques, à l'apprentissage des mathématiques, à l'enseignement des mathématiques, de même que des connaissances relatives à l'enseignement des mathématiques auprès des élèves en adaptation scolaire. Les enjeux de création sont donc très peu présents dans les anticipations des étudiants. Nous n'avons par ailleurs recensé, a priori, aucune anticipation pouvant se rattacher à un mode prospectif, mode à l'intérieur duquel ces enjeux sont prédominants. Cela pourrait en partie s'expliquer par la posture adoptée par les étudiants. En effet, selon DeBlois et Squalli, «Le futur maître est […] à la fois un ancien élève en mathématiques, un étudiant universitaire et un enseignant qui réfléchit sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques» (DeBlois & Squalli, 2002, p. 216). Si le futur enseignant envisage l'avenir en se plaçant dans une posture d'ancien élève, il est raisonnable de penser que les situations ou les pratiques professionnelles qu'il anticipera l'amèneront à considérer des enjeux de contrôle liés à ce qu'il a connu en tant qu'enfant. Cela n'a d'ailleurs rien d'étonnant car comme le rappellent Ball, Lubienski et Mewborn (2001), les futurs enseignants ont passé des années à observer directement le travail des enseignants. Pour expliquer l'absence, a priori, d'anticipations liées à un mode prospectif, il serait également possible d'avancer que vivant une tension suffisamment importante entre les connaissances qu'ils ont au début de leur formation et celles qu'ils prévoient avoir à maîtriser dans un futur proche, les étudiants n'éprouvaient pas le besoin de se projeter dans un avenir plus lointain au moment où nous les avons rencontrés.

Il convient maintenant de se demander si cette recherche a permis de mettre en relief tous les modes d'anticipation dans lesquels les étudiants se projetaient a priori. Au-delà des limites inhérentes à la taille et à la nature de notre échantillon, force a été de constater les limites des outils utilisés pour explorer ces modes d'anticipation. En effet, peu d'anticipations ont pu être relevées dans l'analyse des questionnaires individuels et des discussions de groupe, ce qui nous a amenée à nous questionner sur la pertinence de ces outils de collecte de même que sur l'efficience des questions qui y étaient posées. À notre avis, la tenue d'entretiens individuels avant l'expérimentation de notre séquence de situations nous aurait procuré un matériau d'analyse beaucoup plus riche que celui que nous avons obtenu grâce aux questionnaires individuels. Compte tenu des contraintes de temps avec lesquelles nous devions composer, il aurait toutefois été difficile d'orchestrer de tels entretiens. Nous avions également fait le pari que les modes d'anticipation allaient ressortir de l'analyse des projets de formation des étudiants et par conséquent, nous n'avions pas formulé de questions portant spécifiquement sur les modes d'anticipation de ces projets[60]. Par exemple, nous aurions pu leur demander d'identifier les contraintes avec lesquelles ils devront composer dans l'avenir (futur socle) ou les libertés qu'ils estiment pouvoir prendre en tant qu'enseignant (futur libre). En incluant de telles questions, nous aurions certes pu détailler la description des horizons temporels dans lesquels ils sont susceptibles de se projeter mais ce faisant, nous aurions cependant orienté leurs anticipations et n'aurions pas été en mesure d'identifier les modes d'anticipation qu'ils privilégient a priori. Le travail d'analyse réalisé après la réalisation de notre séquence de situations nous a toutefois permis de caractériser les modes d'anticipation de même que les horizons temporels qu'ils permettent d'apprécier.

Quatre objectifs spécifiques avaient été fixés afin de concevoir et de mettre à l'essai des situations susceptibles de favoriser l'évolution des projets de formation des futurs enseignants:

- Engager les étudiants dans une dialectique d'action, de formulation et de validation;
- Inciter les étudiants à recourir à une approche stochastique en empêchant graduellement l'utilisation unique d'une approche théorique pour traiter les situations proposées;
- Inciter les étudiants à porter un jugement de probabilité qui prenne en compte la complexité de la situation et ce, en empêchant graduellement l'utilisation d'une heuristique de jugement pour traiter les situations proposées;

[60] Il convient ici de préciser qu'au moment d'élaborer nos outils de collecte, nous n'avions pas encore trouvé les appuis théoriques permettant de conceptualiser les modes d'anticipation. Nous avions toutefois l'intuition qu'il existait différents types d'anticipations, sans être en mesure de les nommer.

– Favoriser une évolution du projet de formation et de ses modes d'anticipation.

Nous discutons ici des résultats relatifs à chacun d'entre eux.

Tel que nous l'avions anticipé, la séquence de situations probabilistes a offert aux étudiants l'occasion de s'engager dans une dialectique d'action, de formulation et de validation. Ils ont surtout tiré parti de cette occasion lors de la réalisation du problème des jetons, dont le caractère dialectique était lié, selon Brousseau *et al*. (2002), «[…] au fait que chaque activité était motivée par les résultats de la précédente et produisait les questions qui engageaient celle qui allait suivre» (trad. libre de Brousseau, et al., 2002, p. 407). Il convient cependant d'interpréter nos résultats avec prudence, puisque si toutes les équipes se sont engagées dans ces dialectiques, ce ne sont toutefois pas tous les étudiants qui ont participé activement aux échanges. Certains ont en effet adopté un rôle plus effacé, se déclarant "incapables de résoudre des problèmes de probabilités". Par ailleurs, faute de temps, nous avons légèrement escamoté l'institutionnalisation des réponses aux problèmes 1 et 2 de notre séquence, de même que le réinvestissement des connaissances qui y ont été développées. Amélie nous a d'ailleurs élégamment rappelé qu'elle aurait eu besoin de réinvestir les connaissances développées dans d'autres situations probabilistes afin d'être certaine d'avoir bien compris:

Amélie	Non, bien moi j'ai aimé ça la façon qu'on l'a fait, parce qu'on a vraiment cherché par nous-mêmes, essayé de trouver, expérimenté, puis tout ça. Puis là, après ça, on a comme eu … bien pas la réponse, mais des procédures de tout le monde. Puis là, bien ça nous a permis de nous faire pas mal une idée. Sauf que, je trouve que ça c'est terminé vite, dans le sens que, là, le refaire, je ne suis pas certaine que tu sais…il aurait fallu que je l'expérimente un peu, là, pour être capable de dire : «oui, j'ai saisi».

Ce besoin de réinvestissement avait également été remarqué par Brousseau et son équipe lors de l'expérimentation initiale de ce problème auprès d'élèves du primaire:

> *Certains de ces éléments de savoir, pratique ou théorique, avaient ainsi besoin d'être encore réinvestis dans de nouvelles activités afin d'être entendus avec leur propriétés culturelles habituelles, qui sont d'être détachables, formulables, explicables, utilisables et conséquemment évaluables par des moyens classiques (trad. libre de Brousseau, et al., 2002, p. 409).*

Il serait ainsi intéressant de présenter à nouveau ces problèmes à des futurs enseignants, mais en prenant soin, cette fois-ci, d`aménager des phases d'institutionnalisation des réponses aux problèmes 1 et 2.

Le deuxième objectif spécifique dont nous devons ici discuter est celui visant à inciter les étudiants à recourir à une approche stochastique et ce, en empêchant graduellement l'utilisation unique d'une approche théorique pour traiter les situations proposées. L'analyse de nos données confirme l'atteinte de cet objectif, puisque tous les futurs enseignants ont utilisé une approche stochastique pour traiter le dernier problème, c'est-à-dire une approche qui implique, lorsqu'utilisée dans un contexte d'enseignement :

> *[...] la construction de modèles de phénomènes physiques, l'utilisation de stratégies (telles que des stratégies de simulation et de comptage) et la comparaison et l'évaluation de différentes façons d'approcher les problèmes dans le but de surveiller les conceptions erronées ou alternatives possibles (trad. libre de Shaughnessy, 1992, p. 467).*

Il faut toutefois mentionner que dans certaines équipes, ces stratégies n'ont été que partiellement reportées dans leurs productions et que ce n'est que par l'intermédiaire d'entretiens individuels que nous avons pu réellement en comprendre la teneur.

La visée du troisième objectif était d'inciter les étudiants à porter un jugement de probabilité qui prenne en compte la complexité de la situation et ce, en empêchant graduellement l'utilisation d'une heuristique de jugement pour traiter les situations proposées. La séquence de situations que nous avons présentée aux futurs enseignants a, par rapport à cet objectif, bel et bien rempli ses promesses. En effet, alors que la majorité des étudiants ont traité le problème des hôpitaux et des pièces de monnaie en utilisant une heuristique de représentativité, aucun étudiant n'a traité le troisième problème (celui des jetons) en ayant recours à quelque heuristique que ce soit. Cela peut s'expliquer – nous l'avions précédemment mentionné – par l'absence d'attributs heuristiques[61] dans la formulation du problème, attributs qui auraient été susceptibles de causer des interférences intuitives dans le raisonnement probabiliste (Babai,

[61] Rappelons à cet égard qu'une heuristique de jugement est un processus de substitution d'attribut et qu'en l'absence d'attributs heuristiques, l'objet du jugement demeure l'attribut cible.

Brecher, Stavy, & Tirosh, 2006). D'ailleurs, selon Babai *et al.* (2006), plus les attributs heuristiques sont saillants et congruents, plus ils interfèrent dans le raisonnement. Afin de peaufiner notre séquence, il serait intéressant de reprendre le problème des pièces de monnaie et de modifier les données de manière à diminuer la perception d'une congruité entre les rapports exprimés. Ainsi, au lieu des rapports 2/3 et 200/300, il pourrait être intéressant d'utiliser, par exemple, les rapports 2/3 et 624/936. En présentant les deux versions de ce problème à de futurs enseignants, nous serions en mesure de vérifier si l'une d'elles les porte davantage à utiliser une heuristique de représentativité. Nous pourrions ensuite inclure, dans notre séquence, la version du problème des pièces de monnaie qui incite le moins les étudiants à utiliser cette heuristique.

Enfin, nous avions également formulé comme objectif spécifique de recherche que la séquence de situations probabilistes présentée aux étudiants puisse favoriser une évolution du projet de formation et de ses modes d'anticipation. Après la réalisation de notre séquence, nous avons observé que les projets "visée" de quatre étudiants se sont complexifiés, que les projets "visée" de trois étudiants sont demeurés stables, alors que le projet d'un étudiant a régressé. Nous avons également pu noter un élargissement de la majorité des projets "visée" et programmatiques des étudiants. En effet, alors que les projets étaient initialement centrés sur le maître et sur l'enseignement qu'il aura à livrer, ils prennent désormais en considération les autres pôles du triangle didactique, soit les élèves et le savoir mathématique. Il semble également y avoir un lien entre l'axe du projet d'apprentissage des étudiants et l'évolution de leurs projet "visée" et programmatique, alors que leur vision des mathématiques, comme objet à découvrir ou construction humaine, semble avoir moins joué sur l'évolution des projets. Nous avons également examiné l'articulation des projets "visée" et programmatiques des étudiants reçus en entrevue avant et après la réalisation de la séquence. Avant la réalisation de la séquence, trois étudiants sur huit nourrissaient des projets "visée" et programmatiques qui n'étaient pas bien articulés. Cela signifie cependant que la majorité des étudiants reçus, soit cinq étudiants sur huit, avaient formulés des projets "visée" et programmatique qui étaient convenablement articulés l'un à l'autre. Après la réalisation de la séquence, tous les étudiants reçus pour des entretiens individuels ont formulé des projets qui étaient consistants. Serait-il possible que la réalisation de la séquence ait eu un impact sur l'articulation des projets de ces trois étudiants? Le temps écoulé entre la réalisation de la séquence et la tenue des entretiens nous empêche malheureusement de répondre à cette question.

Il convient maintenant de se demander si notre séquence de situations a favorisé une certaine reformulation des modes d'anticipation des projets des étudiants. L'analyse des entretiens individuels et de la seconde discussion de groupe s'est révélée être, à cet égard, beaucoup plus féconde que l'analyse des questionnaires individuels. Non seulement avons-nous pu identifier les modes d'anticipation désormais privilégiés par les étudiants, mais nous avons également été en mesure d'explorer chacun des horizons temporels à l'intérieur desquels ils se projetaient. Nous avons constaté que tous les étudiants sélectionnés pour des entretiens réalisaient des anticipations grâce aux modes adaptatif et prévisionnel, se projetant respectivement dans un futur nécessaire et dans un futur interdit. Quand ils anticipent leur futur, ils réfléchissent surtout à ce qui «doit être» et à ce qui «ne doit pas être». Contrairement à ce que nous avions observé avant la réalisation de notre séquence, des anticipations se rattachant à tous les modes d'anticipation ont cette fois-ci été relevées. Des anticipations réalisées grâce à un mode prospectif ont ainsi été émises et permettent notamment d'identifier des zones d'incertitude et de liberté sur lesquelles il est possible d'agir, en tant que formateur, afin d'accroître la sensibilité à la complexité des situations et des pratiques professionnelles que les futurs enseignants devront maîtriser.

Le temps est maintenant venu de porter un regard plus critique sur les résultats que nous avons obtenus par rapport aux projets de formation. Dans un premier temps, mentionnons que le temps imparti à l'analyse des questionnaires individuels ainsi qu'à la sélection et à la prise de contact avec les candidats retenus pour des entretiens individuels a été plus long que prévu. Cela a engendré un délai dans la réalisation des entretiens individuels, qui se sont déroulés environ huit semaines après la réalisation de la séquence. Nous n'avons donc pas pu contrôler de manière adéquate l'influence des cours de didactique sur l'évolution de leur projet de formation. Afin de limiter ces effets, lors des entretiens individuels, nous avons invité les étudiants à se référer le plus possible à la séquence de situations que nous leur avions présentée[62]. Pour fins de référence, nous avions également apporté avec nous leurs

[62] Ce faisant, il est toutefois possible que l'on ait forcé l'émergence de liens là où ils n'existaient peut-être pas.

productions. Il convient ainsi d'interpréter avec prudence les réponses émises aux questions posées durant les entretiens individuels, puisqu'il est possible que certains étudiants aient, par souci de désirabilité sociale, modifié leur projet de formation afin qu'il soit en adéquation avec ce qu'ils ont appris jusque-là dans leurs cours de didactique des mathématiques. Dans un deuxième temps, étant donné la taille et la nature de notre échantillon, mentionnons que les résultats relatifs aux projets de formation ne peuvent prétendre à une portée générale. Cela dit, puisque cette étude avait une visée exploratoire, elle permet néanmoins une première documentation des projets "visée" et programmatiques que nourrissent les étudiants à l'entrée de leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques au primaire. Nous avions initialement jugé que le fait que les étudiants soient en adaptation scolaire et non en enseignement primaire n'était pas une variable parasite. Toutefois, quelques anticipations liées à l'enseignement dans des classes en adaptation scolaire du primaire ou du secondaire laissent entendre une influence possible de cette variable sur nos résultats. Mentionnons également que nous aurions probablement eu avantage à glisser, dans notre questionnaire individuel comme dans notre canevas d'entretien, une ou deux questions portant spécifiquement sur leur vision de l'avenir. Par exemple, il aurait été possible de leur demander quels sont, selon eux, les défis qu'ils auront à relever dans le futur en tant qu'enseignants. Cela nous aurait sans doute permis d'approfondir davantage la façon dont ils anticipent l'avenir.

Discuter de la portée de ces résultats est une entreprise difficile puisqu'à notre connaissance, personne n'a exploré les projets de formation et les modes d'anticipation des étudiants en formation des enseignants. Cela nous semble pourtant pertinent car comme nous l'avons dépeint à la section 1.1, et de façon plus spécifique à la figure 1, des visions distinctes des situations et des pratiques professionnelles qui attendent les futurs enseignants dans l'avenir engendrent, en formation initiale, des attentes réciproques non comblées. Ainsi, il pourrait être digne d'intérêt d'explorer et de comparer les modes d'anticipation des projets de formation des étudiants en enseignement au primaire avec ceux des étudiants en enseignement au secondaire, ou encore d'explorer et de comparer ceux des enseignants en exercice avec ceux des futurs enseignants. Il pourrait également être intéressant de comparer les modes d'anticipation des projets élaborés en mathématiques avec ceux élaborés en sciences ou en français, ou encore de vérifier si les modes d'anticipation sont les mêmes dans des contextes socio-économiques ou curriculaires différents, ou dans d'autres pays.

Quelques avenues de recherche pourraient être empruntées pour donner suite aux résultats que nous avons obtenus. Premièrement, il pourrait être pertinent d'effectuer un sondage afin de poser aux futurs enseignants une ou plusieurs des questions suivantes :

- Quels sont les défis que vous aurez à relever en tant qu'enseignant ?
- Quelles sont les contraintes auxquelles vous devrez faire face en tant qu'enseignant ?
- Selon vous, à quoi ressemblera votre tâche d'enseignement dans 10, 15 ou 20 ans ?

Ces questions permettraient selon nous d'approfondir la vision de l'avenir sur laquelle s'appuie leur projet de formation. Deuxièmement, il serait intéressant de reprendre les principales anticipations effectuées par les étudiants afin de bâtir un questionnaire qui serait dispensé auprès d'un nombre important de futurs enseignants et qui permettrait de hiérarchiser leur importance. Actuellement, en raison de la nature et de la taille de notre échantillon, nous ne sommes pas en mesure d'affirmer quelles sont les anticipations les plus prégnantes chez les futurs enseignants ; nous croyons néanmoins avoir fait valoir qu'en cherchant à faire vivre aux enseignants des situations qui enrichissent leur répertoire d'anticipations, il est possible de penser l'organisation de la formation à l'enseignement dans une direction plus féconde.

RÉFÉRENCES

Ardoino, J. (1977). *Éducation et Politique*. Paris: Gauthier-Villars.

Ardoino, J. (1984). Pédagogie du projet ou projet éducatif. *Pour, 94*(mars/avril), 5-13.

Ardoino, J. (1985). Préface. In F. Imbert (Ed.), *Pour une praxis pédagogique*. Vigneux (France): Éditions Matrice.

Artigue, M. (1996). Ingénierie didactique. In J. Brun (Ed.), *Didactique des mathématiques* (pp. 241-274). Paris: Delachaux et Niestlé.

Artigue, M. (2007, 19 octobre). *La didactique des mathématiques face aux défis de l'enseignement des mathématiques.* Paper presented at the Colloquium de didactique des mathématiques, 19 octobre 2007, Paris, Institut Henri Poincaré.

Assude, T., & Mercier, A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In G. Sensevy & A. Mercier (Eds.), *Agir ensemble. Éléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves* (pp. 153-185). Rennes: P.U.R.

Babai, R., Brecher, T., Stavy, R., & Tirosh, D. (2006). Intuitive interference in probabilistic reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 4*, 627-639.

Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: the unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Ridchardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington: American Educational Research Association.

Barbier, J.-M. (1991). *Élaboration de projets d'action et de planification*. Paris: Presses Universitaires de France.

Batanero, C., & Sanchez, E. (2005). What is the Nature of High School Students' Conceptions and Misconceptions About Probability? Exploring Probability in School. In G. A. Jones (Ed.), (Vol. 40, pp. 241-266): Springer US.

Batanero, C., & Serrano, L. (1999). The Meaning of Randomness for Secondary School Students. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(5), 558-567.

Batanero, C., Serrano, L., & Garfield, J. B. (1996). Heuristics and biases in secondary school students' reasoning about probability. In L. Puig & A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20 th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 51-58). Valencia, Spain: University of Valencia.

Bednarz, N. (2010). La formation à l'enseignement des mathématiques au secondaire: quelques enjeux. In J. Proulx & L. Gattuso (Eds.), *Formation des enseignants en mathématiques: tendances et perspectives actuelles* (pp. 185-192). Sherbrooke: Éditions du CRP.

Bednarz, N., Baribeau, C., Blouin, P., Gattuso, L., Lebrun, M., & Lebuis, P. (2000). Que pensent les futurs enseignants du primaire et du secondaire de leur future profession? In C. Gohier, N. Bednarz, L. Gaudreau, R. Pallascio & G. Parent (Eds.), *L'enseignant un professionnel* (pp. 77-118). Sainte-Foy: Presses de l'Université du Québec.

Bélair, J. (2004). Chaos et complexité, modèles et métaphores: quelles leçons pour l'enseignement des mathématiques? *Actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec GDM 2004: Affronter la complexité: Nouvel enjeu de l'enseignement des mathématiques?* (pp. 135-145). Québec, Université Laval.

Bernoulli, J. (1713). Ars Conjectandi.Partie IV. In N. Meusnier (Ed.), *Jacques Bernoulli et l´Ars Conjectandi*. Rouen: Institut de Recherche sur l´Enseignement des Mathématiques.Université de Rouen Haute Normandie, 1987.

Bernoulli, J. (1713). Jacobi Bernoulli Profess. Basil. & utriusque Societ. Reg. Scientiar. Gall. & Pruss. Sodal. mathematici celeberrimi, Ars conjectandi opus posthumum : accedit Tractatus de seriebus infinitis, et Epistola Gallicè scripta de ludo pilae reticularis (pp. 2 , 35, 31 , 306 p., 303 folded leaf of plates 320 cm.). Retrieved from https://login.proxy.bib.uottawa.ca/login?url=http://galenet.galegroup.com/servlet/MOME?af=RN&ae=U104195893&srchtp=a&ste=14&q=otta77973

Blais, A., & Durand, C. (2009). Le sondage. In B. Gauthier (Ed.), *Recherche sociale; de la problématique à la collecte des données* (pp. 445-488). Sillery, Québec: Presses de l'Université du Québec.

Blanchet, A., & Gotman, A. (2005). *L'enquête et ses méthodes: l'entretien*. Paris: Armand Colin.

Bonneton, D. (2008). Naviguer à vue: les savoirs des enseignants entre objectivation et prise de conscience. In P. Perrenoud, M. Altet, C. Lessard & L. Paquay (Eds.), *Conflits de savoirs en formation des enseignants. Entre savoirs issus de la recherche et savoirs issus de l'expérience* (pp. 23-32). Bruxelles: De Boeck.

Bourgeois, E. (1991). L'analyse des besoins de formation dans les organisations: un modèle théorique et méthodologique. *Mesure et évaluation en éducation, 14*(1), 17-60.

Boutet, M. (2001). Une formation continue des enseignants par l'encadrement de stagiaires en formation initiale. In L. LAFORTUNE, C. DEAUDELIN, P.-A. DOUDIN & D. MARTIN (Eds.), *La formation continue; de la réflexion à l'action* (pp. 187-209). Sainte-Foy: Presses de l'Université du Québec.

Boutin, G. (1997). *L'entretien de recherche qualitatif*. Sainte-Foy: Presses de l'Université du Québec.

Boutinet, J. P. (1992a). *Anthropologie du projet*. Paris: Presses Universitaires de France.

Boutinet, J. P. (1992b). Les conduites à projet, avatars d'une préoccupation. In ROPS (Ed.), *Le projet. Un défi nécessaire face à une société sans projet* (pp. 91-106). Paris: L'Harmattan.

Brousseau, G. (1980a). L'échec et le contrat. *Recherches: La politique de l'ignorance*(41), 177-182.

Brousseau, G. (1980b). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *Revue de latyngologie otologie rhinologie, 101*(3-4), 107-131.

Brousseau, G. (1986a). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-115.

Brousseau, G. (1986b). La relation didactique: le milieu *Actes de la IVème École d'Été de didactique des mathématiques* (pp. 54-68). |: IREM Paris 7.

Brousseau, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'AMQ, Mai*, 14-24.

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 9*(3), 309-336.

Brousseau, G. (1996). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In J. Brun (Ed.), *Didactique des mathématiques* (pp. 45-143). Paris: Delachaux et Niestlé.

Brousseau, G. (1997). La théorie des situations didactiques. Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa à l'Université de Montréal.

Brousseau, G. (2000). Éducation et didactique des mathématiques. *Educacion matematica, 12*(1), 5-39.

Brousseau, G. (2003). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques.*daest.pagesperso-orange.fr/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf*, 2010, from daest.pagesperso-orange.fr/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf

Brousseau, G. (2004). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage.

Brousseau, G., & Balacheff, N. (1998). *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La Pensée sauvage.

Brousseau, G., & Balacheff, N. (2004). *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques, 1970-1990* (2e éd. ed.). Grenoble, [France]: La Pensée sauvage.

Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2002). An experiment on the teaching of statistics and probability. *Mathematical Behavior, 20*(2002), 363-411.

Brousseau, G., Salin, M.-H., Clanché, P., & Sarrazy, B. (2005). *Sur la théorie des situations didactiques : questions, réponses, ouvertures : hommage à Guy Brousseau*. Grenoble: Pensée sauvage.

Brousseau, G., Vergnaud, G., & Artigue, M. (1994). *Vingt ans de didactique des mathématiques en France : hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. [Grenoble]: La Pensée sauvage.

Caron, F. (2002). Splendeurs et misères de l'enseignement des probabilités au primaire *Actes du colloque GDM-2002 : Continuités et ruptures entre les mathématiques du primaire et du secondaire* (pp. 85-96). Trois-Rivières: Université du Québec à Trois-Rivières.

Caron, F. (2004). Introduction *Actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec GDM 2004: Affronter la complexité: Nouvel enjeu de l'enseignement des mathématiques* (pp. 1-3). Université Laval, 27-28 mai 2004.

Caron, F. (2010). La formation à l'enseignement des mathématiques: une quête itérative. In J. Proulx & L. Gattuso (Eds.), *Formation des enseignants en mathématiques: tendances et perspectives actuelles* (pp. 169-183). Sherbrooke: Éditions du CRP.

CEPEC. (1991). *Construire la formation*. Paris: ESF.

Chapman, G. B., & Johnson, E. J. (2002). Incorporating the irrelevant: Anchors in judgments of belief and value. In b. corporating the irrelevant: Anchors in judgments of, T. G. value, D. Griffin & D. Kahneman (Eds.), *Heuristics and biases: The psychology of intuitive judgment* (pp. 120-138). New York, NY, US: Cambridge University Press.

Chevrier, J. (2009). La spécification de la problématique. In B. Gauthier (Ed.), *Recherche sociale. De la problématique à la collecte des données* (pp. 53-87). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Conne, F. (1996). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. In J. Brun (Ed.), *Didactique des mathématiques* (pp. 275-338). Paris: Delachaux et Niestlé.

Courtebras, B. (2008). *Mathématiser le hasard : une histoire du calcul des probabilités*. Paris: Vuibert.

Da Ponte, J. P. (2008). *Mathematics teachers education and professional development*. Paper presented at the ICMI Symposium Rome 2008, Rome.

Dantal, B. (2001). Les enjeux de la modélisation en probabilités. In Commission inter-IREM statistique et probabilités (France) & M. Henry (Eds.), *Autour de la modélisation en probabilités* (pp. 137-140). Besançon: Presses universitaires Franc-Comtoises (PuFC).

Daston, L. (1989). L'interprétation classique du calcul des probabililtés. *Annales. Économies, Sociétés, Civilisations, 44e année, 1989*(3), 715-731.

De Ketele, J.-M., & Maroy, C. (2006). Conclusion. Quels critères de qualité pour les recherches en éducation? In L. Paquay, M. Crahay & J.-M. De Ketele (Eds.), *L'analyse qualitative en éducation. Des pratiques de recherche aux critères de qualité* (pp. 219-249). Bruxelles: De Boeck & Larcier.

DeBlois, L., & Squalli, H. (2002). Implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres au primaire. *Educational Studies in Mathematics, 50*, 213-238.

Deheuvels, P. (1982). *La probabilité, le hasard et la certitude* (1ère éd. ed.). Paris: Presses universitaires de France.

Deheuvels, P. (2008). *La probabilité, le hasard et la certitude* (4e éd. mise à jour. ed.). Paris: Presses universitaires de France.

Durance, P., Godet, M., Mirénowicz, P., & Pacini, V. (2007). *La prospective territoriale. Pour quoi faire? Comment faire?* Paris: Laboratoire d'investigation en Prospective, Stratégie et Organisation.

Durand, M. (2008). Diversité des situations et unités de savoirs en formation des enseignants. In P. Perrenoud, M. Altet, C. Lessard & L. Paquay (Eds.), *Conflits de savoirs en formation des enseignants. Entre savoirs issus de la recherche et savoirs issus de l'expérience* (Vol. 33-42). Bruxelles: De Boeck.

Ernest, P. (1988). The attitudes and practices of student teachers of primary school mathematics. In A. Borbas (Ed.), *Proceedings of12th International Conference on the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 288-295). Veszprem, Hungary: University of Exeter School of Education.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London, New York: Falmer Press.

Falk, R., & Konold, C. (1997). Making sense of randomness: implicit encoding as a basis for judgment. *Psychological Review, 104*(2), 301-318.

Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), 96-105.

Fortin, F., Côté, J., & Filion, F. (2006). *Fondements et étapes du processus de recherche*. Montréal: Chenelière éducation.

Fortin, R. (2005). *Comprendre la complexité : introduction à La méthode d'Edgar Morin* (2e éd. ed.). [Québec] [Paris]: Presses de l'Université Laval ; L'Harmattan.

Fortin, R. (2008). *Penser avec Edgar Morin : lire La Méthode*. Québec Lyon: Les Presses de l'Université Laval ; Chronique sociale.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 225-256). Charlotte, NC.: National Council of Teachers of Mathematics.

Franklin, C. A., & Garfield, J. B. (2006). The GAISE Project: Developing statistics education guidelines for grades Pre-K-12 ans college courses. In G. F. Burrill & P. C. Elliott (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance. Sixty-eighth yearbook* (pp. 354-375). Reston: The National Council of Teachers of Mathematics.

Friedrich, J. (2001). Quelques commentaires sur le caractère énigmatique de l'action. In J.-M. Baudouin & J. Friedrich (Eds.), *THéories de l'action et éducation* (pp. 93-112). Bruxelles: De Boeck & Larcier.

Gabillet, P. (1999). *Savoir anticiper. Les outils pour maîtriser son futur*. Paris: ESF Éditeur.

Gabillet, P. (2008). *Les conduites d'anticipation. Des modèles aux applications*. Paris: L'Harmattan.

Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*, 44-63.

Gellert, U. (2000). Mathematics instruction in safe space: prospective elementary teachers' views of mathematics education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*, 251-270.

Geoffrion, P. (2009). Le groupe de discussion. In B. Gauthier (Ed.), *Recherche sociale* (pp. 391-414). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Giordan, A. (2006). Complexité et apprendre, formations professionnelles et entreprises apprenantes. In J. Clénet & D. Poisson (Eds.), *Complexité de la formation et formation à la complexité* (pp. 55-69). Paris: L'Harmattan.

Godino, J. D., Cañizares, M. J., & Díaz, C. (2003). *Teaching Probability to Pre-Service Primary School Teachers through Simulation.* Paper presented at the Proceedings of the 54th Session of the International Statistical Institute, Berlin.

Greer, B. (2001). Understanding Probabilistic Thinking: The Legacy of Efraim Fischbein. *Educational Studies in Mathematics, 45*(1-3), 15-33.

Henry, M. (1999). L'introduction des probabilités au lycée : un processus de modélisation comprable à celui de la géométrie. *Repères*(36), 15-34.

Henry, M. (2001). Notion d'expérience aléatoire. Vocabulaire et modèle probabiliste. In Commission inter-IREM statistique et probabilités (France) & M. Henry (Eds.), *Autour de la modélisation en probabilités* (pp. 161-171). Besançon: Presses universitaires Franc-Comtoises (PuFC).

Henry, M. (2004). *La notion de probabilité: évolution historique et applications contemporaines.* Paper presented at the Le hasard: Journées académiques de l'IREM de Lille, Université de Lille.

Henry, M. (2009). Émergence de la probabilité et enseignement: définition classique, approche fréquentiste et modélisation. *Repères, 74*, 76-89.

Huberman, M. (1986). Répertoires, recettes et vie de classe. Comment les enseignants utilisent l'information? In M. Crahay & D. Lafontaine (Eds.), *L'art de la science de l'enseignement* (pp. 151-185). Bruxelles: De Boeck.

Jeffrey, R. C. (2004). Subjective probability the real thing, from http://www.myilibrary.com?id=51584.

Jones, G. A., Langrall, C. W., & Mooney, E. S. (2007). Research in probability. Responding to classroom realities. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 909-955). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Jonnaert, P. (2000). *De l'intention au projet*. Bruxelles: De Boeck & Larcier.

Jonnaert, P., & Vander Borght, C. (1999). *Créer des conditions d'apprentissage; Un cadre de référence socioconstructiviste pour une formation didactique des enseignants*. Paris/ Bruxelles: De Boeck Université.

Josso, C. (1992). Demande de formation, projet de formation, projet professionnel. In ROPS (Ed.), *Le projet. Un défi nécessaire face à une société sans projet* (pp. 215-231). Paris: L'Harmattan.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Rennes: Presses universitaires de Rennes 2.

Kahneman, D. (2000). A psychological point of view: Violations of rational rules as a diagnostic of mental processes. *Behavioral and Brain Sciences, 23*(2000), 681-683.

Kahneman, D. (2002). *Maps of bounded rationality: a perspective on intuitive judgment and choice*. Paper presented at the Nobel Prize Lecture, 8 décembre 2002, Stockholm, Suède.

Kahneman, D., & Frederick, S. (2002). Representativeness revisited: attribut substitution in intuitive judgment. In T. Gilovich, D. W. Griffin & D. Kahneman (Eds.), *Heuristics dans biases: The psychology of intuitive judgment* (Vol. 49-81). New-York: Cambridge University Press.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1982). Variants of uncertainty. *Cognition, 11*, 143-157.

Kolmogorov, A. N., & Morrison, N. (1950). *Foundations of the theory of probability*. New York: Chelsea.

Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction, 6*, 59-98.

Konold, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability. In E. v. Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 139-156). Dordrecht: Kluwer.

Lafortune, L., Deaudelin, C., Doudin, P.-A., & Martin, D. (2003). *Conceptions, croyances et représentations en maths, sciences et technos*. Sainte-Foy: Presses de l'Université du Québec.

Lahanier-Reuter, D. (1999). *Conceptions du hasard et enseignement des probabilités et statistiques* (1re éd. ed.). Paris: Presses universitaires de France.

Lahanier-Reuteur, D. (2007). Situations didactiques. In Y. Reuter (Ed.), *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques* (pp. 203-207). Bruxelles: De Boeck.

Lajoie, C. (2012). Les jeux de rôles: une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. In J. Proulx & L. Gattuso (Eds.), *Formation des enseignants en mathématiques: tendances et perspectives actuelles* (pp. 101-113). Sherbrooke: Éditions du CRP.

Laplace, P. S. (1820). *Théorie Analytique des Probabilités*. Paris: Courcier.

Larochelle, M., & Bednarz, N. (1994). À propos du constructivisme et de l'éducation. *Revue des sciences de l'éducation, XX*(1), 5-19.

Le Moigne, J.-L. (1994). *La théorie du système général : théorie de la modélisation* (4e éd. mise à jour ed.). Paris: Presses universitaires de France.

Lecoutre, M. P., & Fischbein, E. (1998). Évolution avec l'âge de « misconceptions » dans les intuitions probabilistes en France et en Israël. *Recherches en didactique des mathématiques, 18*(3), 311-332.

Legendre, M.-F. (2001). Sens et portée de la notion de compétence dans le nouveau programme de formation. *Revue de l'AQFLS, 23*(1), 12-31.

Legendre, M.-F. (2004). Approches constructivistes et nouvelles orientations curriculaires. D'un curriculum fondé sur l'approche par objectifs à un curriculum axé sur le développement de compétences. In E. v. Glasersfeld, P. Jonnaert & D. Masciotra (Eds.), *Constructivisme et choix contemporains : hommage à Ernst von Glasersfeld* (pp. 51-91). Sainte-Foy: Presses de l'Université du Québec.

Lehmann, J.-C. (1996). De la gestion de la complexité à un corpus de " sciences de l'action ". In J.-M. Barbier (Ed.), *Savoirs théoriques et savoirs d'action* (pp. 147-159). Paris: PUF.

Lester, F. K. J., & Wiliam, D. (2000). The evidential basis for knowledge claims in mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(2), 132-137.

Lipman, M. (2011). *À l'école de la pensée : enseigner une pensée holistique* (3e éd. ed.). Bruxelles: De Boeck.

Mapolelo, D. C. (1998). Pre-service teachers' beliefs about and attitudes toward mathematics: the case of Dudu. *International Journal of Educational Development, 18*(4), 337-346.

Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In C. Margolinas (Ed.), *Les débats de didactique des mathématiques* (pp. 89-102). Grenoble: La Pensée sauvage éditions.

Margolinas, C. (1998). Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. In R. Norfalise (Ed.), *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998* (pp. 3-16): IREM Clermont-Ferrand.

Martin, L., & Schwartz, D. L. (2009). Prospective Adaptation in the Use of External Representations. *Cognition and Instruction, 27*(4), 370-400.

Mathews, S. (2000). Using Socially Significant Examples To Contextualize Probability, Data Analysis, and Statistics for Pre-service Teachers. *Ohio Journal of School Mathematics*(41), 40-46.

Mongeau, P. (2009). *Réaliser son mémoire ou sa thèse. Côté Jeans & Côté Tenue de soirée*: Presses de l'Université du Québec.

Morin, E. (1977). *La méthode: La nature de la nature* (Vol. 1). Paris: Le Seuil.

Morin, E. (1991). *Introduction à la pensée complexe*. Paris: ESF éditeur.

Morin, E., Ciurana, É.-R., & Motta, R. D. (2003). *Éduquer pour l'ère planétaire : la pensée complexe comme méthode d'apprentissage dans l'erreur et l'incertitude humaines*. Paris: Balland.

Morin, M.-P. (2003). *Enseigner les mathématiques au primaire : le quoi ou le comment?* Montréal: Éditions Bande didactique.

Nicholson, J. R., & Darnton, C. (2003). *Mathematics teachers teaching statistics: what are the challenges for the classroom teacher?* Paper presented at the 54th Session of the International Statistical Institute, Berlin, Germany.

Niss, M. (2007). Reflections on the state of and trends in research on mathematics teaching and learning. From Here to Utopia. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 2, pp. 1293-1312). Charlotte, NC: National council of teachers of mathematics.

Noël, L.-M., & Mura, R. (1999). Images des mathématiques chez des futurs maîtres. *Revue canadienne de l'éducation, 24*(3), 296-310.

Paillé, P., & Mucchielli, A. (2003). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales*. Paris: Armand Colin.

Paillé, P., & Mucchielli, A. (2008). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales*. Paris: Armand Colin.

Peard, R. (2005). *Improving stochastic knowledge of pre-service teacher education students.* Paper presented at the The fifth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 5), Barcelone, Espagne.

Pereira-Mendoza, L. (2002). Would you allow your accountant to perform surgery? Implications for the education of primay teachers. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the sixth international conference on the teaching of statistics (CD-ROM)*. Hawthorn, VIC, Australia: International Statistical Institute.

Perrenoud, P. (1996). *Enseigner : agir dans l'urgence, décider dans l'incertitude : savoirs et compétences dans un métier complexe*. Paris: ESF éditeur.

Perrenoud, P. (1999). *La formation des enseignants entre théorie et pratique*. Paris: L'Harmattan.

Perrenoud, P. (2001). Le projet personnel de l'élève, une fiction?

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Théorie des situations didactique: naissance, développement, perspectives *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (pp. 97-147). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Perrin-Glorian, M.-J. (2002). Didactique des mathématiques. In P. Bressoux (Ed.), *Les stratégies de l'enseignant en situation d'interaction* (pp. 167-195): Laboratoire LSE, Université Pierre Mendès France, Grenoble.

Perrin-Glorian, M.-J., & Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 23*(2), 217-276.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In J. F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* (Vol. 1, pp. 257-311). San Diego State University: NCTM

Piaget, J. (1967). *Biologie et connaissance*. Paris: Gallimard.

Piaget, J. (1975). *La naissance de l'intelligence chez l'enfant* (8 ed.). Neuchâtel et Paris: Delachaux et Niestlé.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1974). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant* (2e éd.-- ed.). Paris: Presses universitaires de France.

Poincaré, H. (1947). *Science et méthode*. Paris: Flammarion.

Procaccia, H. (2008). *Les fondements des approches fréquentielle et bayésienne. Applications à la maîtrise du risque industriel (Coll. Sciences du risque et du danger, série Références)*. Cachan, France: Tec et Doc Lavoisier.

Quinn, R. J. (2004). Investigating Probabilistic Intuitions. *Teaching Statistics: An International Journal for Teachers, 26*(3), 86-88.

Raisky, C. (2001). Référence et système didactique. In A. Térisse (Ed.), *Didactique des disciplines; Les références au savoir* (pp. 25-47). Bruxelles: De Boeck Université.

Ravenstein, J. (1999). *Autonomie de l'élève et régulation du système didactique*. Bruxelles: De Boeck & Larcier S.A.

René de Cotret, S. (1997). Quelques questions soulevées par l'adoption d'une perspective bio-cognitive pour l'étude de relations du système didactique. Séminaire no 184. *DidacTech 1997*, 161-179.

René de Cotret, S. (2000). La didactique des mathématiques et la formation des enseignants: de la réflexion à l'action. In P. Blouin & L. Gattuso (Eds.), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants* (pp. 19-28). Mont-Royal: Modulo Éditeur.

René de Cotret, S. (2008). Ébauche d'une problématique pour l'étude du détournement des savoirs didactiques enseignés en formation des maîtres. *Actes du Colloque international Les didactiques et leurs rapports à l'enseignement et à la formation : Quel statut épistémologique de leurs modèles et de leurs résultats ? [http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/rene.pdf]*.

Reuter, Y. (2007a). *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*. Bruxelles: De Boeck.

Reuter, Y. (2007b). Didactiques. In Y. Reuter (Ed.), *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques* (pp. 69-73). Bruxelles: De Boeck & Larcier.

Roegiers, X. (2007). *Analyser une action d'éducation ou de formation*. Bruxelles: De Boeck.

Roy, A. (2005). *Manifestations d'une pensée complexe chez un groupe d'étudiants-maîtres au primaire à l'occasion d'un cours de mathématiques présenté selon une approche philosophique*. Montréal: Université du Québec à Montréal.

Salin, M.-H., Clanché, P., Sarrazy, B., & Brousseau, G. (2005). *Sur la théorie des situations didactiques : questions, réponses, ouvertures : hommage à Guy Brousseau*. Grenoble: la Pensée sauvage.

Sallaberry, J.-C. (1996). *Dynamique des représentations dans la formation*. Paris: L'Harmattan.

Schmidt, S. (2000). Influence des perspectives adoptées sur les pratiques de formation des futurs enseignants. In P. Blouin & L. Gattuso (Eds.), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants* (pp. 29-34). Mont-Royal: Modulo Éditeur.

Schön, D. (1983). *The reflective practitioner*. New-York: Basic Books.

Schön, D. (1987). *Educating the reflective practitioner*. San Francisco: Jossey-Bass.

Schubauer-Leoni, M.-L. (1986). Le contrat didactique: Un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en mathématique. *European Journal of Psychology of Education, 1*(2), 139-153.

Schutz, A. (2008). *Le chercheur et le quotidien : phénoménologie des sciences sociales*. Paris: Klincksieck.

Schutz, A., & Blin, T. (1998). *Eléments de sociologie phénoménologique*. Paris: L'Harmattan.

Sensevy, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In G. Sensevy & A. Mercier (Eds.), *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 13-49). Rennes: Presses universitaires de Rennes.

Shaughnessy, J. M. (1977). Misconceptions of Probability: An Experiment with a Small-Group, Activity-Based, Model Building Approach to Introductory Probability at the College Level. *Educational Studies in Mathematics, 8*(3), 295-316.

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 465-494). New-York: McMillan Publishing.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, février 1986*, 4-14.

Simon, M., Tzur, R., Heinz, K., Kinzel, M., & Smith, M. (2000). Characterizing a Perspective Underlying the Practice of Mathematics Teachers in Transition. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(5), 579-601.

Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 157-223). Charlotte: National council of teachers of mathematics.

Stanovich, K. E., & West, R. F. (2000). Individual differences in reasoning: Implications for the rationality debate? *Behavioral and Brain Sciences, 23*(5), 645-665.

Stevens, R., Mertl, V., Levias, S., & McCarthy, L. (2006). Money matters: The social and material organization of consequential financial practices in families [summary]. In K. E. H. Barab & D. T. Hickey (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference of the Learning Sciences* (pp. 1088-1090). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Stohl, H. D. (2005). Probability in teacher education and development. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). New-York: Springer.

Sztajn, P., Campbell, M. P., & Yoon, K. S. (2011). Conceptualizing professional development in mathematics: elements of a model. *PNA, 5*(3), 83-92.

Tarr, J. E., & Lannin, J. K. (2005). How can teachers build notions of conditional probability and indepedence? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 215-238). New-York: Springer.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *NCTM Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). New-York: Macmillan.

Tilman, F., & Le Grain (Groupe). (2004). *Penser le projet : concepts et outils d'une pédagogie émancipatrice*. Lyon: Chronique sociale.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1971). Belief in the law of small numbers. *Psychological Bulletin, 76*(2), 105-110.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1973). Availability: A heuristic for judging frequency and probability. *Cognitive Psychology, 5*, 207-232.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: heuristics and biases. Biases in judgments reveal some heuristics of thinking under uncertainty. *Science, 185* (4157), 1124-1131.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1983). Extensional versus intuitive reasoning: the conjunctive fallacy in probability judgment. *Psychological Review, 90*, 293-315.

Tversky, A., & Kahneman, D. (2002). Extensional versus intuitive reasoning: the conjunction fallacy in probability judgment. In T. Gilovich, D. W. Griffin & D. Kahneman (Eds.), *Heuristics and biases : the psychology of intuitive judgment* (pp. 19-48). New-York: Cambridge University Press.

Vallejo-Gomez, N. (2008). La pensée complexe : Antidote pour les pensées uniques. Entretien avec Edgar Morin. *Synergies Monde, 2008*(4), 249-262.

Van der Maren, J.-M. (2003). *La recherche appliquée en pédagogie. Des modèles pour l'enseignement*. Bruxelles: De Boeck & Larcier.

Van der Maren, J.-M. (2010). Les recherches qualitatives: des critères variés de qualité en fonction des types de recherche. In L. Paquay, M. Crahay & J. M. De Ketele (Eds.), *L'analyse qualitative en éducation. Des pratiques de recherche aux critères de qualité* (pp. 69-84). Bruxelles: De Boeck.

Vandenberghe, K. U. L. (2010). La recherche qualitative en éducation: dégager le sens et démêler la complexité. In L. Paquay, M. Crahay & J. M. De Ketele (Eds.), *L'analyse qualitative en éducation. Des pratiques de recherche aux critères de qualité. Hommage à Michael Huberman* (pp. 57-68). Bruxelles: De Boeck.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(23), 133-170.

Vergnaud, G. (2002). La prise en compte de l'enseignant dans la théorie des champs conceptuels. In A. Bessot (Ed.), *Formation des enseignants et étude didactique de l'enseignant* (pp. 3-19). Grenoble: Laboratoire Leibniz-IMAG.

White, H. (2001). À propos d'un sondage auprès de futurs maîtres du secondaire sur un cours de didactique des mathématiques. *Bulletin de l'AMQ, XLI*(2), 13-20.

Yatchinovsky, A. (2000). *L'approche systémique : pour gérer l'incertitude et la complexité* (2e éd. ed.). Paris: ESF éditeur.

Annexe 1

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT

Titre de la recherche :	Évolution des conceptions de futurs enseignants dans le cadre d'une formation à l'enseignement des probabilités
Chercheure :	Miranda Rioux, étudiante au doctorat, Département de didactique, Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal
Directeur de recherche :	France Caron, professeure adjointe, Département de didactique, Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal

A) RENSEIGNEMENTS AUX PARTICIPANTS

1. Objectifs de la recherche

Ce projet vise à étudier la façon dont évoluent, lors d'une formation à l'enseignement des probabilités, les conceptions de futurs enseignants à l'égard des mathématiques et de leur enseignement. Il s'inscrit donc dans une volonté de mieux adapter la formation initiale aux besoins des étudiants. Cette recherche compte également explorer le lien entre ces conceptions et ce que les futurs enseignants projettent d'apprendre dans le cadre de leur formation initiale à l'enseignement des mathématiques.

2. Participation à la recherche

La participation à cette recherche consiste premièrement à remplir un questionnaire individuel où vous seront posées des questions relatives à votre façon de voir les mathématiques et leur enseignement. La complétion de ce questionnaire n'est pas supervisée, elle est d'une durée approximative de 15 minutes et pourra se faire à un lieu que vous choisirez.

Deuxièmement, dans le cadre des activités normales de votre cours, vous serez invités à participer à une discussion de groupe de 30 minutes sur l'enseignement des mathématiques, ainsi qu'à une activité de formation d'une durée de 150 minutes où vous serez appelés à expérimenter et à modéliser des situations probabilistes. En consentant à participer à la recherche, vous acceptez que vos propos soient enregistrés, transcrits et analysés, et que les traces de vos raisonnements le soient aussi.

Troisièmement, une seconde discussion de groupe sera aménagée pour les participants, à un moment et un lieu qui conviennent à tous, afin d'effectuer un retour sur la formation reçue et sur son incidence sur leur façon d'envisager l'enseignement des mathématiques. Cette discussion durera 40 minutes environ et sera enregistrée, puis transcrite. Elle pourra au besoin être complétée par des entretiens individuels avec quelques étudiants-participants. Cette rencontre, qui sera elle aussi enregistrée puis transcrite, permettra de mieux cerner les apports et limites de la formation. Elle sera d'une durée approximative de 30 minutes et se tiendra au moment et à l'endroit choisis par chacun des étudiants retenus. Vous seriez libre d'accepter ou de refuser une telle entrevue, si elle vous était proposée.

3. Confidentialité

Les renseignements que vous nous donnerez demeureront confidentiels. Les propos tenus lors des entretiens et des discussions de groupe seront transcrits et les enregistrements audio seront par la suite effacés. Chaque participant à la recherche se verra attribuer un numéro et seule la chercheure principale aura la liste des participants et des numéros qui leur auront été attribués. Ce numéro remplacera les données nominatives figurant sur les questionnaires individuels et les productions recueillies. Il se substituera également à votre nom dans les transcriptions des entretiens et des discussions de groupe. De plus, les renseignements seront conservés dans un classeur sous clé situé dans un bureau fermé. Aucune information permettant de vous identifier d'une façon ou d'une autre ne sera publiée. Ces renseignements personnels seront détruits 7 ans après la fin du projet. Seules les données ne permettant pas de vous identifier seront conservées après cette date, le temps nécessaire à leur utilisation.

4. Avantages et inconvénients

En participant à cette recherche, vous ne courez pas de risques particuliers. Vous pourrez toutefois contribuer à l'avancement des connaissances ainsi qu'à l'amélioration de la formation offerte aux futurs enseignants. Vous en apprendrez peut-être davantage sur votre propre rapport aux mathématiques et aurez l'occasion de partager vos réflexions sur l'enseignement des probabilités et des mathématiques en général. Il est également entendu que votre participation n'aura aucun effet (ou interférence) sur l'évaluation au cours.

5. Droit de retrait

Votre participation est entièrement volontaire. Vous êtes libre de vous retirer en tout temps sur simple avis verbal, sans préjudice et sans devoir justifier votre décision. Tout comme le refus de participer à la recherche, le retrait de votre consentement à y participer ne peut en aucun cas affecter l'évaluation de vos apprentissages. Si vous décidez de vous retirer de la recherche, vous pouvez communiquer avec la chercheure, au numéro de téléphone indiqué ci-dessous. Si vous vous retirez de la recherche, les renseignements qui auront été recueillis au moment de votre retrait seront détruits.

6. Indemnité

Les participants ne recevront aucune indemnité.

7. Diffusion des résultats

Un rapport sera transmis aux participants décrivant les conclusions générales de cette recherche au cours de l'année prochaine, lorsque les analyses auront été effectuées.

B) CONSENTEMENT

Je déclare avoir pris connaissance des informations ci-dessus, avoir obtenu les réponses à mes questions sur ma participation à la recherche et comprendre le but, la nature, les avantages, les risques et les inconvénients de cette recherche.

Après réflexion et un délai raisonnable, je consens librement à prendre part à cette recherche. Je sais que je peux me retirer en tout temps sans aucun préjudice, sur simple avis verbal et sans devoir justifier ma décision.

Signature : ______________________________ Date : ______________________________

Nom : ______________________________ Prénom : ______________________________

	Oui	Non
Je consens à ce que les données anonymisées recueillies dans le cadre de cette étude soient utilisées pour des projets de recherche subséquents, conditionnellement à leur approbation éthique et dans le respect des mêmes principes de confidentialité et de protection des informations.	☐	☐

Signature : ______________________________ Date : ______________________________

Nom : ______________________________ Prénom : ______________________________

Je déclare avoir expliqué le but, la nature, les avantages, les risques et les inconvénients de l'étude et avoir répondu au meilleur de ma connaissance aux questions posées.

Signature du chercheur
(ou de son représentant) : ______________________________ Date : ________________

Nom : ______________________________ Prénom : ______________________________

Pour toute question relative à la recherche ou pour vous retirer du projet, vous pouvez communiquer avec Miranda Rioux (chercheure).

Toute plainte relative à votre participation à cette recherche peut être adressée à l'ombudsman de l'Université de Montréal à l'adresse courriel suivante: ombudsman@umontreal.ca .

Annexe 2

Message d'invitation envoyé aux étudiants sélectionnés pour des entretiens individuels

Bonjour,

Mon nom est Miranda Rioux, je suis étudiante au doctorat en didactique des mathématiques à l'Université de Montréal et on s'était rencontré, en début de session, lors de votre cours de didactique des mathématiques. Dans le cadre de mon projet de recherche doctorale, vous aviez rempli un questionnaire sur votre façon de voir les mathématiques et leur enseignement. Vous aviez également participé, dans le cadre de cette même recherche, à une formation à l'enseignement des probabilités.

J'ai trouvé vos réponses très intéressantes et j'aimerais beaucoup vous rencontrer afin d'obtenir votre point de vue sur la formation reçue et sur son incidence sur votre façon de voir les mathématiques et leur enseignement. Je demeure maintenant dans le bas du fleuve, mais afin de réaliser ces entretiens (13 en tout), je serai à Lévis du lundi le 19 novembre au vendredi 23 novembre. Aussi, j'aimerais beaucoup que vous consentiez à me rencontrer cette semaine-là, à un endroit et à un moment qui vous convient (par exemple, ça pourrait être à l'université ou dans un petit café, c'est à votre goût). Cette rencontre devrait durer moins d'une heure et je pourrais vous offrir une compensation financière de 10$ pour couvrir les frais reliés à vos déplacements. Vous êtes libre d'accepter ou de refuser cette rencontre, mais par votre participation à cette étude, sachez que vous contribuerez à votre façon à l'amélioration de la formation qui vous est offerte.

Merci à l'avance et au plaisir de vous rencontrer,

Miranda

PS- À chaque jour de la semaine, je peux rencontrer 2 personnes en a.m., 2 personnes en p.m. et il est aussi possible de planifier une rencontre en soirée, si vous préférez cette plage-horaire.