

## ***Liste des symboles***

## ***Liste des symboles***

## ***Liste des symboles***

<b><math>\Theta(x)</math></b>	<i>Fonction de Heaviside ou fonction échelon</i>
<b><math>a</math></b>	<i>Gradient de concentration (en <math>\text{cm}^{-4}</math>)</i>
<b><math>\text{Argsinh}(x)</math></b>	<i>Fonction inverse de la fonction sinus hyperbolique d'argument <math>x</math></i>
<b><math>b_1</math></b>	<i>Champ électrique normalisé en <math>z=0</math></i>
<b><math>C</math></b>	<i>Capacité de jonction</i>
<b><math>C_{dep}</math></b>	<i>Capacité de déplétion</i>
<b><math>C_{diff}</math></b>	<i>Capacité de diffusion</i>
<b><math>C_{norm}</math></b>	<i>Capacité normalisée</i>
<b><math>C-V</math></b>	<i>Caractéristique capacité-tension</i>
<b><math>E(x), E^e(x), E^{ne}(x)</math></b>	<i>Champ électrique au point <math>x</math></i>
<b><math>E_0</math></b>	<i>Champ électrique au niveau de la jonction métallurgique</i>
<b><math>E_{g1}, E_{g2}</math></b>	<i>Gap du semiconducteur</i>
<b><math>E_{norm}</math></b>	<i>Champ électrique normalisé</i>
<b><math>\text{Exp}(x) \text{ ou } e^x</math></b>	<i>Fonction exponentielle à base népérienne d'argument <math>x</math></i>
<b><math>G_p</math></b>	<i>Conductance parallèle (en siemens)</i>
<b><math>I</math></b>	<i>Courant électrique</i>
<b><math>I_{diode}, I_{D1}, I_{D2}</math></b>	<i>Courant traversant la diode</i>
<b><math>I_p</math></b>	<i>Courant de fuite</i>
<b><math>I_s, I_{s1}, I_{s2}, I_o</math></b>	<i>Courant de saturation inverse</i>
<b><math>I-V</math></b>	<i>Caractéristique courant-tension</i>
<b><math>k</math></b>	<i>Constante de Boltzmann (<math>k=1.3806 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}</math>)</i>
<b><math>K, K_0</math></b>	<i>Doping-voltage parameter, gradient-voltage parameter</i>
<b><math>L.G.J</math></b>	<i>Linearly graded junction</i>
<b><math>L_a, L_a^*</math></b>	<i>Longueur apparente</i>

## Liste des symboles

<b><math>L_{De}</math></b>	<i>Longueur de Debye extrinsèque</i>
<b><math>L_{Di}, L_{Di}^*</math></b>	<i>Longueur de Debye intrinsèque</i>
<b><math>L_{eff}</math></b>	<i>Longueur efficace</i>
<b><math>Ln(x)</math></b>	<i>Fonction logarithme d'argument <math>x</math></i>
<b><math>n(x), n^e(x), n^{ne}(x)</math></b>	<i>Densité d'électrons</i>
<b><math>N, N_o, N_{D1}, N_{D2}</math></b>	<i>dopage</i>
<b><math>n, n_1, n_2</math></b>	<i>Facteur d'idéalité</i>
<b><math>N_A</math></b>	<i>concentration des accepteurs</i>
<b><math>N_D</math></b>	<i>concentration des donneurs</i>
<b><math>N_{eff}</math></b>	<i>Dopage effectif</i>
<b><math>n_i</math></b>	<i>Concentration intrinsèque</i>
<b><math>N_i</math></b>	<i>Concentration intrinsèque effective</i>
<b><math>N_{net}</math></b>	<i>Concentration nette en impuretés</i>
<b><math>n_{norm}, p_{norm}</math></b>	<i>Densité d'électrons (de trous) normalisée</i>
<b><math>p(x), p^e(x), p^{ne}(x)</math></b>	<i>Densité de trous</i>
<b><math>P, P_1, P_2</math></b>	<i>Puissance électrique</i>
<b><math>q</math></b>	<i>Charge élémentaire (<math>q=1.6022 \cdot 10^{-19} C</math>)</i>
<b><math>Q</math></b>	<i>Charge électrique de la zone active</i>
<b><math>Q_{norm}</math></b>	<i>Charge normalisée</i>
<b><math>R_{diff}</math></b>	<i>Résistance différentielle ou dynamique</i>
<b><math>RLC</math></b>	<i>Résistance, self et capacité en série</i>
<b><math>R_s</math></b>	<i>Résistance série (en ohms)</i>
<b><math>S</math></b>	<i>Surface de la jonction ou Fonction somme des écarts quadratiques</i>
<b><math>S.S.J</math></b>	<i>Symmetrical step junction</i>
<b><math>sinh(x)</math></b>	<i>Fonction sinus hyperbolique d'argument <math>x</math></i>
<b><math>T</math></b>	<i>Température thermodynamique absolue (en Kelvin)</i>
<b><math>u_T</math></b>	<i>Potentiel thermique : <math>u_T=kT/q</math> (<math>\approx 26</math> mV à 300K)</i>

## Liste des symboles

$\mathbf{V(x)}$ , $\mathbf{V^e(x)}$ , $\mathbf{V^{ne}(x)}$	<i>Potentiel électrique au point x</i>
$\mathbf{V_{app}}$ , $\mathbf{V}$	<i>Tension appliquée</i>
$\mathbf{V_{diode}}$	<i>Tension aux bornes de la diode</i>
$\mathbf{V_{int}}$	<i>Potentiel d'intercepte</i>
$\mathbf{V_j}$	<i>Potentiel de niveau de la jonction métallurgique</i>
$\mathbf{V_n}$	<i>Tension supportée par la région n</i>
$\mathbf{V_{norm}}$	<i>Potentiel électrique normalisé</i>
$\mathbf{V_p}$	<i>Tension supportée par la région p</i>
$\mathbf{V_{totale}}$	<i>Hauteur de la barrière de potentiel</i>
$\mathbf{W}$	<i>Fonction de Lambert</i>
$\mathbf{W_0}$	<i>Branche principale de la fonction de Lambert W</i>
$\mathbf{W_1}$	<i>Branche secondaire de la fonction de Lambert W</i>
$\mathbf{W_n}$ , $\mathbf{W_p}$ , $\mathbf{W_{nl}}$ , $\mathbf{W_{p2}}$	<i>Position des frontières de la zone de charge d'espace</i>
$\mathbf{x}$	<i>Position dans la jonction</i>
$\mathbf{x_j}$	<i>Position de la jonction métallurgique</i>
$\mathbf{x_{limite}}$	<i>Position limite de la jonction</i>
$\mathbf{y}$	<i>Potentiel électrique normalisé (<math>y=V(x)/u_T</math>)</i>
$\mathbf{z}$	<i>Position normalisée</i>
$\mathbf{Z.C.E}$	<i>Zone de charge d'espace</i>
$\mathbf{z_0}$	<i>Demi-largeur de la zone de charge d'espace (structure L.G.J ou S.S.J)</i>
$\Delta E_C$ , $\Delta E_V$	<i>Offset de la bande de conduction, de valence</i>
$\epsilon$ , $\epsilon_1$ , $\epsilon_2$ , $\epsilon_{sc}$	<i>Permittivité diélectrique statique du semiconducteur</i>
$\zeta$	<i>Paramètre normalisée</i>
$\eta$	<i>Taux de bruit (en %) ou Rapport densité/dopage (en %)</i>
$\rho(x)$	<i>Densité de charge au point x</i>
$\rho_{norm}$ , $\rho_{norm}^*$	<i>Densité de charge normalisée</i>
$\tau$	<i>Constante de temps</i>

## ***Liste des figures***

## **Liste des figures**

### **Chapitre I**

- Figure I.1 : Mise en contact de deux semiconducteurs de types différents*
- Figure I.2 : Structure de bande d'une homojonction p-n à polarisation nulle*
- Figure I.3 : Dopage  $N(x)$  d'une homojonction abrupte à dopages uniformes.*
- Figure I.4 : Densité de charge  $\rho(x)$  d'une homojonction abrupte*
- Figure I.5 : Champ électrique  $E(x)$  à travers toute la structure.*
- Figure I.6 : Potentiel électrique  $V(x)$  à travers toute la structure*
- Figure I.7 : Potentiel de diffusion  $V_d$  d'une homojonction abrupte et symétrique pour différents matériaux ( $T=300$  °K).*
- Figure I.8 : Variation de la capacité  $C$  en fonction de la tension  $V_{app}$  : cas d'une homojonction abrupte à dopages uniformes*
- Figure I.9 : Variation de  $1/C^2$  en fonction de la tension  $V_{app}$  : cas d'une homojonction abrupte à dopages uniformes.*
- Figure I.10 : Mise en contact de deux semiconducteurs p et n de nature différente*
- Figure I.11 : Structure de bande d'une hétérojonction pn (type 1) à l'équilibre.*
- Figure I.12 : Allure du dopage  $N(x)$  et de la permittivité diélectrique statique  $\epsilon(x)$  d'une hétérojonction (hétérotype : pn) abrupte à dopages uniformes*
- Figure I.13 : Allure de la densité de charge  $\rho(x)$  : cas d'une hétérojonction abrupte à dopages uniformes*
- Figure I.14 : Allure du champ électrique  $E(x)$  régnant dans une hétérojonction hétérotype abrupte à dopages uniformes*
- Figure I.15 : Variation de  $1/C^2=f(V_{app})$  : hétérojonction Al/p-Si/PCBM/Al.*
- Figure I.16 : Variation de  $C=f(V_{app})$  : hétérojonction Al/p-Si/PCBM/Al*
- Figure I.17 : Densité de charge  $\rho(x)$  : homojonction à dopage linéaire.*
- Figure I.18 : Allure du champ électrique  $E(x)$  pour une jonction linéaire.*
- Figure I.19 : Allure du potentiel électrique  $V(x)$  : cas d'une distribution linéaire.*
- Figure I.20 : Variation de la capacité  $C$  en fonction de la polarisation inverse  $V_{app}$  pour une jonction pn à dopage linéaire*
- Figure I.21 : Variation de  $1/C^3$  en fonction de la polarisation inverse  $V_{app}$  pour une jonction pn à dopage linéaire*

## Liste des figures

### Chapitre II

- Figure II.1: Densités de charge réaliste et modélisée d'une structure L.G.J.*
- Figure II.2: Potentiel de diffusion normalisé  $V_d/u_T$  d'une structure L.G.J.*
- Figure II.3: Solution numérique du champ électrique à partir de la méthode du tir.*
- Figure II.4: Solution numérique de la densité de charge à partir de la méthode du tir.*
- Figure II.5: Solutions numériques pour différentes valeurs de  $K$ .*
- Figure II.6: Nouvelle définition de la largeur de la Z.C.E: cas d'une structure L.G.J à valeurs élevées du «doping-voltage parameter»  $K$ .*
- Figure II.7: Comparaison entre les valeurs numériques “exactes” et le modèle analytique relatives à la fonction  $b_1(K)$ .*
- Figure II.8: Paramètre  $b_1(K)$  à différents ordres.*
- Figure II.9: caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J ( $K_0=10^2$ )*
- Figure II.10: caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J ( $K_0=10^4$ )*
- Figure II.11: caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J ( $K_0=10^6$ )*
- Figure II.12: Position du pic de la caractéristique capacité-tension pour une structure L.G.J quelconque.*
- Figure II.13: Variation de la capacité normalisée  $C(V_{app})/C(V_{app}=0 \text{ volt})$  en fonction de la tension normalisée  $V_{app}/u_T$  (modèle compact) pour différents  $K_0$ .*
- Figure II.14: Variation de la fonction  $[C(V_{app}=0 \text{ volt})/C(V_{app})]^3 = f(V_{app}/u_T)$  pour différentes valeurs de  $K_0$ .*

### Chapitre III

- Figure III.1: Densités de charge réelle et simplifiée : cas d'une structure SSJ (dopage  $N_0=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ).*
- Figure III.2 : Variations du paramètre  $\eta$  en fonction de  $K$ .*
- Figure III.3 : Variations of  $\rho_{norm}^*(z > 0)$  for  $K = 10^6$ .*
- Figure III.4 : Variations of  $\rho_{norm}^*(z > 0)$  for  $K = 10^{-2}$ .*
- Figure III.5 : Variations la charge totale normalisée  $Q_{norm}$  en fonction de la tension appliquée normalisée  $V_{app}/u_T$  pour différentes valeurs de  $K_0$ .*
- Figure III.6 : Variations de la capacité normalisée  $C_{norm} \equiv \frac{C(V_{app}, V_d)}{C(V_{app}=0 \text{ volt}, V_d)} = f(V_{app}, V_d)$ .*
- Figure III.7 : Evolutions de la densité de charge normalisée  $\rho_{norm}(z)$  et des densités d'électrons  $n_{norm}(z)$  et de trous  $p_{norm}(z)$  normalisées.*
- Figure III.8 : Variations du terme  $\alpha(V_{app})$  pour différentes valeurs de  $K_0$ .*
- Figure III.9 : Effet de la température sur la caractéristique capacité-tension : cas d'une structure S.S.J au silicium ( $N_0=10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et  $\epsilon=105 \text{ pF/m}$ )*

## **Liste des figures**

- Figure III.10 : Décomposition de la capacité totale d'une structure S.S.J.*
- Figure III.11 : Comparaison entre le modèle exact et le modèle modifié pour  $b_T^{SSJ}$ .*
- Figure III.12 : Erreurs relatives introduites dans le modèle modifié.*
- Figure III.13 : Caractéristique capacité-tension d'une structure SSJ (Si(p)/Si(n) à température ambiante ( $T=300$  K) : dopage  $N_0=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ )*
- Figure III.14 : Variations de  $C_{norm}$  en fonction de  $V_{app}/u_T$  pour les jonctions réelles.*
- Figure III.15 : Variations de  $\ln(C_{norm})=f(V_{app}/u_T)$  pour les jonctions réelles.*

## **Chapitre IV**

- Figure IV. 1 : Caractéristique I-V (échelle semi-logarithmique) : un seul type de courant*
- Figure IV. 2 : Caractéristique I-V (échelle semi-logarithmique) : deux types de courants*
- Figure IV. 3 : Représentation des différentes puissances  $P_1$  et  $P_2$*
- Figure IV. 4 : Evolution de la grandeur A en fonction de la résistance statique V/I.*
- Figure IV. 5 : Evolution de la grandeur B en fonction de la conductance statique I/V.*
- Figure IV. 6 : Schéma équivalent d'une diode réelle : modèle à 3 paramètres ( $R_S$ -diode model).*
- Figure IV. 7 : Caractéristique I-V d'une diode simulée ( $R_S$ -diode model) en échelle semi-logarithmique :  $I_S=14.4 \text{ nA}$ ,  $n=1.984$  et  $R_S$  variable.*
- Figure IV. 8 : Caractéristiques I-V d'une diode simulée pour différents niveaux de bruit  $\eta$ .*
- Figure IV. 9 : Schéma équivalent d'une diode réelle : modèle à 3 paramètres ( $G_p$ -diode model).*
- Figure IV. 10 : Caractéristiques I-V d'une diode simulée ( $G_p$ -diode model) en échelle semi-logarithmique pour  $I_S=14.4 \text{ nA}$  et  $n=1.984$  et  $G_p$  variable.*
- Figure IV. 11 : Schéma équivalent d'une diode réelle :  $R_S$ - $G_p$ -diode model.*
- Figure IV. 12 : Caractéristiques I-V de diode simulée n° 1 (échelle semi-logarithmique) pour  $I_S=14.4 \text{ nA}$  et  $n=1.984$ ,  $R_S=10 \Omega$  et  $G_p=1 \text{ Ms}$ .*
- Figure IV. 13 Caractéristiques I-V de diode simulée n° 2 (échelle semi-logarithmique) pour  $I_S=1 \text{ pA}$  et  $n=1$ ,  $R_S=100 \Omega$  et  $G_p=0.1 \text{ mS}$ .*
- Figure IV. 14 Schéma équivalent du modèle traditionnel à deux diodes.*
- Figure IV.15 : Algorithme de calcul de la caractéristique I-V pour le modèle à 2 diodes.*
- Figure IV. 16 : Caractéristique I-V pour le modèle à deux diodes (diode A) :*
- Figure IV. 17 : Caractéristique I-V pour le modèle à deux diodes (diode B) :*
- Figure IV. 18 : Schéma équivalent du nouveau modèle à 2 diodes*
- Figure IV. 19 : Confrontation entre les deux modèles bi-diode (diode simulée A)*
- Figure IV. 20 : Confrontation entre les deux modèles bi-diode (diode simulée B)*

## ***Liste des tableaux***

## **Liste des tableaux**

## **Liste des tableaux**

### **Chapitre I**

*Tableau I.1 : Valeurs de  $E_g$ ,  $n_i$  et  $\epsilon$  de certains semiconducteurs à 300 K*

*Tableau I.2 : Valeurs de  $\Delta E_c$  et  $\Delta E_v$  de certaines interfaces à 300 K*

### **Chapitre II**

*Tableau II.1 : Valeurs de  $L_a$ ,  $L_{Di}$  et  $K_0$  pour des structures L.G.J au silicium et au germanium à température ambiante ( $T=300$  K)*

*Tableau II.2: Valeurs numériques “exactes” et analytiques (modèle 1) du paramètre  $b_1(K)$  et sa dérivée  $db_1(K)/dk$*

*Tableau II.2: Différents ordres du parameter  $b_1(K \rightarrow 0)$ .*

*Table II.3: Variation du potentiel de diffusion normalisé en fonction de  $K_0$ .*

### **Chapitre III**

*Tableau II.1 : Valeurs numériques du paramètre  $\eta(K)=E_{norm}^{ne}(z_0)/E_{norm}^{ne}(0)$ , des densités  $\rho_{norm}^{ne}(z_0)$ ,  $n_{norm}^{ne}(0)=p_{norm}^{ne}(0)$ ,  $n_{norm}^{ne}(z_0)$  et  $p_{norm}^{ne}(z_0)$ , et des potentiels normalisés  $y(z_0)$  et  $y(\infty)$ . Toutes les densités sont données en termes de K.*

*Tableau II.3 : Comparaison entre la S.S.J et la L.G.J.*

### **Chapitre IV**

*Tableau IV.1 : Extraction des trois paramètres de la diode simulée ( $R_s$ -diode model).*

*Tableau IV.2 : Extraction des paramètres optimisés d'une diode simulée pour différents niveaux de bruit  $\eta$  de la caractéristique I-V.*

*Tableau IV.3 : Extraction des trois paramètres de la diode simulée ( $G_p$ -diode model).*

.

## ***Table des matières***

**Table des Matières**

<b>Introduction générale</b>	1
<b>Chapitre I : Caractéristique capacité-tension d'homojonction et d'hétérojonction hétérotype : le modèle classique</b>	3
<i>I-1 Introduction</i>	3
<i>I-2 Homojonction abrupte à dopages uniformes</i>	4
<i>I-2-1 Variation du champ électrique dans la jonction</i>	7
<i>I-2-2 Variation du potentiel électrique dans la jonction</i>	8
<i>I-2-3 Largeur de la Z.C.E</i>	11
<i>I-2-4 Champ et potentiel électriques à l'interface</i>	12
<i>I-2-5 Calcul de la capacité de la jonction</i>	13
<i>I-3 Hétérojonction hétérotype abrupte à dopages uniformes</i>	15
<i>I-3-1 Variation du champ électrique dans la jonction</i>	18
<i>I-3-2 Variation du potentiel électrique dans la jonction</i>	20
<i>I-3-3 Largeur de la Z.C.E</i>	21
<i>I-3-4 Potentiel électrique à l'interface</i>	21
<i>I-3-5 Calcul de la capacité de la structure</i>	22
<i>I-4 Homojonction à dopage linéaire</i>	24
<i>I-4-1 Variation du champ électrique dans la jonction</i>	25
<i>I-4-2 Variation du potentiel électrique dans la jonction</i>	26
<i>I-4-3 Largeur de la zone de charge d'espace</i>	27
<i>I-4-5 Calcul de la capacité de la jonction</i>	27
<i>I-5 : Conclusion</i>	29
<i>Références bibliographiques</i>	30

## Table des Matières

<b>Chapitre II : Modélisation mathématique de la caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J</b>	32
<i>II-1 Introduction</i>	32
<i>II.2 Modèle de Shockley</i>	33
<i>II.3 Théorie de la structure L.G.J</i>	37
<i>II.3.1 Structure L.G.J à l'équilibre</i>	38
<i>II.3.2 Structure L.G.J hors équilibre</i>	39
<i>II.3.3 Equation de Poisson normalisée</i>	41
<i>II.3.3 Résolution numérique</i>	42
<i>II.4 Modélisation capacité-tension d'une structure L.G.J</i>	46
<i>II.4.1. Polarisation inverse (modèle 1)</i>	46
<i>II.4.2. Polarisation directe</i>	53
<i>II.4.3. Modèle compact</i>	56
<i>II.5. Conclusion</i>	62
<i>Références bibliographiques</i>	63
<b>Chapitre III : Capacité exacte de structures S.S.J : Modèle unifié pour les jonctions réelles</b>	66
<i>III.1 Introduction</i>	66
<i>III.2 Modèle classique</i>	67
<i>III.3 Théorie de la structure S.S.J</i>	69
<i>III.3.1 Champ électrique à l'interface</i>	69
<i>III.3.1 Nouvelle définition de la largeur de la zone active</i>	73
<i>III.4 Capacité exacte d'une structure S.S.J</i>	77
<i>III.5 Méthode de décomposition</i>	84
<i>III.5.1 Polarisation inverse importante</i>	84
<i>III.5.2 Polarisation directe importante</i>	86

## Table des Matières

<i>III.6 Modèle modifié</i>	87
<i>III.6.1 Polarisation inverse importante</i>	87
<i>III.6.2 Polarisation directe importante</i>	88
<i>III.6.3 Forme compacte du paramètre <math>b_I^{SSJ}</math></i>	88
<i>III.6.4 Charge totale et capacité</i>	89
<i>III.6.5 Modèle unifié : jonctions réelles</i>	91
<i>III.7 Conclusion</i>	94
<i>Références bibliographiques</i>	95
<b>Chapitre IV : Modélisation et simulation de la caractéristique courant-tension : extraction des paramètres</b>	99
<i>IV.1. Introduction</i>	99
<i>IV.2. Modèle de base de Shockley</i>	100
<i>IV.3. La méthode originale de Ranuarez</i>	102
<i>IV.4. Modèles élémentaires à 3 paramètres</i>	105
<i>VI.4.1. Circuit série (<math>R_S</math>-diode model)</i>	105
<i>VI.4.1. Circuit parallèle (<math>G_p</math>-diode model)</i>	113
<i>IV.5. Modèle à 4 paramètres (<math>R_S</math>-<math>G_p</math>-diode model)</i>	117
<i>IV.5.1 Caractéristique courant-tension</i>	118
<i>IV.5.2 Généralisation de la méthode de Ranuarez</i>	120
<i>IV.6. Modèle à deux diodes</i>	121
<i>IV.7. Conclusion</i>	128
<i>Références bibliographiques</i>	129
<b>Conclusion générale</b>	132
<b>Annexe A : Equations du modèle dérive-diffusion</b>	134
<b>Annexe B : Fonction de Lambert W</b>	137
<b>Annexe C : Caractéristique du pic de la capacité d'une structure S.S.J</b>	138

## ***Introduction générale***

## **Introduction générale**

*La modélisation des composants à semiconducteurs reste toujours un thème d'actualité et d'intérêt considérable. Le comportement intrinsèque de ces composants se traduit par la multiplicité des phénomènes physiques et les différents couplages existant entre ces phénomènes.*

*Un grand nombre de chercheurs utilisent la simulation numérique pour décrire certains phénomènes du domaine de la physique, de la chimie ou de la biologie. L'utilisation de logiciels et codes de calcul sophistiqués permet d'obtenir des résultats plus ou moins correctes avec des temps de calcul pouvant être très couteux, mais n'accèdent pas aux lois d'évolution des grandeurs étudiées. La modélisation est la seule à être capable de prédire ces lois.*

*Les jonctions pn font l'objet de nombreux travaux de recherches en raison de leur présence dans la plupart des dispositifs semiconducteurs. L'homojonction pn est d'une grande importance dans la compréhension des dispositifs semiconducteurs puisqu'elle constitue l'élément de base des dispositifs de la physique des semiconducteurs.*

*Un paramètre fondamental dans la conception des dispositifs à semiconducteur est la capacité de jonction. La formation d'une zone de déplétion dans les différentes structures semiconductrices joue un rôle fondamental dans la physique de la plupart des dispositifs électroniques tels que les jonctions pn et les contacts Schottky.*

*Cette zone constitue la zone active du dispositif électronique ou optoélectronique. Elle peut affecter les caractéristiques électriques courant-tension et capacité-tension ainsi que la tension de claquage du dispositif.*

*Des recherches récentes, dans la technologie de dispositif bipolaire, n'ont cessé d'augmenter afin d'obtenir une modélisation plus rigoureuse de la largeur de la zone de charge d'espace.*

## ***Introduction générale***

*Dans ce manuscrit, nous allons présenter notre travail de thèse en quatre chapitres et trois annexes.*

*Dans le premier chapitre, nous allons modéliser la caractéristique statique capacité-tension relative à certains types de jonctions à savoir l'homojonction et l'hétérojonction hétérotype abruptes à dopages uniformes ainsi que l'homojonction à dopage linéaire. Dans ce cadre, nous utiliserons une hypothèse physique appelée 'approximation de déplétion'. Cette hypothèse traduit l'absence totale de porteurs libres (électrons et trous) dans la zone de charge d'espace.*

*Dans le deuxième chapitre, notre travail consiste à modéliser la charge et la capacité de structures L.G.J (Linearly Graded Junction). Contrairement au modèle classique, nous allons tenir compte de la contribution des électrons et des trous dans la zone de charge d'espace de la structure dans la résolution de l'équation de Poisson. En conséquence, nous proposons une idée originale afin d'obtenir la caractéristique capacité-tension relative à ce type de structure sans accéder à la distribution du potentiel électrique dans la structure dans toute la gamme des tensions appliquées.*

*Dans le troisième chapitre, nous allons développer un modèle purement analytique donnant la charge et la capacité de structures S.S.J (Symmetrical Step Junction) pour toute la gamme des tensions appliquées (inverses et directes). Compte tenu des résultats relatifs aux deux structures étudiées (L.G.J et S.S.J), un modèle unifié de la capacité est proposé.*

*Le quatrième chapitre est consacré à la modélisation de la caractéristique électrique courant-tension de diodes à jonction via la notion de circuit électrique équivalent. Pour l'extraction des paramètres électriques des diodes à jonction, une méthode basée sur un calcul de puissance est présentée (généralisation de la méthode de Ranuarez).*

# ***Chapitre I***

***Caractéristique capacité-tension  
d'homojonction et d'hétérojonction  
hétérotype : le modèle classique***

## **Caractéristique capacité-tension d'homojonction et d'hétérojonction hétérotype : le modèle classique**

### **I-1 Introduction**

*La formation de la zone de déplétion pour différents interfaces joue un rôle important dans la physique des semiconducteurs de certains dispositifs électroniques à savoir la jonction pn et le contact métal-semiconducteur [1]. Cette zone constitue la zone active de n'importe quel dispositif électronique ou optoélectronique [2].*

*La connaissance de la caractéristique capacité tension d'une structure semiconductrice est essentielle en vue de la détermination du dopage de cette structure [3]. Elle nous informe aussi sur la hauteur de la barrière de potentiel de cette structure à l'équilibre (tension extérieure appliquée nulle) [4]. Cette barrière, supportée par la structure, porte le nom de potentiel de diffusion.*

*Dans ce chapitre, nous allons modéliser la caractéristique statique capacité-tension relative à certains types de jonctions (cas idéaux) à savoir l'homojonction et l'hétérojonction hétérotype abruptes à dopages uniformes ainsi que l'homojonction à dopage linéaire.*

*Dans ce cadre, nous utiliserons une hypothèse physique appelée 'approximation de déplétion' [5]. Cette hypothèse traduit l'absence totale de porteurs libres (électrons et trous) dans la zone de charge d'espace (Z.C.E). En outre, nous admettrons que les limites de cette zone, se développant de part et d'autre du plan de l'interface, sont abruptes.*

*La modélisation de la caractéristique statique capacité tension relative à différentes structures semiconductrices passe par la résolution de l'équation de Poisson avec des conditions aux limites appropriées. En outre, nous supposerons que les concentrations des impuretés ionisées, dans le semiconducteur, varient uniquement selon la direction x (cas unidimensionnel).*

## I-2 Homojonction abrupte à dopages uniformes.

Une homojonction est la mise en contact de deux semiconducteurs d'un même matériau, l'un de type *p* et l'autre de type *n* comme l'indique la figure I.1.

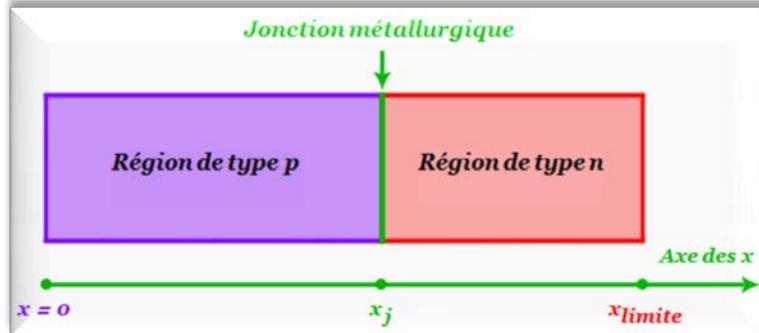


Figure I.1 : Mise en contact de deux semiconducteurs de types différents

Les contacts correspondent aux points  $x=0$  et  $x=x_{\text{limite}}$ . Ces contacts sont supposés ohmiques de telle sorte qu'ils n'introduisent aucune capacité parasite [6]. La jonction métallurgique se situe en  $x=x_j$ .

Un schéma représentant les diagrammes énergétiques des deux semiconducteurs, issus d'un même matériau, après leur mise en contact est représenté sur la figure suivante :

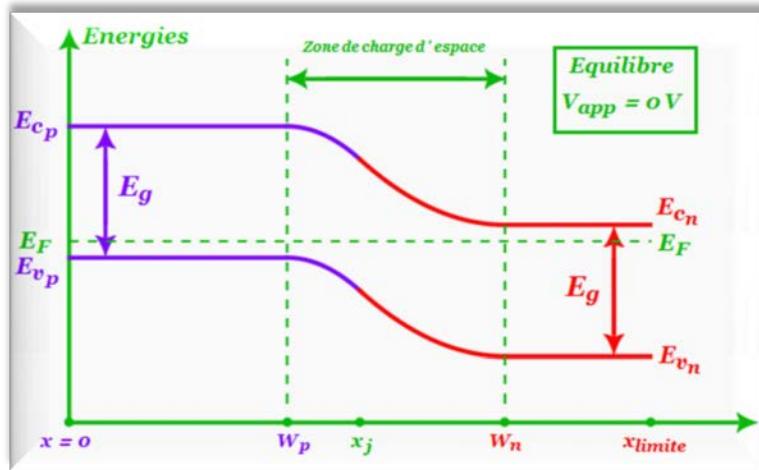


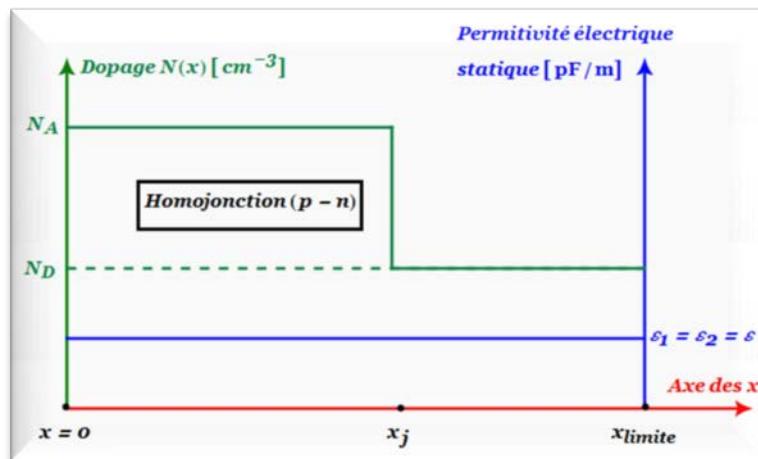
Figure I.2 : Structure de bande d'une homojonction *p-n* à polarisation nulle

Sur la figure I.2, les bandes  $E_c$  et  $E_v$  représentent respectivement les bandes de conduction et de valence de la structure. A l'équilibre (tension extérieure  $V_{\text{app}}=0 \text{ V}$ ), les niveaux de Fermi sont alignés.

Les frontières  $W_p$  et  $W_n$  représentent les limites de la zone de charge d'espace (zone active de la structure).

Désignons par  $N(x)=N_D$  la concentration de donneurs ionisés (charge  $+q$ ) de la région de type  $n$  (région 1) et par  $N(x)=N_A$  la concentration d'accepteurs ionisés (charge  $-q$ ) de la région de type  $p$  (région 2). Les concentrations  $N_A$  et  $N_D$  ainsi que la permittivité diélectrique statique sont supposés constantes.

Dans le cas d'une homojonction abrupte à dopages uniformes, le profil de dopage  $N(x)$  ainsi que la permittivité diélectrique statique  $\epsilon(x)$  sont schématisés sur la figure suivante :



**Figure I.3 : Dopage  $N(x)$  d'une homojonction abrupte à dopages uniformes.**

La figure I.3 montre que le profil de dopage  $N(x)$  présente une discontinuité au niveau de la jonction métallurgique.

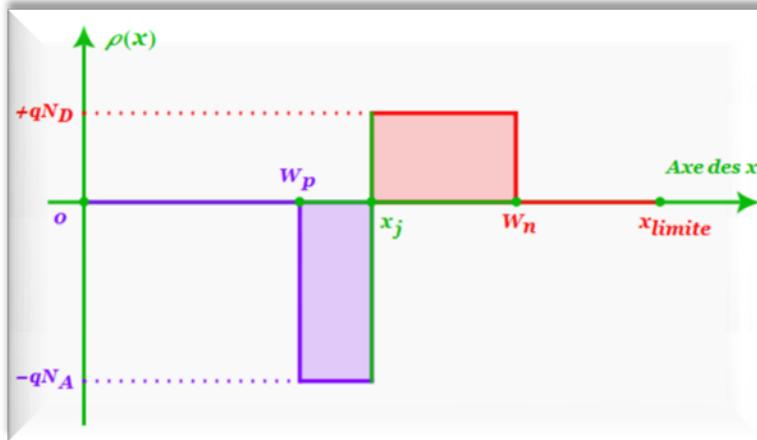
Dans la zone de charge d'espace, le comportement de la densité de charge avec le potentiel électrique s'exprime à l'aide de l'équation de Poisson qui, compte tenu des hypothèses de Shockley, se met sous la forme [7]:

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon} N(x) \quad (I-1)$$

où  $q$  représente la charge élémentaire,  $\epsilon$  est la constante diélectrique statique du matériau,  $V(x)$  est le potentiel électrique en un point  $x$  de la structure et  $N(x)$  est la concentration des impuretés au point  $x$ .

Dans les régions neutres, on admet que la densité de charge est pratiquement nulle. Dans le cas des fortes polarisations directes ( $V_{app} \geq V_d$ ), l'hypothèse de déplétion n'est plus valide [8, 9].

L'origine des abscisses est prise en  $x=0$ ; la densité de charge  $\rho(x)$ , relative à une jonction abrupte à dopages uniformes est représentée sur la figure suivante :



**Figure I.4 : Densité de charge  $\rho(x)$  d'une homojonction abrupte**

Ce modèle, simplifié de la jonction abrupte à dopages uniformes, a été proposé pour la première fois par Shockley [10].

L'équation (I-1) se décompose en quatre parties, du fait de la discontinuité de la densité de charge  $\rho(x)$  au point  $x=x_j$  et aux frontières  $W_p$  et  $W_n$  de la zone de charge d'espace. Cette équation devient :

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ +\frac{q}{\varepsilon} N_A & W_p < x < x_j \\ -\frac{q}{\varepsilon} N_D & x_j < x < W_n \\ 0 & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-2)$$

Nous obtenons une équation différentielle du second ordre régie par les conditions aux limites physiques suivantes [11] :

$$\left. \frac{dV(x)}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{dV(x)}{dx} \right|_{x=x_{limite}} = 0 \quad (I-3)$$

### I-2-1 Variation du champ électrique dans la jonction.

Le champ électrique dans la jonction s'obtient par intégration de l'équation de Poisson par rapport à la position  $x$ .

La résolution du système d'équations (I-2) complété par les conditions aux limites (I-3) permet d'aboutir à :

$$E(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ -\frac{qN_A}{\epsilon}(x - W_p) & W_p < x < x_j \\ +\frac{qN_D}{\epsilon}(x - W_n) & x_j < x < W_n \\ 0 & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-4)$$

La continuité du champ électrique, à l'interface  $x=x_j$ , conduit à :

$$x_j = \frac{N_D W_n + N_A W_p}{N_A + N_D} \equiv \frac{N_D}{N_A + N_D} W_n + \frac{N_A}{N_A + N_D} W_p \quad (I-5)$$

Cette équation peut être déduite à partir de l'équation de neutralité [12].

Les équations (I-4) permettent de représenter le champ électrique  $|E(x)|$  à travers toute la structure.

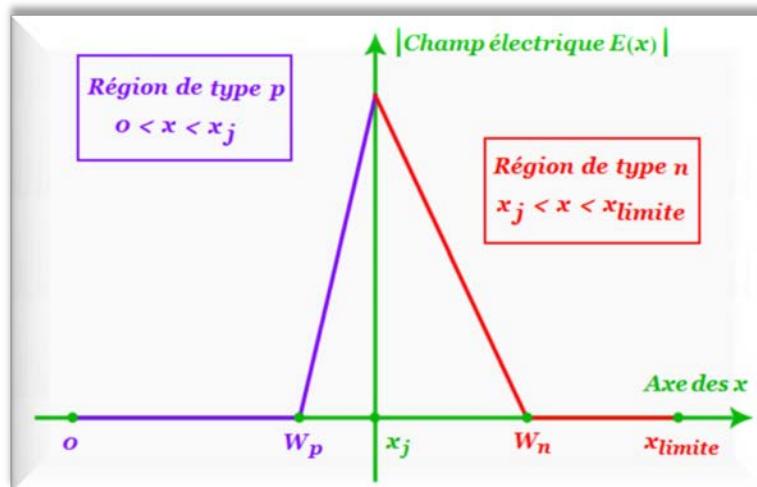


Figure I.5 : Champ électrique  $E(x)$  à travers toute la structure.

Nous remarquons que le champ électrique  $E(x)$  est linéaire par morceaux dans la zone de charge d'espace (Z.C.E) et qu'il est nul dans les zones 'neutres'.

### **I-2-2 Variation du potentiel électrique dans la jonction.**

Le champ électrique  $E(x)$  dans la structure est associé à un potentiel électrique  $V(x)$ . Ces deux grandeurs physiques sont reliées par la relation suivante [13] :

$$E(x) = - \frac{dV(x)}{dx} \quad (I-6)$$

Les équations (I-4) et (I-6) conduisent à l'expression du potentiel électrique  $V(x)$  en tout point du dispositif. Ce potentiel est donné par :

$$V(x) = \begin{cases} K_1 & 0 < x < W_p \\ \frac{qN_A}{2\epsilon} (x - W_p)^2 + K_2 & W_p < x < x_j \\ -\frac{qN_D}{2\epsilon} (x - W_n)^2 + K_3 & x_j < x < W_n \\ K_4 & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-6)$$

où les termes  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  et  $K_4$  représentent les constantes d'intégration.

L'équation (I-6) montre que le potentiel électrique  $V(x)$  est parabolique par morceaux dans la zone de charge d'espace et est constant dans les zones neutres.

La tension appliquée  $V_{app}$  au dispositif (entre  $x=0$  et  $x=x_{limite}$ ) se reporte intégralement à la zone de charge d'espace [13]. Cette tension va créer donc la différence entre la hauteur de la barrière de potentiel à l'équilibre ( $V_d$ ) et la hauteur de cette barrière hors équilibre ( $V_{totale} = V_d - V_{app}$ ).

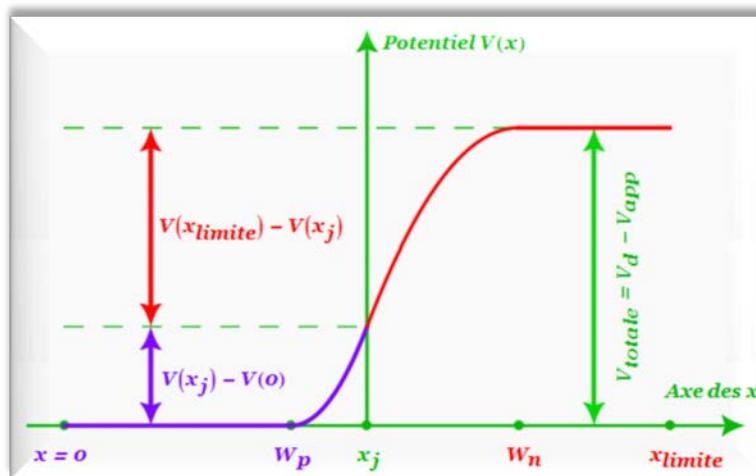
Une polarisation en directe permet d'abaisser la barrière de potentiel entre les deux semiconducteurs, permettant ainsi un passage des électrons du semiconducteur de type  $n$  vers le semiconducteur de type  $p$  (au-delà d'une tension seuil). Au contraire, une polarisation en inverse augmente cette barrière de potentiel et bloque le passage des électrons.

Le choix  $V(x=0)=0$  et la continuité du potentiel électrique  $V(x)$  en tout point de la structure permettent de montrer que  $K_1=K_2=0$  et  $K_4=K_3=V_{totale}$ .

Finalement, l'équation (I-6) devient:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ \frac{qN_A}{2\epsilon} (x - W_p)^2 & W_p < x < x_j \\ -\frac{qN_D}{2\epsilon} (x - W_n)^2 + V_{totale} & x_j < x < W_n \\ V_{totale} & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-8)$$

L'évolution du potentiel électrique  $V(x)$ , en tout point de la structure, est représentée sur la figure suivante :



**Figure I.6 : Potentiel électrique  $V(x)$  à travers toute la structure**

Dans la relation  $V_{totale}=V_d-V_{app}$ ,  $V_d$  représente le potentiel de diffusion; il est donné par [14]:

$$V_d = u_T \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) \quad (I-9)$$

où  $u_T=kT/q$  représente le potentiel thermique ( $u_T \approx 26$  mV à  $T=300$  K),  $k$  la constante de Boltzmann,  $q$  la charge élémentaire et  $T$  la température absolue (en Kelvins). Le terme  $n_i$  désigne la concentration intrinsèque du matériau.

Le tableau suivant donne les valeurs des gaps  $E_g$ , des concentrations intrinsèques  $n_i$  et des permittivités diélectriques statiques  $\epsilon$  de certains semiconducteurs (S/C) à température ambiante ( $T=300$  K).

Semiconducteur	$E_g$ (eV)	$n_i$ ( $cm^{-3}$ )	$\epsilon_r = \epsilon_{sc}/\epsilon_0$
Si	1.12	$1.5 \cdot 10^{10}$	11,9
Ge	0.66	$2 \cdot 10^{13}$	16
GaAs	1.42	$2 \cdot 10^6$	13.1
GaSb	0.73	$1.5 \cdot 10^{12}$	15.7
InAs	0.36	$10^{15}$	14.6
InSb	0.17	$2 \cdot 10^{16}$	17.7
InP	1.35	$1.3 \cdot 10^7$	12.4
AlAs	2.17	10	10.1

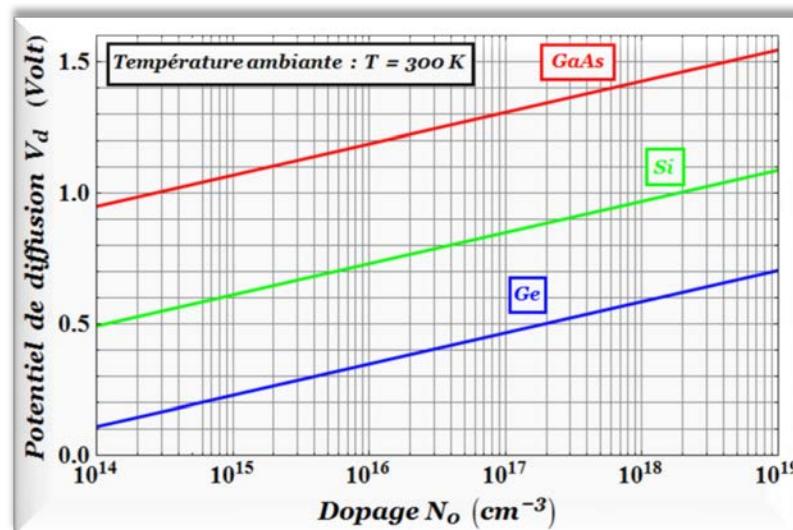
**Tableau I.1 : Valeurs de  $E_g$ ,  $n_i$  et  $\epsilon$  de certains semiconducteurs à 300 K.**

**(Ioffe Physico-Technical Institute: [www.ioffe.ru/SVA/NSM](http://www.ioffe.ru/SVA/NSM))**

Pour une homojonction abrupte symétrique ( $N_A=N_D=N_0$ ), le potentiel de diffusion  $V_d$  est donné par [14]:

$$V_d = 2 u_T \ln \left( \frac{N_0}{n_i} \right) \quad (I-10)$$

Le potentiel de diffusion d'homojonctions abruptes et symétriques, pour certains matériaux semiconducteurs (Si, Ge et GaAs) à différents dopages  $N_0$  (en  $cm^{-3}$ ), est représenté sur la figure suivante :



**Figure I.7 : Potentiel de diffusion  $V_d$  d'une homojonction abrupte et symétrique pour différents matériaux ( $T=300$  °K).**

### **I-2-3 Largeur de la Z.C.E.**

*La largeur de la zone de charge d'espace (Z.C.E) est un paramètre crucial pour tout dispositif électronique ou optoélectronique [1, 2] : elle représente la zone active du dispositif.*

*Cette zone peut affecter les caractéristiques électriques courant-tension et capacité-tension ainsi que la tension de claquage du dispositif [5].*

*Des recherches récentes, dans la technologie de dispositif bipolaire, n'ont cessé d'augmenter afin d'obtenir une modélisation plus rigoureuse de la largeur de la Z.C.E [2].*

*La polarisation d'une jonction pn entraîne un déplacement des limites de la zone de charge d'espace [15].*

*Dans ce qui suit, nous allons donner la relation qui existe entre la largeur de la zone de charge d'espace  $W=W_n-W_p$  et la hauteur de la barrière de potentiel  $V_{totale}$  pour une homojonction abrupte à dopages uniformes.*

*La continuité du potentiel électrique en  $x=x_j$  donne :*

$$\frac{qN_A}{2\epsilon} (x_j - W_p)^2 + \frac{qN_D}{2\epsilon} (x_j - W_n)^2 = V_{totale} \quad (I-11)$$

*Compte tenu de l'équation (I-5), l'équation précédente conduit à l'expression de la largeur  $W$  de la Z.C.E :*

$$W = W_n - W_p = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left( \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) V_{totale}} \quad (I-12)$$

*Une polarisation convenable de la jonction permet de contrôler l'étendue  $W$  de la zone active de la jonction.*

*Pour une homojonction abrupte au silicium ( $N_A=10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\epsilon=105 \text{ pF/m}$ ,  $T=300 \text{ K}$  et  $V_{app}=0 \text{ V}$ ), la largeur  $W$  de la zone de charge d'espace est de l'ordre de  $1/3 \mu\text{m}$ .*

### **I-2-4 Champ et potentiel électriques à l'interface.**

Sur la figure I.5, nous remarquons que le champ électrique  $E(x)$  présente un maximum au niveau de jonction métallurgique.

Ce champ maximal (noté  $E_{max}$ ) est donné par :

$$E_{max} = |E(x_j)| = \frac{q}{\varepsilon} N_A (x_j - W_p) = \frac{q}{\varepsilon} N_D (W_n - x_j) \quad (I-13)$$

Compte tenu des équations (I-5) et (I-12), l'équation précédente devient :

$$E_{max} = \sqrt{\frac{2q}{\varepsilon} \times \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} V_{totale}} \quad (I-15)$$

Nous pouvons montrer facilement que le potentiel électrique, au niveau de jonction métallurgique ( $x=x_j$ ), peut se mettre sous la forme suivante :

$$V_j = V(x=x_j) = \frac{N_D}{N_A + N_D} V_{totale} \quad (I-16)$$

En outre, les tensions supportées par les régions  $p$  ( $0 < x < x_j$ ) et  $n$  ( $x_j < x < x_{limite}$ ) sont données respectivement par :

$$\begin{cases} V_p = V(x=x_j) - V(x=0) = \frac{N_D}{N_A + N_D} V_{totale} \\ V_n = V(x=x_{limite}) - V(x=x_j) = \frac{N_A}{N_A + N_D} V_{totale} \end{cases} \quad (I-17)$$

L'équation précédente conduit à la relation suivante :

$$\frac{V_p}{V_n} = \frac{N_D}{N_A} \quad (I-18)$$

Un calcul rigoureux [16], en polarisation inverse, montre que :

$$\begin{cases} V_{tot} = V_d - V_{app} - 2 u_T \\ \frac{V_p - u_T}{V_n - u_T} = \frac{N_D}{N_A} \end{cases} \quad (I-19)$$

### **I-2-5 Calcul de la capacité de la jonction.**

La charge d'espace  $Q$ , pour une jonction de surface  $S$ , est donnée par la relation suivante [7]:

$$Q = S \int_{x_j}^{x_{limite}} \rho(x) dx \approx S \int_{x_j}^{W_n} \rho(x) dx = q N_D S (W_n - x_j) \quad (I-20)$$

Compte tenu de l'équation (I-5), cette charge ( $Q$ ) prend la forme suivante :

$$Q = q S \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} (W_n - W_P) = S \left( 2 \varepsilon q \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} V_{totale} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (I-21)$$

La capacité  $C$  de la zone de charge d'espace est définie par [14]:

$$C = \frac{dQ}{dV_{totale}} = - \frac{dQ}{dV_{app}} \quad (I-22)$$

Les deux équations précédentes conduisent à l'expression de la capacité de la jonction :

$$C = S \left( \frac{\varepsilon q}{2} \times \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{V_d - V_{app}}} \quad (I-23)$$

Pour une homojonction abrupte à dopages uniformes symétrique c'est-à-dire  $N_A = N_D = N_0$ , la capacité devient :

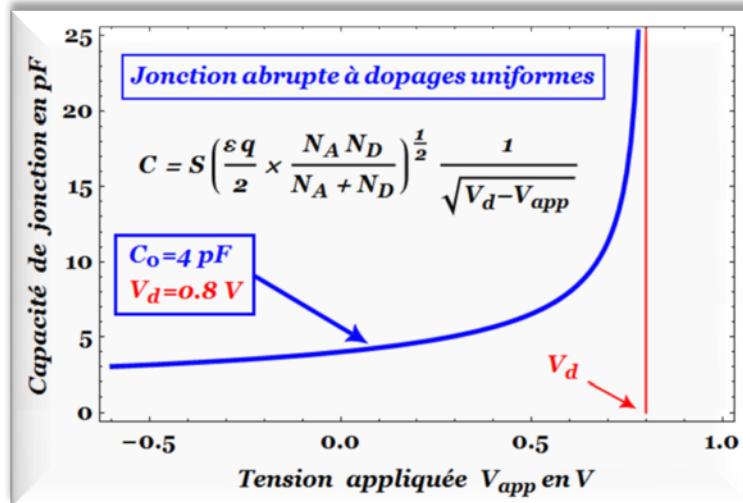
$$C = \frac{1}{2} S (\varepsilon q N_0)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{V_d - V_{app}}} \quad (I-24)$$

Dans le cas où une région est très dopée par rapport à l'autre (par exemple  $N_A \gg N_D$ ), la capacité de la zone de charge d'espace devient:

$$C = S \left( \frac{\varepsilon q N_D}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{V_d - V_{app}}} \quad (I-25)$$

Dans ce cas, nous remarquons que l'homojonction se comporte comme un seul semiconducteur (le moins dopé) et la région la plus dopée sert uniquement de support.

La figure suivante donne l'évolution de la capacité  $C=f(V_{app})$ .

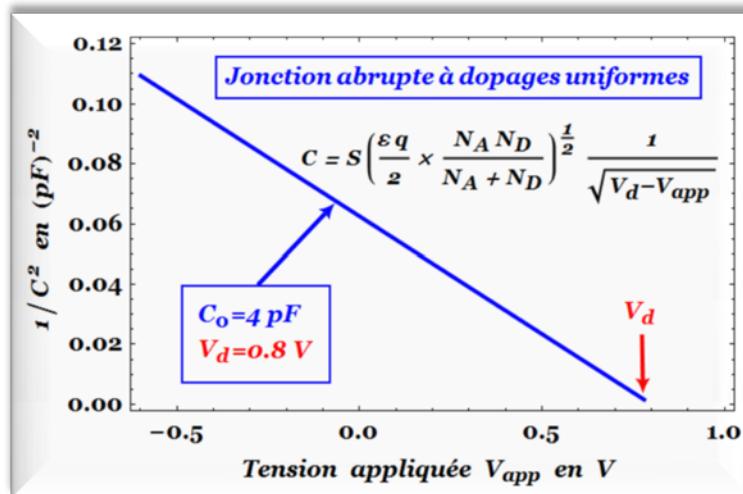


**Figure I.8 : Variation de la capacité  $C$  en fonction de la tension  $V_{app}$  : cas d'une homojonction abrupte à dopages uniformes**

Sur la figure précédente, nous remarquons que la capacité est 'infinie' pour une tension appliquée  $V_{app}$  proche du potentiel de diffusion  $V_d$ .

Cette singularité (première anomalie) n'a aucun sens physique. De plus, l'équation (I-23) montre que la capacité de la jonction n'est pas définie pour des tensions  $V_{app}$  supérieures à  $V_d$  (seconde anomalie)

La figure suivante donne l'évolution de la grandeur  $1/C^2=f(V_{app})$ .



**Figure I.9 : Variation de  $1/C^2$  en fonction de la tension  $V_{app}$  : cas d'une homojonction abrupte à dopages uniformes.**

Nous remarquons que la courbe  $1/C^2=f(V_{app})$  peut nous informer sur le dopage effectif  $N_{eff}=N_A N_D / (N_A + N_D)$  ainsi que le potentiel de diffusion  $V_d$ .

### I-3 Hétérojonction hétérotype abrupte à dopages uniformes.

Une hétérojonction hétérotype est constitué de deux semiconducteurs de matériaux différents (par exemple Si-Ge), l'un de type *p* et l'autre de type *n*. La différence essentielle par rapport à l'homojonction réside sur la différence des gaps et des permittivités électriques statiques.

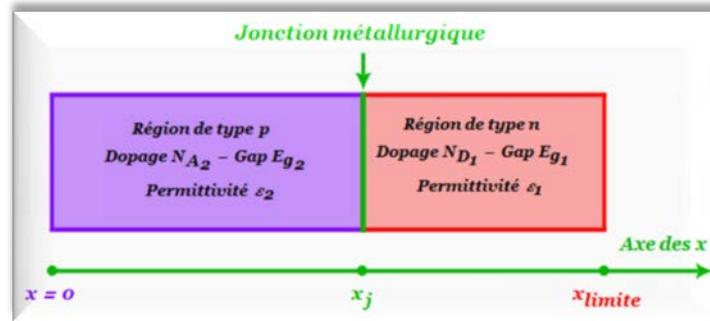


Figure I.10 : Mise en contact de deux semiconducteurs *p* et *n* de nature différente

L'étude des structures composées de deux semiconducteurs de nature différente constitue un élargissement de l'étude des jonctions *p-n* à homojonction. Ces dispositifs sont essentiellement utilisés en tant que diode.

L'étude de l'état d'équilibre d'une hétérojonction (hétérotype ou isotype) composée de deux semiconducteurs se fera comme pour une homojonction : on isole les deux matériaux et on les rapproche "par la pensée" [6, 15].

La structure de bande d'une hétérojonction hétérotype est représentée sur la figure suivante :

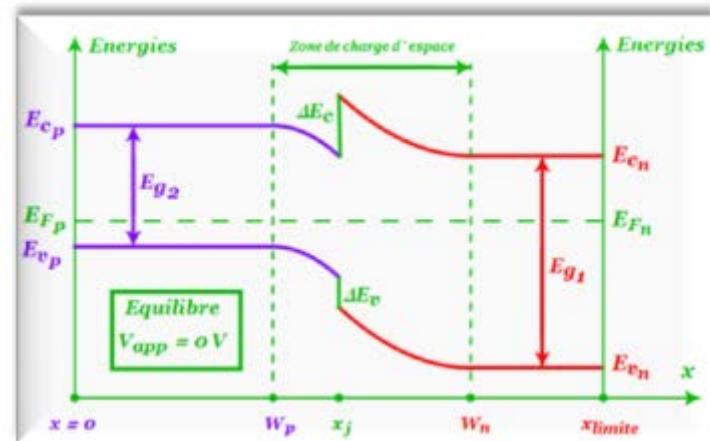


Figure I.11 : Structure de bande d'une hétérojonction *pn* (type 1) à l'équilibre [6]

## Chapitre I : Caractéristique statique capacité-tension : modèle classique

Notons qu'il existe quatre configurations possibles de structure de bande selon les signes des offsets de bande  $\Delta E_c$  et  $\Delta E_v$  au niveau de l'interface  $x=x_j$  [15].

Le tableau suivant donne les valeurs des offsets de bande de conduction  $\Delta E_c$  et de valence  $\Delta E_v$  pour certaines interfaces (hétérojonctions) à température ambiante ( $T=300\text{ K}$ ).

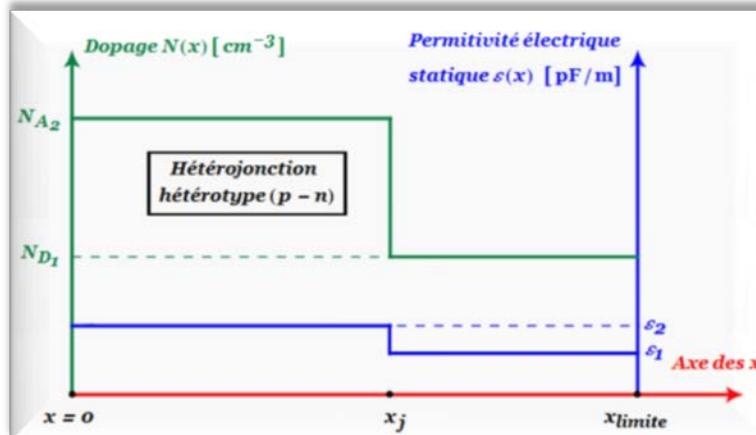
Interface	$\Delta E_c$ (eV)	$\Delta E_v$ (eV)	Type	Référence
<i>c-Si/Si-XII</i>	0,54	0,33	<i>I</i>	[17]
<i>Ni<sub>0,07</sub>Zn<sub>0,93</sub>O/ZnO</i>	-0,23	0,32	<i>II</i>	[18]
<i>InSb/InAs</i>	0,31	0,43	<i>III</i>	[19]

**Tableau I.2 : Valeurs de  $\Delta E_c$  et  $\Delta E_v$  de certaines interfaces à 300 K**

La région de type *n* est caractérisée par un dopage  $N_{D1}$  où tous les accepteurs sont ionisés (charge  $+q$ ) et une permittivité diélectrique statique  $\varepsilon_1$  alors que la région de type *p* est caractérisée par un dopage  $N_{A2}$  où tous les accepteurs sont ionisés (charge  $-q$ ) et une permittivité diélectrique statique  $\varepsilon_2$ .

Les concentrations  $N_{D1}$  et  $N_{A2}$  ainsi que les permittivités diélectriques statiques  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont considérées comme des constantes.

Les dopages  $N(x)$  et les permittivités diélectriques statiques  $\varepsilon(x)$  sont représentés sur la figure suivante :



**Figure I.12 : Allure du dopage  $N(x)$  et de la permittivité diélectrique statique  $\varepsilon(x)$  d'une hétérojonction (hétérotype :  $pn$ ) abrupte à dopages uniformes**

## Chapitre I : Caractéristique statique capacité-tension : modèle classique

La distribution du dopage  $N(x)$  et la permittivité diélectrique statique  $\varepsilon(x)$  présentent une discontinuité au niveau de l'interface  $x=x_j$  (jonction métallurgique).

Dans la région de charge d'espace, le comportement de la densité de charge avec le potentiel électrique s'exprime à l'aide de l'équation de Poisson qui, compte tenu des hypothèses de Shockley, se met sous la forme :

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\varepsilon(x)} N(x) \quad (I-26)$$

où  $q$  représente la charge élémentaire,  $\varepsilon(x)$  est la constante diélectrique,  $V(x)$  est le potentiel électrique et  $N(x)$  est la concentration des impuretés en un point  $x$  de la structure.

L'origine des abscisses est placée en  $x=0$ .

Nous désigne par  $W_{n_1}$  et  $W_{p_2}$  les frontières de la zone de charge d'espace dans la région  $n$ , respectivement dans les régions  $p$ . La jonction se trouve en  $x=x_j$ .

Dans les régions neutres, nous admettons que la densité de charge  $\rho(x)$  est pratiquement nulle [7, 15].

La densité de charge  $\rho(x)$  est schématisée comme suit :

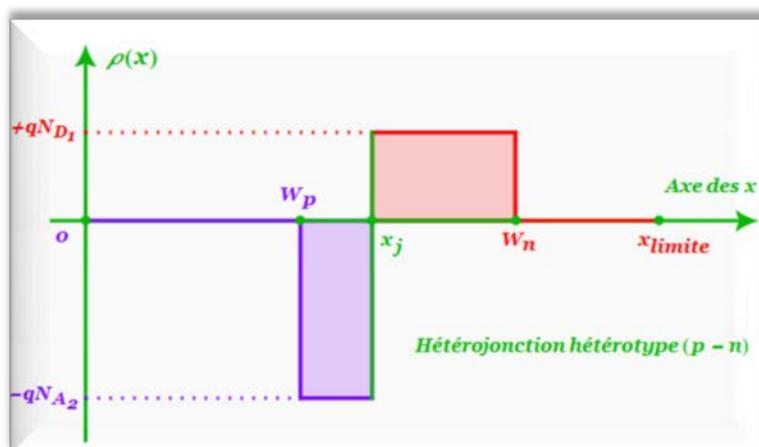


Figure I.13 : Allure de la densité de charge  $\rho(x)$  : cas d'une hétérojonction abrupte à dopages uniformes

L'équation (I-26) se décompose en quatre parties, du fait de la discontinuité de la densité de charge  $\rho(x)$  en  $x=x_j$  et aux frontières de la zone de charge d'espace et de la discontinuité de la constante diélectrique  $\varepsilon(x)$  en  $x=x_j$ , cette équation devient :

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \begin{cases} 0 & 0 < x < W_{p_2} \\ + \frac{q}{\varepsilon_2} N_{A_2} & W_{p_2} < x < x_j \\ - \frac{q}{\varepsilon_1} N_{D_1} & x_j < x < W_{n_1} \\ 0 & W_{n_1} < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-27)$$

Cette équation différentielle du second ordre doit satisfaire aux conditions aux limites physiques suivantes [11] :

$$\left. \frac{dV(x)}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{dV(x)}{dx} \right|_{x=x_{limite}} = 0 \quad (I-28)$$

### **I-3-1 Variation du champ électrique dans la jonction.**

Le champ électrique dans la jonction s'obtient par une première intégration de l'équation de Poisson selon l'axe x.

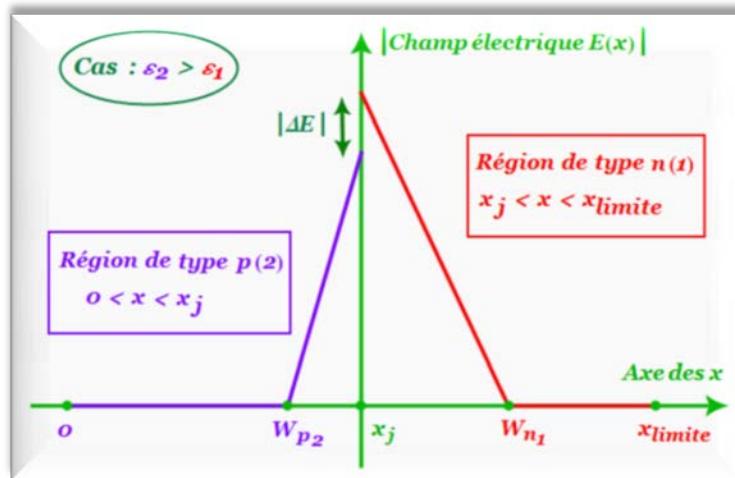
La résolution des équations (I-27) et (I-28) permet d'obtenir l'expression du champ électrique en tout point de la structure.

Finalement, nous trouvons :

$$E(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < W_{p_2} \\ - \frac{q}{\varepsilon_2} N_{A_2} (x - W_{p_2}) & W_{p_2} < x < x_j \\ + \frac{q}{\varepsilon_1} N_{D_1} (x - W_{n_1}) & x_j < x < W_{n_1} \\ 0 & W_{n_1} < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-29)$$

Nous remarquons que le champ électrique  $E(x)$  est linéaire par morceaux dans la zone de charge d'espace (Z.C.E) et qu'il est nul dans les zones 'neutres'.

Les équations (I-29) permettent de donner l'évolution du champ électrique  $E(x)$  dans toute la structure. Ce champ est représenté sur la figure suivante:



**Figure I.14: Allure du champ électrique  $E(x)$  régnant dans une hétérojonction hétérotype abrupte à dopages uniformes**

La continuité du déplacement électrique  $D(x)=\epsilon(x)E(x)$  à l'interface  $x=x_j$  (jonction métallurgique) donne:

$$x_j = \frac{N_{D_1} W_{n_1} + N_{A_2} W_{p_2}}{N_{D_1} + N_{A_2}} \quad (I-30)$$

Le champ électrique présente une discontinuité au niveau de l'interface. Ce champ prend respectivement deux valeurs en  $x=x_j^-$  et  $x=x_j^+$  ; soit :

$$\begin{cases} E(x_j^+) = -\frac{q}{\epsilon_1} \left( \frac{N_{D_1} N_{A_2}}{N_{D_1} + N_{A_2}} \right) \times (W_{n_1} - W_{p_2}) \\ E(x_j^-) = -\frac{q}{\epsilon_2} \left( \frac{N_{D_1} N_{A_2}}{N_{D_1} + N_{A_2}} \right) \times (W_{n_1} - W_{p_2}) \end{cases} \quad (I-31)$$

Cette discontinuité  $\Delta E$  est donnée par l'expression suivante :

$$\Delta E = E(x_j^+) - E(x_j^-) = q \left( \frac{N_{D_1} N_{A_2}}{N_{D_1} + N_{A_2}} \right) \times \left( \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 \epsilon_2} \right) \times W \quad (I-32)$$

Nous constatons de même que le rapport  $E(x_j^+)/E(x_j^-)$  est constant et est égal au rapport des permittivités diélectriques statiques  $\epsilon_2/\epsilon_1$ .

### **I-3-2 Variation du potentiel électrique dans la jonction.**

Le potentiel électrique  $V(x)$  dans la jonction s'obtient par intégration du champ électrique  $E(x)$  par rapport à la position  $x$ .

$$V(x) = \begin{cases} K_1 & 0 < x < W_{p_2} \\ +\frac{q}{2\varepsilon_2} N_{A_2} (x - W_{p_2})^2 + K_2 & W_{p_2} < x < x_j \\ -\frac{q}{2\varepsilon_1} N_{D_1} (x - W_{n_1})^2 + K_3 & x_j < x < W_{n_1} \\ K_4 & W_{n_1} < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-33)$$

La tension appliquée  $V_{app}$  au dispositif (entre  $x=0$  et  $x=x_{limite}$ ) se reporte intégralement à la zone de charge d'espace [12]. Cette tension va créer donc la différence entre la hauteur de la barrière de potentiel à l'équilibre ( $V_d$ ) et la hauteur de cette barrière hors équilibre ( $V_{totale} = V_d - V_{app}$ ).

Le choix  $V(x=0)=0$  V et la continuité du potentiel électrique  $V(x)$  en tout point de la structure permettent de montrer que  $K_1=K_2=0$  V et  $K_4=K_3=V_{totale}$ .

En suivant la même procédure de calcul relative à l'homojonction, le potentiel électrique à travers l'hétérojonction hétérotype sera donné par l'expression suivante :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ +\frac{q}{2\varepsilon_2} N_{A_2} (x - W_{p_2})^2 & W_p < x < x_j \\ -\frac{q}{2\varepsilon_1} N_{D_1} (x - W_{n_1})^2 + V_{totale} & x_j < x < W_n \\ V_{totale} & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-37)$$

A notre connaissance, il n'existe pas de loi théorique donnant une expression du potentiel de diffusion  $V_d$  relatif à une hétérojonction (hétérotype ou isotype).

Ce potentiel de diffusion dépend de plusieurs paramètres à savoir les offsets de bande de valence  $\Delta E_v$  et de conduction  $\Delta E_c$ , les affinités électroniques et les concentrations intrinsèques des deux matériaux ainsi que leurs dopages respectifs.

### **I-3-3 Largeur de la Z.C.E.**

Un calcul analogue, à celui de l'homojonction, permet d'aboutir à la relation qui existe entre la largeur de la zone de charge d'espace  $W$  et la hauteur de la barrière de potentiel  $V_{totale}$  pour une hétérojonction abrupte à dopages uniformes. Cette relation est donnée par :

$$W = W_{n_1} - W_{p_2} = \sqrt{\frac{2}{q} \times \frac{(N_{D_1} + N_{A_2})^2}{N_{D_1} N_{A_2}} \times \left( \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_2 N_{D_1} + \varepsilon_1 N_{A_2}} \right) V_{totale}} \quad (I-39)$$

Les largeurs  $W_{n_1}$  et  $W_{p_2}$  sont données respectivement par :

$$\begin{cases} W_{n_1} = \sqrt{\frac{2}{q} \times \frac{N_{A_2}}{N_{D_1}} \times \left( \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 N_{D_1} + \varepsilon_2 N_{A_2}} \right) V_{totale}} \\ W_{p_2} = \sqrt{\frac{2}{q} \times \frac{N_{D_1}}{N_{A_2}} \times \left( \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 N_{D_1} + \varepsilon_2 N_{A_2}} \right) V_{totale}} \end{cases} \quad (I-39)$$

Notons que la zone de charge d'espace s'étend du côté le moins dopé.

### **I-3-4 Potentiel électrique à l'interface.**

L'équation de neutralité et la continuité du potentiel électrique  $V(x)$  au point  $x=x_j$  permettent de donner l'expression  $V_j$  au niveau de l'interface :

$$V_j = V(x=x_j) = \frac{\varepsilon_1 N_{D_1}}{\varepsilon_1 N_{D_1} + \varepsilon_2 N_{A_2}} V_{totale} \quad (I-41)$$

Les tensions supportées par les régions  $p$  et  $n$  s'expriment, compte tenu de la relation précédente, par :

$$\begin{cases} V_p = V(x=x_j) - V(x=0) = \frac{\varepsilon_1 N_{D_1}}{\varepsilon_1 N_{D_1} + \varepsilon_2 N_{A_2}} V_{totale} \\ V_n = V(x=x_{limite}) - V(x=x_j) = \frac{\varepsilon_2 N_{A_2}}{\varepsilon_1 N_{D_1} + \varepsilon_2 N_{A_2}} V_{totale} \end{cases} \quad (I-42)$$

Ces tensions sont dans un rapport constant pour toute polarisation appliquée  $V_{app}$ .

$$\frac{V_{p_2}}{V_{n_1}} = \frac{\varepsilon_1 N_{D_1}}{\varepsilon_2 N_{A_2}} \quad (I-43)$$

**I-3-5 Calcul de la capacité de la structure.**

La charge d'espace  $Q$ , pour un semiconducteur de surface  $S$ , est donnée par:

$$Q = S \int_{x_j}^{x_{limite}} \rho(x) dx \approx S \int_{x_j}^{W_n} \rho(x) dx = q N_D S (W_{n_1} - x_j) \quad (I-44)$$

Compte tenu des équations (I-30) et (I-39), l'équation précédente prend la forme suivante :

$$Q = S \left( 2 q \frac{\varepsilon_1 N_{D_1} \times \varepsilon_2 N_{A_2}}{\varepsilon_1 N_{D_1} + \varepsilon_2 N_{A_2}} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{V_d - V_{app}} \quad (I-45)$$

La capacité  $C$  de la zone de charge d'espace est définie par [20]:

$$C = \frac{dQ}{dV_{totale}} \quad (I-46)$$

Les deux équations précédentes conduisent à l'expression de la capacité d'une hétérojonction hétérotype:

$$C = S \left( \frac{q}{2} \times \frac{\varepsilon_1 N_{D_1} \times \varepsilon_2 N_{A_2}}{\varepsilon_1 N_{D_1} + \varepsilon_2 N_{A_2}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{V_d - V_{app}}} \quad (I-47)$$

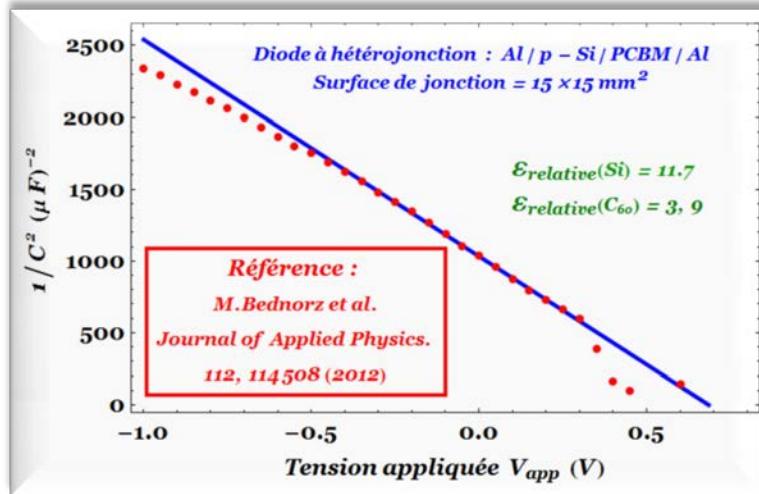
La capacité de la zone de charge d'espace ( $p^+n$  par exemple) devient :

$$C = S \left( \frac{\varepsilon_1 q N_{D_1}}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{V_d - V_{app}}} \quad (I-48)$$

Nous remarquons, dans le cas où une région est très dopée par rapport à l'autre ( $\varepsilon_2 N_{A_2} \gg \varepsilon_1 N_{D_1}$ ), que l'homojonction se comporte pratiquement comme un contact métal semiconducteur [21].

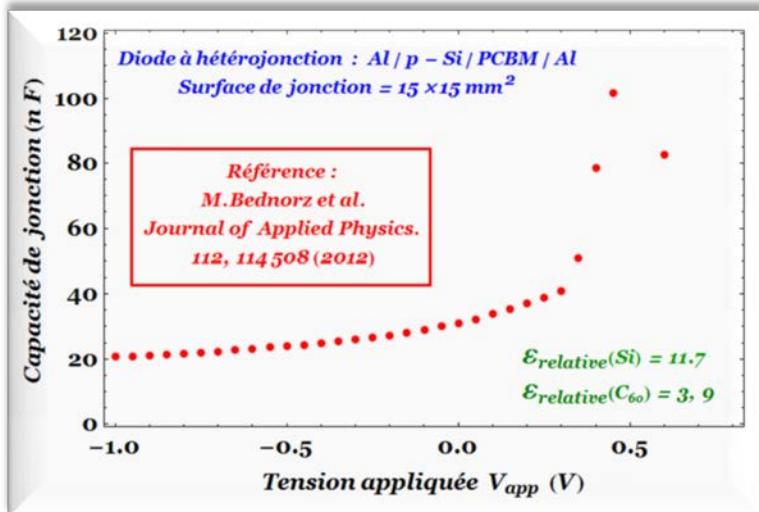
Dans ce cas, l'hétérojonction se comporte comme un seul semiconducteur (le moins dopé) et la région la plus dopée sert de support uniquement.

Les figures suivantes donnent l'évolution des grandeurs expérimentales  $1/C^2=f(V_{app})$  et  $C=f(V_{app})$  relatives à l'hétérojonction Al/p-Si/PCBM/Al [22].



**Figure I.15 : Variation de  $1/C^2=f(V_{app})$  : hétérojonction Al/p-Si/PCBM/Al [22].**

La courbe  $1/C^2=f(V_{app})$  est linéaire dans l'intervalle des tensions appliquées [-0,4 V ; 0,2 V]. Le potentiel d'intercepte  $V_{int}$  de l'ordre de 0,7 volt. Pour des tensions appliquées  $V_{app}$  inférieures à -0,5 V, la déviation est due à l'existence d'une capacité parasite de l'ordre de 1,4 nF.



**Figure I.16 : Variation de  $C=f(V_{app})$  : hétérojonction Al/p-Si/PCBM/Al**

Nous remarquons que la courbe expérimentale  $C=f(V_{app})$  présente un maximum (pic) au voisinage de 0.45 V. Notons que la capacité à polarisation nulle ( $V_{app}=0$  V) est de l'ordre de 14 nF/cm<sup>2</sup>.

Ce pic a été observé par d'autres Auteurs [23].



## I-4 Homojonction à dopage linéaire.

Dans le cas d'une homojonction à dopage linéaire, la densité de charge  $\rho(x)$  est donnée par [7, 16] :

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ qa(x - x_j) & W_p < x < W_n \\ 0 & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-49)$$

où le paramètre  $a$  représente le gradient de concentration ( $cm^{-4}$ ) et  $x_j$  correspond à la position de la jonction où le dopage apparent  $N(x) = N_D(x) - N_A(x)$  est nul.

L'évolution de cette densité de charge  $\rho(x)$  est schématisée sur la figure suivante :

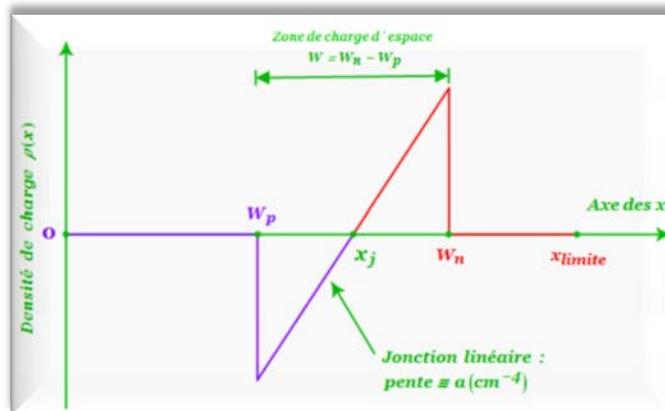


Figure I.17 : Densité de charge  $\rho(x)$  : homojonction à dopage linéaire.

Le comportement de la densité de charge  $\rho(x)$  avec le potentiel électrique  $V(x)$  s'exprime à l'aide de l'équation de Poisson :

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon} = -\frac{q a}{\epsilon} \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ x - x_j & W_p < x < W_n \\ 0 & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-50)$$

où  $W_p$  et  $W_n$  représentent les frontières de la Z.C.E dans la région  $p$ , respectivement dans la région  $n$ .

L'équation précédente doit satisfaire aux les conditions aux limites naturelles suivantes :

$$\left. \frac{dV(x)}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{dV(x)}{dx} \right|_{x=x_{limite}} = 0 \quad (I-51)$$

### I-4-1 Variation du champ électrique dans la jonction

L'intégration de l'équation (I-50), compte tenu des conditions aux limites (I-51), conduit à l'expression du champ électrique régnant dans le dispositif :

$$E(x) = \frac{q a}{2 \varepsilon} \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ (x - x_j)^2 + K_1 & W_p < x < W_n \\ 0 & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-51)$$

La continuité du champ électrique en  $x = W_p$  et  $x = W_n$  permet de trouver la position  $x_j$  de la jonction métallurgique et la constante d'intégration  $K_1$ :

$$\begin{cases} x_j = \frac{W_n + W_p}{2} \\ K_1 = -\left(\frac{W_n - W_p}{2}\right)^2 \end{cases} \quad (I-52)$$

Le champ électrique prendra alors la forme suivante:

$$E(x) = \frac{qa}{2\varepsilon} \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ \left(x - \frac{W_n + W_p}{2}\right)^2 - \left(\frac{W_n - W_p}{2}\right)^2 & W_p < x < W_n \\ 0 & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-53)$$

Pour ce type de dopage, nous remarquons que le champ électrique est parabolique dans la zone de charge d'espace. De plus, ce champ électrique  $E(x)$  présente un maximum au point  $x = x_j$ .

Sur la figure suivante, nous schématisons l'évolution du champ électrique  $|E(x)|$  dans l'espace des positions.

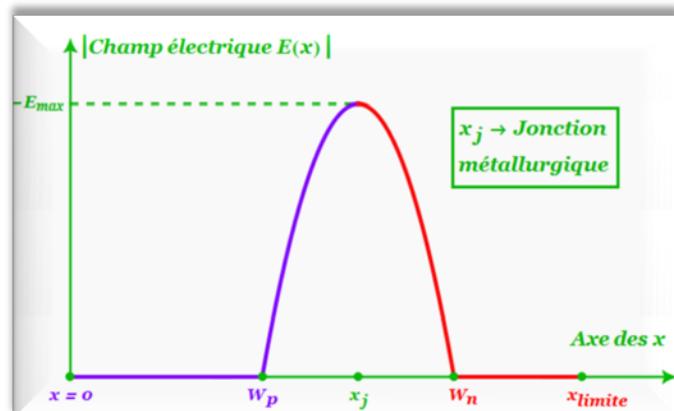


Figure I.18 : Allure du champ électrique  $E(x)$  pour une jonction linéaire.

### 1-4-2 Variation du potentiel électrique dans la jonction

L'intégration du champ électrique  $E(x)$  permet d'aboutir aux expressions du potentiel électrique  $V(x)$  en tout point de la structure :

$$V(x) = \begin{cases} K_1 & 0 < x < W_p \\ \frac{qa}{2\epsilon} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{W_n + W_p}{2} - x \right)^3 + \left( \frac{W_n - W_p}{2} \right)^2 x \right] + K_2 & W_p < x < W_n \\ K_3 & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-54)$$

La tension appliquée  $V_{app}$  au dispositif (entre  $x=0$  et  $x=x_{limite}$ ) se reporte intégralement à la zone de charge d'espace [12]. Le choix  $V(x=0)=0$  et la continuité du potentiel électrique  $V(x)$  en tout point de la structure permettent de montrer que  $K_1=0$  V et  $K_2=K_3=V_{totale}$ .

Le potentiel électrique  $V(x)$  se mettra sous la forme :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < W_p \\ -\frac{q a}{12 \epsilon} (x - W_n)^2 (2x + W_n - 3W_p) + V_{totale} & W_p < x < W_n \\ V_{totale} & W_n < x < x_{limite} \end{cases} \quad (I-55)$$

L'équation précédente montre que le potentiel électrique, dans la zone de charge d'espace, est une fonction cubique de la position  $x$ .

Une représentation du potentiel électrique  $V(x)$  en fonction de la position  $x$  est schématisée sur la figure ci-dessous.

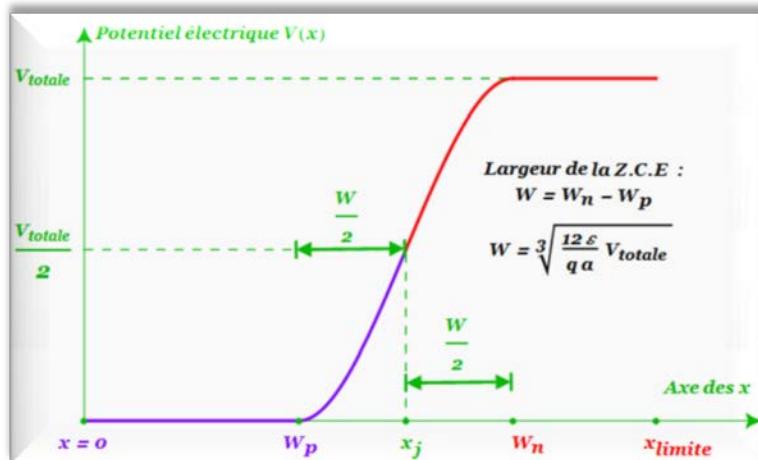


Figure I.19 : Allure du potentiel électrique  $V(x)$ : cas d'une distribution linéaire.

### **I-4-3 Largeur de la zone de charge d'espace**

*La hauteur de la barrière de potentiel  $V_{totale}$  s'exprime à l'aide de l'intégrale suivante:*

$$V_{totale} = - \int_0^{x_{limite}} E(x) dx \approx - \int_{W_p}^{W_n} E(x) dx \quad (I-56)$$

*Nous obtenons finalement:*

$$V_{totale} = \frac{qa}{12 \varepsilon} (W_n - W_p)^3 \quad (I-57)$$

*Notons que le terme  $W_n - W_p$  représente la largeur  $W$  de la Z.C.E.*

*L'équation (I-57) devient :*

$$W = \left( \frac{12 \varepsilon}{qa} V_{totale} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (I-58)$$

### **I-4-4 Calcul de la capacité de la jonction.**

*La charge d'espace  $Q$  pour un semi-conducteur de surface  $S$  est donnée par l'équation suivante :*

$$Q = S \int_{W_j}^{x_{limite}} \rho(x) dx \approx S \int_{W_j}^{W_n} \rho(x) dx = \frac{1}{2} qaS (W_n - W_j)^2 \quad (I-60)$$

*Compte tenu de l'équation (I-58), nous trouvons :*

$$Q = \frac{1}{8} qaS (W_n - W_p)^2 = \frac{1}{8} qaS \left( \frac{12 \varepsilon}{qa} V_{totale} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (I-61)$$

*La capacité  $C$  par unité d'aire du semi-conducteur de la zone de charge d'espace (zone active) est donnée par :*

$$C = \frac{dQ}{dV_{totale}} \quad (I-62)$$

*qui, compte tenu de l'équation (I-61), s'écrit :*

$$C = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{12}{qa\varepsilon^2} V_{totale}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{12}{qa\varepsilon^2} (V_d - V_{app})}} \quad (I-63)$$

## Chapitre I : Caractéristique statique capacité-tension : modèle classique

Pour une homojonction à dopage linéaire, la caractéristique  $C=f(V_{app})$  est représentée sur la figure suivante :

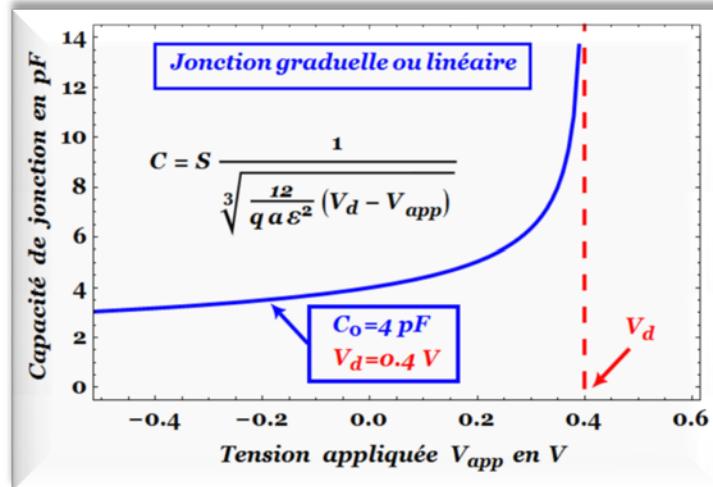


Figure I.20 : Variation de la capacité  $C$  en fonction de la polarisation inverse  $V_{app}$  pour une jonction pn à dopage linéaire

L'équation précédente montre que, pour une tension appliquée  $V_{app}$  égale au potentiel de diffusion  $V_d$ , la capacité de la jonction est infinie : pas de sens physique. De plus, la capacité de la jonction n'est pas définie pour des tensions appliquées supérieures à  $V_d$ .

De même, la caractéristique  $1/C^3=f(V_{app})$  est représentée comme suit :

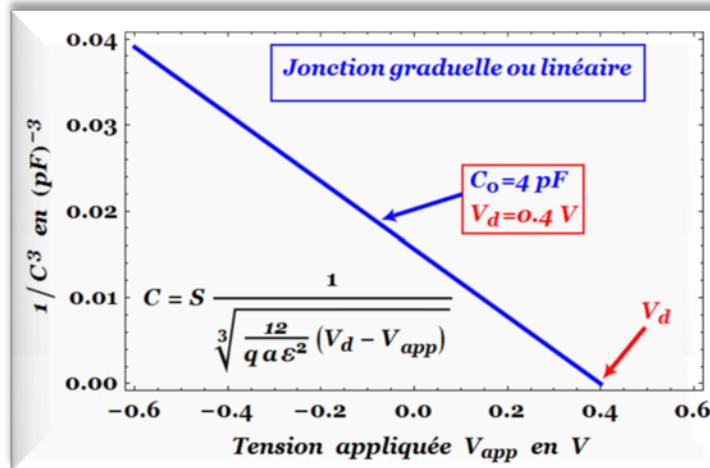


Figure I.21 : Variation de  $1/C^3$  en fonction de la polarisation inverse  $V_{app}$  pour une jonction pn à dopage linéaire

La pente de la droite  $1/C^3=f(V_{app})$  permet de connaître le gradient de concentration  $a$  ( $\text{cm}^{-4}$ ) et son intersection avec l'axe des tensions donne le potentiel de diffusion  $V_d$ .

*Une combinaison des équations (I-58) et (I-63) conduit au résultat suivant:*

$$C = \frac{\epsilon S}{W} \quad (I-64)$$

*L'équation précédente montre que la capacité d'une jonction linéaire est identique à celle d'un condensateur plan se surface  $S$  (surface de la jonction) et d'épaisseur  $W$  (largeur de la Z.C.E).*

*Ce caractère capacatif peut être généralisé pour un profil de dopage quelconque dans le cadre de l'approximation de déplétion [12].*

### **I-5 : Conclusion.**

*Dans ce chapitre, nous avons modélisé de la caractéristique statique capacité tension de différentes structures semiconductrices dans le cadre de l'approximation de déplétion.*

*Les deux types de profils de dopage que nous avons envisagés ont permis une étude simplifiée de la jonction réelle.*

*La caractéristique capacité tension, sous polarisation inverse, nous informe sur le profil de dopage de la structure ainsi que la hauteur de la barrière de potentiel à l'équilibre (potentiel de diffusion).*

*Dans ce cadre de l'approximation de déplétion, nous avons pu montrer que la capacité de n'importe quelle structure est identique à celle d'un condensateur plan.*

*Nous avons constaté que l'approximation de déplétion (modèle classique) présente deux anomalies.*

*Ces deux anomalies seront levées dans les chapitres 2 et 3 pour deux types de jonctions à savoir la L.G.J (Linearly Graded Junction) et la S.S.J (Symmetrical Step Junction).*

## **Références bibliographiques du chapitre I**

- [1] Nersesyan, S.R., Petrosyan, S.G.: *Depletion length and space charge layer capacitance in doped semiconductor nanoshpere*. *Semicond. Sci. Technol.* 27(12), 125009 (2012).
- [2] Noda, T., Vrancken, C., Vandervorst, W.: *Modeling of junction formation in scaled Si devices*. *J. Comput. Electron.* 13(1), 33-39 (2014).
- [3] Reddy, Y.M., Nagaraj, M.K., Reddy, M.S.P., Lee, J.H., Reddy, V.R.: *Temperature dependent current-voltage (I-V) and capacitance-voltage (C-V) characteristics of Ni/Cu/n-InP Schottky barrier diodes*. *Braz. J. Phys.* 43(1-2), 13-21 (2013)
- [4] Nolasco, J. C., Sánchez-Díaz, A., Cabré, R., Ferré-Borrull, J., Marsal, L. F., Palomares, E., Pallares, J.: *Relation between the barrier interface and the built-in potential in pentacene/C<sub>60</sub> solar cell*. *Applied Physics Letters*, 97(1), 3305 (2010).
- [5] Mazhari, B., Mahajan, A.: *An improved interpretation of depletion approximation in p-n junctions*. *IEEE Trans. Educ.* 48(1), 60-62 (2005).
- [6] Milnes, A. G.: *Heterojunctions and metal semiconductor junctions*. Elsevier (2012).
- [7] Sze, S. M., Ng, K. K.: *Physics of semiconductor devices*. John Wiley and Sons, New York (2006).
- [8] Liou, J.J., Lindholm, F.A., Park, J.S.: *Forward-voltage capacitance and thickness of p-n junction space-charge regions*. *IEEE Trans. Electron Devices*. 34(7), 1571-1579 (1987).
- [9] Laux, S. E., Hess, K.: *Revisiting the analytic theory of pn junction impedance: Improvements guided by computer simulation leading to a new equivalent circuit*. *IEEE Trans. Electron. Devices*. 46(2), 396-412 (1999).
- [10] Shockley, W.: *The theory of p-n junctions in semiconductors and p-n junction transistors*. *Bell Syst. Tech. J.* 28(3), 435-489 (1949).
- [11] Murray, H.: *Analytic resolution of Poisson-Boltzmann equation in nanometric semiconductor junctions*. *Solid State Electron.* 53(1), 107-116 (2009).
- [12] Chen, J. C., Hsiao, C. P., Hwu, F. S.: *Optical electrical thermal effect on efficiency droop in large size light emitting diode chips*. *Solid-State and Organic Lighting*. Optical Society of America, p. JW6A-36 (2014).

## **Chapitre I : Caractéristique statique capacité-tension : modèle classique**

- [13] Cristea, M. J.: *Integral formulas for electrically charged space regions theory and application. arXiv preprint math-ph/0608068* (2006).
- [14] Van Den Biesen, J.J.H.: *P-N junction capacitances, Part I: the depletion capacitance. Philips J. Res.* 40(2), 88-102 (1985).
- [15] Mathieu, H.: *Physique des semiconducteurs et des composants électroniques, 5<sup>ème</sup> éditions, Dunod* (1986).
- [16] Kennedy, D.P.: *The potential and electric field at the metallurgical boundary of an abrupt p-n semiconductor junction. IEEE Trans. Electron Devices* 22(11), 988-994 (1975).
- [17] Mustafa, J. I., Malone, B. D., Cohen, M. L., Louie, S. G.: *Band offsets in c-Si/Si-XII heterojunctions. Solid State Communications.* 191, 6-9 (2014).
- [18] Dar, T. A., Agrawal, A., Misra, P., Kukreja, L. M., Sen, P. K., Sen, P.: *Valence and conduction band offset measurements in Ni<sub>0.07</sub>Zn<sub>0.93</sub>O/ZnO heterostructure. Current Applied Physics,* 14(2), 171-175 (2014).
- [19] Chen, C. Y., Shik, A., Pitanti, A., Tredicucci, A., Ercolani, D., Sorba, L., Ruda, H. E.: *Electron beam induced current in InSb-InAs nanowire type-III heterostructures. Applied Physics Letters,* 101(6), 063116 (2012).
- [20] Schmidt, M., Pickenhain, R., Grundmann, M.: *Exact solutions for the capacitance of space charge regions at semiconductor interfaces. Solid State Electron.* 51(6), 1002-1004 (2007)
- [21] Mingebach, M., Deibel, C., Dyakonov, V.: *Built-in potential and validity of the Mott-Schottky analysis in organic bulk heterojunction solar cells. Physical Review B,* 84(15), 153201 (2011).
- [22] Bednorz, M., Fromherz, T., Matt, G. J., Brabec, C. J., Scharber, M., Sariciftci, N. S.: *Electrical properties of pSi/[6, 6] phenyl-C61 butyric acid methyl ester/Al hybrid heterojunctions: Experimental and theoretical evaluation of diode operation. Journal of Applied Physics,* 112(11), 114508 (2012).
- [23] Yucedag, I., Kaya, A., Altindal, S.: *On the anomalous peak in the forward bias capacitance and dielectric properties of the Al/Co-doped (PVC+TCNQ)/p-Si structures as Function of Temperature. Journal of Nanoelectronics and Optoelectronics.* 10, 1-6 (2015).

## ***Chapitre II***

***Modélisation mathématique de la  
caractéristique capacité-tension  
d'une structure L.G.J***

## **Modélisation mathématique de la caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J**

### **II-1 Introduction**

*Les jonctions font l'objet de nombreux travaux de recherches en raison de leur présence dans la plupart des dispositifs semiconducteurs tels que les diodes, les transistors, les cellules solaires et les détecteurs.*

*L'homojonction est d'une grande importance dans la compréhension des dispositifs semiconducteurs puisqu'elle constitue l'élément de base des dispositifs de la physique des semiconducteurs.*

*Un paramètre fondamental dans la conception des dispositifs à semiconducteur est la capacité de jonction. Les mesures de capacité en fonction de la tension appliquée dans les dispositifs semiconducteurs ont une grande importance dans la caractérisation de leurs propriétés électriques [1].*

*La méthode standard capacité-tension (C-V) repose essentiellement sur l'approximation de déplétion en polarisation inverse. En polarisation directe, le comportement de la caractéristique C-V est très complexe et la méthode classique nécessite une correction ou un ajustement [2].*

*La jonction pn linéairement graduée (Linearly Graded Junction ou L.G.J) a été initialement traitée par Shockley à l'équilibre (tension extérieure appliquée nulle) [3]. Dans cet article de base, Shockley obtient des modèles analytiques pour les deux cas extrêmes (gradients de dopage très élevés et très faibles où les approximations de déplétion et de neutralité ont été respectivement utilisées).*

*Le cas intermédiaire a été traité numériquement par Morgan et Smits [4] dans le cas de l'équilibre et de non-équilibre (tension extérieure appliquée non nulle) via la notion de pseudo-équilibre qui suppose l'uniformité des quasi-niveaux de Fermi des électrons et des trous (méthode à courant nul).*

## **Chapitre II : Modélisation capacité-tension d'une structure L.G.J**

*Dans ce chapitre, notre travail consiste à modéliser la charge et la capacité de structures L.G.J.*

*Contrairement au modèle classique, nous allons tenir compte de la contribution des électrons et des trous (porteurs libres) dans la zone de charge d'espace (Z.C.E) de la structure.*

*Par conséquent, nous proposons une méthode originale afin d'obtenir la caractéristique C-V relative à ce type de structure sans accéder à la distribution du potentiel électrique dans la structure.*

*Ce chapitre est organisé comme suit :*

*Dans la deuxième section, nous décrivons brièvement le modèle de Shockley (modèle classique) qui est basé sur l'approximation de déplétion.*

*Dans la troisième section, nous présentons la théorie «formelle» de la jonction graduelle en tenant compte de la contribution des porteurs libres dans la zone active de la structure.*

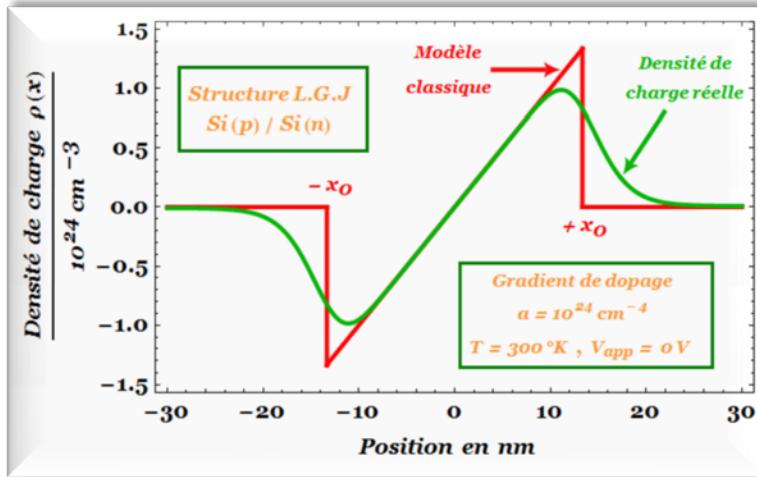
*Dans la quatrième section, nous allons donner l'expression explicite de la caractéristique C-V d'une structure L.G.J sous polarisation inverse (modèle 1). En outre, nous proposons également un modèle compact relatif à cette caractéristique pour toute la gamme des tensions appliquées (modèle 2).*

*Enfin, nous donnons quelques conclusions.*

### **II.2 Modèle de Shockley.**

*La théorie de Shockley relative à la caractéristique C-V d'une jonction pn graduelle ou linéaire est basée sur l'hypothèse de déplétion.*

*Cette hypothèse traduit une absence totale de porteurs libres dans la Z.C.E. En outre, nous admettrons que les limites de cette zone, se développant de part et d'autre du plan de l'interface  $x=0$ , sont abruptes comme le montre la figure suivante :*



**Figure 1: Densités de charge réaliste et modélisée d'une structure L.G.J.**

Dans le cadre de l'approximation de déplétion, la capacité  $C(V_{app})$  d'une structure L.G.J et sa version normalisée sont données respectivement par [5] :

$$C(V_{app}) = \frac{\epsilon S}{L_{eff}} \times \left( \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right)^{-\frac{1}{3}} \quad (II.1)$$

et

$$C(V_{app}) = C_0 \left( 1 - \frac{V_{app}}{V_d} \right)^{-\frac{1}{3}} \quad (II.2)$$

où  $S$  désigne la surface active de la jonction,  $V_{app}$  la tension appliquée aux bornes de la structure,  $V_d$  le potentiel de diffusion,  $\epsilon$  la permittivité diélectrique du matériau semi-conducteur,  $u_T$  le potentiel thermique ( $u_T \approx 26$  mV à  $T=300$  K) et  $C_0$  la capacité de la jonction à polarisation nulle.

Dans l'équation (II.1), la longueur effective  $L_{eff}$  a été introduite pour la première fois par Jindal et Panayotatos [6]; elle a été définie comme suit :

$$L_{eff} = \sqrt[3]{12 L_a L_{Di}^2} \quad (II-3)$$

où les longueurs  $L_{Di}$  et  $L_a$  désignent respectivement la longueur de Debye intrinsèque du semi-conducteur et la longueur caractéristique de la structure.

Ces longueurs sont données respectivement par [3, 6] :

$$\begin{cases} L_a = \frac{2 n_i}{a} \\ L_{Di} = \sqrt{\frac{\varepsilon u_T}{2 q n_i}} \end{cases} \quad (II-4)$$

où  $q$  désigne la charge élémentaire ( $q=1,6 \cdot 10^{-19} C$ ),  $n_i$  la concentration intrinsèque du matériau et  $a$  (en  $cm^{-4}$ ) le gradient de dopage.

Introduisons le paramètre adimensionné  $K_0$  que nous définissons comme suit :

$$K_0 = \frac{L_{Di}}{L_a} \quad (II-5)$$

Ce paramètre  $K_0$  caractérisera complètement la structure L.G.J.

Le tableau suivant donne les valeurs des ces différents paramètres pour certains types de structure L.G.J à température ambiante ( $T=300 K$ ).

L.G.J	(Si/ Si)				Ge/ Ge				
	$a (cm^{-4})$	$L_a (nm)$	$L_{Di} (\mu m)$	$L_{eff} (nm)$	$K_0$	$L_a (nm)$	$L_{Di} (\mu m)$	$L_{eff} (nm)$	$K_0$
$10^{16}$	30	24	14	$10^3$	$5 \cdot 10^4$	0,7	17	$10^{-2}$	
$10^{17}$	0,3		1,4	$10^5$	$5 \cdot 10^2$		1,7	1	
$10^{18}$	$3 \cdot 10^{-3}$		0,14	$10^7$	5		0,17	$10^2$	
$10^{19}$	$3 \cdot 10^{-5}$		$1,4 \cdot 10^{-2}$	$10^9$	$5 \cdot 10^{-2}$		$1,7 \cdot 10^{-2}$	$10^4$	
$10^{20}$	$3 \cdot 10^{-7}$		$1,4 \cdot 10^{-3}$	$10^{10}$	$5 \cdot 10^{-4}$		$1,7 \cdot 10^{-3}$	$10^6$	
$10^{21}$	$3 \cdot 10^{-9}$		$1,4 \cdot 10^{-4}$	$10^{12}$	$5 \cdot 10^{-6}$		$1,7 \cdot 10^{-4}$	$10^8$	

**Tableau 1 : Valeurs de  $L_a$ ,  $L_{Di}$  et  $K_0$  pour des structures L.G.J au silicium et au germanium à température ambiante ( $T=300 K$ )**

Dans le cadre de l'approximation de déplétion, le potentiel de diffusion  $V_d$  d'une structure L.G.J est défini par [7] :

$$V_d = \frac{2}{3} u_T W_0(K_0^2) \quad (II-6)$$

où la fonction  $W_0(x)$  désigne la branche principale (branche 0) de la fonction de Lambert  $W(x)$  [8, 9].

Notons que la fonction de Lambert est implémentée dans de nombreux logiciels de calcul à savoir *Mathematica* par Wolfram Research ou *Matlab* par MathWorks.

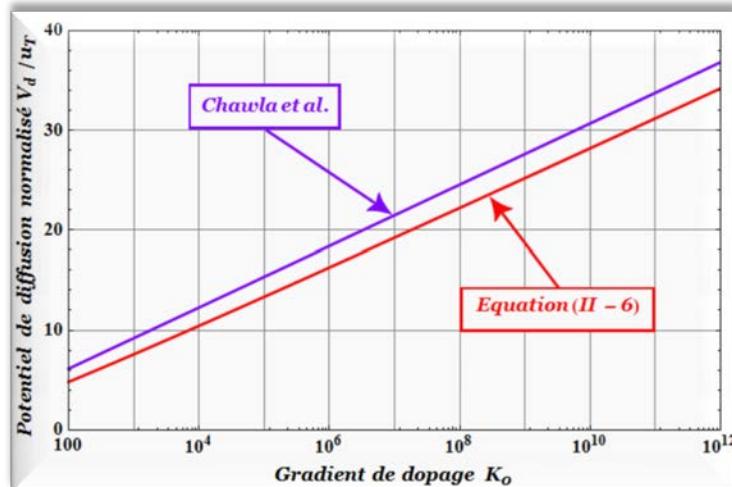
*Chawla et Gummel [10]* ont proposé l'expression suivante pour le potentiel de diffusion  $V_d$

$$V_d = \frac{4}{3} u_T \ln(K_0) \quad (II-7)$$

L'équation précédente peut être réarrangée sous la forme suivante :

$$K_0 = \exp\left(\frac{3 V_d}{4 u_T}\right) \quad (II-8)$$

Le potentiel de diffusion normalisé  $V_d/u_T$  relatif aux structures L.G.J pour différentes valeurs du gradient de dopage  $K_0$  est représenté sur la figure suivante :



**Figure II.2: Potentiel de diffusion normalisé  $V_d/u_T$  d'une structure L.G.J.**

Dans le cadre de l'approximation de déplétion, le problème majeur est dû au fait que la capacité devient infinie (concept non physique) pour une tension appliquée  $V_{app}$  égale au potentiel de diffusion  $V_d$  comme le montre l'équation (II.1) : cette divergence de la capacité révèle une première anomalie. En outre, la capacité n'est même pas définie pour des tensions appliquées  $V_{app}$  supérieures au potentiel de diffusion  $V_d$  (seconde anomalie) [11]. Ces deux anomalies sont essentiellement dues au fait que les densités de porteurs libres ont été négligées dans la Z.C.E [7].

### **II.3 Théorie de la structure L.G.J**

*Les équations de dérive-diffusion forment le modèle le plus couramment utilisé de nos jours pour décrire les composants à semiconducteurs [11, 12].*

*La majeure partie de la littérature sur les modèles mathématiques pour la simulation de composants s'intéresse à ce système non linéaire d'équations à dérivées partielles (voir Annexe A).*

*Dans ce modèle, le transport de charge est dû à la combinaison de deux phénomènes physiques: la dérive due au champ électrique appliqué au dispositif et la diffusion due à la disposition spatiale des porteurs.*

*Le modèle de dérive-diffusion se compose principalement de deux équations qui sont propres au modèle: l'équation de continuité de charge et l'équation du courant. L'équation de Poisson est associée au modèle pour l'autoconsistance du problème [12].*

*En conséquence, la physique des semiconducteurs fournit un système d'équations couplées pour modéliser le transport dans les dispositifs électroniques [11].*

*Dans le cas de l'équilibre (polarisation extérieure nulle) et en régime stationnaire, ce système d'équations se réduit uniquement à l'équation de Poisson contrainte à des conditions aux limites appropriées.*

*Cette équation est amplement utilisée comme modèle pour décrire les variations du potentiel électrique (ou champ électrique) et la distribution de la densité de charge dans le dispositif.*

*Dans la plupart des dispositifs modernes, une solution analytique n'existe pas. La non-linéarité associée à la zone active du dispositif semiconducteur rend ce problème difficile [13, 14].*

*Dans cette situation, des solutions numériques ont été considérées par un certain nombre d'auteurs [4, 6, 7, 15].*

### **II.3.1 Structure L.G.J à l'équilibre.**

*L'équation de Poisson établit un rapport entre les variations du potentiel électrique et la densité de charge locale. Cette dernière est la somme des contributions de toutes les charges mobiles et fixes, incluant les électrons, les trous, et les impuretés ionisées.*

*Dans le cas d'une structure L.G.J unidimensionnelle sous polarisation extérieure nulle ( $V_{app}=0$  V), le potentiel électrique  $V_e(x)$  satisfait à l'équation suivante [4, 6, 7, 15]:*

$$\frac{d^2 V_e(x)}{dx^2} = -\frac{\rho_e(x)}{\varepsilon} = -\frac{q}{\varepsilon} \left[ p_e(x) - n_e(x) + a x \right] \quad (II.9)$$

*où  $\rho_e(x)$ ,  $n_e(x)$  et  $p_e(x)$  désignent respectivement la densité de charge et les densités d'électrons et de trous à la position  $x$  de la structure.*

*Nous rappelons que le paramètre  $a$  figurant dans l'équation précédente désigne le gradient de dopage. Le point  $x=0$  désigne l'origine des abscisses.*

*Pour des semiconducteurs non dégénérés où la statistique de Boltzmann est valide, ces densités de porteurs libres sont alors données par [11, 15] :*

$$\begin{cases} n_e(x) = n_i \exp\left(+\frac{V_e(x)}{u_T}\right) \\ p_e(x) = n_i \exp\left(-\frac{V_e(x)}{u_T}\right) \end{cases} \quad (II.10)$$

*Nous remarquons que le produit  $n_e(x) \times p_e(x)$  est constant et est égal à  $n_i^2$  tout le long de la structure.*

*En injectant l'équation (II-10) dans (II-9), nous obtenons l'équation différentielle du second ordre suivante :*

$$\frac{d^2 V_e(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\varepsilon} \left[ a x - 2n_i \sinh\left(\frac{V_e(x)}{u_T}\right) \right] \quad (II.11)$$

*Cette équation différentielle (non linéaire) doit satisfaire à des conditions aux limites appropriées.*

La symétrie du problème nous impose le choix  $V_e(0)=0$ . Cette condition initiale est une condition aux limites de type Dirichlet [15]. En outre, des conditions aux limites naturelles imposent que le champ électrique  $E_e(x)$  soit nul à l'infini (conditions aux limites de type Von Neumann) [4, 16]:

$$E_e(\pm\infty) = -\left. \frac{dV_e(x)}{dx} \right|_{\pm\infty} = 0 \quad (II.12)$$

Notons que le potentiel électrique  $V_e(x)$  et la densité de charge  $\rho_e(x)$  sont des fonctions impaires alors que le champ électrique  $E_e(x)$  est une fonction paire. Ces propriétés nous mènent à représenter ces grandeurs physiques seulement pour les valeurs positives de la position (région n).

### **II.3.2 Structure L.G.J hors équilibre.**

L'état de non-équilibre ( $V_{app} \neq 0 \quad V$ ) peut être considérée comme étant un pseudo état d'équilibre caractérisé par une nouvelle concentration intrinsèque notée  $N_i$  (grandeur fictive) [7].

En d'autres termes, la concentration intrinsèque  $n_i$  du semiconducteur sera remplacée par  $N_i$ .

Cette transformation découle d'une loi physique couramment utilisée dans le domaine de la physique des semiconducteurs et qui porte le nom de loi d'action de masse [7, 17].

Cette loi stipule que le produit des densités des porteurs libres (électrons et trous) est constant à travers toute la structure. Elle s'écrit comme suit :

$$n_{ne}(x) \times p_{ne}(x) = n_i^2 \exp\left(\frac{V_{app}}{u_T}\right) \equiv N_i^2$$

**(Loi d'action de masse)**

où  $n_{ne}(x)$  et  $p_{ne}(x)$  désignent respectivement les densités d'électrons et de trous au point  $x$  de la structure dans le conditions de non équilibre.

L'équation précédente peut se mettre sous la forme suivante :

$$N_i = n_i \exp\left(\frac{V_{app}}{2 u_T}\right) \quad (II.13)$$

Les densités de porteurs libres  $n_{ne}(x)$  et  $p_{ne}(x)$  sont données par [21] :

$$\begin{cases} n_{ne}(x) = n_i \exp\left(-\frac{V_{ne}(x) + \frac{V_{app}}{2}}{u_T}\right) = N_i \exp\left(-\frac{V_{ne}(x)}{u_T}\right) \\ p_{ne}(x) = n_i \exp\left(-\frac{V_{ne}(x) - \frac{V_{app}}{2}}{u_T}\right) = N_i \exp\left(-\frac{V_{ne}(x)}{u_T}\right) \end{cases} \quad (II.10)$$

Ce nouveau état d'équilibre sera donc caractérisé par une nouvelle longueur de Debye intrinsèque  $L_{Di}^*$  et une nouvelle longueur caractéristique  $L_a^*$ .

Ces nouvelles longueurs seront définies par :

$$\begin{cases} L_a^* = \frac{2 N_i}{a} \\ L_{Di}^* = \sqrt{\frac{\epsilon u_T}{2 q N_i}} \end{cases} \quad (II.14)$$

L'équation (II.4) et la loi d'action de masse permettent de transformer l'équation précédente sous la forme :

$$\begin{cases} L_a^* = L_a \exp\left(\frac{V_{app}}{2 u_T}\right) \\ L_{Di}^* = L_{Di} \exp\left(-\frac{V_{app}}{4 u_T}\right) \end{cases} \quad (II.15)$$

Dans cette approche, l'équation (II.11) prendra la forme suivante :

$$\frac{d^2 V_{ne}(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon} \left[ a x \cdot 2 N_i \sinh\left(\frac{V_{ne}(x)}{u_T}\right) \right] \quad (II.16)$$

Dans les équations (II.10) et (II.16), le terme  $V_{ne}(x)$  représente le potentiel électrique au point  $x$  de la structure L.G.J sous les conditions de non-équilibre (tensions appliquées  $V_{app} \neq 0$  V).

### **II.3.3 Equation de Poisson normalisée**

*Nous allons maintenant utiliser les normalisations adoptées par Morgan et al. [4] et Jindal et al. [6]. Cette normalisation consiste à choisir de nouvelles variables notées  $y$  et  $z$  représentant respectivement le potentiel électrique normalisé et la position normalisée. Ces nouvelles variables sont définies par :*

$$\begin{cases} y = \frac{V_e(x)}{u_T} \\ z = \sqrt{\frac{2qN_i}{\varepsilon u_T}} x = \frac{x}{L_{Di}^*} \end{cases} \quad (II.17)$$

*L'équation (II.16) prendra alors la forme adimensionnée suivante :*

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \sinh(y) - Kz \quad (II.18)$$

*Cette équation doit satisfaire les conditions aux limites mixtes suivantes :*

$$y(0) = 0 \quad \wedge \quad \left. \frac{dy}{dz} \right|_{\pm\infty} = 0 \quad (II.19)$$

*Dans l'équation (II.18), le paramètre  $K$  est donné par la relation suivante :*

$$K = \frac{L_{Di}^*}{L_a} = K_0 \exp\left(-\frac{3V_{app}}{4u_T}\right) \quad (II.20)$$

*Nous rappelons que le terme  $K_0$  a été défini précédemment par l'équation (II.6) et le paramètre  $K$  sera nommé «gradient-voltage parameter».*

*En combinant les équations (II.8) et (II.20), le paramètre  $K$  peut être mis sous la forme :*

$$K = \exp\left(\frac{3}{4} \frac{V_d - V_{app}}{u_T}\right) \quad (II.21)$$

*Pour des polarisations inverses  $V_{app}$  importantes, le paramètre  $K$  devient très élevé ( $K \rightarrow \infty$ ) et pour des polarisations directes importantes, ce paramètre devient très faible ( $K \rightarrow 0$ ).*

*Pour une tension appliquée  $V_{app}$  proche du potentiel de diffusion  $V_d$ , le paramètre  $K$  est voisin de l'unité ( $K=1$ ).*

*La différentiation de l'équation précédente permet d'écrire :*

$$\frac{dK}{dV_{app}} = -\frac{3K}{4u_T} \quad (II.22)$$

*L'équation (II.18) représente l'équation de Poisson normalisée relative à une structure L.G.J.*

*Notons que cette équation n'admet pas de solution analytique pour des paramètres  $K$  non nuls ( $K \neq 0$ ) [4, 15].*

*Pour le cas particulier  $K=0$ , une solution analytique existe : cette solution est une fonction spéciale qui est implémentée dans certains logiciels de calcul numérique ; elle est nommée *JacobiAmplitude(x,m)* dans *Mathematica* par *Wolfram Research* [18] et *jacobiAM(x, m)* dans *Matlab* par *SolidWorks* [19] où  $m$  est un paramètre. Pour notre structure L.G.J, la valeur  $K=0$  donne la solution triviale  $y(z)=0$  compte tenu des conditions aux limites utilisées.*

#### **II.3.4 Résolution numérique.**

*Dans cette section, nous allons présenter la méthode de résolution de l'équation de Poisson normalisée contrainte aux conditions aux limites mixtes mentionnées précédemment.*

*Un problème aux conditions aux limites peut être assez naturellement converti en un problème aux conditions initiales (méthode du tir) devant satisfaire une condition finale [20]. En d'autres termes, notre équation de Poisson normalisée doit satisfaire les conditions initiales suivantes :*

$$y(0)=0 \quad \wedge \quad \left. \frac{dy}{dz} \right|_0 = b_1 \quad (II.23)$$

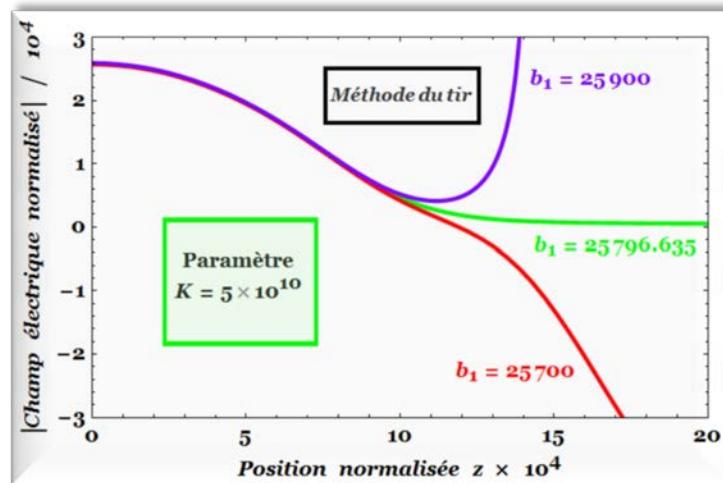
*où le terme  $b_1$  sera déterminé ultérieurement.*



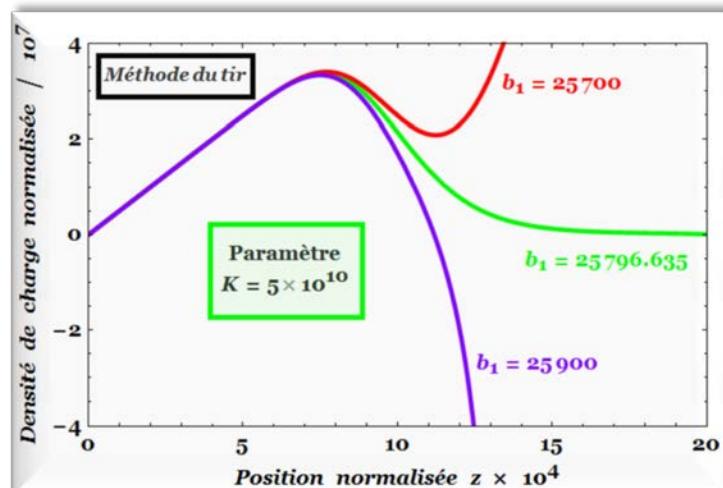
Bien que nous ne connaissons pas le terme  $b_1=y'(0)$ , nous pouvons quand même résoudre l'équation différentielle (II.18) par les méthodes connues (Runge-Kutta par exemple). Il nous faudra pour cela «deviner» la bonne valeur de  $y'(0)$  qui s'interprète comme une pente et donc comme un angle de tir, d'où le nom de méthode de tir.

Ce paramètre ( $b_1$ ) sera choisi de telle sorte que le champ électrique normalisé (ou la densité de charge normalisée) soit nul à l'infini.

Nous procéderons par dichotomie en cherchant d'abord deux jeux de conditions initiales  $b_1^{(1)}$  et  $b_1^{(2)}$  qui permettront d'atteindre la condition finale souhaitée comme cela est illustré sur les deux figures suivantes :



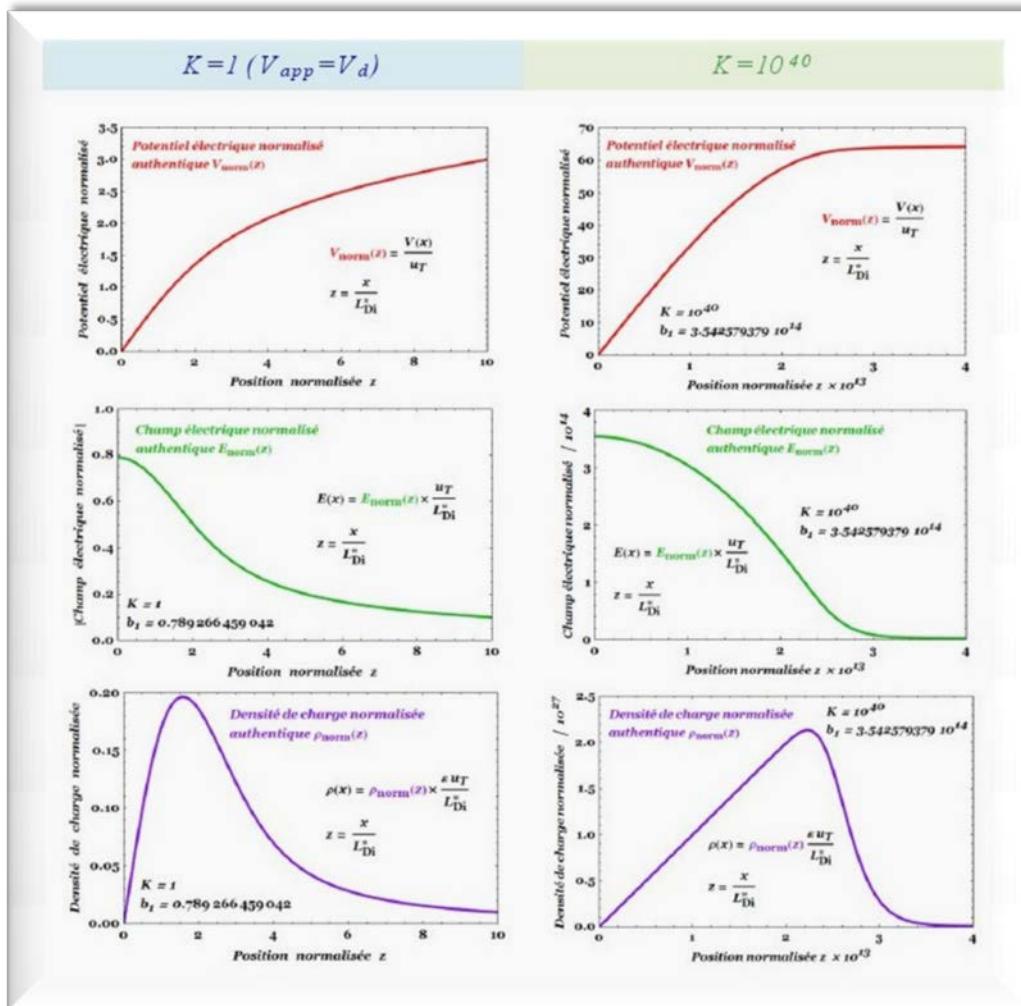
**Figure II.3: Solution numérique du champ électrique à partir de la méthode du tir.**



**Figure II.4: Solution numérique de la densité de charge à partir de la méthode du tir.**

Les deux figures précédentes montrent que l'équation de Poisson normalisée relative à une structure L.G.J est une équation différentielle non linéaire très fortement oscillatoire. Pour des valeurs de  $K$  très faibles ( $K < 10^{-2}$ ), la résolution numérique s'avère très difficile car elle nécessite une précision extraordinaire (plus de 30 digits) [15].

Sur la figure suivante, nous donnons les évolutions «authentiques» du potentiel, champ et charge dans la région de type n ( $z > 0$ ) pour certaines valeurs du «gradient-voltage parameter»  $K$ .



**Figure II.5: Solutions numériques pour différentes valeurs de  $K$ .**

La figure précédente montre que la densité de charge normalisée  $\rho_{norm}(z)$  s'annule progressivement aux frontières de la zone de déplétion contrairement au modèle classique où cette densité de charge s'annule brusquement à ces frontières.

Un développement en série de Taylor au voisinage de  $z=0$  correspondant à la position de la jonction physique permet d'exprimer le potentiel électrique normalisé  $V_{norm}(z)$ , le champ électrique normalisé  $E_{norm}(z)$  et la densité de charge normalisée  $\rho_{norm}(z)$ .

Ces trois grandeurs physiques sont respectivement données par le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{norm}(z) = y = b_1 z - \frac{1}{6}(K-b_1)z^3 + \frac{1}{120}(b_1^3 + b_1 \cdot K)z^5 \\ \quad - \frac{1}{5040}(10Kb_1^2 + K \cdot b_1^5 - 11b_1^3 \cdot b_1)z^7 + o(z^9) \\ \\ E_{norm}(z) = -\frac{dy}{dz} = -b_1 + \frac{1}{2}(K-b_1)z^2 - \frac{1}{24}(b_1^3 + b_1 \cdot K)z^4 \\ \quad + \frac{1}{720}(10Kb_1^2 + K \cdot b_1^5 - 11b_1^3 \cdot b_1)z^6 + o(z^8) \\ \\ \rho_{norm}(z) = \sum_{i=0}^{\infty} a_{2i+1} z^{2i+1} = -\frac{d^2y}{dz^2} = (K-b_1)z - \frac{1}{6}(b_1^3 + b_1 \cdot K)z^3 \\ \quad + \frac{1}{120}(10Kb_1^2 + K \cdot b_1^5 - 11b_1^3 \cdot b_1)z^5 + o(z^7) \end{array} \right. \quad (II.24)$$

Notons que le terme  $b_1$  dépend implicitement du paramètre  $K$  (fonction extrêmement complexe); ce terme représente le champ électrique normalisé  $E_{norm}(z=0)$  au niveau de la jonction physique (position  $z=0$ ).

La connaissance du paramètre  $b_1$  est **fondamentale** car il nous permet d'accéder à la caractéristique capacité-tension via la charge totale stockée dans la région  $n$  ( $x>0$  ou  $z>0$ ) de la structure L.G.J à une polarisation donnée  $V_{app}$ .

Au voisinage de l'infini ( $|z|$  de l'ordre de 1 à 3 fois la largeur de la zone de charge d'espace), les comportements asymptotiques du potentiel, champ et charge normalisés sont donnés respectivement par :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{norm}(z) = \text{Argsinh}(Kz) \\ E_{norm}(z) = -\frac{K}{\sqrt{1+K^2 z^2}} \\ \rho_{norm}(z) = \frac{K^3 z}{(1+K^2 z^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right. \quad (II.25)$$

## **II.4 Modélisation capacité-tension d'une structure L.G.J**

*Dans cette partie, nous nous proposons de modéliser la caractéristique statique capacité-tension (C-V) d'une structure L.G.J pour toute la gamme des tensions appliquées (inverses et directes) à la structure.*

*Compte tenu de la complexité du problème physique considéré, des comportements asymptotiques de cette caractéristique seront présentés pour des tensions inverses et directes importantes. En conséquence, un modèle compact et purement analytique sera mis au point.*

### **II.4.1 Polarisations inverses : modèle 1**

*Dans cette section, nous allons donner une formulation explicite de la caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J sous polarisation inverse (modèle 1). Dans ce contexte, nous proposons une "nouvelle définition" pour l'estimation de la largeur  $W_{norm}$  de la zone de charge d'espace (Z.C.E).*

*Pour des polarisations inverses importantes, l'équation (II.20) montre que le paramètre  $K$  (gradient-voltage parameter) est très élevé. Dans ce cas, le tableau (II.2) montré en page 47 montre que le terme  $b_1$  est négligeable devant  $K$ . Dans ces conditions, l'approximation de déplétion reste valable et le système d'équations (II.24) se réduit au système suivant :*

$$\begin{cases} V_{norm}(z) = b_1 z - \frac{1}{6} K z^3 \\ E_{norm}(z) = -b_1 + \frac{1}{2} K z^2 \\ \rho_{norm}(z) = K z \end{cases} \quad (II.26)$$

*Aux frontières de la Z.C.E (positions normalisées  $\pm z_0$ ), le champ électrique est quasi-nul. Cette condition permet d'écrire [6] :*

$$z_0 = \sqrt{\frac{2 b_1}{K}} \quad (II.27)$$

*En ces points, le potentiel normalisé sera donné par l'expression suivante :*

$$V_{norm}(\pm z_0) = \pm \frac{1}{3} K z_0^3 \quad (II.28)$$

*Notons que la distance normalisée  $z_0$  représente la moitié de la largeur normalisée de la zone de charge d'espace ( $W_{norm}=2 z_0$ ).*

*En conséquence, la charge totale normalisée  $Q^+_{norm} = -E_{norm}(z=0)$  peut être écrite sous la forme suivante :*

$$\begin{aligned} Q^+_{norm}(z_0) &\equiv b_1 = \int_0^{z_0} K z \, dz \\ &= \frac{1}{2} K z_0^2 \end{aligned} \quad (II.29)$$

*L'équation précédente exige la connaissance de la valeur  $z_0$ . Une fois la valeur de  $z_0$  est connue, le paramètre  $b_1$  sera déterminé.*

*Dans ce contexte, nous adoptons une «nouvelle définition» relative à la largeur de zone de charge d'espace : pour ce faire, nous utilisons l'analogie avec le temps de charge (63,2 % de la valeur finale) ou le temps de décharge (36,8 % de la valeur initiale) d'un condensateur à travers une résistance (circuit RC alimenté par un générateur de tension continue).*

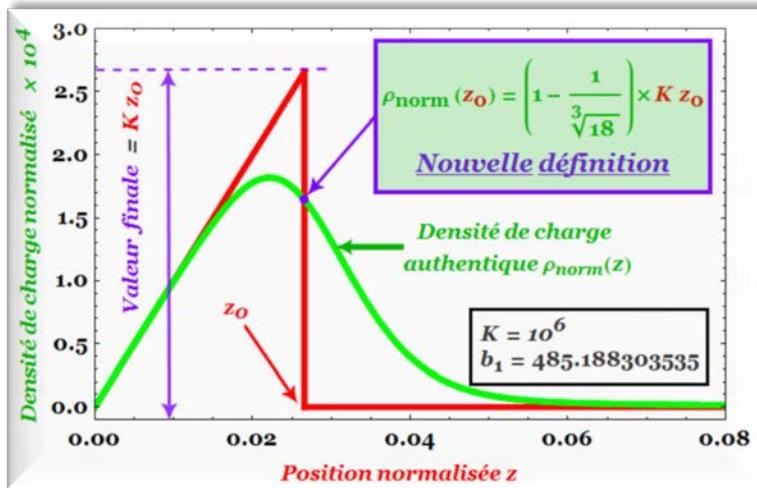
*Au point  $z_0$ , la densité de charge normalisée sera définie par :*

$$\begin{aligned} \rho_{norm}(z_0) &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{18}}\right) \times \underbrace{K z_0}_{\text{Valeur finale}} \\ &\approx \mathbf{61,8\%} \times (K z_0) \end{aligned} \quad (II.30)$$

*Cette idée «originale» va nous permettre de résoudre le problème physique relatif à la caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J.*

*Pour une homojonction abrupte et symétrique (dopages des régions  $n$  et  $p$  identiques, la notion de décharge sera envisagée. Ce type de structure sera étudié au chapitre III.*

La densité de charge normalisée  $\rho_{norm}(z>0)$  est illustrée sur la figure suivante pour  $K=10^6$ .



**Figure II.6: Nouvelle définition de la largeur de la Z.C.E : cas d'une structure L.G.J à valeurs élevées du «gradient-voltage parameter» K.**

En injectant les équations (II.30) et (II.28) dans (II.18), nous trouvons :

$$\sinh\left(\frac{1}{3}Kz_0^3\right) = \frac{1}{3\sqrt{18}}Kz_0 \approx 38,2\% \times Kz_0 \quad (\text{II.31})$$

En utilisant l'approximation suivante (valable pour les valeurs  $x \geq 2.5$  où l'erreur relative est inférieure à 1 %)

$$\sinh(x) = \frac{1}{2} \exp(x) \quad (\text{II.32}),$$

l'équation (II.31) prendra alors la forme suivante :

$$\exp\left(\frac{1}{3}Kz_0^3\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} Kz_0 \quad (\text{II.33})$$

La **solution exacte** de l'équation précédente est donnée comme suit :

$$z_0 \left( K: K \geq \frac{3\sqrt{e}}{2} \approx 2,47 \right) = \sqrt[3]{-\frac{1}{K} \times W_{-1}\left(-\left(\frac{2}{3}K\right)^{-2}\right)} \quad (\text{II.34})$$

où la fonction  $W_{-1}(x)$  désigne la branche secondaire (branche -1) de la fonction de Lambert  $W(x)$  [8] (voir Annexe B).

L'équation (II.28) permet d'exprimer le potentiel de diffusion de la structure L.G.J ; il est donné par :

$$\begin{aligned} V_d^{\text{modèle}} &= V(z_0(K_0)) - V(-z_0(K_0)) \\ &= 2V(z_0(K_0)) \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Nous rappelons que la condition d'équilibre ( $V_{\text{app}}=0$  V) correspond à  $K=K_0$ .

En combinant les équations (II.24), (II.34) et (II.35), l'expression du potentiel de diffusion  $V_d^{\text{modèle}}$  sera donnée par :

$$V_d^{\text{modèle}} = -\frac{2}{3} W_{-1}\left(-\frac{9}{4 K_0^2}\right) \quad (\text{II.36})$$

Notons que la fonction  $W_{-1}(-x)$  prenne des valeurs négatives.

Une très bonne approximation de la fonction de Lambert  $W_{-1}(-x)$  a été suggérée par Parlange et al. [21]; elle est relatée par l'expression suivante:

$$W_{-1}\left(-x : 0 < x \leq \frac{1}{e}\right) \approx \ln(x) - \ln\left[-\ln(x) + \frac{6 \times \sqrt{-2(\ln(x)+1)}}{6 + \sqrt{-2(\ln(x)+1)}}\right] \quad (\text{II.37})$$

où l'erreur relative maximale est de l'ordre de 0,3%.

En injectant l'équation (II.34) dans (II.29), nous pouvons donner l'expression du paramètre  $b_1(K)$  recherché. Ce paramètre est donné par :

$$b_1(K) = \frac{\sqrt[3]{K}}{2} \left[ W_{-1}\left(-\left(\frac{2}{3}K\right)^{-2}\right)\right]^{\frac{2}{3}} \quad (\text{II.38})$$

Un lissage des valeurs numériques (Tableau II.2) de la grandeur physique  $b_1(K : 10^2 < K < 10^{22})$  par la fonction  $b_{1,\text{fitting}}(K)$  définie par l'expression :

$$b_{1,\text{fitting}}(K) = \frac{\sqrt[3]{K}}{2} \left[ W_{-1}(-(\eta K)^{-2})\right]^{\frac{2}{3}} \quad (\text{II.39})$$

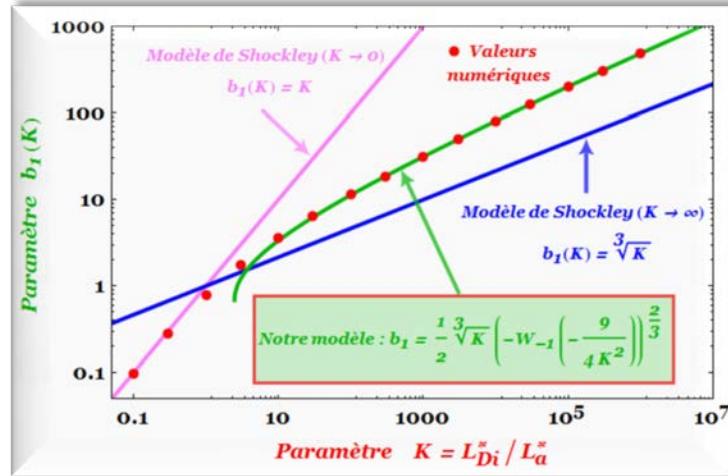
donne  $\eta \approx (0.665 \pm 0.005)$ .

Cette valeur de  $\eta$  est très proche de la valeur 2/3. Notons que l'exposant "2/3" est naturellement adapté aux jonctions linéaires.

**Tableau II.2: Valeurs numériques “exactes” et analytiques (modèle 1) du paramètre  $b_1(K)$  et sa dérivée  $db_1(K)/dK$**

K	Numérique		Modèle 1		K	Numérique		Modèle 1	
	$b_1$	$db_1/dK$	$b_1$	$db_1/dK$		$b_1$	$db_1/dK$	$b_1$	$db_1/dK$
5 E-3	4.999875 E-3	9.999 E-1			1 E 3	3.144816 E+1	1.331 E-2	3.143266 E+1	1.332 E-2
1 E-2	9.999001 E-3	9.997 E-1			2 E 3	4.204829 E+1	8.729 E-3	4.203759 E+1	8.732 E-3
2 E-2	1.999204 E-2	9.988 E-1			3 E 3	4.971647 E+1	6.814 E-3	4.970775 E+1	6.815 E-3
3 E-2	2.997328 E-2	9.973 E-1			4 E 3	5.593750 E+1	5.713 E-3	5.592992 E+1	5.714 E-3
4 E-2	3.993717 E-2	9.953 E-1			5 E 3	6.126301 E+1	4.982 E-3	6.125616 E+1	4.982 E-3
5 E-2	4.987848 E-2	9.928 E-1			6 E 3	6.596791 E+1	4.454 E-3	6.596158 E+1	4.454 E-3
6 E-2	5.979241 E-2	9.899 E-1			7 E 3	7.021190 E+1	4.051 E-3	7.020597 E+1	4.051 E-3
7 E-2	6.967460 E-2	9.866 E-1			8 E 3	7.409716 E+1	3.731 E-3	7.409153 E+1	3.731 E-3
8 E-2	7.952115 E-2	9.828 E-1			9 E 3	7.769355 E+1	3.470 E-3	7.768817 E+1	3.470 E-3
9 E-2	8.932860 E-2	9.788 E-1			1 E 4	8.105124 E+1	3.252 E-3	8.104607 E+1	3.252 E-3
1 E-1	9.909393 E-2	9.743 E-1			2 E 4	1.068587 E+2	2.119 E-3	1.068546 E+2	2.119 E-3
2 E-1	1.940111 E-1	9.223 E-1			3 E 4	1.254344 E+2	1.648 E-3	1.254308 E+2	1.648 E-3
3 E-1	2.834695 E-1	8.673 E-1			4 E 5	3.066852 E+2	3.917 E-4	3.066861 E+2	3.917 E-4
1.54e	1.518298 E 0	4.124 E-1	6.761600 E-1	6	5 E 5	3.728123 E+2	2.843 E-4	3.728158 E+2	2.843 E-4
3 E 0	1.725365 E 0	3.752 E-1	1.202483 E 0	5.970 E-1	6 E 5	3.996280 E+2	2.535 E-4	3.996326 E+2	2.535 E-4
4 E 0	2.073462 E 0	3.244 E-1	1.683728 E 0	4.039 E-1	7 E 5	4.237614 E+2	2.301 E-4	4.237671 E+2	2.301 E-4
5 E 0	2.379126 E 0	2.888 E-1	2.053523 E 0	3.381 E-1	8 E 5	4.468124 E+2	2.116 E-4	4.468192 E+2	2.116 E-4
6 E 0	2.654065 E 0	2.622 E-1	2.368898 E 0	2.956 E-1	9 E 5	4.661903 E+2	1.965 E-4	4.661981 E+2	1.965 E-4
7 E 0	2.905475 E 0	2.414 E-1	2.648902 E 0	2.660 E-1	1 E 6	4.851883 E+2	1.838 E-4	4.851970 E+2	1.838 E-4
8 E 0	3.138147 E 0	2.248 E-1	2.903188 E 0	2.436 E-1	2 E 6	5.893843 E+2	6.658 E-5	5.894185 E+2	6.658 E-5
9 E 0	3.355454 E 0	2.107 E-1	3.137575 E 0	2.258 E-1	3 E 7	2.092422 E+3	1.545 E-5	2.092562 E+3	1.545 E-5
1 E 1	3.559876 E 0	1.986 E-1	3.355934 E 0	2.113 E-1	4 E 8	4.871227 E+3	3.557 E-6	4.871672 E+3	3.557 E-6
2 E 1	5.170846 E 0	1.347 E-1	5.035855 E 0	1.385 E-1	5 E 9	1.124719 E+4	8.141 E-7	1.124845 E+4	8.141 E-7
3 E 1	6.363529 E 0	1.068 E-1	6.256331 E 0	1.088 E-1	6 E 10	2.579663 E+4	1.854 E-7	2.579994 E+4	1.854 E-7
4 E 1	7.343426 E 0	9.066 E-2	7.252161 E 0	9.169 E-2	7 E 11	5.884449 E+4	4.203 E-8	5.885279 E+4	4.203 E-8
5 E 1	8.189447 E 0	7.942 E-2	8.108811 E 0	8.031 E-2	8 E 12	1.336157 E+5	9.495 E-9	1.336659 E+5	9.495 E-9
6 E 1	8.941645 E 0	7.147 E-2	8.867736 E 0	7.207 E-2	9 E 13	3.022154 E+5	2.138 E-9	3.022634 E+5	2.138 E-9
7 E 1	9.623580 E 0	6.528 E-2	9.556609 E 0	6.576 E-2	10 E 14	6.812685 E+5	4.802 E-10	6.813806 E+5	4.802 E-10
8 E 1	1.025046 E+1	6.035 E-2	1.018824 E+1	6.074 E-2	11 E 15	1.531271 E+6	1.076 E-10	1.531530 E+6	1.076 E-10
9 E 1	1.083278 E+1	5.630 E-2	1.077445 E+1	5.663 E-2	12 E 16	3.432988 E+6	2.404 E-11	3.433580 E+6	2.404 E-11
1 E 2	1.137809 E+1	5.288 E-2	1.132305 E+1	5.319 E-2	13 E 17	7.679043 E+6	3.564 E-12	7.680383 E+6	3.564 E-12
2 E 2	1.561386 E+1	3.505 E-2	1.557626 E+1	3.515 E-2	14 E 18	1.714207 E+7	1.194 E-12	1.714509 E+7	1.194 E-12
3 E 2	1.870146 E+1	2.751 E-2	1.867138 E+1	2.756 E-2	15 E 19	3.819715 E+7	2.656 E-13	3.820391 E+7	2.656 E-13
4 E 2	2.121743 E+1	2.314 E-2	2.119178 E+1	2.318 E-2	16 E 20	8.497428 E+7	5.897 E-14	8.498935 E+7	5.897 E-14
5 E 2	2.337787 E+1	2.024 E-2	2.335518 E+1	2.026 E-2	17 E 21	1.887553 E+8	1.308 E-14	1.887887 E+8	1.308 E-14
6 E 2	2.529100 E+1	1.813 E-2	2.527049 E+1	1.815 E-2	18 E 22	4.187193 E+8	2.896 E-15	4.187933 E+8	2.896 E-15
7 E 2	2.701998 E+1	1.652 E-2	2.700113 E+1	1.653 E-2					
8 E 2	2.860528 E+1	1.523 E-2	2.858777 E+1	1.525 E-2					
9 E 2	3.007469 E+1	1.419 E-2	3.005827 E+1	1.420 E-2					

Sur la figure suivante, nous donnons une comparaison entre les valeurs «exactes» de la fonction  $b_1(K)$  obtenues numériquement (Tableau II.3) et celles données par l'équation (II.38).



**Figure II.7: Comparaison entre les valeurs numériques «exactes» et le modèle analytique relatives à la fonction  $b_1(K)$ .**

Nous remarquons que notre modèle est approprié pour les valeurs de  $K$  supérieurs à 100 : les erreurs relatives sur le paramètre  $b_1(K)$  et sa dérivée  $db_1(K)/dK$  n'excèdent pas 0,6%.

Au niveau de la jonction physique ( $x=0$ ), le champ électrique  $E_0 \equiv E(x=0)$  est donné par l'expression suivante :

$$E_0 = -\frac{u_T}{L_{Di}^*} b_1(K) \quad (II.40)$$

Les deux équations précédentes nous permettent d'obtenir l'expression du champ électrique  $E_0$  (la clé du problème physique considéré) au niveau de la jonction physique en termes du «gradient- voltage parameter»  $K$  :

$$E_0 = -\frac{1}{2} \left( \frac{u_T}{L_{Di}^*} \right)^3 \sqrt{K} \left[ W_{-1} \left( -\left( \frac{2}{3} K \right)^{-2} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (II.41)$$

En combinant les équations (II.15) et (II.20), l'équation précédente prend la forme suivante :

$$E_0 = -\frac{1}{2} \left( \frac{u_T}{L_{Di}^*} \right)^3 \sqrt{K_0} \left[ W_{-1} \left( -\left( \frac{2}{3} K \right)^{-2} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (II.42)$$

Notons que les paramètres  $K_0$  et  $K$  ont été définis antérieurement.

La charge totale  $Q^+(V_{app})$  par unité de surface stockée dans la région de type n ( $x>0$ ) est donnée par [16, 22] :

$$Q^+(V_{app}) = \int_0^\infty \rho(x) dx = \varepsilon E(x) \Big|_{x=0}^{x=\infty} = -\varepsilon E(x=0) = -\varepsilon E_0 \quad (II.43)$$

Cette équation est valable seulement pour les jonctions linéaires et les jonctions abruptes symétriques : pour ces types de jonction, la jonction métallurgique et la jonction physique sont confondues. Pour des jonctions abruptes dissymétriques, l'équation précédente n'est plus valable [16].

En injectant l'équation (II.42) dans (II.43), nous trouvons :

$$Q^+(V_{app}) = -\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon u_T}{L_{Di}} \right)^3 \sqrt[3]{K_0} \left[ W_{-1} \left( -\frac{9}{4 K_0^2} e^{\frac{3 V_{app}}{2 u_T}} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (II.44)$$

La capacité par unité de surface est donnée par l'expression habituelle [7]

$$C(V_{app}) = -\frac{dQ^+(V_{app})}{dV_{app}} \quad (II.45)$$

A partir des équations (II.3), (II.4), (II.20), (II.44) et (II.45), nous obtenons le modèle relatif à la caractéristique capacité-tension pour une structure L.G.J caractérisée par le paramètre  $K_0$  :

$$C(V_{app}) = \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon}{L_{Di}} \right)^3 \sqrt[3]{K_0} \frac{\left[ W_{-1} \left( -\frac{9}{4 K_0^2} e^{\frac{3 V_{app}}{2 u_T}} \right) \right]^{\frac{2}{3}}}{-1 - \left[ W_{-1} \left( -\frac{9}{4 K_0^2} e^{\frac{3 V_{app}}{2 u_T}} \right) \right]^{\frac{2}{3}}} \quad (II.46)$$

$$= \left( \frac{2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\varepsilon}{L_{eff}} \frac{\left[ W_{-1} \left( -\frac{9}{4 K_0^2} e^{\frac{3 V_{app}}{2 u_T}} \right) \right]^{\frac{2}{3}}}{-1 - \left[ W_{-1} \left( -\frac{9}{4 K_0^2} e^{\frac{3 V_{app}}{2 u_T}} \right) \right]^{\frac{2}{3}}}$$

Ce modèle original (**model 1**) décrit correctement la caractéristique capacitance-tension pour les polarisations inverses et les faibles polarisations directes ( $K_0 > 100$ : justifié en pratique) pour toute structure L.G.J.

*L'équation précédente conduit à la singularité suivante :*

$$C \left( V_{app} = \frac{4}{3} u_T \left[ \ln \left( \frac{2}{3} K_0 \right) - \frac{1}{2} \right] \right) = \infty \quad (II.47)$$

*Une combinaison des équations (II.15), (II.40), (II.43) et (II.45) permet d'exprimer la caractéristique «exacte» C-V sous la forme suivante:*

$$C(V_{app}) = \frac{3}{4} \left( \frac{\varepsilon}{L_{Di}} \right)^3 \sqrt[3]{\frac{K_0}{K}} \left[ K \left( \frac{db_1^{exacte}}{dK} \right) \Big|_K - \frac{1}{3} b_1^{exacte} \right] \quad (II.48)$$

*Conformément au modèle classique, nous proposons alors une nouvelle formulation pour le potentiel de diffusion  $V_d^*$  :*

$$V_d^* \approx \frac{4}{3} u_T \ln(K_0) - \frac{6}{5} u_T \quad (II.49)$$

*Pour des valeurs de  $K$  trop importantes ( $K > 100$ ), l'équation (II.38) peut être approximée par le comportement asymptotique suivant:*

$$\begin{aligned} \lim_{K \rightarrow \infty} b_1(K) &= \frac{\sqrt[3]{K}}{2} \left[ \ln \left( \frac{4}{9} K^2 \right) \right]^{\frac{2}{3}} \\ &\cong \frac{\sqrt[3]{K}}{2} \left[ \ln(4 K^2) \right]^{\frac{2}{3}} \end{aligned} \quad (II.50)$$

#### **II.4.2. Polarisation directe**

*Maintenant, nous allons donner le comportement de la caractéristique capacité-tension de structures L.G.J pour des tensions directes importantes. Dans ces conditions, l'équation (II.20) montre que le paramètre  $K$  est très faible et l'approximation de neutralité est valide [3, 4].*

*Cette condition de neutralité ( $\rho(x) \approx 0$ ) nous permet d'annuler tous les termes de la série donnée par l'équation (II.24). En conséquence, le paramètre  $b_1(K \rightarrow 0)$  peut être évalué à différents ordre.*

## Chapitre II : Modélisation capacité-tension d'une structure L.G.J

Au premier et troisième ordre, le paramètre  $b_1(K : K \rightarrow 0)$  est donné respectivement par les expressions suivantes:

$$b_1^{\text{ordre } 1(i=0)}(K) = K \quad (\text{II.51})$$

et

$$b_1^{\text{ordre } 3(i=1)}(K) = \frac{\left(9K + \sqrt{81K^2 + 12}\right)^{\frac{2}{3}} - 2\sqrt[3]{\frac{3}{2}}}{\sqrt[3]{18 \left(9K + \sqrt{81K^2 + 12}\right)}} \quad (\text{II.52})$$

Notons que l'équation précédente renferme les deux cas extrêmes formulés par Shockley [3, 4] ( $K \rightarrow 0$  et  $K \rightarrow \infty$ ).

Pour l'ordre 5, le paramètre  $b_1(K)$  sera exprimé par sa fonction inverse  $K(b_1)$  définie par l'expression suivante:

$$K(b_1) = (b_1 + 11b_1^3 + b_1^5) / (1 + 10b_1^2) \quad (\text{II.53})$$

Les différents ordres relatifs au paramètre  $b_1(K : K \rightarrow 0)$  sont résumés sur le tableau suivant.

Ordre ( $2i+1$ )	Paramètre $b_1(K)$
01	$K$
03	$K - K^3 + 3K^5 - 012K^7 + 00005K^9 - 273K^{11} + 1428K^{13} + o(K^{15})$
05	$K - K^3 + 12K^5 - 174K^7 + 02755K^9 - 46407K^{11} + 817503K^{13} + o(K^{15})$
07	$K - K^3 + 12K^5 - 399K^7 + 14815K^9 - 567732K^{11} + 22262163K^{13} + o(K^{15})$
09	$K - K^3 + 12K^5 - 399K^7 + 25840K^9 - 1863957K^{11} + 136602438K^{13} + o(K^{15})$
11	$K - K^3 + 12K^5 - 399K^7 + 25840K^9 - 2756982K^{11} + 330558963K^{13} + o(K^{15})$
13	$K - K^3 + 12K^5 - 399K^7 + 25840K^9 - 2756982K^{11} + 438614988K^{13} + o(K^{15})$
15	$K - K^3 + 12K^5 - 399K^7 + 25840K^9 - 2756982K^{11} + 438614988K^{13} + o(K^{15})$

Tableau II.2: Différents ordres du paramètre  $b_1(K \rightarrow 0)$ .

Cette méthode itérative nous permet de donner l'expression du paramètre  $b_1(K : K \rightarrow 0)$  sous forme de série infinie, soit :

$$b_1(K) = b_1^\infty \equiv \lim_{i \rightarrow \infty} b_1^{\text{ordre } (2i+1)} = K - K^3 + 12K^5 - 399K^7 + 25840K^9 - 2756982K^{11} + 438614988K^{13} + o(K^{15}) \quad (\text{II.54})$$

Nous remarquons que la fonction  $b_1(K) = b_1^\infty$  est une série alternée fortement oscillatoire.

Sur la figure suivante, nous donnons une représentation du paramètre  $b_1(K)$  pour les ordres 1, 3, 5 et l'infini. Notons que l'ordre infini correspond aux valeurs obtenues numériquement que nous considérons «exactes».

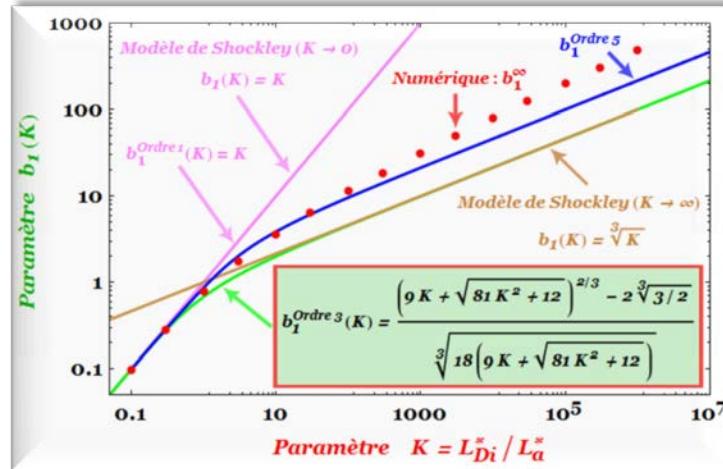


Figure II.8: Paramètre  $b_1(K)$  à différent ordre.

En s'appuyant sur la forme de l'équation (II.49), l'équation précédente peut être estimée par l'expression suivante:

$$b_1(K: K \rightarrow 0) = \frac{\sqrt[3]{K}}{2} \left[ \ln \left( 1 + 2\sqrt{2}K + 4K^2 + o\left(\frac{1}{9}K^3\right) \right) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (II.55)$$

Nous rappelons que la connaissance du paramètre  $b_1$  nous permet d'accéder à la caractéristique capacité-tension via la charge totale.

En injectant l'équation (II.54) dans (II.48) et après réarrangement, nous obtenons le comportement de la caractéristique C-V pour des tensions appliquées importantes ( $K < 0.25$ : en d'autres termes  $V_{app} > V_d + 1.85u_T$ ) :

$$C(V_{app}) = \frac{\epsilon}{2 L_a} e^{\frac{V_{app}}{2 u_T}} \left[ 1 - 4 e^{\frac{3(V_d - V_{app})}{u_T}} + 8 e^{3(\frac{V_d - V_{app}}{u_T})} - \dots \right] \quad (II.56)$$

Pour des tensions directes extrêmement importantes ( $V_{app} > V_d + 3 u_T$ ), la capacité (en échelle logarithmique) devient alors :

$$\ln(C(V_{app})) \approx \ln\left(\frac{\epsilon}{2 L_a}\right) - \frac{V_{app}}{2 u_T} \quad (II.57)$$

### **II.4.3. Modèle compact**

Maintenant, nous présentons un deuxième modèle (modèle compact) pour toute la gamme de la tension appliquée  $V_{app}$ . Grâce aux équations (II.50) et (II.55), nous proposons pour le paramètre  $b_1$  la forme compacte suivante :

$$b_1(K) = \frac{\sqrt[3]{K}}{2} \left[ \ln(1+2\sqrt{2}K+4K^2) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (\text{II.58})$$

En combinant les équations (II.40) et (II.43), l'équation précédente nous conduit à l'expression de la charge totale par unité de surface  $Q^+(V_{app})$  stockée dans la région de type n. Cette grandeur physique sera donnée par :

$$Q^+(V_{app}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon u_T}{L_{Di}} \right) \times \sqrt[3]{K} \times \left[ \ln(1+2\sqrt{2}K+4K^2) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (\text{II.59})$$

La capacité par unité de surface  $C(V_{app})$  sera déduite de l'équation précédente à partir de la relation  $C(V_{app}) = -dQ^+(V_{app})/dV_{app}$ . L'expression de cette capacité sera donnée par la forme compacte suivante :

$$C(V_{app}) = \frac{\epsilon}{2 L_{Di}} \sqrt[3]{K_0} \frac{K(4K+\sqrt{2})}{1+2K(2K+\sqrt{2})} \left[ \ln(1+2\sqrt{2}K+4K^2) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II.60})$$

En combinant les équations (II.8), (II.20) et (II.60), nous aboutissons à la caractéristique capacité-tension  $C(V_{app})$  relative à une structure L.G.J

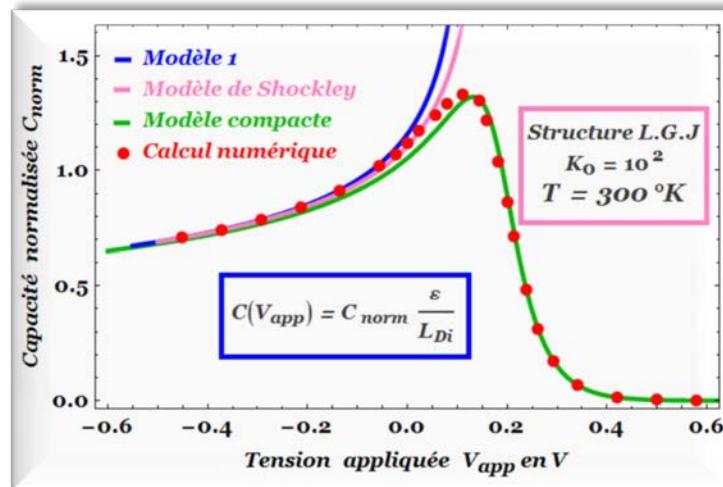
$$C(V_{app}) = \frac{\epsilon}{L_{Di}} \times \frac{2e^{\frac{V_d \frac{3}{4} V_{app}}{u_T}} \left( e^{\frac{3}{4} \left( \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right)} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}{1+2\sqrt{2}e^{\frac{3}{4} \left( \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right)} + 4e^{\frac{3}{2} \left( \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right)}} \quad (\text{II.61})$$

$$\times \left[ \ln \left( 1+2\sqrt{2}e^{\frac{3}{4} \left( \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right)} + 4e^{\frac{3}{2} \left( \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right)} \right) \right]^{\frac{1}{3}}$$

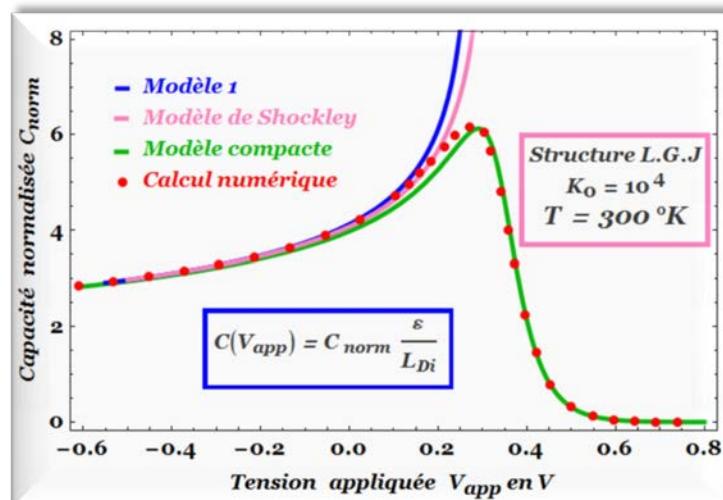
Ce modèle décrit ainsi la capacité d'une L.G.J à la fois en polarisation inverse et directe (toute la gamme des polarisations). Notons que ce modèle original nécessite deux paramètres d'entrée à savoir  $L_{Di}$  et  $V_d$ .

Les méthodes analytiques ont l'avantage de guider l'interprétation physique des simulations numériques.

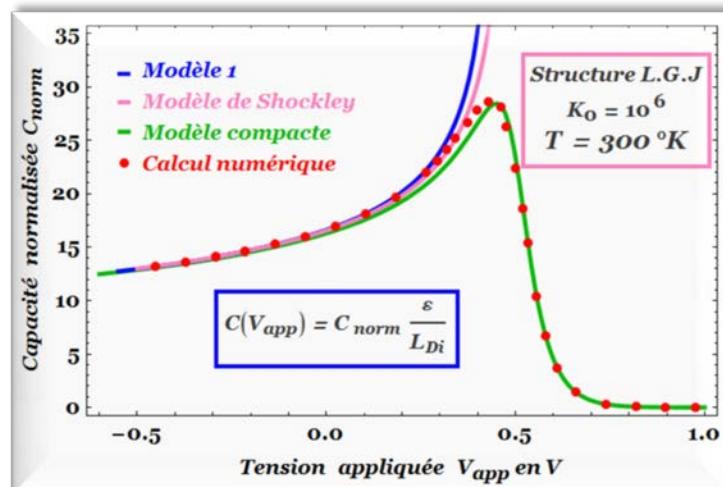
Les figures II.9, II.10 et II.11 montrent la caractéristique C-V à température ambiante ( $T=300$  °K:  $u_T= 25,85$  mV) pour différentes valeurs du paramètre  $K_0$  ( $K_0=10^2$ ,  $10^4$  et  $10^6$  respectivement).



**Figure II.9: Caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J ( $K_0=10^2$ )**



**Figure II.10: Caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J ( $K_0=10^4$ )**



**Figure II.11: Caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J ( $K_0=10^6$ )**

La caractéristique «exacte» C-V, correspondante à une valeur donnée de  $K_0$ , a été obtenue à partir des équations (II.24) et (II.63) où les valeurs numériques de  $b_1$  et sa dérivée  $db_1/dK$  fournies par le tableau 2 ont été utilisées.

Une comparaison entre les courbes capacité-tension calculées à partir du modèle analytique avec celles obtenues numériquement montre clairement la validité de la méthode développée dans ce mémoire.

La caractéristique capacité-tension présente deux points d'inflexion. En ces points, les valeurs du paramètre  $K$  obtenues numériquement sont respectivement 0,25 et 10.

Ces points d'inflexions subdivisent la courbe C-V en trois régions distinctes. Pour  $K < 0,25$  ( $V_{app} > V_d + 2u_T$ ), la capacité de diffusion domine alors que pour  $K > 10$  ( $V_{app} < V_d - 3u_T$ ), la capacité de déplétion domine. Le cas intermédiaire correspond à une plage de tension de largeur  $5u_T$ .

Le modèle compact et les résultats numériques montrent une différence très nette avec le modèle de l'approximation déplétion formulé par Shockley

En ce qui concerne le modèle proposé, nous remarquons que la capacité ne diverge pas (pas de singularité pour une tension appliquée  $V_{app}$  proche du potentiel de diffusion  $V_d$ ) mais présente une valeur finie (pic).

En outre, la capacité de jonction est donnée par une seule expression pour toute la gamme des tensions appliquées (inverses et directes)

Nous nous proposons de modéliser le pic de la caractéristique capacité-tension relatif aux jonctions linéairement graduées (L.G.J). Ce pic obéit aux lois suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} K(V_{app, max}) \approx 3,5 \pm 0,2 \\ V_{app, max} = \frac{4}{3} u_T \ln(K_0) - 1,67 u_T \approx \frac{4}{3} u_T \ln(K_0) - \frac{5}{3} u_T \\ C_{max} = K(V_{app, max}) \approx 0,2866 \frac{\epsilon}{L_{Di}} \sqrt[3]{K_0} \approx \frac{2}{3} \frac{\epsilon}{L_{eff}} \end{array} \right. \quad (II.62)$$

*Nous rappelons que la longueur efficace  $L_{eff}$  a été utilisée dans l'équation (II.1) et définie par l'équation (II.3).*

*Pour le cas de jonction abrupte symétrique, le pic de la caractéristique C-V satisfait au système d'équations suivant :*

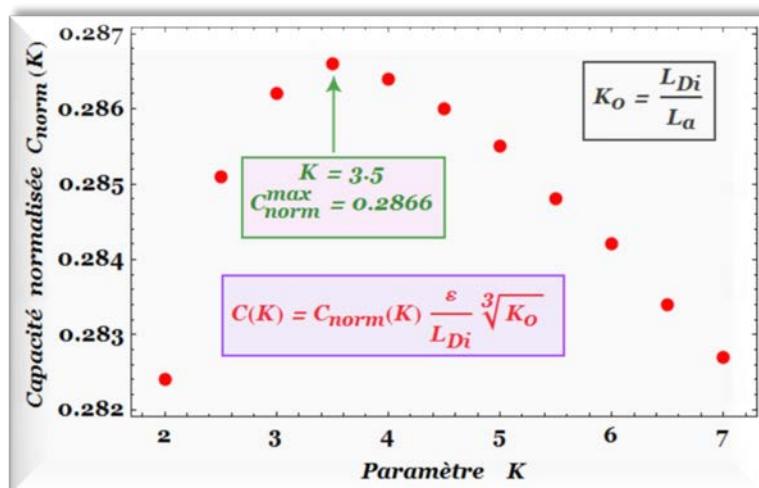
$$\begin{cases} V_{app, max} \approx V_d - 3,45 u_T \\ C_{max} \approx 0,243 \frac{\varepsilon}{L_{De}} \end{cases} \quad (II.63)$$

*où  $L_{De}$  représente la longueur de Debye extrinsèque d'une jonction abrupte symétrique.*

*Physiquement, la longueur efficace  $L_{eff}$  représente la longueur de Debye extrinsèque d'une structure L.G.J. Lorsque la tension appliquée  $V_{app}$  est voisine de  $V_{app, max}$ , la largeur de la Z.C.E devient de l'ordre de  $L_{eff}$ .*

*Les équations (II.62) montrent que la position du pic de la caractéristique  $C(V_{app})$  peut nous informer sur le potentiel de diffusion  $V_d$  et le gradient de dopage  $a$  ( $cm^{-4}$ ) de cette structure. Ces prévisions théoriques sont en accord avec les mesures expérimentales*

*La figure II.12 montre la position du maximum de la capacité normalisée  $C_{norm}$  ( $K$ ) pour une structure L.G.J quelconque.*

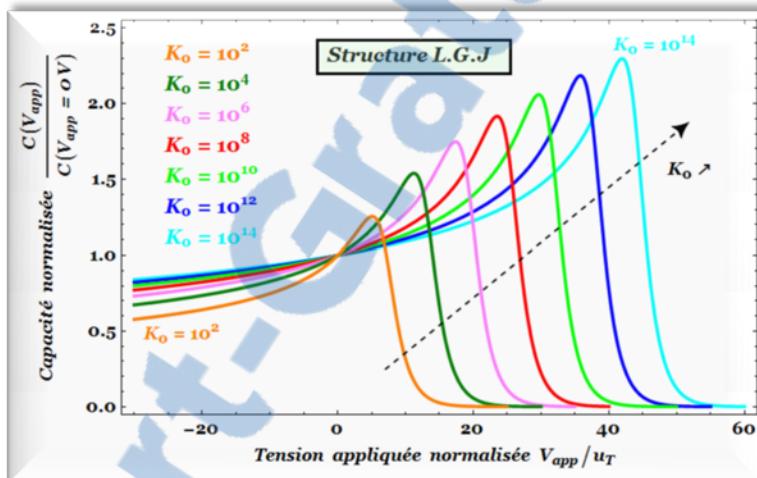


**Figure II.12: Position du pic de la caractéristique capacité-tension pour une structure L.G.J quelconque.**

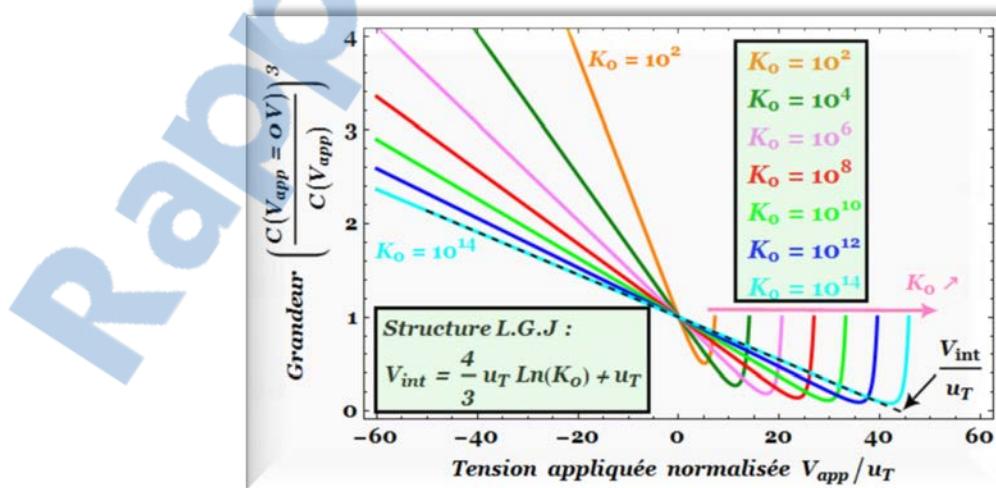
L'existence de ce pic se traduit le fait que les capacités de diffusion et de déplétion sont comparables.

Ce pic doit son origine à une opposition entre la diffusion des porteurs minoritaires et de la dérive des porteurs majoritaires [23].

Les figures II.13 et II.14 montrent respectivement les variations de la capacité normalisée  $C(V_{app})/C(V_{app}=0 \text{ V})$  et la grandeur  $\left( \frac{C(V_{app}=0 \text{ V})}{C(V_{app})} \right)^3$  en fonction de la tension normalisée  $V_{app}/u_T$  à température quelconque pour différentes valeurs du paramètre  $K_0$  ( $K_0 = 10^2-10^{14}$ ).



**Figure II.13: Variation de la capacité normalisée  $C(V_{app})/C(V_{app}=0 \text{ V})$  en fonction de la tension normalisée  $V_{app}/u_T$  (modèle compact) pour différents  $K_0$ .**



**Figure II.14: Variation de la fonction  $\left( \frac{C(V_{app}=0 \text{ V})}{C(V_{app})} \right)^3 = f\left( \frac{V_{app}}{u_T} \right)$  pour différents  $K_0$ .**

Dans le tableau 3, nous présentons le potentiel de diffusion en termes du potentiel thermique  $u_T$  pour différentes valeurs du paramètre  $K_0$ .

$K_0$	Numérique	Equation (II.44)	Equation (II.7)	Chawla et al [9]	$V_{int}$ (intercepte)
$10^2$	6,4	7,2	4,9	6,1	7,1
$10^4$	13,3	13,8	11,1	12,3	13,2
$10^6$	19,8	20,2	17,2	18,4	19,3
$10^8$	26,2	26,5	23,4	24,6	25,5
$10^{10}$	32,5	32,8	29,5	30,7	31,6
$10^{12}$	38,8	39,0	35,6	36,8	37,8
$10^{14}$	45,1	45,3	41,8	43,0	43,9

**Table 3: Variation du potentiel de diffusion normalisé en fonction de  $K_0$ .**

Nous remarquons que la méthode de l'intercepte utilisée par la plupart des expérimentateurs pour la détermination de la hauteur de la barrière de potentiel à  $V_{app} = 0$  V (potentiel de diffusion) reste valide [1].

Pour  $K_0 > 10^2$ , cette barrière de potentiel peut être estimée comme suit:

$$V_{int} \approx \frac{4}{3} u_T \ln(K_0) + (1,0 \pm 0,1) u_T \quad (II.64)$$

$V_d$  (Chawla et al.)

Ce résultat est en bon accord avec la formulation du potentiel  $V_d^*$  que nous avons proposée ultérieurement (modèle 1)

Le potentiel de diffusion obtenu par Jain [24] dépasse notre potentiel d'intercepte  $V_{int}$  de  $3u_T$  ( $\approx 78$  mV à température ambiante :  $T=300$  K).

Nous pensons que cette différence est due à la queue de distribution de la contribution des porteurs majoritaires (électrons dans la région de type n et trous dans la région de type p) au voisinage du bord de la zone de déplétion.

En d'autres termes, les deux régions neutres de la structure supportent une tension approximativement égale à  $3u_T$  [7].

Notons que cette tension est environ égale à  $2u_T$  ( $\approx 52$  mV à température ambiante) pour des homojonctions abruptes symétriques [2, 5, 11, 25].

## **II.5. Conclusion**

*Une nouvelle méthode a été proposée pour la détermination de la largeur de la zone de charge d'espace d'une homojonction pn linéairement graduée (L.G.J) sans faire appel à la distribution du potentiel électrique.*

*Nous avons présenté un modèle original de la caractéristique capacité-tension d'une structure L.G.J pour toute la gamme des tensions appliquées.*

*Ce modèle décrit correctement le comportement de la capacité de cette structure et tient compte du phénomène anormal lié à la décroissance de la capacité aux polarisations directes élevées. En outre, les anomalies présentes dans le modèle classique ont été éliminées.*

*Notre modèle est en bon accord avec d'autres modèles [26-28] ainsi que certains résultats expérimentaux [29-33]. En effet, notre compact modèle pourrait servir comme solution initiale dans les simulations numériques futures relatives à des distributions de charges plus complexes (jonctions réelles) afin de réduire le temps de calcul.*

## **Références bibliographiques relatives au chapitre II**

- [1] *Mebarki, M., Boukredimi, D., Sadik, S., Lazzari, J.L.: Electrical determination of band offsets in a p-Ga<sub>0.77</sub>In<sub>0.23</sub>As<sub>0.20</sub>Sb<sub>0.80</sub>/n-GaSb type-II heterojunction. J. Appl. Phys. 73, 2360-2363 (1993).*
- [2] *Boukredimi, D., Allouche, H.: Accurate quasi static capacitance for abrupt homojunction under forward and reverse polarization. Bull. Mater. Sci. 36, 251-258 (2013).*
- [3] *Shockley, W.: The theory of p-n junctions in semiconductors and p-n junction transistors. Bell Syst. Tech. J. 28, 435-489 (1949).*
- [4] *Morgan, S.P., Smits, F.M.: Potential distribution and capacitance of a graded p-n junction. Bell Syst. Tech. J. 39, 1573-1602 (1960).*
- [5] *Sze, S. M., Ng, K. K.: Physics of semiconductor devices. John Wiley and Sons, New York (2006).*
- [6] *Jindal, C., Panayotatos, P.: A concise and complete solution for linearly graded p-n junctions. Solid-State Electron. 31, 893-897 (1988).*
- [7] *Boukredimi, A.: New capacitance-voltage model for linearly graded junction. J. Comput. Electron. 13(2), 477-489 (2014).*
- [8] *Veberic, D.: Lambert W function for applications in physics. Computer Physics Communications 183, 2622-2628 (2012).*
- [9] *Mathias, S.A., Roberts, A.W.: A Lambert W function solution for estimating sustainable injection rates for storage of CO<sub>2</sub> in brine aquifers. International Journal of Greenhouse Gas Control 17, 546-548 (2013).*
- [10] *Chawla, B.R., Gummel, H.K.: Transition region capacitance of diffused p-n junctions. IEEE Trans. Electron Devices 18, 178-195 (1971).*
- [11] *Haggag, A., Hess, K.: Analytical theory of semiconductor p-n junctions and the transition between depletion and quasineutral region. IEEE Trans. Electron Devices 47, 1624-1629 (2000).*

- [12] *Hadji, D.: Modélisation et simulation tridimensionnelle des composants à semiconducteur de taille submicronique. Thèse de doctorat. Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG. (1999).*
- [13] *Liou, J.J., Lindholm, F.A., Park, J.S.: Forward-voltage capacitance and thickness of p-n junction space-charge regions. IEEE Trans. Electron Devices 34, 1571-1579 (1987).*
- [14] *Noda, T., Vrancken, C., Vandervorst, W.: Modeling of junction formation in scaled Si devices. J. Comput. Electron. 13(1), 33-39 (2014).*
- [15] *Jiao, Y.-C., Dang, C., Hao, Y.: The solution of the one-dimensional nonlinear Poisson's equation by the decomposition method. Computers and Mathematics with Applications 46, 1645-1656 (2003).*
- [16] *Murray, H.: Analytic resolution of Poisson-Boltzmann equation in nanometric semiconductor junctions. Solid-State Electron. 53, 107-116 (2009).*
- [17] *Slotboom, J. W.: The pn-product in Silicon. Solid-State Electronics, 20(4), 279-283 (1977).*
- [18] *Wolfram, S.: The Mathematica Book, 4th Edition, Cambridge University Press, Cambridge (1999).*
- [19] *Gander, W., Gander, M.J., Kwok, F.: Scientific Computing - An Introduction using Maple and MATLAB, Springer Science & Business, (2014)*
- [20] *Ha, S.N.: A nonlinear shooting method for two-point boundary value problems. Computers and Mathematics with Applications 42, 1411-1420 (2001).*
- [21] *Parlange, J.-Y., Barry, D.A., Haverkamp, R.: Explicit infiltration equations and the Lambert W-function. Advances in Water Resources. 25, 1119-1124 (2002).*
- [22] *Mahanta, K.K., Mishra, G.C., Kansal, M.L.: Estimation of electric double layer thickness from linearized and nonlinear solutions of Poisson-Boltzmann equation for single type of ions. Appl. Clay Sci. 59-60, 1-7 (2012)*
- [23] *Tripathi, D.C., Mohapatra, Y.N.: Diffusive capacitance in space charge limited organic diodes: analysis of peak in capacitance-voltage characteristics. Appl. Phys. Lett. 102, 253303 (2013)*

- [24] Jain, L.C.: *Computer algorithm for the built-in voltage of the linearly graded junctions. Comput. Electr. Eng.* 7(3), 201-204 (1980)
- [25] Boukredimi, A., Benchouk, K.: *New improved capacitance-voltage model for symmetrical step junction: a way to a unified model for realistic junctions. J. Comput. Electron.* 13(4), 971-982 (2014).
- [26] Ma, P., Linder, M., Sanden, M., Zhang, S.-L., Ostling, M., Frank Chang, M.-C.: *An analytical model for space-charge region capacitance based on practical doping profiles under any bias conditions. Solid State Electron.* 45(1), 159-167 (2001)
- [27] Schmidt, M., Pickenhain, R., Grundmann, M.: *Exact solutions for the capacitance of space charge regions at semiconductor interfaces. Solid State Electron.* 51(6), 1002-1004 (2007)
- [28] Kavasoglu, A.S., Kavasoglu, N., Oktik, S.: *Simulation for capacitance correction from Nyquist plot of complex impedance-voltage characteristics. Solid State Electron.* 52(6), 990-996 (2008)
- [29] Bouma, B.C., Roelofs, A.C.: *An experimental determination of the forward-biased emitter-base capacitance. Solid State Electron.* 21(6), 833-836 (1978)
- [30] Shrotriya, V., Yang, Y.: *Capacitance-voltage characterization of polymer light-emitting diodes. J. Appl. Phys.* 97, 054504 (2005)
- [31] Korucu, D., Turut, A., Turan, R., Altindal, S.: *Origin of forward bias capacitance peak and intersection behavior of C and G/ω of Ag/p-InP Schottky barrier diodes. Materials Science in Semiconductor Processing.* 16, 344-351 (2013).
- [32] Korucu, D., Duman, S., Turut, A.: *The origin of forward bias capacitance peak and voltage dependent behaviour of gold/p-type indium phosphide Schottky barrier diode fabricated by photolithography. Materials Science in Semiconductor Processing.* 30, 393-399 (2015).
- [33] Yucedag, I., Kaya, A., Altindal, S.: *On the anomalous peak in the forward bias capacitance and dielectric properties of the Al/Co-doped (PVC+TCNQ)/p-Si structures as Function of Temperature. Journal of Nanoelectronics and Optoelectronics.* 10, 1-6 (2015).

## ***Chapitre III***

***Charge et capacité exactes de  
structures S.S.J : extension aux  
jonctions réelles.***

## **Capacité exacte de structures S.S.J : Modèle unifié pour les jonctions réelles.**

### **III.1 Introduction**

*La formation d'une zone de déplétion dans les différentes structures semiconductrices joue un rôle fondamental dans la physique de la plupart des dispositifs électroniques tels que les jonctions pn et les contacts Schottky [1, 2].*

*La mesure capacité-tension est une technique de caractérisation électrique très populaire. Elle est exploitée pour déterminer des paramètres importants de dispositifs semiconducteurs tels que les concentrations d'impuretés, les hauteurs de barrière et niveaux d'énergie de Fermi [3, 4].*

*Dans les mesures expérimentales [5-8] ainsi que dans les simulations numériques et les modèles analytiques [9-11], les Auteurs ont remarqué que les caractéristiques capacité-tension de certaines diodes à jonction présentent un maximum (pic) au voisinage du potentiel de diffusion.*

*L'approximation de déplétion est adéquate en polarisation inverse mais perd sa validité en polarisation directe. Pour des tensions directes importantes, le problème devient plus complexe et la méthode classique nécessite certaines corrections.*

*Dans ce chapitre, nous allons présenter un modèle purement analytique décrivant la charge et la capacité de jonctions abruptes symétriques à dopages uniformes (Symmetrical Step Junction ou S.S.J).*

*En outre, nous allons proposer un schéma électrique équivalent relatif à cette structure en utilisant la méthode de décomposition.*

*Le modèle analytique exacte obtenu sera ensuite modifié dans le but de proposer un modèle unifié de la charge et de la capacité d'une jonction réelle pour toute la gamme des tensions appliquées.*

## **III.2 Modèle classique**

*Dans cette section, nous allons décrire brièvement le modèle classique qui est basé sur l'approximation de déplétion pour le cas de jonction abrupte symétrique à dopages uniformes (S.S.J).*

*Pour ce type de structure, les régions de type n et de type p présentent des dopages identiques ( $N_A^- = N_D^+ = N_0$ ).*

*Dans cette situation, la charge totale  $Q(V_{app})$  et la capacité  $C(V_{app})$  par unité de surface sont données respectivement par les relations suivantes [12] :*

$$Q(V_{app}) = q n_i L_{Di} \sqrt{K_0} \left( \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (III.1)$$

et

$$C(V_{app}) = \frac{\epsilon}{L_{Di}} \sqrt{\frac{K_0}{4}} \left( \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (III.2)$$

où  $V_{app}$  désigne la tension appliquée aux bornes de la structure,  $V_d$  le potentiel de diffusion,  $\epsilon$  la permittivité diélectrique du matériau semiconducteur,  $u_T$  le potentiel thermique ( $u_T \approx 26$  mV à  $T = 300$  K).

*Dans les équations (III.1) et (III.2), le terme  $L_{Di}$  représente la longueur de Debye intrinsèque du matériau. Cette longueur est donnée par [11]*

$$L_{Di} = \sqrt{\frac{\epsilon u_T}{2 q n_i}} \quad (III.3)$$

où  $n_i$  représente la concentration intrinsèque du matériau semiconducteur et  $q$  la charge élémentaire ( $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C).

*Pour la structure S.S.J, nous avons introduit le paramètre adimensionné  $K_0$  défini par :*

$$K_0 = \frac{N_0}{2 n_i} \quad (III.4)$$

Sur la figure suivante, nous donnons une représentation des densités de charge réelle et simplifiée relatives à une structure S.S.J. Pour cette structure, les dopages sont identiques ( $N_{A^-} = N_{D^+} = N_0$ ).

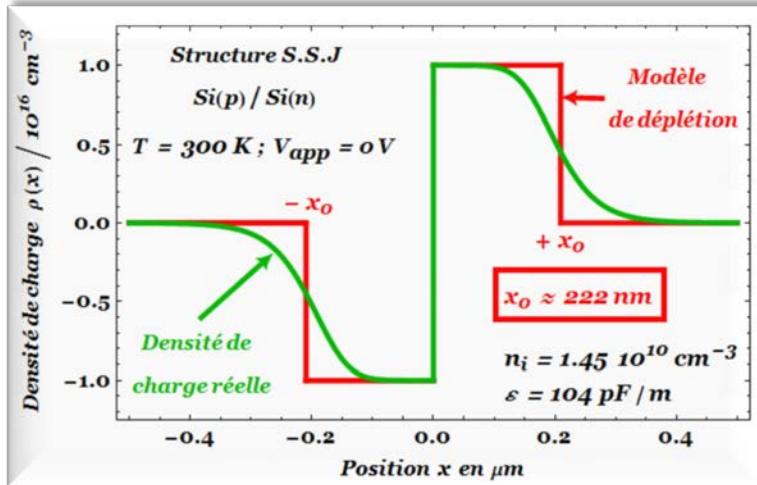


Figure III. 1 Densités de charge réelle et simplifiée : cas d'une SSJ ( $N_0=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ).

Notons que la densité de charge modélisée s'annule brusquement aux frontières de la zone de charge d'espace ( $x=\pm x_0$ )

Pour une structure S.S.J, le potentiel de diffusion  $V_d$  est donné par l'expression familière suivante [9, 10] :

$$V_d = 2 u_T \ln(2 K_0) \quad (\text{III.5})$$

L'équation précédente peut être réarrangée sous la forme suivante :

$$K_0 = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{V_d}{2 u_T}\right) \quad (\text{III.6})$$

L'équation (III.2) montre que le modèle classique présente deux anomalies : la capacité est infinie pour une tension appliquée  $V_{app}$  égale au potentiel de diffusion  $V_d$  (première anomalie) et la capacité n'est même pas définie pour une polarisation  $V_{app}$  supérieure à  $V_d$  (seconde anomalie).

Bien que les limites de l'approximation de déplétion sont bien connues ainsi que plusieurs modèles récents ont été proposés pour la corriger, l'approximation de déplétion en elle-même est souvent ambiguë [10, 13].

### **III.3 Théorie de la structure S.S.J**

*L'équation de Poisson est utilisée comme un modèle analytique dans une grande variété de domaines : la chimie, la biophysique et la physique [14, 15].*

*En physique des semiconducteurs, cette équation permet de décrire les variations du potentiel électrique (ou champ électrique) et la distribution de la densité de charge dans le dispositif.*

*Dans la plupart des dispositifs semiconducteurs à jonction, une solution purement analytique n'existe pas. La non-linéarité associée à la zone active du dispositif rend ce problème très difficile [16]. Par conséquent, des solutions numériques doivent être envisagées [11, 14, 17].*

#### **III.3.1 Champ électrique à l'interface**

*L'équation de Poisson à une dimension (1-D) décrivant les variations du potentiel électrique  $V^e(x)$ , en l'absence de charges piégées, dans la zone de charge d'espace est donnée par :*

$$\frac{d^2 V^e(x)}{dx^2} = -\frac{\rho^e(x)}{\epsilon} = -\frac{q}{\epsilon} \left[ p^e(x) \cdot n^e(x) + N_{net} \right] \quad (III.7)$$

où  $\rho^e(x)$  est la densité de charge,  $n^e(x)$  la densité d'électrons,  $p^e(x)$  la densité de trous et  $N_{net}(x)$  la concentration nette en impuretés ionisées (positive pour les atomes donneurs et négative pour les atomes accepteurs).

*Pour une structure SSJ,  $N_{net}(x)$  est donnée par : -*

$$N_{net} = N_0 (\Theta(x) - \Theta(-x)) = \begin{cases} -N_0 & \text{pour } x < 0 \\ 0 & \text{en } x = 0 \\ +N_0 & \text{pour } x > 0 \end{cases} \quad (III.8)$$

où  $\Theta(x)$  désigne la fonction de Heaviside [18, 19].

*A l'équilibre ( $V_{app}=0$  V), les densités d'électrons et de trous sont données respectivement par [20] :*

$$\begin{cases} n^e(x) = n_i \exp\left(+\frac{V^e(x)}{u_T}\right) \\ p^e(x) = n_i \exp\left(-\frac{V^e(x)}{u_T}\right) \end{cases} \quad (III.9)$$

*En injectant l'équation précédente dans (III-7), nous obtenons l'équation différentielle du second ordre suivante :*

$$\frac{d^2 V^e(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon} \left[ \pm N_0 \cdot 2 n_i \sinh\left(\frac{V^e(x)}{u_T}\right) \right] \quad (III.10)$$

*Dans l'équation précédente, les signes plus (+) et moins (-) se rapportent respectivement à la région de type n et la région de type p.*

*L'équation précédente nécessite les conditions aux limites mixtes suivantes [11, 21] :*

$$V^e(0) = 0 \quad \wedge \quad \left. \frac{dV^e(x)}{dx} \right|_{\pm\infty} = 0 \quad (III.11)$$

*A cause de la symétrie, le potentiel électrique  $V^e(x)$  et la densité de charge  $\rho^e(x)$  sont des fonctions impaires alors que le champ électrique  $E_e(x)$  est une fonction paire.*

*L'état de non-équilibre ( $V_{app} \neq 0$  V) peut être considéré comme étant un pseudo état d'équilibre caractérisé par une nouvelle concentration intrinsèque notée  $N_i$  (grandeur fictive) définie par la loi d'action de masse [7, 11, 22].*

$$N_i = n_i \exp\left(\frac{V_{app}}{2 u_T}\right) \quad (III.12)$$

*Ce nouveau état d'équilibre sera donc caractérisé par une nouvelle longueur de Debye intrinsèque  $L_{Di}^*$ .*

$$L_{Di}^* = \sqrt{\frac{\epsilon u_T}{2 q N_i}} = L_{Di} \exp\left(-\frac{V_{app}}{4 u_T}\right) \quad (III.13)$$

Dans cette approche, l'équation (III.10) prendra la forme suivante :

$$\frac{d^2 V^{ne}(x)}{dx^2} = -\frac{\rho^{ne}(x)}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon} \left[ 2 N_i \sinh \left( \frac{V^{ne}(x)}{u_T} \right) \mp N_0 \right] \quad (III.15)$$

En utilisant les variables adimensionnées suivantes [7, 17] :

$$\begin{cases} y = \frac{V^{ne}(x)}{u_T} \\ z = \frac{x}{L_{Di}^*} \end{cases}, \quad (III.16)$$

l'équation (III.15) prend la forme adimensionnée suivante :

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = -\rho_{norm}^{ne}(z) = \sinh(y) \mp K \quad (III.17)$$

où le paramètre  $K$  est défini par

$$\begin{aligned} K = K(V_{app}) &= \frac{N_0}{2 N_i} = K_0 \exp \left( -\frac{V_{app}}{2 u_T} \right) \\ &= \frac{1}{2} \exp \left( \frac{V_d - V_{app}}{2 u_T} \right) \end{aligned} \quad (III.18)$$

Ce paramètre  $K$  dépend du dopage  $N_0$  et de la tension appliquée : nous allons le nommer "doping-voltage parameter". Notons que  $K$  diminue lorsque la tension  $V_{app}$  appliquée augmente.

L'équation (III.17) représente l'équation de Poisson normalisée d'une structure S.S.J. Dans cette équation, les signes moins (-) et plus (+) se rapportent respectivement à la région de type n et la région de type p.

Les densités normalisées des électrons  $n_{norm}^{ne}(z)$  et des trous  $p_{norm}^{ne}(z)$  sont données respectivement par

$$\begin{cases} n_{norm}^{ne}(z) = \frac{1}{2} \exp(+y) \\ p_{norm}^{ne}(z) = \frac{1}{2} \exp(-y) \end{cases} \quad (III.19)$$

Physiquement, la densité de charge normalisée  $\rho_{norm}^{ne}(z)$  s'annule à l'infini.

Par conséquent, le potentiel électrique normalisé à l'infini devient :

$$y(\pm\infty) = \pm \operatorname{Argsinh}(K) \quad (III.20)$$

Par conséquent, la barrière de potentiel normalisée  $y_d^{ne}(K)$  appliquée à toute la structure est donnée par

$$\begin{aligned} y_d^{ne}(K) &= y(+\infty) - y(-\infty) \\ &= 2 \operatorname{Argsinh}(K) \end{aligned} \quad (III.21)$$

où la fonction “ $\operatorname{Argsinh}(x)$ ” désigne la fonction inverse de la fonction sinus hyperbolique “ $\sinh(x)$ ” d'argument  $x$ .

En utilisant l'identité [10]

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{dy}{dz} \right)^2 = 2 \left( \frac{dy}{dz} \right) \left( \frac{d^2 y}{dz^2} \right), \quad (III.22)$$

l'équation de Poisson normalisée peut être résolue dans l'espace des potentiels [10, 23]. Compte tenu de la condition initiale  $y(z=0)=0$ , une première intégration de l'équation (III.17) donne :

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dz} \Big|_{z \geq 0} &= \sqrt{2} \left[ \cosh(y) - 1 + K \times \left( \operatorname{Argsinh}(K) - y - \frac{K}{1 + \sqrt{1 + K^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= -E_{norm}^{ne}(z) \end{aligned} \quad (III.23)$$

L'équation précédente nous permet de trouver l'expression du champ électrique normalisé  $E_{norm}^{ne}(z=0) \equiv -b_1^{SSJ}(K)$  au niveau de l'interface  $z=0$  :

$$E_{norm}^{ne}(z=0) = -\sqrt{2K \left( \operatorname{Argsinh}(K) - \frac{K}{1 + \sqrt{1 + K^2}} \right)} \quad (III.24)$$

Notons que  $b_1^{SSJ}(K)$  est un paramètre **crucial**. Il nous permet d'accéder à la caractéristiques C-V de la structure de SSJ via la charge totale.

### **III.3.2 Nouvelle définition de la largeur de la zone active**

*La formation de la zone de déplétion pour différents interfaces joue un rôle important dans la physique des semiconducteurs de certains dispositifs électroniques à savoir la jonction pn et le contact métal-semiconducteur [1].*

*Cette zone constitue la zone active de n'importe quel dispositif électronique ou optoélectronique [2, 24]. La largeur de la zone de charge d'espace (Z.C.E) est un paramètre crucial pour tout dispositif électronique ou optoélectronique.*

*Cette zone peut affecter les caractéristiques électriques courant-tension et capacité-tension ainsi que la tension de claquage du dispositif [13]. Des recherches récentes, dans la technologie de dispositif bipolaire, n'ont cessé d'augmenter afin d'obtenir une modélisation plus rigoureuse de la largeur de la Z.C.E [25].*

*Lorsque nous tenons compte de la contribution des porteurs libres, la non-linéarité associée à l'équation de Poisson rend difficile d'obtenir une solution analytique pour la largeur SCR [26].*

*Dans ce contexte, nous allons proposer une "nouvelle définition" relative à la largeur de la zone active d'une structure S.S.J quelconque.*

$$\int_0^{z_0} \left( K \cdot \rho_{norm}^{ne}(z) \right) = \int_{z_0}^{\infty} \rho_{norm}^{ne}(z) \quad (II.25)$$

*En combinant les équations (III.26) et (III.27), nous trouvons :*

$$z_0 = z_0(K) = \sqrt{\frac{2}{K} \left( \text{Argsinh}(K) \cdot \frac{K}{1 + \sqrt{1 + K^2}} \right)} \quad (III.26)$$

*Les valeurs numériques (exactes) du rapport  $E_{norm}^{ne}(z_0)/E_{norm}^{ne}(0)$ , des densités  $\rho_{norm}^{ne}(z_0)$ ,  $n_{norm}^{ne}(0) = p_{norm}^{ne}(0)$ ,  $n_{norm}^{ne}(z_0)$  et  $p_{norm}^{ne}(z_0)$ , et des potentiels électriques normalisés  $y(z_0)$  et  $y(\infty)$  sont récapitulées sur le tableau III.1 pour différentes valeurs du paramètre K.*

La figure III.2 donne l'évolution du rapport  $\eta(K) = \rho_{norm}^{ne}(z_0)/K$  en fonction du paramètre  $K$ .

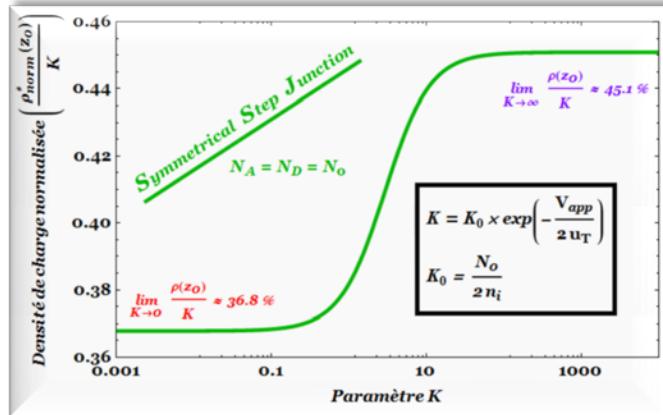


Figure III. 2 Variations du paramètre  $\eta$  en fonction de  $K$ .

Nous remarquons que les variations du rapport  $\eta(K)$  sont similaires aux variations de la fonction de Hill [27] pour toute valeur de  $K$  positive : pour ce paramètre, nous proposons la loi empirique suivante :

$$\eta = \frac{\rho_{norm}^{ne}(K)}{K} = \left( 45,1 - \frac{8,3}{1 + \frac{K\sqrt{K}}{5}} \right) \% \quad (III.27)$$

Les variations de la densité charge normalisée  $\rho_{norm}^*(K)$ , pour les valeurs  $K=10^6$  et  $10^{-2}$  du «doping-voltage parameter», sont représentées respectivement sur les figures III.2 et III.3.

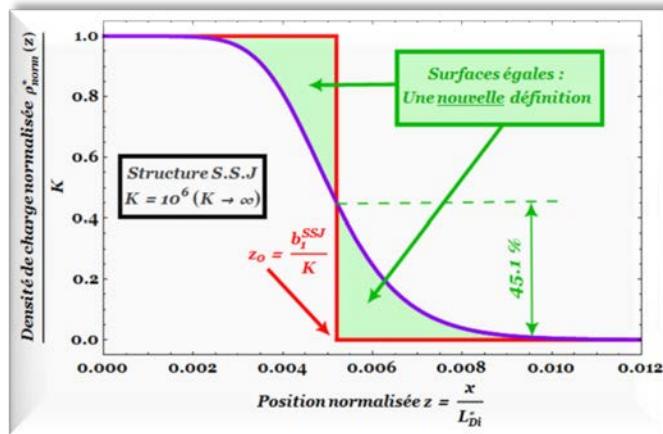


Figure III.3 Variations of  $\rho_{norm}^*(z > 0)$  for  $K = 10^6$ .

Pour  $K \geq 10^2$ , l'approximation déplétion est valide et le paramètre  $\eta$  est voisin **45.1%**. Ce résultat est en accord avec d'autres travaux [28, 29].

La figure III.3 montre que la densité de charge, obtenue numériquement, s'annule progressivement au voisinage des frontières de la zone de déplétion contrairement au modèle classique où cette densité de charge s'annule brusquement à ces frontières.

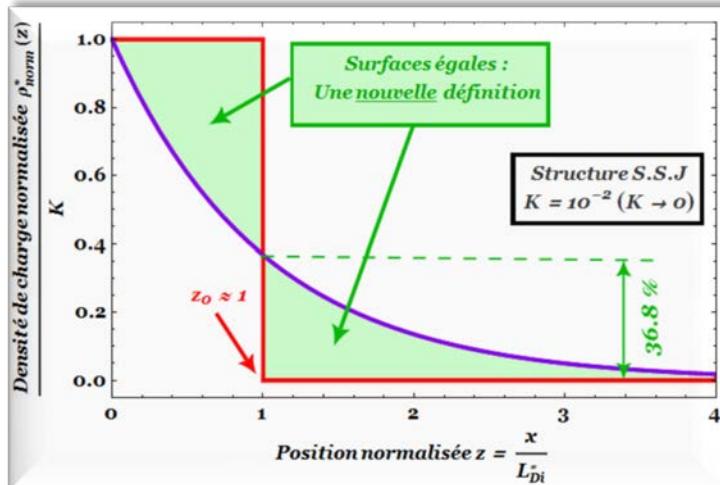


Figure III. 4 Variations of  $\rho^*_{norm}(z > 0)$  for  $K = 10^{-2}$ .

La figure III.4 montre que la densité de charge décroît de façon exponentielle (cas des faibles valeurs de  $K$ ) et que le paramètre  $\eta$  est voisin de 36,8%. Cette valeur de  $\eta$  est en accord avec d'autres travaux [16].

En plus, l'équation. (III.27) est également en accord avec la définition proposée pour la structure LGJ [11]. Pour ce type de jonction, l'auteur a utilisé la similitude avec le temps de charge d'une capacité à travers une résistance (circuit  $RC$  alimenté un générateur de tension continue): **63,2%** de la «valeur finale». Pour la structure SSJ, nous mentionnons une similitude avec le temps de décharge d'une capacité à travers une résistance (circuit  $RC$ ) :  **$e^{-1} \approx 36.8\%$**  de la "valeur initiale".

En pédagogie (unité d'enseignement de la physique des semiconducteurs), nous proposons des lois relatives à la structure S.S.J polarisée en inverse ( $K \geq 100$ : voir tableau III.1)

$$\begin{cases} \rho(\pm z_0) \cong \pm q N_0 \times 45 \% \\ n(+z_0) = p(-z_0) \cong N_0 \times 55 \% \\ V(+z_0) - V(-z_0) \cong V_d - V_{app} - 1,2 u_T \end{cases} \quad (III.28)$$

*Nous avons pu remarquer que les points d'inflexion de la courbe donnant la densité de charge satisfont à la relation suivante (valide pour  $K > 100$ ):*

$$\rho(\pm z_{\text{inflexion}}) = \pm 58,3 \% \times (q N_0) \\ \approx \pm \frac{3}{5} q N_0 \quad (III.29)$$

**Tableau III.1 : Valeurs numériques du rapport  $E_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)/E_{\text{norm}}^{\text{ne}}(0)$ , des densités  $\rho_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)$ ,  $n_{\text{norm}}^{\text{ne}}(0) = p_{\text{norm}}^{\text{ne}}(0)$ ,  $n_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)$  et  $p_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)$ , et des potentiels normalisés  $y(z_0)$  et  $y(\infty)$ . Toutes les densités sont données en termes de  $K$ .**

$K$	$\frac{E_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)}{E_{\text{norm}}^{\text{ne}}(0)}$	$\frac{\rho_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)}{K}$	$\frac{n_{\text{norm}}^{\text{ne}}(0)}{K} \equiv \frac{n_{\text{norm}}^{\text{ne}}(0)}{K}$	$\frac{n_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)}{K}$	$\frac{p_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)}{K}$	$y(z_0) \equiv \frac{V_{\text{norm}}^{\text{ne}}(z_0)}{u_T}$	$y(\infty) \equiv \frac{V_{\text{norm}}^{\text{ne}}(\infty)}{u_T}$
1 E-4	0.367879	0.367879	5.0000 E+3	5.0000 E+3	4.9997 E+3	6.321 E-5	1.000 E-4
2 E-4	0.367879	0.367879	2.5000 E+3	2.5003 E+3	2.4997 E+3	1.264 E-4	2.000 E-4
4 E-4	0.367879	0.367879	1.2500 E+3	1.2503 E+3	1.2507 E+3	2.528 E-4	4.000 E-4
8 E-4	0.367879	0.367879	6.2500 E+2	6.2532 E+2	6.2468 E+2	5.057 E-4	8.000 E-4
1 E-3	0.367879	0.367879	5.0000 E+2	5.0032 E+2	4.9968 E+2	6.321 E-4	1.000 E-3
2 E-3	0.367879	0.367880	2.5000 E+2	2.5032 E+2	2.4968 E+2	1.264 E-3	2.000 E-3
4 E-3	0.367879	0.367880	1.2500 E+2	1.2532 E+2	1.2468 E+2	2.528 E-3	4.000 E-3
8 E-3	0.367878	0.367881	6.2500 E+1	6.2817 E+1	6.2185 E+1	5.057 E-3	8.000 E-3
1 E-2	0.367878	0.367881	5.0000 E+1	5.0317 E+1	4.9685 E+1	6.321 E-3	1.000 E-2
2 E-2	0.367872	0.367887	2.5000 E+1	2.5318 E+1	2.4686 E+1	1.264 E-4	2.000 E-2
4 E-2	0.367849	0.367909	1.2500 E+1	1.2820 E+1	1.2188 E+1	2.528 E-3	4.000 E-2
8 E-2	0.367758	0.368000	6.2500 E0	6.5740 E0	5.9420 E0	5.054 E-2	7.991 E-2
1 E-1	0.367690	0.368066	5.0000 E0	5.3259 E0	4.6940 E0	6.315 E-2	9.883 E-2
2 E-1	0.367129	0.368617	2.5000 E0	2.8355 E0	2.2042 E0	1.259 E-1	1.987 E-1
4 E-1	0.364993	0.370694	1.2500 E0	1.6036 E0	9.7434 E-1	2.491 E-1	3.900 E-1
8 E-1	0.357768	0.377461	6.2500 E-1	1.0095 E0	3.8695 E-1	4.794 E-1	7.327 E-1
1 E0	0.353343	0.381419	5.0000 E-2	8.9722 E-1	3.7864 E-1	5.847 E-1	8.814 E-1
2 E0	0.330860	0.39946	2.5000 E-2	6.9099 E-1	9.0450 E-2	1.017 E0	1.444 E0
4 E0	0.298618	0.419805	1.2500 E-2	6.0598 E-1	2.5785 E-2	1.579 E0	2.095 E0
8 E0	0.265415	0.434635	6.2500 E-3	5.7219 E-1	6.8268 E-3	2.214 E0	2.776 E0
1 E+1	0.255566	0.437944	5.0000 E-2	5.6647 E-1	4.4133 E-3	2.427 E0	2.998 E0
2 E+1	0.228644	0.444704	2.5000 E-2	5.5642 E-1	1.1233 E-3	3.103 E0	3.690 E0
4 E+1	0.207087	0.448000	1.2500 E-2	5.5228 E-1	2.8292 E-4	3.788 E0	4.382 E0
8 E+1	0.189919	0.449544	6.2500 E-2	5.5053 E-1	7.0955 E-5	4.478 E0	5.075 E0
1 E+2	0.185148	0.449544	6.2500 E-3	5.5021 E-1	4.5437 E-5	4.701 E0	5.298 E0
2 E+2	0.172198	0.450394	2.5000 E-3	5.4962 E-1	1.1372 E-5	5.393 E0	5.991 E0
4 E+2	0.161520	0.450651	1.2500 E-3	5.4935 E-1	2.8443 E-6	6.086 E0	6.685 E0
8 E+2	0.152560	0.450771	6.2500 E-4	5.4923 E-1	7.1122 E-7	6.779 E0	7.378 E0
1 E+3	0.149972	0.450794	5.0000 E-4	5.4921 E-1	4.5520 E-7	7.002 E0	7.601 E0
2 E+3	0.142692	0.450838	2.5000 E-4	5.4916 E-1	1.1381 E-7	7.695 E0	8.294 E0
4 E+3	0.136337	0.450859	1.2500 E-4	5.4914 E-1	2.8454 E-8	8.388 E0	8.987 E0
8 E+3	0.130817	0.450869	6.2500 E-5	5.4913 E-1	7.1135 E-9	9.081 E0	9.680 E0
1 E+4	0.129168	0.450871	5.0000 E-5	5.4913 E-1	4.5527 E-9	9.304 E0	9.903 E0
2 E+4	0.124417	0.450875	2.5000 E-5	5.4913 E-1	1.1382 E-9	9.997 E0	1.060 E+1
4 E+4	0.120155	0.450876	1.2500 E-5	5.4912 E-1	2.8454 E-10	1.069 E+1	1.129 E+1
8 E+4	0.116302	0.450877	6.2500 E-6	5.4912 E-1	7.1136 E-11	1.138 E+1	1.198 E+1
1 E+5	0.115138	0.450877	5.0000 E-6	5.4912 E-1	4.5527 E-11	1.161 E+1	1.221 E+1
1 E+6	0.104867	0.450878	5.0000 E-7	5.4912 E-1	4.5527 E-13	1.391 E+1	1.451 E+1
1 E+7	0.096931	0.450878	5.0000 E-8	5.4912 E-1	4.5527 E-15	1.621 E+1	1.681 E+1
1 E+8	0.090561	0.450878	5.0000 E-9	5.4912 E-1	4.5527 E-17	1.851 E+1	1.911 E+1
1 E+9	0.085301	0.450878	5.0000 E-10	5.4912 E-1	4.5527 E-19	2.082 E+1	2.142 E+1
1 E+10	0.080863	0.450878	5.0000 E-11	5.4912 E-1	4.5527 E-21	2.312 E+1	2.372 E+1
1 E+15	0.065877	0.450878	5.0000 E-16	5.4912 E-1	4.5527 E-31	3.463 E+1	3.532 E+1
1 E+20	0.056987	0.450878	5.0000 E-21	5.4912 E-1	4.5527 E-41	4.614 E+1	4.674 E+1
1 E+25	0.050936	0.450878	5.0000 E-26	5.4912 E-1	4.5527 E-51	5.766 E+1	5.826 E+1
1 E+30	0.046477	0.450878	5.0000 E-32	5.4912 E-1	4.5527 E-61	6.917 E+1	6.977 E+1

Ce tableau montre que le rapport  $\eta(K)$  varie entre **36,8** et **45,1%**.

### **III.4 Capacité exacte d'une structure S.S.J**

*Dans cette partie, nous allons proposer un modèle donnant la capacité exacte d'une structure S.S.J quelconque pour toute la gamme des tensions appliquées (inverses et directes).*

*Pour ce faire, nous utilisons l'hypothèse de pseudo-équilibre qui suppose l'uniformité des quasi-niveaux de Fermi des électrons et des trous dans la zone active de la structure (méthode à courant nul).*

*Au niveau de l'interface  $x=0$ , le champ électrique  $E_0$  est donné par la relation suivante [11]:*

$$E_0 = -\frac{u_T}{L_{Di}^*} b_1^{S.S.J}(K) \quad (III.30)$$

*Cette équation traduit la dénormalisation du champ électrique normalisé  $b_1^{S.S.J}(K)$  donné par l'équation (III.24). Nous rappelons que le potentiel électrique  $V^{ne}(x)$  et la position  $x$  ont été respectivement normalisés par rapport à  $u_T$  et  $L_{Di}^*$*

*Finalement, nous aboutissons à l'expression exacte du champ électrique  $E_0$ . Ce champ s'écrit :*

$$E_0 = -\frac{u_T}{L_{Di}} \sqrt{2K_0} \left( \text{Argsinh}(K) \cdot \frac{K}{1 + \sqrt{1 + K^2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (III.31)$$

*Cette équation n'est valable que pour les structures S.S.J. Le paramètre  $K$  a été défini précédemment.*

*La charge totale  $Q^+(V_{app})$  stockée dans la région  $n$  est donnée par []:*

$$Q^+(V_{app}) = \int_0^\infty \rho(x) dx = \epsilon E(x) \Big|_{x=0}^\infty \quad (III.32)$$

$$= -\epsilon E(x=0) = -\epsilon E_0$$

*L'équation précédente montre que la charge totale et la capacité sont complètement décrites par le champ électrique  $E_0$  à l'interface ( $x=0$ ).*

Notons que l'équation précédente n'est valide que pour les structures S.S.J et LGJ [11]. Pour ces deux structures, les jonctions métallurgique et physique sont confondues. Dans le cas de jonctions abruptes asymétriques ( $N_A \neq N_D$ ), la jonction physique se trouve décalée par rapport à la jonction métallurgique (shift). Ce shift va introduire alors une capacité additionnelle due à la formation d'une zone d'inversion dans la région la moins dopée de la structure [26, 30].

Nous rappelons que cette zone d'inversion a été initialement confirmée pour les contacts métal-semiconducteur [30].

En combinant les équations (II.32) et (II.33), nous trouvons :

$$Q^+(V_{app}) = q n_i L_{Di} \sqrt{2K_0} \left( \text{Argsinh}(K) - \frac{K}{1+\sqrt{1+K^2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.33})$$

La capacité  $C(V_{app})$  peut être obtenue à partir de la relation suivante [11] :

$$\begin{aligned} C(V_{app}) &= -\frac{dQ^+(V_{app})}{dV_{app}} \\ &= \frac{K}{2 u_T} \times \frac{dQ^+(V_{app})}{dK} \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

Les équations (III.33) et (III.34) nous permettent de trouver la capacité exacte d'une structure S.S.J quelconque et pour toute la gamme des tensions appliquées à ce type de structure.

Cette capacité est donnée par l'expression suivante :

$$C(V_{app}) = \frac{\varepsilon}{L_{Di}} \sqrt{\frac{K_0}{8}} \times \frac{\frac{K}{1+\sqrt{1+K^2}}}{\sqrt{\text{Argsinh}(K) - \frac{K}{1+\sqrt{1+K^2}}}} \quad (\text{III.35})$$

$$K = \frac{1}{2} \exp \left( \frac{V_d - V_{app}}{2 u_T} \right)$$

Notre approche a été basée sur la loi d'action de masse.

La figure III.5 montre l'évolution de la charge normalisée  $Q_{norm}(V_{app}) = Q_{norm}(V_{app})/Q_{norm}(V_{app}=0 \text{ V})$  pour différentes valeurs du paramètre  $K_o$ .

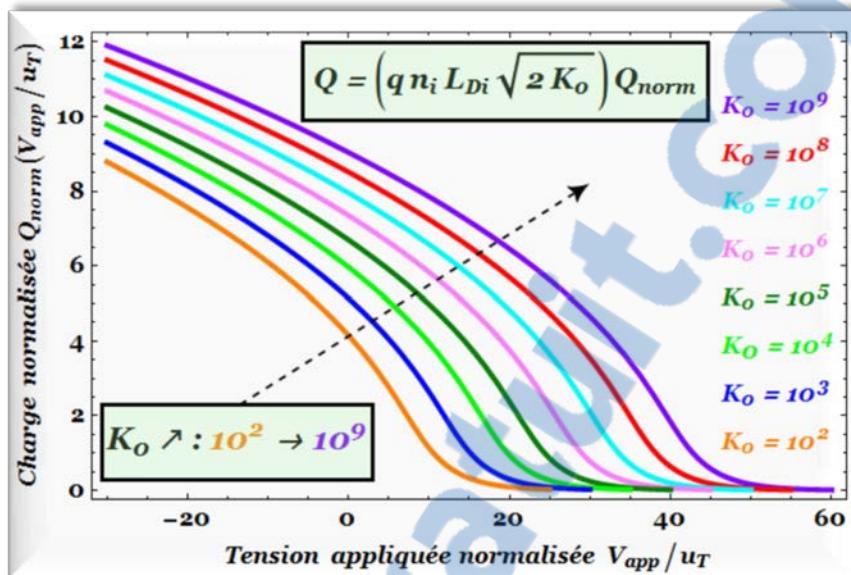


Figure III.5 Variations la charge totale normalisée  $Q_{norm}$  en fonction de la tension appliquée normalisée  $V_{app}/u_T$  pour différentes valeurs du paramètre  $K_o$ .

La figure III.6 montre les variations de la capacité normalisée (courbe 3-D) relatives aux structures SSJ en fonction de la tension normalisée  $V_{app}/u_T$  pour différentes valeurs du potentiel de diffusion normalisé  $V_d/u_T$ .

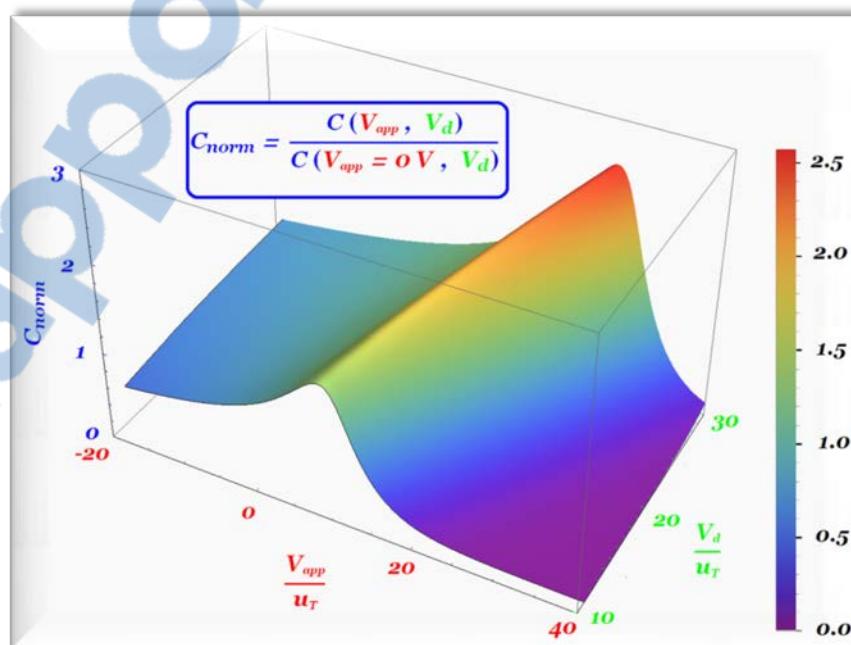


Figure III.6 Variations de la capacité normalisée  $C_{norm} \equiv \frac{C(V_{app}, V_d)}{C(V_{app}=0, V_d)} = f(V_{app}, V_d)$ .

La figure III.5 montre que la charge totale  $Q(V_{app})$  s'annule aux fortes polarisations directes ( $V_{app} \geq V_d + 8u_T$  équivalent à  $K \leq 10^{-2}$ ) : physiquement, la structure devient entièrement une zone neutre. De notre point de vue, toute la structure se comporte comme un semiconducteur intrinsèque. Cette affirmation s'explique par le fait que  $n(z) \approx p(z) \gg N_0 \Rightarrow \rho(z) \approx 0$  pour toute valeur de  $z$  (se référer au tableau 2 ou à figure suivante). Ce résultat permet d'expliquer la disparition de la capacité aux fortes polarisations directes.

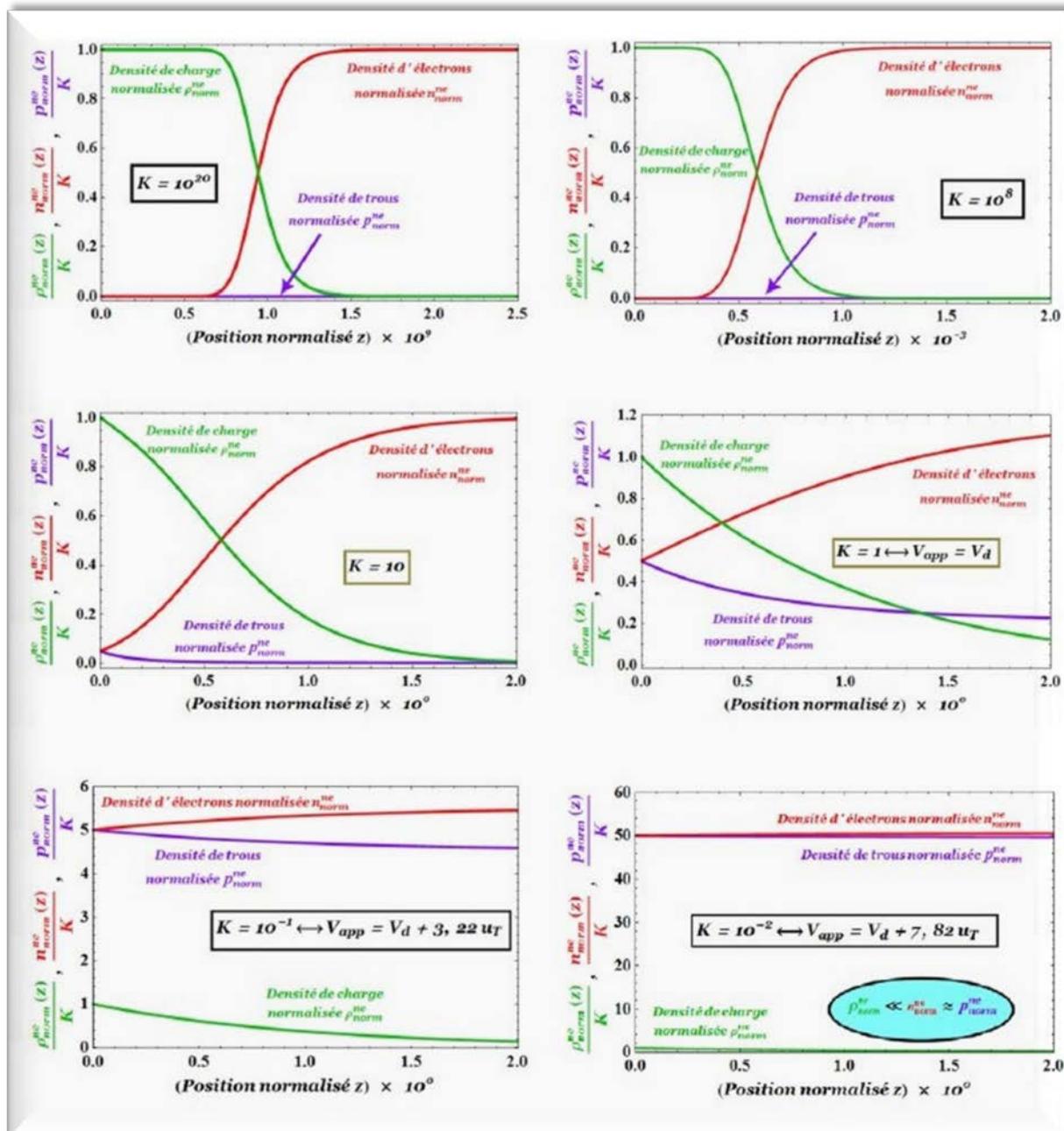


Figure III.7 : Evolutions de la densité de charge normalisée  $\rho_{norm}(z)$  et des densités d'électrons  $n_{norm}(z)$  et de trous  $p_{norm}(z)$  normalisées.

*Nous remarquons que les courbes C-V représentées sur la figure III.6 sont asymétriques et qu'elles présentent un maximum (pic) au voisinage potentiel de diffusion  $V_d$ . De plus, ces courbes ressemblent aux courbes de résonance des circuits RLC ; c'est pour cette raison que certains auteurs ont souligné le caractère inductive de la zone de charge d'espace aux fortes polarisations directes [10, 31-33].*

*Comme le montre la figure III.6, le pic de la caractéristique capacité-tension augmente au fur et à mesure que le potentiel de diffusion  $V_d$  augmente.*

*Il semble très utile d'introduire la longueur de Debye extrinsèque  $L_{De}$ , relative au matériau constituant la structure, définie par [9, 10]*

$$L_{De} = \sqrt{\frac{\epsilon u_T}{q N_0}} \quad (III.36)$$

*Cette longueur caractérise la protection des charges fixes par les porteurs mobiles et agit sur les variations spatiales du potentiel dans la structure.*

*Un calcul rigoureux montre que le maximum de capacité d'une structure S.S.J quelconque apparaît à la tension  $V_{pic} \approx V_d - 3.4$  ut et correspond à la valeur  $C_{pic} \approx 0.24 \epsilon_{sc}/L_{De}$  (voir Annexe C). Ce pic doit son origine à une compétition entre la diffusion des porteurs minoritaires et la dérive des porteurs majoritaires [8].*

*Lorsque la tension appliquée  $V_{app}$  s'approche de  $V_{pic}$ , la largeur de la zone active  $W$  devient équivalent à une épaisseur de l'ordre de la longueur de Debye extrinsèque ( $W \approx 4 L_{De}$ ) [9].*

*Les prédictions théoriques relatives à la capacité maximale  $C_{pic}$  et la tension correspondante  $V_{pic}$  sont en très bon accord avec les travaux de Haggag et Hess [10]. Ces Auteurs ont utilisé une théorie très sophistiquée établie par Laux et Hess [34].*

*La courbe C-V peut être subdivisée en trois régions distinctes [8, 11, 17]. Les deux points d'infexion de cette courbe permettent de définir ces régions: régime de faible, modérée et forte injections.*

*La détermination de ces points d'inflexion consiste à résoudre l'équation suivante [35]:*

$$\frac{d^2C(V_{app})}{dV_{app}^2} = 0 \quad (III.37)$$

*La résolution de l'équation précédente donne les solutions suivantes:  $V_1 \approx V_{pic} - 3,0 \text{ u}_T$  et  $V_2 \approx V_{pic} + 3,3 \text{ u}_T$ , (voir Annexe C).*

*Notons que pour des tensions appliquées  $V_{app} \leq V_1$ , la capacité de déplétion est dominante alors que pour des tensions  $V_{app} \geq V_2$ , la capacité de diffusion s'impose. Le cas intermédiaire ( $V_1 \leq V_{app} \leq V_2$ ) correspond à un intervalle de tension de l'ordre de  $6.3 \text{ u}_T$  ( $\approx 163 \text{ mV}$  à  $T=300 \text{ Kelvin}$ ). Dans cette bande des tensions (BP), les capacités de déplétion et de diffusion sont comparables [17].*

*Par analogie avec la courbe de résonance dans les circuits RLC, nous définissons le facteur de qualité (acuité) de la structure S.S.J comme :*

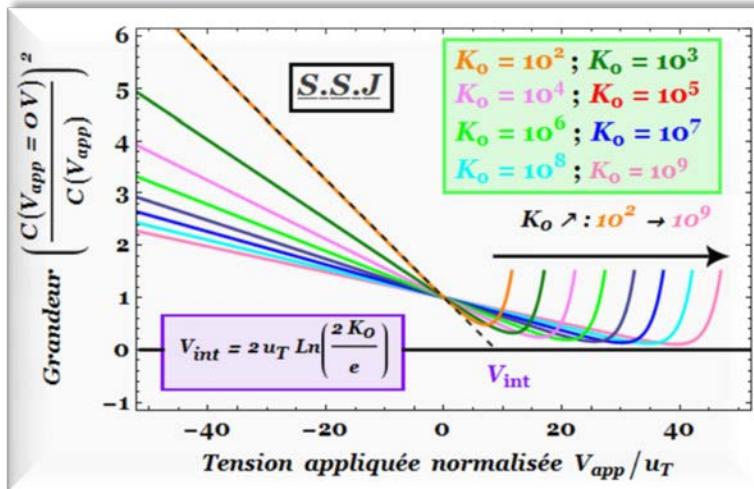
$$\begin{aligned} \text{Facteur de qualité} &= \frac{V_{pic}}{BP} \\ &\approx \frac{2}{3} \left[ \ln \left( \frac{N_0}{n_i} \right) - \frac{7}{4} \right] \end{aligned} \quad (III.38)$$

*Pour  $V_{app} < V_{pic}$ , une augmentation de la tension appliquée entraîne une diminution de la largeur  $W$  de la zone active : ce comportement reflète la nature capacitive de la Z.C.E (comportement normal). Pour des tensions  $V_{app} > V_{pic}$ , un phénomène inverse se produit impliquant un caractère inductif de Z.C.E (comportement anormal) [5].*

*De plus, nous remarquons une similitude extraordinaire entre la capacité et la courbe de résonance des circuits RLC (figure III.6).*

*En effet, le circuit est dit capacitif pour  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$  et inductif pour  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ . Les paramètres  $L$ ,  $C$  et  $\omega$  ont leur signification habituelle dans l'expérience de la résonance d'un circuit RLC.*

Sur la figure III.7, nous donnons les variations de la grandeur  $\alpha(V_{app}) = (C(V_{app}=0 V)/C(V_{app}))^2$  en fonction de la tension appliquée normalisée  $V_{app}/u_T$  pour différentes valeurs du «doping-voltage parameter»  $K_0$  ( $K_0=10^2$  à  $10^{14}$ ).

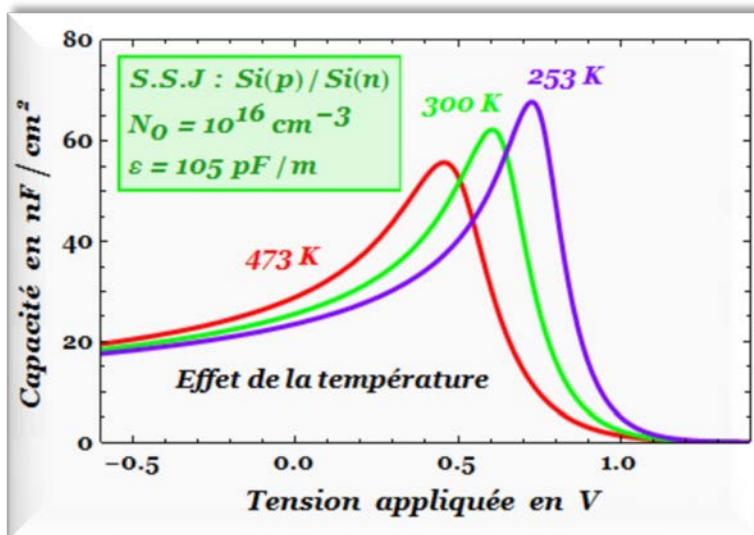


**Figure III.8 Variations du terme  $\alpha(V_{app})$  pour différentes valeurs de  $K_0$ .**

Nous remarquons que la méthode de l'intercepte permettant l'évaluation de la barrière de potentiel à  $V_{app} = 0 V$  reste valide. Pour  $K_0 \geq 10^2$ , cette barrière peut être estimée par [9, 10, 36]:

$$V_{int}=2 u_T \ln\left(\frac{2 K_0}{e}\right)=V_d-2 u_T \quad (\text{III.39})$$

La figure suivante montre l'influence de la température sur la caractéristique C-V d'une structure S.S.J au silicium (dopage  $N_0=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ )



**Figure III.9 Effet de la température sur la caractéristique capacité-tension : cas d'une structure S.S.J au silicium ( $N_0=10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et  $\epsilon=105 \text{ pF/m}$ )**

### **III.5 Méthode de décomposition**

*Une séparation quantitative de la capacité totale d'une structure S.S.J en capacité de déplétion  $C_{dep}$  et de diffusion  $C_{diff}$  s'avère très difficile et en particulier pour des tensions où ces deux capacités sont comparables [15].*

*Notons que la capacité de diffusion  $C_{diff}$  résulte de la charge stockée dans les deux régions neutres de la structure.*

*Dans cette section, nous allons présenter une méthode qui permet de décomposer la capacité totale en un groupement de capacités élémentaires : conception de schéma équivalent.*

#### **III.5.1 Polarisation inverse importante**

*Pour des polarisations inverses importantes, le paramètre  $K$  devient très grand (en d'autres termes  $K \rightarrow \infty$ ). Dans ce cas, l'équation (III.36) peut se mettre sous l'une des deux formes suivantes :*

$$C(V_{app}) = \frac{\varepsilon}{L_{Di}} \sqrt{\frac{K_0}{8}} \frac{1}{\sqrt{\ln\left(\frac{2K}{e}\right)}} \left( 1 - \frac{\ln(2K)}{\ln\left(\frac{2K}{e}\right)} \times \frac{1}{K} + \dots \right) \quad (III.40)$$

*ou*

$$\frac{1}{C(V_{app})} = \left( \frac{\varepsilon}{L_{Di}} \sqrt{\frac{K_0}{8}} \right)^{-1} \sqrt{\ln\left(\frac{2K}{e}\right)} \left( 1 + \frac{\ln(2K)}{\ln\left(\frac{2K}{e}\right)} \times \frac{1}{K} - \dots \right) \quad (III.41)$$

*Notons que les équations (III.40) et (III.41) sont valables pour  $K \geq 2$  (en d'autres termes pour des tensions appliquées  $V_{app} \leq V_d - 3u_T$ ).*

*L'équation (III.41) s'avère plus intéressante que l'équation (III.40) car elle nous permet de constater que la capacité totale est une association de deux capacités placées en série.*

La capacité totale  $C(V_{app})$  peut être réarrangée comme suit:

$$\frac{1}{C(V_{app})} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (III.42)$$

où les capacités élémentaires  $C_1$  et  $C_2$  sont données respectivement par :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \frac{\varepsilon}{L_{Di}} \sqrt{\frac{K_0}{8}} \frac{1}{\sqrt{\ln\left(\frac{2K}{e}\right)}} = \frac{\varepsilon \sqrt{K_0}}{2L_{Di}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{V_d - V_{app}}{u_T} - 2}} \\ C_2 = C_1 \times \left( \frac{\ln(2K)}{\ln\left(\frac{2K}{e}\right)} \times \frac{1}{K} \right) = \frac{2}{1 - \frac{2u_T}{V_d - V_{app}}} C_1 \exp\left(-\frac{V_d - V_{app}}{2u_T}\right) \end{array} \right. \quad (III.43)$$

L'équation (III.41) apporte une correction au modèle classique de Shockley. Ce modèle corrigé (ordre 1) met en évidence l'existence du pic de la caractéristique capacité-tension comme cela est illustré sur la figure III.8.

Ce pic est défini par :  $V_{pic} \approx V_d - 5u_T$  et  $C_{pic} \approx 0.23 \varepsilon_{sc}/L_{De}$ . Ces valeurs sont en accord avec les valeurs exactes obtenues par le calcul formel.

Dans l'analyse de van den Biesen [9, 37], la capacité totale a été subdivisée en deux capacités placées en parallèle. Cette même technique a été utilisée par Morgan et Smits [17]. Nous avons pu montrer, par un calcul simple, que ces capacités sont bien placées en série.

Afin de tenir compte de l'effet des termes d'ordre supérieurs de la série infinie, nous avons introduit un facteur d'ajustement (valeur  $\frac{1}{4}$ ) à la capacité  $C_2$ . Dans ce cas, la capacité corrigée  $C_{2,corrigée}$  prend la forme suivante

$$C_{2,corrigée} = 2 C_1 \left( \frac{\frac{V_d - V_{app}}{2u_T} - \frac{1}{4}}{\frac{V_d - V_{app}}{2u_T} - 1} \right) \exp\left(-\frac{V_d - V_{app}}{2u_T}\right) \quad (III.44)$$

Cet ajustement donne une tension  $V_{pic}$  voisine de  $V_d - 3.45u_T$  et une capacité maximale  $C_{pic}$  de l'ordre de  $0.23 \varepsilon_{sc}/L_{De}$  : ces valeurs sont très encourageantes.

### III.5.2 Polarisation directe importante

Dans le cas des polarisations directes importantes, le paramètre  $K$  devient très faible c'est-à-dire  $K$  tendant vers 0. Dans ce cas, l'équation (III.36) peut se mettre sous l'une des deux formes suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} C(V_{app}) = \frac{\varepsilon\sqrt{2}}{8L_{De}} \exp\left(\frac{\xi}{4}\right) \left[ 1 - \frac{5}{96} \exp(\xi) + o(\exp(2\xi)) \right] \\ \text{ou} \\ \frac{1}{C(V_{app})} = \frac{8L_{De}}{\varepsilon\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\xi}{4}\right) \left[ 1 + \frac{5}{96} \exp(\xi) + o(\exp(2\xi)) \right] \end{array} \right. \quad (III.45)$$

En utilisant la même procédure que le cas des fortes polarisations inverses, l'équation précédente peut être réarrangée comme :

$$\frac{1}{C(V_{app})} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \quad (III.45)$$

où les capacités élémentaires  $C_3$  et  $C_4$  sont données respectivement par

$$C_3 = \frac{\varepsilon\sqrt{2}}{8L_{De}} \exp\left(\frac{\xi}{4}\right) \quad \text{et} \quad C_4 = \frac{5}{96} C_3 \exp(\xi) \quad (III.46)$$

Mentionnons que cette méthode de décomposition de la capacité totale peut être utilisée dans certains logiciels de simulation (Spice par exemple).

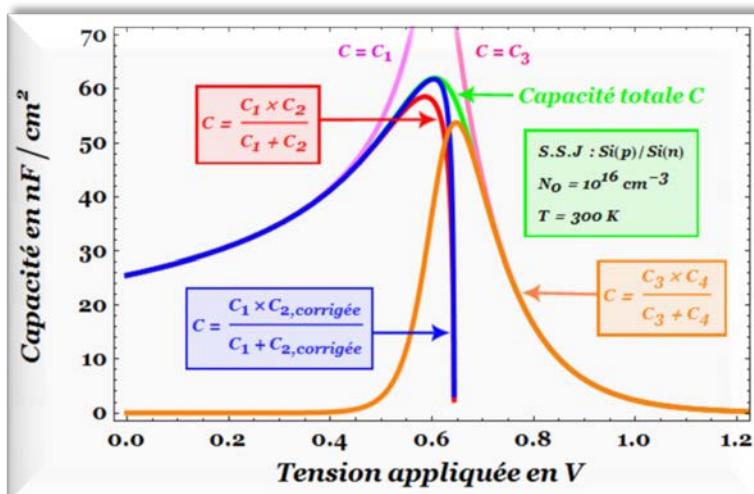


Figure III.10 Décomposition de la capacité totale d'une structure S.S.J.

### **III.6 Modèle modifié**

*Maintenant, nous allons apporter une modification au modèle exacte relative à la caractéristique capacité-tension d'une structure S.S.J.*

*Cette modification a pour but de trouver une expression plus générale de la capacité : extension du modèle aux jonctions réelles.*

#### **III.6.1 Polarisation inverse importante**

*Sous polarisation inverse importante, l'équation (III.18) montre que le paramètre  $K$  est très grand.*

*Dans cette situation, l'approximation de déplétion est valable et le champ électrique normalisé  $b_I^{SSJ}$  et sa dérivée  $db_I^{SSJ}/dK$  sont donnés respectivement par les développements limités suivants:*

$$b_I^{S.S.J}(K) = \sqrt{\zeta} \left( 1 + \frac{1}{\zeta} - \frac{\ln(2K)}{2\zeta^2} + \frac{\ln(2K)}{2\zeta^3} \dots \right) \quad (III.47)$$

et

$$\frac{db_I^{S.S.J}(K)}{dK} = \frac{\ln(2K)}{\zeta} \left( 1 - \frac{1}{\zeta} + \dots \right) \quad (III.48)$$

où le paramètre  $\zeta$  est défini par :

$$\zeta = K \ln \left( \frac{4}{e^2} K^2 \right) \quad (III.49)$$

*Pour des valeurs de  $K$  trop importante (en pratique  $K \geq 10^2$ ), l'équation (III.47) prendra la forme suivante:*

$$b_I^{S.S.J}(K) = \sqrt{\zeta} \approx \sqrt{K \times \ln(\frac{1}{2} K^2)} \quad (III.50)$$

*Notons que le paramètre  $K$  a été défini ultérieurement.*

### III.6.2 Polarisation directe importante

Sous polarisation directe importante, l'équation (III.24) montre que le paramètre  $K$  est très faible. Dans ce cas, l'approximation de neutralité est valide: le terme  $b_I^{SSJ}(K)$  peut être développé comme

$$b_I^{S.S.J}(K : K \rightarrow 0) = K - \frac{1}{24} K^3 + \frac{67}{5760} K^5 + o(K^7) \quad (\text{III.51})$$

En utilisant la forme de l'équation (III.50), l'équation précédente peut être approximée par:

$$b_I^{S.S.J}(K : K \rightarrow 0^+) = \sqrt{K} \left[ \ln \left( 1 + K + \frac{1}{2} K^2 + o(K^3) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.52})$$

### III.6.3 Forme compacte du paramètre $b_I^{SSJ}$ .

A partir des équations (III.51) et (III.53), nous proposons une forme compacte pour le paramètre  $b_I^{SSJ}$ , soit:

$$b_I^{S.S.J}(K) = \sqrt{K \times \ln \left( 1 + K + \frac{1}{2} K^2 \right)} \quad (\text{III.53})$$

Nous rappelons que la connaissance du champ électrique normalisé  $b_I^{SSJ}$  permet d'aboutir à la caractéristique C-V via la charge totale.

La figure III.8 montre une comparaison entre la formulation exacte (Equation III.26) et la nouvelle forme analytique (Equation III.54) du champ électrique normalisé  $b_I^{SSJ}$ .

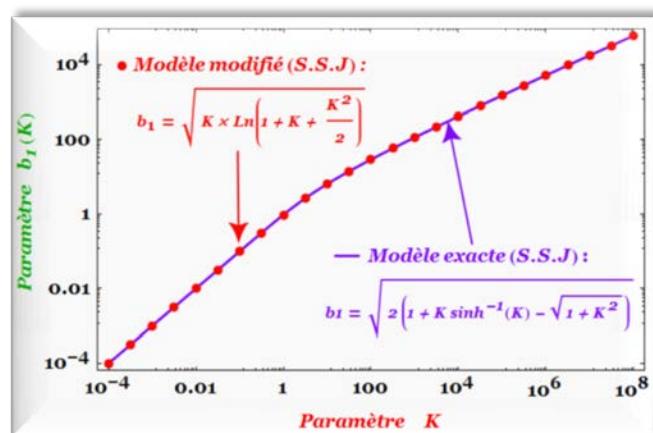


Figure III.11 Comparaison entre le modèle exact et le modèle modifié pour  $b_I^{SSJ}$ .

La figure III.9 montre les erreurs relatives introduites dans le modèle modifié pour différentes valeurs de  $K$ . donc notre model est approprié pour l'ensemble des valeurs de  $K$  ( $0 \leq K < \infty$ ).

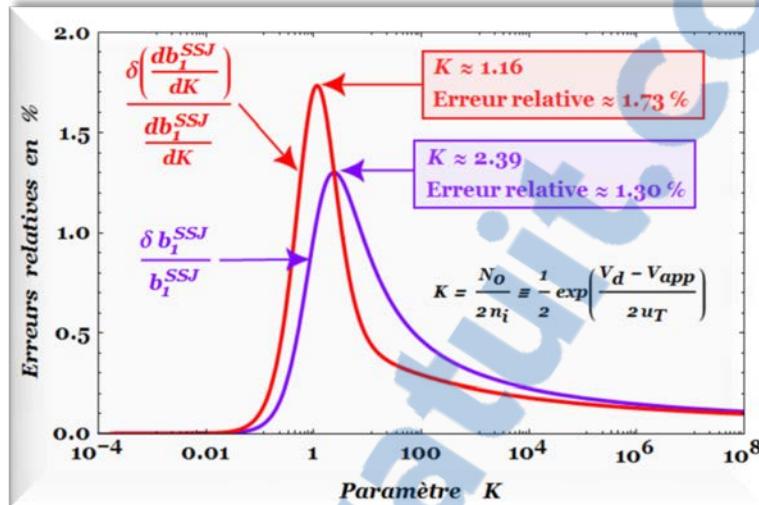


Figure III.12 Erreurs relatives introduites dans le modèle modifié.

Ce modèle modifié convient à **98.2%**: les erreurs relatives sur  $b_I^{SSJ}$  et sa dérivée  $db_I^{SSJ}/dK$  sont respectivement inférieure à **1.3** et **1.8%**.

### III.6.4 Charge totale et capacité

En adoptant la même procédure utilisée dans la section III.4.1, la charge totale  $Q^+(V_{app})$  peut être exprimée comme :

$$Q^+(V_{app}) = 2 q n_i L_{Di} \sqrt{K_0} \left[ \ln(1 + K + \frac{1}{2} K^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (III.54)$$

Alors, la capacité  $C(V_{app})$  prend la forme suivante:

$$C(V_{app}:S.S.J) = \frac{\epsilon}{4 L_{Di}} \sqrt{K_0} \frac{K(1+K)}{1+K+\frac{1}{2}K^2} \times \left[ \ln(1+K+\frac{1}{2}K^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (III.55)$$

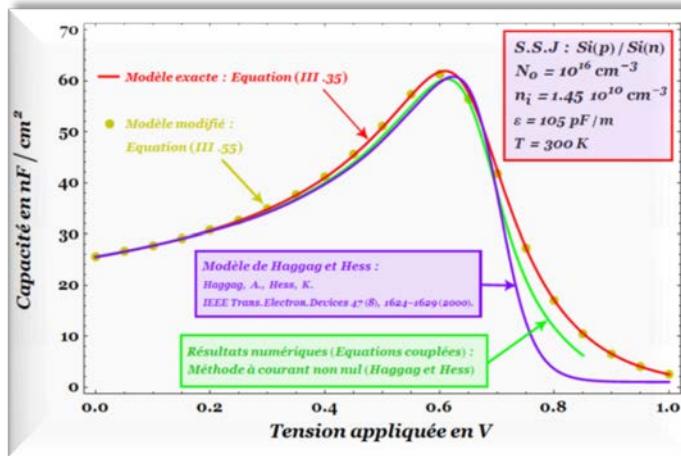
où le paramètre  $K$  est donné par

$$K = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{V_d - V_{app}}{2 u_T}\right) \quad (III.56)$$

Un nouveau modèle de la caractéristique capacité-tension d'une structure SSJ a été développé. Ce modèle est valide pour toute la gamme des tensions appliquées (inverses et directes) ; il nécessite deux paramètres d'entrés (inputs) à savoir la longueur de Debye intrinsèque du matériau  $L_{Di}$  et le potentiel de diffusion  $V_d$ .

En outre, ce modèle ne présente aucune singularité. Les anomalies présentes dans le modèle classique (Equation II.2) ont été naturellement éliminées.

La figure III.10 montre la caractéristique C-V d'une structure Si(p)/Si(n) à température ambiante ( $T=300$  Kelvin) pour  $N_0=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_i=1.45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\varepsilon_{sc}=104 \text{ pF/m}$ ,  $q=1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$  et  $u_T=25.85 \text{ mV}$ , nous obtenons  $V_d=0.695 \text{ V}$ ,  $L_{Di}=24 \mu\text{m}$  et  $L_{De}=41 \text{ nm}$ . Le «doping-voltage parameter»  $K_0$  vaut  $3.44 \times 10^5$ .



**Figure III.13 Caractéristique capacité-tension d'une structure SSJ (Si(p)/Si(n) à température ambiante ( $T=300 \text{ K}$ ) : dopage  $N_0=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ )**

Nos résultats analytiques sont en très bon accord avec les travaux de Haggag et Hess [10] : confirmation de la validité de notre modèle. Dans la référence [10], la structure SSJ est subdivisée en trois régions distinctes comme cela a été suggéré par Shockley: la zone de déplétion, la zone de transition et les régions quasi-neutres. En effet, notre méthode de décomposition peut être corrigée en introduisant une troisième capacité  $C_{peak} \approx \frac{1}{4} \varepsilon_{sc} / L_{De}$  en série avec la capacité de déplétion et la capacité des zones neutres. Ce résultat peut servir dans les circuits de simulation.

Le tableau III.3 montre une comparaison entre les structures SSJ et LGJ. Pour ces deux structures, nous remarquons que les rapports  $C(V_{app}=V_1)/C_{peak}$  et  $C(V_{app}=V_2)/C_{peak}$  valent respectivement **90%** et **67%** où les tensions  $V_1$  et  $V_2$  correspondent aux points d'inflexion de la caractéristique capacité-tension.

Paramètre	S.S.J modèle exacte	S.S.J modèle modifié	L.G.J
$K$	$\frac{1}{2} \exp(\frac{1}{2}(V_d - V_{app})/u_T)$	$\frac{1}{2} \exp(\frac{1}{2}(V_d - V_{app})/u_T)$	$\exp(3/4(V_d - V_{app})/u_T)$
$K_{pic}$	2.80	3.14	$3.5 \pm 0.2$
$V_d - V_{pic}$	$3.45 u_T$	$3.68 u_T$	$(1.67 \pm 0.08) u_T$
$C_{pic} = C(V_{pic})$	$0.243 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/2}$	$0.241 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/2}$	$0.287 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/3}$
$K_1$	12.5	13.9	11
$V_{pic} - V_1$	$2.982 u_T$	$2.976 u_T$	$1.53 u_T$
$C(V_1)$	$0.215 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/2}$	$0.213 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/2}$	$0.263 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/3}$
$K_2$	0.539	0.528	0.27
$V_2 - V_{pic}$	$3.30 u_T$	$3.57 u_T$	$0.08 u_T$
$C(V_2)$	$0.174 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/2}$	$0.169 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/2}$	$0.177 \text{ e/L}_{Di} K_0^{1/3}$

**Tableau III.3 : Comparaison entre la S.S.J et la L.G.J.**

### III.6.5 Modèle unifié : jonctions réelles

Dans cette section, nous allons proposer un modèle analytique donnant la capacité d'une jonction réelle pour toute la gamme des tensions appliquées à la structure (RJ). Dans le deuxième chapitre, nous avons montré que la capacité d'une structure L.G.J est donnée par [11] :

$$C(V_{app}:L.G.J) = \frac{\epsilon}{4 L_{Di}} \sqrt[3]{K_0} \frac{2K\sqrt{2}(1+2K\sqrt{2})}{1+2K\sqrt{2}+4K^2} \times \left[ \ln(1+2K\sqrt{2}+4K^2) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (III.57)$$

où le paramètre  $K$  est donné par

$$K \equiv K^{L.G.J} = \exp\left(\frac{3}{4} \times \frac{V_d - V_{app}}{u_T}\right) \quad (III.58)$$

Compte tenu des équations (III.55) et (III.57), nous proposons un nouveau modèle de la caractéristique C-V pour une jonction réelle (RJ)

$$C(V_{app}:R.J \rightarrow 2 \leq m \leq 3) = \frac{\varepsilon}{4L_{Di}} \sqrt[m]{K_0^{R.J}} \frac{\delta_m K(1+\delta_m K)}{1+\delta_m K + \frac{1}{2}\delta_m^2 K^2} \times \times \left[ \ln \left( 1 + \delta_m K + \frac{1}{2}\delta_m^2 K^2 \right) \right]^{-\frac{1}{m}} \quad (III.59)$$

où les termes  $\delta_m$  et le paramètre  $K \equiv K^{R.J}$  (voir tableau II.2) sont donnés respectivement par :

$$\delta_m (R.J \rightarrow 2 \leq m \leq 3) = 1 + (2\sqrt{2} - 1) \times (m - 2) \quad (III.60)$$

et

$$K^{R.J} (2 \leq m \leq 3) = \frac{m-1}{2} \exp \left( \frac{m}{4} \times \frac{V_d - V_{app}}{u_T} \right) = K_0^{R.J} \exp \left( -\frac{m}{4} \times \frac{V_{app}}{u_T} \right) \quad (III.60)$$

Le terme  $\delta_m$  a été obtenu par interpolation linéaire (justifiée en pratique).

Ce modèle unifié nécessite trois paramètres d'entrée (3 inputs parameter),  $L_{Di}$ ,  $V_d$  et  $m$  ( $2 \leq m \leq 3$ ). Nous rappelons que les valeurs  $m=2$  et  $m=3$  correspondent respectivement aux structures SSJ et LGJ.

Pour des polarisations directes importantes, la capacité devient:

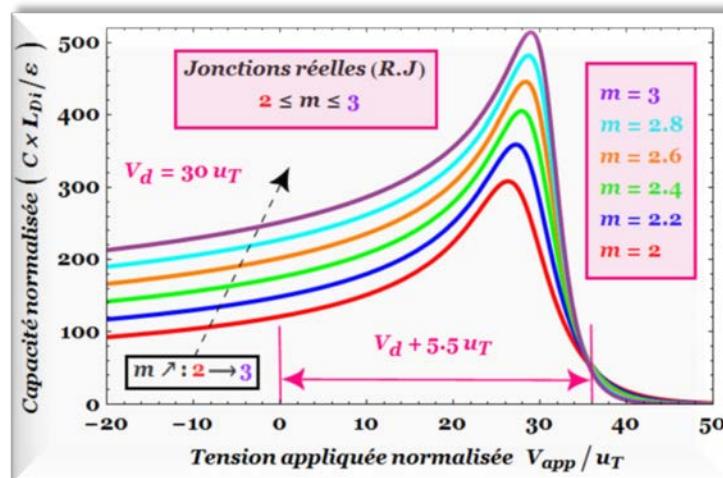
$$\left\{ \begin{array}{l} \ln(C(V_{app}:R.J)) = \ln \left( \frac{\varepsilon}{4L_{De}^{R.J}} \right) - \frac{m}{4} \times \frac{V_{app}}{u_T} \\ \Rightarrow m = -4u_T \left( \frac{d \ln(C(V_{app}:R.J))}{dV_{app}} \right) \end{array} \right. \quad (III.61)$$

où le terme  $L_{De}^{R.J}$  représente la longueur de Debye effective d'une RJ [11].

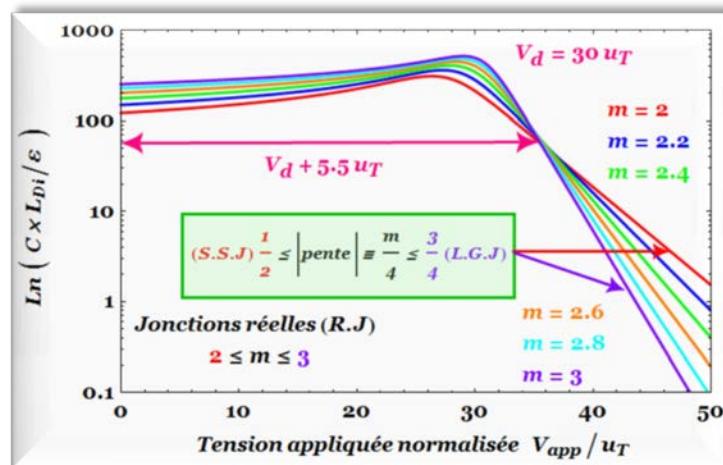
Pour des valeurs importantes du paramètre  $K^{RJ}$ , les équations (III.60)-(III.61) se réduisent à l'expression familière [38]:

$$C(V_{app}: R.J \rightarrow 2 \leq m \leq 3) \equiv \frac{C(V_{app}=0 \text{ V})}{\left(1 - \frac{V_{app}}{V_d}\right)^{\frac{1}{m}}} \quad (\text{III.62})$$

Les figures III.14 et III.15 montrent les variations de  $C_{norm} = C(V_{app}) \times L_{Di}/\varepsilon_{sc}$  en fonction de la tension normalisée  $V_{app}/u_T$  pour les structures RJ en échelle linéaire et semi logarithmique respectivement.



**Figure III.14 Variations de  $C_{norm}$  en fonction de  $V_{app}/u_T$  pour les jonctions réelles.**



**Figure III.15 Variations de  $\ln(C_{norm}) = f(V_{app}/u_T)$  pour les jonctions réelles.**

Comme le montre la figure précédente, le paramètre  $m$  peut être déterminé expérimentalement aux fortes polarisations directes ( $V_{app} > V_d + 5.5 u_T$ ) conformément à l'équation (III.61).

### **III.7 Conclusion**

*Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle méthode permettant d'obtenir la capacité d'une structure S.S.J sans faire appel à la distribution du potentiel électrique.*

*Ce modèle décrit correctement le comportement de la capacité de cette structure et tient compte du phénomène anormal lié à la décroissance de la capacité aux polarisations directes élevées. En outre, les anomalies présentes dans le modèle classique ont été éliminées.*

*Notre modèle est en bon accord avec d'autres modèles [6, 9-11, 39-41] ainsi que certains résultats expérimentaux [5-8].*

*En plus, un modèle unifié de la caractéristique capacité-tension pour les jonctions réelles et pour toute la gamme des tensions appliquées a été proposé. Ce modèle semi-empirique peut être utilisé comme solution initiale dans les simulations numériques futures afin de réduire leurs temps de calcul.*

**Références bibliographiques relatives au chapitre III**

- [1] Nersesyan, S.R., Petrosyan, S.G.: *Depletion length and space charge layer capacitance in doped semiconductor nanoshpere*. *Semicond. Sci. Technol.* 27(12), 125009 (2012).
- [2] Noda, T., Vrancken, C., Vandervorst, W.: *Modeling of junction formation in scaled Si devices*. *J. Comput. Electron.* 13(1), 33-39 (2014).
- [3] Lee, S., Lee, J.-H., Kim, K.H., Yoo, S.-J., Tae Gun Kim, T.G., Kim, J.W., Jang- Kim, J.-J.: *Determination of the interface energy level alignment of a doped organic hetero-junction using capacitance-voltage measurements*. *Organic Electronics* 13, 2346-2351 (2012).
- [4] Reddy, Y.M., Nagaraj, M.K., Reddy, M.S.P., Lee, J.H., Reddy, V.R.: *Temperature-dependent current-voltage (I-V) and capacitance-voltage (C-V) characteristics of Ni/Cu/n-InP Schottky barrier diodes*. *Braz. J. Phys.*, 43(1-2), 13-21 (2013).
- [5] Toyama, M.: *Anomalous capacitance in gallium phosphide electroluminescent p-n junctions*. *Jpn. J. Appl. Phys.* 9(8), 904-921 (1970).
- [6] Garcia-Belmonte, G., Munar, A., Barea, E. M., Bisquert, J., Ugarte, I., Pacios, R.: *Charge carrier mobility and lifetime of organic bulk heterojunctions analyzed by impedance spectroscopy*. *Organic Electronics*, 9(5), 847-851 (2008).
- [7] Sharma, A., Kumar, P., Singh, B., Chaudhuri, S.R., Ghosh, S.: *Capacitance-voltage characteristics of organic Schottky diode with and without deep traps*. *Applied Physics Letters* 99, 023301 (2011).
- [8] Tripathi, D.C., Mohapatra, Y.N.: *Diffusive capacitance in space charge limited organic diodes: analysis of peak in capacitance-voltage characteristics*. *Appl. Phys. Lett.* 102, 253303 (2013).
- [9] Van Den Biesen, J.J.H.: *P-N junction capacitances, Part I: the depletion capacitance*. *Philips J. Res.* 40(2), 88-102 (1985).

- [10] Haggag, A., Hess, K.: *Analytical theory of semiconductor p-n junctions and the transition between depletion and quasineutral region. IEEE Trans. Electron. Devices* 47(8), 1624-1629 (2000).
- [11] Boukredimi, A.: *New capacitance-voltage model for linearly graded junction. J. Comput. Electron.* 13(2), 477-489 (2014).
- [12] Shockley, W.: *The theory of p-n junctions in semiconductors and p-n junction transistors. Bell Syst. Tech. J.* 28(3), 435-489 (1949).
- [13] Mazhari, B., Mahajan, A.: *An improved interpretation of depletion approximation in p-n-junctions. IEEE Trans. Educ.* 48(1), 60-62 (2005).
- [14] Csontos, D., Ulloa, S.E.: *Modeling of transport through submicron semiconductor structures: A direct solution to the coupled Poisson-Boltzmann equations. J. Comput. Electron.* 3(3-4), 215-219 (2004).
- [15] Ye, X., Cai, Q., Yang, W., Luo, R.: *Roles of boundary conditions in DNA simulations: Analysis of ion distributions with the finite-difference Poisson-Boltzmann method. Biophysical journal*, 97(2), 554-562 (2009).
- [16] Liou, J.J., Lindholm, F.A., Park, J.S.: *Forward-voltage capacitance and thickness of p-n junction space-charge regions. IEEE Trans. Electron Devices* 34(7), 1571-1579 (1987).
- [17] Morgan, S.P., Smits, F.M.: *Potential distribution and capacitance of a graded p-n junction. Bell Syst. Tech. J.* 39(6), 1573-1602 (1960).
- [18] Van Mieghem, P., Mertens, R.P., Van Overstraeten, R.J.: *Theory of the junction capacitance of an abrupt diode. J. Appl. Phys.* 67, 4203-4211 (1990).
- [19] John D. Towers, J.D.: *Finite difference methods for approximating Heaviside functions. Journal of Computational Physics* 228, 3478-3489 (2009).
- [20] Kimura, M., Kojiri, T., Tanabe, A., Kato, T.: *Exact extraction method of trap densities at insulator interfaces using quasi-static capacitance-voltage characteristics and numerical solutions of physical equations. Solid State Electron.* 69, 38-42 (2012).

### **Chapitre III : Capacité exacte de structures S.S.J**

- [21] Chia, A. C. E., and R. R. LaPierre, R.R.: *Electrostatic model of radial pn junction nanowires.* *J. Appl. Phys.* 114, 074317 (2013).
- [22] Corkish, R., Green, M.A.: *Junction recombination current in abrupt junction diodes under forward bias.* *J. Appl. Phys.* 80, 3083-3090 (1996).
- [23] Murray, H.: *Analytic resolution of Poisson-Boltzmann equation in nanometric semiconductor junctions.* *Solid State Electron.* 53(1), 107-116 (2009).
- [24] Beznogov, M.V., Suris, R.A.: *Theory of space-charge-limited ballistic currents in nanostructures of different dimensionalities.* *Semiconductors*, 47(4), 514-524. (2013).
- [25] Noda, T., Vrancken, C., Vandervorst, W.: *Modeling of junction formation in scaled Si devices.* *Journal of Computational Electronics*, 13(1), 33-39 (2014).
- [26] Mohammadnejad, S., Abkenar, N.J., Bahrami, A.: *Normal distribution profile for doping concentration in multilayer tunnel junction.* *Optical and Quantum Electronics*, 45(8), 873-884. (2013).
- [27] Santillán, M.: *On the use of the Hill functions in mathematical models of gene regulatory networks.* *Math. Model. Nat. Phenom.* 3(2), 85-97 (2008).
- [28] Sudheer, N.V., Chakravorty, A.: *Regional approach to model charges and capacitances of intrinsic carbon nanotube field effect transistors.* *J. Comput. Electron.* 11(2), 166-171 (2012).
- [29] Boukredimi, A., Benchouk, K.: *New improved capacitance-voltage model for symmetrical step junction: a way to a unified model for realistic junctions.* *J. Comput. Electron.* 13(4), 971-982 (2014).
- [30] Kennedy, D.P.: *The potential and electric field at the metallurgical boundary of an abrupt p-n semiconductor junction.* *IEEE Trans. Electron Devices* 22(11), 988-994 (1975).
- [31] Randall B. Shirts, R.B., Roy G. Gordon, R.G.: *Improved approximate analytic charge distributions for abrupt pn junctions.* *J. Appl. Phys.* 50, 2840-2847 (1979).

- [32] *Van Den Biesen, J.J.H.: Modeling the inductive behavior of short-base p-n junction diodes at high forward bias. Solid State Electron. 33(11), 1471-1476 (1990).*
- [33] *Altindal, S., Uslu, H.: The origin of anomalous peak and negative capacitance in the forward bias capacitance-voltage characteristics of Au/PVA/n-Si structures J. Appl. Phys. 109, 074503 (2011).*
- [34] *Laux, S.E., Hess, K.: Revisiting the analytic theory of p-n junction impedance: improvements guided by computer simulation leading to a new equivalent circuit. IEEE Trans. Electron Devices 46(2), 396-412 (1999).*
- [35] *Przewlocki, H.M., Gutt, T., Piskorski, K.: The inflection point of the capacitance-voltage,  $C(V_G)$ , characteristic and the flat-band voltage of metal-oxide-semiconductor structures. J. Appl. Phys. 115, 204510 (2014).*
- [36] *Kennedy, D.P.: A mathematical study of space-charge layer capacitance for an abrupt p-n semiconductor junction. Solid State Electron. 20, 311-319 (1977).*
- [37] *Van Den Biesen, J.J.H.: P-N junction capacitances, Part II: the neutral capacitance. Philips J. Res. 40(2), 103-113 (1985).*  
*J-GLOBAL ID: 200902016217177737, ISSN/ISBN: 0165-581*
- [38] *Pantouvaki, M., Yu, H., Rakowski, M., Christie, P., Verheyen, P., Lepage, G., Van Campenhout, J.: Comparison of silicon ring modulators with interdigitated and p-n junctions. IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. 19(2) 7900308 (2013).*
- [39] *Ma, P., Linder, M., Sanden, M., Zhang, S.-L., Ostling, M., Frank Chang, M.-C.: An analytical model for space-charge region capacitance based on practical doping profiles under any bias conditions. Solid State Electron. 45(1), 159-167 (2001).*
- [40] *Schmidt, M., Pickenhain, R., Grundmann, M.: Exact solutions for the capacitance of space charge regions at semiconductor interfaces. Solid State Electron. 51(6), 1002-1004 (2007).*
- [41] *Kavasoglu, A.S., Kavasoglu, N., Oktik, S.: Simulation for capacitance correction from Nyquist plot of complex impedance-voltage characteristics. Solid State Electron. 52(6), 990-996 (2008).*

## ***Chapitre IV***

***Modélisation et simulation de la  
caractéristique courant-tension :  
extraction des paramètres***

## **Modélisation et simulation de la caractéristique courant-tension : extraction des paramètres.**

### **IV.1. Introduction**

*Ce chapitre est consacré à la modélisation de la caractéristique électrique courant-tension (I-V) de diodes à jonction. A partir de cette caractéristique, nous allons présenter une nouvelle méthode d'extraction des paramètres électriques d'une diode donnée. Parmi ces paramètres, nous pouvons citer : la résistance série  $R_s$ , la conductance parallèle  $G_p$  (résistance correspondante  $R_p=1/G_p$ ), le facteur d'idéalité  $n$  ainsi que le courant de saturation  $I_s$ .*

*Afin de tenir compte des deux phénomènes de conduction à savoir la diffusion et de la recombinaison en zone de charge d'espace, un modèle purement analytique est proposé.*

*Le modèle classique bi-diode est largement utilisé par les chercheurs; sa caractéristique I-V est décrite par une équation trancendente dont la solution ne peut être obtenue qu'à l'aide de méthodes numériques.*

*La modélisation de la caractéristique I-V de jonctions semiconductrices doit passer nécessairement par un choix judicieux des circuits électriques équivalents.*

*Afin de développer un circuit équivalent approprié, il est nécessaire d'interpréter les déviations de la caractéristique courant-tension d'une diode réelle par rapport au modèle idéal [1]. Dans ce contexte, plusieurs modèles mathématiques ont été développés [2-5]. Ces modèles se différencient entre eux par le nombre de paramètres utilisés.*

*Il est essentiel de noter que la caractéristique courant-tension d'un dispositif semiconducteur reste souvent très difficile à exploiter ou à interpréter compte tenu du caractère très fortement non linéaire de cette caractéristique.*

## IV.2. Modèle de base de Shockley

*Dans le cas d'une diode idéale, l'expression reliant le courant  $I$  traversant cette diode à la tension appliquée  $V_{app}$  à ses bornes est donnée par la relation suivante appelée équation de Shockley [1] :*

$$I=I_S \left( e^{\frac{V_{app}}{u_T}} - 1 \right) \quad (IV.1)$$

*où la grandeur physique  $I_S$  symbolise le courant de saturation de la diode et  $u_T$  la tension thermique ( $u_T=kT/q \approx 26 \text{ mV à } 300 \text{ K}$ ).*

*Une généralisation de l'équation de Shockley est donnée par [6]:*

$$I=I_S \left( e^{\frac{V_{app}}{n u_T}} - 1 \right) \quad (IV.2)$$

*où  $n$  désigne le facteur d'idéalité.*

*Si le courant de diffusion domine,  $n=1$ , alors que, si le courant de recombinaison domine,  $n=2$ . La contribution des courants de diffusion et de recombinaison en polarisation directe conduit à une valeur du facteur d'idéalité  $n$  comprise entre 1 et 2 [7].*

*Pour des tensions appliquées  $V_{app}$  supérieures à  $10 u_T$ , une transformation logarithmique conduit à l'équation suivante:*

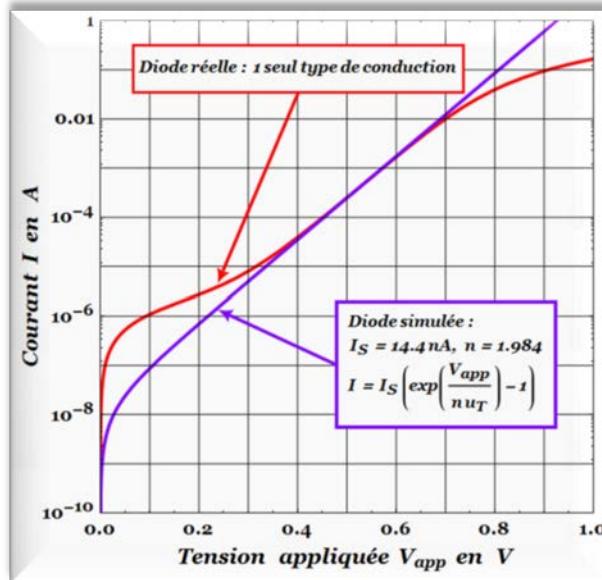
$$\ln(I) = \ln(I_S) + \frac{V_{app}}{n u_T} \quad (IV.3)$$

*Cette équation traduit que le facteur d'idéalité  $n$  peut être déterminé par un simple calcul de pente de la courbe  $\ln(I)=f(V_{app})$ . Ce facteur d'idéalité est donné par l'équation suivante :*

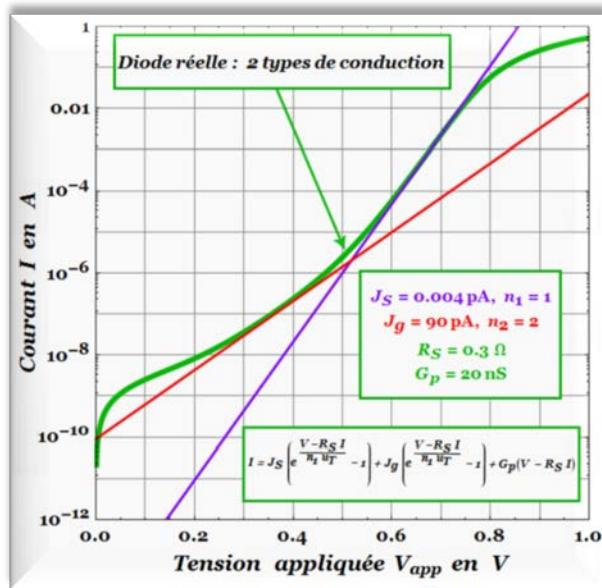
$$n = \frac{1}{u_T} \times \frac{\Delta V_{app}}{\Delta \ln(I)} \quad (IV.4)$$

*Le courant de saturation  $I_S$  sera obtenu par une simple extrapolation linéaire (intersection de la partie linéaire de la courbe  $\ln(I)=f(V)$  avec l'axe des courants).*

Les deux figures suivantes schématisent les caractéristiques I-V d'une diode idéale gouvernée par l'équation de Shockley généralisée et d'une diode réelle (respectivement les cas à 1 et 2 types de conduction).



**Figure IV.1 Caractéristique I-V (échelle semi-logarithmique) : un seul type de courant**



**Figure IV.2 Caractéristique I-V (échelle semi-logarithmique) : deux types de courants**

Nous rappelons que la méthode classique décrite par l'équation de Shockley généralisée exige que la résistance série  $R_S$  et la conductance parallèle  $G_p$  de la diode soient nulles.

### **IV.3. La méthode originale de Ranuarez**

*Dans cette section, nous allons présenter la méthode originale décrite par **Ranuarez et al. [8]** pour l'extraction des paramètres physiques d'une diode à jonction à partir de sa caractéristique courant-tension. Cette méthode est basée sur un calcul intégral à partir des données expérimentales ou simulées I-V en polarisation directe ( $V_{app} > 0$  V).*

*La diode considérée est définie uniquement par son courant de saturation  $I_S$  et son facteur d'idéalité  $n$  (modèle à 2 paramètres).*

*Dans le cas où la résistance série  $R_S$  et la conductance parallèle  $G_P$  de la diode sont nulles, le courant  $I$  traversant cette diode et la tension  $V_{app}$  à ses bornes sont données respectivement par les deux équations suivantes :*

$$I = I_S \left( e^{\frac{V_{app}}{n u_T}} - 1 \right) \quad (IV.5)$$

et

$$V_{app} = n u_T \ln \left( \frac{I}{I_S} + 1 \right) \quad (IV.6)$$

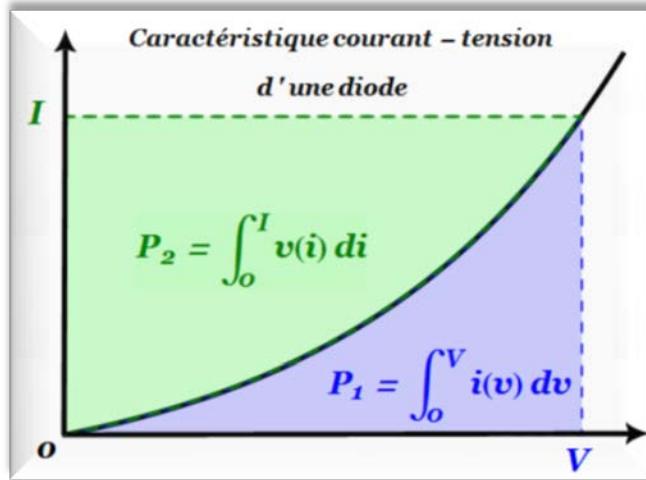
*Une intégration des deux équations précédentes conduit aux puissances électriques  $P_1$  et  $P_2$  données par les deux équations suivantes :*

$$\begin{aligned} P_1 &= \int_0^V i(v) dv = \int_0^V I_S \left( e^{\frac{v_{app}}{n u_T}} - 1 \right) dv_{app} \\ &= n u_T I - I_S V \end{aligned} \quad (IV.7)$$

et

$$\begin{aligned} P_2 &= \int_0^I v_{app}(i) di = \int_0^I n u_T \ln \left( \frac{i}{I_S} + 1 \right) di \\ &= -n u_T I + I_S V + IV \end{aligned} \quad (IV.8)$$

Les deux équations précédentes montrent clairement que la somme de ces deux puissances électriques  $P_1$  et  $P_2$  est exactement égale au produit  $I \times V$  comme cela est justifié par la figure suivante :



**Figure IV.3 Représentation des différentes puissances  $P_1$  et  $P_2$**

Dans la référence [8], les Auteurs ont proposé le calcul de deux grandeurs électriques : une grandeur notée  $A$  homogène à une tension et une grandeur notée  $B$  homogène à un courant.

Ces deux grandeurs électriques sont définies respectivement par [8] :

$$A = \frac{\int_0^V i(v_{app}) dv_{app}}{I} = n u_T \cdot I_S \left( \frac{V}{I} \right) \quad (IV.9)$$

et

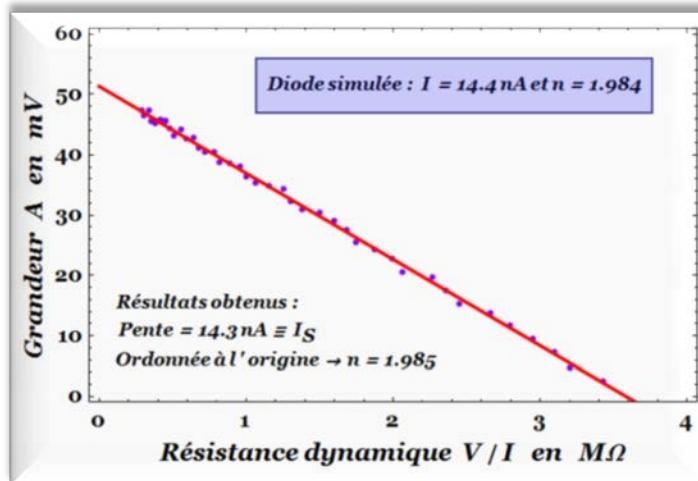
$$B = \frac{\int_0^V i(v_{app}) dv_{app}}{V} = n u_T \left( \frac{I}{V} \right) \cdot I_S \quad (IV.10)$$

Notons que les courbes  $A=f(V/I)$  et  $B=g(I/V)$  sont des droites de pentes respectives  $-I_S$  et  $n u_T$ .

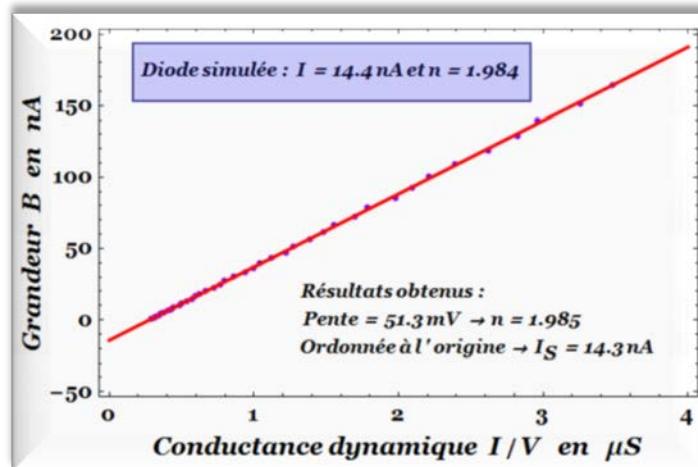
Maintenant, nous allons appliquer cette méthode à une diode simulée ne présentant aucune résistance série  $R_S$  ni conductance parallèle  $G_p$ . Les paramètres adoptés dans cette simulation sont respectivement le courant de saturation  $I_S$  ( $I_S=14.4 \text{ nA}$ ) et le facteur d'idéalité  $n$  ( $n=1.984$ ).

Afin de tenir compte des erreurs de mesure, nous avons introduit un bruit aléatoire n'excédant pas un taux de 2% sur la valeur du courant traversant la diode exprimé par l'équation (IV.1).

Cette simulation nous a permis d'obtenir les deux courbes suivantes :



**Figure IV.4 Evolution de la grandeure A en fonction de la résistance statique V/I.**



**Figure IV.5 Evolution de la grandeure B en fonction de la conductance statique I/V.**

Appliquée à notre diode simulée, la méthode de Ranuarez nous a fourni des résultats très satisfaisants à savoir un courant de saturation  $I_S=14.3$  nA et un facteur d'idéalité  $n=1.985$ .

Nous avons remarqué que cette méthode est très peu sensible au bruit dans les mesures. De plus, elle impose de faibles pas de tension (inconvénient).

## **IV.4. Modèles élémentaires à 3 paramètres**

*Dans la littérature, une diode réelle est représentée par une variété de circuits topologiques ou modèles. Chacun de ces modèles est régi par une expression mathématique en fonction des paramètres de la diode. Parmi ces modèles, nous distinguons le modèle à une diode et le modèle à deux diodes.*

*Dans cette section, nous allons modéliser les caractéristiques courant-tension correspondantes à 2 types de circuits électroniques élémentaires : une diode idéale branchée en série avec une résistance ( $R_s$ -diode model : circuit 1) et ensuite une diode idéale mise en parallèle avec une conductance ( $G_p$ -diode model : circuit 2).*

*A partir de cette modélisation, nous allons procéder à une généralisation de la méthode de Ranuarez afin d'extraire les trois paramètres relatifs à ces deux types de circuits électroniques (diodes réelles) à savoir le courant de saturation  $I_s$ , le facteur d'idéalité  $n$  et la résistance série  $R_s$  (cas du circuit 1) ou la conductance parallèle  $G_p$  (cas du circuit 2).*

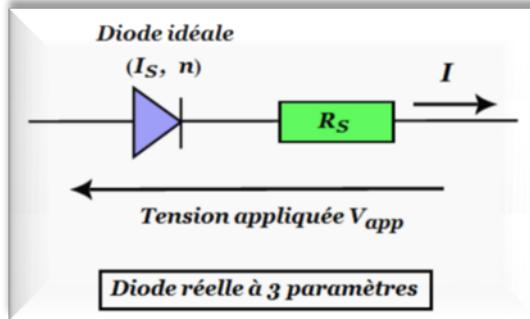
*L'optimisation de ces paramètres est une tâche très importante sur le plan de la conception en vue d'une simulation adéquate afin de prédire le comportement d'une diode à partir de la caractéristique I-V expérimentale ou simulée.*

### **VI.4.1. Circuit série ( $R_s$ -diode model)**

*Ce modèle tient compte de la résistivité des zones neutres du matériau et des chutes de tension aux niveaux des contacts, ce qui permet une meilleure représentation du comportement électrique de la diode réelle par rapport au modèle idéal.*

*En d'autres termes, il faudra faire une distinction entre la tension de polarisation de la diode constituant la structure semiconductrice et la tension de polarisation de la jonction proprement dite (zone active de la structure).*

Cependant, ces chutes de tension seront modélisées par une résistance série  $R_S$ . Compte tenu de ces considérations, la diode peut être schématisée par le circuit équivalent suivant [9] :



**Figure IV.6 Schéma équivalent d'une diode réelle (Rs-diode model).**

Une première étape consiste à modéliser la caractéristique courant-tension  $I=f(V_{app})$  relative à ce type de circuit électronique.

Le courant  $I$  traversant le circuit est régi par la loi des mailles et l'équation de la diode données respectivement par les deux équations suivantes :

$$V_{diode} = V_{app} - R_S I \quad (IV.11)$$

et

$$I = I_S \left[ \exp\left(\frac{V_{diode}}{n u_T}\right) - 1 \right] \quad (IV.12)$$

En combinant les deux équations précédentes, nous trouvons :

$$I = I_S \left[ \exp\left(\frac{V_{app} - R_S I}{n u_T}\right) - 1 \right] \quad (IV.13)$$

La solution exacte de l'équation précédente est donnée par [9, 10] :

$$I = -I_S + \frac{n u_T}{R_S} W_0 \left[ \frac{R_S I_S}{n u_T} \exp\left(\frac{V_{app} + R_S I_S}{n u_T}\right) \right] \quad (IV.14)$$

où la fonction  $W_0(x)$  désigne la branche principale (branche 0) de la fonction de Lambert  $W(x)$  [11].

Notons que la fonction de Lambert  $W(x)$  est implémentée dans de nombreux logiciels de calcul à savoir *Mathematica* par *Wolfram Research* ou *Matlab* par *MathWorks*.

Une simple transformation de l'équation (IV.13) permet d'exprimer la tension appliquée  $V_{app}$  en fonction du courant  $I$ . Finalement, nous trouvons :

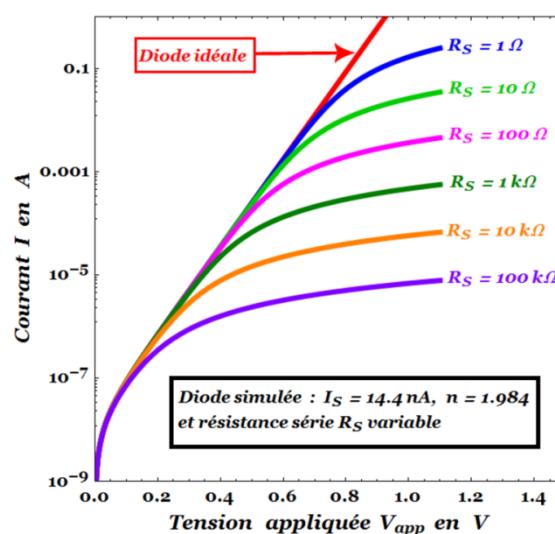
$$V_{app}(I) = R_S I + n u_T \ln\left(\frac{I}{I_S} + 1\right) \quad (\text{IV.15})$$

Une première dérivation de l'équation précédente donne l'expression de la résistance différentielle de la diode en tout point de la caractéristique  $V_{app}(I)$ . Cette résistance, notée  $R_{diff}$ , est décrite par la relation suivante :

$$R_{diff} = \frac{dV_{app}}{dI} = R_S + \frac{n u_T}{I + I_S} \quad (\text{IV.16})$$

La courbe  $R_{diff}=f(1/I)$  peut nous renseigner sur les valeurs de la résistance série  $R_S$  et du facteur d'idéalité  $n$  de la diode (régime des forts courants) [12].

Les caractéristiques courant-tension de la diode simulée relative au circuit série considéré seront calculées à partir de l'équation (IV.14) pour différentes valeurs de la résistance série  $R_S$  (les paramètres  $I_S$  et  $n$  de la diode étant fixés). Ces caractéristiques simulées sont représentées sur la figure suivante :



**Figure IV.7 Caractéristique I-V d'une diode simulée ( $R_S$ -diode model) en échelle semi-logarithmique :  $I_S=14.4$  nA,  $n=1.984$  et  $R_S$  variable.**

Une deuxième étape consiste à développer une méthode permettant l'extraction des paramètres  $I_S$ ,  $n$  et  $R_S$  relatifs à ce type de circuit.

Pour calculer l'aire (puissance électrique  $P$ ) sous la courbe  $I=f(V_{app})$ , nous utilisons l'équation suivante :

$$P = \int_0^V i(v_{app}) dv_{app} \quad (IV.17)$$

En insérant l'expression du courant donnée par l'équation (IV.14) dans l'équation précédente, nous trouvons :

$$P = \int_0^V \left( -I_S + \frac{n u_T}{R_S} W_0 \left[ \frac{R_S I_S}{n u_T} \exp \left( \frac{v_{app} + R_S I_S}{n u_T} \right) \right] \right) dv_{app} \quad (IV.18)$$

En s'appuyant sur l'équation (IV.14) et l'identité

$$\int W_0(A \times e^{x+B}) dx = W_0(A e^{x+B}) \left[ 1 + \frac{1}{2} W_0(A e^{x+B}) \right], \quad (IV.19)$$

nous aboutissons à l'expression de la puissance électrique  $P$ . Nous trouvons finalement :

$$P = \int_0^V i(v_{app}) dv_{app} = -I_S V + (n u_T + R_S I_S) I + \frac{1}{2} R_S I^2 \quad (IV.20)$$

Notons que cette puissance électrique  $P$  est un polynôme bidimensionnel de degré 2. Cette méthode va nous permettre d'accéder aux trois paramètres de la diode considérée.

Il existe de nombreuses méthodes d'optimisation. La plupart d'entre elles ont été conçues pour traiter le problème mathématique consistant à trouver l'extremum de fonctions à plusieurs variables. Une fois définie la fonction à optimiser, il s'agit de choisir une méthode adaptée au problème posé.

Dans ce contexte, notre choix a porté sur la méthode des moindres carrés dont le principe est basé sur la minimisation de la quantité  $S$  pour l'ensemble des trois paramètres de la diode.

Conformément à l'équation précédente, la quantité  $S$  est définie par :

$$S = \sum_{k=1}^N \left[ P_k - \left( -I_S V_k + (n u_T + R_S I_S) I_k + \frac{1}{2} R_S I_k^2 \right) \right]^2 \quad (IV.21)$$

où  $N$  est le nombre de points expérimentaux ou simulés,  $(I_k, V_k)$  sont les valeurs mesurées ou simulées de la caractéristique courant-tension au  $k^{\text{ème}}$  point,  $P_k$  la puissance correspondante et  $k$  un entier naturel variant de 1 à  $N$ .

L'analyse mathématique de ce problème stipule que ce minimum serait atteint au point où le gradient de la fonction  $S$  par rapport aux trois paramètres  $n$ ,  $R_S$  et  $I_S$  s'annule. En d'autres termes, les conditions  $\partial S / \partial n = 0$ ,  $\partial S / \partial R_S = 0$ , et  $\partial S / \partial I_S = 0$  doivent être satisfaites. Ces trois conditions conduisent au système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^N \left( I_S V_k - (n u_T + R_S I_S) I_k - \frac{R_S}{2} I_k^2 + P_k \right) I_k = 0 \\ \sum_{k=1}^N \left( I_S V_k - (n u_T + R_S I_S) I_k - \frac{R_S}{2} I_k^2 + P_k \right) (I_k + 2I_S) I_k = 0 \quad (IV.22) \\ \sum_{k=1}^N \left( I_S V_k - (n u_T + R_S I_S) I_k - \frac{R_S}{2} I_k^2 + P_k \right) (V_k - R_S I_k) = 0 \end{array} \right.$$

D'autre part, les trois paramètres  $I_S$ ,  $n$  et  $R_S$  peuvent être également déterminés en effectuant un lissage bidimensionnel des données expérimentales ou simulées  $(V, I, P)$  à l'aide de l'équation polynomiale (IV.20).

Une intégration numérique basée sur la méthode des trapèzes a été utilisée pour le calcul de la puissance électrique  $P_k = P(I_k, V_k)$  au point  $k$ . Dans nos calculs, nous avons pris différents pas de tension  $h = \Delta V_{\text{app}}$ .

Afin de valider la méthode d'extraction décrite précédemment, nous allons l'appliquer à des diodes simulées définies par le même courant de saturation  $I_S$  et le même facteur d'idéalité  $n$  que la diode commerciale D1N4002 [13]. Chacune de ces diodes simulées est caractérisée par sa propre de résistance série  $R_S$ .

Les résultats obtenus pour les trois paramètres optimisés  $I_S$ ,  $n$  et  $R_S$  des différentes diodes simulées sont regroupés sur le tableau suivant :

Résistance série $R_S$	Paramètres de la diode	$\Delta V_{app}=1 \text{ mV}$	$\Delta V_{app}=5 \text{ mV}$	$\Delta V_{app}=10 \text{ mV}$	$\Delta V_{app}=20 \text{ mV}$
$1 \text{ m}\Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.4000	14.4000	14.4000	14.4000
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$R_S$ en $\text{m}\Omega$	0.999937	0.998418	0.993692	0.975097
$10 \text{ m}\Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.4000	14.4000	14.4000	14.4000
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$R_S$ en $\text{m}\Omega$	9.99937	9.98418	9.93693	9.75100
$100 \text{ m}\Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.4000	14.4000	14.4000	14.4000
	$n$	1.98606	1.98557	1.99028	2.00908
	$R_S$ en $\text{m}\Omega$	99.9937	99.8420	99.3703	97.5133
$1 \Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.4000	14.3999	14.3994	14.3985
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$R_S$ en $\Omega$	0.999938	0.998444	0.993798	0.975447
$10 \Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.3997	14.3906	14.3597	14.2941
	$n$	1.98406	1.98556	1.99025	2.00899
	$R_S$ en $\Omega$	9.99945	9.98632	9.94563	9.78056
$100 \Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.3956	14.2838	13.9141	12.8088
	$n$	1.98406	1.98543	1.98970	2.00705
	$R_S$ en $\Omega$	99.9969	99.9229	99.6961	98.7266
$1 \text{ k}\Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.3938	14.2427	13.7571	12.0031
	$n$	1.98404	1.98506	1.98821	2.00117
	$R_S$ en $\text{k}\Omega$	0.999988	0.999695	0.998801	0.994972
$10 \text{ k}\Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.3969	14.3217	14.0834	13.1694
	$n$	1.98403	1.98468	1.98670	1.99501
	$R_S$ en $\text{k}\Omega$	9.99995	9.99881	9.99530	9.98047
$100 \text{ k}\Omega$	$I_S$ en $\text{nA}$	14.3988	14.3708	14.2826	13.9358
	$n$	1.98401	1.98434	1.98534	1.98946
	$R_S$ en $\text{k}\Omega$	99.9998	99.9959	99.9838	99.9332

**Tableau IV.1 : Extraction des trois paramètres de la diode simulée ( $R_S$ -diode model).**

Ce tableau montre que les résultats obtenus sont en très bon accord à ceux utilisés pour la simulation. Le calcul de la puissance électrique  $P$  peut être amélioré en adoptant la méthode de Simpson au lieu de celle des trapèzes [14]. Dans ce cas, les paramètres optimisés de diode seront encore plus précis.

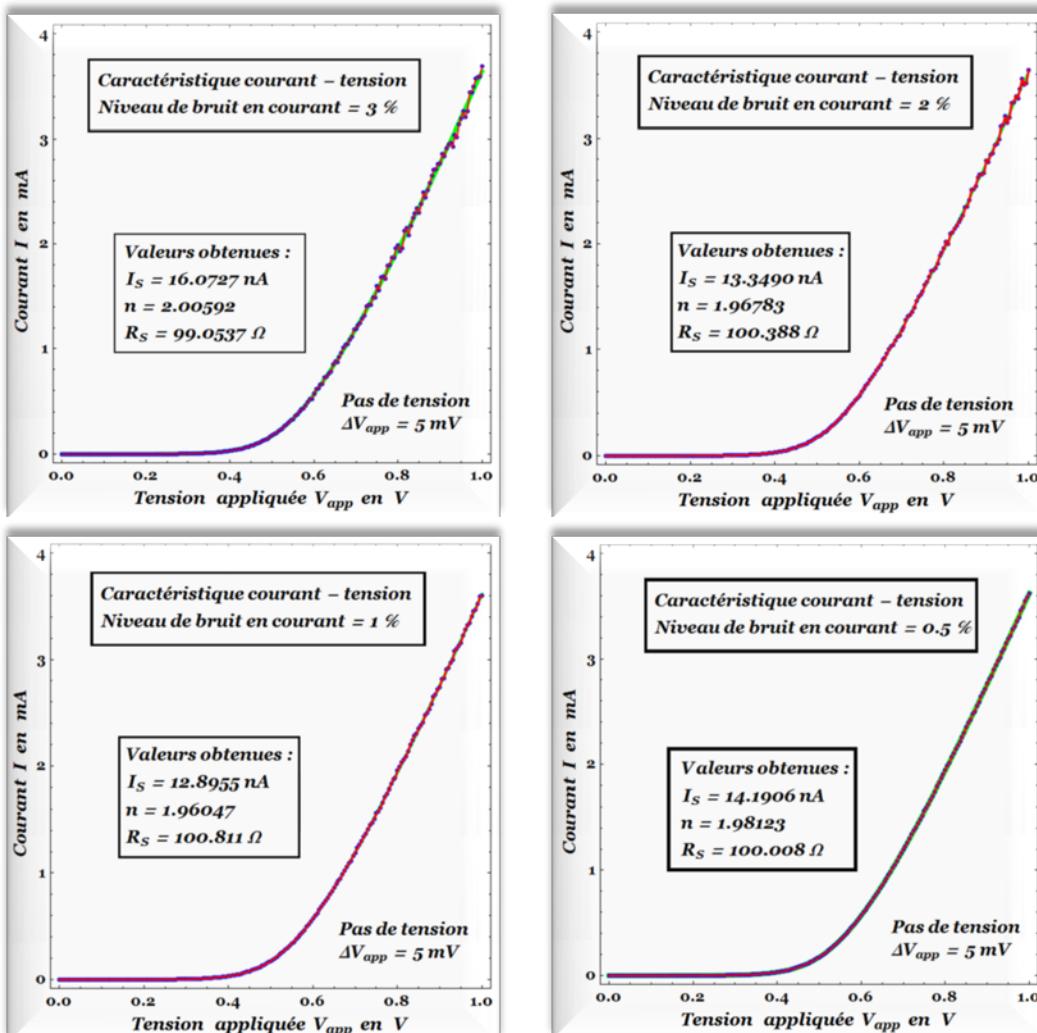
Afin de tenir compte des erreurs de mesure, nous allons introduire une fonction aléatoire caractérisant le bruit en courant. Le courant  $I$  traversant la diode est généralement donné par une expression de la forme [15] :

$$I = I_{\text{avec bruit}} = I_{\text{sans bruit}} \left( 1 + \eta \times \text{Random}(-1, 1) \right) \quad (\text{IV.23})$$

où le courant  $I_{\text{sans bruit}}$  est calculé à partir de l'équation (IV.14).

Le terme  $\eta$  désigne l'amplitude relative maximale du bruit (niveau de bruit exprimé en %) et la fonction  $\text{Random}(-1, 1)$  est une fonction qui génère un nombre aléatoire compris entre -1 et 1.

La figure suivante montre la caractéristique courant-tension d'une diode simulée ( $I_S = 14.4 \text{ nA}$ ,  $n = 1.984$  et  $R_S = 100 \Omega$ ) pour différents niveaux de bruit  $\eta$ .



**Figure IV.8 Caractéristiques I-V d'une diode simulée pour différents taux de bruit.**

*Pour les nouveaux systèmes électroniques (Keithley par exemple), la mesure est très sophistiquée et le niveau du bruit n'atteint jamais les 3%. C'est pour cette raison que nous allons choisir un niveau de bruit maximal  $\eta_{max}=3\%$ .*

*Le tableau suivant regroupe les résultats obtenus ( $I_S$ ,  $n$  et  $R_S$ ) à partir de caractéristiques courant-tension (I-V) bruitées. Nous avons pris des niveaux de bruit allant de 0.5 à 3%. Nous rappelons que notre diode simulée définit les paramètres suivantes :  $I_S=14.4\text{ nA}$ ,  $n=1.984$  et  $R_S=100\text{ }\Omega$ .*

<i>n° de la mesure</i>	<i>Paramètres</i>	<i>Bruit 0.5%</i>	<i>Bruit 1%</i>	<i>Bruit 2%</i>	<i>Bruit 3%</i>
1	$I_S$ en $nA$	16.3980	20.8308	27.7138	28.1870
	$N$	1.98512	1.99052	1.99413	2.00234
	$R_S$ en $\Omega$	99.8879	97.6541	98.9491	95.6279
2	$I_S$ en $nA$	19.1175	9.24309	10.8635	23.806
	$N$	1.98796	1.97905	1.98053	1.99399
	$R_S$ en $\Omega$	99.1790	100.744	100.951	95.6313
3	$I_S$ en $nA$	16.5619	7.77024	5.70581	9.10693
	$N$	1.98572	1.97971	1.97743	1.98456
	$R_S$ en $\Omega$	99.5489	100.886	102.330	100.158
4	$I_S$ en $nA$	14.1249	15.0591	30.7936	4.45979
	$N$	1.98455	1.98462	1.99669	1.97684
	$R_S$ en $\Omega$	99.6866	100.146	96.9647	100.528
5	$I_S$ en $nA$	10.5050	9.15988	14.0520	8.08579
	$N$	1.98002	1.98197	1.98508	1.98444
	$R_S$ en $\Omega$	101.154	99.8572	100.083	100.728

**Tableau IV.2 : Extraction des paramètres optimisés d'une diode simulée pour différents niveaux de bruit  $\eta$  de la caractéristique I-V.**

*Ce tableau montre que les valeurs des paramètres optimisés  $R_S$  et  $n$  obtenues à partir de cette méthode sont satisfaisantes alors que la valeur du courant de saturation  $I_S$  est moins précise néanmoins son ordre de grandeur est tolérable pour un taux de bruit  $\eta$  inférieur à 3%.*

*Notons que pour des taux de bruit  $\eta$  supérieurs à 5%, la méthode utilisée donne des valeurs du courant de saturation  $I_S$  totalement aberrantes.*

*Pour ce type de circuit, les paramètres de la diode peuvent être aussi déterminés à partir de la méthode de Werner [16]. Cette méthode a été appliquée pour la première fois sur des diodes Schottky.*

#### VI.4.1. Circuit parallèle ( $G_p$ -diode model)

Ce modèle tient compte des courants de fuite qui sont dus probablement à des problèmes technologiques lors de la réalisation des diodes à jonction (défauts par exemple). Ces courants de fuite joueront alors le rôle de court-circuit pour ces diodes. Par conséquent, ils seront modélisés par une conductance parallèle notée  $G_p$  (exprimée en siemens). Compte tenu de ces considérations, la diode peut être schématisée par le circuit parallèle suivant [17] :

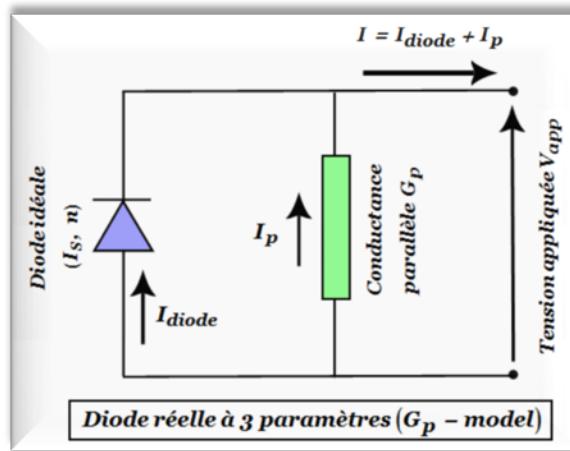


Figure IV. 9 Schéma équivalent d'une diode réelle ( $G_p$ -diode model).

Dans un premier temps, nous allons modéliser la caractéristique courant-tension  $I=f(V_{app})$  correspondante à ce type de circuit électronique équivalent.

Le courant  $I$  traversant le circuit est régi par l'équation de la diode et la loi des nœuds :

$$I_{diode} = I_S \left[ \exp \left( \frac{V_{diode}}{n u_T} \right) - 1 \right] = I_S \left[ \exp \left( \frac{V_{app}}{n u_T} \right) - 1 \right] \quad (IV.24)$$

et

$$\begin{aligned} I &= I_{diode} + I_p \\ &= I_{diode} + G_p V_{app} \end{aligned} \quad (IV.25)$$

où le terme  $I_p = G_p V_{app}$  représente le courant de fuite et  $V_{diode}$  la tension aux bornes de la diode ( $V_{diode} = V_{app}$ ).

En combinant les deux équations précédentes, nous trouvons :

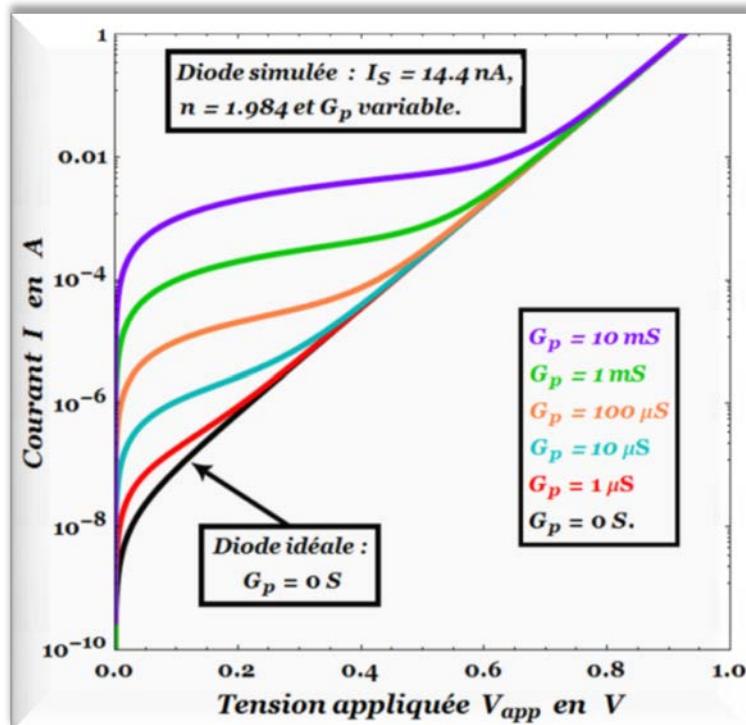
$$I = I_S \left[ \exp\left(\frac{V_{app}}{n u_T}\right) - 1 \right] + G_p V_{app} \quad (IV.26)$$

A partir de l'équation précédente, nous pouvons trouver l'expression de la tension appliquée  $V_{app}$  en fonction du courant total  $I$ . Cette tension sera donnée par la formulation suivante :

$$V_{app} = \frac{I + I_S}{G_p} - n u_T W_0 \left[ \frac{I_S}{n u_T G_p} \exp\left(\frac{I + I_S}{n u_T G_p}\right) \right] \quad (IV.27)$$

où la fonction  $W_0(x)$  a été déjà définie précédemment.

Les caractéristiques courant-tension de la diode simulée relative au circuit parallèle précédent sont calculées à partir de l'équation (IV.14) pour différentes valeurs de la conductance parallèle  $G_p$  (les paramètres  $I_S$  et  $n$  de la diode étant fixés). Ces caractéristiques ( $I$ - $V$ ) sont représentées sur la figure suivante :



**Figure IV.10 Caractéristiques I-V d'une diode simulée ( $G_p$ -diode model) en échelle semi-logarithmique pour  $I_S=14.4$  nA et  $n=1.984$  et  $G_p$  variable.**

Des valeurs élevées de la conductance parallèle  $G_p$  ( $R_p=1/G_p$  faibles) entraînent des courants de fuite importants. Ces courants de fuite deviennent appréciables en polarisation inverse et aux faibles polarisations directes.

En polarisation inverse (en pratique  $|V_{app}| \geq 10 u_T$ ), la diode réelle peut être assimilée à un circuit ouvert (état bloqué). Dans ce cas, elle joue alors le rôle d'une conductance pure de valeur  $G_p$ . Un calcul rigoureux montre que cette conductance est donnée par :

$$G_p = \left. \frac{dI}{dV_{app}} \right|_{V_{app} \leq -10 u_T} = \text{constante} \quad (\text{IV.28})$$

Certains chercheurs évaluent la résistance série ou/et la conductance parallèle  $G_p$  de manière indépendante [12, 15]; il en découle de cette procédure une mauvaise estimation des autres paramètres de la diode. Dans notre travail, tous les paramètres de la diode seront déterminés simultanément.

Dans un deuxième temps, nous allons développer la méthode d'extraction des paramètres d'une diode réelle modélisée par le circuit de la figure IV.9. En suivant la même procédure de calcul effectuée pour le circuit série, nous pouvons aboutir à l'expression de la puissance électrique  $P$  correspondante au circuit parallèle. Le calcul donne :

$$P(I, V) = \int_0^V i(V_{app}) dV_{app} = -I_S V + n u_T (I - G_p V) + \frac{1}{2} G_p V^2 \quad (\text{IV.29})$$

Cette équation pourra être obtenue par une simple analogie entre le circuit série et le circuit parallèle.

L'analyse de la puissance électrique  $P=P(I, V)$  expérimentale ou simulée permet la détermination des paramètres électriques ( $I_S$ ,  $n$  et  $G_p$ ) de la diode via la méthode des moindres carrés ou un lissage par un polynôme de degré 2 conformément à l'équation précédente.

Notons que la puissance électrique  $P_k=P(I_k, V_k)$  au point numéro  $k$  a été calculée numériquement à partir de la méthode des trapèzes. Dans nos calculs, nous avons choisi différents pas de tension  $h=\Delta V_{app}$ .

Maintenant, nous allons appliquer cette méthode à une diode simulée définie par les paramètres suivants :

- un courant de saturation  $I_S=14.4 \text{ nA}$ .
- un facteur d'idéalité  $n=1.984$ .
- une conductance parallèle  $G_p$  variable.

Les résultats obtenus relatifs aux trois paramètres optimisés de la diode sont résumés sur le tableau suivant :

Conductance parallèle $G_p$	Paramètres de la diode	$\Delta V_{app}=1 \text{ mV}$	$\Delta V_{app}=5 \text{ mV}$	$\Delta V_{app}=10 \text{ mV}$	$\Delta V_{app}=20 \text{ mV}$
$10 \text{ mS}$ ( $R_p=100 \Omega$ )	$I_S$ en nA	14.4	14.4	14.4	14.4
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$G_p$ en mS	0.01	0.01	0.01	0.01
$1 \text{ mS}$ ( $R_p=1 \text{ k}\Omega$ )	$I_S$ en nA	14.4	14.4	14.4	14.4
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$G_p$ en mS	1	1	1	1
$100 \mu\text{S}$ ( $R_p=10 \text{ k}\Omega$ )	$I_S$ en nA	14.4	14.4	14.4	14.4
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$G_p$ en $\mu\text{S}$	100	100	100	100
$10 \mu\text{S}$ ( $R_p=100 \text{ k}\Omega$ )	$I_S$ en nA	14.4	14.4	14.4	14.4
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$G_p$ en $\mu\text{S}$	10	10	10	10
$1 \mu\text{S}$ ( $R_p=1 \text{ M}\Omega$ )	$I_S$ en nA	14.4	14.4	14.4	14.4
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$G_p$ en $\mu\text{S}$	1	1	1	1
$10 \text{ nS}$ ( $R_p=10 \text{ M}\Omega$ )	$I_S$ en nA	14.4	14.4	14.4	14.4
	$n$	1.98406	1.98557	1.99028	2.00908
	$G_p$ en nS	10	10	10	10

**Tableau IV.2 : Extraction des trois paramètres de la diode simulée.**

Nous remarquons que les résultats obtenus par cette méthode sont en accord avec celles choisies dans notre simulation.

Pour le calcul des caractéristiques courant-tension, nous avons utilisé l'équation (IV.26). De plus, nous avons pris un taux de bruit nul ( $\eta=0$ ).

## IV.5. Modèle à 4 paramètres ( $R_S$ - $G_p$ -diode model)

Ce modèle tient compte non seulement des chutes de tension modélisées par une résistance série  $R_S$  mais aussi des courants de fuite modélisés par une conductance parallèle  $G_p$ . De plus, deux autres paramètres électriques seront pris en compte à savoir le courant de saturation  $I_S$  et le facteur d'idéalité  $n$  de la diode. Ce modèle porte le nom de modèle à quatre paramètres ( $I_S$ ,  $n$   $R_S$ ,  $G_p$ ).

Le circuit électrique équivalent décrivant ce modèle est représenté sur la figure suivante [17, 18] :

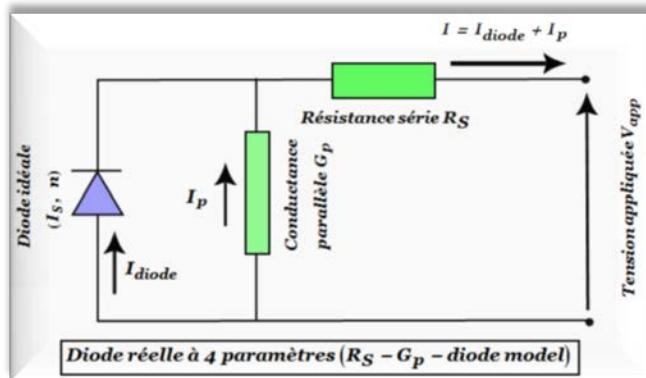


Figure IV.11 Schéma équivalent d'une diode réelle :  $R_S$ - $G_p$ -diode model.

Ce schéma électrique est le plus couramment utilisé et sur lequel s'appuient un grand nombre de constructeurs pour la détermination des caractéristiques techniques des diodes à jonction.

Les performances d'une diode à jonction sont généralement décrites par la caractéristique courant-tension. Cette dernière est nécessairement affectée par les différents paramètres électriques de la diode. Dans ce contexte, nous allons développer une méthode capable d'extraire les quatre paramètres de la diode modélisée par le circuit de la figure IV.11 ( $R_S$ - $G_p$ -diode model).

Une première étape consiste à modéliser la caractéristique électrique courant-tension  $I=f(V_{app})$  correspondante à ce type de circuit. Dans la deuxième étape, nous développons la méthode d'extraction des paramètres électriques de la diode.

### **IV.5.1 Caractéristique courant-tension**

*L'analyse du circuit électrique de la figure IV.11 est régi l'équation de la diode (paramètres  $n$  et  $I_S$ ) et les deux lois de Kirchhoff. Cette analyse nous permet d'aboutir à la caractéristique courant-tension d'un tel circuit.*

*Nous trouvons finalement :*

$$I = I_S \left[ \exp\left(\frac{V_{app} - R_S I}{n u_T}\right) - 1 \right] + G_p (V_{app} - R_S I) \quad (IV.30)$$

*La solution analytique exacte de l'équation précédente s'exprime à l'aide de la fonction de Lambert [18] :*

$$I(V_{app}) = \frac{G_p V_{app} - I_S}{1 + G_p R_S} + \frac{n u_T}{R_S} W_0 \left[ \frac{R_S I_S}{n u_T (1 + G_p R_S)} \exp\left(\frac{V_{app} + R_S I_S}{n u_T (1 + G_p R_S)}\right) \right] \quad (IV.31)$$

*ou encore*

$$V_{app}(I) = \frac{I + I_S}{G_p} + R_S I - n u_T W_0 \left[ \frac{I_S}{n u_T G_p} \exp\left(\frac{I + I_S}{n u_T G_p}\right) \right] \quad (IV.32)$$

*Une première dérivation de l'équation précédente conduit à l'expression de la résistance différentielle de la diode en tout point de la caractéristique  $V_{app}(I)$ . Cette résistance, notée  $R_{diff}$ , est donnée par :*

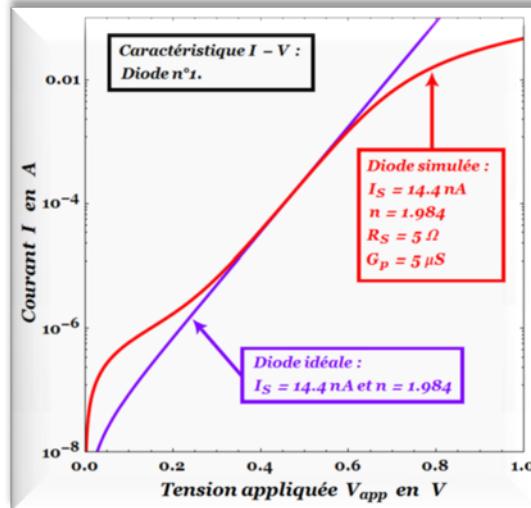
$$R_{diff} = \frac{dV_{app}}{dI} = R_S + \frac{n u_T}{(1 + G_p R_S) I - G_p (V_{app} - n u_T) + I_S} \quad (IV.33)$$

*En pratique, le produit  $G_p \times R_S$  est très faible devant l'unité. Dans ce cas, l'équation précédente prendra la forme suivante :*

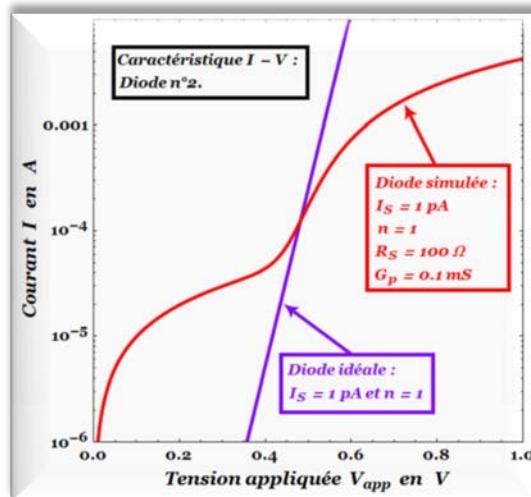
$$R_{diff} \approx R_S + \frac{n u_T}{I - G_p (V_{app} - n u_T) + I_S} \quad (IV.34)$$

*Nous rappelons que la conductance parallèle  $G_p$  et la résistance série  $R_S$  de la diode sont déterminées respectivement dans les domaines des polarisations inverses importantes et des forts courants directs.*

Les figures IV.12 et IV.13 représentent les caractéristiques courant-tension pour deux types de diodes simulées (respectivement diode n°1 et diode n°2) :



**Figure IV.12 Caractéristiques I-V de diode simulée n° 1 (échelle semi-logarithmique)**  
pour  $I_S=14.4 \text{ nA}$  et  $n=1.984$ ,  $R_S=10 \Omega$  et  $G_p=1 \text{ mS}$ .



**Figure IV.13 Caractéristiques I-V de diode simulée n° 2 (échelle semi-logarithmique)**  
pour  $I_S=1 \text{ pA}$  et  $n=1$ ,  $R_S=100 \Omega$  et  $G_p=0.1 \text{ mS}$ .

Pour la diode simulée n°2, nous remarquons que la courbe  $\ln(I)=f(V_{app})$  a la forme d'un "S". De plus, cette courbe donne l'impression qu'il existe deux types de courant de conduction (2 pentes distinctes !!!) : ceci n'est qu'une aberration voir une illusion. Ce comportement est généralement observé sur des diodes à faible conductance parallèle  $G_p$  et à forte résistance série  $R_S$ . Dans ce cas, ces deux paramètres ( $G_p$  et  $R_S$ ) vont complètement absorber la partie linéaire de la caractéristique courant-tension (pincement) [19].

### **IV.5.2 Généralisation de la méthode de Ranuarez**

*La surface (puissance électrique  $P$ ) sous la courbe  $I=f(V_{app})$  est donnée par l'équation suivante :*

$$P = \int_0^V i(v_{app}) dv_{app} \quad (IV.35)$$

*Compte tenu de l'équation (IV.32), cette puissance prendra alors la forme suivante :*

$$P = \int_0^V \left\{ \frac{G_p v_{app} - I_S}{1 + G_p R_S} + \frac{n u_T}{R_S} W_0 \left[ \frac{R_S I_S \exp \left( \frac{V_{app} + R_S I_S}{n u_T (1 + G_p R_S)} \right)}{n u_T (1 + G_p R_S)} \right] \right\} dv_{app} \quad (IV.36)$$

*Compte tenu de l'identité*

$$\int W_0(A \times e^{x+B}) dx = W_0(A e^{x+B}) \left[ 1 + \frac{1}{2} W_0(A e^{x+B}) \right], \quad (IV.37)$$

*la puissance électrique  $P$  sera complètement définie.*

*Finalement, nous trouvons :*

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{2} G_p V^2 + \frac{1}{2} R_S (1 + G_p R_S) I^2 - (I_S + n u_T G_p) V \\ & + [(1 + G_p R_S) n u_T + R_S I_S] I - G_p R_S I V \end{aligned} \quad (IV.38)$$

*Nous remarquons que l'équation généralisée précédente renferme le modèle de Ranuarez (modèle à 2 paramètres) ainsi que les modèles relatifs aux circuits élémentaires étudiés précédemment (modèles à 3 paramètres).*

*L'analyse de la puissance  $P(I, V)$  expérimentale ou simulée permet la détermination des quatre paramètres optimisés de la diode ( $I_S$ ,  $n$ ,  $R_S$  et  $G_p$ ) à partir de la méthode des moindres carrés ou un lissage (fit) par l'équation polynomiale (IV.38).*

*Notons que tous les paramètres optimisés de la diode seront déterminés simultanément d'où l'avantage de cette méthode.*

## IV.6. Modèle à deux diodes

Le modèle à deux diodes (ou à deux exponentiels) est considéré comme étant le modèle le plus proche du comportement réel d'une diode à jonction, du fait qu'il tient compte des deux phénomènes de conduction à savoir la diffusion et de la recombinaison en zone de charge d'espace.

Le circuit électrique équivalent décrivant ce modèle (modèle traditionnel bi-diode) est schématisé sur la figure suivante [5]:

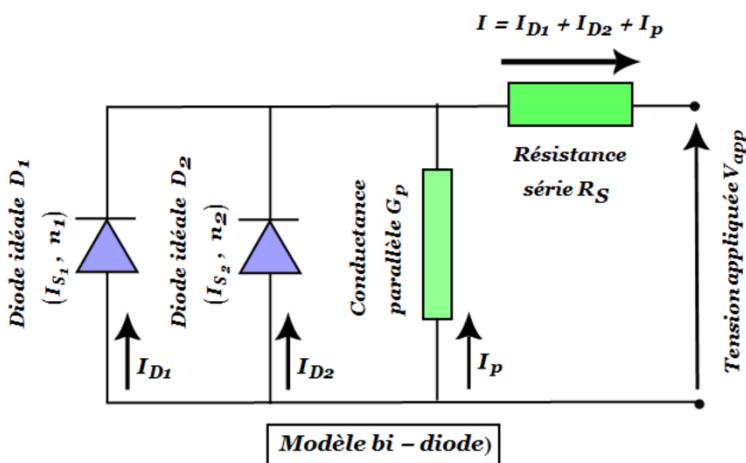


Figure IV.14 Schéma équivalent du modèle traditionnel à deux diodes.

où chacune de ces diodes est définie par son propre courant de saturation inverse et son propre facteur d'idéalité.

Nous rappelons que la résistance série  $R_S$  modélise les pertes ohmiques au sein de la diode et des contacts et la conductance parallèle  $G_p$  modélise les courants de fuite qui court-circucent la jonction. Ce modèle porte le nom de modèle à six paramètres.

Ce modèle traditionnel apporte une meilleure précision tout en rendant la modélisation plus difficile .

Afin de lever cette difficulté, nous allons modifier la topologie du circuit électrique de la figure IV.14. Cette modification va nous permettre d'accéder à un modèle purement analytique de la caractéristique I-V d'une diode réelle où les deux mécanismes de conduction coexistent.

*La loi de la diode idéale et les deux lois de Kirchhoff permettent d'exprimer la caractéristique courant-tension de la diode réelle [5]:*

$$I = I_{S1} \left[ \exp \left( \frac{V_{app} - R_S I}{n_1 u_T} \right) - 1 \right] + I_{S2} \left[ \exp \left( \frac{V_{app} - R_S I}{n_2 u_T} \right) - 1 \right] + G_p (V_{app} - R_S I) \quad (IV.39)$$

où

$I_{S1}$  : courant de saturation inverse de la diode  $D_1$

$I_{S2}$  : courant de saturation inverse de la diode  $D_2$

$n_1$  : le facteur d'idéalité de la diode  $D_1$ .

$n_2$  : le facteur d'idéalité de la diode  $D_2$ .

$R_S$  : la résistance série

$G_p$  : la conductance parallèle.

*Ce modèle est décrit par une équation implicite du courant qui ne peut être résolue qu'à l'aide de méthodes itératives.*

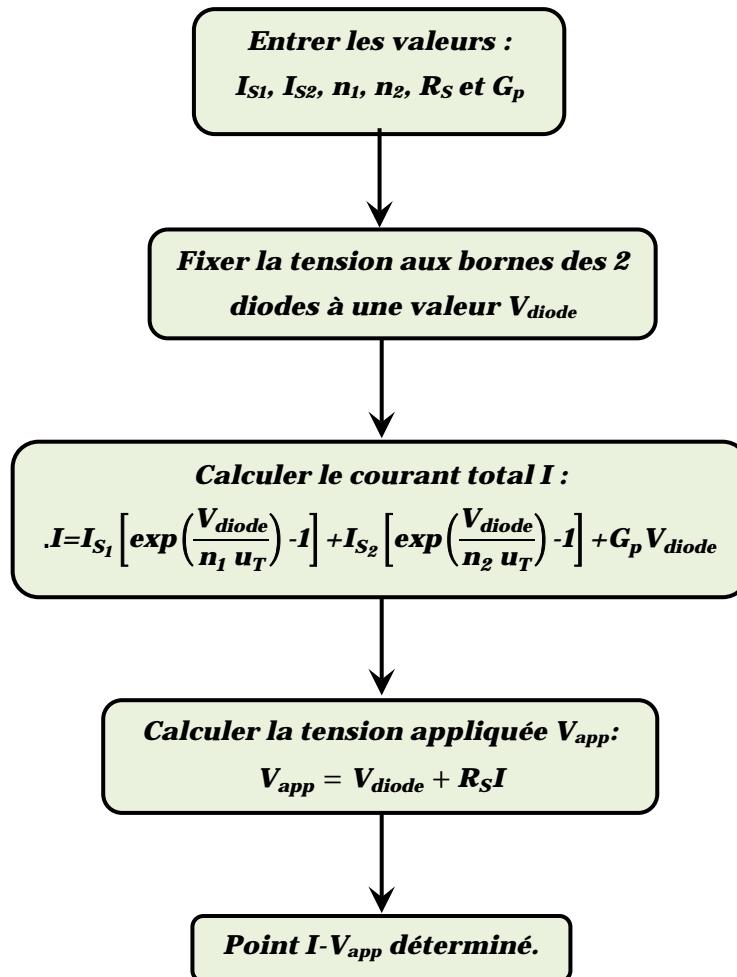
*Les courants traversant les branches contenant les diodes  $D_1$  et  $D_2$  représentent respectivement le courant de diffusion (noté  $I_{D1}$  avec  $n_1 \approx 1$ ) et le courant de génération-recombinaison (noté  $I_{D2}$  avec  $n_2 \approx 2$ ) dans la zone active de la jonction.*

*Dans le cas où la conductance parallèle  $G_p$  est nulle (courants de fuite négligeables) et les facteurs d'idéalité des diodes  $D_1$  et  $D_2$  sont respectivement  $n_1=1$  et  $n_2=2$ , la caractéristique courant-tension  $I-V$  est définie explicitement par sa fonction inverse  $V_{app}(I)$  [20] :*

$$V_{app}(I) = R_S I + 2 u_T \ln \left[ \sqrt{\left( 1 + \frac{I_{S2}}{2 I_{S1}} \right)^2 + \frac{I}{I_{S1}}} - \frac{I_{S2}}{2 I_{S1}} \right] \quad (IV.40)$$

*Pour une tension appliquée  $V_{app}$  égale à  $2R_S I_{S2} \left( \frac{I_{S2}}{I_{S1}} - 2 \right) + 2u_T \ln \left( \frac{I_{S2}}{I_{S1}} - 1 \right)$ , les courants traversant les deux diodes  $D_1$  et  $D_2$  sont identiques et valent chacun d'eux  $(I_{S2}/I_{S1}-2)I_{S2}$ .*

Connaissant les six paramètres de la diode, la caractéristique  $I$ - $V$  peut être calculée tout simplement à l'aide de l'organigramme suivant :



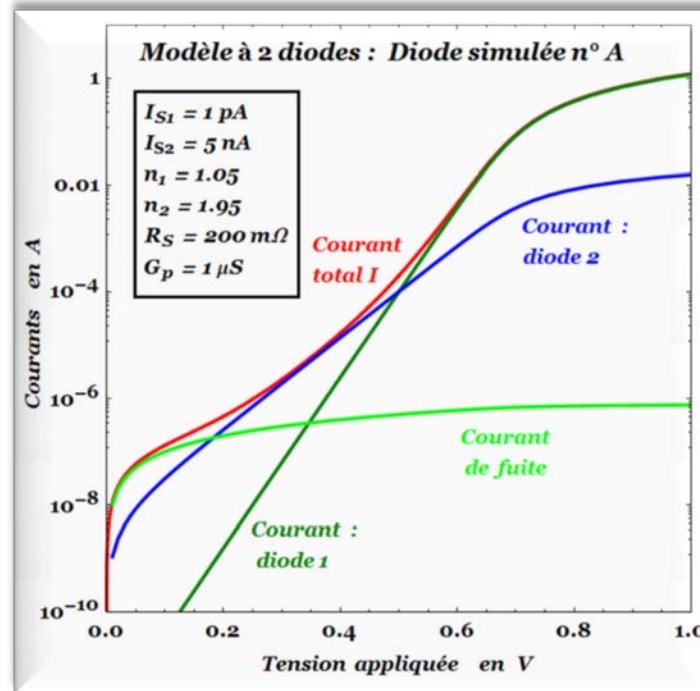
**Figure IV.15 : Algorithme de calcul de la caractéristique  $I$ - $V$  pour le modèle bi-diode.**

Cette simple méthode de calcul ne fait appel à aucune méthode itérative et le problème de convergence ne sera même pas posé.

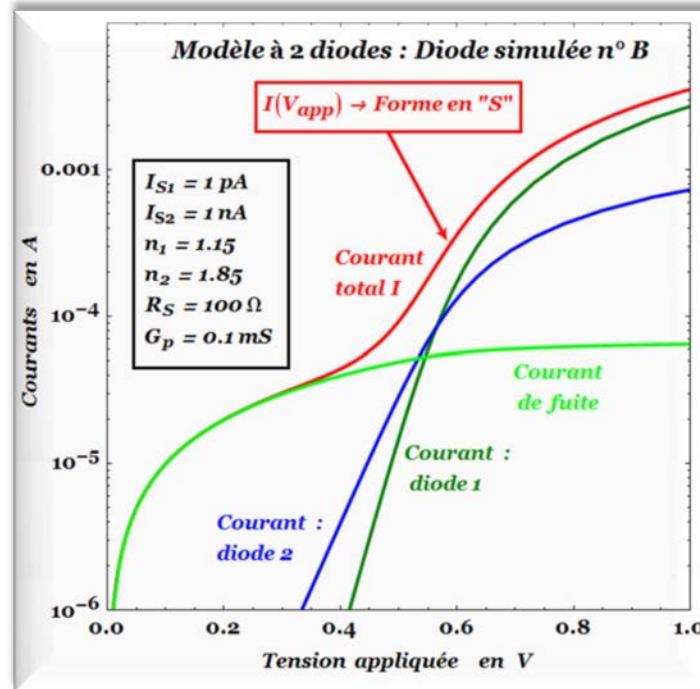
Maintenant, nous allons simuler les caractéristiques courant-tension de deux diodes (A et B) à partir de l'organigramme précédent.

- **Diode simulée A :** Diode 1 ( $I_{S1} = 1 \text{ pA}$  et  $n_1=1.05$ ), Diode 2 ( $I_{S2} = 5 \text{ nA}$  et  $n_2=1.95$ ),  $R_S=0.2 \Omega$  et  $G_p=1 \mu\text{S}$ .
- **Diode simulée B :** Diode 1 ( $I_{S1} = 1 \text{ pA}$  et  $n_1=1.15$ ), Diode 2 ( $I_{S2} = 1 \text{ nA}$  et  $n_2=1.85$ ),  $R_S=100 \Omega$  et  $G_p=0.1 \text{ mS}$ .

Les deux figures suivantes donnent respectivement les caractéristiques courant-tension correspondantes aux diodes A et B ainsi que les contributions des différents courants ( $I_{D1}$ ,  $I_{D2}$  et  $I_p$ ) :



**Figure IV.16 Caractéristique I-V pour le modèle à deux diodes (diode A) :**



**Figure IV.17 Caractéristique I-V pour le modèle à deux diodes (diode B) :**

Le circuit bi-diode de la figure IV.14 n'est pas soluble analytiquement. Afin de contourner ce problème, nous allons proposer un nouveau modèle bi-diode de topologie différente.

Ce modèle sera constitué d'un groupement de deux circuits élémentaires (type série) et d'une conductance parallèle  $G_p$ . Son schéma électrique équivalent est représenté sur la figure suivante :

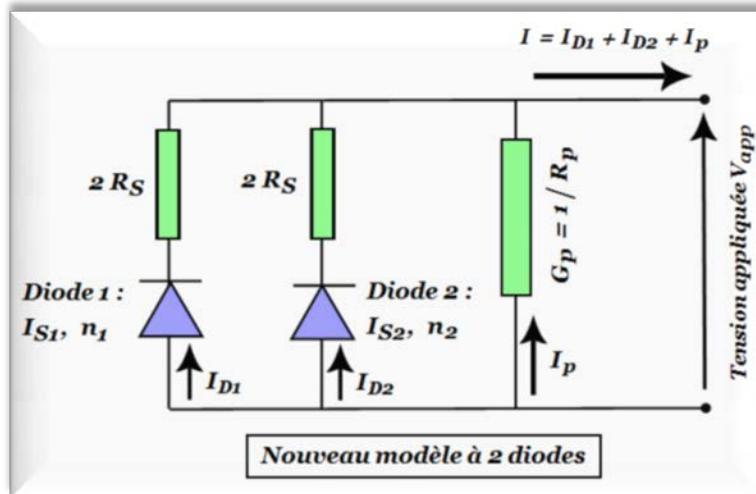


Figure IV.18 Schéma équivalent du nouveau modèle à 2 diodes

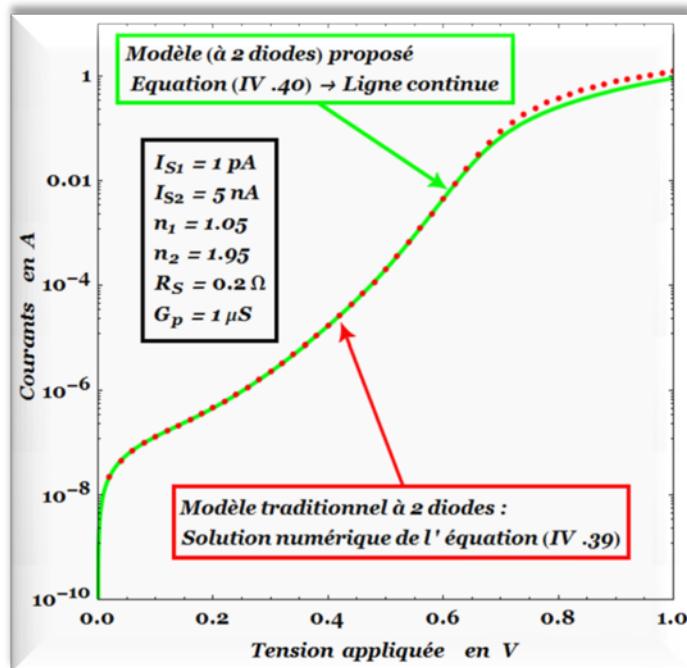
Compte tenu des résultats obtenus pour le circuit élémentaire type série (voir  $R_S$ -diode model), les différentes composantes du courant  $I$  (figure IV.18) sont données par :

$$\begin{cases} I_{D1} = -I_{S1} + \frac{n_1 u_T}{2R_S} W_0 \left[ \frac{2R_S I_{S1}}{n_1 u_T} \exp\left(\frac{V_{app} + 2R_S I_{S1}}{n_1 u_T}\right) \right] \\ I_{D2} = -I_{S2} + \frac{n_2 u_T}{2R_S} W_0 \left[ \frac{2R_S I_{S2}}{n_2 u_T} \exp\left(\frac{V_{app} + 2R_S I_{S2}}{n_2 u_T}\right) \right] \\ I_p = G_p V_{app} \end{cases} \quad (IV.41)$$

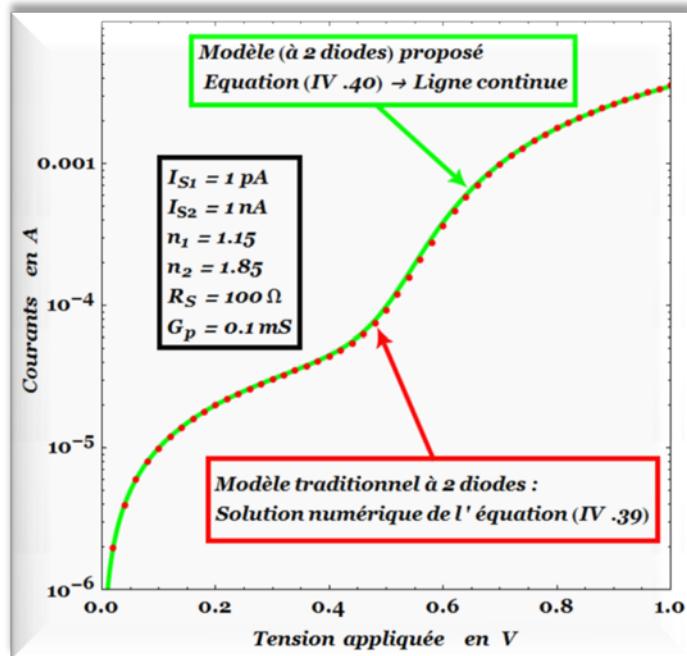
La loi des nœuds :

$$I(V_{app}) = -(I_{S1} + I_{S2}) + \frac{n_1 u_T}{2R_S} W_0 \left[ \frac{2R_S I_{S1}}{n_1 u_T} \exp\left(\frac{V_{app} + 2R_S I_{S1}}{n_1 u_T}\right) \right] + \frac{n_2 u_T}{2R_S} W_0 \left[ \frac{2R_S I_{S2}}{n_2 u_T} \exp\left(\frac{V_{app} + 2R_S I_{S2}}{n_2 u_T}\right) \right] + G_p V_{app} \quad (IV.42)$$

Les deux figures suivantes illustrent les caractéristiques courant-tension correspondantes à deux circuits bi-diode de topologies différentes à savoir le circuit traditionnel (figure IV.14) et le circuit que nous avons proposé (figure IV.18).



**Figure IV.19 Confrontation entre les deux modèles bi-diode (diode simulée A)**



**Figure IV.20 Confrontation entre les deux modèles bi-diode (diode simulée B)**

Les deux figures précédentes montrent que les deux modèle bi-diode donnent pratiquement la même caractéristique courant-tension. Néanmoins, l'équation (IV.42) constitue une très bonne solution initiale dans le calcul itératif de l'équation phénoménologique (IV.39).

Notre modèle à deux diodes peut être amélioré en considérant un circuit constitué d'un groupement parallèle de deux circuits type  $R_S$ - $G_p$ -diode. Dans ce cas, le nombre de paramètres augmente et devient égal à 8.

Dans le cas où l'effet tunnel est pris en compte, nous obtenons un modèle multi-branche. La caractéristique I-V correspondante est donnée par [21] :

$$I = I_{S_1} \left[ \exp \left( \frac{V_{app} - R_S I}{n_1 u_T} \right) - 1 \right] + I_{S_2} \left[ \exp \left( \frac{V_{app} - R_S I}{n_2 u_T} \right) - 1 \right] + I_0 \left[ \exp \left( \frac{V_{app} - R_S I}{E_{Tunnel}} \right) - 1 \right] + G_p (V_{app} - R_S I) \quad (IV.43)$$

où  $I_0$  et  $E_{Tunnel}$  désignent respectivement le courant de saturation inverse et la barrière tunnel.

En suivant la même procédure que le modèle à deux diodes, nous proposons le modèle à trois diodes suivant :

$$I = -(I_{S_1} + I_{S_2} + I_0) + \frac{n_1 u_T}{3 R_S} W_0 \left[ \frac{3 R_S I_{S_1}}{n_1 u_T} \exp \left( \frac{V_{app} + 3 R_S I_{S_1}}{n_1 u_T} \right) \right] + \frac{n_2 u_T}{3 R_S} W_0 \left[ \frac{3 R_S I_{S_2}}{n_2 u_T} \exp \left( \frac{V_{app} + 3 R_S I_{S_2}}{n_2 u_T} \right) \right] + G_p V_{app} + \frac{E_{Tunnel}}{3 R_S} W_0 \left[ \frac{3 R_S I_0}{E_{Tunnel}} \exp \left( \frac{V_{app} + 3 R_S I_0}{E_{Tunnel}} \right) \right] \quad (IV.44)$$

où La fonction de Lambert  $W_0(x)$  a été déjà définie précédemment.

Notons que chacune de ces diodes est branchée en série avec une résistance de valeur  $3 \times R_S$  où  $R_S$  désigne la résistance série du modèle traditionnel à trois diodes [5].

## **IV.7. Conclusion**

*Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle méthode d'extraction des paramètres électriques d'une diode à jonction réelle à partir de sa caractéristique courant-tension  $I=f(V_{app})$ . La diode réelle a été modélisée en utilisant une variété de circuits équivalents [5, 18].*

*La méthode utilisée est une généralisation de la méthode de Ranuarez; elle est basée sur un calcul de la puissance électrique : surface sous la courbe  $I=f(V_{app})$ . L'application de cette méthode peut être étendue à des composants ayant même cinq paramètres tels les cellules photovoltaïques. L'extraction d'une manière optimale des différents paramètres d'une diode semiconductrice est une tache de grande importance.*

*La méthode mise au point ne nécessite aucune introduction de valeurs initiales contrairement aux programmes d'extraction directe qui sont basés sur la méthode de Newton-Raphson [15].*

*De plus, nous avons développé un modèle analytique à deux diodes afin de tenir compte des deux phénomènes de conduction à savoir la diffusion et de la recombinaison en zone de charge d'espace.*

*Les méthodes basées sur la fonction  $W_0$  (branche principale de la fonction de Lambert  $W$ ) s'avèrent très efficaces pour la caractérisation des composants électroniques à semiconducteur [22-29].*

**Références bibliographiques relatives au chapitre IV**

- [1] *Sze, S. M., Ng, K. K.: Physics of semiconductor devices. John Wiley and Sons, New York (2006).*
- [2] *Ellis, J.A., Barnes, P.A.: Current–voltage characteristics of a GaAs Schottky diode accounting for leakage paths. Applied Physics Letters. **76**(1), 124-125 (2000)*
- [3] *Ortiz-Conde, A., Garcia Sanchez, F.J., Muci, J.: Exact analytical solutions of the forward non-ideal diode equation with series and shunt parasitic resistances. Sol. Stat. Electron. 44, 1861-1864 (2000)*
- [4] *Ortiz-Conde, A., Estrada, M., Cerdeira, A., Garcia Sanchez, F.J., De Mercato, G.: Modelling real junctions by series combination of two ideal diodes with parallel resistance and its parameter extraction. Sol. Stat. Electron. 45, 223-228 (2001)*
- [5] *Ortiz-Conde, A., García-Sánchez, F.J., Terán Barrios, A., Muci, J., de Souza, M., Pavanello, M.A.: Approximate analytical expression for the terminal voltage in multi-exponential diode models. Solid-State Electronics. **89**, 7-11 (2013)*
- [6] *Schroder, D.K.: Semiconductor Material and Device Characterization, 2nd ed., Wiley, New York, (1998).*
- [7] *Lévy, F.: Physique et technologie des semiconducteurs, Première édition, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, (1995).*
- [8] *Ranuarez, J.C., Garcia Sanchez, F.J., Ortiz-Conde, A.: Procedure for determining diode parameters at very low forward voltage. Sol. Stat. Electron. 43, 2129-2133 (1999)*
- [9] *Banwell, T.C., Jayakumar, A.: Exact analytic solution for current flow through diode with series resistance. Electronics Letters. **36**, 291-292 (2000)*
- [10] *Ghani, F., Duke, M.: Numerical determination of parasitic resistances of a solar cell using the Lambert W-function. Solar Energy. 85, 2386-2394 (2011)*

- [11] Veberic, D.: *Lambert W function for applications in physics*. *Computer Physics Communications* **183**, 2622-2628 (2012).
- [12] Sharma, G.D., Saxena, D., Roy, M.S.: *Charge conduction process photovoltaic effect in ITO/ArV/CHR/In pn-junction device*. *Syntetic Metals*. **124**, 399-405 (2001)
- [13] Bashir Al-Hashimi, B.: *The Art of Simulation Using PSPICE Analog and Digital*, CRC Press Inc, (1995).
- [14] Démidovitch, B., Maron, I.: *Element de calcul numérique*, Traduction française Edition Mir, Moscou, (1973).
- [15] Ortiz-Conde, A., Ma, Y., Thomson, J., Santos, E., Liou, J.J., Garcia Sanchez, F.J., Lei, M., Finol, J., Layman, P.: *Direct extraction of semiconductor device parameters using lateral optimization method*. *Sol. Stat. Electron.* **43**, 845-848 (1999)
- [16] Werner, J.H.: *Schottky Barrier and pn-junction I/V plots-small signal evaluation*. *Appl. Phys. A* **47**, 291-300 (1988)
- [17] Ortiz-Conde, A., Garcia Sanchez, F.J., Muci, J.: *Extraction of non-ideal junction model parameters from the explicit analytic solutions of its I-V characteristics*. *Sol. Stat. Electron.* **49**, 465-472 (2005)
- [18] Ortiz-Conde, A., Garcia Sanchez, F.J., Muci, J.: *New method to extract the model parameters of solar cells from the explicit analytic solutions of their illuminated I-V characteristics*. *Solar Energy Materials and Solar Cells*. **90**, 352-361 (2006)
- [19] Fortes, M., Comesana, E., Rodriguez, J.A., Otero, P., Garcia-Loureiro, A.J.: *Impact of series and shunt resistances in amorphous silicon thin film solar cells*. *Solar Energy*. **100**, 114-123 (2014)
- [20] Lugo-Muñoz, D., Muci, J., Ortiz-Conde, A., García-Sánchez, F.J., de Souza, M., Pavanello, M.A.: *An explicit multi-exponential model for semiconductor junctions with series and shunt resistances*. *Microelectronics Reliability*. **51**, 2044-2048 (2011)

- [21] Asllani, B., Niu, S., Denis, P., Berthou, M., Tournier, D., Brosselard, P.: *Modélisation phénoménologique de la caractéristique IV en direct de diodes Schottky/JBS en carbure de silicium. Symposium de Génie Electrique 2014, Jul 2014, Cachan, France.* <hal-01065193>
- [22] Jain, A., Sharma, S., Kapoor, A.: *Solar cell array parameters using Lambert W-function. Solar Energy Materials and Solar Cells.* **90**, 25-31 (2006)
- [23] Romero, B., del Poso, G.: *Exact analytical solution of a two diode circuit model for organic solar cells showing S-shape using Lambert W-functions. Solar Energy.* **86**, 3026-3029 (2012)
- [24] Ghani, F., Duke, M., Carson, J.: *Numerical calculation of series and shunt resistances and diode quality factor of a photovoltaic cell using the Lambert W-function. Solar Energy.* **91**, 422-431 (2013)
- [25] Lun, S.-X., Wang, S., Yang, S.-X., Guo, T.-T.: *A new explicit double-diode modeling method based on Lambert W-function for photovoltaic arrays. Solar Energy.* **116**, 69-82 (2015)
- [26] Fathabadi, H.: *Lambert W function-based technique for tracking the maximum power point of PV modules connected in various configurations. Renewable Energy.* **74**, 214-226 (2015)
- [27] Dar, T. A., Agrawal, A., Misra, P., Kukreja, L. M., Sen, P. K., Sen, P.: *Parameter extraction from S-shaped current–voltage characteristics in organic photocell with opposed two-diode model: Effects of ideality factors and series resistance. physica status solidi (a),* **212**(8), 1731-1734 (2015).
- [28] Sarker, S., Seo, H. W., Lee, K. S., Jin, Y. K., Ju, H., Kim, D. M. : *Exact analytical analysis of current density–voltage curves of dye-sensitized solar cells. Solar Energy,* **115**, 390-395 (2015).
- [29] Ghani, F., Rosengarten, G., Duke, M., Carson, J. K.: *On the influence of temperature on crystalline silicon solar cell characterisation parameters. Solar Energy,* **112**, 437-445 (2015).

## ***Conclusion générale***

## **Conclusion générale**

*Ce mémoire s'est donné pour objectif d'élaborer des modèles décrivant la caractéristique capacité-tension de deux structures semiconductrices idéales à savoir la L.G.J et la S.S.J pour toute la gamme des tensions appliquées.*

*Une méthode originale a été proposée pour la détermination de la largeur de la zone de charge d'espace d'une homojonction pn linéairement graduée (L.G.J) sans faire appel à la distribution du potentiel électrique.*

*Nous avons développé deux modèles originaux de la caractéristique capacité-tension pour une structure L.G.J et une structure S.S.J pour toute la gamme des tensions appliquées.*

*Ces modèles décrivent correctement le comportement de la capacité de cette structure et tient compte du phénomène anormal lié à la décroissance de la capacité aux polarisations directes élevées et les anomalies présentes dans le modèle classique ont été éliminées.*

*De plus, un modèle unifié de la caractéristique capacité-tension pour les jonctions réelles et pour toute la gamme des tensions appliquées a été proposé. Ce modèle semi-empirique peut être utilisé comme solution initiale dans les simulations numériques futures afin de réduire leurs temps de calcul.*

*Les modèles obtenus sont en bon accord avec d'autres modèles de la littérature ainsi que certains résultats expérimentaux.*

*D'autre part, nous avons présenté une nouvelle méthode d'extraction des paramètres électriques d'une diode à jonction réelle à partir de sa caractéristique courant-tension. La méthode utilisée est une généralisation de la méthode de Ranuarez; elle est basée sur un calcul de la puissance électrique. L'application de cette méthode peut être étendue à des composants ayant même cinq paramètres tels les cellules photovoltaïques.*

## **Conclusion générale**

*L'extraction d'une manière optimale des différents paramètres d'une diode semiconductrice est une tache de grande importance. La méthode mise au point ne nécessite aucune introduction de valeurs initiales contrairement aux programmes d'extraction directe qui sont basés sur la méthode de Newton-Raphson.*

*De plus, nous avons développé un modèle analytique à deux diodes afin de tenir compte des deux phénomènes de conduction à savoir la diffusion et de la recombinaison en zone de charge d'espace. Les méthodes basées sur la fonction de Lambert s'avèrent très efficaces pour la caractérisation des composants électroniques à semiconducteur.*

*En perspective, d'un point de vue physique, il sera nécessaire d'introduire les effets liés à la dégénérescence des matériaux semiconducteurs, par l'utilisation de la statistique de Fermi-Dirac au lieu de celle de Maxwell-Boltzmann dans la modélisation de la caractéristique capacité-tension. De plus, nous envisageons de développer à un modèle rigoureux de la caractéristique courant-tensions de cellules photovoltaïques inorganiques.*

## ***Annexes***

**Annexe A : Modèle de dérive-diffusion**

Les équations de dérive-diffusion forment le modèle le plus couramment utilisé de nos jours pour décrire les composants à semiconducteurs [1]. Dans ce modèle, le transport de charge est dû à la combinaison de deux phénomènes à savoir la dérive due au champ électrique appliqué au dispositif et la diffusion due à la disposition spatiale des porteurs. Le modèle de dérive-diffusion se compose principalement de deux équations qui sont propres au modèle: l'équation de continuité de charge et l'équation du courant. En régime statique (dérivées temporelles nulles) et en absence du terme de génération-recombinaison, ce modèle est régie par le système d'équations suivant [1, 2] :

$$\begin{cases} \nabla (\varepsilon \nabla V) = -q(p-n+N_D^+ - N_A^-) \\ j_n = -q\mu_n n \nabla V_{Fn} \quad , \quad j_p = -q\mu_p p \nabla V_{Fp} \\ n = n_i \exp\left(\frac{V - V_{Fn}}{u_T}\right) \quad , \quad p = n_i \exp\left(\frac{V_{Fp} - V}{u_T}\right) \end{cases} \quad (A.1)$$

+ Conditions aux limites

En principe, l'équation de Poisson ne fait pas partie du modèle. Elle sert seulement à calculer la force de dérive externe : elle est intégrée au modèle pour l'auto-consistance du problème [1].

La majeure partie de la littérature sur les modèles mathématiques pour la simulation de composants s'intéresse à ce système non-linéaire d'équations à dérivées partielles.

**Références (Annexe A)**

- [1] Hadji, D.: Modélisation et simulation tridimensionnelle des composants à semiconducteur de taille submicronique. Thèse de doctorat. Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG. (1999).
- [2] Haggag, A., Hess, K.: Analytical theory of semiconductor p-n junctions and the transition between depletion and quasineutral region. IEEE Trans. Electron Devices **47**, 1624-1629 (2000).

**Annexe B : Fonction de Lambert  $W(x)$**

*La fonction de Lambert  $W$  a été introduite en 1758 dans les travaux de Lambert, ensuite elle a été étudiée par Euler en 1779. Enfin, elle a été étudiée en 1959 par E.M. Wright d'où elle a pris son nom.*

*Cette fonction est utilisée dans différents domaines à savoir la chimie, la biologie et la physique. Son nombre d'applications ne cesse d'augmenter ces dernières années [1-3].*

*La fonction de Lambert  $W(x)$  est définie comme étant la solution de l'équation suivante :*

$$W(x) \times \exp(W(x)) = x \quad (B.1)$$

*Notons que la fonction de Lambert  $W(x)$  est implémentée dans de nombreux logiciels de calcul à savoir Mathematica par Wolfram Research ou Matlab par MathWorks.*

*La dérivée et l'intégrale de cette fonction sont données respectivement par :*

$$\frac{dW(x)}{dx} = \frac{W(x)}{x[1+W(x)]} \quad (B.2)$$

*et*

$$\int W(x) dx = x \left( W(x) - 1 + \frac{1}{W(x)} - 1 \right) \quad (B.3)$$

*De plus, la fonction de Lambert  $W$  vérifie aussi l'identité suivante [4]:*

$$\int W(A e^{Bx}) dx = \frac{W(A e^{Bx}) \times \left[ 1 + \frac{1}{2} W(A e^{Bx}) \right]}{B} \quad (B.4)$$

*où  $A$  et  $B$  sont des constantes non nulles.*

## Annexe B : Fonction de Lambert

La figure suivante donne une représentation de la fonction  $W$  :

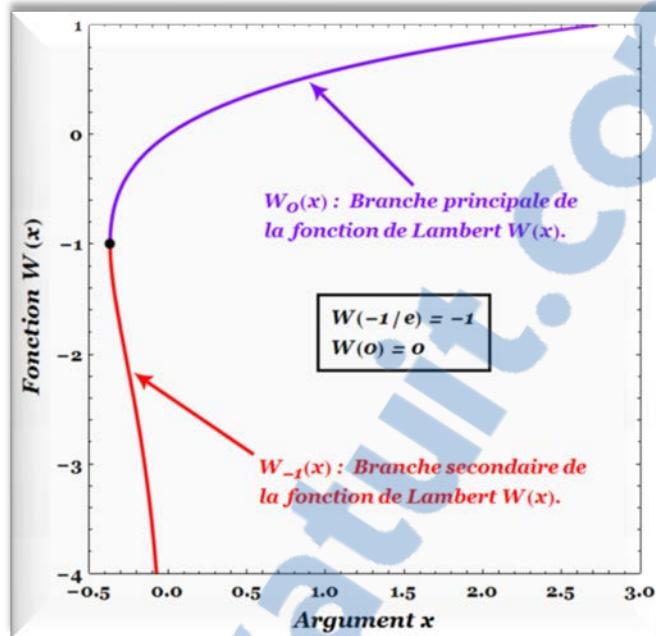


Figure A.1 Représentation de la fonction  $W(x)$

La fonction de Lambert est constitué de deux branches (principale et secondaire) nommées respectivement  $W_0(x)$  et  $W_{-1}(x)$  [1-3, 5].

$$W(x) = \begin{cases} W_0(x) & \text{pour } W(x) \geq -1 \\ W_{-1}(x) & \text{pour } W(x) \leq -1 \end{cases} \quad (B.5)$$

Ces deux branches sont respectivement approximées par [3, 5]

$$W_0(x > 10^{-3}) = \frac{512}{351} \ln \left[ \frac{6x/5}{\ln \left( \frac{12x/5}{\ln(1+12x/5)} \right)} \right] - \frac{161}{351} \ln \left[ \frac{2x}{\ln(1+2x)} \right] \quad (B.5)$$

Erreur relative < 0.2 %

et

$$W_{-1} \left( -x : 0 < x \leq \frac{1}{e} \right) = \ln \left( \frac{x}{- \ln(x) + \frac{6x\sqrt{-2(\ln(x)+1)}}{6+\sqrt{-2(\ln(x)+1)}}} \right) \quad (B.6)$$

Erreur relative < 0.03 %

## **Annexe B : Fonction de Lambert**

*Pour la fonction  $W_0(x)$ , nous proposons l'expression suivante :*

$$W_0(x \geq e) = \ln\left[\frac{x}{\ln(x)}\right] + \frac{\ln[\ln(x)]}{\frac{63}{67}\ln(x) - \frac{3}{10}\ln[\ln(x)] + \frac{49}{45}}$$

*Erreur relative  $\leq 0.045\%$*

## **Références (Annexe B)**

- [1] *Veberic, D.: Lambert W function for applications in physics. Computer Physics Communications* **183**, 2622-2628 (2012).
- [2] *Mathias, S.A., Roberts, A.W.: A Lambert W function solution for estimating sustainable injection rates for storage of CO<sub>2</sub> in brine aquifers. International Journal of Greenhouse Gas Control* **17**, 546-548 (2013).
- [3] *Parlange, J.-Y., Barry, D.A., Haverkamp, R.: Explicit infiltration equations and the Lambert W-function. Advances in Water Resources.* **25**, 1119-1124 (2002).
- [4] *Wolfram, S.: The Mathematica Book, 4th Edition, Cambridge University Press, Cambridge (1999).*
- [5] *Barry, D.A., Parlange, J.-Y., Li, L., Prommer, H., Cunningham, C.J., Stagnitti, F.: Analytical approximations for real values of the Lambert W-function. Mathematics and Computers in Simulation.* **53**, 95-103 (2000).

**Annexe C : Caractéristique du pic de la caractéristique capacité-tension d'une structure S.S.J.**

**Capacité maximale (pic)**

Il a été observé expérimentalement que les caractéristiques capacité-tension  $C(V_{app})$  de dispositifs semiconducteurs présentent un maximum (pic). Ce pic est défini par l'équation suivante [1] :

$$\frac{dC(V_{app})}{dV_{app}} \bigg|_{V_{app}=V_{pic}} = 0 \quad (C.1)$$

Dans le cas d'une structure S.S.J, la caractéristique  $C(V_{app})$  est donnée par :

$$C(V_{app}) = \frac{\varepsilon}{L_{Di}} \sqrt{\frac{K_0}{8}} \times \frac{\frac{K}{1+\sqrt{1+K^2}}}{\sqrt{\sinh^{-1}(K) - \frac{K}{1+\sqrt{1+K^2}}}} \quad (C.2)$$

où les paramètres  $K$  et  $K_0$  sont définis respectivement par les équations III.20 et III.25 du chapitre III.

L'équation A1 est équivalente à :

$$\frac{dC(V_{app})}{dK} \bigg|_{K=K_{pic}} = 0 \quad (C.3)$$

Compte tenu des deux équations précédentes, nous trouvons:

$$K_{pic} = 2 \sinh^{-1}(K_{pic}) - \frac{K_{pic}}{1 + \sqrt{1 + K_{pic}^2}} \quad (C.4)$$

Une résolution numérique de l'équation précédente donne :

**Annexe C : Pic de la caractéristique capacité-tension d'une structure S.S.J.**

Compte tenu de l'équation III.15 du chapitre III, la tension  $V_{pic}$  correspondante à cette valeur de  $K=K_{pic}$

$$V_{pic} = V_d - 3.4485 u_T \quad (C.6)$$

En injectant l'équation. (C.4) dans. (C.2), nous trouvons

$$\begin{aligned} C_{pic} &= \frac{\varepsilon_{sc}}{L_{Di}} \sqrt{\frac{K_0 K_{pic}}{1+K_{pic}^2 + \sqrt{1+K_{pic}^2}}} \\ &= 0.2433 \frac{\varepsilon_{sc}}{L_{De}} \end{aligned} \quad (C.7)$$

**Points d'inflexions de la caractéristique capacité-tension**

Les points d'inflexions de la caractéristique capacité-tension sont déterminés à partir de l'équation suivante [1] :

$$\frac{d^2 C(V_{app})}{dV_{app}^2} = 0 \quad (C.8)$$

En introduisant l'équation (C.2) dans l'équation précédente, nous obtenons l'équation donnant les points d'inflexions de la caractéristique C-V relative à une structure S.S.J :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\sinh^{-1}(K)}{K} \right)^2 &\left( \begin{aligned} &64+48K^2-24K^4-17K^6-K^8 \\ &+ \frac{32K^2+16K^4-14K^6-5K^8}{1+\sqrt{1+K^2}} \end{aligned} \right) + \left( \begin{aligned} &208+292K^2+125K^4+17K^6 \\ &+ \frac{104K^2+120K^4+39K^6+3K^8}{1+\sqrt{1+K^2}} \end{aligned} \right) \\ &= 2 \frac{\sinh^{-1}(K)}{K} \left( \begin{aligned} &224+256K^2+58K^4-2K^6 \\ &+ \frac{112K^2+100K^4+11K^6-K^8}{1+\sqrt{1+K^2}} \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (C.9)$$

**Annexe C : Pic de la caractéristique capacité-tension d'une structure S.S.J.**

Une résolution numérique de cette équation donne

$$\begin{cases} K_1=12.4573105953 \approx 12.5 \\ K_2=0.53908365326 \approx 0.54 \end{cases} \quad (C.10)$$

Les tensions appliquées  $V_1$  et  $V_2$  correspondantes à ces doping-voltage parameter sont données respectivement par

$$\begin{cases} V_1=V_d-6.431 u_T \approx V_{pic}-2.982 u_T \\ V_2=V_d-0.151 u_T \approx V_{pic}+3.298 u_T \end{cases} \quad (C.11)$$

A ces polarisations, les capacités  $C(V_1)$  et  $C(V_2)$  sont données respectivement par :

$$\begin{cases} C(V_1:K=K_1)=0.215 \frac{\varepsilon_{sc}}{L_{Di}} \sqrt{K_0} \approx \frac{\varepsilon_{sc}}{4.5 L_{De}} \\ C(V_2:K=K_2)=0.174 \frac{\varepsilon_{sc}}{L_{Di}} \sqrt{K_0} \approx \frac{\varepsilon_{sc}}{6.0 L_{De}} \end{cases} \quad (C.12)$$

**Référence (Annexe C)**

- [1] Przewlocki, H.M., Gutt, T., Piskorski, K.: The inflection point of the capacitance-voltage,  $C(V_G)$ , characteristic and the flat-band voltage of metal-oxide-semiconductor structures. *J. Appl. Phys.* 115, 204510 (2014).

---

## **Résumé du mémoire de doctorat (L.M.D.) de M<sup>elle</sup> Boukredimi Assia**

*La modélisation des composants à semiconducteurs reste toujours un thème d'actualité et d'intérêt considérable. Un paramètre fondamental dans la conception des dispositifs à semiconducteur est la capacité de jonction. Elle peut affecter les caractéristiques électriques courant-tension et capacité-tension ainsi que la tension de claquage du dispositif.*

*Notre travail consiste à la modélisation de la charge et de la capacité de structures L.G.J et S.S.J dans un cadre plus générale. En conséquence, une idée originale a été mise au point afin d'obtenir la caractéristique capacité-tension relative à ces deux types de structures sans accéder à la distribution du potentiel électrique dans la structure pour toute la gamme des tensions appliquées via la loi d'action de masse et l'équation de Poisson. Un modèle unifié de la caractéristique capacité-tension relatif aux jonctions réelles a été proposé.*

*Enfin, une modélisation de la caractéristique courant-tension de diodes à jonction via la notion de circuit électrique équivalent a été développée.*

**Mots clés :** Capacité de jonction, Modélisation, Structure L.G.J, Structure S.S.J, Loi d'action de masse, Equation de Poisson, Fonction de Lambert, Jonction réelle, Circuit électrique équivalent, Modèle bi-diode.

---