

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 La théorie des graphes	3
1.2.1 Graphes simples.....	3
1.3 Graphes orientés et évalués.....	5
1.3.1 Matrice d'adjacence.....	5
1.3.2 Graphes évalués	6
1.3.3 Graphe planaire.....	7
1.4 Classification des graphes.....	7
1.5 Représentation automatique des graphes.....	8
1.5.1 L'objet à représenter	8
1.5.2 Les conventions de représentation.....	9
1.5.3 Les règles de représentation.....	9
1.5.4 Les priorités entre les règles et les conventions.....	9
1.5.5 Les particularités de l'algorithme de représentation.....	10
1.6 Utilisation de la théorie des graphes dans les réseaux électriques.....	10
1.7 Visualisation du comportement dynamique des réseaux	11
1.8 Représentation graphique de la connectivité et l'amplitude de la tension dans un réseau électrique.....	13
1.9 Représentation hiérarchique.....	14
1.10 Perspectives.....	16
1.11 Analyse	17
CHAPITRE 2 MODÉLISATION DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES	19
2.1 Introduction.....	19
2.2 Sources d'énergie électrique	19
2.3 Réseau de transport et de distribution.....	20
2.4 Modélisation des lignes de transport.....	22
2.4.1 Modèle équivalent en quadripôle ABCD.....	23
2.4.2 Modèle équivalent en π	24
2.4.3 Modèle en quadripôle d'admittance.....	25
2.5 Modélisation des transformateurs	26
2.6 Jeux de barres.....	29
CHAPITRE 3 ALGORITHME DE GÉNÉRATION DE GRAPHES ET DE RÉSEAUX ÉLECTRIQUES PLANAIRES.....	31
3.1 Introduction.....	31
3.2 Graphes planaires.....	31
3.3 Stratégie de génération de graphe.....	34

3.4	Algorithme de création d'un graphe planaire	36
3.4.1	Initialisation	38
3.4.2	Matrice d'adjacences initiale	40
3.4.3	Calcul des positions initiales.....	41
3.4.4	Création de la région initiale.....	42
3.4.5	Construction de régions	43
3.4.6	Choix de région.....	45
3.4.7	Choix des 3 nœuds.....	46
3.4.8	Calcul des 3 angles formés par les sommets.....	47
3.4.9	Création de 3 régions	50
3.4.9.1	Nœud pivot.....	50
3.4.9.2	Division de la région en 2 zones	51
3.4.9.3	Création de 3 régions	53
3.4.9.4	Construction des sommets	56
3.4.9.5	Choix de 2 sommets consécutifs dans une région	56
3.4.9.6	Détermination des 2 régions d'appartenance de l'arête choisie.....	58
3.4.9.7	Création du nouveau nœud	60
3.4.9.8	Ajout du nouveau sommet dans la région choisie	60
3.5	Agrandissement ou réduction du graphique	62
CHAPITRE 4	SIMULATION ET ANALYSE DE RÉSULTATS	67
4.1	Introduction.....	67
4.1.1	Analyse	67
4.1.2	Diversité.....	67
4.1.3	Reproductibilité.....	75
4.1.4	Impact visuel et fiabilité des réseaux	77
4.1.5	Performance de l'algorithme.....	79
4.2	Simulations	82
CONCLUSION	87
ANNEXE I	RÉSEAUX ÉLECTRIQUES INTERCONNECTÉS	89
ANNEXE II	PARAMÈTRES DES COMPOSANTS PRINCIPAUX DES RÉSEAUX.....	93
ANNEXE III	ALGORITHME DU PROGRAMME ET DE SES FONCTIONS PRINCIPALES	97
ANNEXE IV	ACTIVITÉS DU PROGRAMME	103
ANNEXE V	TOPOLOGIES ET DONNÉES DES RÉSEAUX POUR ÉCOULEMENT DE PUISSANCE	105
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		112

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1	Paramètres caractéristiques d'une ligne de transport.....26
Tableau 2.2	Paramètres caractéristiques d'un transformateur28
Tableau 2.3	Classification des jeux de barres.....30
Tableau 4.1	Temps d'exécution des simulations avec une base de 3 nœuds.....80
Tableau 4.2	Temps d'exécution des simulations avec une base de 6 nœuds.....80
Tableau 4.3	Temps d'exécution des simulations dans la phase création de nœuds.....81
Tableau 4.4	Temps d'exécution global de l'algorithme81

LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1.1	Exemple de graphe simple non orienté.....	4
Figure 1.2	Représentation du graphe orienté G.....	5
Figure 1.3	Matrice d'adjacence d'un graphe.....	6
Figure 1.4	Exemple de matrice de coût.....	7
Figure 1.5	Classification des graphes.....	8
Figure 1.6	Animation P- δ d'un réseau par Kobayashi	12
Figure 1.7	Animation Q-V par Kobayashi	12
Figure 1.8	Représentation des amplitudes d'un réseau	13
Figure 1.9	Représentation d'un réseau par organigramme circulaire	14
Figure 1.10	Représentation hiérarchique des zones d'un réseau.....	15
Figure 1.11	Représentation hiérarchique des niveaux d'une zone d'un réseau	16
Figure 2.1	Diagramme unifilaire d'un réseau de transmission	21
Figure 2.2	Représentation d'une ligne de transport	22
Figure 2.3	Circuit équivalent en pi d'une ligne de transmission.....	24
Figure 2.4	Représentation d'un transformateur et son modèle en pi.....	27
Figure 3.1	(a) Graphe planaire simple inscrit (b) Graphe planaire inscrit à arêtes curvilignes	32
Figure 3.2	(a) Graphe planaire ayant 9 nœuds 15 liaisons et 7 régions. (b) Graphe (a) ayant 10 nœuds de plus	36
Figure 3.3	Présentation des faces internes et externes d'un graphe planaire	39
Figure 3.4	(a) Graphe élémentaire à 3 nœuds (b) Graphe élémentaire à 4 nœuds	40
Figure 3.5	Régions aux formes irrégulières	44

Figure 3.6	(a) Alignement de 3 nœuds (b) Superposition des sommets 7 et 8 causé par l'alignement en (a).....	44
Figure 3.7	Triangle ABC présentant les notations pour le théorème d'Al-Kashi	48
Figure 3.8	Présentation d'une séquence de création de régions sans la limite angulaire aboutissant à une superposition.....	49
Figure 3.9	Exemples de division d'une région en 2 zones	52
Figure 3.10	Exemples de formation de la 3 ^e zone	53
Figure 3.11	Exemple 1 de création des régions.....	54
Figure 3.12	Exemple 2 de création de régions	55
Figure 3.13	Exemples de choix de nœuds	57
Figure 3.14	Détermination des régions d'appartenance des arêtes	59
Figure 3.15	Exemple d'ajout de 5 nœuds dans un graphe.....	61
Figure 3.16	Exemples d'ajout de nœuds sans agrandissement ou réduction du graphe.....	65
Figure 3.17	Exemples d'ajout de nœuds avec agrandissement ou réduction	65
Figure 4.1	Présentation de 2 graphes identiques qui paraissent différents et leur courbe caractéristique	68
Figure 4.2	Comparaison de 2 courbes caractéristiques de 2 graphes ayant des bases différentes	69
Figure 4.3	Comparaison de 2 graphes dont les identifiants des séquences de nombres aléatoires sont différents 100 et 8.....	70
Figure 4.4	Caractéristique liaisons-nœuds d'un graphe avec un identifiant 100 et une base 3 (Diagramme en bâtons du graphe)	71
Figure 4.5	Caractéristique liaisons-nœuds d'un graphe avec un identifiant 150 et une base 3 (Diagramme en bâtons du graphe)	71
Figure 4.6	Caractéristique liaisons-nœuds d'un graphe avec un identifiant 8 et une base 3 (Diagramme en bâtons du graphe)	72
Figure 4.7	Graphe maximal pour 13 nœuds et 21 régions avec identifiant 100.....	73
Figure 4.8	Graphe maximal pour 13 nœuds et 21 régions avec identifiant 175.....	74

Figure 4.9	Graphe minimal obtenu du graphe maximal.....	75
Figure 4.10	Diagramme en bâtons d'un graphe de 18 nœuds	76
Figure 4.11	Diagramme en bâtons d'un réseau de 23 nœuds.....	76
Figure 4.12	Interface de paramétrage du réseau.....	79
Figure 4.13	Réseau de 75 nœuds ayant 25 régions	82
Figure 4.14	Diagramme en bâtons du réseau de 75 nœuds et 25 régions	83
Figure 4.15	Réseau de 103 nœuds et 196 régions	83
Figure 4.16	Diagramme en bâtons du réseau de 103 nœuds et 196 régions	84
Figure 4.17	Réseau de 1416 nœuds et 521 régions	84
Figure 4.18	Agrandissement de la zone encerclée en rouge dans la figure 4.17.....	85
Figure 4.19	Agrandissement de la zone encerclée en rouge dans la figure 4.18.....	85

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

GDR	Générateur De Réseau
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
WECC	Western Electricity Coordinating Council
CIGRE	Conseil International des Grands Réseaux électriques
PF	Power Flow
OPF	Optimal Power Flow
CDF	Common Data Format

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

UNITÉS DE MESURE

m	Mètre (unité de longueur)
Hz	Hertz
rad	Radian
h	heure
min	minute
s	seconde
kV	kilovolt
V	Volt
A	Ampère
W	Watt
VA	Volt Ampère
VAR	Volt Ampère Réactif
Pu	Per unit

SYMBOLES

Y_{bus}	Matrice d'admittance
V	Vecteur de tensions
I	Vecteur de courants
B_{ij}	Partie réelle de l'élément i-j de l'admittance
G_{ij}	Partie imaginaire de l'élément i-j de l'admittance
θ_{ij}	Angle de la tension entre les jeux de barres i-j
P_i	Puissance active au jeu de barre i
Q_i	Puissance réactive au jeu de barre i

INTRODUCTION

L'énergie électrique est de nos jours la principale source d'énergie, car le développement économique, industriel des pays et le bien-être des populations qui les habitent en dépendent. À cet effet, on note une expansion fulgurante des réseaux électriques due à la demande sans cesse croissante. Ainsi on constate que la demande mondiale d'électricité augmente chaque année d'environ 2,1% ce qui laisse entendre qu'il faudra doubler les capacités de production d'ici 30 ans.

Cependant que ce soit pour la création de nouveaux réseaux, l'expansion de ceux existants, des opérations quotidiennes de maintien en état de fonctionnement du réseau sont nécessaires. Pour y parvenir, les ingénieurs doivent faire des études pour analyser, observer le réseau pour des projections sur son état futur et décider de la configuration optimale de celui-ci pour la satisfaction des consommateurs ou l'atteinte des objectifs définis par leur cahier de charges. Pour cela, il y a un besoin de modélisation et de visualisation du réseau qui se pose.

L'absence d'électricité ayant de conséquences graves pour l'économie des pays, des modèles et des équations caractérisant les réseaux ont été développés afin de faciliter leurs études. Cependant pour des questions de confidentialité et d'importance stratégique pour les états les données des réseaux ne sont pas toujours accessibles pour le grand public ou des professionnels ne faisant pas partie des entreprises qui gèrent ces réseaux électriques.

Vue l'augmentation des capacités des traitements des données par les ordinateurs et le besoin grandissant pour la recherche de plusieurs modèles de réseaux électriques complexes, nous avons jugé nécessaire de créer un programme permettant de générer de grands réseaux, de les visualiser et surtout de les configurer assez rapidement.

C'est pourquoi le but de notre travail de recherche sera de développer un générateur aléatoire de réseau électrique virtuel. Pour y parvenir, nous nous baserons sur les graphes et veillerons à ce que les composantes de nos réseaux possèdent les caractéristiques des modèles fiables existants. C'est pourquoi ce mémoire que nous présentons est structuré en 4 chapitres.

Le chapitre 1 traite de l'état de l'art dans la théorie des graphes et des études dans le domaine électrique déjà réalisées grâce aux graphes. Le chapitre 2 présente les réseaux électriques, les principaux composants considérés dans les études de stabilité ou d'écoulement de puissance et donne les caractéristiques essentielles de ces composants. Le chapitre 3 détaille notre programme GDR et justifie les choix opérés pour son bon fonctionnement. Enfin, le chapitre 4 présente les résultats obtenus par notre programme et fait une analyse générale de ces informations.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Introduction

Dans le cadre de mon mémoire de maitrise dont le thème est « Conception d'un générateur de réseaux électriques ». Nous effectuerons une revue de littérature qui s'articulera de la manière suivante :

- la théorie des graphes ;
- utilisation de la théorie des graphes dans les réseaux électriques ;
- visualisation des réseaux électriques.

1.2 La théorie des graphes

De même que la topologie, la théorie des probabilités et une grande partie de l'analyse, la théorie des graphes doit son origine aux travaux d'Euler à la fin du XVIII^e siècle. La théorie des graphes revendique de nombreuses applications en chimie, sociologie, génétique, circuits électriques, réseaux de transport et théorie de communication. Certes, elle est une méthode simple de résolution des problèmes, mais pour la comprendre il faut connaître ses termes (graphe, sommet, arête...) et ses principes.

1.2.1 Graphes simples

Un graphe simple est $G = (X, A) = (X(G), A(G))$ ou X est l'ensemble non vide des sommets de G , tel que $|X|$ (nombre de sommets de G) s'appelle l'ordre de G ($|G|$ ou $\text{ord } G$) et A ensemble des paires de sommets est appelé l'ensemble des arêtes de G (Jacques 1981).

$$A \leq P_2(X), |P_2(X)| = C_2^n = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (1.1)$$

$$|X| = n, |P_2(X)| = 2^n \quad (1.2)$$

Lorsque $a = \{x, y\} \in A$, on dit que « a » est l'arête de G d'extrémité x et y (x et y sont adjacents dans G et incidents à l'arête a .)

Exemple :

$G = (X, A)$, ou $X = \{x, y, z, u, v, w\}$ et $A = \{\{x, y\}, \{z, v\}, \{w, z\}, \{w, v\}\}$

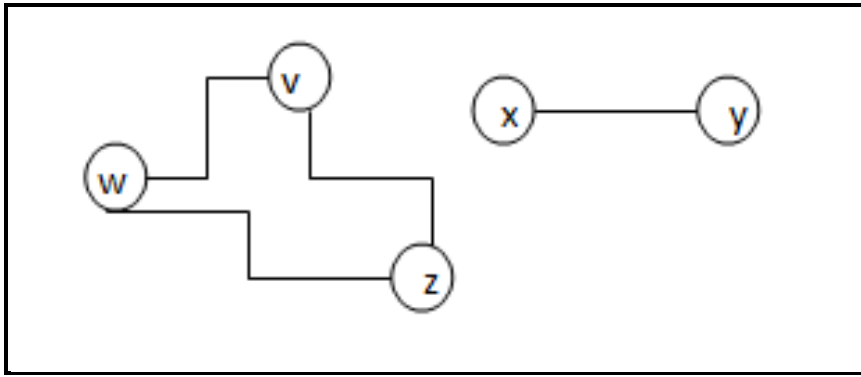


Figure 1.1 Exemple de graphe simple non orienté

Soit x un sommet, $x \in X$, le degré de x noté $d(x)$ est le nombre d'arêtes de G incidentes à x ,
Soit

$$d(x) = |\{a \in A / x \in a\}| = |\{y \in X / \{x, y\} \in A\}| \quad (1.3)$$

Lorsque $d(x) = 0$, on dit que le sommet x est isolé. Un graphe simple G est dit régulier de degré r , si $\forall x \in X, d(x) = r$.

1.3 Graphes orientés et évalués

Un graphe orienté $G = (X, U)$ est formé d'un ensemble fini non vide X de sommets et d'un ensemble $U \leq X * X$ de flèches. Si $u = (x, y) \in U$, alors on dit que x est l'extrémité initiale de u et que y est l'extrémité finale de u . On dit aussi que u est la flèche (ou arc) de x et y (Jacques 1981).

Exemple :

$G = (X, U)$, ou $X = \{x, y, z, u, v, w\}$ et $U = \{(x, y), (y, x), (x, z), (u, u), (v, u), (x, w)\}$

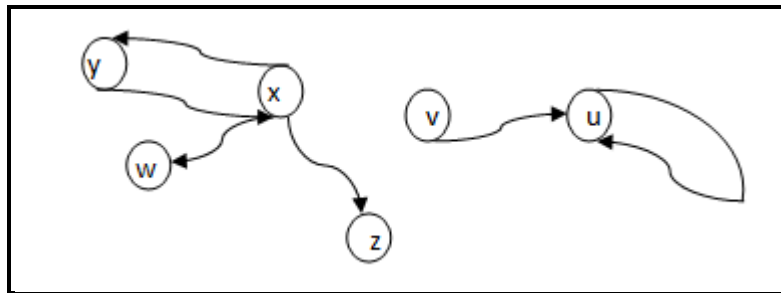


Figure 1.2 Représentation du graphe orienté G

Les sommets x et y sont dit adjacents si $(x, y) \in U$ ou $(y, x) \in U$. Un chemin de G est une suite de sommets $C = [x_0, x_1, x_2 \dots x_n]$ de G telle que pour $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$, on ait $(x_i, x_{i+1}) \in U$. On dit que x_0 est l'extrémité initiale, x_n l'extrémité finale et n la longueur de C .

1.3.1 Matrice d'adjacence

D'un graphe orienté dont les sommets ont été numérotés de 1 à n , on peut obtenir la matrice d'adjacence de dimension $n * n$.

$$M(G) = (m_{ij})$$



Où

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_i, x_j) \in U \\ 0 & \text{si } (x_i, x_j) \notin U \end{cases} \quad (1.4)$$

$M(G)$ dépend de la numérotation des sommets et de G . Ci-dessous nous avons un exemple numérique de matrice d'adjacence du graphe de la figure 1.2.

$M =$		U	V	W	X	Y	Z
	U	1	0	0	0	0	0
	V	1	0	0	0	0	0
	W	0	0	0	0	0	0
	X	0	0	1	0	1	1
	Y	0	0	0	1	0	0
	Z	0	0	0	0	0	0

Figure 1.3 Matrice d'adjacence d'un graphe

1.3.2 Graphes évalués

Un graphe évalué est un graphe orienté, $G = (X, U)$, muni d'une fonction $\gamma: U \rightarrow \mathbb{R}_+^* = (0, \infty)$, la fonction γ est souvent appelée fonction coût. Le coût du chemin $\alpha = [x_0, x_1, x_2 \dots x_k]$ est la somme des coûts des arcs de ce chemin, $\gamma(\alpha) = \sum_{i=1}^k \gamma(u_i)$ ou $u_i = (x_{i-1}, x_i)$ (Jacques 1981).

Dans un graphe évalué $G = (X, U, \gamma)$ ou $X = \{x_1, x_2 \dots x_n\}$, la matrice des valeurs (ou des couts) est la matrice $C = (C_{ij})$ ou

$$C_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i = j \\ \infty & \text{si } i \neq j \text{ et } (x_i, x_j) \notin U \\ \gamma(x_i, x_j) & \text{si } i \neq j \text{ et } (x_i, x_j) \in U \end{cases} \quad (1.5)$$

		U	V	W	X	Y	Z
$C =$	U	0	∞	∞	∞	∞	∞
	V	1	0	0	∞	∞	∞
	W	∞	∞	0	∞	∞	∞
	X	∞	∞	2	0	7	5
	Y	∞	∞	0	6	0	∞
	Z	∞	∞	0	∞	∞	0

Figure 1.4 Exemple de matrice de coût

Cette matrice de coût est associable au graphe de la figure 1.2. Cependant la matrice des coûts est établie en fonction du problème que l'on veut illustrer.

1.3.3 Graphe planaire

Un graphe ou figure planaire est un couple ordonné (X, F) ou $X \subseteq \mathbb{R}^2$ est un ensemble fini appelé ensemble des sommets $F \subseteq \mathbb{R}^2$ est la réunion d'un nombre fini des courbes simples entre ces sommets. De plus, 2 quelconques de ces courbes, si elles ne sont pas disjointes, ne peuvent avoir comme intersection qu'une ou deux extrémités communes. Si $x \in X$, on note $\deg x$, le nombre de courbes ayant x comme extrémité, en comptant 2 fois les boucles en x .

1.4 Classification des graphes

Il existe plusieurs types et sous types de graphes et chacun utilisé dans des applications précises en fonction du niveau de complexité du problème qu'on veut illustrer. Ces différents graphes sont énumérés dans cet organigramme ci-dessous.

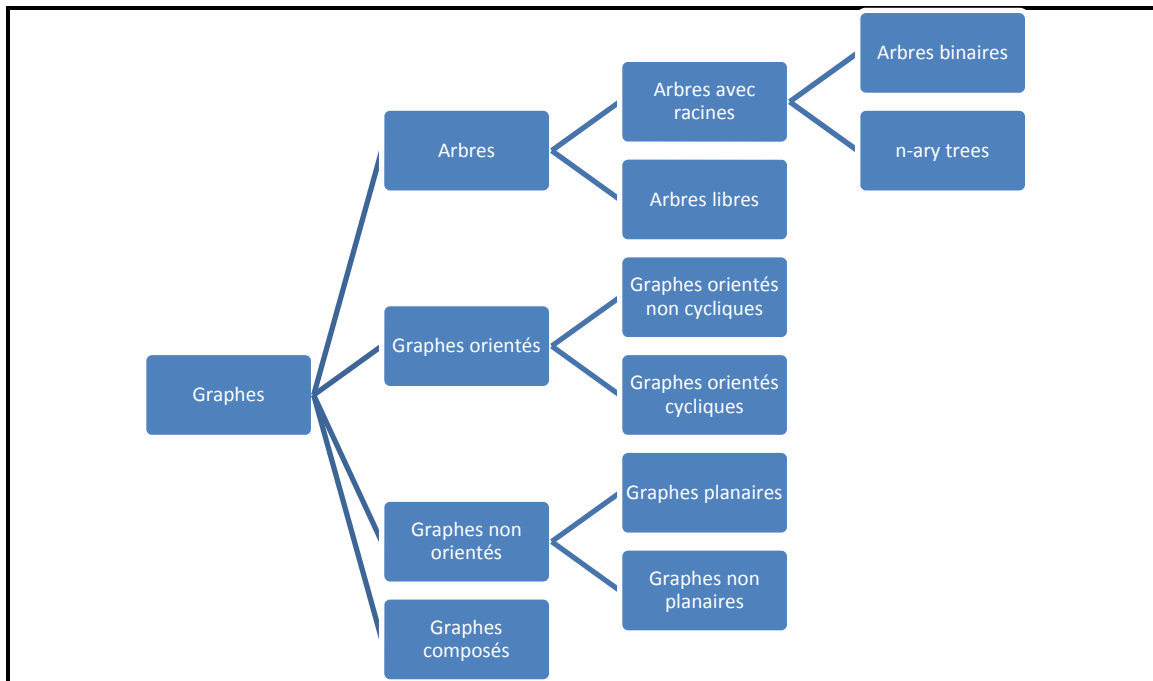


Figure 1.5 Classification des graphes
Tirée de Sugiyama (2002)

Les 3 premières classes de graphes ont des arêtes adjacentes tandis que les graphes composés ont des inclusions d'arêtes. Cependant dans le cadre des réseaux électriques les études réalisées utilisent les graphes non orientés (graphes planaires), les graphes orientés et quelques fois les arbres libres.

1.5 Représentation automatique des graphes

Dans le cadre de la génération automatique de graphes, Sugiyama (Sugiyama 1989) a décrit 5 aspects fondamentaux à définir :

1.5.1 L'objet à représenter

Il s'agit de définir le type de graphe dont on souhaite que le programme génère, l'un des graphes de la classification ci-dessus, tout en définissant s'il doit avoir ou non des boucles.

1.5.2 Les conventions de représentation

Elles consistent en un ensemble de contraintes que doit satisfaire la représentation des graphes. C'est un protocole de placement des sommets (radial, orthogonal, libre...) et du routage des arêtes des graphes (type de ligne, et la relation entre le routage et le système de coordonnées).

1.5.3 Les règles de représentation

Les règles se divisent en 2 grands groupes : les règles statiques et les règles dynamiques. Les règles statiques s'appliquent juste à un graphe particulier, elles se subdivisent en règles structurelles et sémantiques. Les règles dynamiques s'appliquent à une séquence de graphes (graphe modifié et redessiné). Batini, Furlani et Nardelli (Batini 1985) ont créé 3 axes de classement des règles. S. K. Chang [] quant à lui, il a émis 4 axes plus complets :

- la solution possède une règle unique (U) ou ne l'a pas (N);
- la règle est liée à la topologie (T) (spécifie uniquement la relation de placement entre les éléments), est liée à l'orientation (S), ou la distance (M);
- la règle s'applique-t-elle globalement à l'ensemble du graphe (G), ou localement, seulement à une partie du graphe (L);
- la règle est hiérarchique (H), planaire (F), ou les deux (B).

1.5.4 Les priorités entre les règles et les conventions

Il existe des relations de dépendance entre certaines règles et conventions c'est pourquoi il s'avère important de définir des priorités entre elles. Ces priorités sont définies pour chacun des graphes qu'on génère et sont fonction des résultats qu'on souhaite obtenir. Mais des priorités de relations entre règles et conventions sont à considérer pour chaque algorithme et application qu'on met en œuvre.

1.5.5 Les particularités de l'algorithme de représentation

Les algorithmes de représentation des graphes apportent des solutions aux problèmes en fonction des contraintes d'optimisation en suivant les priorités. Un choix efficient doit se faire afin d'atteindre les objectifs fixés, car la solution optimale est difficilement atteinte. C'est pourquoi divers algorithmes ont été développés : les algorithmes qui utilisent la théorie des graphes, les algorithmes heuristiques, des algorithmes basés sur les modèles thermodynamiques, bio-informatiques et les algorithmes hybrides.

1.6 Utilisation de la théorie des graphes dans les réseaux électriques

Plusieurs études en réseau électrique utilisent la théorie des graphes comme concept de base. C'est ainsi que bon nombre d'entre elles ramènent les réseaux électriques de leur étude à des graphes (Rozel, Caire et al. 2009), (Salman, Mohammed et al. 2009), (Chindris, Tomoiaga et al. 2006), (Andrei and Chicco 2008), (Padamati, Schulz et al. 2007), (Bouchard, Salama et al. 1996). À cet effet, on constate que les lignes sont considérées comme les arêtes qui relient les sommets du graphe et ces sommets sont des nœuds du réseau. Dans d'autres cas, les générateurs, lignes, jeux de barres et charges constituent les arêtes et les disjoncteurs sont les sommets (Padamati, Schulz et al. 2007).

Quelque soient les considérations effectuées, la matrice d'adjacence obtenue permet de faire la représentation mathématique du réseau électrique (Chindris, Tomoiaga et al. 2006), (Padamati, Schulz et al. 2007), (Bouchard, Salama et al. 1996). Ainsi cette utilisation de la théorie des graphes a permis de faire le calcul des facteurs de contribution des générateurs et d'extraction des charges d'un réseau (Wu, Yixin et al. 2000), la reconfiguration des réseaux en cas de pannes (Padamati, Schulz et al. 2007). Elle a aidé à l'élaboration d'algorithme permettant l'identification de tous les réseaux radiaux possibles d'un réseau (Andrei and Chicco 2008), d'algorithme de test de fiabilité d'un réseau électrique (Majeed, Rashed et al. 2006).

On note toutefois que ramener le réseau à un graphe a de multiples avantages : améliorer la topologie existante du réseau, développer les stratégies futures de développement du réseau en ayant détecté ses points faibles (Chindris, Tomoiaga et al. 2006). Cependant, toutes ces recherches ne s'harmonisent pas au niveau de la codification des données. Les modèles de réseaux auxquels les études font allusion sont limités, car soit ces réseaux sont petits en taille ou ne sont pas assez complexes. Ces différentes études démontrent la nécessité d'un générateur de réseau sous forme de graphes.

Très peu d'études portent sur la visualisation des réseaux, c'est pourquoi cette partie présentera 3 articles. En dehors de la représentation habituelle des réseaux que nous donne la littérature, nous présenterons ici 3 approches différentes.

1.7 Visualisation du comportement dynamique des réseaux

Il s'agit de 4 techniques de représentation du dynamisme du réseau électrique présentées par Kobayashi (Kobayashi, Okamoto et al. 1997) en 1997. Les 3 premières rendent possibles la visualisation des résultats de la stabilité dynamique et la dernière, les résultats de l'analyse des vecteurs propres. Elles sont toutes basées sur des techniques d'animation qui permettent de voir les oscillations des paramètres importants du réseau en fonction d'autres entre l'instabilité et l'état stable.

La première technique (P- δ) permet de voir la puissance active de chaque nœud en fonction de l'angle de déphasage de la tension (P- δ). La seconde (Q- δ -V) présente la puissance réactive en fonction du déphasage et de la tension tandis que (V- δ) présente plutôt la tension en fonction de l'angle de déphasage. Ces techniques de représentation sont adéquates pour le milieu académique et s'appliquent sur des réseaux de petite taille. Mais leur handicap reste le fait qu'on perd les informations géographiques sur la répartition du réseau (connectivité des éléments) et le fait que ces techniques demandent de grandes capacités graphiques pour les machines où elles sont mises en place.

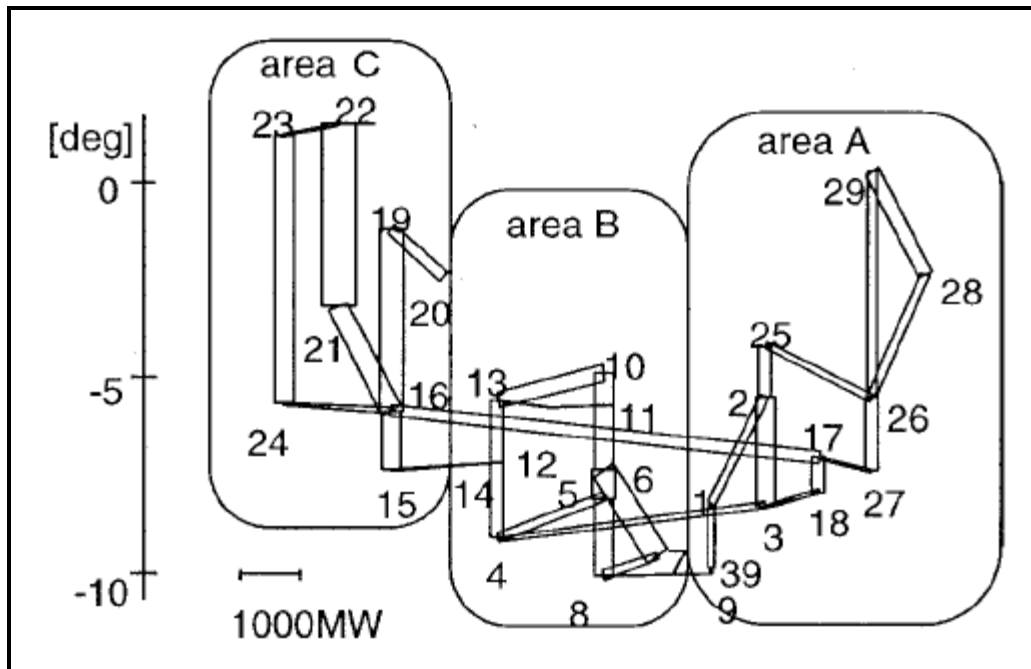


Figure 1.6 Animation P- δ d'un réseau par Kobayashi
Tirée d'Okamoto et al. (1997)

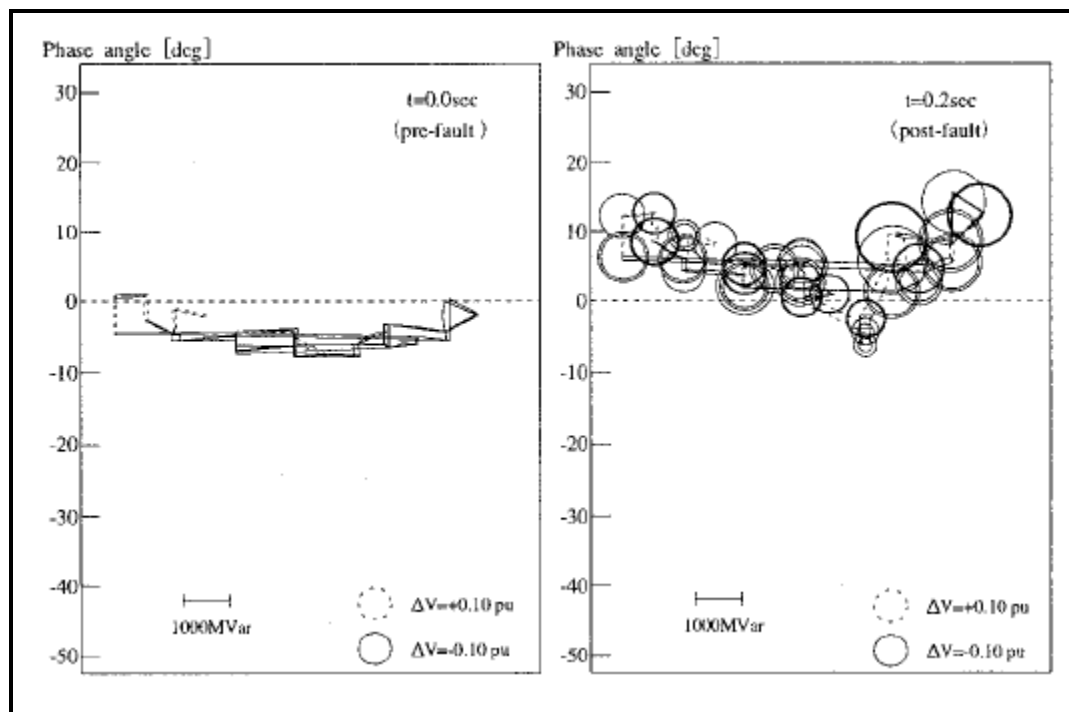


Figure 1.7 Animation Q-V par Kobayashi
Tirée d'Okamoto et al. (1997)

1.8 Représentation graphique de la connectivité et l'amplitude de la tension dans un réseau électrique

En 1999, cette technique est proposée par José Garcia M. et Al (Garcia Moreno, Vigil-Escalera et al. 1999). C'est aussi une technique graphique qui permet de voir comment les éléments du réseau (lignes, jeux de barre, charge et génération) sont interconnectés et l'amplitude des paramètres du réseau en fonction de leur capacité maximale ou limites imposées. La connectivité et l'amplitude sont présentées par le biais de cercles concentriques et de pipelines (représente les lignes). La variation du cercle interne ou diamètre interne du pipeline caractérise la variation du paramètre de l'élément du réseau représenté par ce cercle ou pipeline.

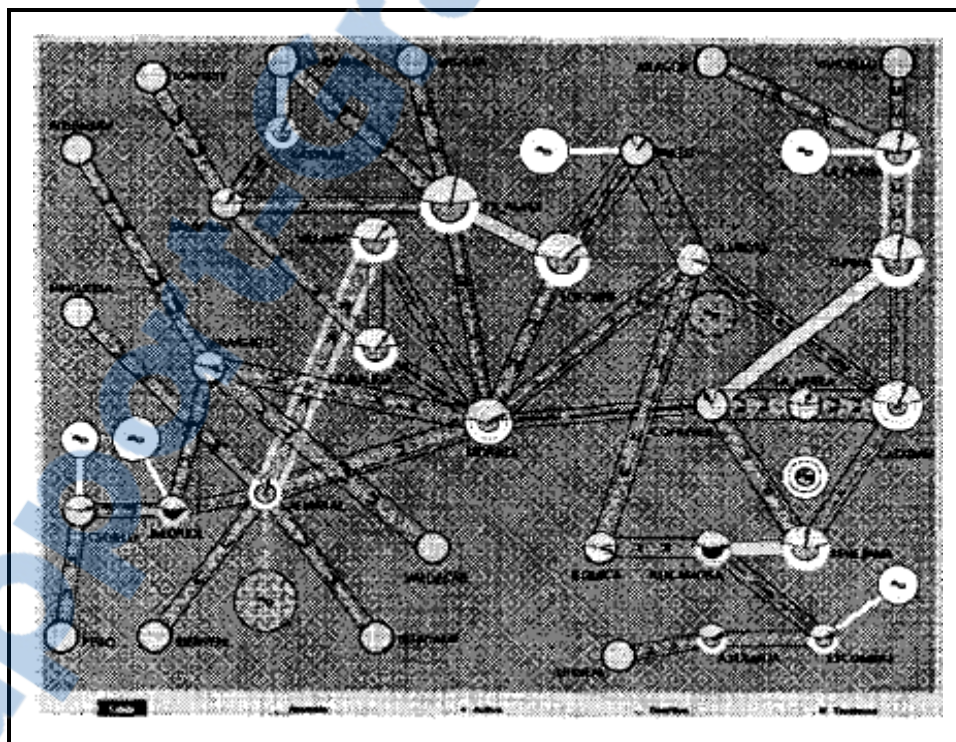


Figure 1.8 Représentation des amplitudes d'un réseau
Tirée de Garcia Moreno, Vigil-Escalera et al. (1999)

Cette représentation du réseau à l'avantage de donner à l'utilisateur une vue globale du réseau moins encombrant et permet de voir simultanément les fluctuations sur le réseau. Une représentation similaire a été faite par Thomas J. Overbye et Jamie D. Weber (Overbye 2008) en 2000. Dans sa proposition, il utilise les diagrammes circulaires comme dans la figure ci-dessous pour illustrer le niveau d'occupation des lignes, des générateurs et charges du réseau.

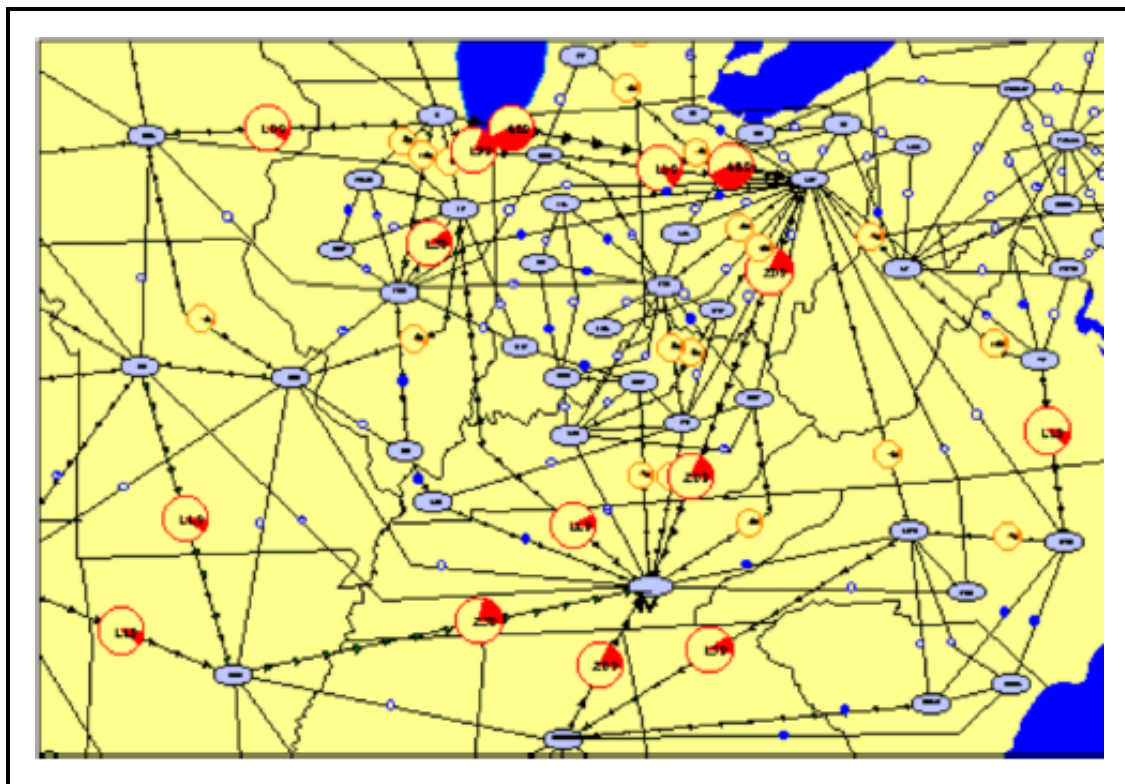


Figure 1.9 Représentation d'un réseau par organigramme circulaire
Tirée d'Overbye (2008)

1.9 Représentation hiérarchique

La représentation hiérarchique est une représentation du réseau basée sur les graphes orientés et le découpage du réseau en classe hiérarchique. En 2003, elle est présentée par Maricar, N.M. et Shahidehpour, S. M. (Maricar and Shahidehpour 2003). Hiérarchisation du réseau est faite par le biais des nœuds qui sont regroupés en 3 groupes : niveau élevé, niveau intermédiaire et niveau bas. Cette hiérarchisation permet à l'utilisateur de décider quels

éléments du réseau il désire voir. D'autre part, le concept de hiérarchie est associé à la modulation de couleur pour indiquer le niveau de tension, de courant et les statuts des lignes et générateurs. Mais avant tout, il s'agit d'un programme graphique orienté-objet, ce qui permet à l'utilisateur d'avoir une grande flexibilité et rapidité dans l'exécution du programme.

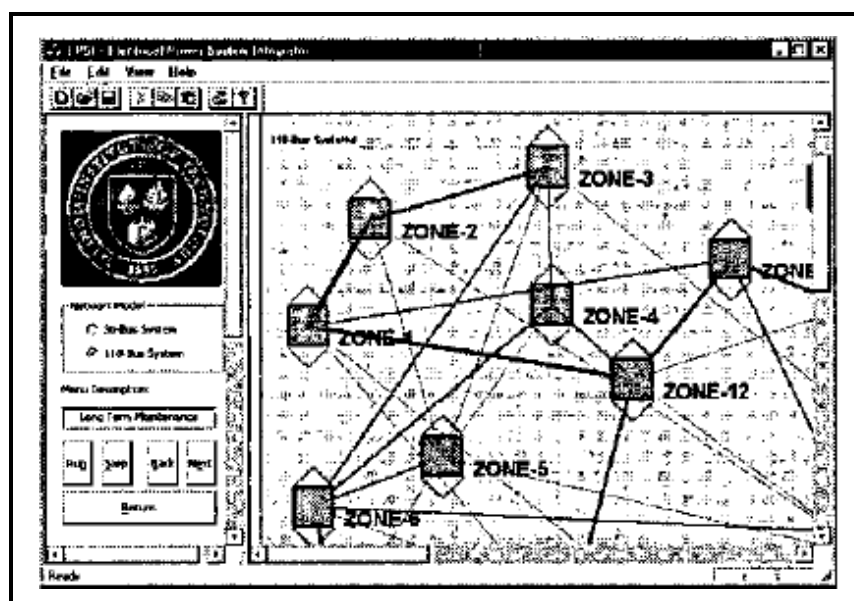


Figure 1.10 Représentation hiérarchique des zones d'un réseau
Tirée de Maricar and Shahidehpour (2003)



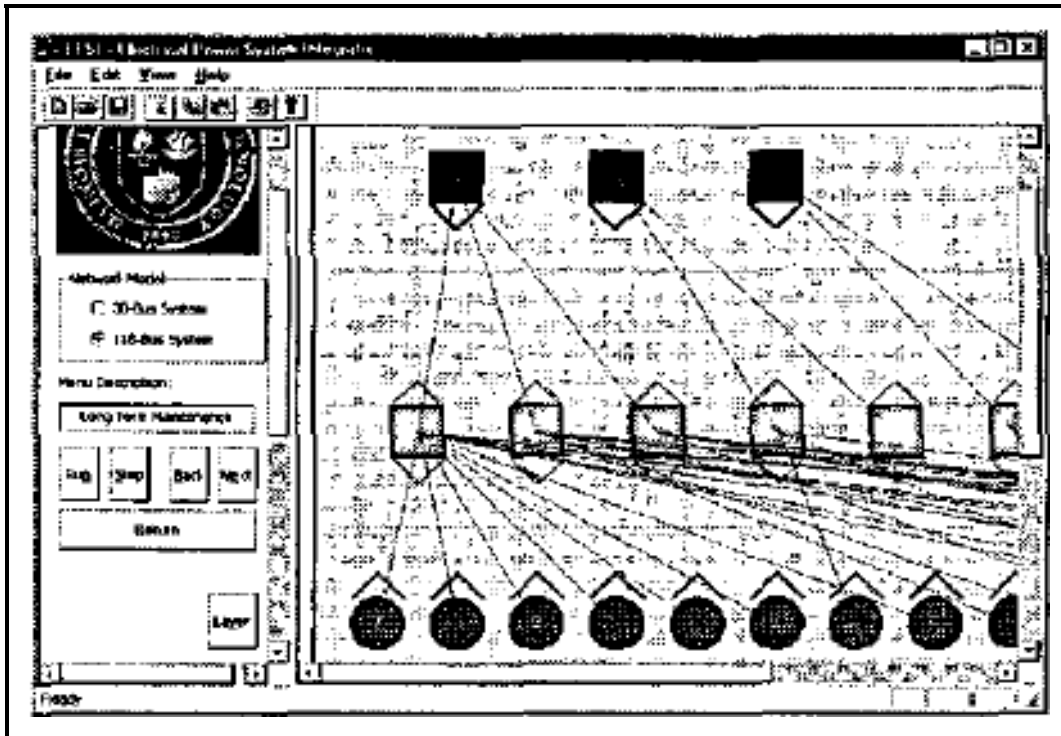


Figure 1.11 Représentation hiérarchique des niveaux d'une zone d'un réseau
Tirée de Maricar and Shahidehpour (2003)

Cependant, la hiérarchisation du réseau fait perdre la vision sur l'impact géographique de la gestion du réseau même s'il a l'avantage de permettre de travailler avec des réseaux de taille variable. D'autre part, cette technique présente l'avantage de structurer assez efficacement l'ensemble des données du réseau et d'avoir un accès facile à celles-ci.

1.10 Perspectives

Ces 3 modes de représentation ouvrent la voie à d'autres perspectives, à savoir la création d'un outil de visualisation du réseau électrique qui permet de visualiser le dynamisme des paramètres essentiels du réseau en présentant le réseau sous forme de graphe. D'autre part, toutes ces recherches partent de réseaux électriques existants, un autre axe de recherche consistera à créer un générateur de réseau qui présentera la connectivité des éléments du réseau ainsi que leur initialisation (valeurs) à partir de quelques données de base.

Le deuxième et le troisième mode de représentation montrent la possibilité d'illustrer le réseau sous forme de graphe. Ainsi on peut donner une matrice d'adjacence comme l'élément fondamental de ces recherches. Du fait qu'il s'agit de réseau imaginaire, plusieurs questions fondamentales se posent : comment générer une matrice d'adjacences, qui est reproductible ? Quels sont les paramètres à prendre en compte pour la génération et comment se caractérise la distribution des connexions dans une matrice d'adjacence ? Voilà autant de questions auxquelles nous désirons apporter des réponses au cours de notre travail de recherche.

1.11 Analyse

Cette première phase de lecture permet de voir des éléments qui peuvent aider dans le sens de l'implémentation de ce générateur. On constate que le réseau peut être représenté par une matrice d'adjacences, mais il faut trouver une méthode reconnue qu'on puisse adopter. Nous avons constaté que les études précédentes utilisent les réseaux existants, or nous devons en créer. La tâche la plus complexe consistera à définir la matrice d'adjacence qui génère le graphe. Comme éléments que nous pouvons exploiter : il y a le degré d'un nœud ou du graphe pour définir le nombre de connexions et la forme du graphe. La planarité est un aspect des graphes qu'on peut exploiter pour l'aspect visuel des graphes. Ayant ces quelques éléments, nous comptons examiner la structure des réseaux électriques pour trouver d'autres paramètres que nous comptons utiliser pour la génération de la matrice d'adjacences. Ces paramètres nous guideront dans le choix des règles et conventions que doit remplir notre algorithme de représentation de graphes.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

2.1 Introduction

L'objectif de notre recherche étant de faire un générateur de réseau électrique, alors nous présenterons dans ce chapitre les différents constituants d'un réseau électrique et leurs paramètres caractéristiques nécessaires pour les analyses d'écoulements de puissances. Ainsi nous présenterons les modèles d'une ligne de transport, des générateurs et transformateurs et donnerons quelques exemples de réseau de transport unifilaire couramment utilisés lors des recherches.

2.2 Sources d'énergie électrique

L'énergie électrique n'est qu'une des nombreuses formes d'énergies utilisées au quotidien dans les ménages, les entreprises et les industries. Elle présente l'avantage d'être facilement transportable et utilisable dans plusieurs applications. En général, on peut dire qu'elle paraît irremplaçable, car de plus en plus la demande mondiale est sans cesse en croissance, de nombreux projets ainsi que de nouvelles méthodes de production voient le jour. Les réseaux électriques à cet effet consistent donc en des sources d'énergie ou point de production (génération), les utilisateurs finaux ou charges et un réseau de transport et distribution qui connecte les zones de production et d'utilisation.

L'hydroélectricité est l'une des plus importantes sources d'électricité au monde actuellement. Elle consiste à transformer l'énergie potentielle présente dans l'eau entre sa chute d'un point élevé à un point plus bas en énergie mécanique par la mise en rotation d'une turbine lorsque cette dernière frappe les pales de la turbine. Cette turbine reliée à un générateur convertira cette énergie mécanique en énergie électrique.

La fission nucléaire est une autre source d'énergie utilisée dans les centrales nucléaires. Les réactions de fission nucléaire produisent de la chaleur qui est transférée au liquide coulant autour du réacteur pour le refroidir. Ce liquide quant à lui sera refroidi et il produira des vapeurs qui dans leur déplacement mettront en mouvement une turbine. Cette énergie mécanique fournie à la turbine sera transférée à un générateur comme dans le cas des centrales hydroélectriques pour la production d'énergie électrique.

En dehors de ces 2 méthodes citées ci-dessus, il existe de nombreuses autres méthodes de production à savoir la production par biomasse, par énergie géothermique, énergie photovoltaïque, par conversion de l'énergie thermique des océans, par mouvement des marées et l'énergie éolienne. Pour la plupart de ces méthodes, elles sont encore mal maîtrisées ou très coûteuses d'où leur faible expansion. Mais la production par énergie éolienne et photovoltaïque connaît une accélération due au fait de la recherche d'énergie plus écologique et ayant moins d'impact sur l'environnement.

2.3 Réseau de transport et de distribution

Afin de distribuer l'énergie électrique, les réseaux de transport et systèmes de distribution ont été mis en place et ces systèmes relient les sources d'énergie des pays et les points ou centres de consommation. Une petite portion d'un réseau de transmission est présentée sous forme d'un diagramme unifilaire à la figure 2.1 et il montre l'interconnexion entre les charges et les sources ou générateurs. Les charges présentées symbolisent un ensemble de charges qui peuvent être soit un réseau de distribution d'une ville ou une grande industrie qui consomme beaucoup d'énergie électrique. On note cependant qu'en dehors des charges et générateurs sont présents sur le réseau les transformateurs, les disjoncteurs, les lignes de transmission et les points de connexion appelés jeux de barres.

Bien que le réseau de distribution et le réseau de transport forment un seul système interconnecté, il est préférable de les séparer pour simplification d'étude. D'autre part, on constate de plus en plus une interconnexion entre les réseaux de transport de plusieurs états

ou pays, ce qui pousse à l'obtention de réseaux de tailles extraordinairement grands. Une illustration est faite par la figure-A I-3 (annexe I) qui présente le réseau interconnecté de l'UCTE et l'annexe I qui présente d'autres réseaux interconnectés tels que ceux des É.-U. et d'Amérique centrale.

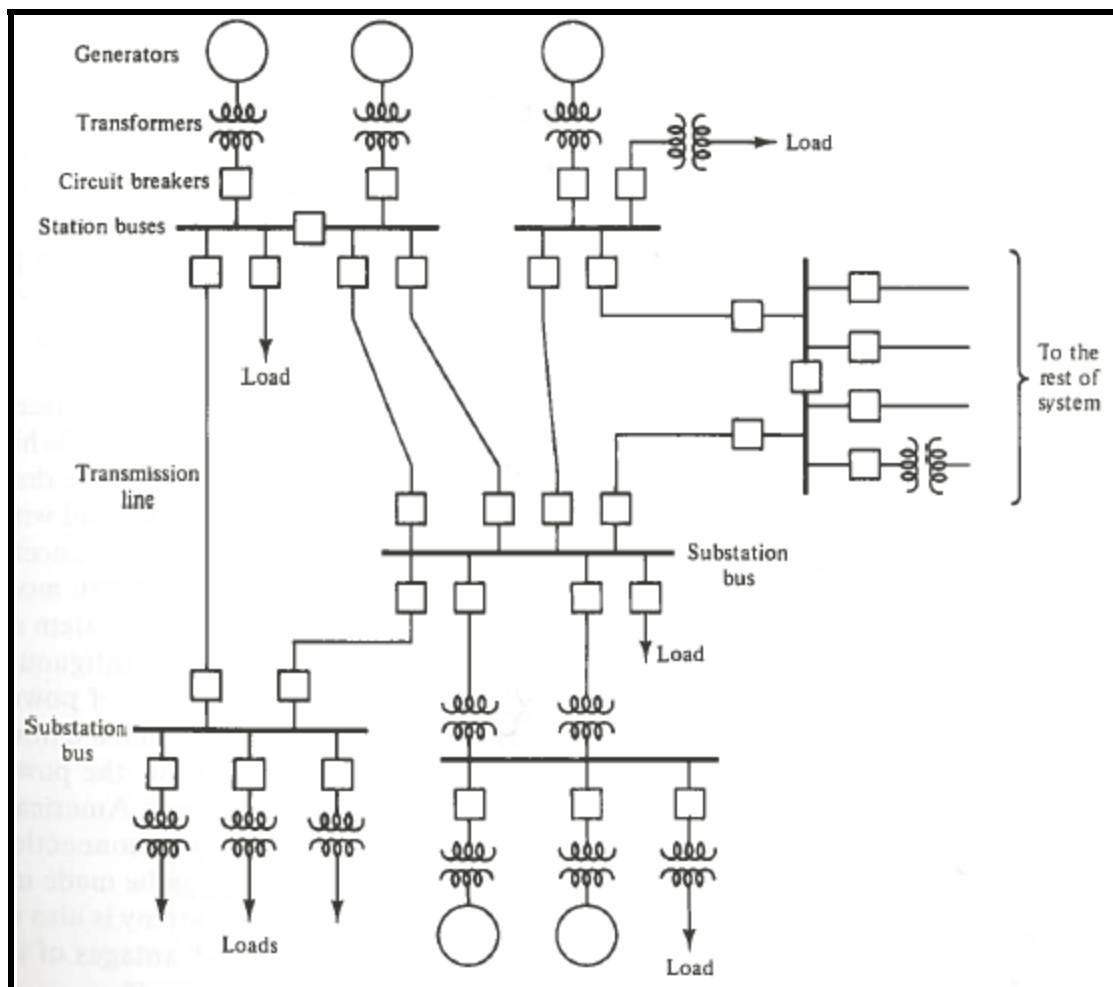


Figure 2.1 Diagramme unifilaire d'un réseau de transmission
Tirée de Bergen et Vittal (2000, p. 13)

2.4 Modélisation des lignes de transport

En considérant que notre ligne de transmission est en régime sinusoïdal permanent alors on peut admettre que notre ligne est constituée sur toute sa longueur, de parties élémentaires dx de longueur formée de :

$z = r + j\omega l = \text{impédance série par mètre}$

$y = g + j\omega c = \text{admittance shunt au neutre par metre}$

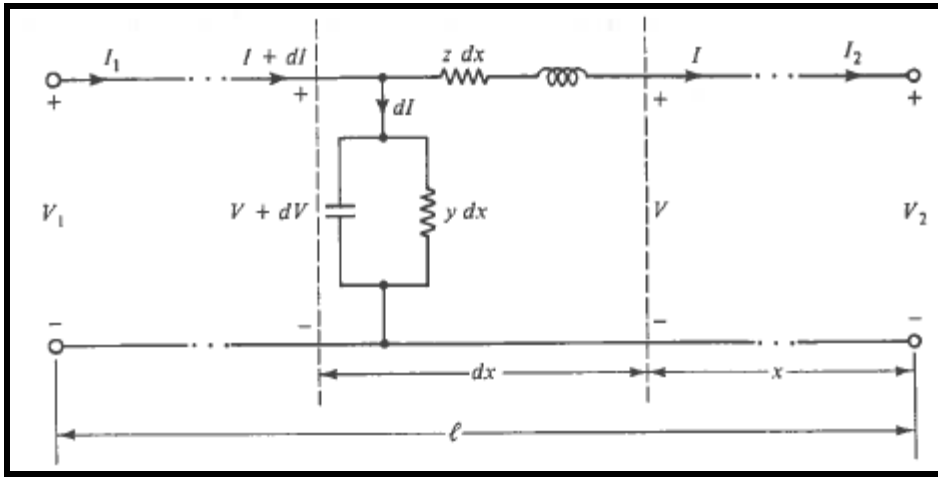


Figure 2.2 Représentation d'une ligne de transport
Tirée de Bergen et Vittal (2000, p. 91)

En appliquant les lois de Kirchhoff à une section élémentaire telle que la figure 2.2 présente, on obtient :

$$dV = Iz dx \quad (2.1)$$

$$dI = (V + dV)y dx \approx Vy dx \quad (2.2)$$

La résolution de ce système d'équations nous donne les solutions ci-dessous qui sont des expressions de la tension et du courant en tout point de la ligne de transmission.

$$V = V_2 \cosh \gamma x + Z_c I_2 \sinh \gamma x \quad (2.3)$$

$$I = I_2 \cosh \gamma x + \frac{V_2}{Z_c} \sinh \gamma x \quad (2.4)$$

Avec

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \quad (2.5)$$

$$\gamma = \sqrt{yz} \quad (2.6)$$

Z_c et γ sont respectivement l'impédance caractéristique et la constante de propagation de la ligne

2.4.1 Modèle équivalent en quadripôle ABCD

En considérant les 2 solutions obtenues, nous notons qu'ils ont la forme

$$V_1 = AV_2 + BI_2 \quad (2.7)$$

$$I_1 = CV_2 + DI_2$$

Où

$$A = \cosh \gamma l$$

$$B = Z_c \sinh \gamma l$$

$$C = \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l$$

$$D = \cosh \gamma l$$

Les paramètres A, B, C, D forment les paramètres de la matrice de transmission T telle que

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.4.2 Modèle équivalent en π

À l'aide de la matrice de transmission T on peut déduire les paramètres du modèle équivalent en π de la ligne telle que représenté par la figure 2.3, car les 2 modèles sont liés par les relations suivantes :

(2.9)

$$A = 1 + \frac{Z'Y'}{2}$$

$$B = Z'$$

$$C = Y' \left(1 + \frac{Z'Y'}{4} \right)$$

$$D = 1 + \frac{Z'Y'}{2}$$

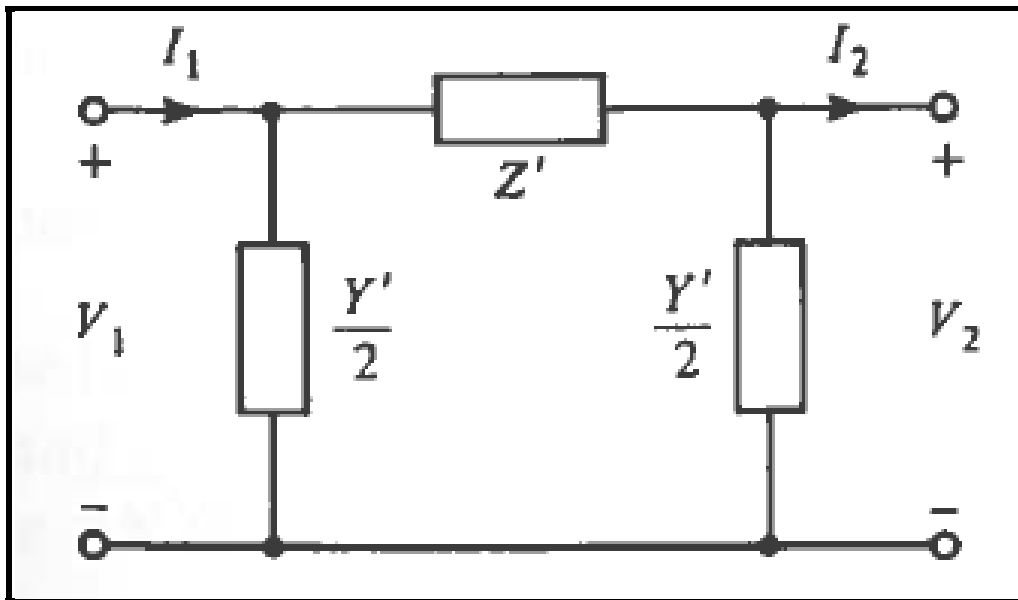


Figure 2.3 Circuit équivalent en pi d'une ligne de transmission
Tirée de (Vittal 2000, p.99)

De ces relations nous déduisons les expressions suivantes

$$Z' = Z_c \sinh \gamma l \quad (2.10)$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{Z_c \sinh \gamma l} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2} \quad (2.11)$$

2.4.3 Modèle en quadripôle d'admittance

Le modèle en quadripôle d'admittance présente des avantages sur le modèle ABCD du fait qu'il simplifie la représentation du système et aussi facilite le calcul, car il aura plus de valeurs nulles dans la matrice qui représente le système. Pour déduire ce modèle, nous allons nous servir du modèle ABCD et des équations ci-dessous qui représentent notre ligne en fonction des admittances.

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 &= Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Ce qui équivaut à la représentation ci-dessous sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Une analogie entre le modèle ABCD et ces équations nous donne les expressions suivantes pour les paramètres de la matrice d'admittance.

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{D}{B} \\ Y_{12} &= \frac{BC - AD}{B} \\ Y_{21} &= -\frac{1}{B} \\ Y_{22} &= \frac{A}{B} \end{aligned}$$

Puisque le modèle en admittance présente des avantages certains sur les autres modèles nous utiliserons ce modèle pour représenter les autres composants du réseau.

Cependant, l'analyse des modèles que ce soit ceux des lignes longues ou courtes a permis de mettre en évidence des limites au niveau des puissances transportées par les lignes. Ces limites sont de 2 types à savoir la limite de stabilité et la limite thermique. Les développements que nous venons de présenter ci-dessus montrent les principales caractéristiques d'une ligne. Ces caractéristiques sont celles regroupées dans le tableau ci-dessous :

Tableau 2.1 Paramètres caractéristiques d'une ligne de transport

Paramètres	Identifiant
Barre de début de la ligne	-
Barre de fin de la ligne	-
Résistance de la ligne	R
Réactance de la ligne	X
Susceptance totale de la ligne	B
Limites de la puissance active	Pmin - Pmax
Limites de la puissance réactive	Qmin - Qmax

2.5 Modélisation des transformateurs

Les lignes de transport ne sont pas uniquement constituées de câbles de transmission, mais aussi de transformateurs. Ces derniers sont utilisés pour élever la tension avant le transport et l'abaisser pour la distribution. On retrouve plusieurs variantes de transformateurs à savoir les transformateurs à prise fixe, les transformateurs à prise variable, les transformateurs régulateurs de puissance active ou réactive (déphaseur).

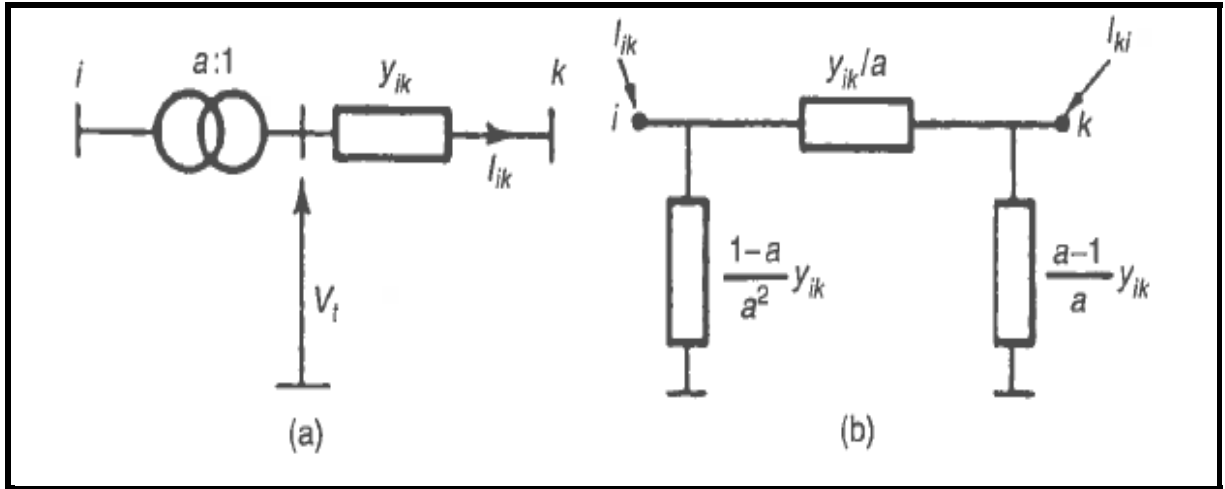


Figure 2.4 Représentation d'un transformateur et son modèle en pi
Tirée d'Arrillaga (2001)

Pour notre modélisation, nous partirons du transformateur avec changeur de prises qui est composé de 2 transformateurs idéaux et un transformateur à prise fixe tel que le présente la figure 2.4. Les modèles ABCD des différents composants de ce transformateur nous permettent d'obtenir le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = [Ti_1][Tf][Ti_2] \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$= \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_1^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + Z_1 Y & Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y \\ Y & 1 + Z_2 Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{a_2^*} & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

On obtient la solution ci-dessus

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{a_2} (1 + Z_1 Y) & a_1 a_2^* (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y) \\ \frac{Y}{a_1^* a_2} & \frac{a_2^*}{a_1^*} (1 + Z_2 Y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

De ce modèle ABCD nous obtenons les paramètres de la matrice d'admittance :

$$Y_{11} = \frac{D}{B} = \frac{1 + Z_2 Y}{a_1 a_1^* (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y)} \quad (2.17)$$

$$Y_{12} = \frac{BC - AD}{B} = \frac{-1}{a_1 a_2^* (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y)}$$

$$Y_{21} = -\frac{1}{B} = \frac{-1}{a_1 a_2^* (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y)}$$

$$Y_{22} = \frac{A}{B} = \frac{1 + Z_1 Y}{a_2 a_2^* (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y)}$$

Les valeurs des prises a_1 et a_2 se calculent selon la formule suivante :

$$a_1 = \frac{(I - 1)}{(N - 1)} (a_{1 \max} - a_{1 \min}) + a_{1 \min} \quad (2.18)$$

Avec I étant la position de la prise et N le nombre de prises.

Dans le cas d'un transformateur à prise fixe, la valeur de la prise correspondra à la valeur du rapport de transformation et dans le cas d'un déphaseur, elle correspondra à la valeur de l'angle de déphasage pour un module 1. L'étude de tous ces modèles montre que les caractéristiques principales sont celles présentées dans le tableau ci-dessous :

Tableau 2.2 Paramètres caractéristiques d'un transformateur

Paramètres	Identifiant
Barre de début du transformateur	-
Barre de fin du transformateur	-
Impédance de fuite du transformateur	Z_1, Z_2, Z_3
Admittance du noyau du transformateur	Y
Rapport de transformation	a1
Angle de transformation	n1
Pas de transformation	a1step
Consigne maximale de transformation	a1max
Consigne minimale de transformation	a1min
Limites de la puissance active et réactive	Pmin, Pmax , Qmin, Qmax

En dehors des transformateurs et lignes, le réseau est constitué d'autres éléments qui sont soit en série ou en shunt avec la ligne. Ainsi, à l'aide de ces différents éléments décrits plus haut, on peut sectionner la ligne en plusieurs parties élémentaires pour trouver sa matrice ABCD et déduire sa matrice d'admittances, qui est beaucoup utilisé dans les calculs pour analyse de réseau à savoir les études d'écoulement de puissance, les calculs de courants de court-circuit, les études d'observabilité du réseau et les études de stabilité transitoire.

2.6 Jeux de barres

Dans les différentes méthodes (Newton Raphson, Gauss-Seidel,...) d'analyse de réseau électrique particulièrement en écoulement de puissance, on ramène le réseau à une interconnexion des différents jeux de barres. Dans ces conditions, en faisant un bilan de puissance, la somme des puissances réactives et actives entrantes et sortantes de chaque jeu de barre doit être nulle. Ainsi pour chaque jeu de barre la puissance active et réactive s'exprime comme suit :

$$P_i = |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (2.19)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2.20)$$

Avec

$$Y_{ik} = G_{ik} + B_{ik} \quad (2.21)$$

Où Y_{ik} est un élément de la matrice d'admittances Y_{bus} du réseau électrique. Chaque élément de la matrice d'admittances représente l'admittance de tous les éléments du réseau situés entre les jeux de barres i et k . Ces éléments se calculent de la manière suivante :

- Les éléments de la diagonale Y_{ii} : pour chaque élément on additionne toutes les admittances qui sont connectées au jeu de barre i .

$$Y_{ii} = \sum_{k=1}^n y_{ik} + y_{sh} + y_{ch} \quad (2.22)$$

- Les éléments hors diagonales Y_{ij} , on prend l'opposé de la somme de toutes les admittances présentent entre les jeux de barres i et j .

$$Y_{ij} = - \sum y_{ij} \quad (2.23)$$

Ainsi dans les analyses de réseaux électriques, on regroupe les jeux de barres en 3 types. Pour chaque type de barre, il existe 4 paramètres dont 2 sont fixes et 2 autres sont variables parmi les suivants :

- module de tension;
- angle de tension;
- puissance active sortant dans les admittances du réseau;
- puissance réactive sortant dans les admittances du réseau.

Tableau 2.3 Classification des jeux de barres

Type de barre	Paramètres fixes		Paramètres variables	
Barre d'équilibre (Swing bus)	$ V_1 $	θ_1	P_1	Q_1
Barre de génération (PV bus)	$ V_2 $	P_2	θ_2	Q_2
Barre de charge (PQ bus)	P_3	Q_3	$ V_3 $	θ_3

Afin de faciliter les échanges d'information et les études, en 1973(Group 1973), un protocole de transmission et d'enregistrement des données a été mis en place par IEEE. C'est sur la base de ce dernier que nous avons établi les caractéristiques des jeux de barres, des lignes et transformateurs de notre programme que présente l'annexe II.

CHAPITRE 3

ALGORITHME DE GÉNÉRATION DE GRAPHS ET DE RÉSEAUX ÉLECTRIQUES PLANAIRES

3.1 Introduction

La représentation des graphes est un moyen de visualiser les relations qui lient différents éléments d'un système que ce soit d'information ou industriel. Cependant, cette représentation ne s'avère utile que si elle respecte des critères esthétiques bien définis tels que la lisibilité. Une bonne représentation graphique conduit à une bonne compréhension d'un système décrit tandis que la mauvaise représentation entraînera une mauvaise lecture et des erreurs d'interprétation du système. Les graphes ayant la meilleure lisibilité sont les graphes planaires.

Dans notre étude, de représentation de système nous nous sommes focalisés sur les graphes non orientés. Notre objectif est de générer des graphes simples et planaires dans un espace à 2 dimensions. Des graphes simples sont des graphes où toutes les liaisons entre sommets sont représentées par des segments de droite. Ces graphes seront planaires si et seulement si, il n'y a intersection entre segments qu'à leurs extrémités.

Dans ce chapitre nous présenterons une nouvelle approche de génération de graphes non orientés planaires. Cette technique est basée sur le théorème d'Euler. C'est pourquoi en premier nous démontrerons notre approche et plus tard , nous présenterons notre algorithme.

3.2 Graphes planaires

Un graphe G est dit inscriptible dans une surface S si et seulement si on peut le dessiner sur cette surface de manière à ce que les liaisons ne se touchent qu'à leur extrémité commune.

Ainsi, on dira qu'un graphe est planaire s'il est inscriptible dans un plan. On appelle cette représentation, une représentation planaire inscrite.

La figure 3.1 présente 2 représentations planaires inscrites d'un graphe. La figure 3.1.(a) présente un graphe planaire dont les liaisons sont des segments de droite tandis que la figure 3.1.(b) possède des liaisons qui sont des sections de courbes. Notre étude se focalise sur les graphes planaires inscrits dont les liaisons sont des segments de droite. On les appelle les graphes planaires simples.

Les graphes planaires ont fait l'objet de plusieurs études en vue de leurs caractérisations. Ainsi, plusieurs théorèmes et propriétés ont été émis sur eux pour leur identification lors de leur représentation, car la matrice d'un graphe ne permet pas de définir s'il est planaire. Voici quelques théorèmes et formules sur les graphes planaires.

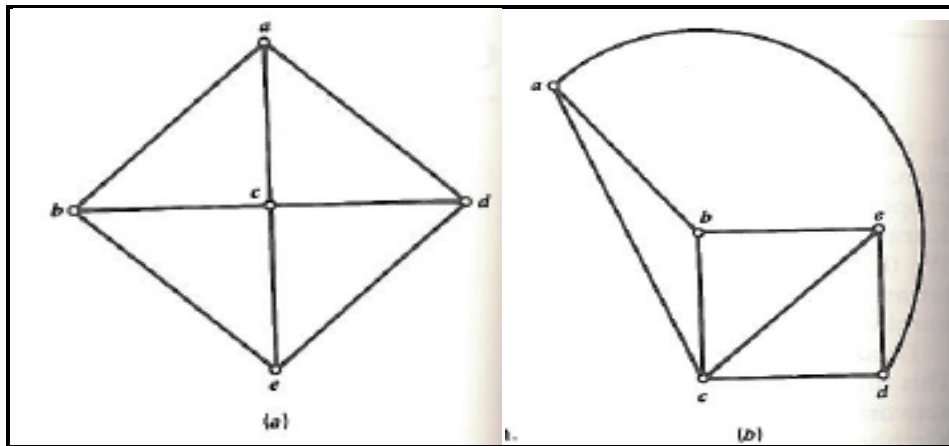


Figure 3.1(a) Graphe planaire simple inscrit
 (b) Graphe planaire inscrit à arêtes curvilignes
 $n = 5, m = 8, f = 5$

Théorème 1. Pour tout graphe planaire simple, il existe une représentation planaire inscrite pour laquelle toutes les liaisons peuvent être des segments de droite.

Ce théorème a été prouvé indépendamment par Wagner, Fary et Stein. L'une des techniques utilisées pour faire cette démonstration est appelée la projection stéréographique.

Théorème 2. Un graphe G est inscriptible dans un plan si et seulement s'il est inscriptible sur une sphère.

Théorème 3. Les mailles d'un graphe planaire G forment une base du circuit sous-espace de G .

Ce théorème a eu pour conséquence directe ces 2 corollaires ci-dessous :

Corollaire 2.1. Si un graphe planaire connecté G possède m arêtes, n sommets et f régions, alors :

$$n - m + f = 2 \quad (3.1)$$

Ce corollaire est appelé formule d'Euler, elle est utilisée pour déduire d'autres propriétés des graphes planaires. Elle s'est avérée particulièrement utile pour détecter les cas de graphe non planaire. Une région est définie comme étant l'espace délimité par un ensemble de sommets et d'arêtes qui forme un circuit. En comptant les régions d'un graphe, il est important de se rappeler que l'espace extérieur du graphe constitue une région. En appliquant la formule ci-dessus sur les figures 3.1a et 3.1b, nous constatons que l'égalité est respectée.

Corollaire 2.2. Si un graphe planaire simple G possède m arêtes et $n \geq 3$ sommets, alors

$$m \leq 3n - 6 \quad (3.2)$$

Les 3 autres théorèmes que nous citerons sont issus de la formule d'Euler que nous avons vue plus haut. Il s'agit :

Théorème 4. Un graphe est planaire si et seulement s'il ne contient pas de sous-graphes homéomorphiques (expansion ou subdivision) de K_5 (graphe complet à 5 sommets) ou $K_{3,3}$ (graphe complet biparti à 3+3 sommets). Ce théorème est aussi appelé théorème de Kuratowski.

Théorème 5. Un graphe G est planaire si et seulement s'il ne contient pas de sous-graphes réductibles en K_5 ou $K_{3,3}$.

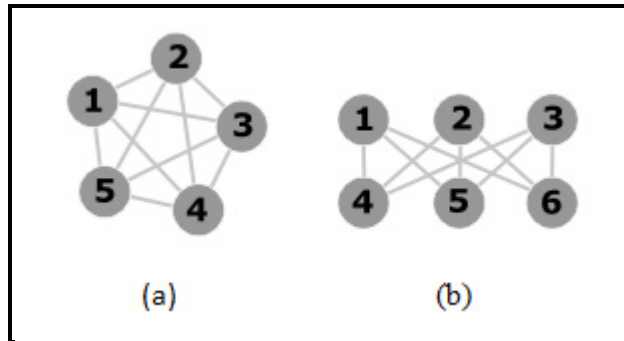


Figure 3.2 Graphes K_5 (a) et $K_{3,3}$ (b)

Théorème 6. Un graphe G est planaire si et seulement s'il existe en G un ensemble de circuits de base tel qu'aucune arête n'apparait dans plus de 2 de ses circuits.

3.3 Stratégie de génération de graphe

Nous avons sur la base des théorèmes présentés ci-dessus trouvé une stratégie de génération de graphe planaire qui remplit les théorèmes et respecte les propriétés ci-dessus. Nous avons particulièrement utilisé les corollaires et le théorème 6 pour atteindre notre objectif. La stratégie mise en place a été développée sur la base de la formule d'Euler.

Nous avons constaté que si nous créons au préalable toutes les régions désirées de notre graphe planaire alors nous pourrions faire grandir infiniment notre graphe planaire. La démonstration suivante le prouve :

Soit m arêtes, n sommets et f régions d'un graphe planaire G , alors nous avons

$$n - m + f = 2$$

Nous ajoutons un nouveau nœud à notre graphe sans changer le nombre de face. Dans notre équation seul le nombre de liaisons est inconnus alors l'équation devient :

$$(n + 1) - m' + f = 2 \quad (3.3)$$

Déduisons l'expression de m' en fonction de m

$$\Rightarrow m' = (n + 1) + f + 2 \quad (3.4)$$

$$\Rightarrow m' = n + f + 2 + 1 \quad (3.5)$$

Or

$$m = n + f + 2 \quad (3.6)$$

On obtient

$$\Rightarrow m' = m + 1 \quad (3.7)$$

Avec un nombre de régions fixe, l'ajout d'un nouveau sommet crée automatiquement une nouvelle liaison. Si nous ajoutons plutôt k nœuds à notre graphe planaire initial nous avons :

$$(n + k) - m' + f = 2 \quad (3.8)$$

Et obtenons :

$$m' = m + k \quad (3.9)$$

Ce qui atteste que si nous ajoutons à notre graphe G planaire initial k nœuds, sans créer de nouvelle région, nous obtiendrons un autre graphe H planaire ayant $M+1$ arêtes, $N+1$ sommets et f régions. Les figures ci-dessous illustrent bien ce principe.

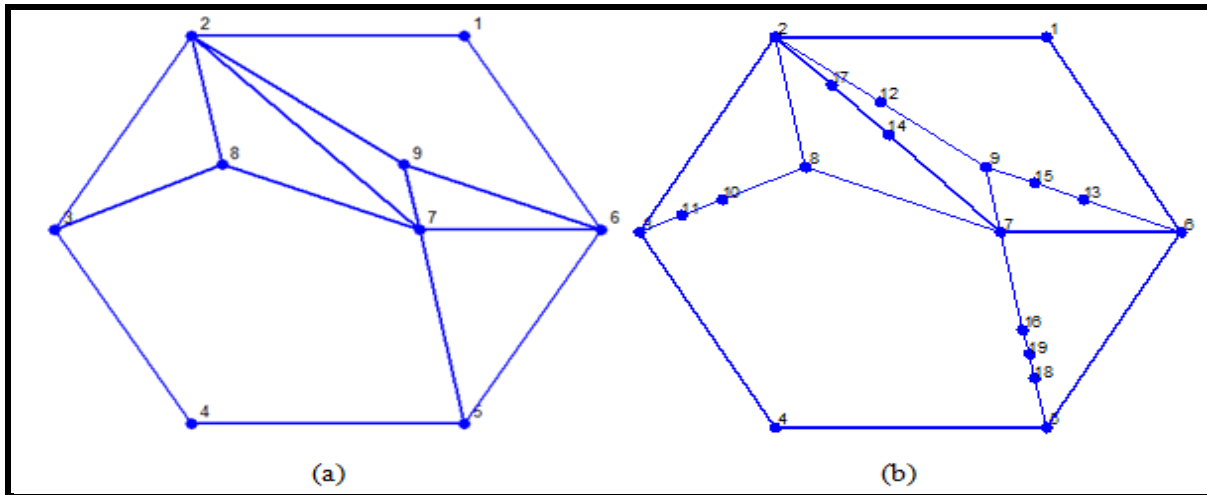


Figure 3.3 (a) Graphe planaire ayant 9 nœuds 15 liaisons et 7 régions
(b) Graphe (a) ayant 10 nœuds de plus

La figure 3.2.b nous permet de constater qu'en plus des 10 nœuds nous avons eu 10 liaisons de plus. Notre graphe est resté planaire malgré ces modifications et sa structure fondamentale est restée la même.

Cette analyse nous a amené à la conclusion que nous pouvions générer des graphes planaires de grande taille en partant de petits graphes planaires initiaux. Cette conclusion nous amène à nous poser quelques questions : comment obtenir les différentes régions nécessaires de notre graphe tout en le gardant planaire ? On répondra à cette question ci-dessous.

3.4 Algorithme de création d'un graphe planaire

Afin de générer des graphes planaires, nous avons mis sur pied un programme dont nous présentons ci-dessous l'algorithme. Nous donnerons des détails, les raisons de certains choix et des exemples à l'appui dans la partie suivante.

Notre algorithme se subdivise en 3 parties importantes :

- l'initialisation;
- la construction de régions;
- la construction des sommets.

Initialisation

Donner la matrice d'adjacences initiale

Initialiser les positions des sommets initiaux (≥ 3)

Création de la région initiale

Construction des régions souhaitées

Donner le nombre de régions désirées (f)

Pour $i = 1 : f$

 Répéter

 Choix d'une région

 Choix de 3 sommets dans la région

 Calcul des 3 angles formés par les sommets

 Tant que (*angle minimum* $< 15^\circ$)

 Détection des positions des points choisis dans la région

 Création d'un point pivot

 Division de la région choisie en 2 zones à l'aide des 2 premiers sommets choisis et du point pivot

 Détection de la zone à laquelle appartient le 3^e sommet

 Division de la zone choisie en 2 sous-zones avec l'aide du 3^e sommet et du point pivot

 Création de 3 régions et destruction de celle choisie au départ

Fin pour

Construction du nombre de sommets voulus

Donner le nombre de sommets (n) à construire

Pour $ii = 1 : n$

 Choix d'une région

 Choix de 2 sommets consécutifs dans la région

 Déterminer des sommets adjacents à chaque nœud

 Création du nouveau nœud

 Déterminer les 2 régions d'appartenance de l'arête choisie

Vérifier que les des sommets choisis sont consécutifs

Ajout du nouveau sommet dans les régions d'appartenance

Fin pour

Afin de permettre une bonne compréhension de l'algorithme, nous allons utiliser 2 exemples pour illustrer chacune des étapes et donner des explications pour justifier chaque choix que nous avons fait.

3.4.1 Initialisation

Cette partie de l'algorithme a pour but de fournir les paramètres de base de notre réseau qui seront utilisés pour atteindre les objectifs du programme. Plus haut, nous avons démontré qu'il est possible d'obtenir un graphe planaire de grande taille à partir d'un graphe planaire plus petit.

Pour initialiser notre système, nous devons lui fournir en premier un graphe planaire élémentaire qui remplit les conditions des corollaires 2.1 et 2.2. Selon le corollaire 2.2, nous avons :

$$m \leq 3n - 6 \quad (3.10)$$

Pour

$$n = 3 \Rightarrow m \leq 3 \quad (3.11)$$

Remplaçons n et m dans le corollaire 2.1.

On obtient $f = 2$

Ainsi, nous avons décidé que notre graphe planaire élémentaire doit avoir 2 régions au minimum et les liaisons doivent être à la borne supérieure. Les 2 régions sont identiques au niveau des bornes de délimitation, mais au niveau des espaces l'un possède un espace fini et l'autre un espace infini. Cela est visible sur les figures 3.4.a et 3.4.b. Toutes les régions internes auront des espaces finis tandis que la seule région externe sera infinie ou limitée par le plan, voir la figure ci-contre.

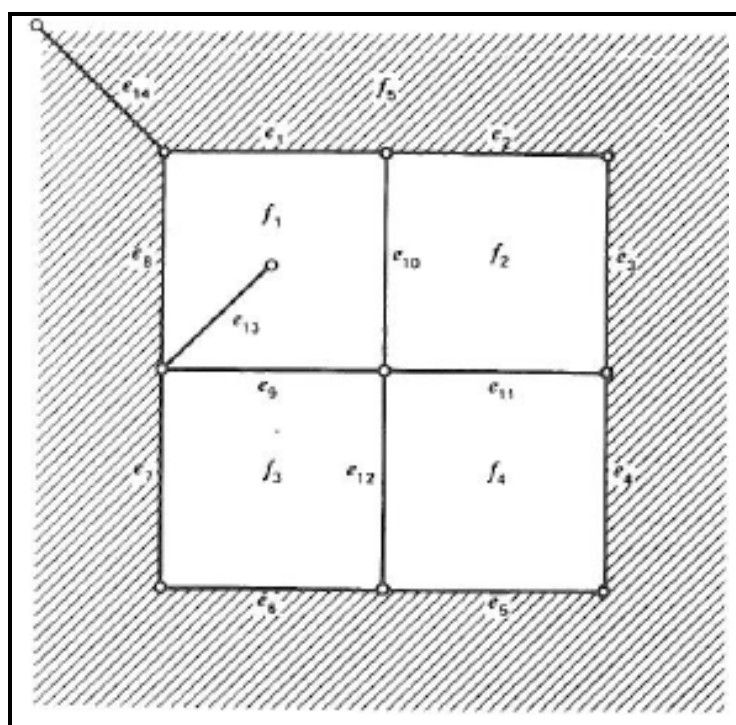


Figure 3.4 Présentation des faces internes et externes d'un graphe planaire

Puisque le nombre de régions est fixé alors notre graphe planaire peut avoir autant de nœuds et de liaisons que le désire l'opérateur, à condition que le corollaire 2.2 soit respecté. Ainsi pour nos exemples nous avons choisi 2 graphes planaires élémentaires l'un possède 3 nœuds et l'autre 4 nœuds. Puisque le nombre de régions est 2 alors le nombre de liaisons est respectivement 3 et 4. Les représentations de ces graphes planaires sont présentées par les figures 3.4.a et 3.4.b. Comment transmettre ces informations au programme en utilisant le moins de ressources ?

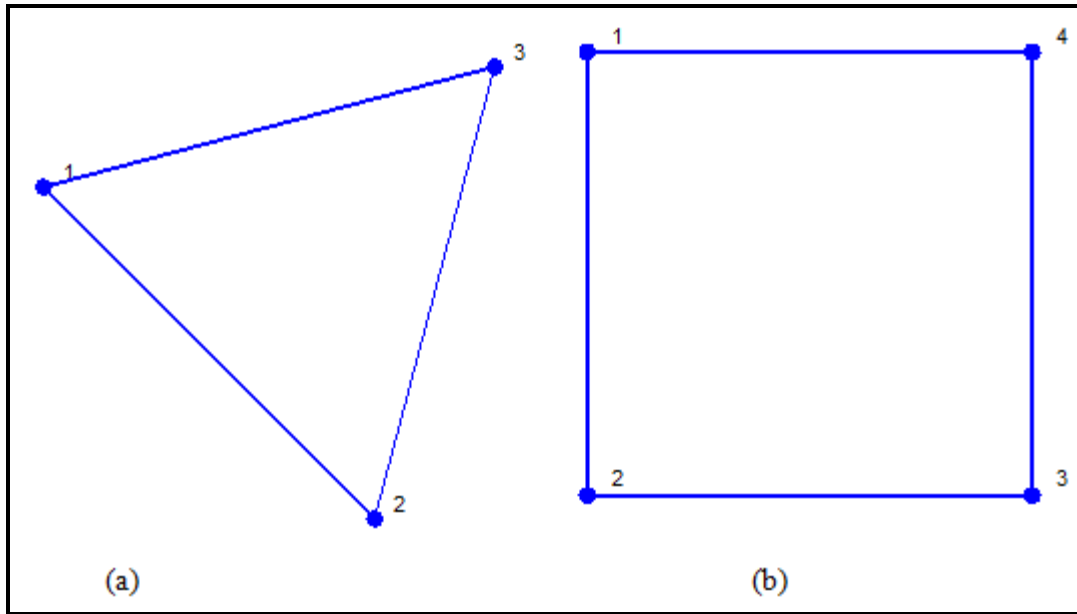


Figure 3.5 (a) Graphe élémentaire à 3 nœuds ($n = 3, m = 3, f = 2$)
 (b) Graphe élémentaire à 4 nœuds ($n = 4, m = 4, f = 2$)

3.4.2 Matrice d'adjacences initiale

Mathématiquement un graphe G est défini par 2 ensembles tels que $G = (X, U)$ ou X est l'ensemble des sommets du graphe et U est l'ensemble des arcs ou liaisons du graphe. Cette représentation dans le domaine informatique occupe beaucoup d'espace mémoire. C'est pourquoi nous avons opté pour la matrice d'adjacences qui permet de représenter dans une seule matrice les sommets et les liaisons du graphe. Puisque la matrice d'adjacences est faite de 1 et 0, nous utiliserons des matrices creuses en lieu et place des matrices pleines pour réduire d'avantage l'espace mémoire occupé.

Ainsi, notre matrice d'adjacences initiale se présente sous la forme suivante :

para.mat = *sparse*(*I*,*J*,1)

Avec *I* = vecteur ayant les indices de ligne pour les éléments non nuls

J = vecteur ayant les indices de colonnes pour les éléments non nuls

1 = la valeur prise par chaque élément non nul

Les vecteurs I et J doivent avoir les mêmes dimensions. Pour nos 2 exemples, de la figure 3.4, nous présenterons respectivement pour les matrices 3 nœuds et 4 nœuds les expressions des matrices pleines et des matrices creuses ci-dessous:

$$para.mat = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$para.mat = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$para.mat = sparse([1,1,2], [2,3,3], 1) \quad para.mat = sparse([1,1,2,3], [2,4,3,4], 1)$$

3.4.3 Calcul des positions initiales

Afin d'obtenir les représentations précédentes, il faut déterminer les positions initiales des sommets, car elles s'avèrent importantes tant pour l'initialisation, mais aussi pour le bon fonctionnement du programme. Dans notre programme nous avons choisi de définir les positions initiales en calculant leurs coordonnées par ces formules :

$$X(ii) = origine_x + R * cosd(teta * ii) \quad (3.12)$$

$$Y(ii) = origine_y + R * sind(teta * ii) \quad (3.13)$$

$X(ii)$ et $Y(ii)$ représentent l'abscisse et l'ordonnée du sommet ii . Ces coordonnées doivent toujours être positives.

$origine_x$ et $origine_y$ représente les coordonnées du centre d'un cercle de rayon R sur lequel sont inscrits tous les sommets de notre graphe initial. Pour notre programme, les coordonnées du centre de notre cercle sont (100; 100) et le rayon vaut $R = 10$.

$teta$ est l'angle qui sépare 2 sommets consécutifs. Cet angle est calculé à partir de l'origine du cercle. Voici l'expression de $teta$.

$$teta = 360/dim \quad (3.14)$$

Avec dim étant le nombre de nœuds du graphe initial.

Nous avons choisi d'inscrire nos graphes initiaux dans des cercles afin de garantir qu'ils seront des polygones réguliers et ainsi éliminer les formes non convexes ou irrégulières. Les formes irrégulières ou convexes, comme celle de la figure 3.5 posent des problèmes qui empêchent que l'on arrive à des résultats positifs que l'on souhaite obtenir. Ces problèmes seront abordés dans la suite pour justifier certaines mesures prises. Cependant, les graphes planaires au contour régulier garantissent l'atteinte de ces objectifs si toutes les conditions sont réunies.

3.4.4 Création de la région initiale

Cette étape est importante, car elle est le prélude à la mise en place des autres régions du graphe. Comme nous l'avons dit plus haut le graphe initial de la figure 3.4 possède 2 régions une interne et une externe. Tel que le montrent les représentations de nos exemples, les mailles descriptives de ces 2 régions sont identiques dans la phase initiale. Ceci nous amène à comprendre qu'une seule mérite d'être créée.

La prochaine étape après l'initialisation, c'est la création des régions. Elle causera des modifications sur la maille (chaîne de nœuds qui définit les limites) de la région interne. Alors nous avons opté de créer la région externe comme la région initiale. D'autre part, comme elle est la région externe, elle sera considérée comme la face 0 du graphe. Pour caractériser nos faces ou régions, nous nous servirons des nœuds qui forment leur maille. Ainsi pour nos 2 exemples de la figure 3.4, nous aurons :

$$face\ 0 = 1,2,3$$

$$face\ 0 = 1,2,3,4$$

Pour créer la région ou face, il faut parcourir la maille des nœuds en choisissant un sens de parcours. Puisque le graphe initial est un graphe inscrit dans un cercle alors tous les nœuds ont 2 liaisons. Nous trouvons les 2 nœuds qui sont adjacents à chaque nœud. Pour obtenir la maille, on place le premier nœud dans le vecteur face 0 ainsi que son premier nœud adjacent.

Ensuite, on consulte le premier nœud adjacent du dernier élément du vecteur face 0. S'il est déjà dans le vecteur, on passe au second. On ajoute le nœud adjacent absent dans le vecteur face 0. On exécute les 3 dernières actions jusqu'à ce que la longueur du vecteur face 0 soit égale au nombre de sommets de notre graphe.

3.4.5 Construction de régions

L'objectif de cette seconde partie est de faire augmenter le maillage de notre graphe planaire initial tout en conservant la forme de base de notre graphe d'origine. Ainsi si nous avons comme figure initiale un triangle il faut que quelle que soit la taille du graphe, les contours représentent un triangle. Pour y arriver, nous avons testé plusieurs approches qui se sont avérées infructueuses, mais elles nous ont aidés à aboutir à cet algorithme dont les résultats sont satisfaisants.

Une des approches très semblable à celle que nous présentons actuellement consistait à créer un nœud entre 2 sommets non consécutifs de notre graphe initial. Cette méthode butait sur 2 problèmes insolubles, à savoir :

- la construction aléatoire de la forme des régions ne garantissait pas l'absence de croisement des arêtes du graphe ou planarité de ce dernier. La figure 3.5 présente un cas. Si on utilise les nœuds 2,4 pour créer un nœud, on aura un croisement lorsque nous utiliserons les nœuds 5 et 3;

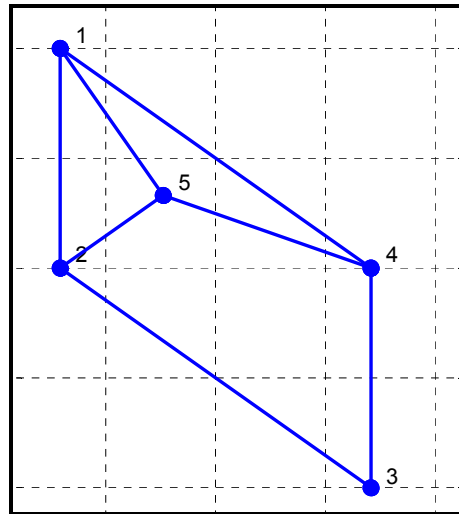


Figure 3.6 Régions aux formes irrégulières

- l'alignement de 3 sommets entraînait aussi un problème de superposition d'arêtes et si possible des sommets selon les cas. Les figures 3.6 ci-dessous en sont l'illustration.

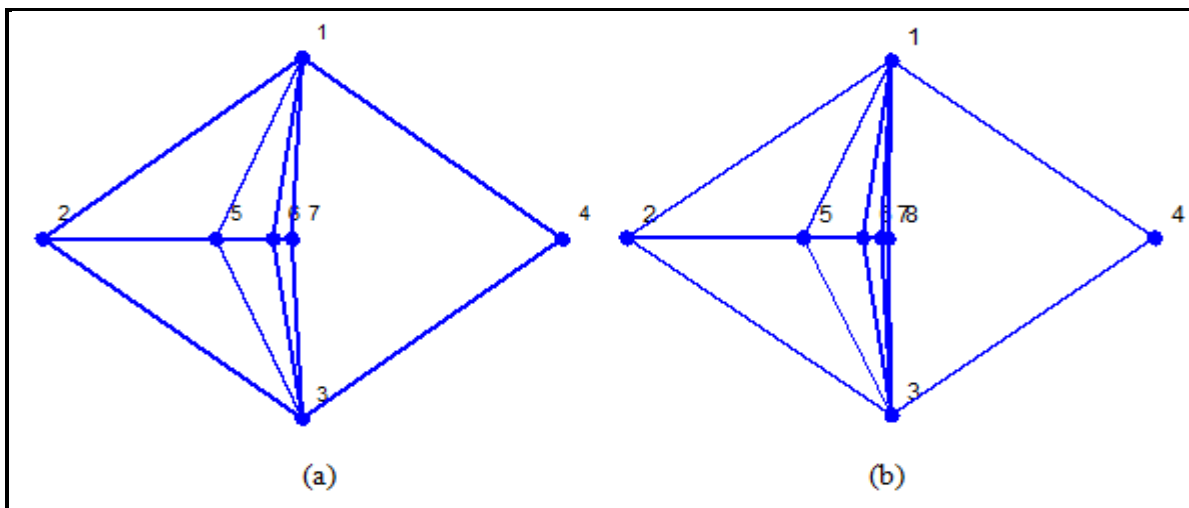


Figure 3.7 (a) Alignement de 3 nœuds
(b) Superposition des sommets 7 et 8 causé par l'alignement en (a)

Ces différentes difficultés nous ont poussé la mise en place de cette deuxième étape de notre algorithme afin de pouvoir apporter des solutions effectives à ces problèmes ci-dessus.

3.4.6 Choix de région

Cette fonction a été introduite afin de garantir la construction aléatoire de notre graphe. Le choix est opéré de manière aléatoire sauf pour la première itération, lorsque nous n'avons que pour seule région la face initiale. Dans cette première itération, la face choisie est automatiquement 0. Cependant, les autres choix seront faits par l'exécution de la fonction $Randi(N)$. Elle renvoie un entier dont la valeur est comprise entre 1 et N. N étant le nombre de faces existantes au moment où cette fonction est exécutée.

Le nombre de régions s'incrémentant de 2 à chaque exécution de la boucle « pour », alors N variera durant toute cette période. Cette variation nous empêche donc d'exécuter une fois cette fonction de choix, mais nous oblige de la répéter à chaque séquence de création de région afin pouvoir faire un choix entre toutes les faces disponibles existantes. Notre fonction choix de région effectue un tirage avec remise dans une urne donc le nombre est en croissance à chaque nouveau tirage. Ce qui équivaut à une combinaison de 1 dans N:

$$\text{nombre de choix region possible} = C_N^k = \frac{N!}{k! (N - k)!} \quad (3.15)$$

Puisque $k = 1$ alors on a

$$C_N^k = N \quad (3.16)$$

Cependant, il est à noter que ce nombre N de faces existantes ne tient pas en compte la face initiale ou externe, car celle-ci n'est pas modifiée durant la phase de création des régions du graphe.

3.4.7 Choix des 3 nœuds

Cette fonction comme la précédente est aléatoire, mais elle est soumise à 2 conditions importantes :

- les nœuds doivent appartenir à la même région d'où l'exécution au préalable de la fonction du choix d'une région;
- les 3 nœuds doivent être distincts. Pour garantir cette distinction, nous aurions pu choisir au préalable ces nœuds dans l'ensemble des nœuds et nous assurer plus tard qu'ils appartiennent à la même région. Cette méthode étant longue et sujette à beaucoup de répétitions, nous avons opté pour le chemin inverse.

Ayant déjà fait le choix de notre région, nous choisirons nos 3 nœuds sur la base des indices $(1, 2, \dots, M)$ qui les identifient dans la chaîne de nœuds qui forment notre face. Cette chaîne étant caractérisée par sa longueur (M) , nous prélèverons 3 indices de manière aléatoire dans notre chaîne. À cet effet, nous utilisons toujours la fonction Matlab *Randi*. Cette fois, elle aura la formulation suivante $Randi(M, 3)$ qui nous renverra 3 entiers distincts qui constitueront nos indices. Sur la base des indices, nous déterminerons les nœuds qui ont été choisis dans la chaîne qui caractérise la face choisie.

Ces 3 choix aléatoires suivent le principe d'un tirage de 3 boules sans remise qui se traduit mathématiquement par un arrangement de 3 dans M : M varie en fonction de la région choisie

$$\text{nombre possible de choix de 3 noeuds} = A_M^3 = \frac{M!}{(M-3)!} \quad (3.17)$$

Puisque l'ordre avec lequel les indices sont donnés n'est d'aucune importance alors toutes les combinaisons peuvent être utilisées. Ce nombre de possibilités est aussi variable selon la région choisie, car il est fonction de longueur de chaîne de cette dernière. Pour illustrer nous allons appliquer ce que nous venons de dire sur nos 2 exemples utilisés comme conducteurs.

Pour nos exemples, la face que nous choisissons est la face 0, car elle est la seule existante après la phase d'initialisation.

Exemple 1, *indices de position* = 2, 1, 3 \Rightarrow *noeuds choisis* = [2, 1, 3]

Exemple 2, *indices de position* = 1, 4, 2 \Rightarrow *noeuds choisis* = [1, 4, 2]

Le choix de 3 nœuds pour la création de région va contribuer à éliminer l'alignement de 3 nœuds dans une région et permettre la résolution de ce problème majeur des graphes planaires. D'autre part, ce choix sera aussi une pièce maitresse dans le dispositif de contrôle de la forme des régions créées. Cependant, ces 3 nœuds doivent remplir d'autres critères afin que leur choix soit effectif.

3.4.8 Calcul des 3 angles formés par les sommets

Comme vous l'aurez constaté, dans notre boucle « tant que » la condition d'arrêt est angle minimum $\geq 15^\circ$. Pour vérifier cette condition, nous calculons les 3 angles formés par les 3 nœuds choisis précédemment. Pour y parvenir nous nous sommes basés sur le fait que le triangle que forment nos 3 sommets est un triangle quelconque et sur la base du théorème d'Al-Kashi.

Le théorème d'Al-Kashi s'énonce comme suit :

Dans un triangle ABC dans lequel on utilise les notations usuelles de la figure 3.7: d'une part α, β et γ sont les angles et d'autre part a, b et c sont les longueurs respectives des côtés opposés à ces angles.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos(\gamma) \quad (3.18)$$

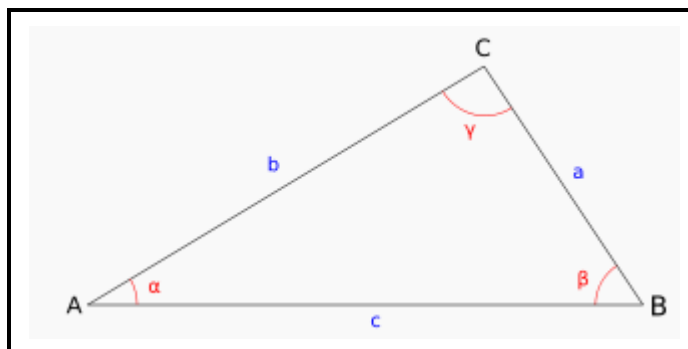


Figure 3.8 Triangle ABC présentant les notations pour le théorème d'Al-Kashi

Partant de ce théorème on déduit les 3 angles ainsi :

$$\alpha = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}\right) \quad (3.19)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}\right)$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)$$

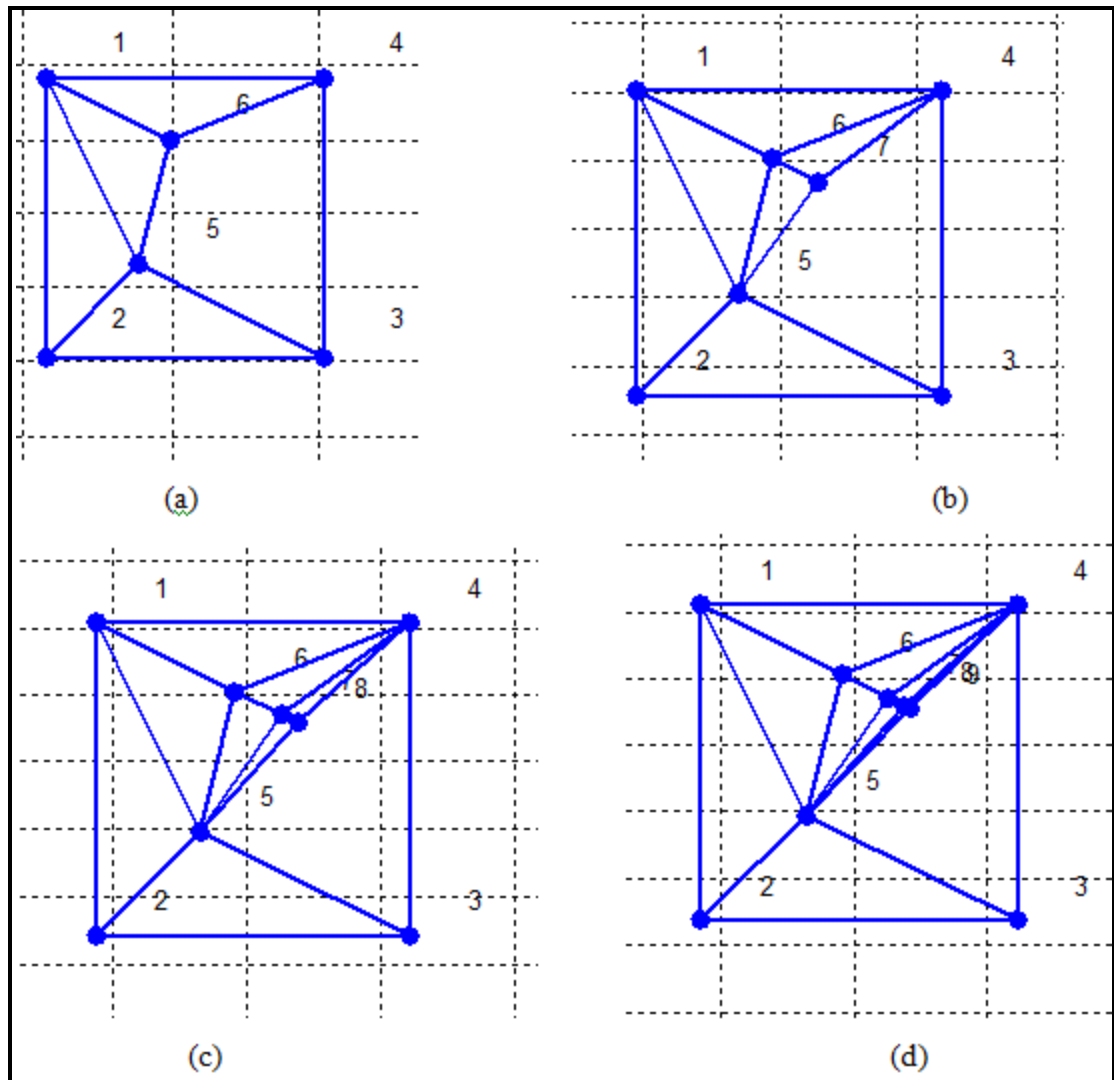


Figure 3.9 Présentation d'une séquence de création de régions sans la limite angulaire aboutissant à une superposition

Ayant calculé ces angles nous nous assurons que le plus petit n'est pas inférieur à 15°. Si notre plus petit angle est inférieur à cette valeur alors notre processus recommence au niveau du choix de la face. Cette condition s'avère importante, car elle permet de garantir une bonne lisibilité de notre réseau en évitant une trop grande proximité entre les arêtes et sommets. Si cette condition n'est pas mise en place alors on pourra se retrouver avec des cas tels que le présente la figure 3.8.

3.4.9 Création de 3 régions

Après ces étapes de choix, nous nous attaquerons aux étapes de la construction proprement dite. La construction se fait à 2 niveaux à savoir la construction graphique des régions et la construction de la chaîne de nœuds de la région. Cependant, les deux constructions sont complémentaires et se font simultanément.

3.4.9.1 Nœud pivot

Les 3 nœuds choisis nous permettent de créer un nœud pivot qui sera le point autour duquel tournera la création des 3 autres régions. Ce point est inclus à la région choisie et ses coordonnées sont calculées selon les formules suivantes :

$$x_P = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \quad (3.20)$$

$$y_P = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \quad (3.21)$$

Où x_A, x_B, x_C et x_P sont les abscisses des nœuds choisis A, B, C et nœud pivot P

y_A, y_B, y_C et y_P sont les ordonnées des nœuds choisis A, B, C et nœud pivot P

Le nœud pivot créé sur la base de 3 autres présente un avantage sur le plan morphologique. Nous l'affirmons parce que lorsque ce dernier est créé avec 2 nœuds alors tous trois vont appartenir à une même droite ce qui engendra le problème d'alignement de 3 sommets dans une région. Cependant, lorsque les coordonnées du pivot sont calculées comme ci-dessus alors il devient le barycentre de ces 3 points ce qui fait que chacun de ses nœuds possède une droite qui la relie avec ce pivot d'où l'impossibilité de l'alignement de 3 sommets tant qu'ils ne l'ont pas été initialement.

3.4.9.2 Division de la région en 2 zones

La division de la région choisie est la première de 2 divisions dont l'objectif est « diviser pour mieux conquérir ». En d'autres termes, elles nous permettent de facilement former les chaînes qui caractérisent les nouvelles régions. Pour le faire, nous utilisons 3 vecteurs dont 2 sont initialement vides et le troisième contient la chaîne des nœuds qui caractérisent la région dont nous souhaitons faire la division.

À l'aide d'un pointeur, nous parcourons notre chaîne de nœuds à partir de l'indice de position du premier nœud choisi. Ce balayage présente 2 cas, car l'objectif est de mettre les nœuds compris entre le 1^{er} et le 2^e nœud dans le premier vecteur vide initialement et les autres nœuds de la chaîne dans le second vecteur vide. Puisque le parcours est fait sur un vecteur alors on s'impose aussi un sens de parcours, celui du sens des aiguilles d'une montre (ordre croissant des indices). Les 2 cas de balayage sont les suivants :

- si l'indice de position du premier nœud choisi est inférieur à celui du second nœud choisi. Dans ce cas, on copie les éléments du vecteur de la chaîne de nœuds de la position du 1^{er} nœud choisi à la position du second nœud choisi;
- lorsque l'indice de position du 1^{er} nœud choisi est supérieur alors la copie des éléments du vecteur chaîne de nœuds se fait en 2 étapes. Tout d'abord, on va copier ceux qui sont compris de la position du nœud choisi jusqu'à la fin du vecteur. Ensuite on va recommencer de l'indice 1 à l'indice de position du 2^e nœud choisi.

À la fin de la nouvelle chaîne de nœud, on ajoute le nœud pivot. Ainsi lorsqu'on parcourt la nouvelle chaîne ou ce vecteur on constatera toujours que le premier et le second nœud choisi sont respectivement à la gauche et la droite du nœud pivot illustrant qu'il existe d'une part une arête entre le premier nœud choisi et le nœud pivot; et d'autre part entre le nœud pivot et le second nœud choisi. Une observation attentive de ces 2 cas vous amènera à la conclusion selon laquelle nos 2 nouveaux vecteurs seront toujours les résultats des 2 cas mentionnés ci-dessus. Le second nouveau vecteur correspondra au cas de balayage que le premier vecteur

n'aura pas choisi. Ce second vecteur n'inclura pas le 1^{er} nœud choisi, le 2nd nœud choisi et le nœud pivot. La démonstration faite ci-dessous illustre bien ce que nous avons dit plus haut.

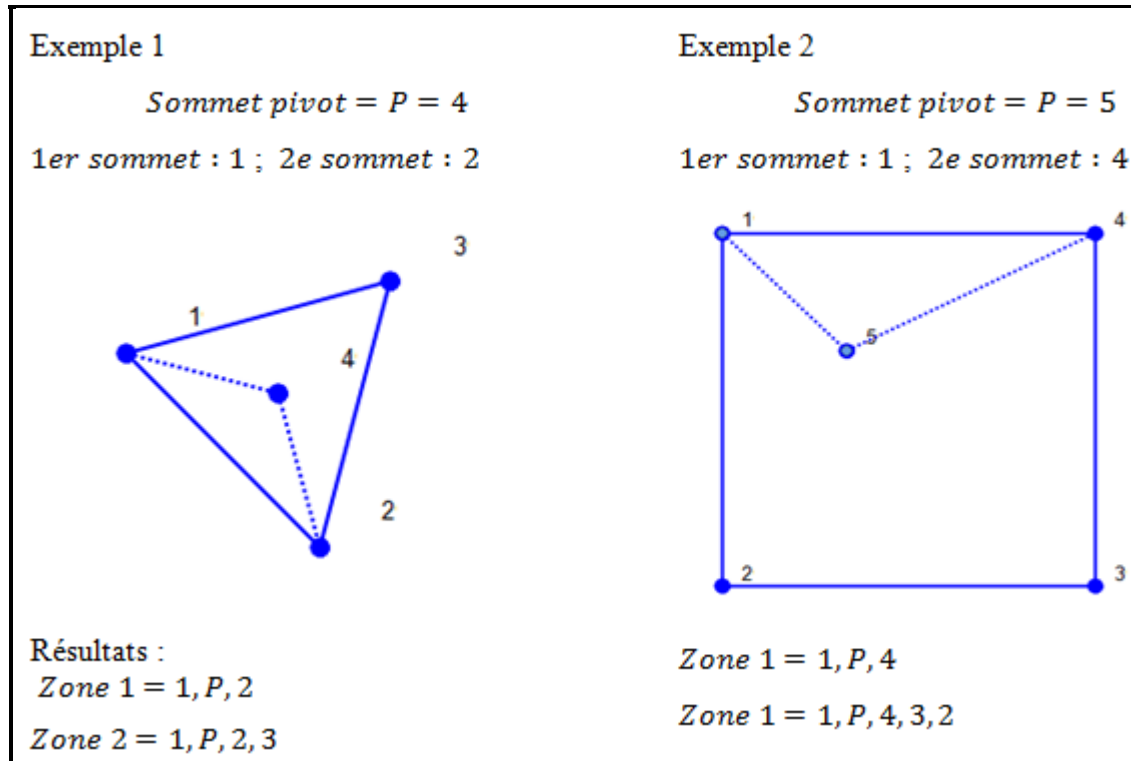
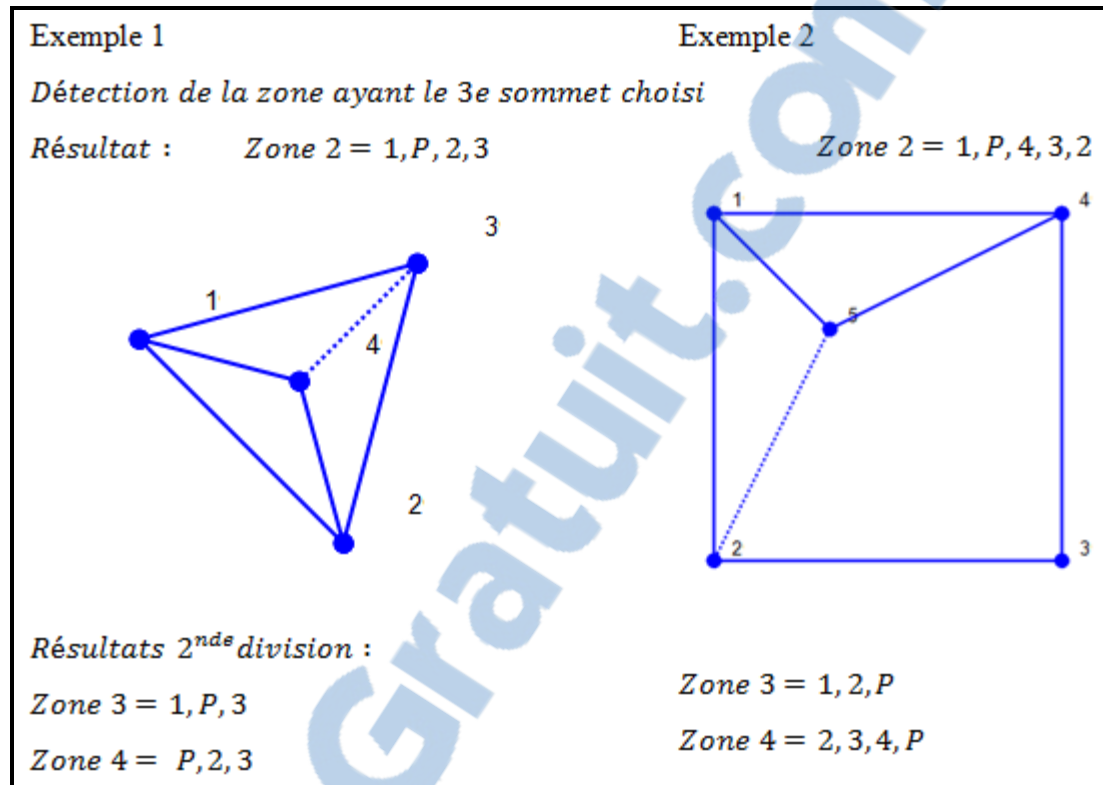


Figure 3.10 Exemples de division d'une région en 2 zones

La seconde division est équivalente à la première à la seule différence que nous utiliserons plutôt le 3^e sommet choisi et le nœud pivot pour la faire. La chaîne de nœuds que nous divisons est l'un des 2 vecteurs issus de la première division de la région mentionnée ci-dessus. Le vecteur à diviser est celui qui contient parmi ces éléments le 3^e nœud choisi. Cette condition nous oblige donc au préalable de parcourir les 2 vecteurs à la recherche de ce nœud. L'ayant identifié dans un vecteur alors ce vecteur est choisi et utilisé pour la seconde division. Le vecteur choisi sera divisé en 2 autres comme lors de la première division et pour cela nous avons besoin des indices de position du 3^e nœud choisi et du nœud pivot dans ce vecteur. Pour les avoir, nous procéderons comme dans la première division. De plus, à notre division nous n'ajouterons pas de sommet aux listes des nœuds qui se dégageront de cette seconde division comme dans la première. Les exemples ci-dessous illustrent bien ce propos

Figure 3.11 Exemples de formation de la 3^e zone

Comme nous l'avons dit plus haut, nous avons 2 constructions qui s'effectuent simultanément. Les images qui accompagnent la construction des vecteurs le prouvent. Cette construction graphique se résume donc dans les étapes suivantes :

- la construction graphique du nœud pivot sur la base de ses coordonnées;
- la construction des arêtes liant le nœud pivot au 1^{er} et 2nd sommets choisis;
- la construction de l'arête entre le nœud pivot et le 3^e nœud choisi.

3.4.9.3 Création de 3 régions

Les divisions nous ont permis de faire la construction de 3 vecteurs de chaînes de nœuds et la construction graphique nous permet de voir effectivement que notre région choisie au départ se retrouve subdivisée en 3 zones.

Nos 3 zones sont équivalentes à nos 3 vecteurs et ils constitueront à cet effet nos 3 nouvelles régions. Pour cela 3 étapes sont franchir :

- le nœud pivot devient un nœud effectif;
- le remplacement de la région choisie initialement par la zone qui lors de la première division ne contenait pas le 3^e nœud choisi. Ce remplacement se fait au niveau de la liste de régions du graphe. La chaîne de nœuds que constitue cette zone remplacera celle de la région choisie initialement;
- les 2 autres zones restantes et leur chaîne de nœuds seront ajoutées à la suite de la liste des régions du graphe comme nouvelles régions. Donc si notre liste de région contenait N régions alors les 2 autres zones seront la N+1 région et la N+2 région.

Pour illustrer ces étapes nous allons prendre les 2 exemples de la figure 3.10, comme points de départ auxquels nous ajouterons 3 régions supplémentaires.

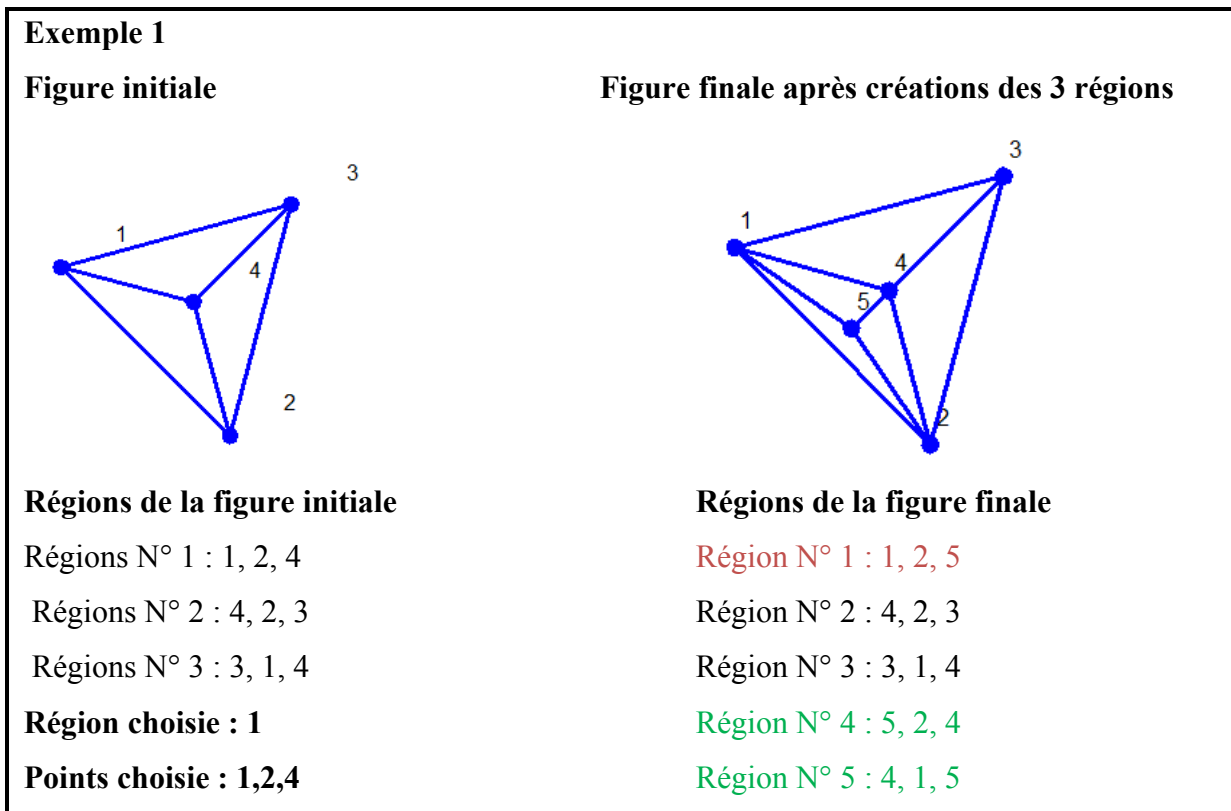
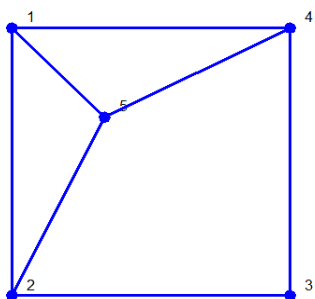


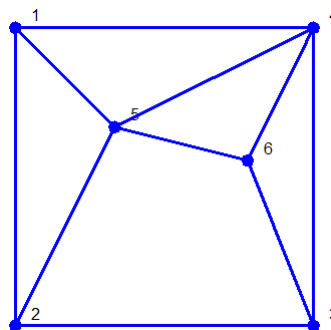
Figure 3.12 Exemple 1 de création des régions

Exemple 2**Figure initiale****Régions de la figure initiale**

Région N° 1 : 1, 2, 5

Région N° 2 : 5, 2, 3, 4

Région N° 3 : 4, 1, 5

Région choisie : 2**Points choisie : 5,4,3****Figure finale après créations des 3 régions****Régions de la figure finale**

Région N° 1 : 1, 2, 5

Région N° 2 : 4, 5, 6

Région N° 3 : 4, 1, 5

Région N° 4 : 6, 5, 2, 3

Région N° 5 : 3, 4, 6

Figure 3.13 Exemple 2 de création de régions

Comme le montre les 2 exemples ci-dessus, les points pivots sont respectivement 4 et 3. La région 1 qui était formée par les points 1, 2, 4, la région choisie, est maintenant formée par 1, 2, 5. Ce processus de remplacement s'observe aussi dans l'exemple 2, où la région choisie 2 formée par les nœuds 5, 2, 3, 4 est constituée maintenant par 4, 5, 6. Tandis que ce remplacement de la région choisie par une des 3 régions nouvellement créées est effectué, les 2 régions restantes (en couleur vert dans les exemples) sont ajoutées à la suite de la liste des régions. Donc en résumé on peut dire que cette étape consiste à la création de 3 régions et la destruction de la région choisie initialement et son remplacement par l'une des 3 nouvelles.



3.4.9.4 Construction des sommets

Dans la phase précédente, nous avons construit des sommets ou nœuds, mais vous avez constaté que leur nombre croît très lentement par rapport au nombre de régions. C'est pourquoi nous avons jugé bon d'avoir une séquence proprement dite de création de sommets, car c'est l'objectif même recherché dans la construction d'un graphe ; construire des nœuds et les liaisons et dans notre cas sans chevauchement.

En fonction du nombre désiré, à l'aide d'une boucle de répétition nous allons exécuter un ensemble d'étapes dont certaines ont déjà fait l'objet de notre étude dans la phase précédente. Pour construire un nœud dans cette phase, il y a une contrainte qui s'impose. Puisque le nombre de régions désirées est atteint, l'on ne veut plus en créer. À cet effet, le nœud doit être créé uniquement entre 2 nœuds qui sont des extrémités d'une même arête.

3.4.9.5 Choix de 2 sommets consécutifs dans une région

Cette étape est la deuxième dans l'ensemble d'étapes que nous exécuterons dans cette 3^e phase. La première est le choix de la région, cette étape a été décrite plus haut. Nous avons dit qu'une région est caractérisée par l'ensemble d'arêtes qui la délimitent. Plus haut, nous avons créé des vecteurs qui contiennent les sommets de ces arêtes si on parcourt la région dans le sens des aiguilles d'une montre.

Pour faire nos choix, nous nous servons de cette chaîne de nœuds. Nous déterminons au préalable la longueur (L) de ce vecteur, ensuite on fait un choix aléatoire d'un nombre entier dont la valeur variera de 1 à L qui est conservé par « $id_p(1,1)$ ». id_p est une matrice 2 colonnes qui conserve les indices de position des nœuds consécutifs qu'on désire obtenir. Ce choix ci-dessus permet donc de déterminer le premier indice. Nous effectuerons encore un second choix aléatoire cette fois entre 2 valeurs 1 et 2, ce qui revient à avoir une valeur booléenne que l'on conserve dans une variable « n ». La valeur de cette variable « n », nous permet de déterminer si c'est à la droite ou à la gauche du premier indice qu'on prendra le second indice de position.

- Pour $n = 1$, si $id_p(1,1) \neq 1$ alors $id_p(1,2) = id_p(1,1) - 1$
Sinon, $id_p(1,2) = L$
- Pour $n = 2$, si $id_p(1,1) \neq L$ alors $id_p(1,2) = id_p(1,1) + 1$
Sinon, $id_p(1,2) = 1$

Ce qui précède est fait pour réduire les prises de décisions et augmenter dans le même temps l'ensemble des possibilités que nous pouvons avoir. Ayant obtenu les 2 indices de positions désirés, nous extrirons de notre vecteur formant la chaîne de nœuds qui caractérise la région les 2 nœuds que nous voulions obtenir. Ces 2 nœuds consécutifs caractérisent aussi les extrémités d'une arête existante dans notre système.

La démonstration de tout ce qui est décrit ci-dessus est présentée par ces 2 exemples ci-dessous. Ces 2 exemples sont basées sur les figures 3.11 et 3.12.

Exemple 1	Exemple 2
Région choisie : 5	Région choisie : 4
Région N° 5 : 4, 1, 5	Région N° 4 : 6, 5, 2, 3
Longueur (L) chaîne de nœuds : 3	Longueur (L) chaîne de nœuds : 4
Choix aléatoire variant de 1 à L	Choix aléatoire variant de 1 à L
$Id_p(1,1) = 1$	$Id_p(1,1) = 2$
1^{er} nœud choisi : 4	1^{er} nœud choisi : 5
2 ^e choix aléatoire entre 1 et 2	2 ^e choix aléatoire entre 1 et 2
$n = 1$ (Prendre valeur à gauche)	$n = 2$ (Prendre valeur à droite)
$Id_p(1,2) = L$	$Id_p(1,2) = Id_p(1,1) + 1$
$Id_p(1,2) = 3$	$Id_p(1,2) = 3$
2^e nœud choisi : 5	2^e nœud choisi : 2

Figure 3.14 Exemples de choix de nœuds

3.4.9.6 Détermination des 2 régions d'appartenance de l'arête choisie

Comme nous l'avons énoncé dans le théorème 6 une arête dans un graphe planaire ne peut apparaître que dans 2 circuits ou régions. C'est pourquoi pour chaque arête existant dans notre graphe nous allons déterminer ces 2 régions, car ces informations sont utiles pour la création des nouveaux nœuds.

Ainsi, nous avons créée une structure matricielle dont chaque cellule contient 2 champs nommés «face1» et «face2» dont les valeurs respectives initiales sont *Inf* et *l'ensemble vide*. Cette structure appelée *bran* est une matrice de dimension $Q \times Q$ où $Q = \text{nombre d'arêtes existantes} + \text{nombre d'arêtes à créer}$.

Pour déterminer les régions de chaque arête, nous allons parcourir les vecteurs caractérisant chaque région. À cet effet, nous commençons par le vecteur de la face externe et ensuite nous passerons aux faces internes. Nous parcourons notre vecteur à l'aide de 2 pointeurs *ii* et *jj* dont le premier peut prendre les valeurs allant de 1 à la taille du vecteur. Cependant, le second pointeur peut prendre les valeurs suivantes :

- $jj = 1$ si le 1^{er} pointeur a une valeur différente de la valeur maximale qu'il peut prendre et si la valeur de la case qu'il pointe est différente de 0 et si la case suivante a une valeur nulle. Ce second pointeur peut avoir aussi cette valeur à la seule condition que le 1^{er} pointeur prenne la valeur maximale à savoir la taille du vecteur;
- $jj = ii + 1$ le second pointeur peut prendre cette valeur dans le cas où les conditions définies dans ci-dessus ne se sont pas remplies.

Ces 2 pointeurs pointent sur des cases qui sont respectivement des extrémités des arêtes existantes dans notre graphe. Nous identifions les extrémités, ensuite nous nous servons d'elles comme pointeur pour remplir notre structure. Le remplissage de cette structure se fait selon le principe ci-dessous :

Soit *noeud1* et *noeud2*, les 2 extrémités identifiées et *face* l'identifiant de la région dont on parcourt le vecteur caractéristique.

Si $\text{bran}(\text{noeud1}, \text{noeud2}).\text{face1} == \text{inf}$,

alors $\text{bran}(\text{noeud1}, \text{noeud2}).\text{face1} = \text{face}$

Sinon, $\text{bran}(\text{noeud1}, \text{noeud2}).\text{face2} = \text{face}$

Une démonstration de l'application de cette partie de notre algorithme est faite ci-dessous, à l'aide des exemples des figures 3.11, 3.12 et 3.13. Les exemples montrent les valeurs prises par les pointeurs selon les conditions énumérées ci-dessus et présenteront le processus d'attribution des faces pour les arêtes considérées.

Exemple 1 (voir figure 3.11)	Exemple 1 (voir figure 3.12)
Région N° 4 : 5, 2, 4	Région N° 1 : 1, 2, 5
Région N° 5 : 4, 1, 5	Région N° 4 : 6, 5, 2, 3
Arête choisie : 4-5	Arête choisie : 5-2
$\text{bran}(4,5).\text{face1} = \text{inf}$	$\text{bran}(5,2).\text{face1} = \text{inf}$
$\text{bran}(4,5).\text{face2} = \text{inf}$	$\text{bran}(5,2).\text{face2} = \text{inf}$
Valeur pointeurs dans la région 4	Valeur pointeurs dans la région 1
Pour $ii = 3$ et $jj = 1$	Pour $ii = 2$ et $jj = 3$
Puisque $\text{bran}(4,5).\text{face1} == \text{inf}$	Puisque $\text{bran}(2,3).\text{face1} == \text{inf}$
$\Rightarrow \text{bran}(4,5).\text{face1} = 4$	$\Rightarrow \text{bran}(5,2).\text{face1} = 1$
Valeur pointeurs dans la région 5	Valeur pointeurs dans la région 4
Pour $ii = 3$ et $jj = 1$	Pour $ii = 2$ et $jj = 3$
Puisque $\text{bran}(4,5).\text{face1} \neq \text{inf}$	Puisque $\text{bran}(5,2).\text{face1} \neq \text{inf}$
$\Rightarrow \text{bran}(4,5).\text{face2} = 5$	$\Rightarrow \text{bran}(4,5).\text{face2} = 4$

Figure 3.15 Détermination des régions d'appartenance des arêtes

Les résultats de cette fonction sont importants, car ils nous permettent de continuer à former la chaîne de nœuds qui caractérisent les régions. Puisque nous avons plus haut identifié les 2 nœuds parmi lesquels nous allons insérer notre nouveau nœud, nous avons aussi identifié l'arête que nous allons remplacer par 2 autres, à savoir une liant le premier nœud et le nouveau nœud et une reliant le nouveau et le second nœud. Puisque ces arêtes viennent remplacer une qui existait déjà dans 2 régions spécifiques, alors ils prendront tout simplement comme régions d'appartenance les 2 régions de celle qu'ils remplacent.

3.4.9.7 Création du nouveau nœud

La création du nouveau nœud dans cette seconde partie de notre programme est identique à celle de la création du nœud pivot avec une seule différence : le calcul des coordonnées de ce nœud pour son positionnement dans le graphe. Puisque ce point doit se situer entre les deux autres nœuds existants nous nous servons de leurs coordonnées pour calculer ceux du nouveau nœud. Ainsi, nous avons les formules suivantes :

$$x_N = \frac{x_A + x_B}{2} \quad (3.22)$$

$$y_N = \frac{y_A + y_B}{2} \quad (3.23)$$

Où x_A, x_B et x_N sont les abscisses des nœuds choisis A, B, C et du nouveau nœud N

y_A, y_B et y_N sont les ordonnées des nœuds choisis A, B et du nouveau nœud N.

A titre d'exemple, voir les nœuds 7, 8, 9, 10 et 11 dans la figure 3.15 qui sont les centres respectifs des 2 nœuds qui les encadrent.

3.4.9.8 Ajout du nouveau sommet dans la région choisie

L'ajout du nouveau nœud se fait sur la base des indices de position des 2 nœuds choisis plus haut. Sur la base de ceux-ci, nous avons identifié 4 cas de figure, mais avant d'exécuter chacune d'elle nous faisons une copie du vecteur de nœuds caractérisant la région et on vide le vecteur. Les 4 cas figures se présentent comme ci-dessous.

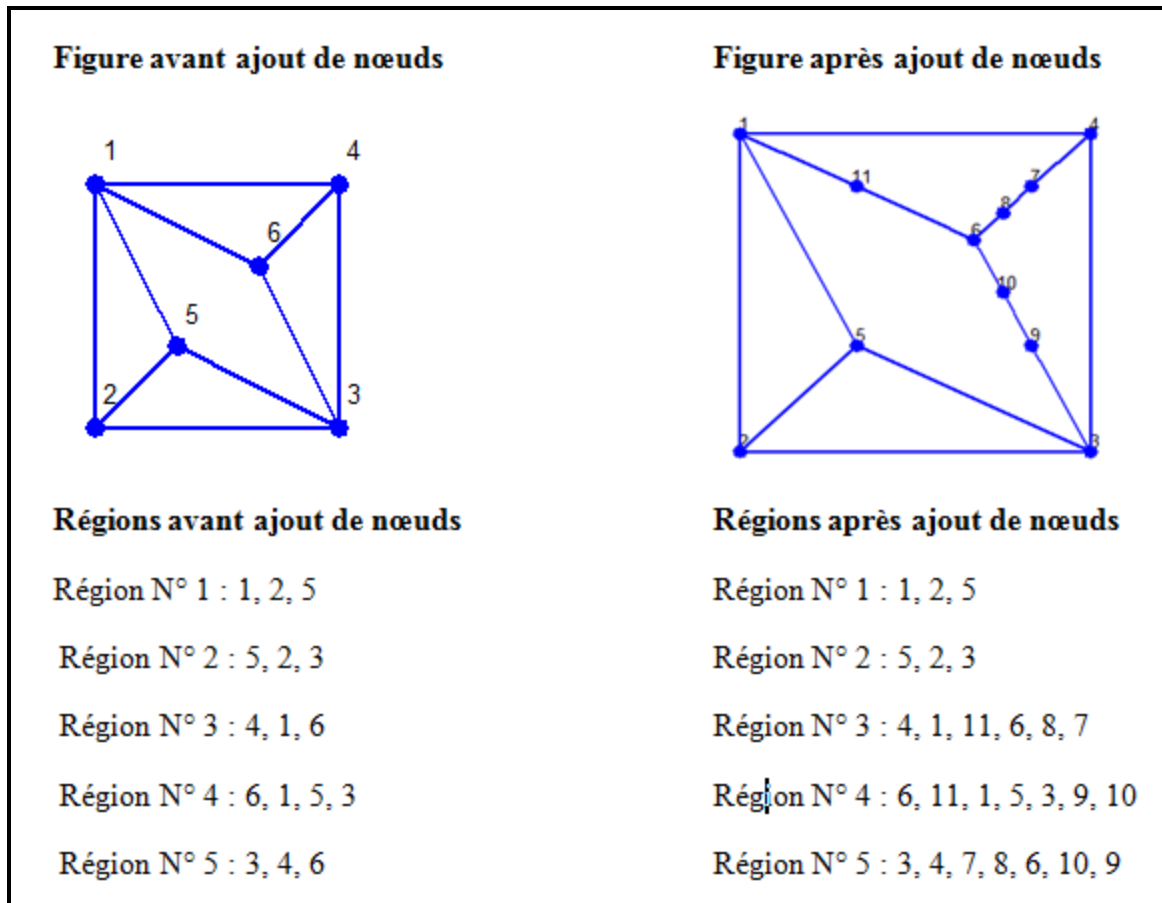


Figure 3.16 Exemple d'ajout de 5 nœuds dans un graphe

1^{er} cas : $id_p(1,1) + 1 == id_p(1,2)$, on remplit le vecteur caractéristique à partir de sa copie faite ci-dessus. Ainsi, on va partir de l'indice de position 1 à l'indice $id_p(1,1)$, cet intervalle va être placé dans le vecteur. Ensuite, on va ajouter à la position du vecteur $id_p(1,1) + 1$ le nouveau nœud et à partir de la position $id_p(1,1) + 2$ du vecteur, on va ajouter les éléments du restant de la sauvegarde du vecteur que nous avons effectué. Ces éléments commençant à la position $id_p(1,1) + 1$. Pour exemple considérer le cas du nœud 11 dans la région 3 pour la figure 3.15 où les nœuds choisis 1 et 6, ont pour indices de position respectivement les valeurs 2 et 3 initialement. Plus tard, les positions seront respectivement 2 et 4.

2^e cas : $id_p(1,1) - 1 == id_p(1,2)$, on suit le même principe que le premier cas avec la seule différence que notre première étape de remplissage ira de l'indice 1 à l'indice $id_p(1,2)$. Ce cas de figure peut s'appliquer à la région 4 si on suppose que $id_p(1,1) = 2$ et $id_p(1,2) = 1$ sont les indices respectifs des nœuds choisis 1 et 6 dans la figure 3.15.

3^e cas : $id_p(1,1) == 1$ et $id_p(1,2) == \text{taille du vecteur caractéristique}$, dans ce cas le remplissage revient à recopier entièrement la copie du vecteur que nous avons effectué, car notre 1^{ere} étape de remplissage va de l'indice 1 à l'indice maximal qui est dans ce cas $id_p(1,2)$, ensuite on y ajoute le nouveau nœud à la position $id_p(1,2) + 1$. Avant l'ajout des nœuds 10 et 11 dans la région 4 (voir figure 3.15), ce cas c'est appliqué lorsque l'indice de position du nœud 6, était $id_p(1,1) == 1$, et l'indice de position du nœud 3, fut $id_p(1,2) == 4$, la longueur du vecteur caractéristique de la région.

4^e cas $id_p(1,2) == 1$ et $id_p(1,1) == \text{taille du vecteur caractéristique}$, ce cas suit le même principe que le 3^e à la seule différence que l'indice maximal est détenu cette fois par $id_p(1,1)$. Ainsi, l'indice de position du nouveau nœud est $id_p(1,1) + 1$.

3.5 Agrandissement ou réduction du graphique

Au cours du développement de l'algorithme présenté ci-dessus, nous avons constaté que ce soit en phase de création de région ou de nœud, l'espace dans lequel on doit dessiner ces nouveaux éléments de notre graphe se réduit assez rapidement pour donner lieu à des situations de superposition ou encore cas d'agrandissement mal coordonné, on obtient des déformations du graphe qui peuvent entraîner des cas de croisement d'arêtes. Pour éviter ces phénomènes, nous avons mis au point une technique d'agrandissement ou de réduction du graphe qui lui permet de garder sa forme ou morphologie en tout point.

La technique est basée sur le théorème de Thales qui s'énonce comme suit :

Dans un triangle, soit $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$,

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{MN}{BC} = Z \quad (3.24)$$

D'où $(MN) \parallel (BC)$. Ce théorème qui est énoncé montre tout simplement que le triangle ABC est un agrandissement du triangle AMN ou inversement une réduction dont le rapport est Z. De ce théorème, on constate que le facteur le plus important est le rapport Z, car les points M et N peuvent être considérés comme les nouvelles positions des points B et C respectivement. Puisque les rapports se valent, il suffit de calculer un seul rapport et de lui on pourra déduire les nouvelles positions des autres points. Donc pour calculer Z, nous aurons besoin de connaître les positions de A, B et M. Le point B sera l'un des nœuds choisis pour la création de la région si nous sommes dans ce processus et sera l'une des extrémités de l'arête choisie dans le processus de création de nœud. Cependant, le point A quand à lui sera le nœud pivot dans la phase de création des régions et deviendra le nouveau nœud dans la phase de création des nouveaux nœuds. Le point M correspond à la nouvelle position du point B. Ces coordonnées sont calculées selon l'équation suivante :

$$(X - x_1)^2 + (Y - y_1)^2 - dist = 0 \quad (3.25)$$

Avec *dist* la distance à laquelle doit se trouver le point M de A

(X, Y) Coordonnées du point A

(x_1, y_1) Coordonnées du point M à calculer

Pour initialiser les itérations, nous prenons

$$(x_1^0, y_1^0) = (x_B, y_B) \quad (3.26)$$

Ayant trouvé les valeurs de x_1 et y_1 , on peut calculer la valeur du rapport Z sur la base de cette formule

$$Z = \frac{BA}{MA} = \frac{\sqrt{(X - x_B)^2 + (Y - y_B)^2}}{\sqrt{(X - x_1)^2 + (Y - y_1)^2}} \quad (3.27)$$

Sur la base de ce rapport que nous avons calculé, nous pouvons maintenant évaluer pour chaque autre point C du graphe la distance à laquelle on doit le placer pour que notre théorème de Thales reste valide. Ainsi, le paramètre « *dist* » présent dans l'équation ci-dessus deviendra :

$$dist = \frac{(x_C - X)^2 + (y_C - Y)^2}{Z^2} \quad (3.28)$$

Pour déduire les coordonnées de N, la nouvelle position du point C, on va réinjecter « *dist* » dans l'équation. Cette fois l'équation se résoudra avec point initial

$$(x_1^0, y_1^0) = (x_C, y_C). \quad (3.29)$$

Ce processus de mise à jour des positions se déclenche lorsqu'on détecte qu'un des 3 ou 2 nœuds les plus proches du nouveau nœud est soit trop proche (*distance* < 4) ou trop loin (*distance* > 10). Voir exemples figures 3.16 et 3.17. Ces conditions ont été placées pour maintenir une bonne lisibilité du graphe, mais aussi adoucir son expansion. Ce processus reste fiable même lorsque tous les points appartiennent à une même droite.

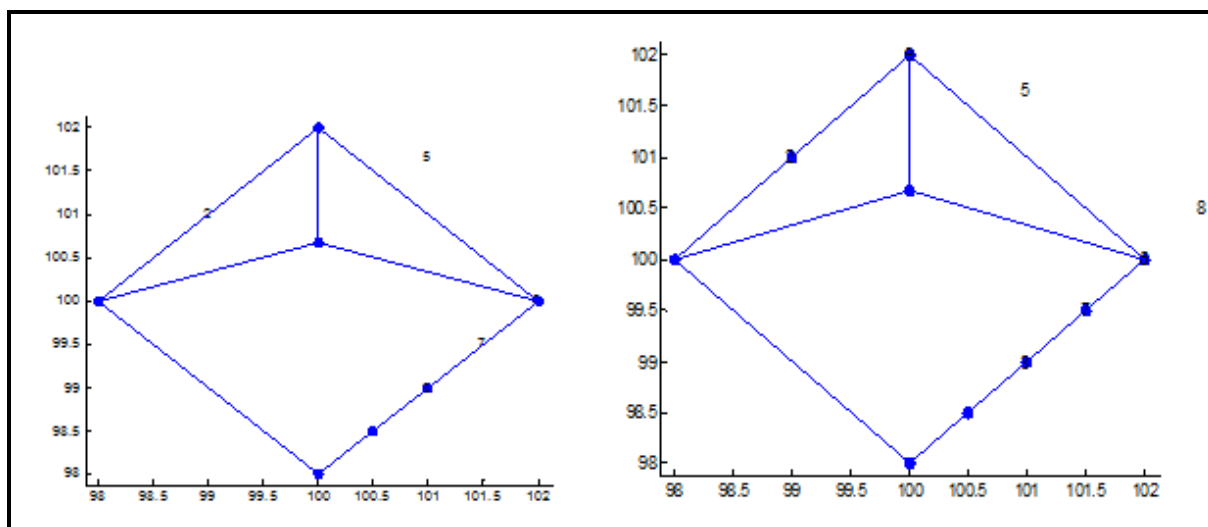


Figure 3.17 Exemples d'ajout de nœuds sans agrandissement ou réduction du graphe

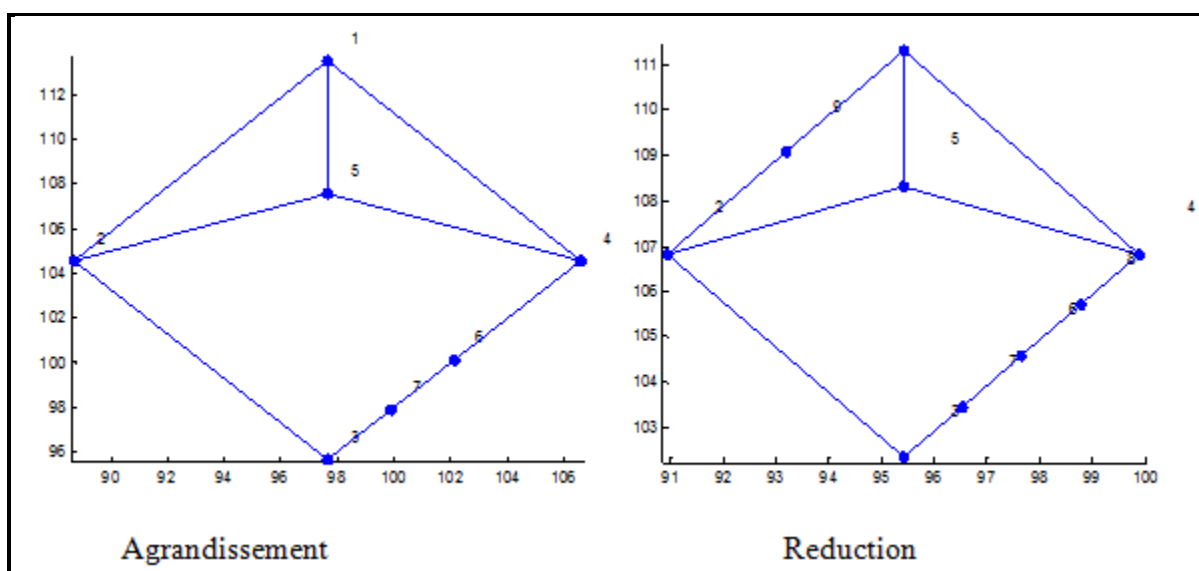


Figure 3.18 Exemples d'ajout de nœuds avec agrandissement ou réduction.

CHAPITRE 4

SIMULATION ET ANALYSE DE RÉSULTATS

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présenterons les résultats des simulations effectuées à l'aide de l'algorithme que nous avons mis en place. D'autre part, nous analyserons les résultats obtenus afin de pouvoir dégager les caractéristiques de base qui peuvent exister entre un graphe et un réseau de transport d'énergie. En plus, nous évaluerons la fiabilité des réseaux obtenus en effectuant des simulations d'écoulement de puissance à l'aide du programme Newton Raphson.

4.1.1 Analyse

Les différentes simulations que nous avons effectuées et les résultats obtenus nous ont amenés à analyser les résultats sous plusieurs critères : la diversité, la reproductibilité des résultats obtenus, l'impact visuel de la nouvelle représentation et la fiabilité des réseaux générés.

4.1.2 Diversité

D'un point de vue graphique, on peut dire que les graphiques obtenus sont différents les uns des autres dans la majorité des cas. On peut arriver à cette conclusion en comparant visuellement des graphes de petite taille. Cependant, même dans ce cas on peut se laisser leurrer par la disposition des connexions entre les nœuds. Pour preuve, nous avons ces 2 graphes ci-dessous.

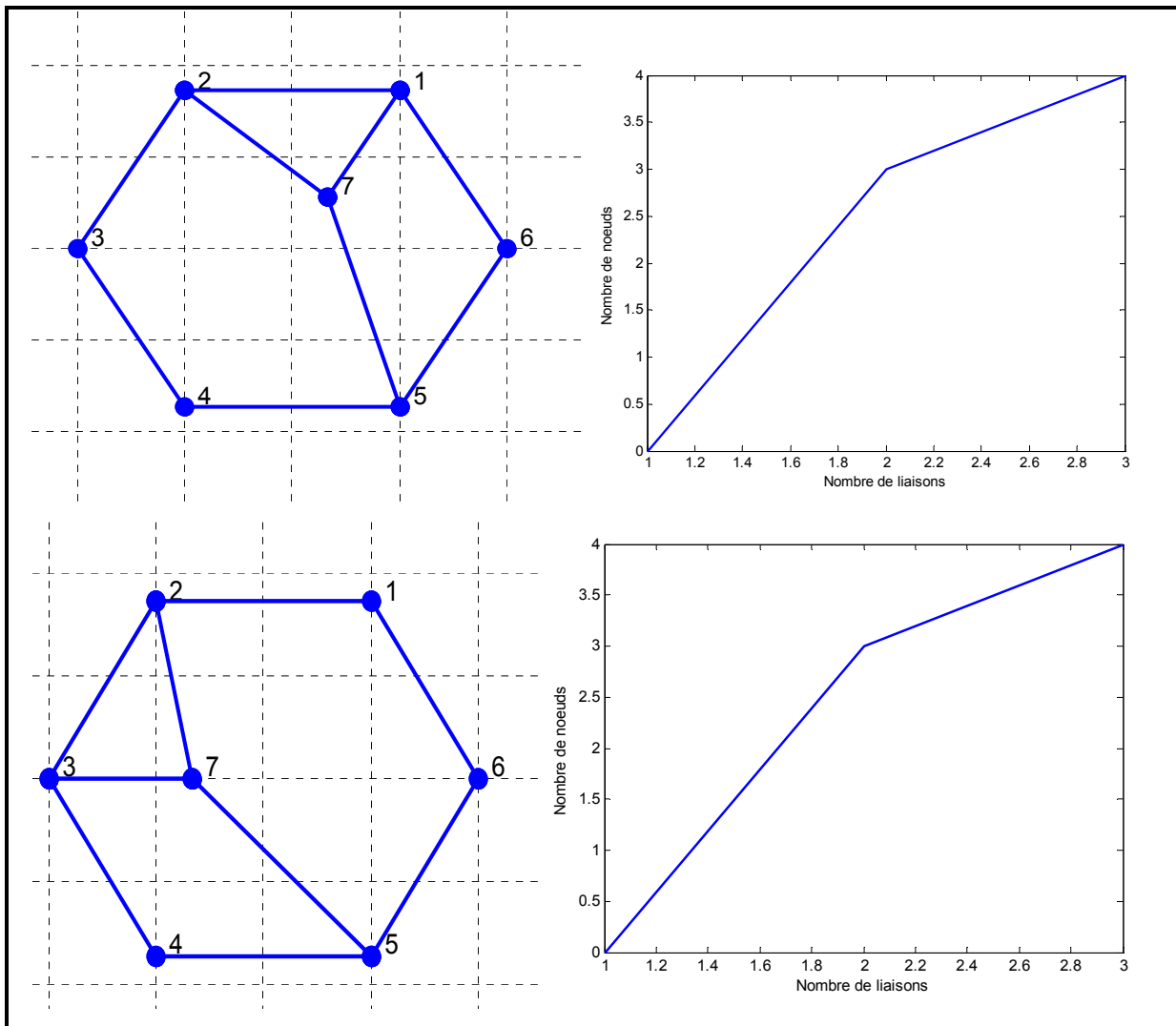


Figure 4.1 Présentation de 2 graphes identiques qui paraissent différents et leur courbe caractéristique

Afin de pouvoir comparer les graphes nous avons mis au point la caractéristique nombre de liaisons-nombre de nœuds. Comme le montrent ceux des 2 graphes ci-dessus, elle permet de connaître le nombre de nœuds qui possède le même nombre de liaisons. L'observation des 2 courbes ci-dessus nous permet de constater clairement que même si visuellement nos 2 graphes semblent différents, ils sont en fait identiques. Cette caractéristique présentée sous forme de diagramme en bâtons est plus facile à interpréter, car on peut y observer facilement les différences lorsqu'on compare 2 diagrammes en bâtons.

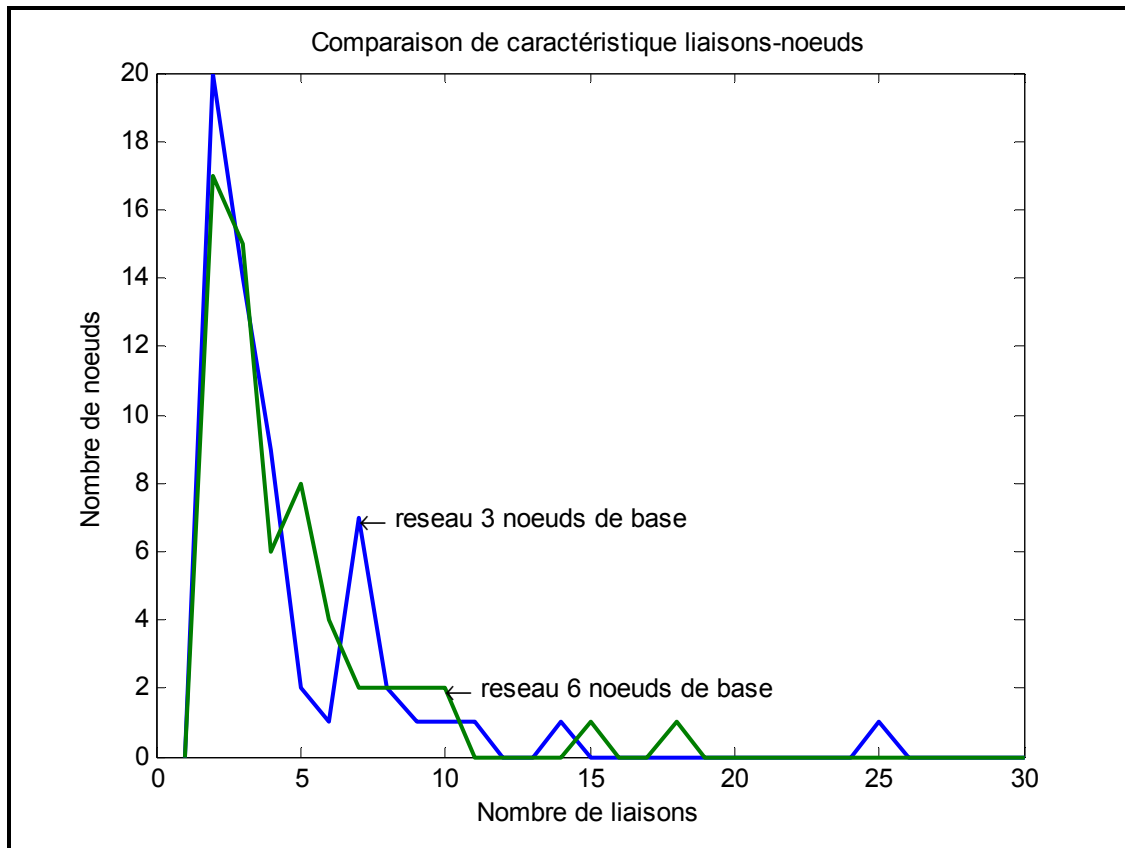


Figure 4.2 Comparaison de 2 courbes caractéristiques de 2 graphes ayant des bases différentes

La diversité de réseau que nous créons se confirme par les 2 comparaisons que nous ferons ci-dessous :

- la comparaison entre graphes ayant même base, mais de flux différent

On note que lorsque la séquence de nombre aléatoire est la même on obtient les mêmes graphes. Ceci est vérifiable au niveau graphique et de la caractéristique nombre de liaisons-nombre de nœuds. La comparaison entre graphes ayant des bases identiques avec une séquence de nombres aléatoires différents, nous obtenons automatiquement des graphes différents tant que nous réalisons des graphes de plus de 4 régions.

Ci-dessous, nous avons des exemples qui sont des prolongements des cas d'équivalences que nous avons présentés plus haut. Dans ces cas, nous avons créé 6 régions avec des identifiants de séquence « *Seed* » 100 et 8 avec une base à 6 nœuds. Les courbes caractéristiques ressortent assez bien les différences, plus de nœuds ayant 2 et 4 liaisons dans le premier graphe alors que le second se caractérise par plus de nœuds ayant 3 liaisons.

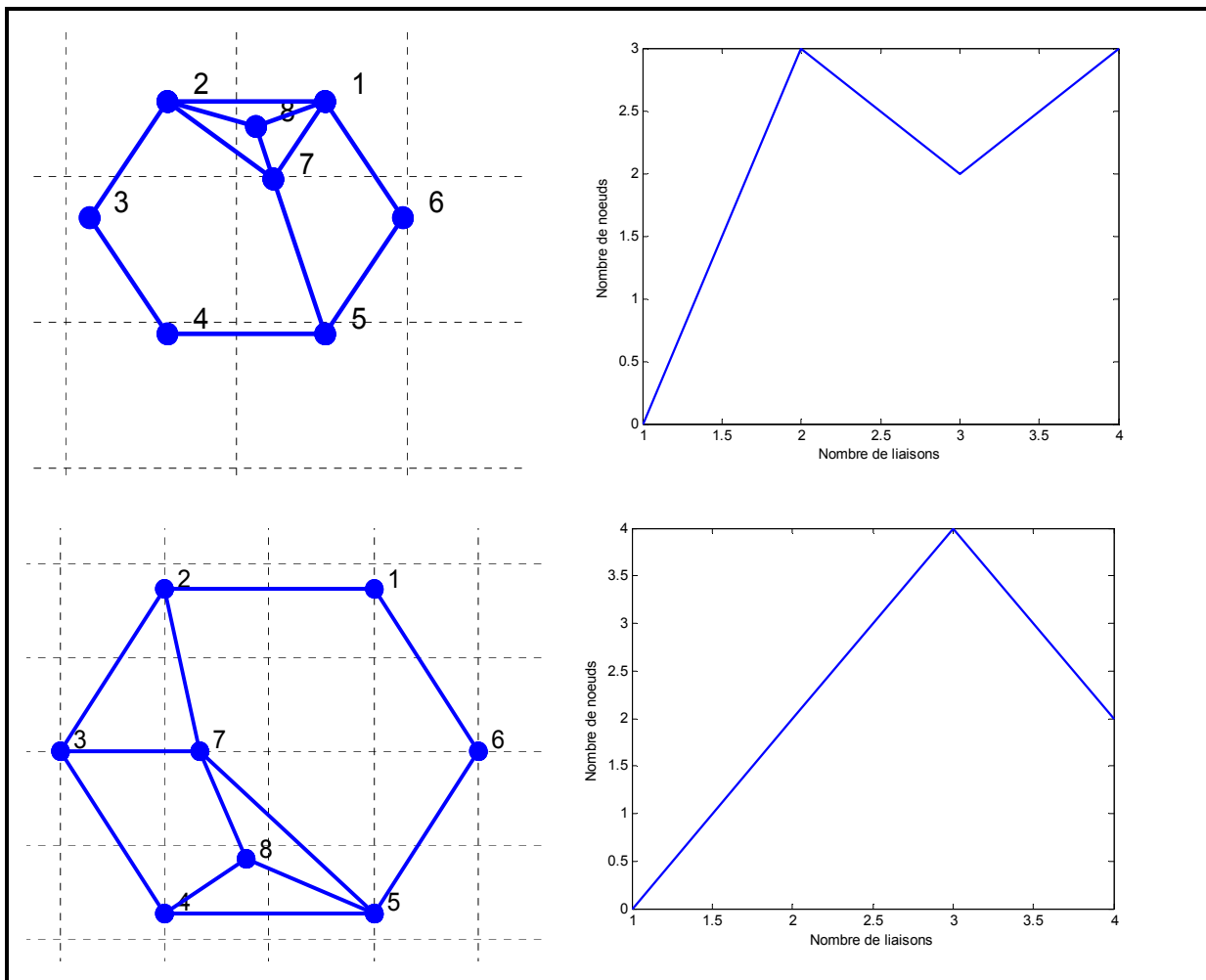


Figure 4.3 Comparaison de 2 graphes dont les identifiants des séquences de nombres aléatoires sont différents 100 et 8

Cependant si la séquence est différente, à l'observation de la caractéristique, on note des différences évidentes. Comme le montrent les caractéristiques ci-dessous, le changement de séquence entraîne une redistribution des liaisons. Ces 3 caractéristiques sont celles de graphe

ayant une base de 3 nœuds, 25 régions et 15 nœuds. On observe par exemple que dans ces 3 caractéristiques le nombre de nœuds qui ont 4 liaisons passe de 4 à 3 et finalement à 1 pour des séquences de nombre aléatoire dont l'identifiant «Seed» est respectivement 100, 150 et 8

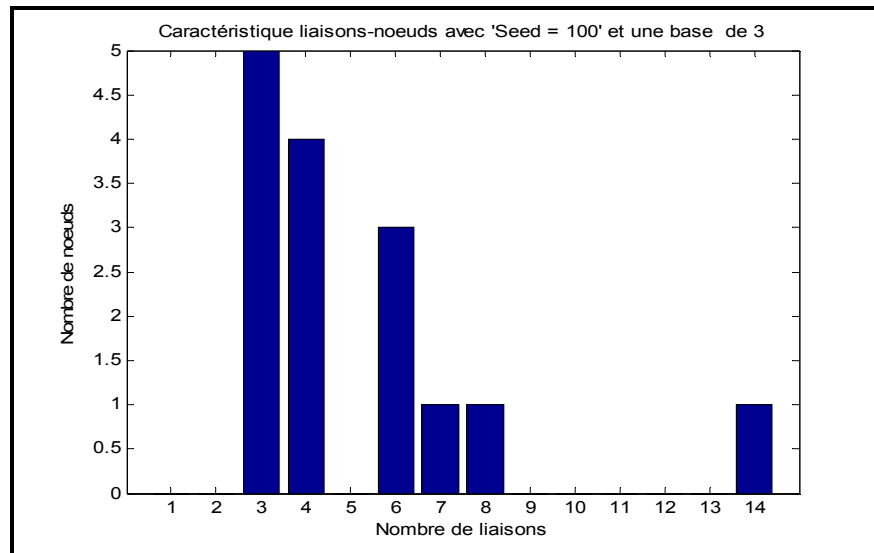


Figure 4.4 Caractéristique liaisons-nœuds d'un graphe avec un identifiant 100 et une base 3 (Diagramme en bâtons du graphe)

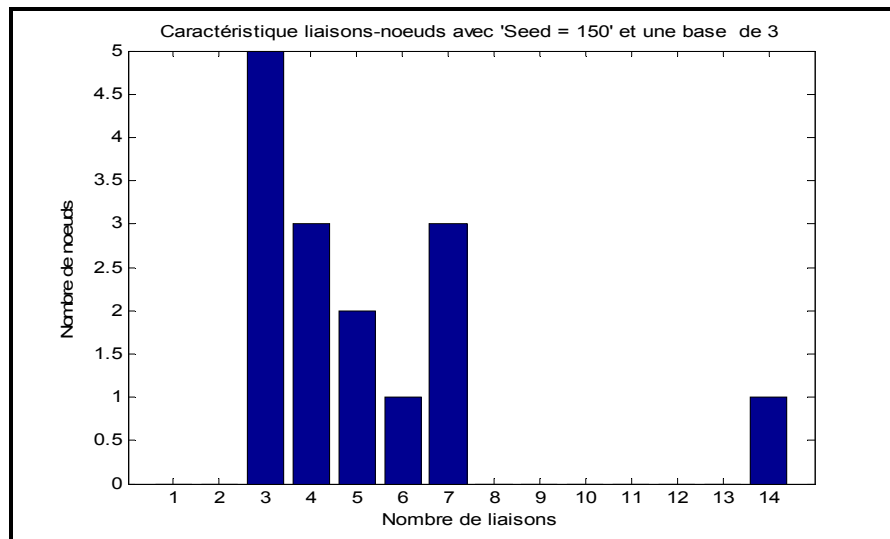


Figure 4.5 Caractéristique liaisons-nœuds d'un graphe avec un identifiant 150 et une base 3 (Diagramme en bâtons du graphe)

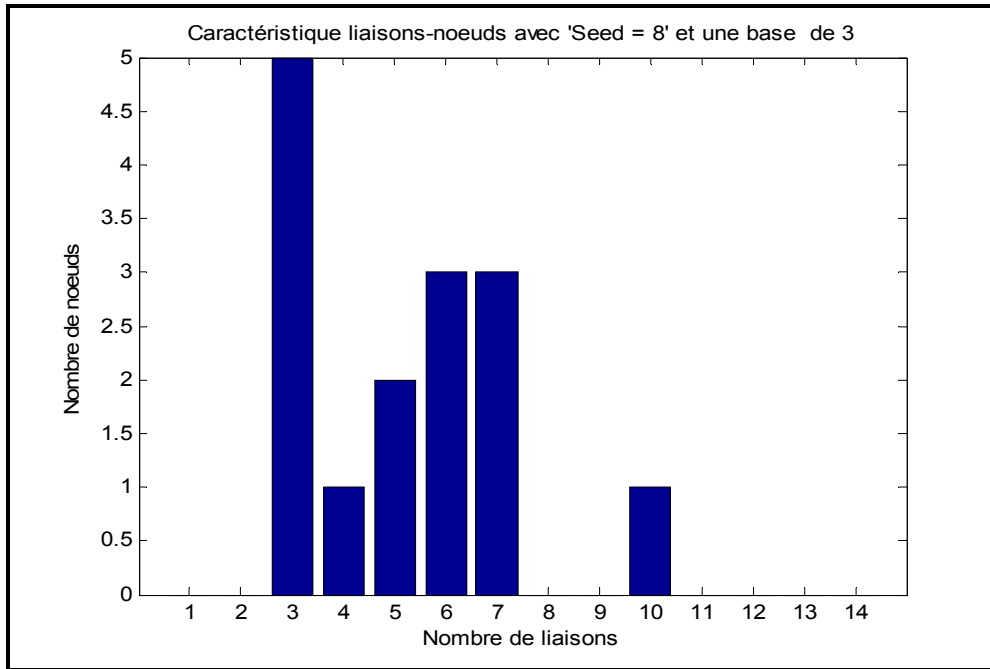


Figure 4.6 Caractéristique liaisons-nœuds d'un graphe avec un identifiant 8 et une base 3
(Diagramme en bâtons du graphe)

- la comparaison entre graphes ayant des bases différentes :

Les graphes ayant des bases différentes avec une séquence de nombres aléatoires identiques, nous fournissent automatiquement des graphes différents. La raison d'être de cette différence se situe dans le fait que plus une base est grande le nombre de combinaison pour la création de région augmente. De plus, il y a la différence au niveau du nombre initial de liaisons et de nœuds. Cette différence au niveau du nombre de liaisons et de nœuds sera conservée tant qu'on crée juste des régions.

Lors des simulations, nous avons constaté que l'ajout de nœuds autre que ceux qui sont créés par les régions cause la chute du nombre moyen de liaisons par nœud. Cet ajout se caractérise uniquement par la création de deux liaisons. Notre application permet de créer de nouvelles régions même lorsqu'on est au stade de l'ajout des nœuds.

D'autre part, nous avons constaté que nous pouvons créer des graphes planaires ayant le maximum de liaisons avec une base de 3 nœuds à chaque fois que nous créerons des régions. Ce résultat nous ne parvenons pas à l'obtenir avec les autres bases même lorsque les graphes sont de petites tailles. Ceci nous amène à conclure que nous avons trouvé le procédé pour générer des graphes planaires maximaux pour un nombre défini de nœuds. Cette représentation planaire maximale pour un nombre de nœuds donnés peut avoir plusieurs variantes comme le montre les graphes ci-dessous qui sont des graphes de 21 régions avec 13 nœuds. Pour le faire, il nous faut juste varier l'identifiant de la séquence des nombres aléatoires.

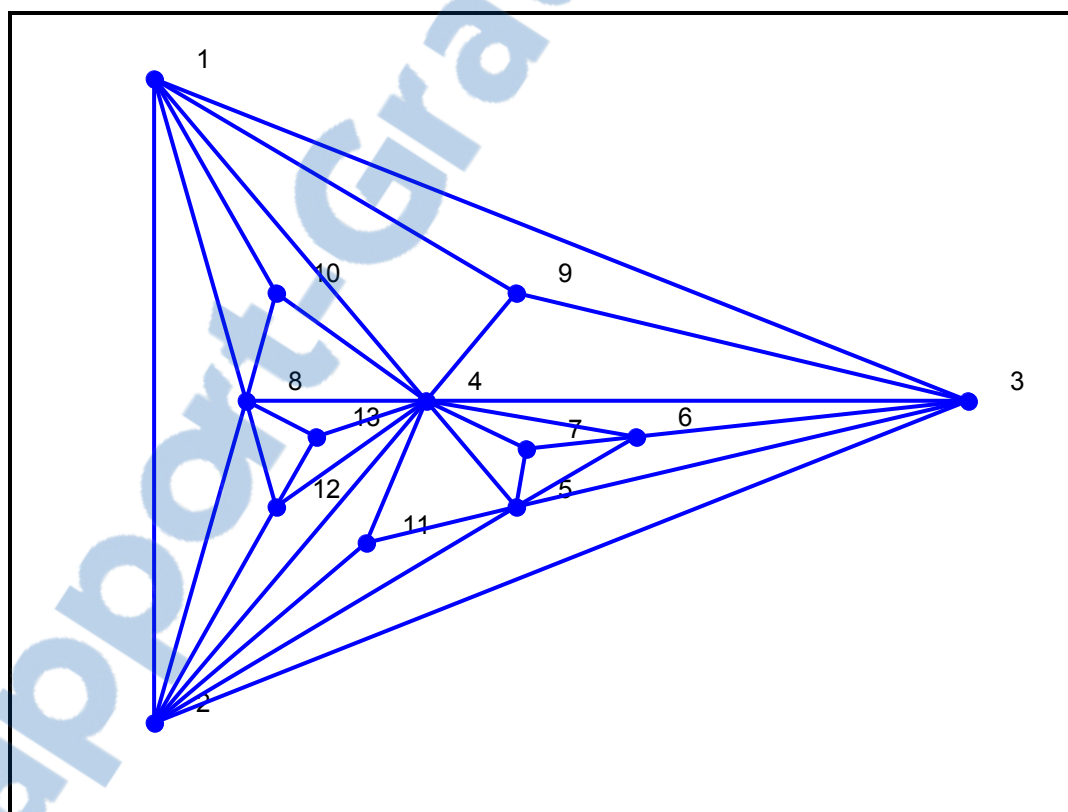


Figure 4.7 Graphe maximal pour 13 nœuds et 21 régions avec identifiant 100

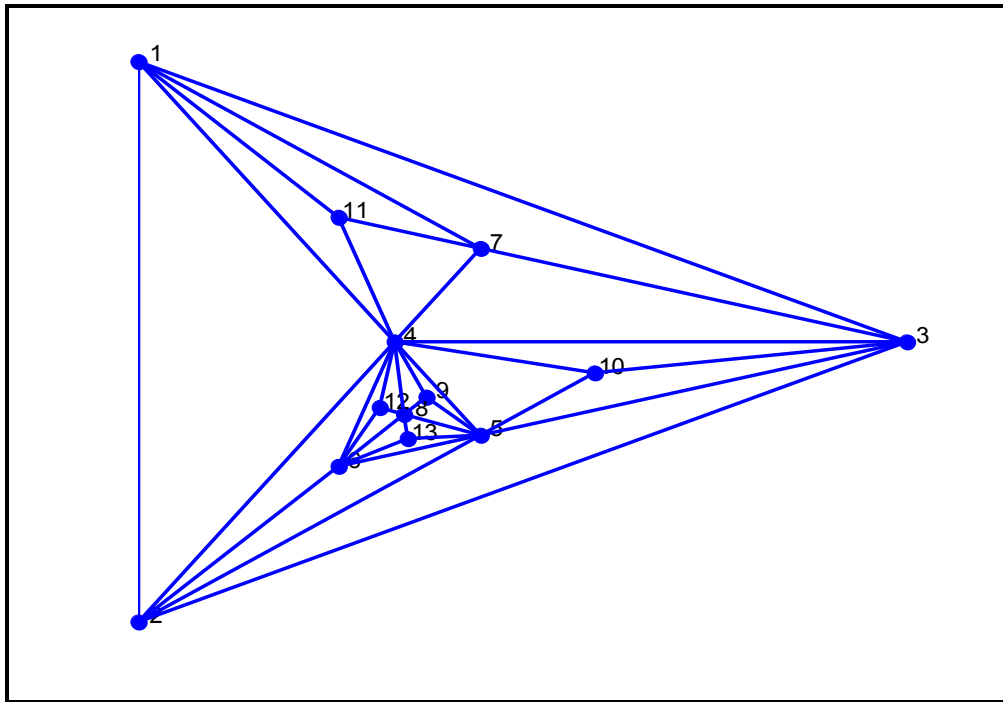


Figure 4.8 Graphe maximal pour 13 nœuds et 21 régions avec identifiant 175

Les graphes que produit globalement notre application sont des graphes possédant en leur sein des cycles. Toutefois, l'utilisateur peut en réduire le nombre en supprimant des liens et ainsi modifier la structure générale du graphe. Ainsi, l'application permet aussi d'obtenir le graphe planaire minimum pour un nombre de nœuds définis. Le graphe ci-dessous est l'un des graphes planaires minimums que nous pouvons obtenir du premier graphe planaire maximal présenté plus haut.

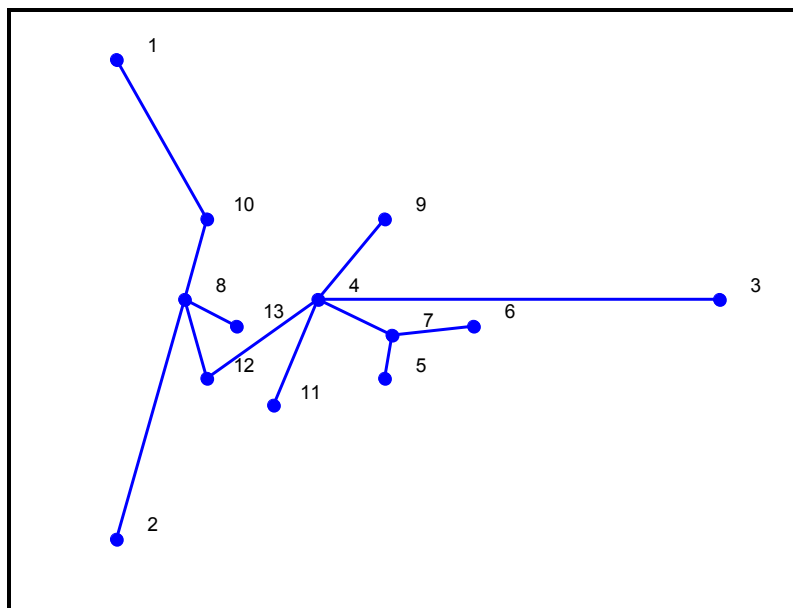


Figure 4.9 Graphe minimal obtenu du graphe maximal

4.1.3 Reproductibilité

On a constaté au cours des simulations et cela a été démontré lors des études sur la diversité des graphes que l'on génère que nous pouvons reproduire nos graphes. Pour y arriver, il faut que les conditions suivantes soient remplies :

- la séquence aléatoire de nombre utilisé doit être la même : c'est pourquoi il faut transmettre le même identifiant à celui qui veut reproduire les graphes;
- le graphe de base utilisé doit être le même ainsi que le nombre de régions et de nœuds;
- utiliser au moins Matlab R2010a version 7.10.0.499, 64-bit (win64).

Ces conditions remplies, les résultats que nous obtenons peuvent se reproduire quelle que soit la machine sur laquelle elle est faite. Cependant, nous ne pouvons pas garantir que le temps d'exécution soit le même sur des machines aux capacités différentes.



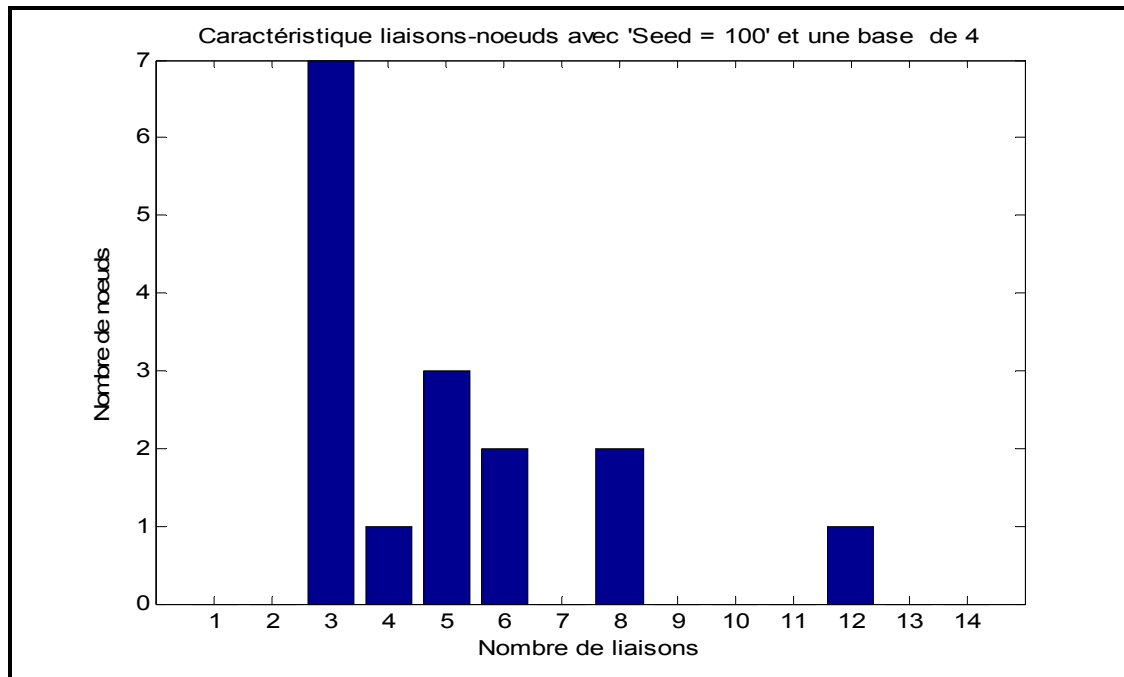


Figure 4.10 Diagramme en bâtons d'un graphe de 18 nœuds

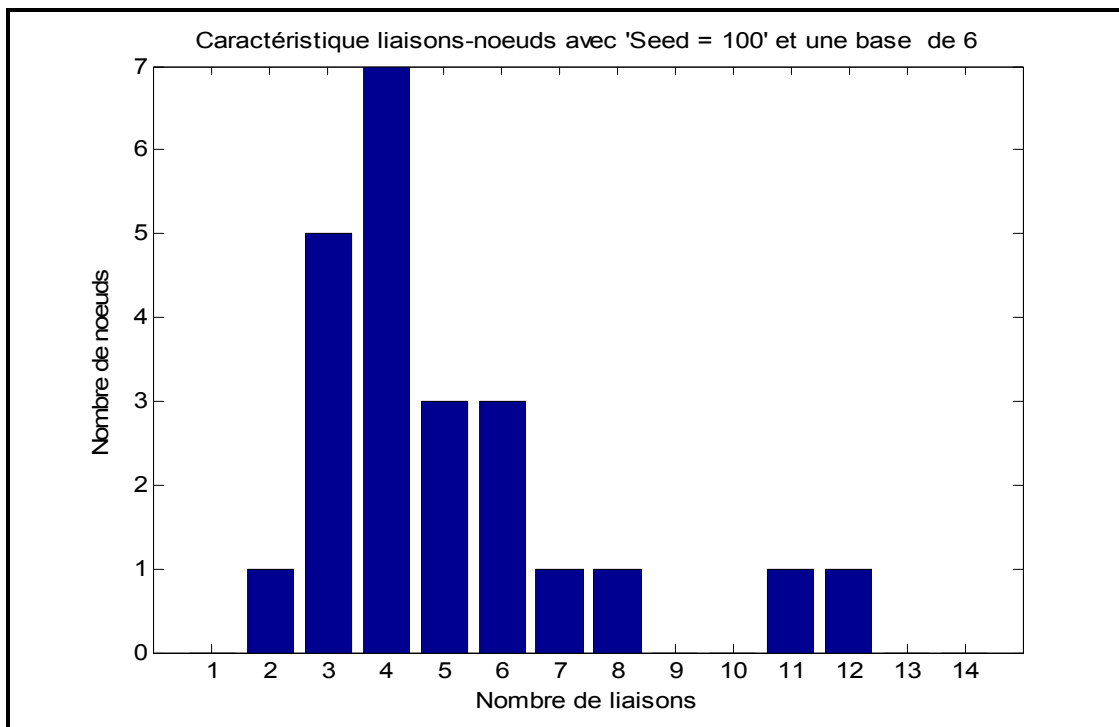


Figure 4.11 Diagramme en bâtons d'un réseau de 23 nœuds

4.1.4 Impact visuel et fiabilité des réseaux

En observant les graphiques que nous avons obtenus, nous constatons qu'ils sont plus conviviaux. Cette convivialité est due au fait que nous n'avons pas à chercher les éléments qui sont interconnectés, car ils sont proches des uns et des autres et dans le cas où ils sont éloignés, il n'y a pas de croisement entre les lignes pour fourvoyer l'utilisateur. Certes dans la réalité tous les réseaux ne sont pas planaires, mais notre approche peut aider à représenter ces réseaux avec le moins de croisement possible et ainsi les rendre plus lisibles.

Un autre avantage de cette méthode est l'intégration à grande échelle que cette méthode permet de réaliser. Pour preuve, nous avons réalisé des graphiques de plus de 1500 nœuds. Ainsi, cela offre la possibilité de travailler sur des grands réseaux interconnectés tout en les visualisant de manière globale ou précisément en zoomant sur les zones qui nous intéressent. En dehors de l'aspect visuel ou graphique, nous avons tenu à vérifier si les réseaux que nous générons par cette application sont fiables ou utilisables. De manière globale nous répondrons par l'affirmative, car nous avons pu simuler plusieurs dans le cadre d'un écoulement de puissance et nous avons obtenu des cas de convergences. L'annexe V fournit les données et les topologies de réseaux que nous avons simulés dans le cadre d'une étude d'écoulement de puissance. Nous avons constaté que l'obtention d'une réponse de convergence est fonction avant tout de la manière par laquelle ont été paramétrés les lignes et les jeux de barres. Certes, la configuration physique du réseau a une influence certaine sur ce résultat, mais le paramétrage aussi.

Afin de faciliter le paramétrage des lignes et des jeux de barres, nous avons créé un outil qui est incorporé à notre application qui nous facilite ce travail. La figure 4.12 présente l'interface de paramétrage que nous utilisons pour paramétrer les topologies de réseaux que nous créeront afin d'en faire des réseaux électriques fiables. Le paramétrage du réseau consiste à attribuer des valeurs aux paramètres qui caractérisent les 2 composants majeurs du réseau. L'utilisateur doit faire un choix du composant à paramétrer (bus ou ligne). Si le choix

est « bus » le menu déroulant sous la zone « composant » dans l'interface lui permet de définir le type de jeu de barre qu'il aura à paramétrer. Dans la zone paramètre, sous le champ « jeux de barres », il doit rentrer les numéros de jeux de barres qui seront affectés par son paramétrage. L'étape suivante consistera à attribuer les valeurs souhaitées aux autres champs du composant « bus ». La validation des données se fait en appuyant sur le bouton « OK ». Les données entrées sous chaque champ seront insérées dans le paramètre correspondant pour chaque jeu de barre indiqué sous le champ jeux de barres.

Ce processus est identique au cas où les composants à paramétrer sont des lignes ou des transformateurs. Dans ce cas, on choisira « ligne » dans la zone composant. Par le biais du menu déroulant on définira le type de ligne à paramétrer : des lignes, des transformateurs ou un mélange des deux. Cependant, dans la zone paramètre nous avons un champ « ligne » sous laquelle on indique les jeux de barre aux extrémités des lignes ou transformateurs. Exemple : 1-2; 3-5; 5-3. Les valeurs affectées aux autres champs seront transmis aux paramètres des lignes correspondants.

Tous les paramètres que nous avons saisis, sont sauvegardés dans chaque entité correspondante. Si une entité n'est pas modifiée par le paramétrage, elle conserve les valeurs par défaut de ses paramètres. Le paramétrage achevé, il est possible de sauvegarder réseau sous forme de fichier matlab « .mat » pour en faire de nouvelles modifications ou nouveaux paramétrages plus tard. Cet enregistrement permet de retrouver le réseau tel que configuré et les paramètres possèdent toujours les valeurs présentées lors de l'enregistrement. Ceci offre la possibilité à l'utilisateur de construire graduellement son réseau et de tester différentes valeurs de paramètres. Le programme offre la possibilité de générer des données du réseau créé et paramétré sous la forme de fichier Common format « .cf » de IEEE. Pour générer ce fichier le programme se sert des paramètres du réseau créé et des valeurs insérées par paramétrage au travers de l'interface de paramétrage. C'est sur la base de ces principes que nous avons pu créer, simuler les réseaux et générer les données présentées en annexe V. Ces données sont un mélange de données issues de réseaux existants et de valeurs affectées

personnellement à certains paramètres lors du paramétrage. Ces méthodes d'enregistrement sont offertes par le biais de la commande « S ».

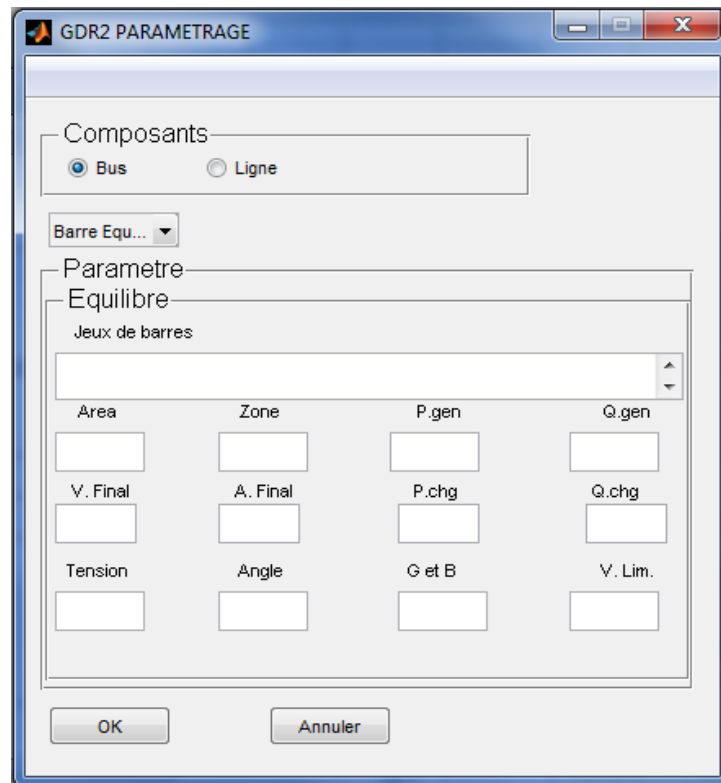


Figure 4.12 Interface de paramétrage du réseau

4.1.5 Performance de l'algorithme

Notre algorithme présente deux phases majeures à savoir la phase de création des régions et la phase de création de nœuds. C'est pourquoi, nous allons présenter ci-dessous les performances de chacune des phases pour donner une performance globale de l'algorithme.

Pour la phase de création des nœuds, nous avons effectué 5 simulations pour évaluer le temps moyen dans chacun des 3 réseaux suivants : 25 régions, 100 régions et 400 régions. Les graphes de base étaient ceux de 3 et 6 nœuds. Les simulations nous ont permis de noter de

légères variations de temps pour le même réseau. Variations pour lesquelles nous n'avons pas d'explication précises. Nous estimons qu'elles sont dues au fait que le processeur peut avoir été sollicité pour accomplir d'autres instructions pendant la simulation du programme. Les temps d'exécution oscillent faiblement autour des temps moyens présentés dans le tableau 4.1. On note en observant ces temps moyens que quelque soit la base utilisée pour créer les réseaux, ce temps croit avec le nombre de nœuds et non le nombre de régions. Ainsi on peut conclure que la création d'un réseau avec une base réduite est plus rapide qu'avec une base élargie. La base de 3 nœuds possède les meilleurs temps d'exécution par rapport la base à 4 nœuds.

Tableau 4.1 Temps d'exécution des simulations avec une base de 3 nœuds

Régions	Temps des simulations (en secondes)					Temps moyen	Nœuds
25	1,5132	1,5600	1,6536	1,5600	1,5132	1,5600	15
100	14,2117	14,0869	14,1337	14,1181	14,2585	14,1617	52
400	251,6140	269,0393	226,5759	230,6787	235,9656	242,7747	202

Tableau 4.2 Temps d'exécution des simulations avec une base de 6 nœuds

Régions	Temps des simulations (en secondes)					Temps moyen	Nœuds
25	2,1996	2,1684	2,0748	2,2152	2,2776	2,1871	18
100	20,1085	19,7653	19,5625	19,3753	19,5157	19,6654	55
400	244,4224	269,4293	267,4013	252,8776	254,1568	257,6574	205

Dans le cadre des simulations pour l'évaluation du temps d'exécution de la phase de création de nœuds nous avons utilisé les 6 modèles de réseaux créés dans la phase précédente comme base. Nous avons effectué 3 séries de tests pendant lesquels nous avons créé respectivement 20, 100 et 200 nœuds en plus de ceux existants après la première phase. Les résultats (en seconde) du tableau 4.3 nous montrent que plus les réseaux sont denses (en nombre de nœuds), leur temps d'exécution est élevé; ce qui corrobore les conclusions de la phase de création des nœuds. Ce temps d'exécution augmente car à chaque fois qu'il faudra repositionner les nœuds entre lesquels on place le nouveau nœud, on est tenu de recalculer les

coordonnées pour chaque nœud du graphe afin de maintenir la forme du graphe, éviter les collisions et permettre ainsi à notre graphe de rester planaire.

Tableau 4.3 Temps d'exécution des simulations dans la phase création de nœuds

Nombre de régions	Base de 3 nœuds			Base de 6 nœuds		
	Nombre de nœuds créés			Nombre de nœuds créés		
	20	100	200	20	100	200
25	6,6456	88,328	314,92	7,6908	94,303	322,22
100	17,940	143,36	455,71	18,486	146,92	436,71
400	73,242	389,33	927,33	75,114	418,47	965,57

Sur la base des simulations des deux phases nous avons pu obtenir les résultats présentés dans le tableau 4.4. Ce tableau illustre les performances (en secondes) de l'algorithme et nous permet de comprendre que l'amélioration de la vitesse d'exécution de l'algorithme doit principalement se faire au niveau de la phase de création des nœuds.

Tableau 4.4 Temps d'exécution global de l'algorithme

Base à 3 nœuds		Base à 6 nœuds	
Nombre total de nœuds	Temps d'exécution (s)	Nombre total de nœuds	Temps d'exécution (s)
35	8,2056	38	9,8779
72	32,1017	75	38,1514
115	89,888	118	96,4901
152	157,5217	155	166,5854
215	316,48	218	324,4071
222	316,0167	225	332,7714
252	469,8717	255	456,3754
302	632,7047	305	676,1274
402	1170,1047	405	1223,2274

4.2 Simulations

Nous présenterons les résultats de simulation dont les réseaux de base sont respectivement ceux de 3,4 et 6 nœuds. Nos simulations porteront sur 3 types de réseaux :

- petite taille 75 nœuds et 25 régions;
- moyenne taille : 103 nœuds et 196 régions;
- grande taille : 1500 nœuds et 325 régions.

Afin de contrôler le flux de génération aléatoire des nombres par la fonction *Randn* nous avons choisi un flux dont l'identifiant est 100.

Réseau de petite taille (*Avec une base de 3 nœuds*)

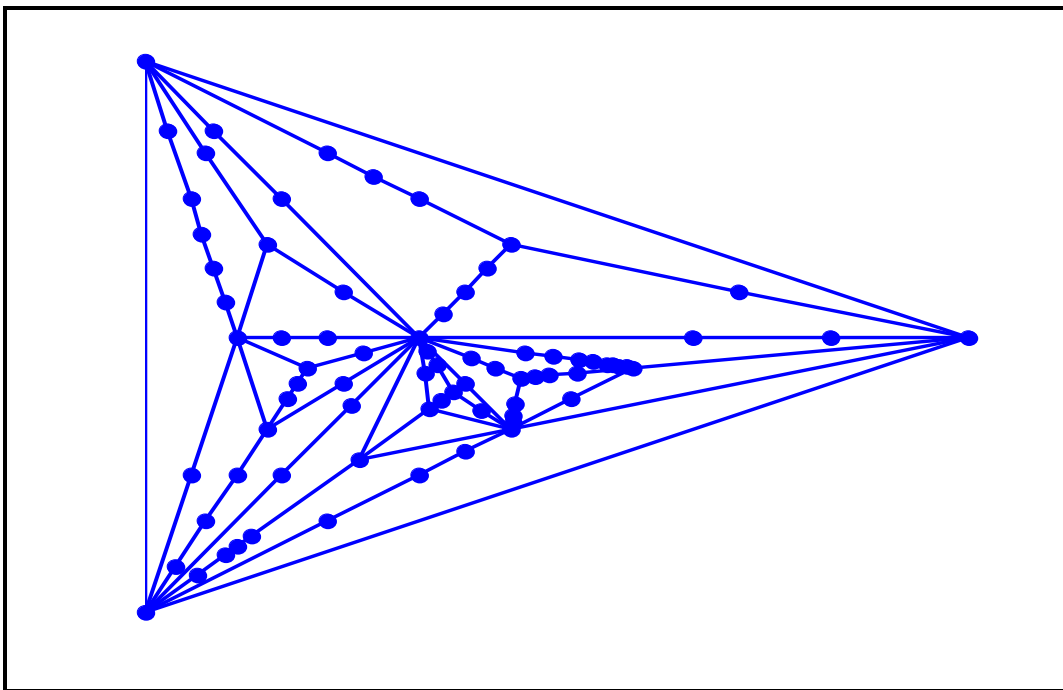


Figure 4.13 Réseau de 75 nœuds ayant 25 régions

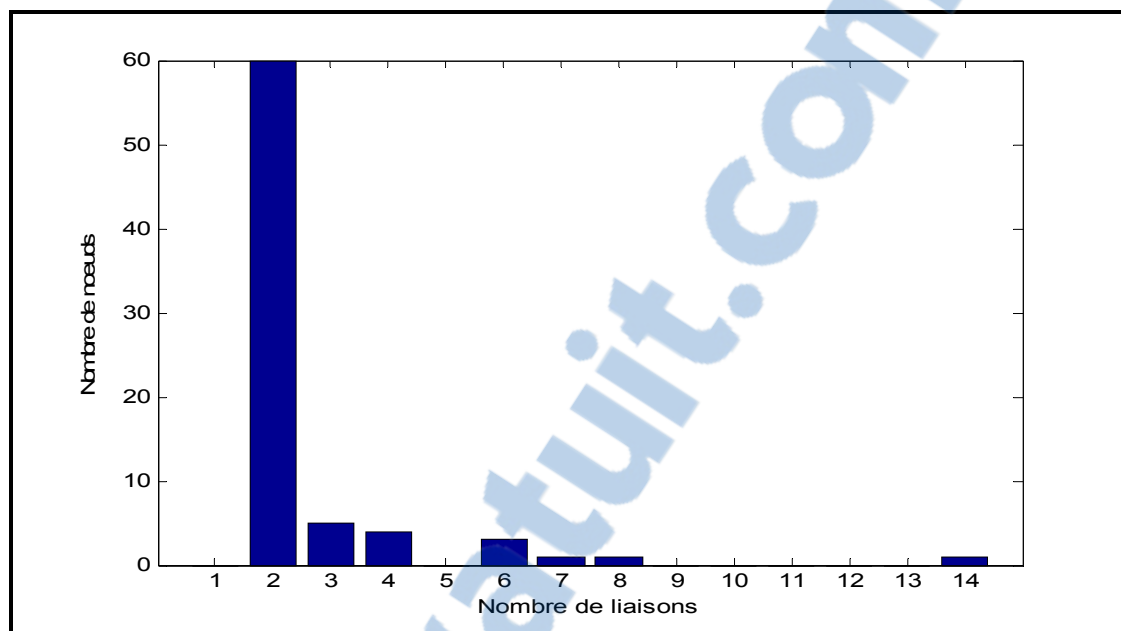


Figure 4.14 Diagramme en bâtons du réseau de 75 nœuds et 25 régions

Réseau de moyenne taille

Avec une base de 4 nœuds

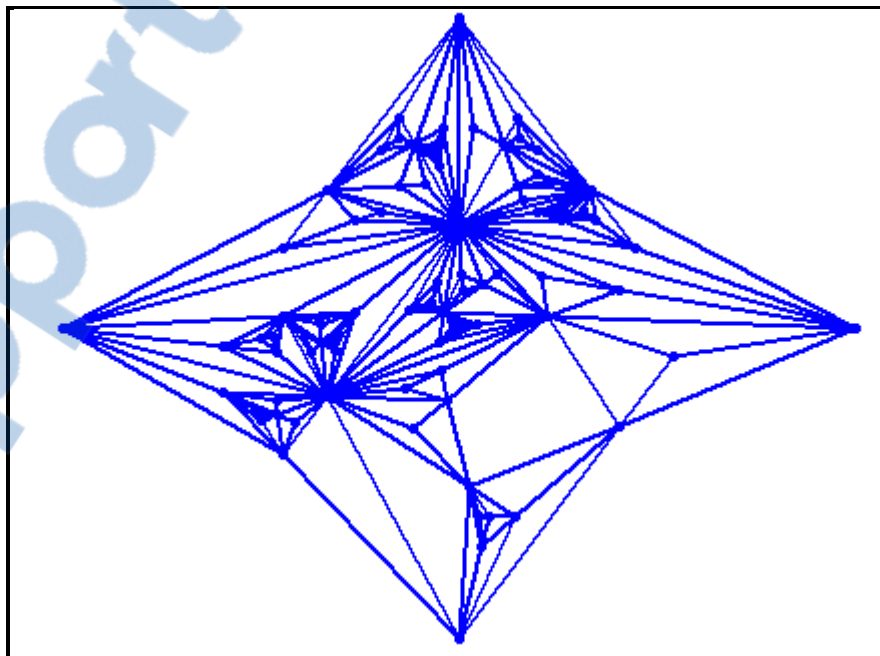


Figure 4.15 Réseau de 103 nœuds et 196 régions

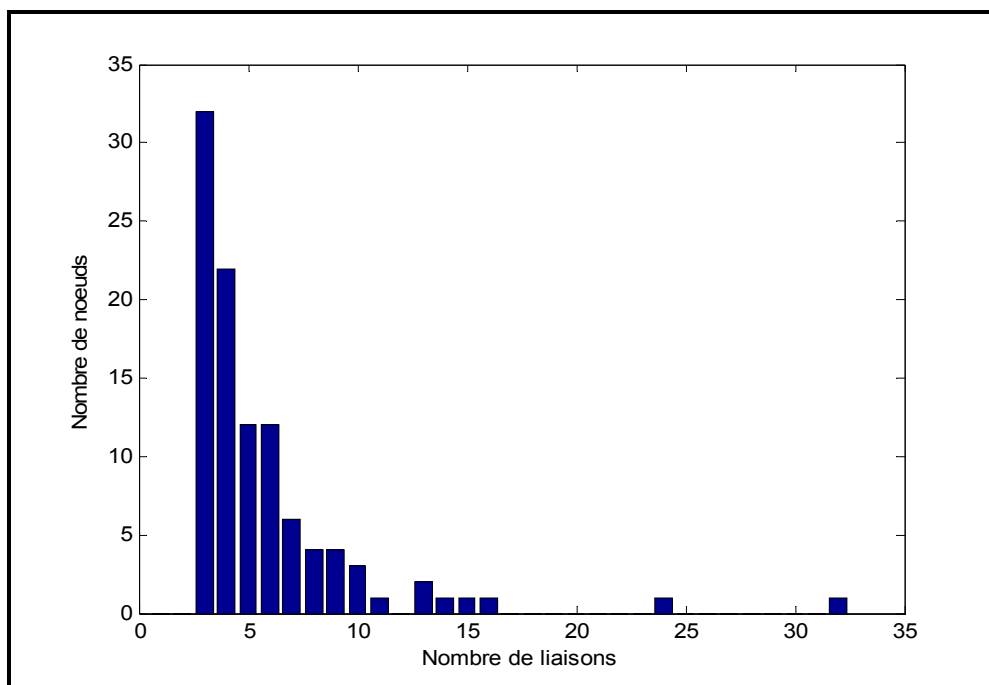


Figure 4.16 Diagramme en bâtons du réseau de 103 nœuds et 196 régions

Réseau de grande taille (*Avec une base de 6 nœuds*)

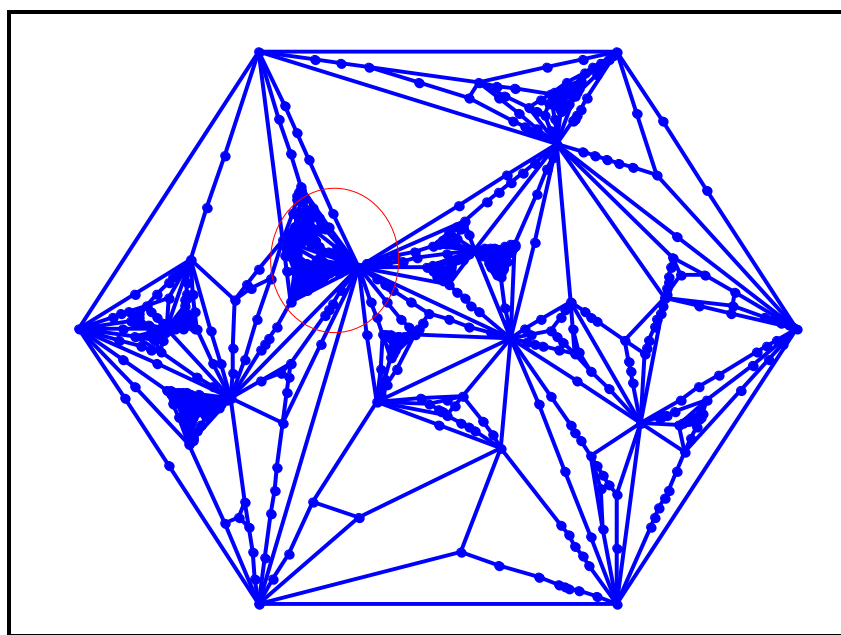


Figure 4.17 Réseau de 1416 nœuds et 521 régions

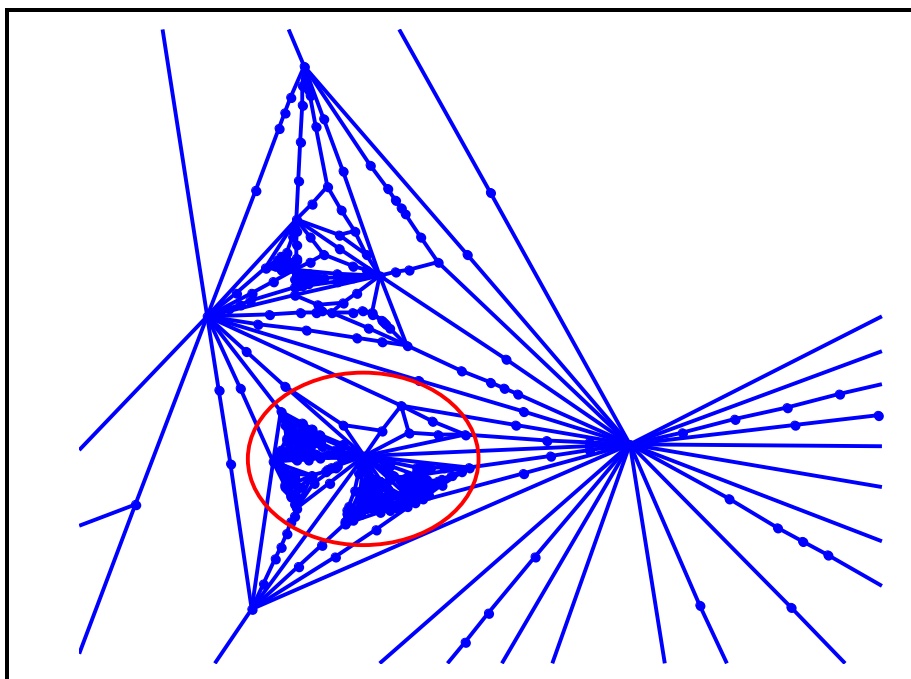


Figure 4.18 Agrandissement de la zone encadrée en rouge dans la figure 4.17

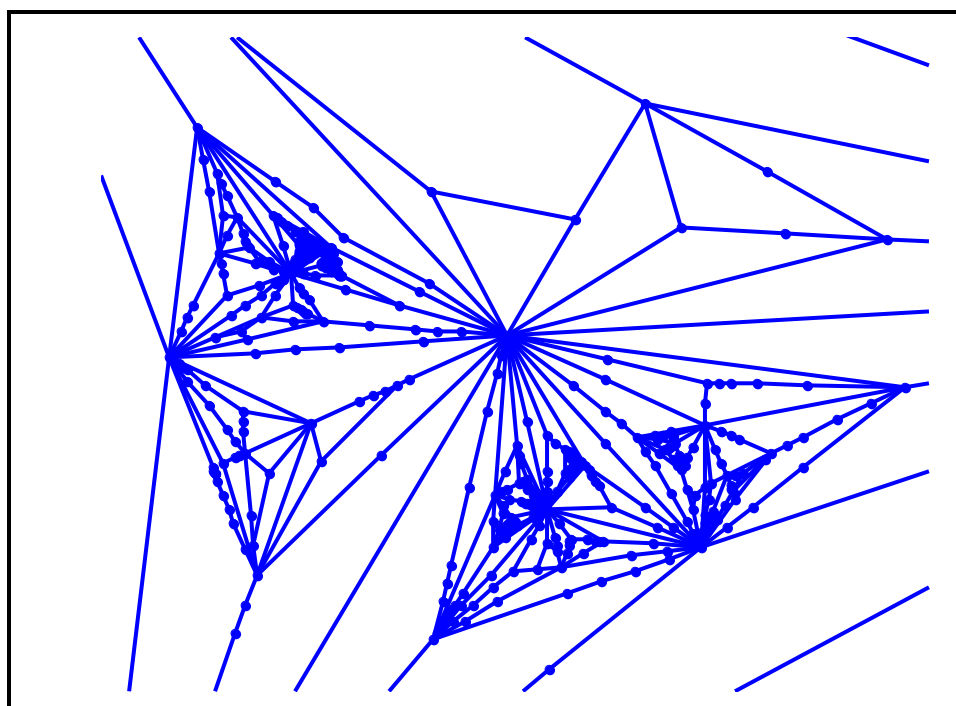


Figure 4.19 Agrandissement de la zone encadrée en rouge dans la figure 4.18



CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons présenté une stratégie de génération de réseaux électriques et les résultats des simulations effectuées dans Matlab. La stratégie est basée sur un nouvel algorithme de graphe planaire. Elle a permis l'obtention des réseaux complexes aux plus simples. Notre intérêt pour cette recherche vient d'un constat, la croissance exponentielle des réseaux électriques et la difficulté d'accès aux données de ces réseaux due au sceau de confidentialité qui entoure ces informations. Au vu de la faible diversité des modèles sur lesquels les chercheurs travaillent, il s'avère important de diversifier ces modèles.

Le choix des graphes planaires pour la modélisation des réseaux électrique est motivé par le fait que nous trouvons les graphes dans leur aspect similaire aux réseaux électriques. Les graphes planaires en particulier permettent une bonne visibilité des entités qui sont liées entre elles. D'autre part, on constate qu'ils permettent une haute intégration d'information présentée de manière simple pour l'utilisateur. Certes, il existe de nombreuses recherches sur la visualisation des graphes, mais aucune ne permet d'obtenir toujours et à 100% un graphe planaire.

Le premier chapitre a fait l'état de l'art sur la théorie des graphes, la visualisation des graphes et les différents algorithmes déjà développés et surtout les différents usages faits avec les graphes en relation avec la visualisation des réseaux. Cette première partie nous a permis de choisir le type de graphe que nous utiliserons pour la représentation de nos réseaux, le graphe planaire. Nous pouvons surtout affirmer que le plus grand avantage de la revue de la littérature a été de bien asseoir notre compréhension des graphes et de nous fournir des algorithmes de graphes que nous avons pu tester et juger des limites par rapport à notre projet.

Puisque nous avons arrêté notre choix en ce qui concerne les graphes, il s'avérerait important de trouver une équivalence avec les réseaux électriques. C'est pourquoi dans le second chapitre nous avons parlé de la modélisation des réseaux et de ces principaux composants et

nous avons présenté les paramètres de ces composants. L'équivalence des réseaux et des graphes que nous avons retenus et la suivante :

- les nœuds du graphe sont les jeux de barres avec les charges et/ou générateurs, régulateurs qui y sont raccordés;
- les branches sont soit une ligne de transport, soit un transformateur, soit une ligne avec transformateur, ce choix est déterminé au moment du paramétrage des composantes du réseau créé.

Au chapitre 3 nous avons présenté en détail la stratégie et les étapes qui conduisent à la génération des réseaux ou graphes planaires. Nous avons mis l'accent sur les décisions prises pour surmonter les difficultés liées à l'obtention d'un réseau planaire. Les principales difficultés étant le croisement des lignes et l'expansion rapide du graphe en dimension, nous avons opté pour la création de régions aux formes régulières, l'introduction d'un angle minimum et la mise sur pied d'un algorithme de régulation des distances entre les nœuds.

Dans le dernier chapitre nous avons présenté les résultats obtenus tout en mettant l'accent sur leur diversité (complexité et simplicité des réseaux obtenus), l'aspect totalement aléatoire notre algorithme et surtout le contrôle que garde l'utilisateur lors de l'utilisation de ce programme qui lui permet de paramétrer de manière conviviale le réseau qu'il crée.

Certes, nous avons atteint les objectifs que nous nous sommes fixés tout au début de notre recherche, mais nous pensons que quelques aspects peuvent y être améliorés à savoir : réduire le temps de l'algorithme et l'espace mémoire qu'il occupe. D'autre part la recherche d'une échelle de graduation du degré de maillage des graphes, des positions optimales dans un réseau des générateurs sont autant d'axes de recherche qui peuvent être explorés dans le futur.

ANNEXE I

RÉSEAUX ÉLECTRIQUES INTERCONNECTÉS

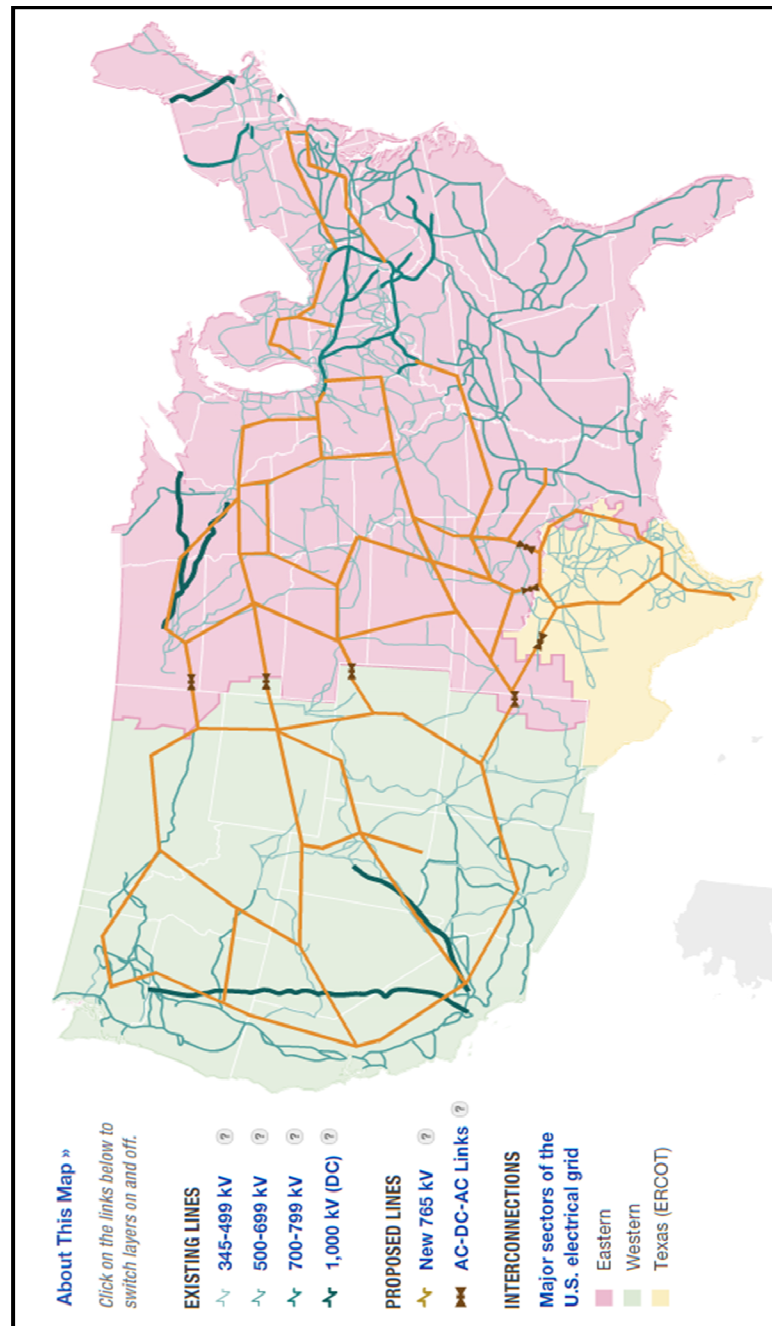


Figure-A I-1 Réseau électrique interconnecté des États-Unis d'Amérique
Tirée de www.npr.org

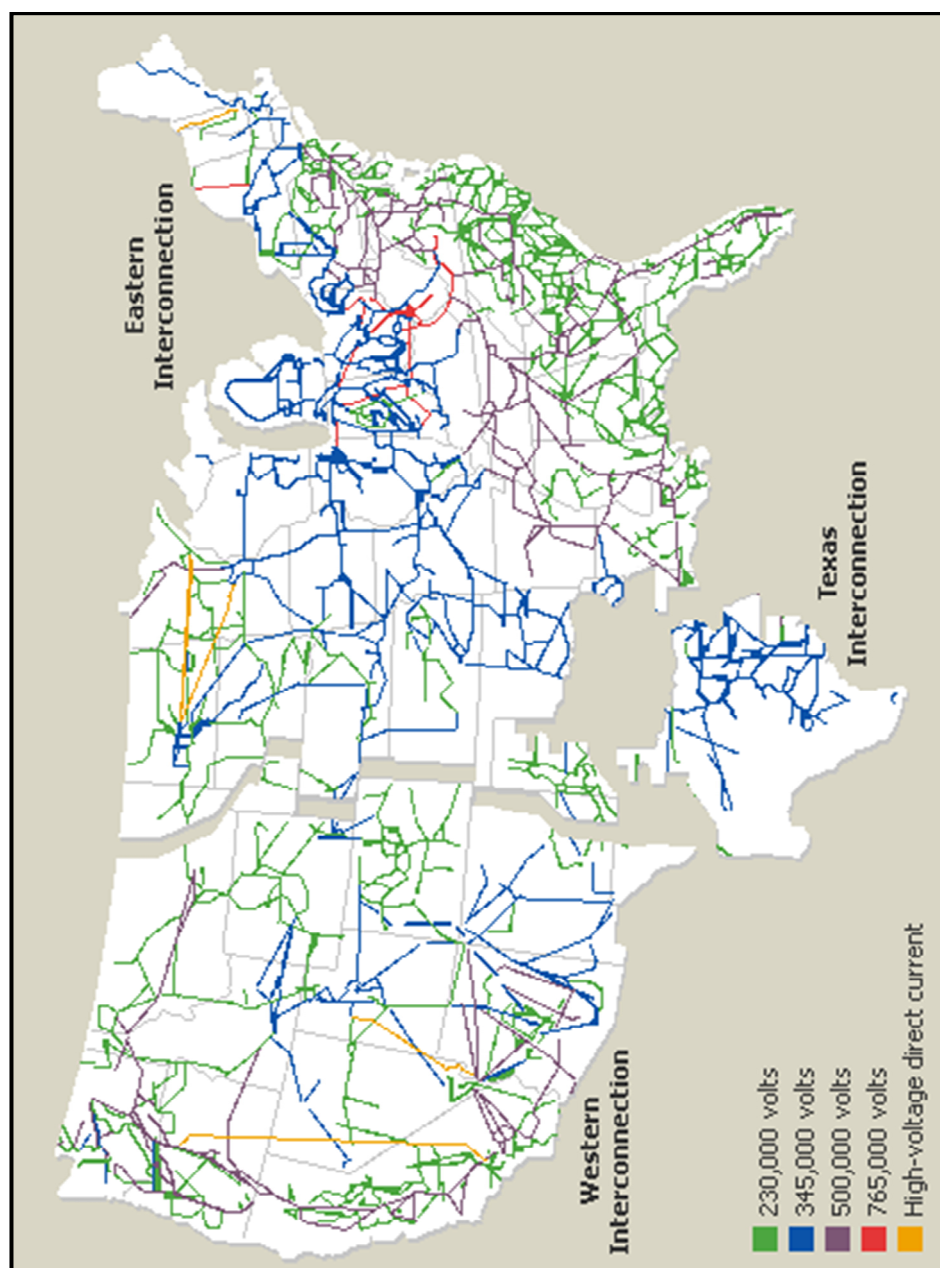


Figure-A I-2 Découpage du réseau interconnecté électrique des É.-U.
Tirée de www.geni.org

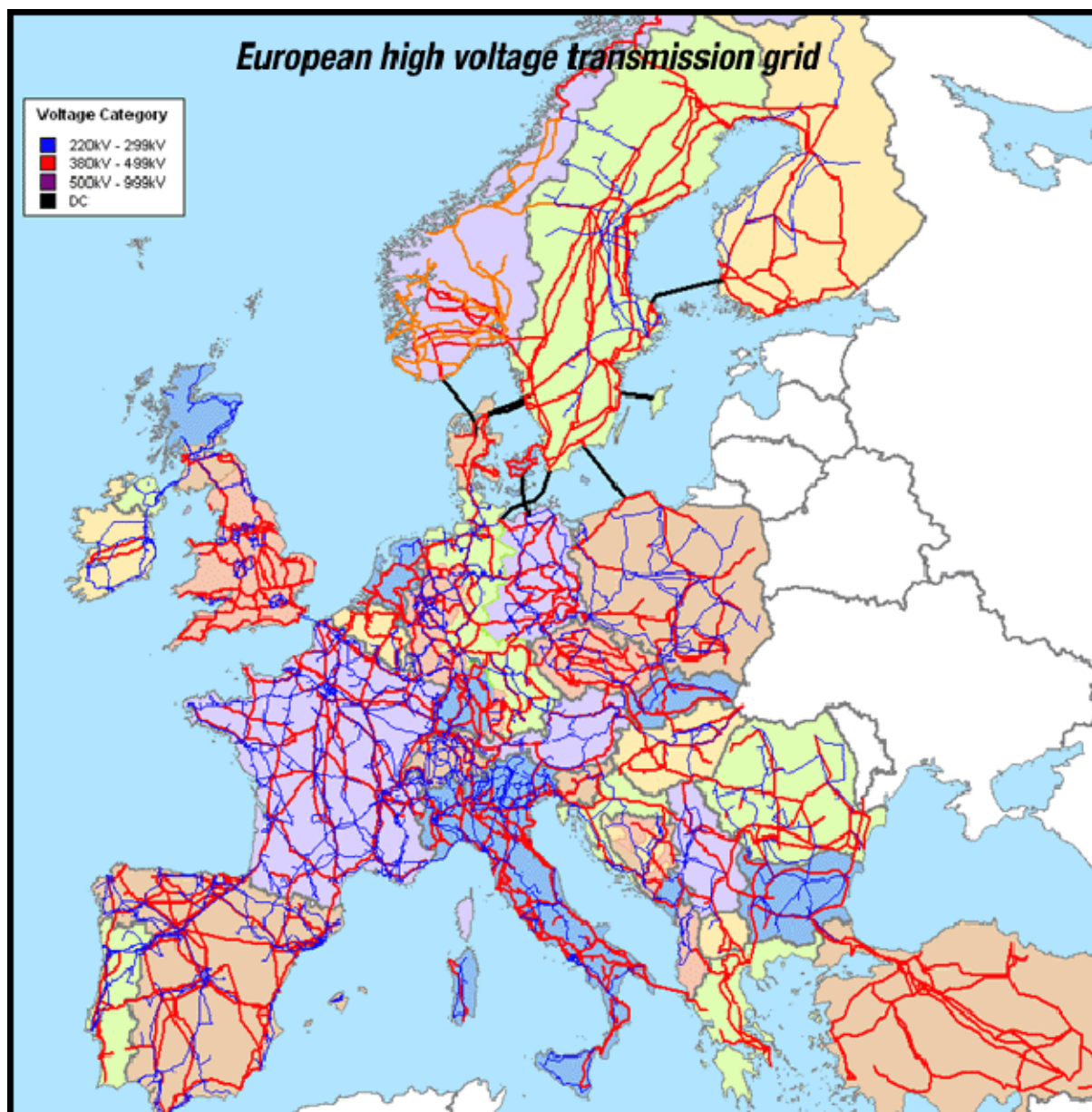


Figure-A I-3 Réseau électrique interconnecté d'Europe
Tirée de www.geni.org

Tirée de www.geni.org

ANNEXE II

PARAMÈTRES DES COMPOSANTS PRINCIPAUX DES RÉSEAUX

Les paramètres des composants que nous avons retenus et qui caractérisent principalement les réseaux électriques dans le cadre des analyses pour leur bon fonctionnement, ont été choisis par rapport aux ceux prescrits par IEEE. Ici, nous présenterons les paramètres et les valeurs par défauts que nous avons retenues pour notre application.

Tableau-A II-4.5 Paramètres des jeux de barres

PARAMÈTRES	DESCRIPTIONS	VALEUR PAR DÉFAUT
Num	Numéro du jeu de barre	
Name	Nom du jeu de barre	
Area	Identifiant de la région ou entreprise	1
Zone	Identifiant de la zone du réseau	1
Type	Type de jeu de barre	1
Flvolt	Tension finale au jeu de barre (en PU)	1
Flang	Angle final de la tension (en deg)	0
Pchg	Puissance active de la charge (en MW)	1
Qchg	Puissance réactive de la charge (en MVAR)	0
Pgen	Puissance active du générateur (en MW)	0
Qgen	Puissance réactive du générateur (en MVAR)	0
Base	Tension de Base	230
Desvolt	Tension désirée pour le jeu de barre (en PU)	1
Maxvolt	Tension maximale	
Minvolt	Tension minimale	
G	Réactance (en PU)	0
B	Capacitance (en PU)	0
Numctl	Numéro du jeu de barre	
Numseq	Numéro de séquence	

Tableau-A II-4.6 Paramètres des lignes et des transformateurs

PARAMÈTRES	DESCRIPTION	VALEUR PAR DÉFAUT
Num	Numéro de la ligne ou du transformateur	
TAPbus	Numéro de bus initial de la ligne	
Zbus	Numéro de bus final de la ligne	
Area	Identifiant de la région ou entreprise	1
Zone	Identifiant de la zone du réseau	1
Cir	Nombre de lignes en parallèle	1
Type	Type branche (ligne ou de transformateur)	1
R	Valeur réelle de l'impédance (en PU)	0.5
X	Valeur imaginaire de l'impédance (en PU)	0.7
B	Susceptance de la ligne (en PU)	0.4
Line1_rat	Puissance réactive sur la phase 1 de la ligne	1
Line2_rat	Puissance réactive sur la phase 2 de la ligne	1
Line3_rat	Puissance réactive sur la phase 3 de la ligne	1
Ctlbus		0
Side		0
Firat_trans	Rapport final du transformateur	0
Flang_trans	Angle final du transformateur	0
MinTAP_shift	Valeur minimale des prises du transformateur	0
MaxTAP_shift	Valeur maximale des prises du transformateur	0
Stepsize	Taille des pas des prises du transformateur	0
Maxvolt	Tension maximale	0
Minvolt	Tension minimale	0
Numseq	Numéro de séquence	

ANNEXE III

ALGORITHME DU PROGRAMME ET DE SES FONCTIONS PRINCIPALES

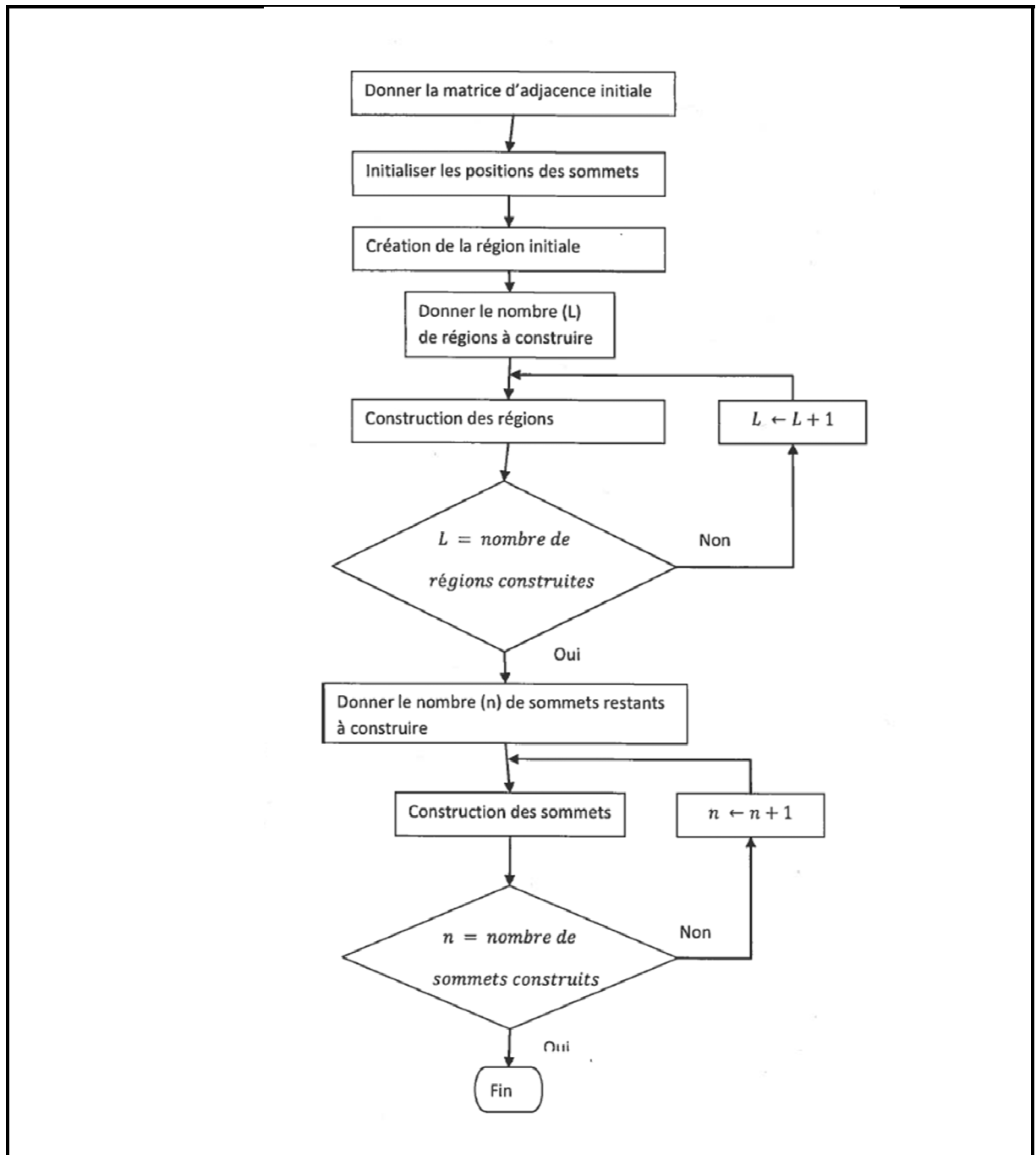


Figure-A III-1 Fonctionnement global du programme

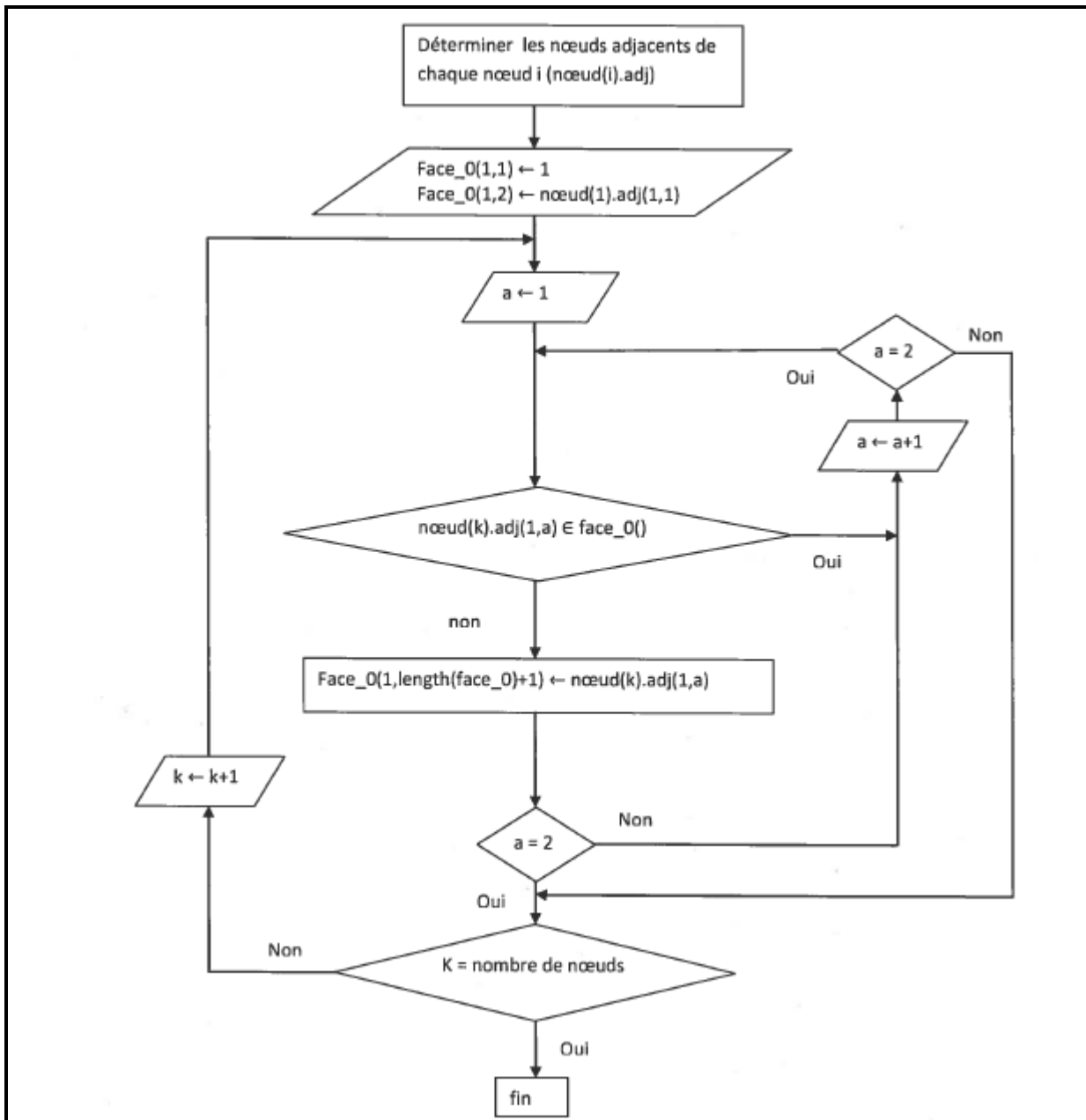


Figure-A III-2 Fonction création de la région initiale

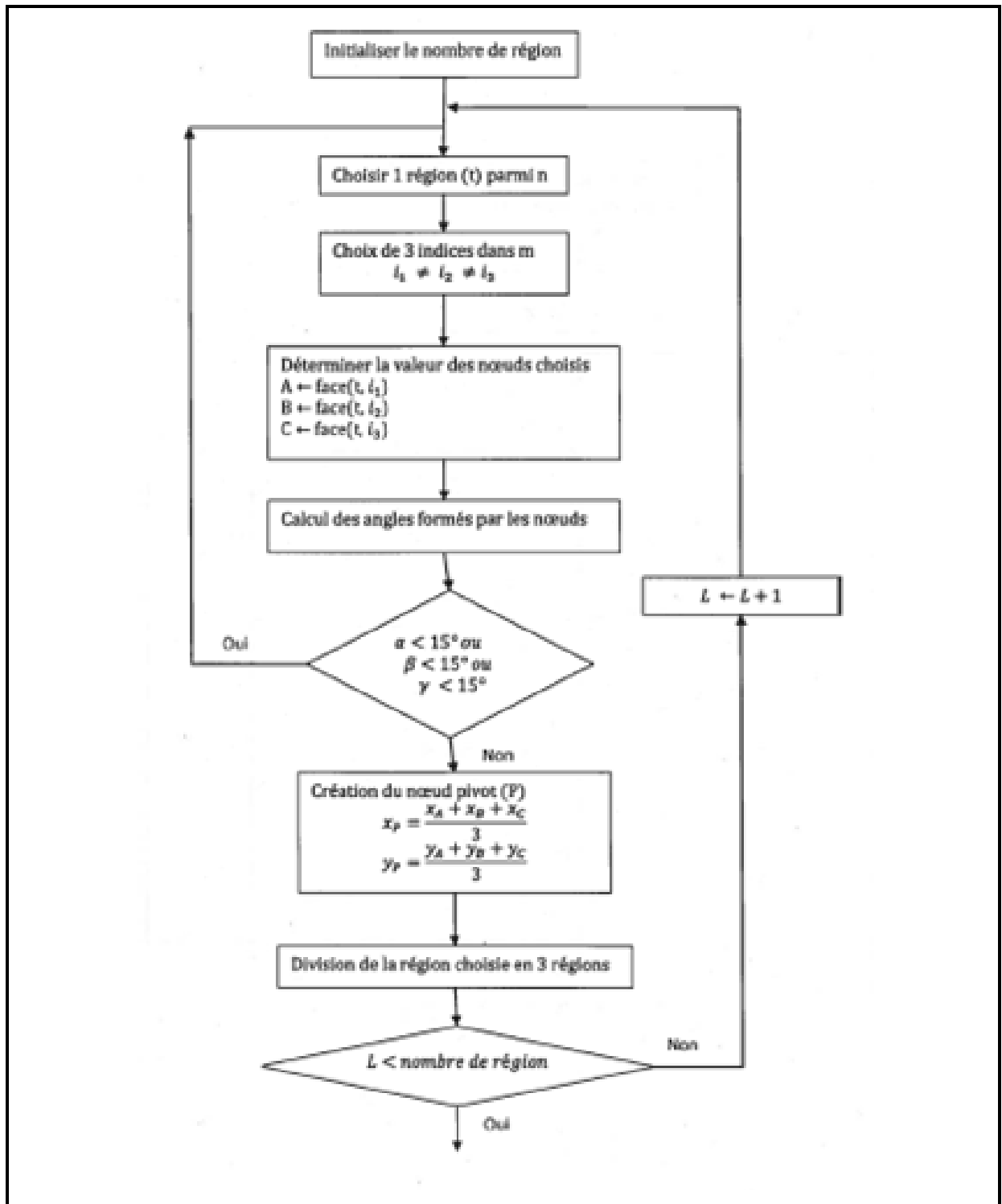


Figure-A III-3 Fonction de construction de régions

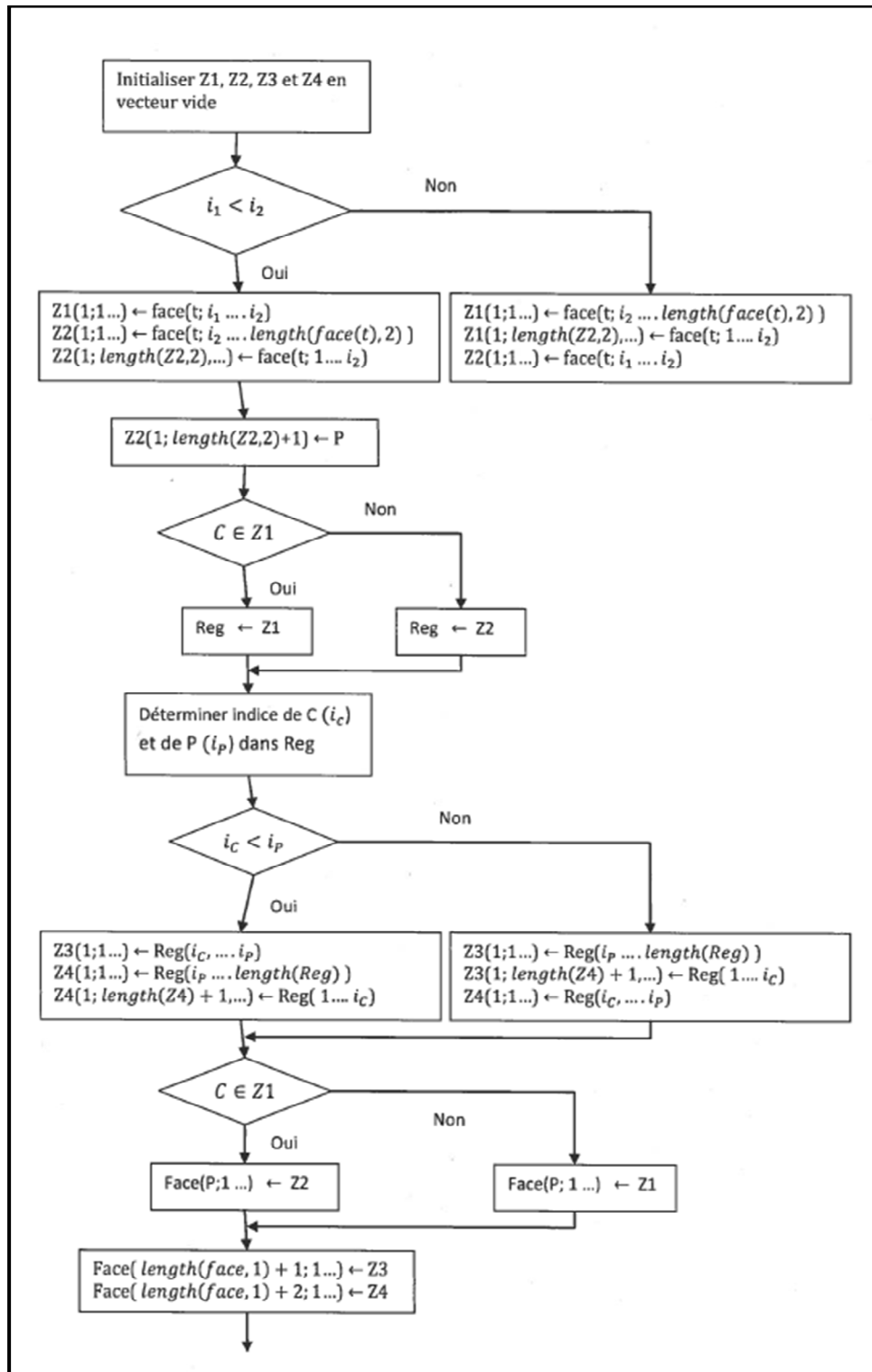


Figure-A III-4 Fonction de division d'une région

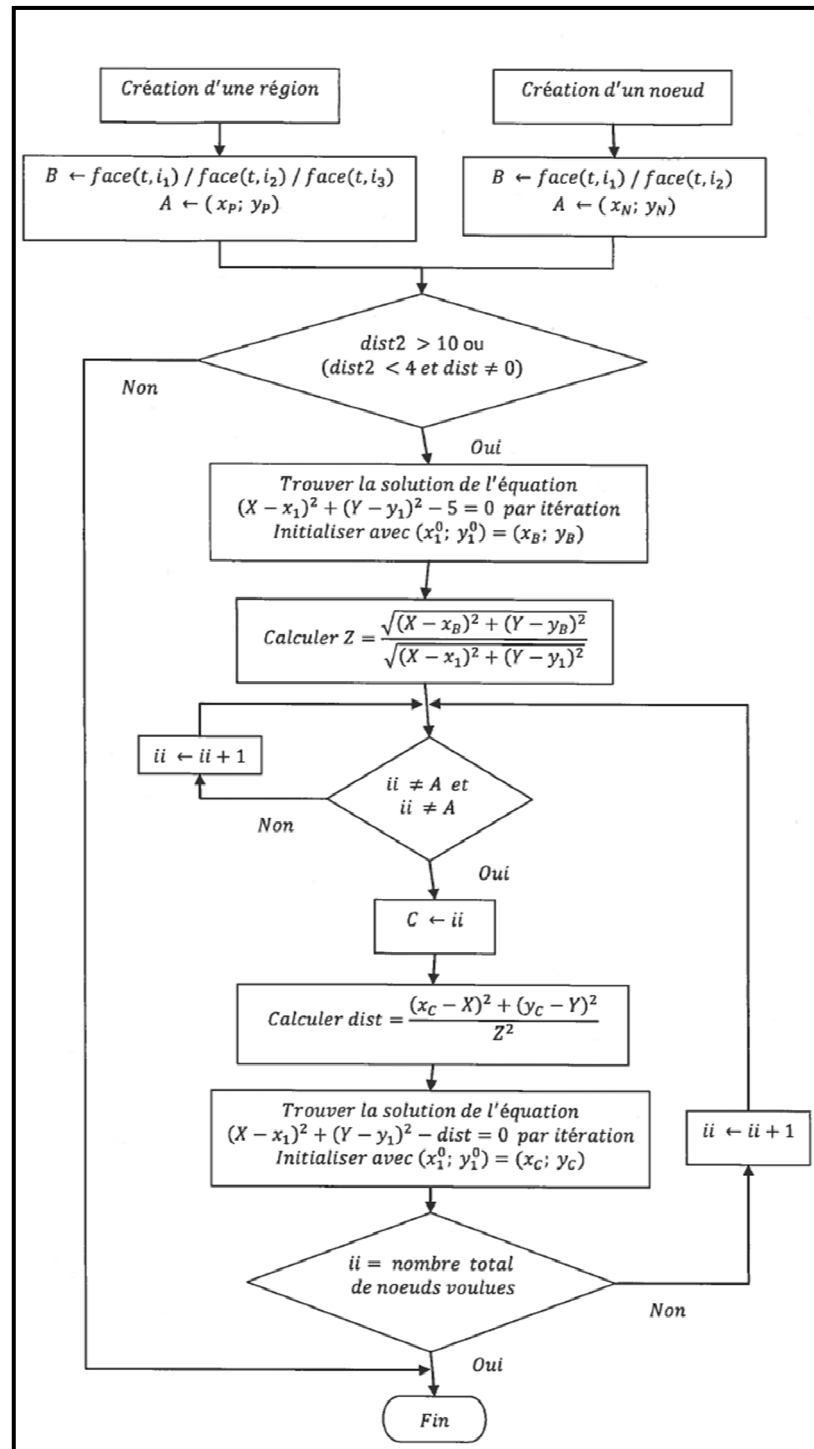


Figure-A III-5 Fonction d'agrandissement et de réduction du graphe

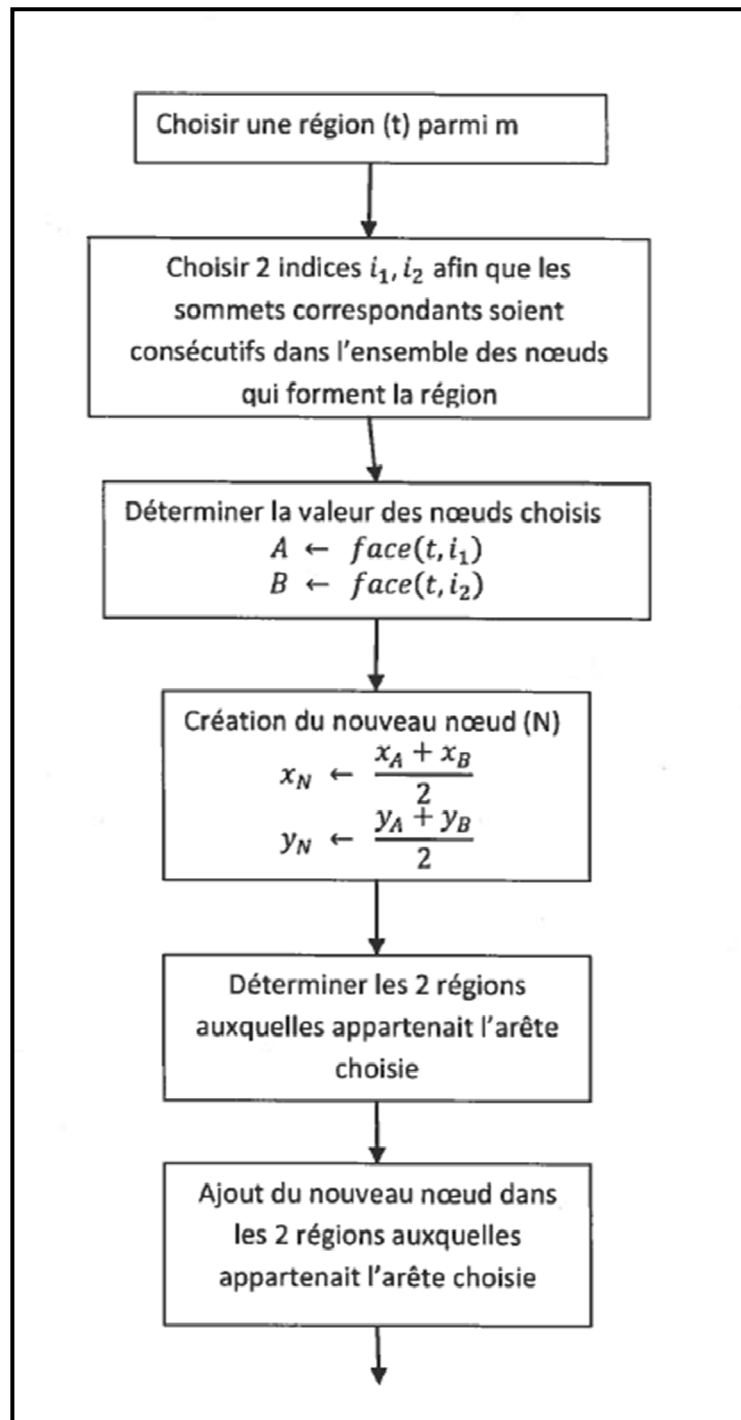


Figure-A III-6 Fonction d'ajout de sommet

ANNEXE IV

ACTIVITÉS DU PROGRAMME

Description des commandes

Le programme de génération de graphes « GDR » peut être appelé à partir de Matlab. Lors de l'appel du programme « GDR » un menu interactif apparaît présentant des activités du programme qui peuvent conduire à d'autres sous-menus interactifs. Les différentes activités présentes dans chaque menu sont représentées par un caractère alphabétique. Ces activités peuvent être spécifiées à l'aide de caractère majuscule ou minuscule. Certaines commandes peuvent prendre des paramètres en option pour cela il faut les séparer par des points virgules.

Dans le menu principal, nous avons les activités suivantes :

- | | |
|---|---|
| L | Lecture du fichier de donnée au format .mat. |
| S | Sauvegarde des résultats dans un fichier de données soit au format .mat ou .cf. |
| M | Génération manuelle du graphe. Elle appelle un second menu interactif en créant un graphe initial ayant 6 nœuds. Ce graphe initial peut avoir 3 ou 4 nœuds si vous faites suivre la commande par le paramètre 3 ou 4. En cas d'ajout de paramètre, il faudra entrer une seconde fois la commande M après la création du réseau initial pour pouvoir avoir accès au menu interactif suivant. Cette commande admet un second paramètre qui est l'identifiant de la séquence de nombres aléatoires qui par défaut est 100. |
| A | Génération automatique de graphe |
| P | Paramétrages du réseau généré. Cela se fait au travers d'une interface. |
| T | Statistiques du réseau ou graphe créé. Elle fournit la caractéristique nombre de liaisons-nombre de nœuds sous de courbe et d'histogramme. |
| Q | Fin du programme si nous sommes dans le menu principal sinon cela nous ramène au menu précédent. |

Dans les autres menus, les autres activités sont celles qu'on retrouve ci-dessous. Ils donnent pour la plupart à des sous-menus de paramétrage.

- I Ajout de ligne. Permet de créer des lignes supplémentaires dans un réseau existant
- N Ajout de nœud
- D Suppression de ligne ou de nœud. Pour une ligne il faut la représenter ainsi «1-3» tandis qu'un nœud son numéro est suffisant
- C Création des régions dans le graphe.

ANNEXE V

TOPOLOGIES ET DONNÉES DES RÉSEAUX POUR ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

TOPOLOGIE

Nous avons fait d'écoulements de puissance avec les 2 topologies ci-dessous. La première topologie est un réseau fortement maillé tandis que la seconde ne l'est pas autant que la première. La seconde topologie provient de la première dans laquelle nous avons supprimé des lignes et changer pour la plupart les données des lignes et de transformateurs.

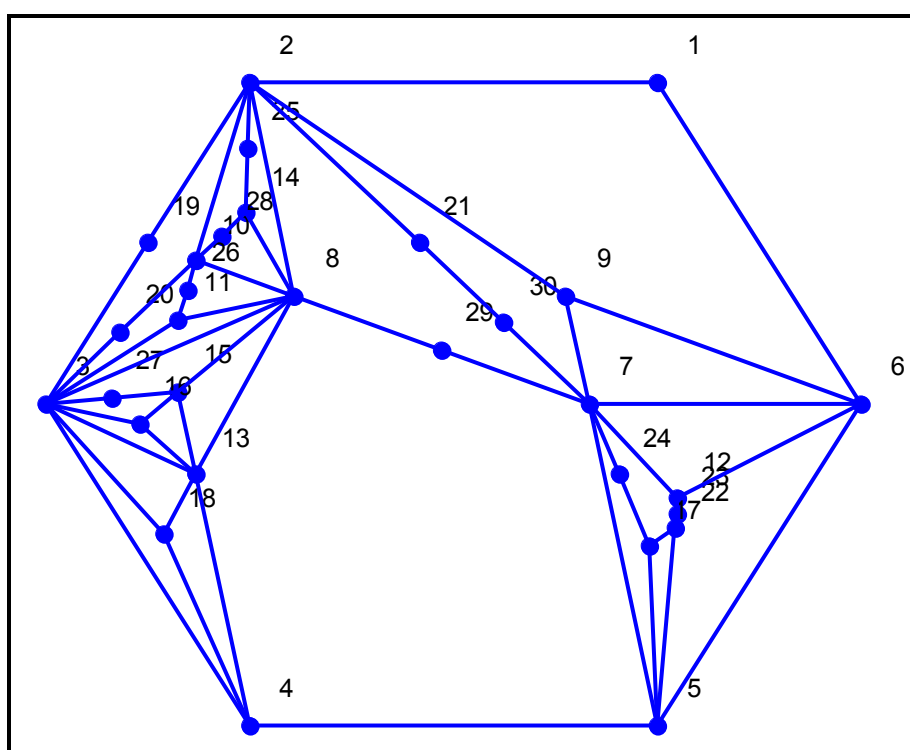


Figure-A VI-1 Topologie 1 (réseau 30 jeux de barres et 53 lignes et transformateurs)



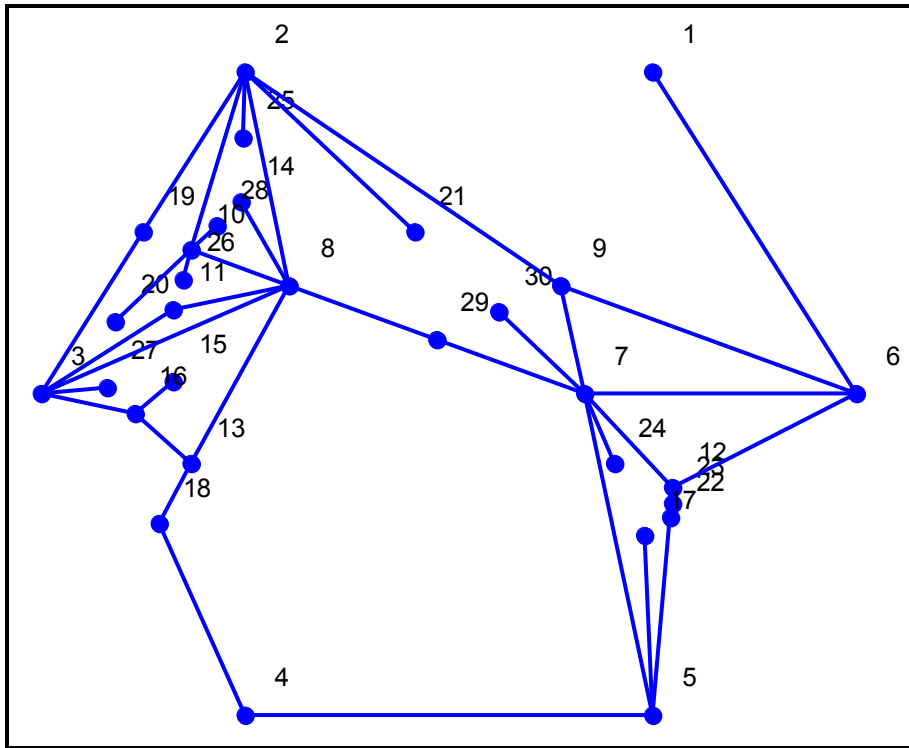


Figure-A VI-2 Topologie 2 (réseau 30 jeux de barres et 38 lignes et transformateurs)

Tableau-A VI-1 Paramètres des jeux de barres des 2 topologies

BUS	TYPE	VM (pu)	VA (degrés)	Pchg (MW)	Qchg (MVAR)	Pgen (MW)	Qgen (MVAR)	Ebase (kV)
1	3	1.0000	.00000	55.0000	17.0000	479.500	.41000	230.00
2	2	.99000	-1.6200	3.00000	88.0000	.00000	50.000	230.00
3	2	.98500	-6.9500	41.0000	21.0000	40.0000	45.030	230.00
4	0	.98070	-8.3100	.000000	.000000	.00000	.00000	230.00
5	0	.97650	-9.5400	13.0000	4.00000	.00000	.00000	230.00
6	2	.98000	-9.6800	75.0000	2.00000	.00000	1.5200	230.00
7	0	.98370	-8.6100	.000000	.000000	.00000	.00000	230.00
8	2	1.0050	-5.4900	150.000	22.0000	450.000	66.230	230.00
9	2	.97820	-10.590	121.000	26.0000	.00000	9.0000	230.00
10	0	.98160	-12.440	5.00000	2.00000	.00000	.00000	230.00

11	0	.96900	-11.150	.000000	.000000	.000000	.000000	230.00
12	2	1.0093	-11.440	377.000	24.0000	310.000	155.00	230.00
13	0	.97160	-10.710	18.0000	2.30000	.000000	.000000	230.00
14	0	.96100	-10.210	10.5000	5.30000	.000000	.000000	230.00
15	0	.97630	-7.9500	22.0000	5.00000	.000000	.000000	230.00
16	0	.99720	-9.6700	43.0000	3.00000	.000000	.000000	230.00
17	0	.98920	-5.9300	42.0000	8.00000	.000000	.000000	230.00
18	0	1.0002	-12.720	27.2000	9.80000	.000000	.000000	230.00
19	0	.96680	-14.170	3.30000	.600000	.000000	.000000	230.00
20	0	.95860	-14.350	2.30000	1.00000	.000000	.000000	230.00
21	0	1.0003	-13.870	.000000	.000000	.000000	.000000	230.00
22	0	1.0011	-13.810	.000000	.000000	.000000	.000000	230.00
23	0	.99980	-13.880	6.30000	2.10000	.000000	.000000	230.00
24	0	.99280	-14.270	.000000	.000000	.000000	.000000	230.00
25	0	.97490	-19.230	6.30000	3.20000	.000000	.000000	230.00
26	0	.95310	-13.950	.000000	.000000	.000000	.000000	230.00
27	0	.97860	-12.520	9.30000	.500000	.000000	.000000	230.00
28	0	.99480	-11.500	4.60000	2.30000	.000000	.000000	230.00
29	0	1.0091	-10.800	17.0000	2.60000	.000000	.000000	230.00
30	0	.95480	-19.780	3.60000	1.80000	.000000	.000000	230.00

Tableau-A VI-4.7 Paramètres des lignes et des transformateurs de la topologie 1

BARRE		R	X	B	TRANSFORMATEUR	
F_BUS	T_BUS	(pu)	(pu)	(pu)	TAP	SHIFT
1	2	.0083000	.0280000	.1290000	.00000	.00000
8	2	.0178000	.0910000	.0988000	.00000	.00000
9	2	.0454000	.2060000	.0546000	.00000	.00000
10	2	.0238000	.1080000	.0286000	.00000	.00000
19	2	.0298000	.0850000	.0818000	.00000	.00000
4	3	.0112000	.0366000	.0380000	.00000	.00000
13	3	.0162000	.0530000	.0544000	.00000	.00000
16	3	.0625000	.1320000	.0258000	.00000	.00000
18	3	.0430000	.1480000	.0348000	.00000	.00000
4	5	.0000000	.2422900	.0000000	.97400	.00100
17	5	.0302000	.0641000	.0124000	.00000	.00000
1	6	.0200000	.1020000	.0276000	.00000	.00000
5	6	.0339000	.1730000	.0470000	.00000	.00000
7	6	.0139000	.0712000	.0194000	.00000	.00000
9	6	.0000000	.0648000	.0000000	.96700	.00100
12	6	.0099000	.0505000	.0548000	.00000	.00000
5	7	.0369000	.1679000	.0440000	.00000	.00000
12	7	.0258000	.0848000	.0218000	.00000	.00000
30	7	.0648000	.2950000	.0772000	.00000	.00000
3	8	.0481000	.1580000	.0406000	.00000	.00000
11	8	.0000000	.1205000	.0000000	.94000	.00100
13	8	.0277000	.1262000	.0328000	.00000	.00000
14	8	.0000000	.0712000	.0000000	.93000	.00100
15	8	.0223000	.0732000	.0188000	.00000	.00000
29	8	.0000000	.7490000	.0000000	.95500	.00100
7	9	.0000000	.1530000	.0000000	.95800	.00100

8	10	.0178000	.0580000	.0604000	.00000	.00000
20	10	.0180000	.0813000	.0216000	.00000	.00000
3	11	.0397000	.1790000	.0476000	.00000	.00000
26	11	.0132000	.0434000	.0110000	.00000	.00000
5	12	.0269000	.0869000	.0230000	.00000	.00000
4	13	.0000000	.1910000	.0000000	.89500	.00100
16	13	.0171000	.0547000	.0148000	.00000	.00000
18	13	.0000000	.0735000	.0000000	.90000	.00100
25	14	.0000000	.1042000	.0000000	.95500	.00100
28	14	.4610000	.6850000	.0000000	.00000	.00000
13	15	.2830000	.4340000	.0000000	.00000	.00000
27	15	.0000000	.7767000	.0000000	1.0430	.00100
15	16	.0736000	.1170000	.0000000	.00000	.00000
22	17	.0099000	.0152000	.0000000	.00000	.00000
24	17	.0192000	.0295000	.0000000	.00000	.00000
4	18	.1660000	.2560000	.0084000	.00000	.00000
3	19	.0000000	.6027600	.0000000	1.0000	.00100
3	20	.0000000	.0473000	.0000000	1.0430	.00100
2	21	.1350000	.2020000	.0000000	.00000	.00000
23	22	.1650000	.2540000	.0000000	.00000	.00000
12	23	.0618000	.0954000	.0000000	.00000	.00000
7	24	.0418000	.0587000	.0000000	.00000	.00000
2	25	.1442000	.1870000	.0000000	.00000	.00000
10	26	.3260000	.4970000	.0000000	.00000	.00000
3	27	.5070000	.7550000	.0000000	.00000	.00000
10	28	.0392000	.0360000	.0000000	.00000	.00000
7	29	.0000000	.9530000	.0000000	.97500	.00100
21	30	.0520000	.0780000	.0032000	.00000	.00000

Tableau-A VI-3 Paramètres des lignes et des transformateurs de la topologie 2

BARRE		R	X	B	TRANSFORMATEUR	
F_BUS	T_BUS	(pu)	(pu)	(pu)	TAP	SHIFT
8	2	.0192000	.0295000	.0000000	.00000	.00000
9	2	.1660000	.2560000	.0084000	.00000	.00100
10	2	.0000000	.6027600	.0000000	1.0000	.00000
19	2	.0000000	.0473000	.0000000	1.0430	.00100
16	3	.1350000	.2020000	.0000000	.00000	.00000
4	5	.1650000	.2540000	.0000000	.00000	.00000
17	5	.0618000	.0954000	.0000000	.00000	.00000
1	6	.0418000	.0587000	.0000000	.00000	.00000
7	6	.1442000	.1870000	.0000000	.00000	.00000
9	6	.3260000	.4970000	.0000000	.00000	.00000
12	6	.5070000	.7550000	.0000000	.00000	.00000
5	7	.0392000	.0360000	.0000000	.00000	.00000
12	7	.0000000	.9530000	.0000000	.97500	.00000
30	7	.0520000	.0780000	.0032000	.00000	.00000
3	8	.0430000	.0537000	.0016000	.00000	.00000
11	8	.0290000	.0366000	.0000000	.00000	.00000
13	8	.0300000	.0466000	.0000000	.00000	.00000
14	8	.0651000	.1009000	.0020000	.00000	.00000
29	8	.0239000	.0379000	.0000000	.00000	.00000
7	9	.0289000	.0585000	.0020000	.00000	.00000
8	10	.0312000	.0482000	.0000000	.00000	.00000
20	10	.1150000	.1770000	.0060000	.00000	.00000
3	11	.0000000	1.355000	.0000000	.98000	.00100
5	12	.0000000	1.195000	.0000000	.95800	.00100
16	13	.2070000	.3520000	.0000000	.00000	.00000
18	13	.0000000	.4120000	.0000000	.00000	.00000

15	16	.5530000	.5490000	.0000000	.00000	.00000
4	18	.2125000	.3540000	.0000000	.00000	.00000
3	19	.0624000	.1242000	.0040000	.00000	.00000
2	21	.0230000	.0680000	.0032000	.00000	.00000
12	23	.0182000	.0233000	.0000000	.00000	.00000
7	24	.0834000	.1290000	.0048000	.00000	.00000
2	25	.0801000	.1280000	.0000000	.00000	.00000
10	26	.1386000	.2200000	.0000000	.00000	.00000
3	27	.0762000	.0984000	.0000000	.00000	.00000
10	28	.1878000	.2320000	.0000000	.00000	.00000
7	29	.1732000	.2265000	.0000000	.00000	.00000
22	5	.1740000	.2600000	.0000000	.00000	.00000

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Andrei, H. and G. Chicco (2008). "Identification of the radial configurations extracted from the weakly meshed structures of electrical distribution systems." IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers 55(Compendex): 1149-1158.
- Batini, C. F., L. and Nardelli, E. (1985). What is a good diagram? - A pragmatic approach., 4th Int. Conf. on the Entity Relationship Approach, Chicago.
- Bouchard, D. E., M. M. A. Salama, et al. (1996). Algorithms for distribution feeder reconfiguration. Proceedings of the 1996 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, CCECE'96. Part 1 (of 2), May 26, 1996 - May 29, 1996, Calgary, Can, IEEE.
- Chindris, M., B. Tomoiaga, et al. (2006). The Identification of Critical Equipment and Optimum Configurations for Electrical Substations. Universities Power Engineering Conference, 2006. UPEC '06. Proceedings of the 41st International.
- Garcia Moreno, J., J. L. M. Vigil-Escalera, et al. (1999). "Graphical representation of components, connectivities and magnitudes in an electrical network." Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference 1(Compendex): 178-183.
- Group, W. (1973). "Common Format For Exchange of Solved Load Flow Data." Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on PAS-92(6): 1916-1925.
- Jacques, L. (1981). Théorie des graphes, Modulo.
- Kobayashi, N., H. Okamoto, et al. (1997). New methods for visualization of dynamic behavior of power systems. Power Industry Computer Applications., 1997. 20th International Conference on.
- Majeed, A. R., G. I. Rashed, et al. (2006). Reliability modeling and evaluation of Sulaimani - Erbil electrical power system. 2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting, PES, June 18, 2006 - June 22, 2006, Montreal, QC, Canada, Inst. of Elec. and Elec. Eng. Computer Society.
- Maricar, N. M. and S. M. Shahidehpour (2003). An object-oriented graphical representation for engineering network analysis in power system. Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE.
- Overbye, T. J. (2008). Wide-area power system visualization with geographic data views. IEEE Power and Energy Society 2008 General Meeting: Conversion and Delivery of

Electrical Energy in the 21st Century, PES, July 20, 2008 - July 24, 2008, Pittsburgh, PA, United states, Inst. of Elec. and Elec. Eng. Computer Society.

Padamati, K. R., N. N. Schulz, et al. (2007). Application of genetic algorithm for reconfiguration of shipboard power system. 2007 39th North American Power Symposium, NAPS, September 30, 2007 - October 2, 2007, Las Cruces, NM, United states, Inst. of Elec. and Elec. Eng. Computer Society.

Rozel, B., R. Caire, et al. (2009). Complex network theory and graph partitioning: Application to large interconnected networks. 2009 IEEE Bucharest PowerTech: Innovative Ideas Toward the Electrical Grid of the Future, June 28, 2009 - July 2, 2009, Bucharest, Romania, IEEE Computer Society.

Salman, N., A. Mohammed, et al. (2009). Reinforcement of power distribution network against voltage sags using graph theory. 2009 IEEE Student Conference on Research and Development, SCORed2009, November 16, 2009 - November 18, 2009, Serdang, Malaysia, IEEE Computer Society.

Sugiyama, K. (1989). "How to generate "good" diagrams - Automatic graph drawing methods based on cognitive criteria." Systeme Control Information 33(11): 559-567.

Wu, F. F., N. Yixin, et al. (2000). "Power transfer allocation for open access using graph theory-fundamentals and applications in systems without loopflow." IEEE Transactions on Power Systems 15(Copyright 2000, IEE): 923-929.