

# Table des Matières

---

|   |              |
|---|--------------|
| <b>ملخص.....</b>  | <b>vii</b>   |
| <b>Résumé.....</b>  | <b>ix</b>    |
| <b>Abstract .....</b>   | <b>xi</b>    |
| <b>Notations.....</b>   | <b>xiii</b>  |
| <b>Liste des Tableaux .....</b>   | <b>xvi</b>   |
| <b>Liste des Figures .....</b>  | <b>xviii</b> |
| <b>Introduction générale.....</b>   | <b>1</b>     |
| <b>Organisation de mémoire .....</b>  | <b>3</b>     |
| <b>Chapitre 1.....</b>  | <b>4</b>     |
| <b>Présentation des éléments en acier formés à froid.....</b>                           | <b>4</b>     |
| 1.1 Introduction .....  | 4            |
| 1.2 Section en acier formée à froid.....  | 5            |
| 1.2.1 Types de sections en acier formées à froid.....                                   | 5            |
| 1.2.2 Fabrication .....   | 9            |
| 1.2.3 Les caractéristiques particulières des sections en acier<br>formées à froid ..... | 11           |
| 1.3 Problèmes particuliers de conception en acier formée à froid.....                   | 13           |
| 1.4 Normes de conception .....  | 16           |
| 1.4.1 Les normes nord-américaines (AISI, 2007) .....                                    | 16           |
| 1.4.2 Les normes australiennes/nouvelles Zélande (AS/NZS, 2005) .....                   | 17           |
| 1.4.3 Les normes de conception européennes. Eurocode 3 partie 1-3 ....                  | 17           |
| 1.5 Les domaines d'applications de ce type d'élément.....                               | 17           |
| 1.6 Conclusion.....   | 30           |
| <b>Chapitre 2 .....</b>   | <b>31</b>    |
| <b>Calcul manuel des trois instabilités de base.....</b>                                | <b>31</b>    |
| 2.1 Introduction .....  | 31           |
| 2.2 Les modes d'instabilités de base .....  | 31           |
| 2.2.1 Flambage élastique des plaques minces.....  | 33           |
| 2.2.2 Le mode de flambement distorsionnelle.....  | 45           |
| 2.2.2.1 La méthode donnée dans la norme EN1993-1-3: 2006 .....                          | 10           |
| 2.3 Calcul manuel des contraintes critiques des instabilités de base .....              | 51           |
| 2.3.1 Le mode local ou voilement .....  | 51           |
| 2.3.1.1 Les éléments raidis.....  | 52           |
| 2.3.1.2 Les éléments non raidis.....  | 52           |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.3.2 Le mode distorsionnelle .....  | 53        |
| 2.3.2.1 Selon l'AISI.....  | 53        |
| 2.3.2.2 Selon l'Eurocode.....  | 59        |
| 2.3.3 Le mode global ou Eulérien .....   | 62        |
| 2.3.3.1 Selon l'AISI.....  | 62        |
| 2.3.3.2 Selon l'Eurocode.....  | 66        |
| 2.4 Conclusion.....  | 67        |
| <b>Chapitre 3 .....</b>  | <b>68</b> |
| <b>    Presentation des methodes de calcul de la contrainte critique<br/>    distrisionnelle .....</b>                                   | <b>68</b> |
| 3.1 Introduction .....   | 68        |
| 3.2 Calcul de la contrainte distorsionnelle par l'Eurocode.....  | 68        |
| 3.2.1 Calcul des caractéristiques efficaces d'un profilé en C à bords<br>tombés formé à froid .....                                      | 68        |
| 3.2.1.1 Flexion.....   | 69        |
| 3.2.1.2 Compression.....   | 75        |
| 3.3 Calcul de la contrainte critique distorsionnelle par la méthode de Schäfer..   | 82        |
| 3.3.1 Cas de flexion .....   | 82        |
| 3.3.2 Cas de la compression .....  | 83        |
| 3.4 Calcul de la contrainte critique distortionnelle par la méthode de<br>Hancock (1987) .....   | 84        |
| 3.4.1 Cas de flexion .....   | 84        |
| 3.4.2 Cas de compression .....   | 85        |
| 3.5 Organigrammes .....  | 86        |
| 3.5.1 Organigramme de calcul des caractéristiques efficaces.....   | 86        |
| 3.5.1.1 Profilé en C sollicité en flexion.....   | 88        |
| 3.5.1.2 Profilé en C sollicité en compression.....   | 89        |
| 3.5.1.3 Organigramme des caractéristiques de la section<br>efficace de la semelle et du bord comprimés .....                             | 90        |
| 3.5.2 Organigramme de Calcul de la contrainte critique<br>distortionnelle ‘ $\sigma_{crd}$ ’ par la méthode de Schäfer et de Hancock ... | 92        |
| 3.5.2.1 Suivant la méthode de Schäfer.....   | 93        |
| 3.5.2.2 Suivant la méthode de Hancock .....  | 94        |
| 3.6 Conclusion.....  | 95        |
| <b>Chapitre 4 .....</b>  | <b>96</b> |
| <b>    Calcul de la contrainte critique distorsionnelle par les trois (03) methodes....</b>  | <b>96</b> |
| 4.1 Introduction .....   | 96        |

|   |            |
|---|------------|
| 4.2 Calcul de la contrainte critique distorsionnelle pour les sections en C .....         | <b>96</b>  |
| 4.2.1 Suivant l'Eurocode.....   | <b>96</b>  |
| 4.2.2 Suivant la méthode Schäfer .....  | <b>115</b> |
| 4.2.3 Suivant la méthode Hancock.....   | <b>122</b> |
| 4.3 Synthèse et interprétation des résultats à partir des tableaux et<br>des graphes..... | <b>129</b> |
| 4.4 Conclusion.....   | <b>135</b> |
| <b>Conclusion générale .....</b>  | <b>136</b> |
| <b>Bibliographie.....</b>   | <b>139</b> |

## ملخص

استخدامات المقاطع المشكّلة على البارد متعددة ومتنوعة، يمكن ايجادها في مجال صناعة السيارات، ابراج الارسال و في مجال البناء على شكل عناصر هياكل. هذه العناصر المشكّلة من صفائح رقيقة بإمكانها الخضوع تحت تأثير قوى الضغط او الانحناء الى حالة عدم استقرار محلي بسبب انبعاج في جدرانها، كلي عن طريق الالتواء و انحرافي ناتج عن دوران على مستوى تقاطع الصفائح. الهدف من هذا العمل هو تطوير برامج عاديّة بواسطة **MATLAB** لحساب الحمولة الحرجة للانبعاج الانحرافي لقطع على شكل 'C' معرضة للضغط او الانحناء و هذا باستعمال ثلاثة طرق مختلفة، الطريقة الأوروبيّة التي تستند على مبدأ المساحة الفعالة، طريقة **Schäfer** و طريقة **Hancock** اللتان تستندان على اعتبارات تجريبية او شبه تجريبية. المقارنة بين النتائج المتحصل عليها بينت ان الطرق الثلاثة رغم انهم مختلفون قليلاً يبقون مقبولون، طريقة **Schäfer** اكثر تحفظاً من الطريقتين الآخريتين. لقد قمنا كذلك بحساب المساحة الفعالة  $A_{eff}$  التي تمكن من حساب قوة المقاومة في الضغط و ايضاً حساب معامل العطالة الفعال  $W_{eff}$  الذي يمكن من حساب العزم المقاوم للانحناء و هذا من اجل مختلف قطع على شكل 'C'.

**الكلمات المفتاحية:** الحمولة الحرجة للانبعاج الانحرافي، معامل العطالة الفعال، القطع المشكّلة على البارد، المساحة الفعالة.

# Résumé

---

L'utilisation des profilés formés à froid est multiple et variée, on peut les trouver dans l'industrie automobile, les pylônes de transmission et dans le domaine de la construction en tant qu'éléments de structures. Ces éléments constitués de plaques minces peuvent subir, sous l'action de forces de compression ou de flexion, une instabilité de type locale par voilement de ces parois, globale par flambement ou distorsionnelle par rotation des jonctions de ces parois. Le but de ce travail est de développer des logiciels simples sous MATLAB pour le calcul de la contrainte critique distorsionnelle d'un profilé en « C » soumis à une compression ou une flexion, en utilisant trois méthodes différentes, celle de l'Eurocode basée sur le principe de la largeur effective, celle de Schäfer et celle de Hancock basées toutes les deux sur des considérations empiriques et/ou semi empiriques. La comparaison entre les résultats trouvés a montré que les trois méthodes, bien qu'elles soient légèrement différentes, restent très acceptables. La méthode de Schäfer est légèrement plus conservative que les deux autres. On a également calculé l'aire efficace  $A_{eff}$  qui permet de calculer l'effort résistant en compression et le module d'inertie efficace  $W_{eff}$  qui permet de calculer le moment résistant en flexion pour différentes sections en C

**Mots clés :** contrainte critique distorsionnelle, module d'inertie efficace, profilés formés à froid, section efficace.

# Abstract

---

The use of cold-formed steel is multiple and varied, it can be found in the automobile industry, transmission towers and in the field of construction as structural element. These elements formed by thin plates may buckle, under compressive or flexural loads, in local mode, in global mode or in distortional one. The purpose of this work is to develop simple software under MATLAB to calculate the critical distortional stress of a "C" section subjected to compression or bending, using three different methods, that of Eurocode based on the principle of effective width, Schafer and that of Hancock which are both of empirical and/or semi empirical aspects. The comparison of the results showed that the three methods, although they are slightly different, remain very acceptable. The method of Schafer is slightly more conservative than the other two. We also calculated the effective area  $A_{\text{eff}}$  which allows to calculate the compressive strength, and the effective modulus section  $W_{\text{eff}}$  which allows to calculate the bending resistant moment for different 'C' sections.

**Keywords:** distortional critical stress, effective section modulus, cold-formed section, effective area.

## Notations :

---

$f_y$  : Limite d'élasticité de l'acier

$P_{crl}$  : La charge critique locale en compression

$M_{crl}$  : Le moment critique local en flexion

$E$  : Module de Young

$G$  : Module de Cisaillement

$\nu$  : Coefficient de Poisson

$\rho$  : Coefficient de réduction

$r$  : Le rayon de giration

$r_0$  : Le rayon de giration polaire

$r_x ; r_y$  : Les rayons de giration de la section transversale autour des axes principaux

$A_g$  : L'aire brute de la section transversale

$S_g$  : Le module de section à la fibre extrême comprimée

$\sigma_{crl}$  : La contrainte critique de voilement

$\sigma_1 ; \sigma_2$  : Les contraintes aux bords de la paroi

$K_\sigma$  : Coefficient de flambement

$K$  : Coefficient de voilement

$K_x$  : Le facteur de longueur effective de flexion autour de l'axe **x**

$K_y$  : Le facteur de longueur effective de flexion autour de l'axe **y**

$\omega$  : Déformation de la plaque perpendiculairement à son plan

$D$  : Rigidité de la plaque

$\sigma_{cr}$  : Contrainte critique de flambement élastique

$\psi$  : Rapport de la contrainte

$\bar{\lambda}_p$  : L'élancement réduit ou relative de la plaque

$L$  : La longueur du profilé non raidie latéralement

$L_x$  : La longueur du profilé entre les entretoises pour une flexion autour de l'axe des **x**

$L_y$  : La longueur du profilé entre les entretoises pour une flexion autour de l'axe des **y**

$L_m$  : Distance entre raidisseurs servant à empêcher l'instabilité distorsionnelle

$L_{cr}$  : Distance critique entre les raidisseurs

- $\theta$ : Angle en général  
 $\phi$  : Rotation  
 $a$  : Longueur d'une plaque  
 $b$  : Largeur d'une plaque  
 $b$  : Largeur de la semelle  
 $t$  : Epaisseur des parois  
 $h_0$  : Hauteur de l'âme  
 $c$  : Largeur du bord tombé  
 $A_f$  : Aire de la section transversale de la semelle  
 $I_{xf}$  : Moment d'inertie de la semelle par rapport à l'axe x  
 $I_{yf}$  : Moment d'inertie de la semelle par rapport à l'axe y  
 $I_{xyf}$  : Moment d'inertie de couplage de la semelle  
 $C_{wf}$  : Constante de la torsion gauchie de la semelle  
 $J_f$  : Constante de la torsion de St. Venant de la semelle  
 $x_0$  : Position sur l'axe x du centre de torsion de la semelle  
 $x_0$  : La distance suivant x de la jonction âme/semelle au centre de gravité de la semelle  
 $h_x$  : La distance suivant x du centre de gravité au centre de cisaillement de la semelle  
 $b_{eff}$  : Largeur effective de la section  
 $k$  : Rigidité de ressort  
 $\delta$  : La flèche du raidisseur sous l'effet de la charge unitaire u  
 $\lambda$  : La longueur de demi-onde  
 $m$  : Le nombre de longueurs demi-onde  
 $k_{\phi fe}$  : La rigidité élastique de rotation fournie par la semelle à la jonction âme/semelle  
 $k_{\phi we}$  : La rigidité élastique de rotation fournie par l'âme à la jonction âme/semelle  
 $k_\phi$  : La rigidité de rotation apportée par les éléments rigidifiant la jonction âme/semelle  
 $k_{\phi fg}$  : La rigidité géométrique de rotation exigée par la semelle à la jonction âme/semelle  
 $k_{\phi wg}$  : La rigidité géométrique de rotation exigée par l'âme à la jonction âme/semelle  
 $\beta$  : Une valeur qui tient compte du gradient de moments  
 $\xi_{âme}$  : Le gradient de contrainte dans l'âme  
 $A_S$  : La section efficace du raidisseur

$A_{S1}$  ;  $A_{S2}$  : Sections efficaces du raidisseur de bord des semelles 1 et 2 respectivement

$b_1$  ;  $b_2$  : La distance entre la jonction âme/semelle et le centre de gravité de l'aire efficace du raidisseur de bord de la semelle 1 et 2 respectivement

$M_{max}$  : Le moment maximum dans les entretoises

$M_A$  : La valeur du moment au point situé au quart du segment entre les entretoises

$M_B$  : La valeur du moment au point situé au milieu du segment entre les entretoises

$M_C$  : La valeur du moment au point situé trois-quarts du segment entre les entretoises

$S_f$  : Module de section élastique de la section non réduite par rapport à la fibre extrême comprimée

$I_S$  : Le moment d'inertie de la section efficace du raidisseur

$I_t$  : Le moment d'inertie de torsion de la section transversale brute

$I_w$  : Le moment d'inertie sectoriel de la section transversale brute

$W_{eff}$  : Module d'inertie effectif

$A_{eff}$  : La section efficace

# Liste des Tableaux

---

|  |            |
|--|------------|
| <b>Tableau 1.1 :</b> Influence du procédé de fabrication sur les forces de base des profilés formés à froid et à chaud.....                          | <b>11</b>  |
| <b>Tableau 1.2 :</b> Type d'amplitude des contraintes résiduelles dans les sections en acier.....  | <b>13</b>  |
| <b>Tableau 2.1 :</b> Valeurs de $(b/t)_{lim}$ pour des éléments plaques raidies et non raidies...  | <b>44</b>  |
| <b>Tableau 2.2 :</b> Eléments de compression internes .....  | <b>49</b>  |
| <b>Tableau 2.3 :</b> Eléments de compression en console .....  | <b>50</b>  |
| <b>Tableau 4.1 :</b> Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(h/t)$ , selon l'Eurocode. cas de flexion.....         | <b>97</b>  |
| <b>Tableau 4.2 :</b> Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(b/t)$ , selon l'Eurocode. cas de flexion.....         | <b>98</b>  |
| <b>Tableau 4.3 :</b> Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(c/t)$ , selon l'Eurocode. cas de flexion .....        | <b>99</b>  |
| <b>Tableau 4.4 :</b> Calcul du module d'inertie efficace $\mathbf{W}_{eff}$ pour différents sections en 'C' .....                                    | <b>106</b> |
| <b>Tableau 4.5 :</b> Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(h/t)$ , selon l'Eurocode. cas de la compression ..... | <b>106</b> |
| <b>Tableau 4.6 :</b> Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(b/t)$ , selon l'Eurocode. cas de la compression.....  | <b>107</b> |
| <b>Tableau 4.7 :</b> Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(c/t)$ , selon l'Eurocode. cas de la compression ..... | <b>108</b> |
| <b>Tableau 4.8 :</b> Calcul de l'aire efficace $\mathbf{A}_{eff}$ pour différents sections en 'C' .....  | <b>114</b> |
| <b>Tableau 4.9 :</b> Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(h/t)$ , selon Schäfer. cas de la flexion.....         | <b>115</b> |
| <b>Tableau 4.10 :</b> Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(b/t)$ , selon Schäfer. cas de la flexion .....       | <b>117</b> |
| <b>Tableau 4.11 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(c/t)$ , selon Schäfer. cas de la flexion .....                 | <b>118</b> |
| <b>Tableau 4.12 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(h/t)$ , selon Schäfer. cas de la compression .....             | <b>119</b> |
| <b>Tableau 4.13 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport $(b/t)$ , selon Schäfer. cas de la compression.....              | <b>120</b> |

|   |            |
|---|------------|
| <b>Tableau 4.14 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( c/t ), selon Schäfer. cas de la compression .....</b> | <b>121</b> |
| <b>Tableau 4.15 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( h/t ), selon Hancock. Cas de la flexion .....</b>     | <b>122</b> |
| <b>Tableau 4.16 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( b/t ), selon Hancock. Cas de la flexion .....</b>     | <b>123</b> |
| <b>Tableau 4.17 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( c/t ), selon Hancock. Cas de la flexion.....</b>      | <b>124</b> |
| <b>Tableau 4.18 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( h/t ), selon Hancock. Cas de la compression.....</b>  | <b>126</b> |
| <b>Tableau 4.19 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( b/t ), selon Hancock. Cas de la compression.....</b>  | <b>127</b> |
| <b>Tableau 4.20 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( c/t ), selon Hancock. Cas de la compression .....</b> | <b>128</b> |
| <b>Tableau 4.21 : Récapitulatif des résultats selon les trois méthodes. Cas de la flexion.....</b>                                      | <b>129</b> |
| <b>Tableau 4.22 : Récapitulatif des résultats selon les trois méthodes. Cas de la compression.....</b>                                  | <b>132</b> |

# Liste des Figures

---

|   |    |
|---|----|
| <b>Figure 1.1 :</b> Collection des formes en acier formées à froid .....  | 5  |
| <b>Figure 1.2 :</b> Différents types de profilés .....  | 6  |
| <b>Figure 1.3 :</b> Types des poutres .....   | 7  |
| <b>Figure 1.4 :</b> Plaques nervurées et plateaux .....   | 7  |
| <b>Figure 1.5 :</b> Exemples de tôles ondulées pour les toitures, revêtements muraux et plancher .....  | 8  |
| <b>Figure 1.6 :</b> Différents types de raidisseurs .....   | 8  |
| <b>Figure 1.7 :</b> Procédé de profilage.....   | 9  |
| <b>Figure 1.8 :</b> Procédé de pliage .....   | 10 |
| <b>Figure 1.9 :</b> Etapes de formage pour une presse plieuse.....  | 10 |
| <b>Figure 1.10 :</b> Presse plieuse industrielle .....  | 11 |
| <b>Figure 1.11 :</b> Contraintes résiduelles de flexion dans une section en acier formé à froid avec bord tombé (Bivolaru, 1993) .....          | 12 |
| <b>Figure 1.12 :</b> Modes de flambement d'une section en C en compression.....   | 14 |
| <b>Figure 1.13 :</b> Résistance au flambement en fonction de la demi-longueur d'onde pour un profilés en C en compression (Hancock, 2001) ..... | 15 |
| <b>Figure 1.14 :</b> Sections en Z et en C utilisées comme pannes et lisses de bardages.....  | 18 |
| <b>Figure 1.15 :</b> Ossature en acier formé à froid .....  | 19 |
| <b>Figure 1.16 :</b> Mur à ossature en acier formé à froid .....  | 20 |
| <b>Figure 1.17 :</b> Panneaux de murs à ossature en profilés d'acier formés à froid .....   | 21 |
| <b>Figure 1.18 :</b> Installation des éléments préfabriqués .....   | 22 |
| <b>Figure 1.19 :</b> Maison en système mur à ossature avec des panneaux muraux préfabriqués en acier formé à froid.....                         | 22 |
| <b>Figure 1.20 :</b> Poutrelles d'acier formé à froid positionné sur la structure mur à ossature portante .....                                 | 23 |
| <b>Figure 1.21 :</b> Planchers mixte acier-béton .....  | 24 |
| <b>Figure 1.22 :</b> Treillis de toit à l'aide de sections C (Constanta, Roumanie) .....  | 25 |
| <b>Figure 1.23 :</b> Fermes en deux sections de canal intégré pour une structure de grand standing (Alcatel Timisoara, Roumanie) .....          | 25 |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Figure 1.24 :</b> Système modulaire mur à ossature (WSMS) pour des tailles petites et moyennes de la construction d'installations à l'aide de poutres pour la structure du toit et de la résistance contre les actions horizontales ..... | <b>26</b> |
| <b>Figure 1.25 :</b> Les rayonnages de stockage .....  | <b>27</b> |
| <b>Figure 1.26 :</b> Attachement de clip spécial ou joints boulonnés .....   | <b>27</b> |
| <b>Figure 1.27 :</b> Système en treillis .....   | <b>28</b> |
| <b>Figure 1.28 :</b> Unités modulaires préfabriqués utilisés pour les écoles et les bureaux .....  | <b>29</b> |
| <b>Figure 2.1 :</b> Le flambage local et distorsionnelle d'une section en 'C' en compression .....   | <b>32</b> |
| <b>Figure 2.2 :</b> Le flambage local et distorsionnelle d'une section en 'C' avec âme à raidisseur intermédiaire .....  | <b>32</b> |
| <b>Figure 2.3 :</b> Une plaque carrée simplement appuyée en compression .....  | <b>33</b> |
| <b>Figure 2.4 :</b> Le flambage local des parois composant d'une section à paroi mince formé à froid .....   | <b>33</b> |
| <b>Figure 2.5 :</b> Le comportement post flambement des plaques raidies et non raidies (Hancock, 1998) .....   | <b>34</b> |
| <b>Figure 2.6 :</b> Modèle de grille d'une plaque simplement appuyée sur ses bords et soumis à la fin du chargement .....  | <b>35</b> |
| <b>Figure 2.7 :</b> Répartition des contraintes consécutive dans les éléments raidis en compression .....  | <b>36</b> |
| <b>Figure 2.8 :</b> Comportement de la plaque idéale et réelle simplement appuyée pour une contrainte uni axiale .....   | <b>38</b> |
| <b>Figure 2.9 :</b> Répartition des contraintes dans une plaque simplement appuyée, uni axialement comprimé .....  | <b>40</b> |
| <b>Figure 2.10 :</b> Changement de largeur efficace en termes de contrainte de bord maximale .....   | <b>40</b> |
| <b>Figure 2.11 :</b> Modes de flambement élastique par rapport aux demi-longueurs d'onde courbe pour un élément en 'C' .....   | <b>46</b> |
| <b>Figure 2.12 :</b> Détermination de rigidité de ressort K selon la norme EN1993-1-3... <b>47</b>   |           |
| <b>Figure 2.13 :</b> Zone de section transversale efficace d'un raidisseurs de bord .....  | <b>48</b> |
| <b>Figure 2.14 :</b> Les différentes grandeurs géométriques .....  | <b>54</b> |
| <b>Figure 2.15 :</b> Détermination de rigidité du ressort .....  | <b>59</b> |

|   |     |
|---|-----|
| <b>Figure 2.16 :</b> Raidisseurs de bord .....  | 60  |
| <b>Figure 2.17 :</b> Raidisseurs intermédiaires .....   | 61  |
| <b>Figure 3.1 :</b> Section en ‘C’.....   | 69  |
| <b>Figure 3.2 :</b> Les propriétés géométriques des semelles des sections en ‘C’ .....  | 86  |
| <b>Figure 4.1 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $h/t$ ), selon l’Eurocode. Cas de flexion.....         | 97  |
| <b>Figure 4.2 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $b/t$ ), selon l’Eurocode. Cas de flexion.....         | 98  |
| <b>Figure 4.3 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $c/t$ ), selon l’Eurocode. Cas de flexion .....        | 99  |
| <b>Figure 4.4 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $h/t$ ), selon l’Eurocode. Cas de la compression.....  | 107 |
| <b>Figure 4.5 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $b/t$ ), selon l’Eurocode. Cas de la compression.....  | 108 |
| <b>Figure 4.6 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $c/t$ ), selon l’Eurocode. Cas de la compression ..... | 109 |
| <b>Figure 4.7 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $h/t$ ), selon Schäfer. Cas de la flexion .....        | 116 |
| <b>Figure 4.8 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $b/t$ ), selon Schäfer. Cas de la flexion.....         | 117 |
| <b>Figure 4.9 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $c/t$ ), selon Schäfer. Cas de la flexion .....        | 118 |
| <b>Figure 4.10 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $h/t$ ), selon Schäfer. Cas de la compression.....    | 119 |
| <b>Figure 4.11 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $b/t$ ), selon Schäfer. Cas de la compression .....   | 120 |
| <b>Figure 4.12 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $c/t$ ), selon Schäfer. Cas de la compression .....   | 121 |
| <b>Figure 4.13 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $h/t$ ), selon Hancock. Cas de la flexion.....        | 123 |
| <b>Figure 4.14 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $b/t$ ), selon Hancock. Cas de la flexion .....       | 124 |
| <b>Figure 4.15 :</b> La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport<br>( $c/t$ ), selon Hancock. Cas de la flexion .....       | 125 |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Figure 4.16 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport</b>         |            |
| <b>( h/t ), selon Hancock. Cas de la compression .....</b>                                 | <b>126</b> |
| <b>Figure 4.17 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport</b>         |            |
| <b>( b/t ), selon Hancock. Cas de la compression .....</b>                                 | <b>127</b> |
| <b>Figure 4.18 : La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport</b>         |            |
| <b>( c/t ), selon Hancock. Cas de la compression .....</b>                                 | <b>128</b> |
| <b>Figure 4.19 : Représentation graphique de la La contrainte critique distorsionnelle</b> |            |
| <b>selon les trois méthodes.Cas de flexion .....</b>                                       | <b>131</b> |
| <b>Figure 4.20 : Représentation graphique de la La contrainte critique distorsionnelle</b> |            |
| <b>selon les trois méthodes.Cas de compression .....</b>                                   | <b>133</b> |

# Introduction Générale

---

L'utilisation des profilés laminés à froid est multiple et variée, allant des boîtes « de conserve » aux ossatures de structures, des claviers aux éléments des unités centrales. De nos jours, une multiplicité de très différents produits, avec une grande diversité de formes, de tailles et d'applications sont produits, en acier, en utilisant le procédé de formage à froid. L'utilisation d'éléments en acier formé à froid dans la construction du bâtiment a commencé vers les années 1850, aux États-Unis et en Grande-Bretagne. Cependant, de tels éléments en acier n'étaient pas largement utilisés dans les bâtiments jusqu'en 1940. Ces dernières années, il a été identifié qu'ils peuvent être employées efficacement en tant que composantes d'ossature après avoir été d'abord utilisé comme des pannes ou des lisses de bardage, ou encore comme enveloppe de bâtiment. Les options pour les panneaux de revêtement en acier vont du recouvrement par des profilés peu coûteux pour des applications industrielles, aux panneaux plats architecturaux employés pour permettre un prestigieux aspect du bâtiment. Les systèmes d'acier léger sont largement utilisés pour supporter des panneaux de murs rideaux. L'acier formé à froid sous forme de profil des plancher a gagné l'acceptation répandue au cours des quinze dernières années en tant que composante de base avec le béton, dans les dalles composites. Ceux-ci sont répandus dans le marché de la construction en acier multi-étages encadrée. Les éléments en acier formés à froid sont efficaces en termes de rigidité et de résistance. En plus, vu que l'acier peut avoir une épaisseur très petite (< 1 mm), les éléments sont légers. L'utilisation des structures en acier formé à froid augmente dans le monde entier avec la production de plus de bobines d'acier économique particulièrement sous forme revêtue avec le zinc ou l'aluminium/zinc. Ces bobines sont ensuite formées en sections à parois minces par le procédé de formage à froid. Ils sont communément appelés « sections de calibre léger », car leurs épaisseurs sont normalement inférieures à 3 mm. Cependant, les développements les plus récents ont permis des sections allant jusqu'à 25mm d'être formées à froid, et des sections ouvertes, ayant jusqu'à environ 8mm d'épaisseur, deviennent courantes dans les constructions. L'acier utilisé pour ces sections peut avoir une limite d'élasticité comprise entre 250MPa et 550MPa (Hancock,

1997). La haute limite d'élasticité des aciers est également de plus en plus fréquente que les fabricants d'acier produisent de l'acier à haute résistance plus efficacement. L'utilisation des sections plus minces et des aciers à haute résistance conduit à des problèmes de conception pour les ingénieurs de structure qui ne peuvent pas normalement être rencontrées dans la conception habituel dans les constructions en acier. L'instabilité structurelle des sections est la plus susceptible de se produire en raison de l'épaisseur des sections, ce qui conduit à des charges réduites de flambement et des contraintes, et l'utilisation d'acier à plus haute résistance rend généralement la contrainte de flambement et la résistance des sections à parois minces à peu près égales. En outre, les sections qui peuvent être formés à froid sont souvent beaucoup plus complexe que les profilés d'acier laminés à chaud tels que les sections en I et en U. Elles ont souvent des formes mono-symétriques ou à un point de symétrique, et ont des bords raidis dans les semelles et des raidisseurs intermédiaires dans l'âme large.

Pour dimensionner les profilés métalliques formés à froid soumis à des contraintes de compression ou de flexion, trois classes d'instabilité, appelées instabilités pures, sont distinguées : l'instabilité locale,  $L$ , l'instabilité distorsionnelle,  $D$ , et l'instabilité globale,  $G$ . Dans les codes de calcul, les résistances au flambement des profilés en acier sont calculées en considérant ces trois modes purs d'instabilité tout en tenant compte de leurs différentes interactions, des réserves postcritiques ainsi que des différentes imperfections qui peuvent exister. Ainsi, le point de départ des procédures réglementaires est le calcul des charges critiques élastiques des trois modes purs. Il est donc indispensable de faire une évaluation correcte de la charge critique élastique puisqu'elle est à l'origine de la procédure de dimensionnement. Ceci peut se faire en utilisant des expressions analytiques qui sont longues et parfois itératives. La théorie des plaques est utilisée pour résoudre le problème de l'instabilité locale et celle des poutres pour l'instabilité globale. Quant à la contrainte critique de l'instabilité distorsionnelle, elle peut être calculée par trois méthodes différentes, la méthode de l'Eurocode, la méthode de Hancock et la méthode de Schäfer.

Le principal objectif de ce travail est d'écrire un programme qui nous permet de calculer les contraintes critiques élastiques distorsionnelle, par ces trois méthodes, d'une section en C soumise à la flexion.

# Organisation du mémoire

---

Pour atteindre les objectifs de notre travail, nous avons organisé notre mémoire en quatre chapitres, en plus d'une introduction et d'une conclusion. Dans l'introduction nous avons présenté le contexte et les objectifs de notre travail. Quelques conclusions sur l'intérêt du travail et les résultats obtenus sont présentées dans la dernière partie du document pour clôturer notre travail.

Dans le premier chapitre nous exposons les procédés de fabrication des profilés formés à froid ainsi que, les caractéristiques, les particularités et les avantages que présentent ce type d'éléments. Leurs principales utilisations sont également rehaussées à la fin du chapitre.

Les différents modes d'instabilités de base des profilés formés à froid et les différentes méthodes de calculs des contraintes critiques élastiques de ces modes sont présentés dans le deuxième chapitre.

Les méthodes de calcul de la contrainte critique distorsionnelle d'un élément de structure d'abord soumis à la compression et ensuite à la flexion font l'objet du chapitre trois. Les trois méthodes exposées sont un ensemble d'expressions analytiques des différents modèles utilisés par les différents codes de dimensionnement, l'Eurocode, le code nord-américain et le code australo-new zélandais. Sachant que les caractéristiques géométriques des sections efficaces sont des informations capitales pour le calcul des résistances de ce type d'éléments, nous avons également aborder le calcul, de l'aire efficace  $A_{eff}$ , qui est une donnée capitale pour la compression, et du module d'inertie  $W_{eff}$  nécessaire pour la flexion. Notre objectif est d'élaborer un outil numérique pour effectuer tous ces calculs qui sont long et itératifs. En dernière partie de ce chapitre des organigrammes des programmes réalisés sont présentés.

Dans le dernier chapitre, les résultats obtenus, par les programmes élaborés, sont présentés et discutés.

Enfin on a clôturé ce travail par une conclusion générale résumant les résultats obtenus ainsi que des recommandations pour de futurs travaux dans ce domaine.

## Chapitre 1

# Présentation des éléments en acier formés à froid.

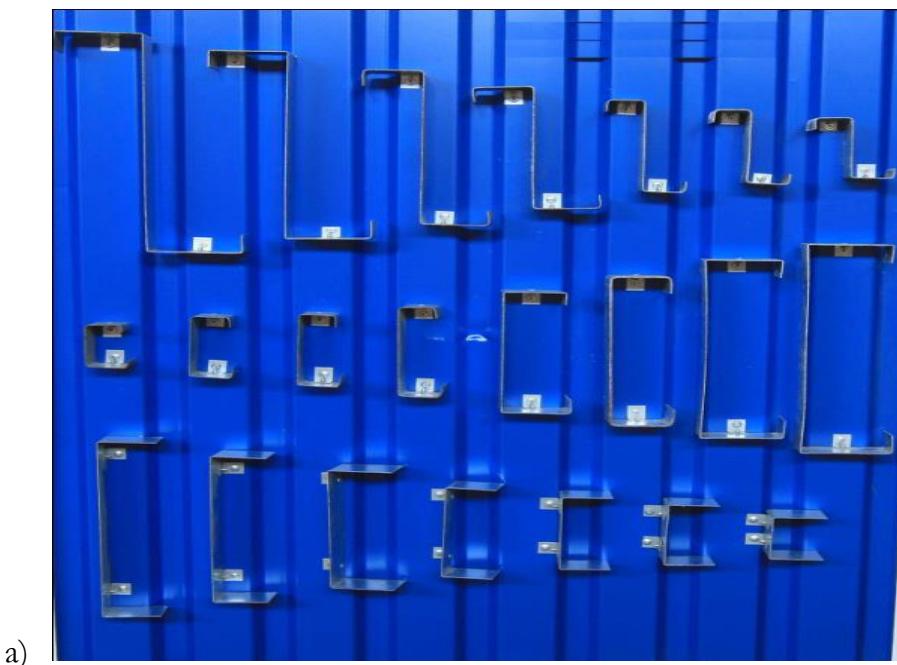
## 1.1 Introduction

Dans la construction en acier, il existe deux grandes familles l'une qui est la plus familière à savoir les profilés laminés à chaud, l'autre moins familière, mais d'une importance croissante, est composée de sections formées à froid à partir de tôles d'acier, ou de barres plates obtenues par des machines de profilage ou par la presse plieuse. Les profilés formés à froid ont des épaisseurs très faibles allant de 0.5 mm à environ 7 mm.

Bien que les profilés en acier formés à froid soient utilisés dans les carrosseries, les pylônes de transmission, les silos à grains et la construction des ponts mais ce qui nous intéresse c'est l'application de ces profilés à épaisseurs minces dans les bâtiments.

Dans ce chapitre nous allons présenter les procédés de fabrication des profilés formés à froid ainsi que les caractéristiques mécaniques de ce type d'éléments.

Les deux formes simples et complexes peuvent être formées pour des applications structurelles et non structurelles comme le montre la figure 1.1. Des normes de conception spéciales ont été développées pour ces sections.





**Figure 1.1.** Collection des formes en acier formés à froid a)  
Sections pour les éléments structuraux; b) Tôles profilés

## 1.2 Sections en acier formées à froid

### 1.2.1 Types de sections

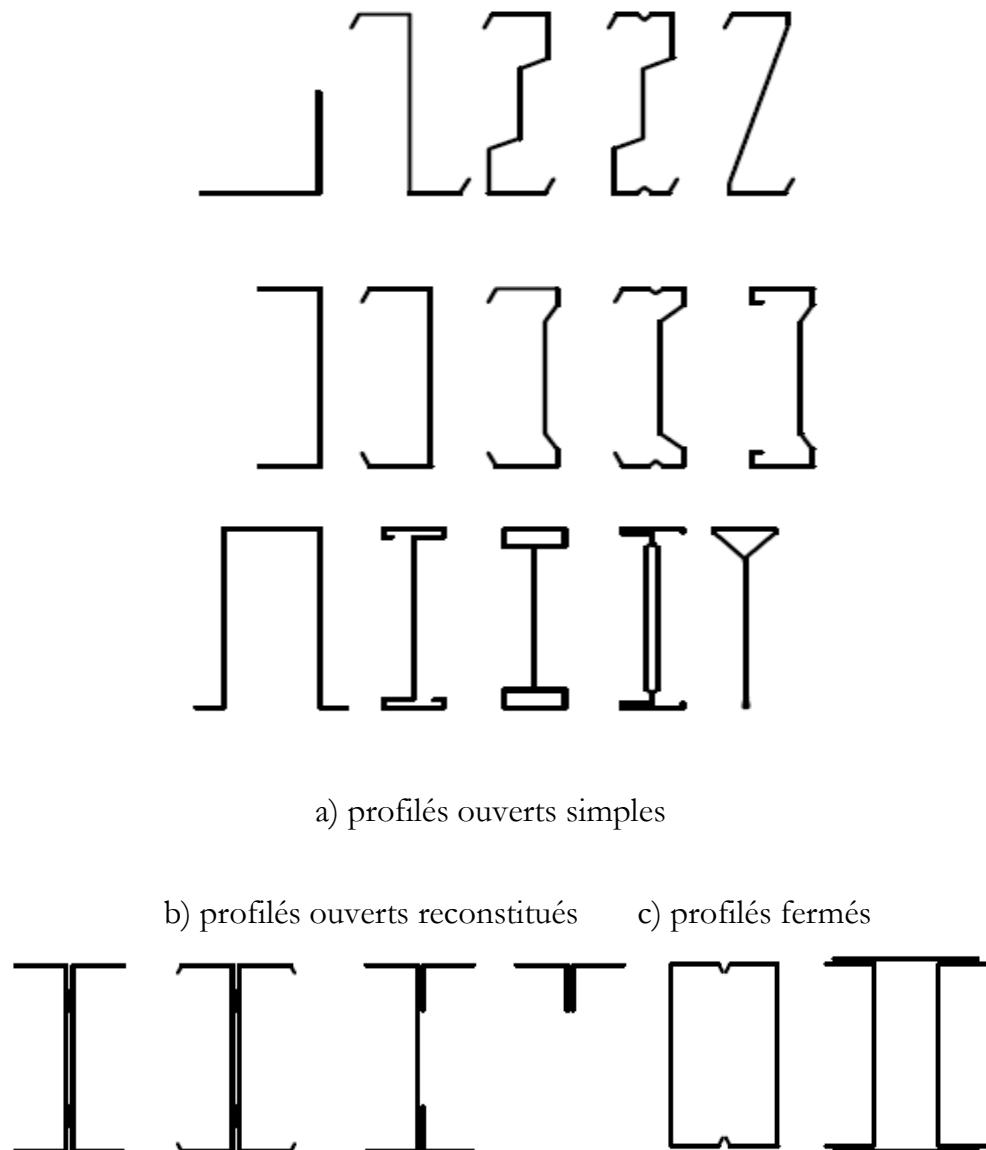
Les éléments formés à froid et les tôles profilées sont des produits en acier fabriqués à partir de bobines ou bien de bandes plates laminées à chaud ou à froid, enrobées ou non. Dans les limites autorisées de tolérances, ils ont des sections constantes ou variables.

Les éléments structuraux formés à froid peuvent être classés en deux grandes catégories :

- Les éléments d'ossatures individuelles ;
- Panneaux et plancher.

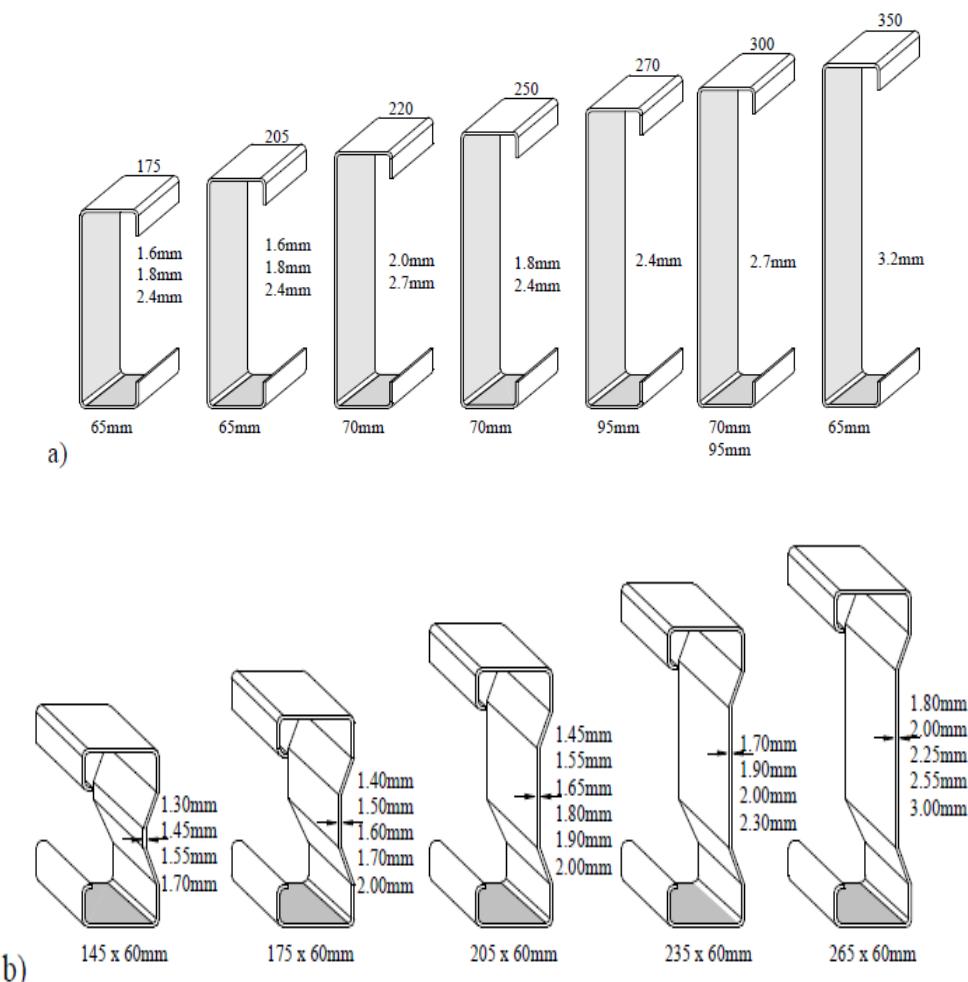
Les éléments structurels individuels (éléments barre) obtenus à partir de ce qu'on appelle les "produits longs", et ils incluent :

- Profilés ouverts simples (Figure 1.2a) ;
- Profilés ouverts reconstitués (Figure 1.2b)
- Profilés fermés reconstitués (Figure 1.2c).



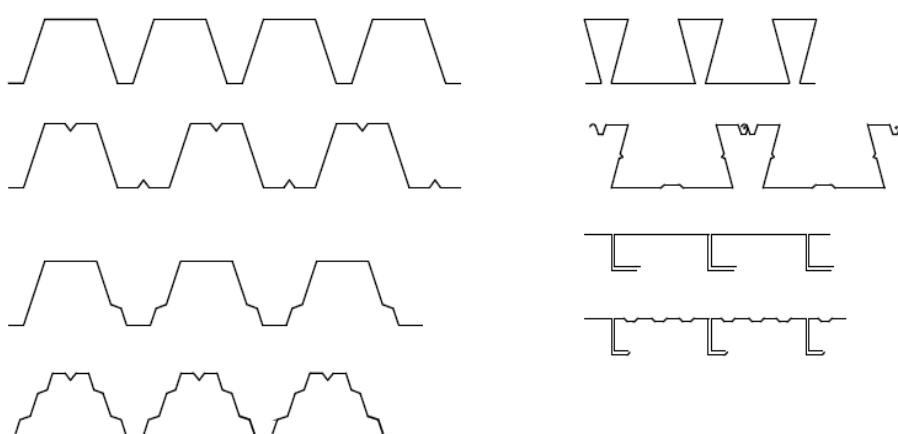
**Figure 1.2.** Différents types de profilés.

Habituellement, la profondeur des sections formées à froid pour des éléments en barre est comprise entre 50-70mm à 350-400mm, avec une épaisseur d'environ 0,5 mm à 6mm. La figure 1.3 montre, comme exemple, quelques séries de sections en C et en sigma  $\Sigma$ .



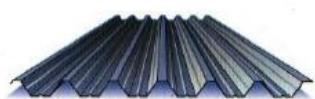
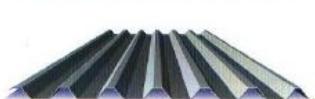
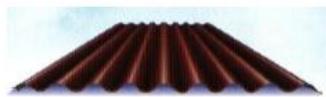
**Figure 1.3.** Types des poutres a) sections en C ; b) sections en  $\Sigma$

Les panneaux et les plateformes sont faits à partir de tôles profilées et de plateaux linéaires. Comme représenté sur la figure 1.4 la profondeur des panneaux s'étend habituellement de 20 à 200 millimètres, alors que l'épaisseur varie de 0.4 à 1.5 millimètres.



**Figure 1.4.** Plaques nervurées et plateaux

Tôles pour les toitures  
( $t=0.45-1.0\text{mm}$ )



Tôles de revêtement mural ( $t=0.45-0.7\text{mm}$ )



Tôles pour les planchers  
( $t=0.6-1.5\text{mm}$ )

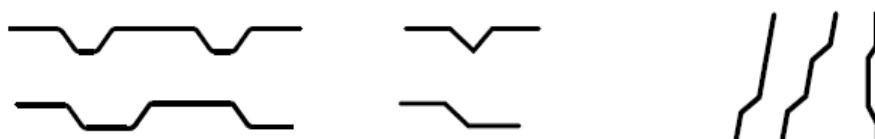


**Figure 1.5.** Exemples de tôles ondulées pour les toitures, revêtements muraux et planchers

Afin d'augmenter la rigidité des sections transversales et des tôles, des bords et des raidisseurs intermédiaires en acier formé à froid sont utilisés (figure 1.6); ils peuvent être facilement identifiés dans les exemples des figures 1.3 et 1.5.



Raidisseurs de bord à pli simple et raidisseurs de bord à double plis



Raidisseurs intermédiaires de semelles et d'âmes

**Figure 1.6.** Différents types de raidisseurs.

### 1.2.2 Fabrication

Les éléments formés à froid sont fabriqués par les procédés de profilage ou de pliage à la presse plieuse. Le profilage consiste à faire passer une bande d'acier en continu à travers une série de rouleaux opposés pour déformer progressivement l'acier plastiquement afin de former la forme souhaitée.

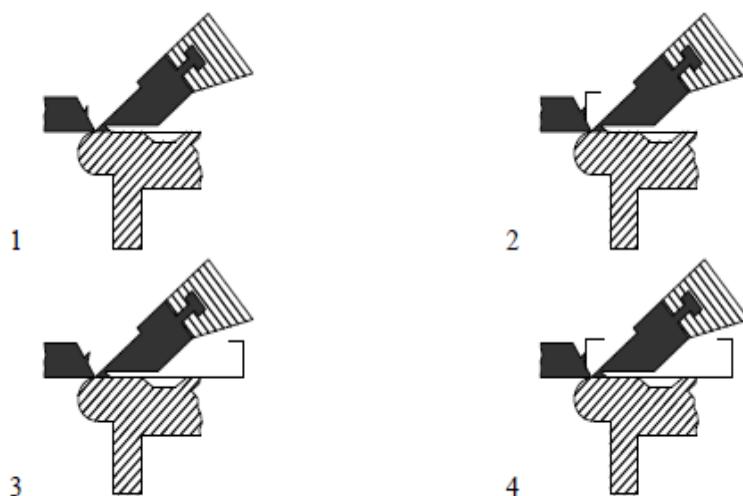
Chaque paire de rouleaux produit une quantité fixe de déformation dans une séquence du type représenté sur la figure 1.7. Chaque paire de rouleaux opposés est appelé une étape comme le montre la figure 1.7. Dans le cas des sections creuses rectangulaires formées à froid, les roulements façonnent d'abord la section en une section circulaire et après une soudure est appliquée entre les bords opposés de la bande avant le roulement final (appelé le classement par taille) dans une forme carrée ou rectangulaire.



**Figure 1.7.** Procédé de profilage

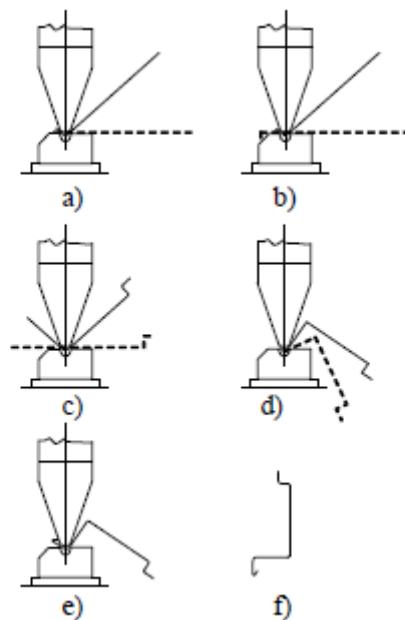
Le pliage est le procèdes le plus simple, il consiste à faire plier la tôle découpée en dimensions bien précises pour obtenir la forme désirée et ceci après l'avoir placée entre les mors d'une plieuse (Figure 1.8). On peut donc réaliser tous les types de section de profilé qu'on peut imaginer.

Dans la fabrication du profilé par pliage, les efforts appliqués à l'élément se concentre dans ses coins arrondis, c'est cela qui donne la particularité, du point de vue comportement, à ces profilés formés à froid.



**Figure 1.8.** Procédé de pliage

La presse plieuse est largement utilisée, ce processus peut produire une plus grande variété de formes en coupe transversale. Les étapes de formations pour la presse plieuse sont illustrées dans la figure ci-dessous (voir figure 1.9). Habituellement, chaque pli est formé séparément.



**Figure 1.9.** Etapes de formage pour une presse plieuse

La mise en place d'une presse plieuse typique est illustrée dans la figure 1.10. Ce procédé présente également des limitations sur la géométrie des profilées qui peuvent être formés et, sur les longueurs des éléments qui peuvent être produits.



**Figure 1.10.** Presse plieuse industrielle

### 1.2.3 Les caractéristiques particulières des sections en acier formées à froid

Comparés à des profilés en acier laminés à chaud, la technologie de fabrication de profilés en acier formés à froid induit certaines caractéristiques particulières. Tout d'abord, le formage à froid conduit à une modification de la courbe contrainte-déformation de l'acier. En ce qui concerne le matériau vierge, le laminage à froid permet une augmentation de la limite d'élasticité et, parfois, la résistance à la rupture qui est importante dans les coins et encore appréciable dans les semelles, tandis que la presse plieuse laisse ces caractéristiques presque inchangées dans les semelles. Le tableau 1.1 résume l'influence du procédé de fabrication sur les forces de base des profilés formés à froid (Ronald, 1988).

| Méthode de formage  |         | Formage à froid  |                |
|---------------------|---------|------------------|----------------|
|                     |         | Laminage à froid | Presse plieuse |
| Limite d'élasticité | Angle   | Élevé            | Élevé          |
|                     | Semelle | Modéré           | --             |
| Force ultime        | Angle   | Élevé            | Élevé          |
|                     | Semelle | Modéré           | --             |

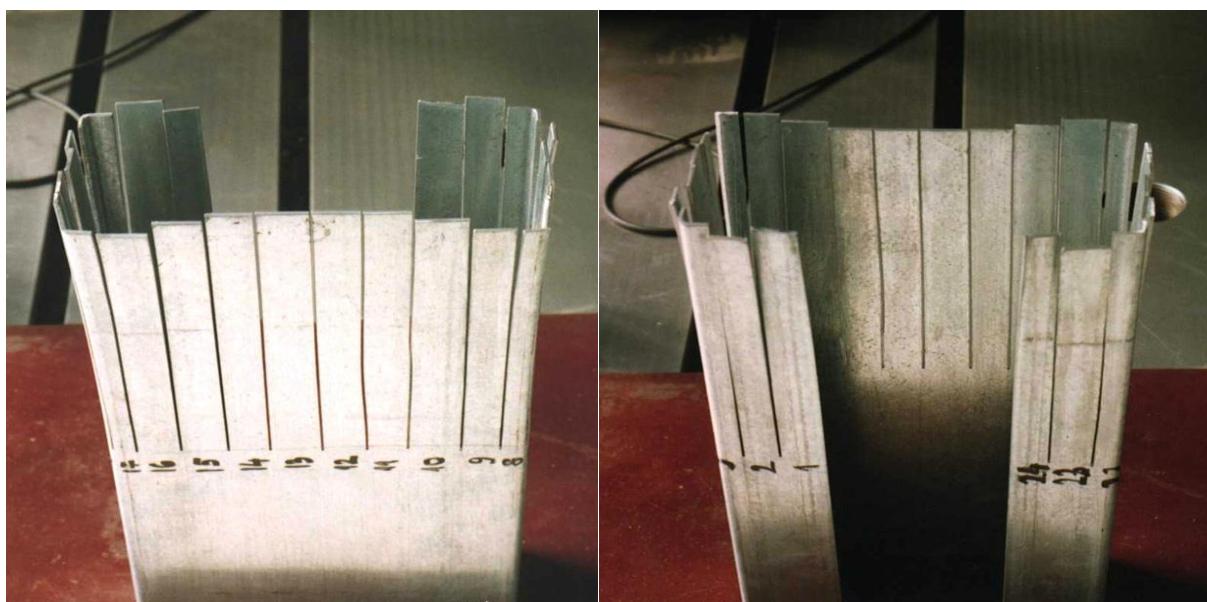
**Tableau 1.1.** Influence du procédé de fabrication sur les forces de base des profilés formés à froid.

L'augmentation de la limite d'élasticité est due à l'écrouissage et dépend du type d'acier utilisé pour le laminage à froid. Au contraire, l'augmentation de la résistance à la rupture est liée au vieillissement, qui est accompagné par une diminution de la ductilité et dépend des propriétés métallurgiques du matériau. Les codes de conception fournissent des formules pour évaluer l'augmentation de la limite d'élasticité des profilés en acier formés à froid, par rapport à celle du matériau de base.

Les Profilés laminés à chaud sont affectés par des contraintes résiduelles, qui résultent du refroidissement de l'air après le laminage à chaud. Ces contraintes sont essentiellement de type membrane, ils dépendent de la forme de section et ont une influence significative sur la force de flambement.

Par conséquent, les contraintes résiduelles sont le principal facteur d'utilisation des différentes courbes de flambement dans la conception en profilés laminés à chaud dans les codes de dimensionnement européens.

Dans le cas de sections en acier formées à froid les contraintes résiduelles sont essentiellement de type flexion, comme le montre la figure 1.11, et leur influence sur la résistance au flambement est moins importante que les contraintes résiduelles de la membrane comme le montre le tableau 1.2 (Bivolaru, 1993).



**Figure 1.11.** Contraintes résiduelles de flexion dans une section en acier formée à froid avec bord tombé (Bivolaru, 1993)

D'autre part, le laminage à froid produit différentes contraintes résiduelles dans la section par rapport à la presse plieuse, comme le montre le tableau 1.2, la force de coupe peut être différente dans le cas où le flambement et la déformation élastique interagissent (Ronald, 1988).

| Méthode de formage                     | Formage à froid  |                |
|--|------------------|----------------|
|  | Laminage à galet | Presse plieuse |
| Contraintes résiduelles de la membrane | Faible           | Faible         |
| Contraintes résiduelles de flexion     | Elevé            | Faible         |

**Tableau 1.2.** Type d'amplitude des contraintes résiduelles dans les sections en acier

### 1.3 Problèmes particuliers de conception en acier formée à froid

L'utilisation des sections à parois minces et les effets de fabrication par formage à froid peuvent conduire à des problèmes de conception spéciaux normalement pas rencontrés lors de l'utilisation des profilés laminés à chaud. Un bref résumé de certains des problèmes particuliers en matière de conception en acier formé à froid sont passés en revue dans ce qui suit : (Dubina, 2005).

Les sections en acier peuvent être soumises à l'un des trois modes d'instabilité de flambement à savoir le mode local, le mode global, et le mode distorsionnelle appelés instabilités de base.

Le mode de flambement local est particulièrement répandu dans les profilés en acier formés à froid, et est caractérisé par le flambement relativement court de la longueur d'onde de l'élément en forme de plaque individuelle.

Le mode de flambement global englobe le mode « Euler » (flexion), le flambement par flexion-torsion et le déversement des poutres. Il est parfois appelé flambement en corps rigide, car toute la section transversale se déplace comme un corps rigide, sans aucune distorsion de la section transversale.

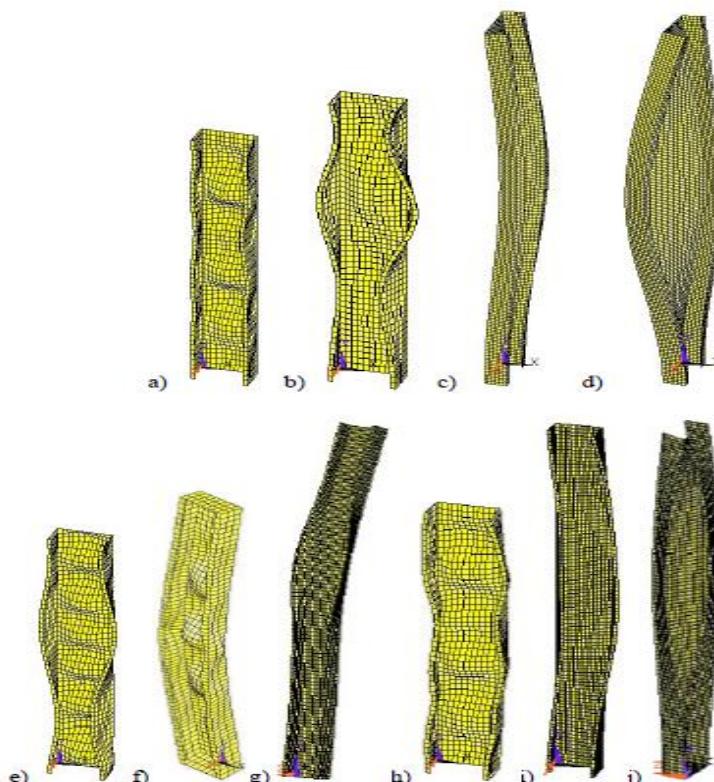
Le mode de flambement de distorsion, comme le terme l'indique, c'est un flambage qui a lieu à la suite de la déformation de la section transversale.

Les sections en acier formées à froid sont caractérisées par un mouvement relatif des lignes de pliage. La longueur d'onde du mode de flambement distorsionnelle est généralement intermédiaire entre celle des modes de flambement local et global.

La complexité des formes des sections a rendu le calcul du mode local de plus en plus compliqué, et le mode distorsionnelle prend une importance croissante.

Les modes de flambement local et distorsionnelle peuvent être considérés comme des modes "de section", et ils peuvent interagir les uns avec les autres ainsi qu'avec le mode de flambement global (Dubina, 1996). La Figure 1.12 montre les modes simples et interactifs (couplés) de flambement pour une section en C en compression. Les résultats ont été obtenus en utilisant une analyse linéaire élastique en éléments finis.

Pour des propriétés géométriques données des éléments de section transversale, les différents modes de flambement dépendent de la longueur de flambement, comme montrés par les courbes de la figure 1.13 (Hancock, 2001). Ces courbes ont été obtenues en utilisant un logiciel d'analyse élastique bandes finies, en analysant et en décrivant la variation de résistance au flambement par rapport à la demi-longueur d'onde.



**Figure 1.12.** Modes de flambement d'une section en C en compression modes simples et modes Couplés (Dubina2002)

Un premier minimum représenté par le point A est présent dans la courbe de la figure 1.13 à une demi-longueur d'onde de 65mm et représente le flambement local dans le modèle représenté.

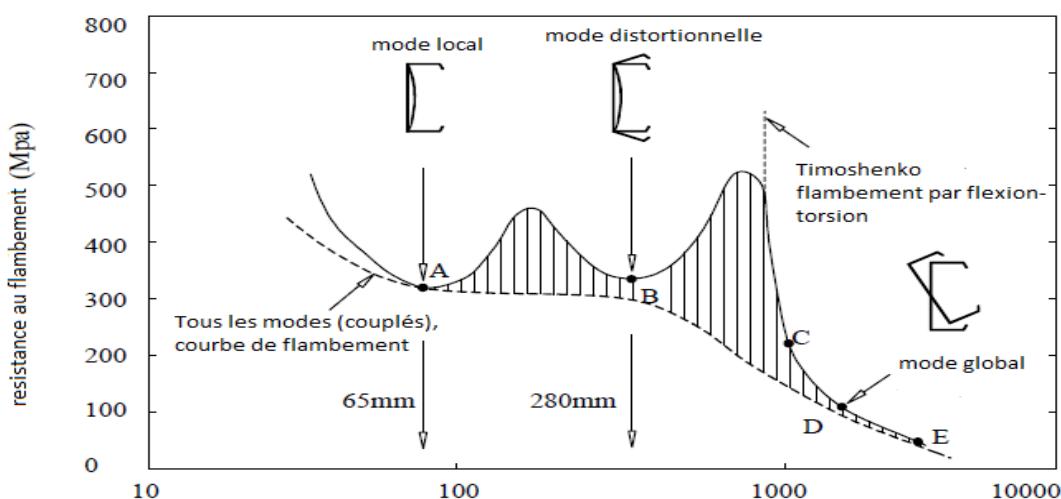
Le mode local se compose principalement de la déformation de l'âme sans déplacement de la ligne de jonction entre l'aile et le bord raidis.

Un second minimum se produit également à un point B à une demi-longueur d'onde de 280 mm dans le modèle montré.

Ce mode est le mode de flambement distorsionnelle puisque le mouvement de la jonction de la ligne entre l'aile et le bord raidisseurs produit sans une rotation de corps rigide ou une translation de la section transversale. Dans certains documents, ce mode est appelé un mode de torsion local.

La contrainte de flambement de distorsion au point Best légèrement supérieure à la contrainte de flambement local au point A.

La section boucle dans une flexion ou mode de flambement par flexion-torsion à grandes longueurs d'onde, comme aux points C, D et E. Pour cette section particulière, le flambement par flexion-torsion se produit à demi-longueurs d'onde jusqu'à environ 1800 mm au-delà duquel le flambement par flexion se produit.



**Figure 1.13.** -résistance au flambement en fonction de la demi-longueur d'onde pour un profilé en C en compression (Hancock, 2001)

La ligne en pointillés dans la figure 1.13, ajouté à la figure originale, montre qualitativement le modèle de tous les modes ou modes couplés.

L'effet de l'interaction entre les modes de flambement sectionnelles et globales des résultats dans l'augmentation de la sensibilité aux imperfections, ce qui conduit à l'érosion de la force de flambage théorique (voir zones hachurées de la figure 1.13). En fait, en raison de la présence inhérente d'imperfections, l'interaction des modes de flambement se produit toujours dans le cas d'éléments à parois minces.

## 1.4 Normes de conception

La recherche et le développement de produit étendus dans le passé a mené aux caractéristiques nationales de conception pour les sections et les structures en acier formées à froid dans beaucoup de pays. Sur le suivant, un examen récapitulatif des caractéristiques principales de conception est présenté.

### 1.4.1 Les normes nord-américaines (AISI, 2007)

La première édition du cahier des charges nord-américain unifié a été préparée et émise en 2001, ainsi que des commentaires. Elle est applicable aux Etats-Unis, au Canada et au Mexique pour la conception des pièces de charpente en acier formées à froid.

Cette édition du cahier des charges a été développée sur la base du cahier des charges de 1996 AISI avec le supplément 1999 (AISI, 1999) et la norme 1994 canadienne (CSA, 1994), qui est basée sur la conception d'état de limite (lsd), comme en Europe et l'Australie.

Puisque le cahier des charges est destiné pour l'usage au Canada, au Mexique et aux Etats-Unis, il était nécessaire de développer un format qui faciliterait la remise de seules conditions dans chaque pays. Ceci a eu comme conséquence un format qui a contenu un document de base, les chapitres A au G, destiné à l'utilisation dans chacun des trois pays, et trois annexes particulières de pays, l'annexe A pour les Etats-Unis, l'annexe B pour le Canada, et l'annexe C relative au Mexique.

Les trois méthodes de conception sont identifiées par ASD, LRFD et LSD. L'utilisation d'ASD et de LRFD est limitée aux USA et au Mexique, et le LSD est limité au Canada.

Une nouvelle méthode de dimensionnement a été développée pour les éléments en acier formés à froid, la méthode de la force directe (Direct Strength Method). Cette dernière a été adoptée en 2004 comme annexe 1 des spécifications nord-américaines pour le dimensionnement des éléments de structures en acier formés à froid. (AISI, 2004).

#### **1.4.2 Les normes australiennes/nouvelles Zélande (AS/NZS, 2005)**

Les normes australienne/new zélandaises (AS/NZS, 2005) sont très semblables aux normes nord-américaines (AISI, 2004). Seulement les AS/NZS4600 utilisent la méthode des états limites (LSD), en plus, des dispositions complémentaires ont été incluses pour le flambement par distorsion. On note aussi que dans l'édition 2005 la méthode de la force directe a été incluse.

#### **1.4.3 Les normes de conception européennes. Eurocode 3 partie 1-3**

EN 1993-1-3 (CEN, 200ä) représente le code européen unifié pour la conception en acier formée à froid, et contient les dispositions particulières pour des applications structurales en utilisant les produits en acier formés à froid faits à partir de feuilles minces enduits ou non-enduits. Il est utilisé pour la conception des bâtiments ou les travaux du génie civil en même temps qu'en 1993- 1-1 (CEN, 200ä) et En1993-1-5 (CEN, 2006b). EN1993-1-3 permet, seulement, la conception par la méthode d'états limites (LSD).

Les dispositions du code sont limitées à l'acier dans l'intervalle d'épaisseur 1.0 - 8.0 millimètres pour des éléments, et 0.5 - 4.0 millimètres pour les couvertures. Les normes EN1993-1-3 sont considérablement plus complexes que les deux autres normes citées plus haut. En outre, la conception du flambement par distorsion est moins explicitement présentée en ce code.

### **1.5 Les domaines d'applications de ce type d'élément.**

Traditionnellement, l'acier formé à froid est utilisé comme pannes et lisses de bardage pour soutenir le revêtement dans des bâtiments de type industriel (figure 1.14).

Ceux-ci sont généralement basées sur les sections en Z (et ses variantes) qui facilite la constitution des manches et des chevauchements pour améliorer l'efficacité des membres dans les applications multi-travée.



**Figure 1.14.** Sections en Z et en C utilisées comme pannes et lisses de bardages

Ce type d'éléments a également été utilisé pour les ossatures en acier (figure 1.15)



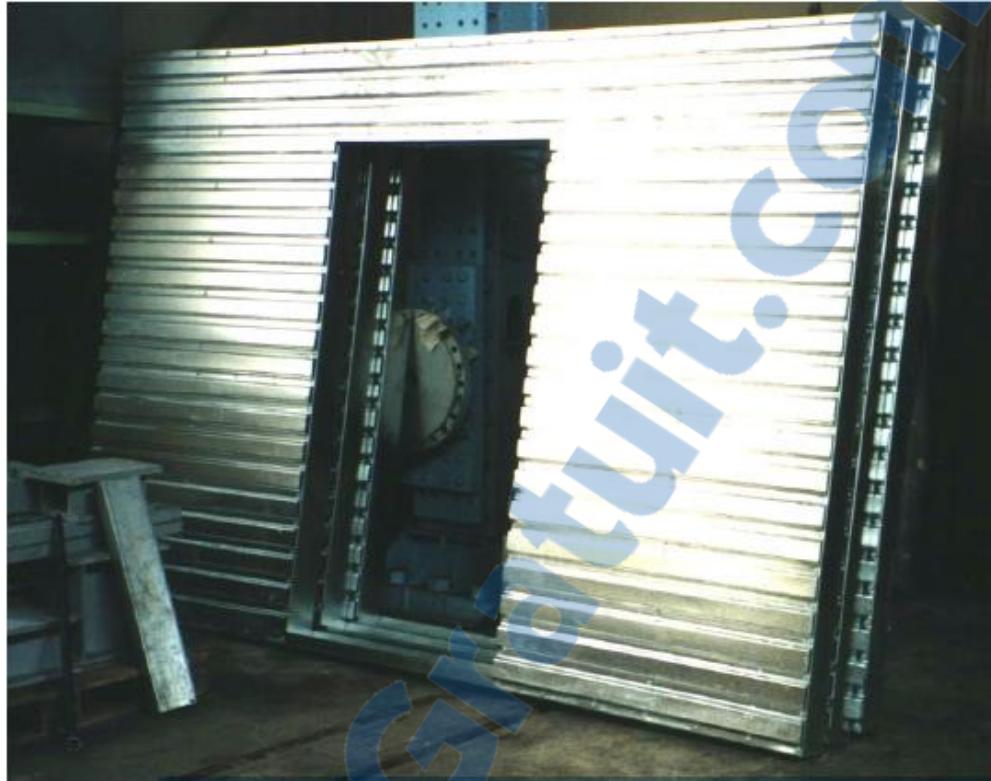
**Figure 1.15.** Ossature en acier formée à froid

Une application spéciale pour les sections très légères est de les utiliser en conjonction avec des panneaux de plaques de plâtre pour former un mur solide mince (figure 1.16).



**Figure 1.16.** Mur à ossature en acier formé à froid

Les éléments en acier formés à froid ont également été utilisés comme de grands panneaux pour des habitations. Les panneaux de mur peuvent être fabriqués en usine et assemblés en unités de logement sur place. Ceci est une extension de l'approche utilisée pour charpente en bois, appelé système "mur à ossature" (figures 1.17, 1.18, 1.19).



**Figure 1.17.** panneaux de murs à ossature en profilés d'acier formés à froid





**Figure 1.18.** Installation des éléments préfabriqués



**Figure 1.19.** maison en système mur à ossature avec des panneaux muraux préfabriqués en acier formé à froid

Les éléments en acier formés à froid peuvent être utilisés comme une alternative aux solives en bois dans les planchers de modeste envergure dans les constructions à usage d'habitation et les petits bâtiments commerciaux (figure 1.20)



**Figures 1.20.** poutrelles d'acier formées à froid positionnées sur la structure mur à ossature portante

Comme le montre les figures 1.21, ils ont également été utilisés dans des **dalles mixtes acier-béton pour les** bâtiments multi étages.





**Figure 1.21.** Plancher mixte acier-béton a) Planchers mixte acier béton avec des tôles et poutres en acier b) Revêtement de structure et des armatures d'une structure mixte acier-béton c) Positionnement des tôles sur des poutres d'acier.

Il y a un certain nombre de fabricants de poutres en treillis et des systèmes de fermes utilisant des profilés en acier formés à froid comme SADEF, METSEC, LINDAB, HAMBRO et autres. Des systèmes de ferme sont montrés par les figures (1.22, 1.23 et 1.24).



**Figure 1.22.** treillis de toit à l'aide de sections C (Constanta, Roumanie)



**Figure 1.23.** Fermes en deux sections de canal intégré pour une structure de grand standing (Alcatel Timisoara, Roumanie)



b)

**Figure 1.24.** Système modulaire mur à ossature (WSMS) pour des tailles petites et moyennes de la construction, installations à l'aide de poutres pour la structure du toit et de la résistance contre les actions horizontales: a) la structure d'encadrement; b) bâtiment achevé (Dubina et al, 2001a)

Les deux photos de la figure 1.25 montrent des rayonnages de stockage pour une utilisation dans des entrepôts et des bâtiments industriels fabriqués à partir de sections

perforées en acier formé à froid. La plupart des systèmes ont des attaches de clip spécial ou joints boulonnés, tel qu'illustré sur la figure 1.26, pour faciliter l'assemblage.



**Figure 1.25.** Les rayonnages de stockage



**Figure 1.26.** attachements de clip spécial ou joints boulonnés

La figure 1.27 montre un treillis à trois dimensions à l'aide des profilés en acier formés à froid.



**Figure 1.27.** Système en treillis

Les unités de constructions préfabriquées transportables est une application commune de l'utilisation de l'acier formé à froid (figure 1.28).





**Figure 1.28.** Unités modulaires préfabriqués utilisés pour les écoles et les bureaux: a) Ecole Américaine à Bucarest b) Immeuble de bureaux c)des conteneurs groupés

## 1.6 Conclusion

L'utilisation des éléments en acier formés à froid dans la construction remonte vers les années 1850, et du fait que ce type d'acier présente de nombreux avantages alors que son domaine d'utilisation s'est varié.

Vu que les éléments en acier formés à froid sont obtenus à partir des tôles minces, ils présentent des épaisseurs très faibles, et par conséquent, ces éléments s'exposent aux modes d'instabilité de base : locale, globale et distorsionnelle.

Plusieurs études sont effectuées pour la détermination de ces modes d'instabilité et des contraintes critiques correspondantes. Mais, des 03 modes considérées, la détermination de la contrainte critique distorsionnelle reste la plus compliquée. A l'heure actuelle, dans le domaine de la recherche, il existe trois méthodes de calcul de cette dernière : l'Eurocode, la méthode de Schäfer (*AISI*) et la méthode de Hancock (*AS/NZS*).

Dans le chapitre suivant, on va développer plus ces trois modes d'instabilité de base et les différentes méthodes de calcul de la contrainte critique.

## Chapitre 2

# Calcul manuel des trois instabilités de base

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les modes d'instabilités de base à savoir le mode local, le mode global et le mode distorsionnelle. Ces derniers peuvent être subis par les profilés formés à froid comprimés et/ou fléchis.

Dans la deuxième partie nous parlerons des méthodes de calcul des contraintes critiques élastiques pour ces modes d'instabilités, pour le mode local on calcule la contrainte critique de voilement, et pour le mode global on calcule la contrainte critique d'Euler, tandis que pour le mode distorsionnelle qui est le plus complexe, trois méthodes se désignent pour le calcul de la contrainte critique qui sont, la méthode suivant l'Eurocode, le code américain AISI, et le code Australien-New Zélande

## 2.2 Les modes d'instabilité de base

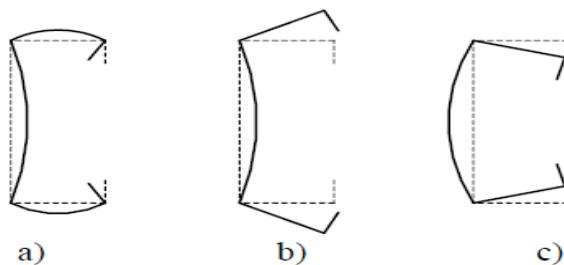
Le mode de flambement local affecte la forme et la résistance de la section transversale de l'élément. Ce mode de flambement, d'un élément plat (par exemple une paroi d'une section en acier formé à froid) quand les deux bords restent droits dans la direction longitudinale, comme il est représenté sur les figures 2.1a et 2.2a, est caractérisé par des demi-longueurs d'onde compatibles avec la largeur de l'élément.

Le mode de flambement distorsionnelle des sections se manifeste par la rotation des composantes « bord/semelle » autour de la jonction « semelle / âme » comme représenté sur la Figure 2.1 (b et c). Le mode distorsionnelle est également connu comme "flambement du raidisseur" ou "flambement en torsion locale". Dans ce cas, le flambement de l'âme et la distorsion de l'ensemble « bord/semelle » se produisent à la même demi-longueur d'onde qui est supérieure à la demi longueur d'onde du mode de flambement local. Dans les sections transversales avec des raidisseurs intermédiaires, le mode de flambement distorsionnelle est caractérisé par un déplacement du raidisseur intermédiaire perpendiculairement au plan de l'élément (voir la figure 2.2b).

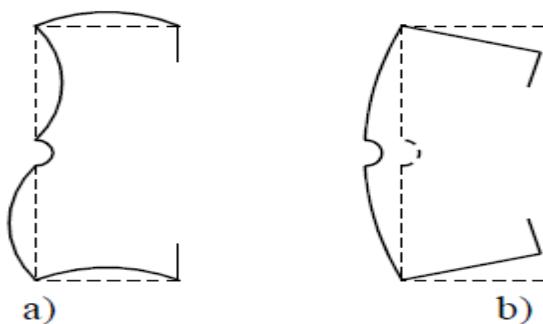
Le flambement de l'âme implique une seule flexion de courbure transversale de l'âme (Schäfer et Peköz, 1999). Le flambement de distorsion peut se produire à cause de l'insuffisance des raidisseurs de bord.

Le flambement local est un phénomène qui caractérise le comportement des plaques minces, et il est résolu en conséquence. Le flambement de distorsion est traité soit comme un problème de flambement critique élastique d'une longue plaque (par exemple assemblage semelle/bord) sur une base élastique (voir CEN, 2006a) ou comme un problème de déversement d'une colonne de section semelle/bord (Schäfer et Peköz, 1999).

Les modes de flambement local et de distorsion peuvent interagir tous les deux avec l'ensemble des modes de flambement (par exemple le mode de flexion ou de flexion-torsion). Ce type d'interaction est classé comme «fort» ou «modérée» et, en raison des imperfections, elles sont caractérisées par une érosion significative de la charge de bifurcation critique théorique.



**Figure 2.1.** le flambement local et de distorsion d'une section en C en compression :a)Mode de flambage local. c) modes de flambage de distorsion.



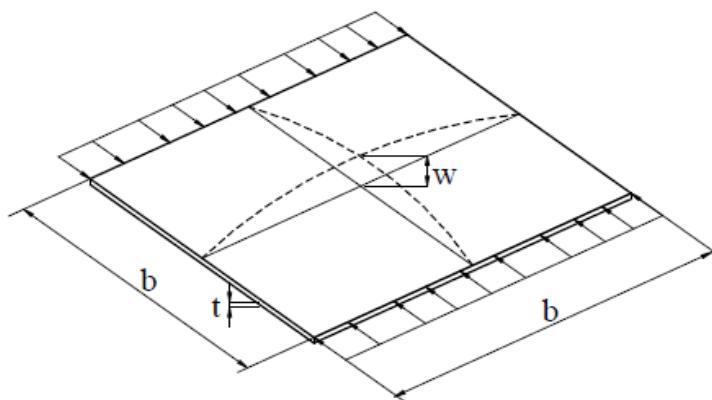
**Figure 2.2.** le flambage local et de distorsion d'une section en C avec âme à raidisseur intermédiaire :a) Mode de flambage local  
b)Mode de flambage de distorsion.

Le flambement local peut se produire simultanément avec le flambage de distorsion, ou à des charges supérieures ou inférieures. Les deux modes peuvent interagir aussi, mais le mode couplé post-critique est stable et, par conséquent, les forces de flambement

locales et de distorsion peuvent être évaluées indépendamment du fait qu'elles se produisent simultanément.

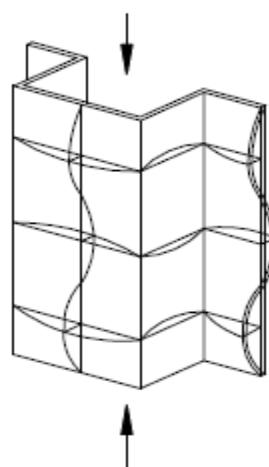
### 2.2.1 Flambement élastique des plaques minces

Considérons une plaque carrée simplement appuyée soumis à une contrainte de compression uniforme dans une direction, elle flambe en une seule courbure dans les deux sens, comme le montre la figure 2.3.



**Figure 2.3.** Une plaque carrée simplement appuyée en compression.

Cependant, dans le cas d'une section à parois minces formée à froid en compression, la longueur d'une paroi de l'élément est plus grande que sa largeur (voir la figure 2.4). Ce type de flambement est appelé "local", car la longueur de flambement est comparable aux dimensions de la section transversale.

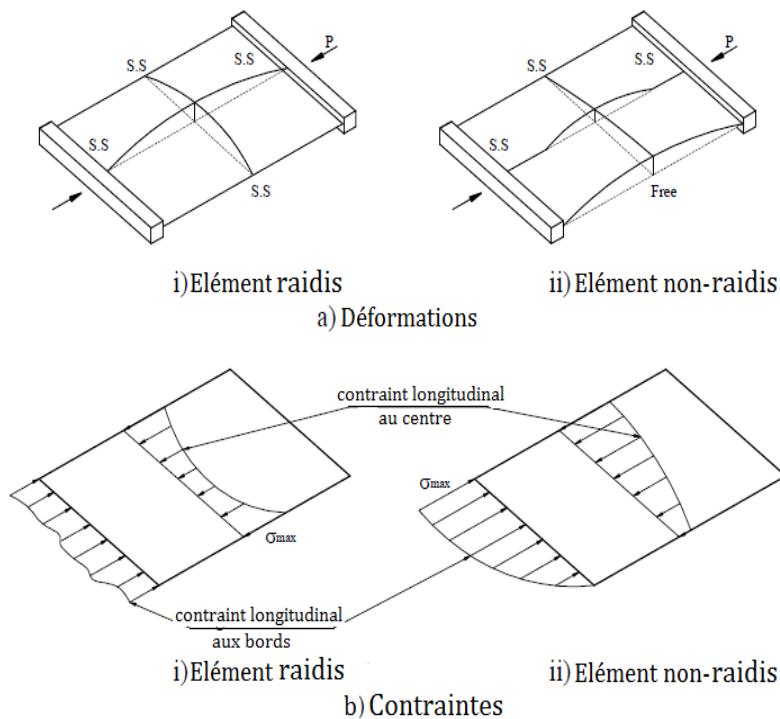


**Figure 2.4.** le flambement local des parois constituant une section à paroi mince formé à froid.

Le flambement local ne résulte pas normalement de la rupture de la section comme le fait le flambement d'Euler par flexion d'une colonne (voir et comparer les figures 2.1(a) et (c)).

Une plaque soumise à une charge de compression uniforme entre les plaques rigides lisses après flambage se déforme comme représenté sur la figure 2.5a et se redistribuer la contrainte de membrane longitudinal de compression uniforme à celles représentées sur la figure 2.5b.

Ceci se produit indépendamment du fait que la plaque est un élément raidi ou non raidi. La plaque continuera à supporter la charge mais avec une rigidité réduite à 40,8% de la valeur élastique linéaire initiale d'un élément carré raidi, et à 44,4% pour un élément carré non raidi (Bulson, 1970). Cependant, la ligne d'action de la force de compression dans un élément non raidi se déplace vers le bord raidi dans l'intervalle Post-flambement.



**Figure 2.5.** Le comportement post flambement des plaques raidies et non raidies (Hancock 1998).

Le mécanisme de l'action post-flambement peut être facilement visualisé à l'aide d'un modèle de grille pour la plaque carrée simplement appuyée en compression comme le montre la figure 2.6 (Winter, 1970). Elle représente une partie carrée de la semelle

comprimée de la section en chapeau de la figure 2.4, correspondant à une demi-onde et est équivalente à la plaque carrée montrée dans la figure 2.3.

Si les entretoises de compression sont des colonnes simples, non pris en charge, sauf aux extrémités, elles flambent simultanément et indépendamment les unes des autres sous des charges extrêmes égales.

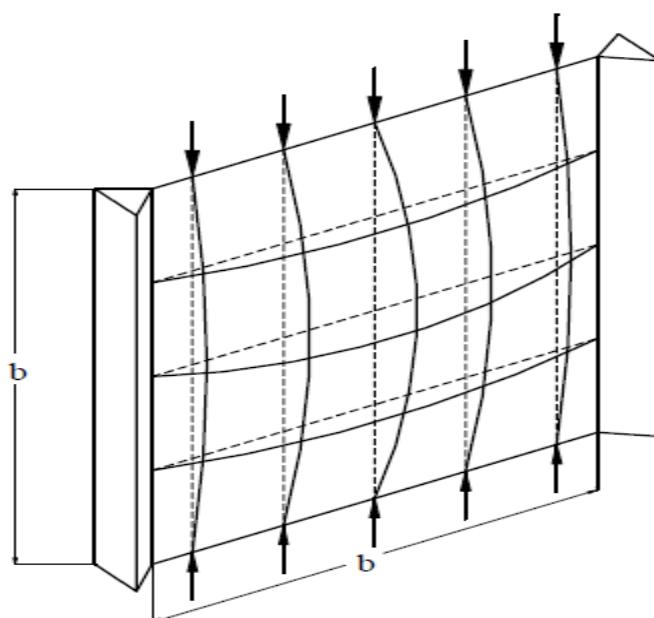
Cependant, l'effondrement des entretoises dans le modèle de grille est empêché par les liens ancrés sur les côtés de la grille, qui offrent une action de type "membrane".

Par conséquent, le modèle de la figure 2.6 (et la plaque qu'il représente) ne cédera pas si sa contrainte de flambement théorique,  $\sigma_{cr}$ , est atteinte.

Ceci est en contraste avec des colonnes indépendantes qui développent de grands déplacements et se déforment une fois le flambement commence.

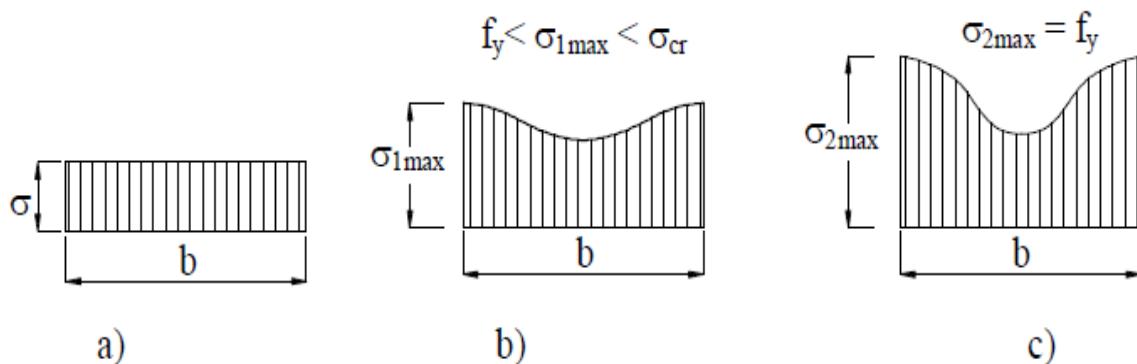
La capacité à supporter des charges au-delà de la charge de flambement est connue comme étant une résistance post-flambement.

Essentiellement, dans le modèle de la grille, les entretoises du centre (ou bandes) deviennent le plus et ont tendance à transférer une partie de leurs charges à leurs voisins moins déviés, tandis que les entretoises (ou bandes) à proximité du bord continuent de résister à la charge croissante avec pratiquement aucune déviation supplémentaire.



**Figure 2.6.** Modèle de grille d'une plaque simplement appuyée chargée

Ceci explique la forme des diagrammes d'effet, dans la phase de pré-contrainte présentés dans la figure 2.5b. En flambement les contraintes sont réparties uniformément (voir la figure 2.7a), alors qu'après flambement qu'ils deviennent non uniforme (voir Figure 2.7b) et se concentre en permanence à proximité des bords pris en charge comme la charge augmente, jusqu'à ce que la limite d'élasticité est atteinte (voir Figure 2.7c) et la plaque commence à flamber.



**Figure 2.7.** répartition des contraintes consécutive dans les éléments raidis en compression :a) l'étape précritique ;b) l'étape post-critique intermédiaire ; c) l'étape post-critique ultime

Le comportement d'une plaque idéale (parfaite) et d'une plaque réelle (imparfaite) est représenté sur la figure 2.8.

Compte tenu de la courbe contrainte-déformation pour la plaque idéale, on peut observer que, dans l'étape pré-critique  $\sigma < \sigma_{cr}$ , le comportement de la plaque est linéaire, caractérisé par un état de contrainte plane, alors que lorsque le point de contrainte critique est atteint, $\sigma = \sigma_{cr}$ , la plaque perd soudainement de la rigidité (voir Figure 2.8b) et une augmentation significative de la déviation se produit(voir la figure 2.8a).

Le chemin de post-critique dépend des conditions de support de bord, de la répartition des contraintes appliquées (par exemple, une compression uniforme ou non uniforme) et des caractéristiques matérielles.

Le comportement peut continuer à rester élastique  $\sigma_{cr} < \sigma < f_y$ , et en raison de l'effet « membrane » (simulé dans la figure 2.6) une action de stabilisation se produit, en raison de laquelle les réserves de contraintes post-critique sont disponible.

Le comportement de la plaque dans cet intervalle est décrit par des équations non-linéaires d'équilibre de contrainte et de compatibilité de contrainte, bien connu comme équations de VonKarman-Marguerre (vonKarman1910 ;Marguerre, 1938).Le « retard de la membrane » est l'explication du comportement élastique non-linéaire dans cette intervalle.

Quand la limite d'élasticité est atteinte au point  $\sigma = \sigma_{pl}$ , la courbe contrainte-déplacement change de forme, et la plaque commence son comportement élastoplastique. Dans le domaine  $\sigma < \sigma_{pl}$ , le chemin de déchargement est entièrement réversible. Pour cette raison, le point  $\sigma = \sigma_{pl}$  est aussi appelé le point « de réversibilité » (Bourrier & Brozzetti, 1996).Le comportement à ce point correspond à la répartition des contraintes comme le montre la figure 2.7 c'est-à-dire.Dans la phase où  $\sigma > \sigma_{pl}$  la plaque perd rapidement sa rigidité et atteint vite la résistance ultime,  $f_u$ .Pour tenir compte de la rigidité réduite de la plaque dans la phase post-critique, le comportement de la plaque dans cette partie n'est pas régie par le module d'élasticité, «E», mais par le «module tangent», « $E_t$ », ou par le «module sécant» « $E_s$ » (Bleich 1952 ; Stowell, 1948 ;Gérard,1946).En effet, en raison de la faible épaisseur de la plaque, la réserve de résistance post-élastique des plaques d'acier formé à froid est généralement pas significative et ne peut pas être pris en compte dans la pratique.Ainsi, pour des buts pratiques de conception, le point de référence de la résistance ultime a été pris comme  $\sigma = \sigma_{pl}$ . Par conséquent, on parle de la force « post-critique » des plaques minces d'acier et non pas de leurs forces « poste-élastique ».

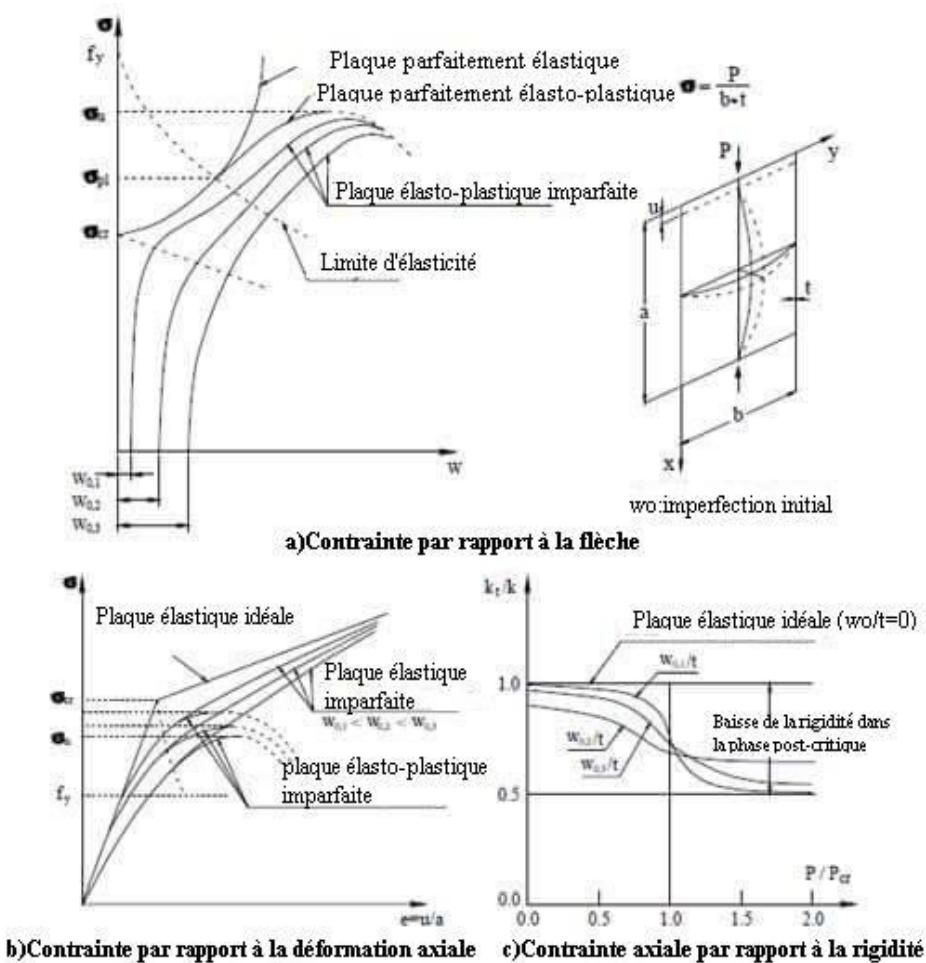


Figure 2.8 : Comportement de la plaque idéale et réelle simplement appuyée pour une contrainte uniaxiale

Lorsque les deux imperfections, géométriques et matérielles sont présentes (c'est à dire, des déflections initiales et les contraintes résiduelles), ce qui est le cas pour les plaques réelles, le comportement est caractérisé par un processus de déformation régulier, comme on le voit dans la figure 2.8.

En effet, dans la pratique, il est vraiment difficile de déterminer les points  $\sigma_{cr}$  et  $\sigma_{pl}$ , et souvent, au cours des essais  $\sigma_u$  est pris comme  $\sigma_{cr}$  et vice versa. Par conséquent, pour la plaque mince imparfaite, l'intervalle  $\sigma_u - \sigma_{cr}$  est vraiment petit.

Le comportement post-flambement élastique de la plaque peut être analysé en utilisant la théorie des grandes déflections. À cet effet, l'équation différentielle suivante a été introduite par Von Karman en 1910

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{t}{D} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.1)$$

Où  $F$  est la fonction d'Airy de la contrainte définissant la contrainte de la fibre médiane de la plaque,

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad (2.2a)$$

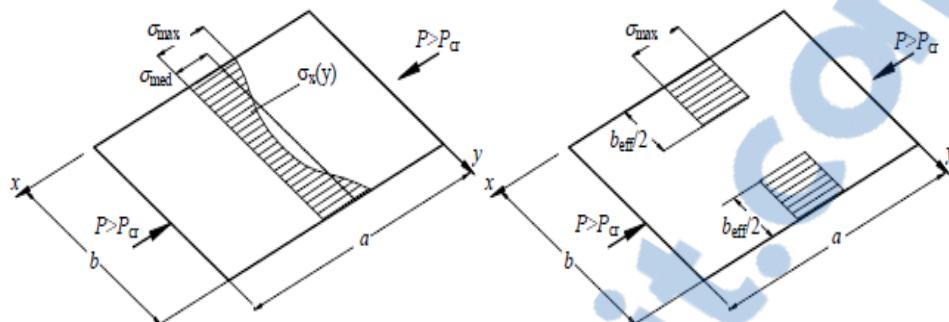
$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (2.2b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (2.2c)$$

Il a été constaté que la solution de l'équation différentielle pour de grandes déflexions a peu d'application dans la conception pratique en raison de sa complexité. Pour cette raison, le concept de la «largeur effective» a été introduit par Von Karman et Alen en 1932. Dans cette approche, au lieu de considérer la distribution non uniforme de la contrainte,  $\sigma_x(y)$ , sur toute la largeur de la plaque  $B$ , on a supposé que la charge totale,  $P$ , est porté par une largeur effective fictive,  $b_{eff}$ , soumis à une contrainte uniformément répartie égale à la contrainte de bord,  $\sigma_{max}$ , comme le montre la figure 3.9.

La largeur  $b_{eff}$  est choisie de telle sorte que la surface sous la courbe de la répartition de la contrainte non uniforme réelle est égale à la somme des deux parties de la forme rectangulaire équivalente (zone ombrée de la figure 2.9) avec une largeur totale  $b_{eff}$  et une intensité de contrainte égale à la contrainte au bord  $\sigma_{max}$ , qui est,

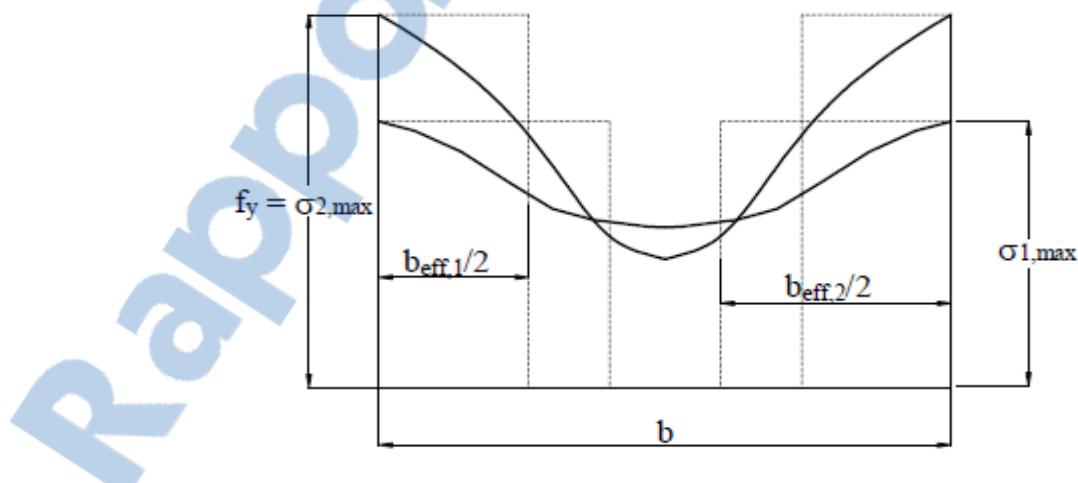
$$P = \sigma_{med} \cdot b \cdot t = \int_0^b \sigma_x(y) \cdot t \cdot dy = \sigma_{max} \cdot b_{eff} \cdot t \quad (3.3)$$



**Figure 2.9.** Répartition des contraintes dans une plaque simplement appuyée, uni axialement comprimée a) la distribution de la contrainte réelle, b) la distribution de la contrainte équivalente sur la base de l'approche de la largeur efficace

L'amplitude de la largeur effective,  $b_{eff}$ , change lorsque l'amplitude  $\sigma_{max}$ , change (voir figure 2.10).

Par conséquent, la largeur efficace minimum résulte lorsque  $\sigma_{max}$ , égale à  $f_y$  (voir figure 2.7c).



**Figure 2.10.** Changement de la largeur efficace en fonction de la contrainte de bord maximale.

Dans la limite  $\sigma_{max} = f_y$ , on peut également considérer que la largeur  $b_{eff}$  représente une largeur particulière de la plaque pour laquelle la force de la plaque est obtenue lorsque la contrainte appliquée ( $\sigma_{max} = f_y$ ) provoque le flambement.

Par conséquent, pour une longue plaque, la valeur de  $b_{eff}$  à utiliser pour la conception de force peut être déterminée à partir de l'équation. (2.5) comme suit :

$$\sigma_{max} = f_y = \frac{k_\sigma \cdot \pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - v^2) \cdot (b_{eff}/t)^2} = \sigma_{cr,eff} \quad (2.4)$$

Où

$$b_{eff} = \frac{\sqrt{K_\sigma} \cdot \pi}{\sqrt{12 \cdot (1 - v^2)}} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.5)$$

Où

$$b_{eff} = C \cdot t \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.6)$$

Avec

$$C = \sqrt{K_\sigma \cdot \pi^2 / 12 \cdot (1 - v^2)} \quad (2.7)$$

C : est une constante pour un type donné d'élément en forme de plaque, en fonction de la valeur du coefficient de flambement,  $K_\sigma$ .

Si  $K_\sigma = 4$ ,  $v = 0.3$ , et  $C = 1.9$ , l'équation devient :

$$b_{eff} = 1.9 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.8)$$

Qui représente la formule Von Karman pour la conception d'éléments raidis comme dérivé en 1932.

Étant donné que la contrainte de flambement critique élastique de la plaque complète est donnée par,

$$\sigma_{cr} = \frac{k_\sigma \cdot \pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - v^2) \cdot (b/t)^2} \quad (2.9)$$

En suite par remplacement

$$\frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \quad (2.10)$$

L'élancement réduit ou relatif de la plaque,  $\bar{\lambda}_p$ , est défini comme suit :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \cdot \frac{b}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{b/t}{28.4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k}} \quad (2.11)$$

Avec  $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$

A la fin, la largeur effective,  $b_{eff}$ , d'une paroi mince (par exemple la plaque) en compression, de largeur b, est calculée avec la formule suivante :

$$b_{eff} = \rho \cdot b \quad (2.12)$$

Avec

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \leq 1 \quad (2.13)$$

$\rho$  est le facteur de réduction de la plaque dans la partie post-flambement.

L'équation (2.12) est en fait une autre forme de la formule initiale Von Karman donnée par l'équation (2.5). L'équation (2.10) donne la largeur effective dans l'état limite ultime (voir Figure 2.7c).

Dans la phase post-flambage intermédiaire, lorsque  $\sigma_{cr} < \sigma_{max} < f_y$ , (voir Figure 3.7b) la largeur effective peut être obtenue à partir de :

$$b_{eff} = C \cdot t \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_{max}}} \quad (2.14)$$

Où

$$\frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{max}}} \quad (2.15)$$

Avec l'élancement relatif correspondant de la plaque définie comme,

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{cr}}} \quad (2.16)$$

L'équation (2.7) pour C, laquelle pour des plaques simplement supportée sur les deux bords longitudinaux (à savoir  $\mathbf{k}_\sigma = 4$ ) conduit à la valeur de 1,9, a été confirmée par un test de plaques avec de grands rapports  $\frac{b}{t}$ . Par conséquent, pour les plaques avec rapports intermédiaires  $\frac{b}{t}$ , en 1946 Winter a proposé de remplacer l'expression de C avec :

$$C = 1.9 \cdot \left[ 1 - 0.415 \cdot \left( \frac{t}{b} \right) \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right] \quad (2.17)$$

Ce qui conduit à l'équation de la largeur efficace bien connue

$$\rho = b_{eff}/b = \sqrt{(\sigma_{cr}/f_y)} \cdot (1 - 0.22 \cdot \sqrt{(\sigma_{cr}/f_y)}) \leq 1 \quad (2.18)$$

Où, en termes de l'élancement relatif de la plaque,  $\bar{\lambda}_p$ ,

$$\rho = \frac{b_{\text{eff}}}{b} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \cdot \left( 1 - \frac{0.22}{\bar{\lambda}_p} \right) \quad (2.19)$$

La largeur effective dépend à la fois de la contrainte au bord  $\sigma_{max}$  et le rapport  $\frac{b}{t}$ . La plaque est pleinement efficace lorsque  $\rho=1$ , à savoir  $b=b_{eff}$ . Il est facile de montrer que cela se produit lorsque  $\bar{\lambda}_p \leq 0,673$ .

$$\frac{b}{t} < \left( \frac{b}{t} \right)_{\lim} = 16.69 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma} \quad (2.20)$$

Avec

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_y} \quad (2.21)$$

Si  $k_\sigma = 4$  et  $k_\sigma = 0,425$  sont remplacés dans l'équation. (2.20) pour le bord simplement appuyé raidit ou élément plaque de type âme, et pour les éléments de plaque non raidis avec un bord longitudinal libre, ou des éléments de type semelle, les rapports limites suivantes  $\frac{b}{t}$  sont obtenus.

Les limites des rapports  $\left( \frac{b}{t} \right)_{\lim}$  pour des nuances d'acier habituelles S235, S275 et S355 sont présentées dans le tableau 2.1.

| Nuance d'acier | $f_y (N/mm^2)$ | Type d'élément plaque |             |
|----------------|----------------|-----------------------|-------------|
|                |                | Raidies               | Non raidies |
| S235           | 235            | 38                    | 12.5        |
| S275           | 275            | 35                    | 11.5        |
| S355           | 355            | 31                    | 10          |

**Tableau 2.1.** Valeurs de  $(b/t)$  pour des éléments plaques raidies et non raidies

Le procédé de la largeur effective ou équivalente conduit à des règles de conception simple et donne une indication sur le comportement de la plaque quand la condition finale est approchée. Cependant, il est difficile de prouver la validité de cette approche, notamment en raison de la nature approximative des hypothèses initiales faites par Von Karman en ce qui concerne les deux «bandes de bord» qui définissent la partie efficace de la plaque. Par conséquent, Winter a adapté la formule semi-empiriquement de Von Karman et il a remplacé l'équation (2.13) afin d'intégrer au mieux les résultats des tests.

La formule Winter (2.19) pour la largeur effective est utilisée dans les principales dispositions des codes de conception des structures en acier à paroi mince (CAN,2006a ; AISI 100-07 ; AS /NZS4600 : 2005).

Malgré son caractère semi-empirique, la formule de Winter conduit à des résultats tout à fait satisfaisants pour les éléments en plaque raidis de type (âme). Cependant, pour les éléments en plaque raidis de type (semelle), cette formule utilisée avec un coefficient de déformation égal à 0,425 ou 0,43 est trop conservatrice à la fois pour la résistance et la rigidité. Des propositions alternatives ont été faites par plusieurs auteurs (Von Karman et Al, 1932 ; Fischer & Zhu, 1996).

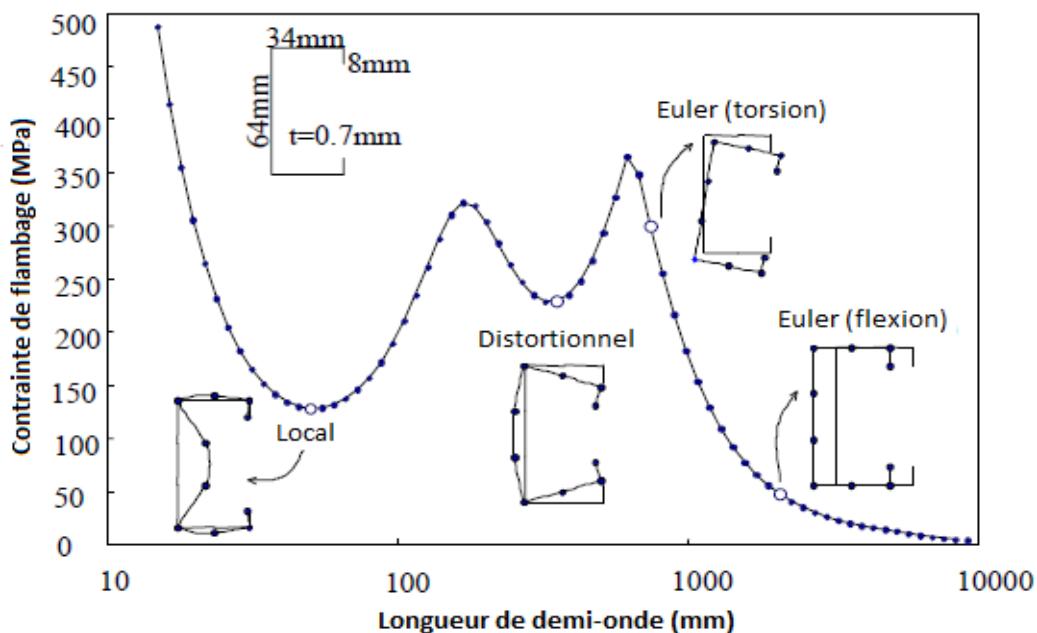
L'intuition pour le comportement de flambement local est relativement simple : quand le rapport largeur–épaisseur ( $b/t$ ) augmente, la contrainte critique de flambement local devient plus faible. Ce fait sert bien l'ingénieur dans la conception pour le voilement local. Une intuition similaire pour le flambement distorsionnelle n'est pas aussi simple.

### **2.2.2 Le mode de flambement distorsionnelle**

Le mode de flambement distorsionnelle des éléments de section transversale en C soumis à la compression est régi par la rigidité à la rotation de la jonction âme/semelle. Des âmes profondes sont plus souples et offrent donc moins de rigidité de rotation à la jonction âme/semelle. Si la semelle est étroite, le flambement local de l'âme se produit à des longueurs d'onde proches du flambement distorsionnelle de la semelle, et le mode distorsionnelle se forme à des contraintes plus faibles que celle du flambement local. Si la semelle est trop large, le flambement local n'est pas le souci, mais la taille du raidisseur nécessaire pour maintenir la semelle en place est la préoccupation. Pour des longueurs de raidisseurs pratiques, les semelles larges conduisent aussi à de faibles contraintes de

distorsion. Les raidisseurs plus longs sont avantageux contre la distorsion de la semelle, mais deviennent trop sensibles au flambement local.

La longueur d'onde du flambement distorsionnelle est généralement intermédiaire entre celles des modes locaux et globaux, comme le montre la figure 2.11



**Figure 2.11.** Modes de flambement élastique en fonction des longueurs de demi onde pour un élément en C (analyse bandes finies par Schäfer 2001)

Les méthodes de calcul manuel pour prédire les contraintes élastiques du mode de flambement distorsionnelle des sections simples telle que les sections en C ont été établie par Hancock en 1987 et par Schäfer et Peköz en 1999. Cependant ces méthodes de calcul manuel sont relativement compliquées.

#### 2.2.2.1 La méthode donnée dans la norme EN1993-1-3 : 2006

L'Eurocode EN 1993-1-3 ne prévoit pas de dispositions explicites pour le flambement distorsionnelle. Toutefois, une procédure de calcul peut être obtenue à partir de l'interprétation des règles données dans le code pour les éléments en plaque avec bord ou des raidisseurs intermédiaires en compression.

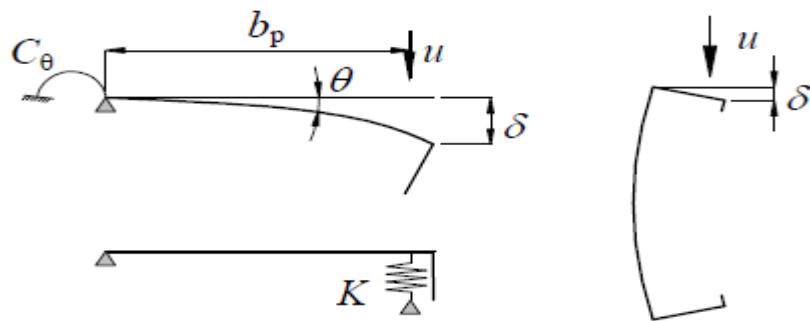
La conception des éléments en compression, avec des raidisseurs de bord ou des raidisseurs intermédiaires, est basée sur l'hypothèse selon laquelle le raidisseur se

comporte comme une barre comprimée avec un maintien partiel continu, dont la rigidité du ressort dépend des conditions aux limites et de la rigidité de flexion des parois adjacentes.

La rigidité  $k$  du ressort associé à un raidisseur peut être déterminée par l'application d'une charge unitaire  $u$  par unité de longueur, comme illustré sur la figure 2.12. La rigidité du ressort en rotation  $C_\theta$  caractérise la rigidité à la flexion de la partie âme de la section transversale. La rigidité du ressort  $k$  par unité de longueur peut être déterminée à partir de

$$k = u/\delta \quad (2.22)$$

Où,  $\delta$  est la flèche du raidisseur sous l'effet de la charge unitaire  $u$ .

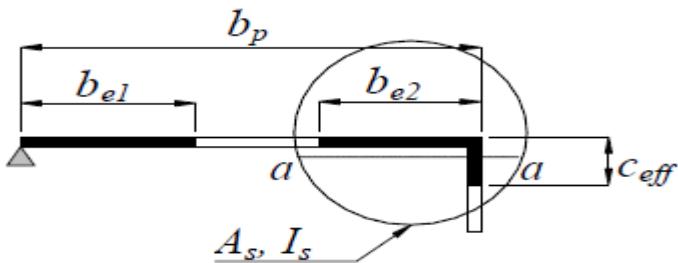


**Figure 2.12.** Détermination de la rigidité de ressort  $K$  selon la norme EN1993-1-3

La contrainte critique élastique pour une longue semelle sur une fondation élastique ou la longueur d'onde est libre de se développer est donnée par l'expression de Timoshenko

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_s}{A_s \cdot \lambda^2} + \frac{I}{A_s \cdot \pi^2} k \cdot \lambda^2 \quad (2.23)$$

$A_s$  et  $I_s$  sont l'aire de la section transversale efficace et le moment d'inertie du raidisseur respectivement selon la norme EN1993-1-3, comme cela est illustré sur la figure 3.13 pour un renfort de bord.  $\lambda = \frac{L}{m}$  où  $L$  est la demi-longueur d'onde et  $m$  est le nombre de demi-longueurs d'onde.



**Figure 2.13.** Zone de section transversale efficace d'un raidisseurs de bord

Dans le cas des raidisseurs intermédiaires, la procédure est similaire, mais la rigidité en rotation est ignorée en raison d'éléments plans adjacents et l'élément plan rigidifié est supposé être simplement appuyé.

En effet, pour les éléments avec bord ou des raidisseurs intermédiaires, la conception contre le flambement distorsionnelle est limitée à la vérification de l'efficacité du raidisseur. Pour une analyse plus complète, le code donne la liberté pour le concepteur d'utiliser des méthodes numériques.

Cependant, lors de la vérification de la résistance au voilement d'un membre ou d'effectuer une deuxième analyse du système de commande, pour le calcul des valeurs de  $A_{eff}$ , et  $\omega_{eff}$  l'élancement  $\lambda_p$  de la plaque doit être basé soit sur  $saf_y$  limite d'élasticité  $f_{yb}$  ou  $\sigma_{com,Ed}$  basée sur une deuxième analyse du système de commande.

L'application de la deuxième approche nécessite généralement une procédure itérative pour le deuxième calcul de l'ordre dans lequel les forces internes et les moments sont déterminés avec les sections efficaces définies avec les forces internes et des moments déterminés de l'itération précédente. Pour le calcul de la largeur effective à l'état limite de service le facteur de réduction  $\rho$  doit être déterminé d'une manière similaire, mais en utilisant l'élancement réduit de la plaque  $\bar{\lambda}_{p,ser}$  donnée par :

$$\bar{\lambda}_{p,ser} = \bar{\lambda}_p \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{com,Ed,ser}}{f_{yb}}} \quad (2.24)$$

Où

$\sigma_{com,Ed,ser}$  est la plus grande contrainte de compression dans l'élément concerné (calculé sur la base de la section transversale effective) sous chargement à l'état limite de service.

| Distribution de contrainte (compression positive) | Largeur efficace $b_{eff}$  |                       |      |                                |      |                     |
|---|---|-----------------------|------|--------------------------------|------|---------------------|
|   | $\psi = 1$<br>$b_{eff} = \rho \cdot b_p$<br>$b_{e1} = 0.5 \cdot b_{eff}; b_{e2} = 0.5 \cdot b_{eff}$                    |                       |      |                                |      |                     |
|   | $1 > \psi \geq 0$<br>$b_{eff} = \rho \cdot b_p$<br>$b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} \cdot b_{eff}; b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$ |                       |      |                                |      |                     |
|   | $\psi < 0$<br>$b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho b_p / (1-\psi)$<br>$b_{e1} = 0.4 \cdot b_{eff}; b_{e2} = 0.6 b_{eff}$    |                       |      |                                |      |                     |
| $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$                      | $1$   | $1 > \psi > 0$        | $0$  | $0 > \psi > -1$                | $-1$ | $-1 > \psi \geq -3$ |
| coefficient de flambement<br>$k_\sigma$           | 4.0   | $8.2 / (1.05 + \psi)$ | 7.81 | $7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2$ | 23.9 | $5.98(1-\psi)^2$    |

Tableau 2.2. Eléments de compression internes

| Distribution de contrainte (compression positive) |      |                         | Largeur efficace $b_{eff}$                                     |                                |      |  |  |
|---|------|-------------------------|--|--------------------------------|------|--|--|
|   |      |                         | $1 > \psi \geq 0$<br>$b_{eff} = \rho \cdot c$                  |                                |      |  |  |
|   |      |                         | $\psi < 0$<br>$b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho c / (1 - \psi)$ |                                |      |  |  |
| $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$                      | 1    | 0                       | -1   | $1 \geq \psi \geq -3$          |      |  |  |
| coefficient de flambement $k_\sigma$              | 0.43 | 0.57                    | 0.85   | $0.57 - 0.21\psi + 0.07\psi^2$ |      |  |  |
|   |      |                         | $1 > \psi \geq 0$<br>$b_{eff} = \rho \cdot c$                  |                                |      |  |  |
|   |      |                         | $\psi < 0$<br>$b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho c / (1 - \psi)$ |                                |      |  |  |
| $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$                      | 1    | $1 > \psi > 0$          | 0  | $0 > \psi > -1$                | -1   |  |  |
| coefficient de flambement $k_\sigma$              | 0.43 | $0.578 / (\psi + 0.24)$ | 1.70   | $1.7 - 5\psi + 17.1\psi^2$     | 23.8 |  |  |

Tableau 2.3. Eléments de compression en console

Pour déterminer la largeur effective d'un élément semelle soumis au gradient de contrainte, le rapport de contrainte  $\Psi$  utilisé dans le tableau 2.2 et le tableau 2.3 peut être basé sur les propriétés de la section transversale brute.

Pour déterminer la largeur effective d'un élément âme le rapport de contraintes  $\Psi$  utilisées dans le tableau 2.2 peut être obtenu à l'aide de la surface effective de la semelle en compression, mais la surface brute de l'âme.

Les propriétés des sections efficaces peuvent être affinées par itération, dans ce cas le rapport de contrainte  $\Psi$  est basé sur la section transversale effective de l'itération précédente. Le nombre minimal d'itérations lorsqu'il s'agit des gradients de contrainte est de deux.

## 2.3 Calcul manuel des contraintes critiques des instabilités de base.

### 2.3.1 Le mode local ou voilement

Pour le calcul de la contrainte critique élastique de voilement, on peut utiliser deux solutions manuelles, la méthode des éléments, une solution simple avec une large applicabilité, ou la méthode de l'interaction qui est une solution pour le flambement local plus précise, mais à applicabilité limitée.

La charge critique locale pour les poteaux est donnée par l'expression ci-dessous

$$P_{crl} = A_g \sigma_{crl} \quad (2.25)$$

Et le moment critique local pour les poutres s'écrive

$$M_{crl} = S_g \sigma_{crl} \quad (2.26)$$

Avec  $A_g$  l'aire de la section transversale,  $S_g$  le module de section à la fibre extrême comprimée, et  $\sigma_{crl}$  la contrainte critique de voilement qui est calculée par l'expression de la contrainte de voilement

$$\sigma_{crl} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - v^2)} \left(\frac{t}{w}\right)^2 \quad (2.27)$$

Où  $E$  est le module de Young,  $v$  est le coefficient de Poisson,  $t$  est l'épaisseur de l'élément,  $w$  sa largeur et  $k$  le coefficient de voilement qui dépend des conditions aux limites et du chargement de l'élément.

Les solutions manuelles pour le voilement reposent sur l'utilisation de ce coefficient de voilement.

### 2.3.1.1 Les éléments raidis

| Pour l'AISI                           | Pour l'Eurocode  |
|---------------------------------------|--|
| $k = 4 + 2(1 - \psi)^3 + 2(1 - \psi)$ | $k = \frac{8.2}{1.05 + \psi} \text{ si } 1 > \psi > 0$       |
|                                       | $k = 7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2 \text{ si } 0 > \psi > -1$ |

Avec  $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$  où  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont les contraintes aux bords de la paroi.

Dans le cas d'une paroi raidie soumise à un effort de compression pure et un effort de flexion pure, les valeurs du coefficient de voilement pour les deux codes sont données par les mêmes valeurs et sont résumés dans le tableau ci-dessous

| Un effort de compression pure | Un effort de flexion pure |
|-------------------------------|---------------------------|
| $\sigma_1 = \sigma_2$         | $\sigma_1 = -\sigma_2$    |
| $\psi = 1$                    | $\psi = -1$               |
| $k = 4$                       | $k = 24$                  |

### 2.3.1.2 Les éléments non raidis

Pour les éléments non raidis l'Eurocode et l'AISI utilisent les mêmes expressions. Le coefficient de voilement est donné par

- Dans le cas d'un élément non raidi uniformément comprimé

$$k = 0.43 \quad (2.28)$$

- Si la paroi non raidie est soumise à un gradient de contraintes tout en étant totalement comprimée  $0 < \psi < 1$  :

- ✓ Dans le cas où la contrainte diminue vers le bord libre :

$$k = \frac{0.578}{\psi + 0.34} \quad (2.29)$$

- ✓ Dans le cas où la contrainte augmente vers le bord libre :

$$k = 0.57 - 0.21\psi + 0.07\psi^2 \quad (2.30)$$

➤ Pour une paroi dont un bord est en compression  $\sigma_1$  et le deuxième est en traction  $\sigma_2$  :

- ✓ Si le bord libre est comprimé :

$$k = 0.57 + 0.21\psi + 0.07\psi^2 \quad (2.31)$$

- ✓ Si le bord appuyé est comprimé :

$$k = 1.70 + 5\psi + 17.1\psi^2 \quad (2.32)$$

### 2.3.2 Le mode distorsionnelle

#### 2.3.2.1 Selon l'AISI

La charge critique élastique du mode distorsionnelle est donnée par l'expression qui suit

$$P_{\text{crd}} = A_g \sigma_{\text{crd}} \quad (2.33)$$

Le moment critique :

$$M_{\text{crd}} = S_f \sigma_{\text{crd}} \quad (2.34)$$

Où  $A_g$  est l'aire brute de la section transversale,  $S_f$  est le module de section élastique, et  $\sigma_{\text{crd}}$  est la contrainte critique élastique distorsionnelle.

La contrainte critique élastique distorsionnelle prend différentes expressions en fonction de la forme de la section transversale du profilé et du chargement.

a. Recommandations simplifiées pour les sections C et Z avec raidisseurs simples.

$$50 \leq h_0/t \leq 200$$

$$25 \leq b_0/t \leq 100$$

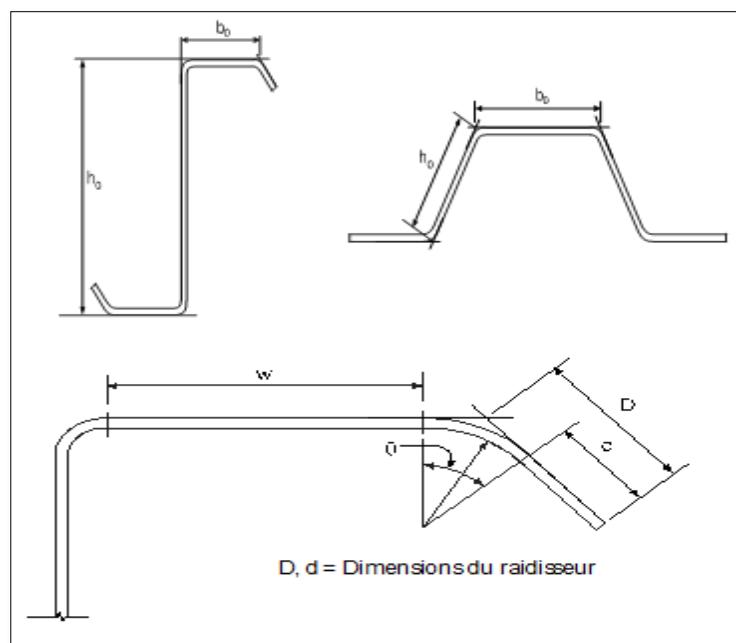
$$6.25 < D/t \leq 50$$

$$45^\circ \leq \theta < 90^\circ$$

$$2 \leq h_0/b_0 \leq 8$$

$$0.04 \leq D \sin \theta / b_0 \leq 0.5$$

Où  $h_0$ ,  $b_0$ ,  $D$  et  $\theta$  sont les dimensions définies sur la figure 2.14



**Figure 2.14.** Les différentes grandeurs géométriques

La contrainte distorsionnelle dans le cas de la compression simple et de la flexion simple pour les profilés de sections en C, en Z et en chapeau qui vérifient les limitations géométriques ci-dessus, peut être obtenue à partir des équations suivantes :

➤ Si le profilé est comprimé

$$\sigma_{\text{crd}} = \alpha k_d \frac{\pi^2 E}{12(1 - v^2)} \left(\frac{t}{b_0}\right)^2 \quad (2.35)$$

Avec

$$k_d = 0.05 \leq 0.1 \left(\frac{b_0 D \sin \theta}{h_0 t}\right)^{1.4} \leq 8 \quad (2.36)$$

Et

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{pour } L_m \geq L_{cr} \\ (L_m/L_{cr})^{\ln(L_m/L_{cr})} & \text{pour } L_m < L_{cr} \end{cases} \quad (2.37)$$

Où

$$L_{cr} = 1.2 h_0 \left(\frac{b_0 D \sin \theta}{h_0 t}\right)^{0.6} \leq 10 h_0 \quad (2.38)$$

$L_m$  est la distance entre les raidisseurs qui empêchent le flambement par distorsion,  $E$  est le module de Young de l'acier et  $v$  est son coefficient de Poisson.

➤ Si le profilé est fléchi

$$\sigma_{\text{crd}} = \beta k_d \frac{\pi^2 E}{12(1 - v^2)} \left(\frac{t}{b_0}\right)^2 \quad (2.39)$$

Avec

$$k_d = 0.5 \leq 0.6 \left(\frac{b_0 D \sin \theta}{h_0 t}\right)^{1.4} \leq 8 \quad (2.40)$$

Et

$$\beta = 1 \leq 1 + 0.4 \left(\frac{L}{L_m}\right)^{0.7} \left(1 - \frac{M_1}{M_2}\right)^{0.7} \leq 1.3 \quad (2.41)$$

Où

$$L = \min(L_{cr} ; L_m)$$

$$L_{cr} = 1.2h_0 \left( \frac{b_0 D \sin \theta}{h_0 t} \right)^{0.6} \leq 10h_0 \quad (2.42)$$

**b. Cas de sections en C et en Z ou toute autre section ouverte ayant des semelles égales où les raidisseurs sont simples ou complexes**

- La contrainte distorsionnelle dans le cas de la compression

$$\sigma_{crd} = \frac{k_{\phi fe} + k_{\phi we} + k_\phi}{k_{\phi fg} + k_{\phi wg}} \quad (2.43)$$

**$k_{\phi fe}$**  est la rigidité élastique de rotation fournie par la semelle à la jonction âme/semelle et est donnée par

$$k_{\phi fe} = \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \left( EI_{xf}(x_0 - h_x)^2 + EC_{wf} - E \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_0 - h_x)^2 \right) + \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 GJ_f \quad (2.44)$$

**$k_{\phi we}$**  est la rigidité élastique de rotation fournie par l'âme à la jonction âme/semelle et se calcule par l'expression ci-dessous

$$k_{\phi we} = \frac{Et^3}{6h_0(1-v^2)} \quad (2.45)$$

**$k_\phi$**  est la rigidité de rotation apportée par les éléments rigidifiant la jonction âme/semelle (0 si la semelle n'est pas rigidifiée). Si les rigidités apportées aux deux semelles sont différentes, la plus petite des deux est utilisée.

**$k_{\phi fg}$**  est la rigidité géométrique de rotation exigée par la semelle à la jonction âme/semelle et est donné par

$$k_{\phi fg} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left( A_f \left( (x_0 - h_x)^2 \left( \frac{I_{xyf}}{I_{yf}} \right)^2 - 2y_0(x_0 - h_x) \left( \frac{I_{xyf}}{I_{yf}} \right) + h_x^2 + y_0^2 \right) + I_{xf} + I_{yf} \right) \quad (2.46)$$

**$k_{\phi wg}$**  est la rigidité géométrique de rotation exigée par l'âme à la jonction âme/semelle et est calculée par la formule ci-dessous

$$k_{\phi wg} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{th_0^3}{60} \quad (2.47)$$

Où

$$L = \min(L_{cr}; L_m)$$

Avec

$$L_{cr} = \left( \frac{6\pi^4 h_0 (1 - v^2)}{t^3} \left( I_{xf}(x_0 - h_x)^2 + C_{wf} - \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_0 - h_x)^2 \right) \right)^{1/4}$$

➤ La contrainte distorsionnelle dans le cas de la flexion :

$$\sigma_{crd} = \beta \frac{k_{\phi fe} + k_{\phi we} + k_\phi}{\tilde{k}_{\phi fg} + \tilde{k}_{\phi wg}} \quad (2.48)$$

**$\beta$**  est une valeur qui tient compte du gradient de moments qu'il est permis de prendre de façon conservative égale à **1**. Il est en général donné par

$$\beta = 1 \leq 1 + 0.4 \left( \frac{L}{L_m} \right)^{0.7} \left( 1 - \frac{M_1}{M_2} \right)^{0.7} \leq 1.3 \quad (2.49)$$

Où

$$L = \min(L_{cr}; L_m)$$

Avec

$$L_{cr} = \left( \frac{4\pi^4 h_0 (1 - v^2)}{t^3} \left( I_{xf}(x_0 - h_x)^2 + C_{wf} - \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_0 - h_x)^2 \right) + \frac{\pi^4 h_0^4}{720} \right)^{1/4} \quad (2.50)$$

Les différentes rigidités sont données par les expressions suivantes

$$\mathbf{k}_{\Phi fe} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \left( EI_{xf}(x_0 - h_x)^2 + EC_{wf} - E \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_0 - h_x)^2 \right) + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 GJ_f \quad (2.51)$$

$$\mathbf{k}_{\Phi fg} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left( A_f \left( (x_0 - h_x)^2 \left(\frac{I_{xyf}}{I_{yf}}\right)^2 - 2y_0(x_0 - h_x) \left(\frac{I_{xyf}}{I_{yf}}\right) + h_x^2 + y_0^2 \right) + I_{xf} + I_{yf} \right) \quad (2.52)$$

$$\mathbf{k}_{\Phi we} = \frac{Et^3}{12(1-v^2)} \left( \frac{3}{h_0} + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{19h_0}{60} + \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \frac{h_0^3}{240} \right) \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{k}_{\Phi wg} \\ &= \frac{h_0 t \pi^2}{13440} \left( \frac{(45360(1 - \xi_{ame}) + 62160) \left(\frac{L}{h_0}\right)^2 + 448\pi^2 + \left(\frac{h_0}{L}\right)^2 (53 + 3(1 - \xi_{ame}))\pi^4}{\pi^4 + 28\pi^2 \left(\frac{L}{h_0}\right)^2 + 420 \left(\frac{L}{h_0}\right)^4} \right) \end{aligned} \quad (2.54)$$

Le gradient de contrainte dans l'âme est  $\xi_{ame} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_2}$  ( $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont les contraintes au niveau des extrémités opposées de l'âme.  $\sigma_1 > \sigma_2$  la compression est positive, la traction est négative et les contraintes sont calculées sur la base de la section brute)

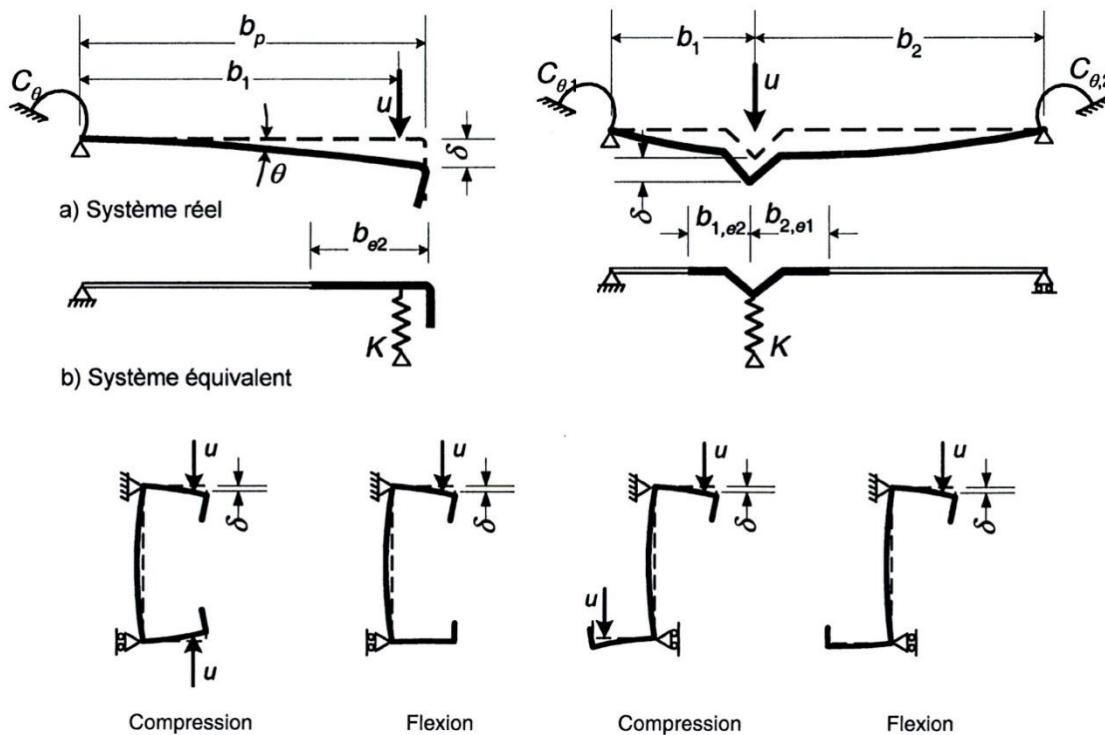
Avec,  $I_{xf}$  est le moment d'inertie de la semelle par rapport à l'axe  $x$ .  $I_{yf}$  est le moment d'inertie de la semelle par rapport à l'axe  $y$ .  $I_{xyf}$  est le produit d'inertie de la semelle.

$h_x$  est la distance suivant  $x$  du centre de gravité au centre de cisaillement de la semelle.

$x_0$  est la distance suivant  $x$  de la jonction âme/semelle au centre de gravité de la semelle.

$C_{wf}$  est la constante de gauchissement de la semelle.

### 2.3.2.2 Selon l'Eurocode



**Figure 2.15.** Détermination de la rigidité du ressort.

La rigidité  $\mathbf{k}$  du ressort associé à un raidisseur est déterminée par l'application d'une charge unitaire  $\mathbf{u}$  par unité de longueur (voir la figure 2.15). Elle est donnée sous la forme suivante

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{u}}{\delta} \quad (2.55)$$

Avec

$\delta$  est la flèche du raidisseur sous l'effet de la charge unitaire  $\mathbf{u}$  agissant au centre de gravité de la section efficace.

La contrainte critique élastique distorsionnelle peut être obtenue à partir d'une analyse numérique de flambement élastique.

#### c. Parois munies de raidisseurs de bord

La contrainte critique distorsionnelle dans ce cas est donnée par

$$\sigma_{\text{crd}} = \frac{2\sqrt{kEI_s}}{A_s} \quad (2.56)$$

**k** est la rigidité du ressort par unité de longueur calculée par l'équation (2.55), et dont la flèche **δ** égale à

$$\delta = \theta b_p + \frac{ub_p^3}{3} \frac{12(1-v^2)}{Et^3} \quad (2.57)$$

Avec  $\theta = \frac{ub_p}{c_\theta}$ ,  $I_s$  est le moment d'inertie de la section efficace du raidisseur et  $A_s$  est la section efficace du raidisseur montrée par la figure 3.calculée en suivant les étapes détaillées dans l'Eurocode 3

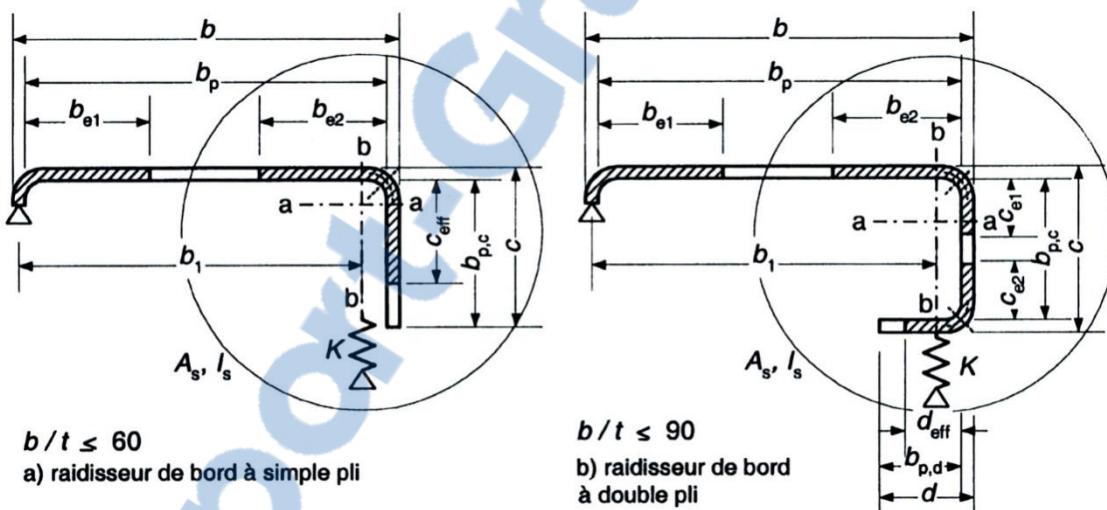


Figure 2.16. Raidisseurs de bord.

Dans le cas de raidisseurs de bord de profils en C et en Z, la rigidité de ressort  $k_1$  pour la semelle 1 (Figure 3.15) est donnée par l'expression suivante :

$$k_1 = \frac{Et^3}{4(1-v^2)(b_1^2 h_w + b_1^3 + 0.5b_1 b_2 h_w k_f)} \quad (2.58)$$

**b<sub>1</sub>** est la distance entre la jonction âme/semelle et le centre de gravité de l'aire efficace du raidisseur de bord de la semelle 1.

**b<sub>2</sub>** est la distance entre la jonction âme/semelle et le centre de gravité de l'aire efficace du raidisseur de bord de la semelle 2. **h<sub>w</sub>** est la hauteur de l'âme, **k<sub>f</sub> = 0** si la semelle 2 est tendue, et **k<sub>f</sub> = A<sub>s1</sub> / A<sub>s2</sub>** si la semelle 2 est comprimée.

**A<sub>s1</sub>** et **A<sub>s2</sub>** sont les aires efficaces du raidisseur de bord des semelles 1 et 2 respectivement.

#### d. Parois munies de raidisseurs intermédiaires (voir la figure 4)

La contrainte critique distorsionnelle est également donnée par l'équation (2.56). La rigidité des ressorts en rotation **C<sub>θ1</sub>** et **C<sub>θ2</sub>** est prise égale à zéro, et la flèche **δ** sera comme suit

$$\delta = \frac{u b_1^2 b_2^2}{3(b_1 + b_2)} \frac{12(1 - \nu)}{E t^3} \quad (2.59)$$

**I<sub>s</sub>** est le moment d'inertie de la section efficace du raidisseur, pris égal à celui de son aire efficace **A<sub>s</sub>** par rapport à l'axe neutre **a - a** de sa section transversale efficace.

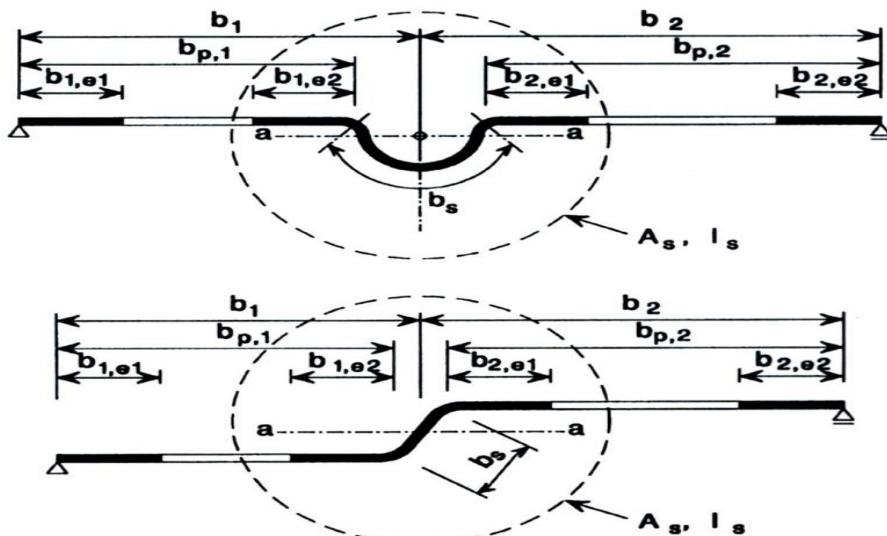


Figure 2.17. Raidisseurs intermédiaires.

### 2.3.3 Le mode global ou Eulérien

#### 2.3.3.1 Selon l'AISI

La contrainte critique pour des sections non sujettes à un flambement par torsion ou par flexion-torsion est donnée par la formule d'Euler

$$\sigma_{cre} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \quad (2.60)$$

Où **E** est le module de Young de l'acier, **K** est le coefficient de flambement, **L** la longueur du profilé non raidie latéralement et **r** est le rayon de giration.

Pour des sections doublement symétriques ou mono-symétriques soumises à un flambement par torsion ou par flexion-torsion, la contrainte critique est la plus petite des valeurs calculées par l'équation (2.60) et l'équation ci-dessous

$$\sigma_{cre} = \frac{1}{2\beta} \left[ (\sigma_{ex} + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_{ex} + \sigma_t)^2 - 4\beta\sigma_{ex}\sigma_t} \right] \quad (2.61)$$

$$\text{Avec } \beta = 1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2 \quad (2.62)$$

Et

$$\sigma_t = \frac{1}{Ar_0^2} \left[ GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{(k_t L_t)^2} \right] \quad (2.63)$$

où **G** est le module de cisaillement, **J** est la constante de Saint Venant de torsion, **C<sub>w</sub>** est la constante de gauchissement, **A** est l'aire brute et **r<sub>0</sub>** est le rayon de giration polaire donné par l'expression suivante

$$r_0 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + x_0^2} \quad (2.64)$$

$r_x$  et  $r_y$  sont les rayons de giration de la section transversale autour des axes principaux,  $x_0$  est la distance du centre de cisaillement au centre de gravité le long de l'axe principal  $\mathbf{x}$ , prise négative. L'axe  $\mathbf{x}$  est l'axe de symétrie de la section.

Et

$$\sigma_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_x L_x}{r_x}\right)^2} \quad (2.65)$$

$K_x$  est le facteur de longueur effective de flexion autour de l'axe  $\mathbf{x}$ , et  $L_x$  est la longueur du profilé entre les entretoises pour une flexion autour de l'axe des  $\mathbf{x}$ .

Pour des sections à double symétrie soumises au flambement par torsion, la contrainte critique  $\sigma_{cre}$  est la plus petite des valeurs de  $\sigma_{cre}$  de l'équation (2.60) et  $\sigma_{cre} = \sigma_t$  où  $\sigma_t$  est donnée par l'équation (2.63).

Pour des sections à un point de symétrie, la contrainte critique  $\sigma_{cre}$  est la plus petite des valeurs de  $\sigma_{cre}$  de l'équation (2.60) en utilisant l'axe principal mineur, et de  $\sigma_{cre} = \sigma_t$  où est donnée par l'équation (2.63).

Pour des sections qui n'ont pas de symétrie, soit autour d'un axe ou autour d'un point, la contrainte critique doit être déterminée par une analyse rationnelle.

Dans le cas de déversement des profilés de sections transversales ouvertes par flexion autour de l'axe de symétrie, la contrainte critique est donnée par

$$\sigma_{cre} = \frac{C_b r_0 A}{S_f} \sqrt{\sigma_{ey} \sigma_t} \quad (2.66)$$

Si alors la section à un point de symétrie, la contrainte est calculée par

$$\sigma_{cre} = \frac{C_b r_0 A}{2 S_f} \sqrt{\sigma_{ey} \sigma_t} \quad (2.67)$$

Où :

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (2.68)$$

Avec  $M_{\max}$  est le moment maximum dans les entretoises,  $M_A$  est la valeur du moment au point situé au quart du segment entre les entretoises,  $M_B$  est la valeur au milieu et  $M_C$  au trois-quarts.  $r_0$  est le rayon de giration polaire donné par l'équation (2.64),  $A$  est l'aire de la section transversale non réduite,  $S_f$  module de section élastique de la section non réduite par rapport à la fibre extrême comprimée.

$$\Sigma_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L_y}{r_y}\right)^2} \quad (2.69)$$

$E$  est le module de Young de l'acier,  $K_y$  est le facteur de longueur effective de flexion autour de l'axe  $y$ , et  $L_y$  la longueur du profilé entre les entretoises pour une flexion autour de l'axe des  $y$ .

Pour les sections, à un seul axe de symétrie, fléchies autour de l'axe central perpendiculaire à l'axe de symétrie la contrainte critique est

$$\sigma_{cre} = \frac{C_s A \sigma_{ex}}{C_{TF} S_F} \left[ j + C_s \sqrt{j^2 + r_0^2 \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_{ex}} \right)} \right] \quad (2.70)$$

$$j = \frac{1}{2I_y} \left[ \int_A x^3 dA + \int_A xy^2 dA \right] - x_0 \quad (2.71)$$

$C_s$  prend la valeur de **1** pour un moment provoquant une compression sur le côté du centre de cisaillement et **-1** pour un moment provoquant une traction.  $\sigma_{ex}$  est donnée par l'équation (2.65) et  $\sigma_t$  est donnée par l'équation (2.63).

$$C_{TF} = 0.6 - 0.4 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \quad (2.72)$$

**M<sub>1</sub>** et **M<sub>2</sub>** sont le plus petit et le plus grand moment de flexion respectivement aux extrémités de la longueur entre les entretoises dans le plan de flexion. **C<sub>TF</sub>** = 1 lorsque le moment de flexion, à tout moment dans une longueur entre les entretoises, est plus grand que celui aux deux extrémités de cette longueur.

La contrainte critique élastique pour les sections doublement symétriques en I et les sections mono symétriques en C est donnée par l'expression ci-dessous

$$\sigma_{cre} = \frac{C_b \pi^2 E d I_{yc}}{S_f (K_y L_y)^2} \quad (2.73)$$

La contrainte critique élastique pour les profilés de sections transversales en Z à un point de symétrie est définie par l'équation qui suit

$$\sigma_{cre} = \frac{C_b \pi^2 E d I_{yc}}{2 S_f (K_y L_y)^2} \quad (2.74)$$

Où **d** est la profondeur de la section et **I<sub>yc</sub>** est le moment d'inertie de la partie comprimée de la section par rapport à l'axe central, de la section entière, parallèle à l'âme.

Pour des sections doublement symétriques ou mono-symétriques ouvertes soumises à un flambement par torsion ou par flexion-torsion, la contrainte critique est la plus petite des valeurs calculées par l'équation (2.60) et l'équation ci-dessous

La contrainte critique de déversement des profilés de sections transversales fermées est donnée par

$$\sigma_{cre} = \frac{C_b \pi}{K_y L_y S_f} \sqrt{E G J I_y} \quad (2.75)$$

**J** est la constante de torsion de la section transversale et **I<sub>y</sub>** est moment d'inertie de la section non réduite par rapport à l'axe passant par le centre de gravité et parallèle à l'âme.

### 2.3.3.2 Selon l'Eurocode

La force critique pour le flambement par torsion d'une poutre sur deux appuis simples est donnée par l'équation suivante

$$N_{crT} = \frac{1}{i_0^2} \left( GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{l_T^2} \right) \quad (2.76)$$

Avec  $i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2$  où  $G$  est le module de cisaillement,  $I_t$  est le moment d'inertie de torsion de la section transversale brute,  $I_w$  est le moment d'inertie sectoriel de la section transversale brute,  $i_y$  est le rayon de giration de la section transversale brute par rapport à l'axe  $y$ ,  $i_z$  est le rayon de giration de la section transversale brute par rapport à l'axe  $z$ ,  $l_T$  est la longueur de flambement de la barre pour le flambement par torsion, et  $y_0, z_0$  sont les coordonnées du centre de cisaillement par rapport au centre de gravité de la section transversale brute.

La section transversale brute

$$N_{crTF} = N_{crT} \quad (2.77)$$

Avec la condition que

$$N_{crT} < N_{cry} \text{ et } N_{crT} < N_{crz}$$

Si les sections transversales sont symétriques par rapport à l'axe  $y$ , il convient de déterminer la force critique élastique pour le flambement par flexion-torsion par l'expression suivante

$$N_{crTF} = \frac{N_{cry}}{2\beta} \left[ 1 + \frac{N_{crT}}{N_{cry}} - \sqrt{\left( 1 - \frac{N_{crT}}{N_{cry}} \right)^2 + 4 \left( \frac{y_0}{i_0} \right)^2 \frac{N_{crT}}{N_{cry}}} \right] \quad (2.78)$$

Avec  $\beta = 1 - \left( \frac{y_0}{i_0} \right)^2$

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre les modes d'instabilités ainsi que les méthodes de calcul de la contrainte critique pour différents types de sections avec ou sans raidisseurs sont présentés.

Pour la contrainte critique, l'Eurocode propose une méthode de calcul de cette dernière à savoir la méthode de la largeur efficace, mais cette méthode devient très compliquée pour des profilés avec des raidisseurs dans l'âme par exemple, alors que d'autres approches ont été développées plus simples à utiliser et qui peuvent donner des résultats aussi acceptables que ceux de l'Eurocode. Ces nouvelles approches sont de type empiriques ou semi empirique.

Pour le chapitre suivant on va se baser sur le mode distorsionnelle où on va présenter les méthodes de calcul de la contrainte critique de ce dernier.

## **Chapitre 3**

# **Présentation des méthodes de calcul de la contrainte critique distorsionnelle.**

### 3.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter les 3 méthodes de calcul de la contrainte critique distorsionnelle ; la méthode de la largeur efficace de l'Eurocode (EN 1993-1 3), la méthode empirique de Schäfer 1997 (code américain AISI) et la méthode de Hancock 1987 (AS 4600 2005).

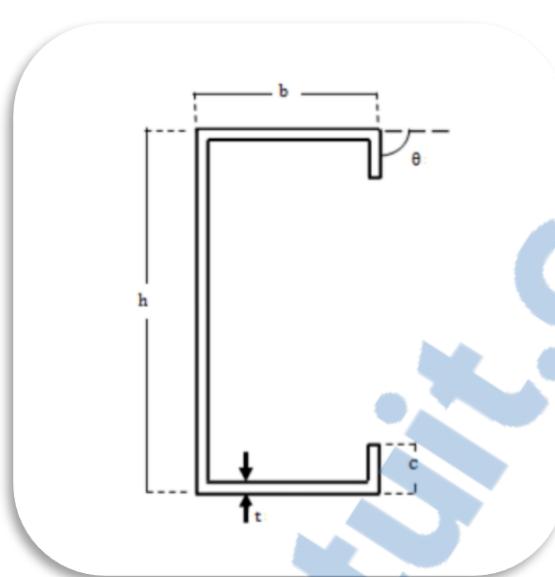
La méthode de la largeur effective nécessite le calcul des caractéristiques efficaces de la section en général et plus particulièrement le module d'inertie effectif  $W_{eff}$  qui permet de calculer le moment résistant en flexion, et la section efficace  $A_{eff}$  pour le calcul de l'effort résistant en compression.

Pour le but de notre projet de fin d'études, le choix de la section à étudier s'est porté sur une section en forme de « C » à bords tombés formée à froid. Pour ce type de section, nous présenterons à la fin de ce chapitre les organigrammes pour le calcul de ses caractéristiques efficaces et aussi pour le calcul de la contrainte critique distorsionnelle par les trois (03) méthodes choisies.

### 3.2 Calcul de la contrainte critique distortionnelle par l'Eurocode.

#### 3.2.1 Calcul des caractéristiques efficaces d'un profilé en C à bords tombés formé à froid

Nous présenterons, dans ce qui suit, la procédure de calcul des propriétés de la section efficace, selon l'eurocode, d'un profilé en ‘ C ’ à bords tombés formé à froid montré par la figure 3.1 dans les deux cas : la flexion et la compression.

**Figure 3.1.** Section en C.

### 3.2.1.1 Flexion

Pour calculer les propriétés efficaces d'un profilé en « C » à bords tombés formé à froid, nous définissons d'abord les dimensions de la ligne médiane de la section, à partir des dimensions totales de la section transversale. Soit :

$$\text{Hauteur de l'âme :} \quad h_p = h - t_{\text{nom}} \quad (3.1)$$

$$\text{Largeur de la semelle comprimée :} \quad b_{p1} = b_1 - t_{\text{nom}} \quad (3.2)$$

$$\text{Largeur de la semelle tendue :} \quad b_{p2} = b_2 - t_{\text{nom}} \quad (3.3)$$

$$\text{Largeur du bord :} \quad c_p = c - t_{\text{nom}}/2 \quad (3.4)$$

Avec :  $h$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  et  $c$  les dimensions totales de la section et  $t_{\text{nom}}$  est l'épaisseur nominale de la section (EN1993-1-3 § 3.2.4 (3)).

➤ **Vérification des proportions géométriques :**

La méthode de calcul de l'EN1993-1-3 (§ 5.2) peut être appliquée si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$b/t \leq 60 \quad (3.5)$$

$$c/t \leq 50 \quad (3.6)$$

$$h/t \leq 500 \quad (3.7)$$

«  $t$  » représente dans ce cas, l'épaisseur nominale du métal nu.

Pour assurer une rigidité suffisante et pour éviter le flambement du raidisseur de bord, les dimensions de ce dernier devraient être comprises entre les valeurs suivantes :

$$0,2 \leq c/b \leq 60 \quad (3.8)$$

L'influence des arrondis est négligée si : (**EN1993-1-3 § 5.1 (3)**)

$$r/t \leq 5 \quad (3.9)$$

$$r/b_p \leq 0,10 \quad (3.10)$$

➤ **Propriétés de la section brute :**

$$A_{br} = t(2c_p + b_{p1} + b_{p2} + h_p) \quad (3.11)$$

Position de l'axe neutre vis-à-vis de la semelle comprimée :

$$Z_{b1} = \frac{[c_p(h_p - c_p/2) + b_{p2}h_p + h_p^2/2 + c_p^2/2]t}{A_{br}} \quad (3.12)$$

➤ **Propriétés de la section efficace de la semelle et du bord tombé comprimés :**

Pour calculer les propriétés efficaces de la semelle et du bord tombé comprimé, on utilise la procédure générale itérative qui se résume selon les trois étapes suivantes :

**1<sup>ère</sup> étape :**

On considère dans cette étape que la semelle comprimée est doublement soutenue, que le raidisseur confère un maintien total ( $K=\infty$ ) et que la résistance de calcul n'est pas réduite ( $\sigma_{com,Ed} = f_{yb}/\gamma_M$ ). On calcule, donc, la section transversale efficace initiale du raidisseur en utilisant les largeurs efficaces de la semelle. (**EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (3)**)

↳ Largeur efficace de la semelle comprimée

Le rapport de contraintes :  $\Psi = 1$  (compression uniforme), donc le coefficient de flambement est :  $K_\sigma = 4$  pour un élément interne sollicité en compression.

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_{yb}} \quad (3.13)$$

✓ L'élancement réduit : **EN1993-1-5 § 4.4**

$$\bar{\lambda}_{p,b} = \frac{b_{p1}/t}{28,4\varepsilon\sqrt{K_\sigma}} \quad (3.14)$$

✓ Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_{p,b} - 0,055(3 + \Psi)}{\bar{\lambda}_{p,b}^2} \quad (3.15)$$

✓ La largeur efficace est :

$$b_{eff} = \rho b_{p1} \quad (3.16)$$

$$b_{e1} = b_{e2} = 0,5b_{eff} \quad (3.17)$$

↳ Largeur efficace du bord tombé

- ✓ Le coefficient de flambement est : EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (5a)

$$\text{Si } b_{p,c}/b_{p1} \leq 0,35 \quad K_\sigma = 0,5 \quad (3.18)$$

$$\text{Si } 0,35 \leq b_{p,c}/b_{p1} \leq 0,6 \quad K_\sigma = 0,5 + 0,83 \sqrt[3]{(b_{p,c}/b_{p1} - 0,35)^2} \quad (3.19)$$

- ✓ L'élancement réduit : EN1993-1-5 § 4.4

$$\bar{\lambda}_{p,c} = \frac{c_p/t}{28,4\epsilon\sqrt{K_\sigma}} \quad (3.20)$$

- ✓ Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_{p,c}-0,188}{\bar{\lambda}_{p,c}^2} \quad (3.21)$$

Mais si  $\rho \leq 1$  donc on prend  $\rho = 1$

- ✓ La largeur efficace est : EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (5a)

$$c_{\text{eff}} = \rho c_p \quad (3.22)$$

- ✓ Aire efficace du raidisseur de bord : EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (6)

$$A_s = t(b_{e2} + c_{\text{eff}}) \quad (3.23)$$

2ème étape :

On calcule le coefficient de réduction en tenant compte des effets du maintien élastique continu et en utilisant la section transversale efficace du raidisseur.

↳ La contrainte critique de flambement élastique du raidisseur de bord est : EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (7)

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2\sqrt{KEI_s}}{A_s} \quad (3.24)$$

Où :

- ✓  $K$  : est la rigidité du support élastique par unité de longueur, EN1993-1-3 § 5.5.3.1 (5)

$$K = \frac{Et^3}{4(1-v^2)} \frac{1}{b_1^2 h_p + b_1^3 + 0,5 b_1 b_2 h_p k_f} \quad (3.25)$$

Avec :

$b_1$  : distance entre la jonction âme-semelle et le centre de gravité de l'aire efficace du raidisseur de bord (semelle supérieure)

*Rapport gratuit.com* LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

$$b_1 = b_{p1} - \frac{\frac{b_{e2} t b_{e2}}{2}}{(b_{e2} + c_{\text{eff}}) t} \quad (3.26)$$

$K_f = 0$  : Pour la flexion par rapport à l'axe y-y

- ✓  $I_S$ : est le moment d'inertie de la section efficace du raidisseur :

$$I_s = \frac{b_{e2}t^3}{12} + \frac{c_{eff}^3 t}{12} + b_{e2}t \left[ \frac{c_{eff}^2}{2(b_{e2}+c_{eff})} \right]^2 + c_{eff}t \left[ \frac{c_{eff}}{2} - \frac{c_{eff}^2}{2(b_{e2}+c_{eff})} \right]^2 \quad (3.27)$$

↳ Coefficient de réduction de l'épaisseur  $\chi_d$  pour le raidisseur de bord : **EN1993-1-3 § 5.5.3.2(3) Figure 5.10 d**

- ✓ L'élancement réduit :

$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{f_{yb}/\sigma_{cr,s}} \quad (3.28)$$

- ✓ Le coefficient de réduction sera :

$$\text{Si } \bar{\lambda}_d \leq 0,65 \quad \chi_d = 1,0 \quad (3.29)$$

$$\text{Si } 0,65 < \bar{\lambda}_d < 1,38 \quad \chi_d = 1,47 - 0,723 \bar{\lambda}_d \quad (3.30)$$

$$\text{Si } \bar{\lambda}_d \geq 1,38 \quad \chi_d = 0,66/\bar{\lambda}_d \quad (3.31)$$

### 3ème étape :

Si le coefficient de réduction pour le flambement du raidisseur,  $\chi_d < 1$ , procéder par itérations pour en affiner la valeur.

↳ Les itérations sont exécutées sur la base des valeurs modifiées de  $\varrho$ , lesquelles sont obtenues en utilisant : **EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (10)**

$$\sigma_{com,Ed,i} = \frac{\chi_d f_{yb}}{\gamma_{M0}} \quad (3.32)$$

et

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\chi_d} \quad (3.33)$$

↳ Le processus d'itération s'arrête lorsque la valeur du coefficient de réduction  $\chi$  converge. A la fin de la convergence des résultats, on retient les valeurs finales de  $\chi_d$ ,  $b_{e2}$ ,  $c_{eff}$  et  $t_{red}=t$ .  $\chi_d$

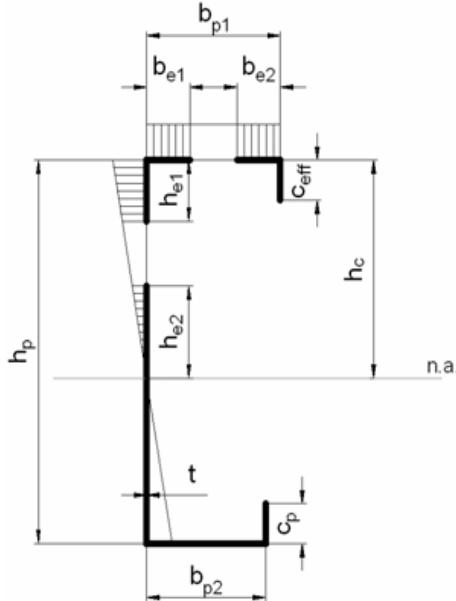
### ➤ Propriétés de la section efficace de l'âme :

La position de l'axe neutre par rapport à la semelle comprimée :

$$h_c = \frac{c_p(h_p - c_p/2) + b_{p2}h_p + h_p^2/2 + c_{eff}^2\chi_d/2}{c_p + b_{p2} + h_p + b_{e1} + (b_{e2} + c_{eff})\chi_d} \quad (3.34)$$

Le rapport de contraintes :

$$\Psi = \frac{h_c - h_p}{h_c} \quad (3.35)$$



Le coefficient de flambement : EN1993-1-5 § 4.4 (Tableau 4.1)

$$k_\sigma = 7,81 - 6,29 \Psi + 9,78 \Psi^2 \quad (3.36)$$

L'élancement réduit :

$$\bar{\lambda}_{p,h} = \frac{h_p/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad (3.37)$$

Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_{p,h} - 0,055(3 + \Psi)}{\bar{\lambda}_{p,h}^2} \quad (3.38)$$

La largeur efficace de la zone comprimée de l'âme est :

$$h_{eff} = \rho h_c \quad (3.39)$$

A proximité de la semelle comprimée :

$$h_{e1} = 0,4 h_{eff} \quad (3.40)$$

A proximité de l'axe neutre :

$$h_{e2} = 0,6 h_{eff} \quad (3.41)$$

La largeur efficace de l'âme est :

A proximité de la semelle comprimée :

$$h_1 = h_{e1} \quad (3.42)$$

A proximité de la semelle tendue :

$$h_2 = h_p - (h_c - h_{e2}) \quad (3.43)$$

### ➤ Propriétés de la section efficace :

Aire de la section transversale efficace :

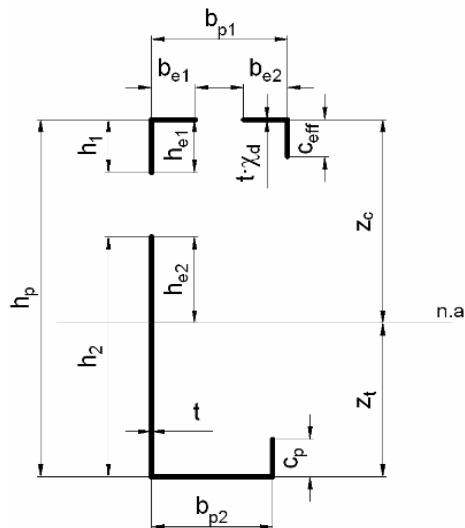
$$A_{\text{eff}} = t [c_p + b_{p2} + h_1 + h_2 + b_{e1} + (b_{e2} + c_{\text{eff}})\chi_d] \quad (3.44)$$

Position de l'axe neutre par rapport à la semelle comprimée :

$$Z_c = \frac{t \left[ c_p (h_p - c_p/2) + b_{p2} h_p + h_2 (h_p - h_2/2) + \frac{h_1^2}{2} + c_{\text{eff}}^2 \chi_d / 2 \right]}{A_{\text{eff}}} \quad (3.45)$$

Position de l'axe neutre par rapport à la semelle tendue :

$$Z_t = h_p - Z_c \quad (3.46)$$



Moment d'inertie :

$$\begin{aligned} I_{\text{eff},y} = & \frac{h_1^3 t}{12} + \frac{h_2^3 t}{12} + \frac{b_{p2} t^3}{12} + \frac{c_p^3 t}{12} + \frac{b_{e1} t^3}{12} + \frac{b_{e2} (t \chi_d)^3}{12} + \frac{c_{\text{eff}}^3 (\chi_d t)}{12} + c_p t \left( Z_t - \frac{c_p}{2} \right)^2 + \\ & b_{p2} t Z_t^2 + h_2 t \left( Z_t - \frac{h_2}{2} \right)^2 + h_1 t \left( Z_c - \frac{h_1}{2} \right)^2 + b_{e1} t Z_c^2 + b_{e2} (\chi_d t) Z_c^2 + \\ & c_{\text{eff}} (\chi_d t) (Z_c - c_{\text{eff}}/2)^2 \end{aligned} \quad (3.47)$$

Module de résistance de la section efficace :

- Par rapport à la semelle comprimée :

$$W_{\text{eff},y,c} = \frac{I_{\text{eff},y}}{z_c} \quad (3.48)$$

- Par rapport à la semelle tendue :

$$W_{\text{eff},y,t} = \frac{I_{\text{eff},y}}{z_t} \quad (3.49)$$

### 3.2.1.2 Compression

Le calcul des propriétés de la section efficace d'un profilé en C à bords tombés formé à froid en compression, passe d'abord par la détermination des dimensions de la ligne moyenne de la section. Soit :

Hauteur de l'âme :  $h_p = h - t_{\text{nom}}$

Largeur de la semelle comprimée :  $b_{p1} = b_1 - t_{\text{nom}}$

Largeur de la semelle tendue :  $b_{p2} = b_2 - t_{\text{nom}}$

Largeur du bord :  $c_p = c - t_{\text{nom}}/2$

Avec :  $h$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  et  $c$  les dimensions totales de la section et  $t_{\text{nom}}$  est l'épaisseur nominale de la section (**EN1993-1-3 § 3.2.4 (3)**).

#### ➤ Vérification des proportions géométriques :

La méthode de calcul de l'**EN1993-1-3 § 5.2** peut être appliquée si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$b/t \leq 60$$

$$c/t \leq 50$$

$$h/t \leq 500$$

Pour assurer une rigidité suffisante et pour éviter le flambement du raidisseur de bord, les dimensions de ce dernier devraient être comprises entre les valeurs suivantes :

$$0,2 \leq c/b \leq 60$$

L'influence des arrondis est négligée si : (**EN1993-1-3 § 5.1(3)**)

$$r/t \leq 5$$

$$r/b_p \leq 0,10$$

➤ Propriétés de la section brute :

$$A_{br} = t(2c_p + b_{p1} + b_{p2} + h_p)$$

Position de l'axe neutre vis-à-vis de la semelle comprimée :

$$Z_{b1} = \frac{[c_p(h_p - c_p/2) + b_{p2}h_p + h_p^2/2 + c_p^2/2]t}{A_{br}}$$

➤ Propriétés de la section efficace de la semelle et du bord tombé comprimés :

Pour calculer les propriétés efficaces de la semelle et du bord tombé comprimé (élément plan avec raidisseur de bord), on utilise la procédure générale itérative qui se résume selon les trois étapes suivantes :

**1<sup>ère</sup> étape :**

On considère dans cette étape que les semelles comprimées sont doublement soutenues, que le raidisseur confère un maintien total ( $K=\infty$ ) et que la résistance de calcul n'est pas réduite ( $\sigma_{com,Ed} = f_{yb}/\gamma_{M0}$ ). On calcule, donc, la section transversale efficace initiale du raidisseur en utilisant les largeurs efficaces de la semelle. (EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (3))

↳ Largeur efficace des semelles comprimées :

Le rapport de contraintes :  $\Psi = 1$  (compression uniforme), donc le coefficient de flambement est :  $K_\sigma = 4$  pour un élément interne sollicité en compression.

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_{yb}}$$

Pour la semelle supérieure :

✓ L'élancement réduit : EN1993-1-5 § 4.4

$$\bar{\lambda}_{p,b1} = \frac{b_{p1}/t}{28,4\varepsilon/\sqrt{K_\sigma}}$$

✓ Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho_1 = \frac{\bar{\lambda}_{p,b1} - 0,055(3 + \Psi)}{\bar{\lambda}_{p,b1}^2}$$

✓ La largeur efficace est :

$$b_{eff1} = \rho b_{p1}$$

$$b_{e11} = b_{e12} = 0,5b_{eff1}$$

*Rem : Toutes les formules ci-dessus pour la compression sont identiques à ceux de la flexion de (3.-1) à (3.17)*

Pour la semelle inférieure :

- ✓ L'élancement réduit : EN1993-1-5 § 4.4

$$\bar{\lambda}_{p,b2} = \frac{b_{p2}/t}{28,4\epsilon\sqrt{K_\sigma}} \quad (3.50)$$

- ✓ Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho_2 = \frac{\bar{\lambda}_{p,b2} - 0,055(3 + \Psi)}{\bar{\lambda}_{p,b2}^2} \quad (3.51)$$

- ✓ La largeur efficace est :

$$b_{eff2} = \rho b_{p2} \quad (3.52)$$

$$b_{e21} = b_{e22} = 0,5b_{eff2} \quad (3.53)$$

#### ↳ Largeur efficace du bord tombé

Pour le bord tombé supérieur :

- ✓ Le coefficient de flambement est : EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (5a)

$$\text{Si } b_{p,c}/b_{p1} \leq 0,35 \quad K_{\sigma1} = 0,5 \quad (3.54)$$

$$\text{Si } 0,35 \leq b_{p,c}/b_{p1} \leq 0,6 \quad K_{\sigma1} = 0,5 + 0,83 \sqrt[3]{(b_{p,c}/b_{p1} - 0,35)^2} \quad (3.55)$$

- ✓ L'élancement réduit : EN1993-1-5 § 4.4

$$\bar{\lambda}_{p,c1} = \frac{c_p/t}{28,4\epsilon\sqrt{K_{\sigma1}}} \quad (3.56)$$

- ✓ Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho_1 = \frac{\bar{\lambda}_{p,c1} - 0,188}{\bar{\lambda}_{p,c1}^2} \quad (3.57)$$

Mais si  $\rho_1 \leq 1$  donc on prend  $\rho_1 = 1$

- ✓ La largeur efficace est : EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (5a)

$$c_{eff1} = \rho_1 c_p \quad (3.58)$$

- ✓ Aire efficace du raidisseur du bord supérieur : EN1993-1-3 § 5.5.3.2

(6)

$$A_{s1} = t(b_{e12} + c_{eff1}) \quad (3.59)$$

Pour le bord tombé inférieur :

- ✓ Le coefficient de flambement est : **EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (5a)**

$$\text{Si } b_{p,c}/b_{p2} \leq 0,35 \quad K_{\sigma 2} = 0,5 \quad (3.60)$$

$$\text{Si } 0,35 \leq b_{p,c}/b_{p2} \leq 0,6 \quad K_{\sigma 2} = 0,5 + 0,83 \sqrt[3]{(b_{p,c}/b_{p2} - 0,35)^2} \quad (3.61)$$

- ✓ L'élancement réduit : **EN1993-1-5 § 4.4**

$$\bar{\lambda}_{p,c2} = \frac{c_p/t}{28,4\varepsilon\sqrt{K_{\sigma 2}}} \quad (3.62)$$

- ✓ Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho_2 = \frac{\bar{\lambda}_{p,c2} - 0,188}{\bar{\lambda}_{p,c2}^2} \quad (3.63)$$

Mais si  $\rho_2 \leq 1$  donc on prend  $\rho_2 = 1$  (3.64)

- ✓ La largeur efficace est : **EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (5a)**

$$c_{eff2} = \rho_2 c_p \quad (3.65)$$

- ✓ Aire efficace du raidisseur du bord supérieur : **EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (6)**

$$A_{s2} = t(b_{e22} + c_{eff2}) \quad (3.66)$$

### 2<sup>ème</sup> étape :

On calcule le coefficient de réduction en tenant compte des effets du maintien élastique continu et en utilisant la section transversale efficace du raidisseur.

↳ La contrainte critique de flambement élastique du raidisseur de bord est :

**EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (7)**

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2\sqrt{KEI_s}}{A_s} \quad (3.67)$$

Où :

- ✓  $K$  : est la rigidité du support élastique par unité de longueur,
- ✓  $I_s$  : est le moment d'inertie de la section efficace du raidisseur.

Pour le raidisseur du bord supérieur :

- ✓ la rigidité du support élastique est : EN1993-1-3 § 5.5.3.1(5)

$$K = \frac{Et^3}{4(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{b_1^2 h_p + b_1^3 + 0,5 b_1 b_2 h_p k_f} \quad (3.68)$$

$b_1$  : Distance entre la jonction âme-semelle et le centre de gravité de l'aire efficace du raidisseur de bord (semelle supérieure)

$$b_1 = b_{p1} - \frac{\frac{b_{e12} t b_{e12}}{2}}{(b_{e12} + c_{eff1})t} \quad (3.69)$$

$b_2$  : Distance entre la jonction âme-semelle et le centre de gravité de l'aire efficace du raidisseur de bord (semelle inférieure)

$$b_2 = b_{p2} - \frac{\frac{b_{e22} t b_{e22}}{2}}{(b_{e22} + c_{eff2})t} \quad (3.70)$$

$k_f = \frac{A_{s2}}{A_{s1}}$  : Pour une barre en compression axiale.

- ✓ Le moment d'inertie efficace :

$$I_{s1} = \frac{b_{e12} t^3}{12} + \frac{c_{eff1}^3 t}{12} + b_{e12} t \left[ \frac{c_{eff1}^2}{2(b_{e12} + c_{eff1})} \right]^2 + c_{eff1} t \left[ \frac{c_{eff1}}{2} - \frac{c_{eff1}^2}{2(b_{e12} + c_{eff1})} \right]^2 \quad (3.71)$$

Pour le raidisseur du bord inférieur :

- ✓ la rigidité du support élastique est :

$$K = \frac{Et^3}{4(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{b_2^2 h_p + b_2^3 + 0,5 b_1 b_2 h_p k_f} \quad (3.72)$$

- ✓ Le moment d'inertie efficace :

$$I_{s2} = \frac{b_{e22} t^3}{12} + \frac{c_{eff2}^3 t}{12} + b_{e22} t \left[ \frac{c_{eff2}^2}{2(b_{e22} + c_{eff2})} \right]^2 + c_{eff2} t \left[ \frac{c_{eff2}}{2} - \frac{c_{eff2}^2}{2(b_{e22} + c_{eff2})} \right]^2 \quad (3.73)$$

↳ Coefficient de réduction de l'épaisseur  $\chi_d$  pour le raidisseur de bord :

EN1993-1-3 § 5.5.3.2(3) Figure 5.10d

Pour le raidisseur du bord supérieur :

- ✓ L'élancement réduit :

$$\bar{\lambda}_{d1} = \sqrt{f_{yb}/\sigma_{cr,s1}} \quad (3.74)$$

- ✓ Le coefficient de réduction sera : EN1993-1-3 § 5.5.3.1(7)

$$\text{Si } \bar{\lambda}_{d1} \leq 0,65 \quad \chi_{d1} = 1,0 \quad (3.75)$$

$$\text{Si } 0,65 < \bar{\lambda}_{d1} < 1,38 \quad \chi_{d1} = 1,47 - 0,723 \bar{\lambda}_{d1} \quad (3.76)$$

$$\text{Si } \bar{\lambda}_{d1} \geq 1,38 \quad \chi_{d1} = 0,66/\bar{\lambda}_{d1} \quad (3.77)$$

Pour le raidisseur du bord supérieur :

- ✓ L'élancement réduit :

$$\bar{\lambda}_{d2} = \sqrt{f_{yb}/\sigma_{cr,s2}} \quad (3.78)$$

- ✓ Le coefficient de réduction sera :

$$\text{Si } \bar{\lambda}_{d2} \leq 0,65 \quad \chi_{d2} = 1,0 \quad (3.79)$$

$$\text{Si } 0,65 < \bar{\lambda}_{d2} < 1,38 \quad \chi_{d2} = 1,47 - 0,723 \bar{\lambda}_{d2} \quad (3.80)$$

$$\text{Si } \bar{\lambda}_{d2} \geq 1,38 \quad \chi_{d2} = 0,66/\bar{\lambda}_{d2} \quad (3.81)$$

### 3ème étape :

Si le coefficient de réduction pour le flambement du raidisseur,  $\chi_d < 1$ , procéder par itérations pour en affiner la valeur. EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (3)

↳ Les itérations sont exécutées sur la base des valeurs modifiées de  $Q$ , lesquelles sont obtenues en utilisant : EN1993-1-3 § 5.5.3.2 (10)

$$\sigma_{com,Ed,i} = \frac{\chi_d f_{yb}}{\gamma_{M0}} \quad (3.82)$$

et

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\chi_d} \quad (3.83)$$

↳ Le processus d'itération s'arrête lorsque la valeur du coefficient de réduction  $\chi$  converge. A la fin de la convergence des résultats, on retient les valeurs finales de  $\chi_{d1}$ ,  $b_{e12}$ ,  $c_{eff1}$  et  $t_{red1}=t$ .  $\chi_{d1}$  pour le raidisseur du bord supérieur et  $\chi_{d2}$ ,  $b_{e22}$ ,  $c_{eff2}$  et  $t_{red2}=t$ .  $\chi_{d2}$  pour le raidisseur du bord inférieur.

➤ Propriétés de la section efficace de l'âme :

Le rapport de contraintes :  $\psi = 1$  (compression uniforme), donc le coefficient de flambement est :  $k_\sigma = 4$  pour un élément sollicité en compression. EN1993-1-3 § 5.5.2 et EN1993-1-5 § 4.4

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_{yb}} \quad (3.85)$$

L'élancement réduit :

$$\bar{\lambda}_{p,h} = \frac{h_p/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad (3.86)$$

Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_{p,h} - 0,055(3 + \Psi)}{\bar{\lambda}_{p,h}^2} \quad (3.87)$$

La largeur efficace de l'âme est :

$$h_{eff} = \rho h_p \quad (3.88)$$

$$h_{e1} = h_{e2} = 0,5 h_{eff} \quad (3.89)$$

➤ Propriétés de la section efficace :

Aire efficace de la section transversale :

$$A_{eff} = t[b_{e11} + b_{e21} + h_{e1} + h_{e2} + (b_{e12} + c_{eff1})\chi_{d1} + (b_{e22} + c_{eff2})\chi_{d2}] \quad (3.90)$$

Position de l'axe neutre par rapport à la semelle supérieure :

$$Z_{G1} = \frac{t \left[ c_{eff2}\chi_{d2} \left( h_p - \frac{c_{eff2}}{2} \right) + h_p(b_{e22}\chi_{d2} + b_{e21}) + h_{e2} \left( h_p - \frac{h_{e2}}{2} \right) + \frac{h_{e1}^2 + c_{eff1}^2\chi_{d1}}{2} \right]}{A_{eff}} \quad (3.91)$$

Position de l'axe neutre par rapport à la semelle inférieure :

$$z_{G2} = h_p - z_{G1} \quad (3.92)$$

Enfin, à partir des caractéristiques efficaces de la section la contrainte critique distortionnelle, par l'eurocode est donnée par :

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2\sqrt{KEI_s}}{A_s}$$

Calculée selon le cas de flexion ou de compression.



### 3.3 Calcul de la contrainte critique distortionnelle par la méthode de Schäfer (1997)

Nous présenterons, dans ce qui suit, la procédure de calcul de la contrainte distortionnelle, selon la méthode de Schafer, d'un profilé en 'C' à bords tombés formé à froid pour les deux cas de flexion et de compression. Notons que la méthode de Schafer ne nécessite pas la détermination des caractéristiques efficaces de la section.

#### 3.3.1 Cas de flexion

La contrainte critique  $\sigma_{\text{crd}}$  est donnée par :

$$\sigma_{\text{crd}} = \frac{k_{\emptyset fe} + k_{\emptyset we}}{k_{\emptyset fg} + k_{\emptyset wg}} \quad (3.93)$$

$$L = \min(L_{\text{cr}}, L_m) \quad (3.94)$$

Rigidités à la rotation de la semelle :

$$k_{\emptyset fe} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \left( EI_{xf}(x_0 - h_x)^2 + EC_{wf} - E \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_0 - h_x)^2 \right) + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 G J_f \quad (3.95)$$

$$k_{\emptyset fg} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ A_f \left( (x_0 - h_x)^2 \left(\frac{I_{xyf}}{I_{yf}}\right)^2 - 2y_0(x_0 - h_x) \left(\frac{I_{xyf}}{I_{yf}}\right) + h_x^2 + y_0^2 \right) + I_{xf} + I_{yf} \right] \quad (3.96)$$

Longueur critique :

$$L_{\text{cr}} = \left( \frac{4\pi^4 h_0 (1-v^2)}{t^3} \left( I_{xf}(x_0 - h_x)^2 + C_{wf} - \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_0 - h_x)^2 \right) + \pi^4 h_0^4 / 720 \right)^{1/4} \quad (3.97)$$

Rigidité à la rotation de l'âme :

$$k_{\phi we} = \frac{Et^3}{12(1-v^2)} \left( \frac{3}{h_0} + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{19h_0}{60} + \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \frac{h_0^3}{240} \right) \quad (3.98)$$

$$k_{\phi wg} = \frac{h_0 t \pi^2}{13440} \left( \frac{(45360(1-\xi_{\text{âme}}) + 62160)\left(\frac{L}{h_0}\right)^2 + 448\pi^2 + \left(\frac{h_0}{L}\right)^2 (53 + 3(1-\xi_{\text{âme}}))\pi^4}{\pi^4 + 28\pi^2\left(\frac{L}{h_0}\right)^2 + 420\left(\frac{L}{h_0}\right)^4} \right) \quad (3.99)$$

Avec  $\xi_{\text{âme}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_2}$  est le gradient de contrainte dans l'âme où  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont les contraintes au niveau des extrémités opposées de l'âme.  $\sigma_1 > \sigma_2$  la compression est positive, la traction est négative et les contraintes sont calculées sur la base de la section brute.

Avec  $\xi_{\text{âme}} = 2$ , flexion pure

### 3.3.2 Cas de la compression

On fait la même procédure avec  $L_{cr}$  et  $k_{\phi we}$  et  $\tilde{k}_{\phi wg}$  deviennent :

$$L_{cr} = \left( \frac{6\pi^4 h(1-\nu^2)}{t^3} \left( I_{xf}(x_0 - h_x)^2 + C_{wf} - \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_0 - h_x)^2 \right) \right)^{1/4} \quad (3.100)$$

$$k_{\phi we} = \frac{Et^3}{6h(1-\nu^2)} \quad (3.101)$$

$$k_{\phi wg} = \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \frac{th^3}{60} \quad (3.102)$$

Avec :

E=module de Young

G=module de Cisaillement

$\nu$ =coefficient de Poisson

$L_m$ =distance entre raidisseurs servant à empêcher l'instabilité distorsionnelle

t =épaisseur des parois

$h_0$ =hauteur de l'âme

b =largeur de la semelle

$A_f$ ,  $I_{xf}$ ,  $I_{yf}$ ,  $I_{xyf}$ ,  $C_{wf}$ ,  $J_f$ ,  $x_0$  et  $h_x$  sont les propriétés de la semelle comprimée (semelle avec son raidisseur) par rapport aux axes x et y.

$A_f$  = Aire de la section transversale de la semelle

$I_{xf}$  = Moment d'inertie de la semelle par rapport à l'axe x

$I_{yf}$  = Moment d'inertie de la semelle par rapport à l'axe y

$I_{xyf}$  =Moment d'inertie de couplage de la semelle

$C_{wf}$  = Constante de la torsion gauchie de la semelle

$J_f$  = Constante de la torsion de St. Venant de la semelle

$x_0$  =Position sur l'axe x du centre de torsion de la semelle. ( $x_0 = b - \bar{x}$ )

$h_x$ = la distance suivant x du centre de gravité au centre de cisaillement de la semelle.

### 3.4 Calcul de la contrainte critique distortionnelle par la méthode de Hancock (1987)

Nous présenterons, dans ce qui suit, la procédure de calcul de la contrainte distortionnelle, selon la méthode de Hancock, d'un profilé en 'C' à bords tombés formé à froid pour les deux cas de flexion et de compression. Notons, aussi, que la méthode de Hancock ne nécessite pas la détermination des caractéristiques efficaces de la section.

#### 3.4.1 Cas de flexion

Longueur de demi-onde critique :

$$\lambda_d = 4.8 \left( \frac{I_{xf} b^2 h}{2t^3} \right)^{1/4} \quad (3.103)$$

L'étape suivante est de faire une première estimation de la contrainte d'instabilité distortionnelle. Cette évaluation est nécessaire parce que la rigidité de rotation est écrite en fonction de la contrainte d'instabilité distortionnelle. Cette étape exige la formulation et la solution d'une équation quadratique.

$$\eta = \left( \frac{\pi}{\lambda_d} \right)^2 \quad (3.104)$$

$$\beta_1 = \bar{X}^2 + \left( \frac{I_{xf} b^2 h}{A_f} \right) \quad (3.105)$$

$$\alpha_1 = \frac{\eta}{\beta_1} \left( I_{xf} b^2 + 0.039 J_f \lambda_d^2 \right) \quad (3.106)$$

$$\alpha_2 = \eta \left( I_{yf} + \frac{2}{\beta_1} \bar{y} b I_{xyf} \right) \quad (3.107)$$

$$\alpha_3 = \eta \left( \alpha_1 I_{yf} - \frac{\eta}{\beta_1} I_{xyf}^2 b^2 \right) \quad (3.108)$$

La première estimation de la contrainte critique distortionnelle est :

$$\sigma' = \frac{E}{2A_f} [(\alpha_1 + \alpha_2) - ((\alpha_1 + \alpha_2)^2 - 4\alpha_3)^{1/2}] \quad (3.109)$$

Dans le cas où cette racine est négative, on prend une valeur nulle. Avec l'estimation de la contrainte critique ci-dessus, on peut évaluer la rigidité à la rotation :

$$K_\phi = \frac{2Et^3}{5.46(h+0.06\lambda_d)} \left[ 1 - \frac{1.11\sigma'}{Et^3} \left( \frac{h^4 \lambda_d^2}{12.56\lambda_d^4 + 2.192h^4 + 13.33\lambda_d^2 h^2} \right) \right] \quad (3.110)$$

Avec cette rigidité on corrige le paramètre  $\alpha_1$  qui devient :

$$\alpha_1 = \frac{\eta}{\beta_1} \left( I_{xf} b^2 + 0.039 J_f \lambda_d^2 \right) + \frac{K_\phi}{\beta_1 \eta E} \quad (3.111)$$

Et on recalcule la racine de l'équation quadratique pour trouver la contrainte critique distorsionnelle avec la condition qu'elle ne doit pas être négative. Si tel est le cas on prend zéro.

$$\sigma_{\text{crd}} = \frac{E}{2A_f} [(\alpha_1 + \alpha_2) - ((\alpha_1 + \alpha_2)^2 - 4\alpha_3)^{1/2}] \quad (3.112)$$

### 3.4.2 Cas de la compression

Tapez une équation ici.

On fait la même procédure avec  $\lambda_d$  et  $K_\phi$  deviennent

$$\lambda_d = 4.8 \left( \frac{I_{xf} b^2 h}{t^3} \right)^{1/4} \quad (3.113)$$

$$K_\phi = \frac{Et^3}{5.46(h+0.06\lambda_d)} \left[ 1 - \frac{1.11 \sigma'}{Et^3} \left( \frac{h^2 \lambda_d}{h^2 + \lambda_d^2} \right) \right] \quad (3.114)$$

E=module de Young

G=module de Cisaillement

$\nu$ =coefficient de Poisson

$L_m$ =distance entre raidisseurs servant à empêcher l'instabilité distorsionnelle

$t$ =épaisseur des parois

$h$ =hauteur de l'âme

$b$ =largeur de la semelle

$d$ =largeur du bord tombé

$A_f, I_{xf}, I_{yf}, I_{xyf}, C_{wf}, J_f, \bar{x}$  et  $\bar{y}$  sont les propriétés de la semelle comprimée (semelle avec son raidisseur) par rapport aux axes x et y.

$A_f$  = aire de la section transversale de la semelle

$I_{xf}$  = moment d'inertie de la semelle par rapport à l'axe x

$I_{yf}$  = moment d'inertie de la semelle par rapport à l'axe y

$I_{xyf}$  = moment d'inertie de couplage de la semelle

$C_{wf}$  = constante de la torsion gauchie de la semelle

$J_f$  = constante de la torsion de St. Venant de la semelle

$\bar{x}$  = distance entre la jonction âme – semelle et le CDG de la semelle.

$\bar{y}$  = distance entre la paroi plane de la semelle et le CDG

Avec :

$\bar{y} = y_0 \bar{x} = b - x_0$  pour la méthode de hancock

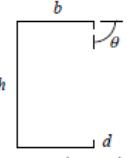
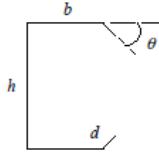
|   |  |
|---|--|
| <br>$A_f = (b+d)t$<br>$J_f = \frac{1}{3}bt^3 + \frac{1}{3}dt^3$<br>$I_{xf} = \frac{t(t^2b^2 + 4bd^3 + t^2bd + d^4)}{12(b+d)}$<br>$I_{yf} = \frac{t(b^4 + 4db^3)}{12(b+d)}$<br>$I_{xyf} = \frac{tb^2d^2}{4(b+d)}$<br>$I_{of} = \frac{1}{3}tb^3 + \frac{1}{12}bt^3 + \frac{1}{3}td^3$<br>$C_{wf} = 0$<br>$x_o = \frac{b^2}{2(b+d)}$<br>$h_y = y_o = \frac{-d^2}{2(b+d)}$<br>$h_x = \frac{-(b^2 + 2db)}{2(b+d)}$<br>$b = x_o - h_x$ | <br>$A_f = (b+d)t$<br>$J_f = \frac{1}{3}bt^3 + \frac{1}{3}dt^3$<br>$I_{xf} = \frac{t(t^2b^2 + 4bd^3 - 4bd^3 \cos^2(\theta) + t^2bd + d^4 - d^4 \cos^2(\theta))}{12(b+d)}$<br>$I_{yf} = \frac{t(b^4 + 4db^3 + 6d^2b^2 \cos(\theta) + 4d^3b \cos^2(\theta) + d^4 \cos^2(\theta))}{12(b+d)}$<br>$I_{xyf} = \frac{tbd^2 \sin(\theta)(b + d \cos(\theta))}{4(b+d)}$<br>$I_{of} = \frac{1}{3}tb^3 + \frac{1}{12}bt^3 + \frac{1}{3}td^3$<br>$C_{wf} = 0$<br>$x_o = \frac{b^2 - d^2 \cos(\theta)}{2(b+d)}$<br>$h_y = y_o = \frac{-d^2 \sin(\theta)}{2(b+d)}$<br>$h_x = \frac{-(b^2 + 2db + d^2 \cos(\theta))}{2(b+d)}$<br>$b = x_o - h_x$ |
|---|--|

Figure 3.2 : Les propriétés géométriques des semelles des sections en C.

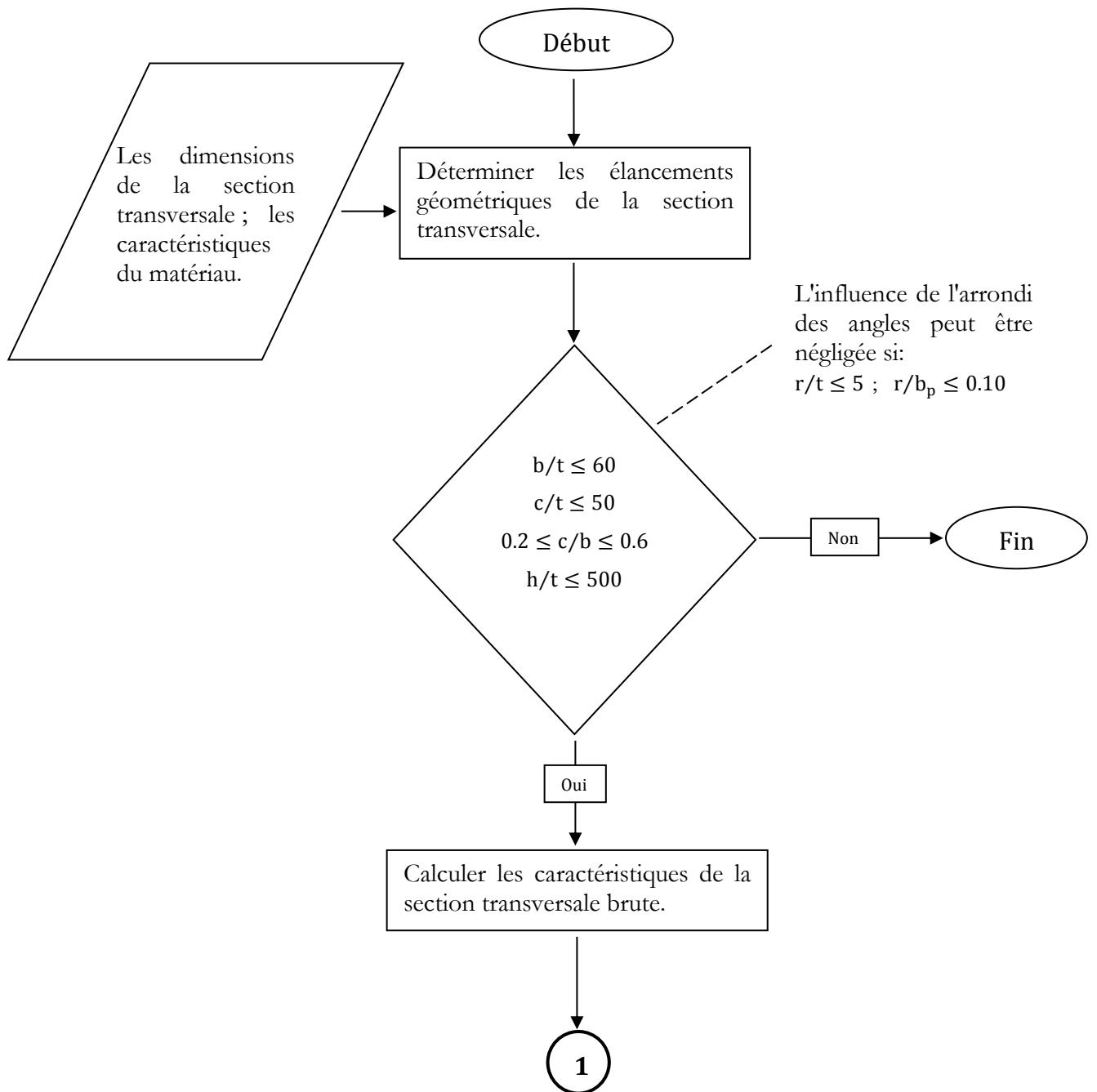
### 3.5 Organigrammes

Dans cette dernière partie, nous allons présenter les différents organigrammes des procédures déjà citées ci-dessus, afin d'entamer la partie programmation. Nous rappelons que ces organigrammes ne sont valables que pour les profilés en ‘C’ à bords tombés formés à froid

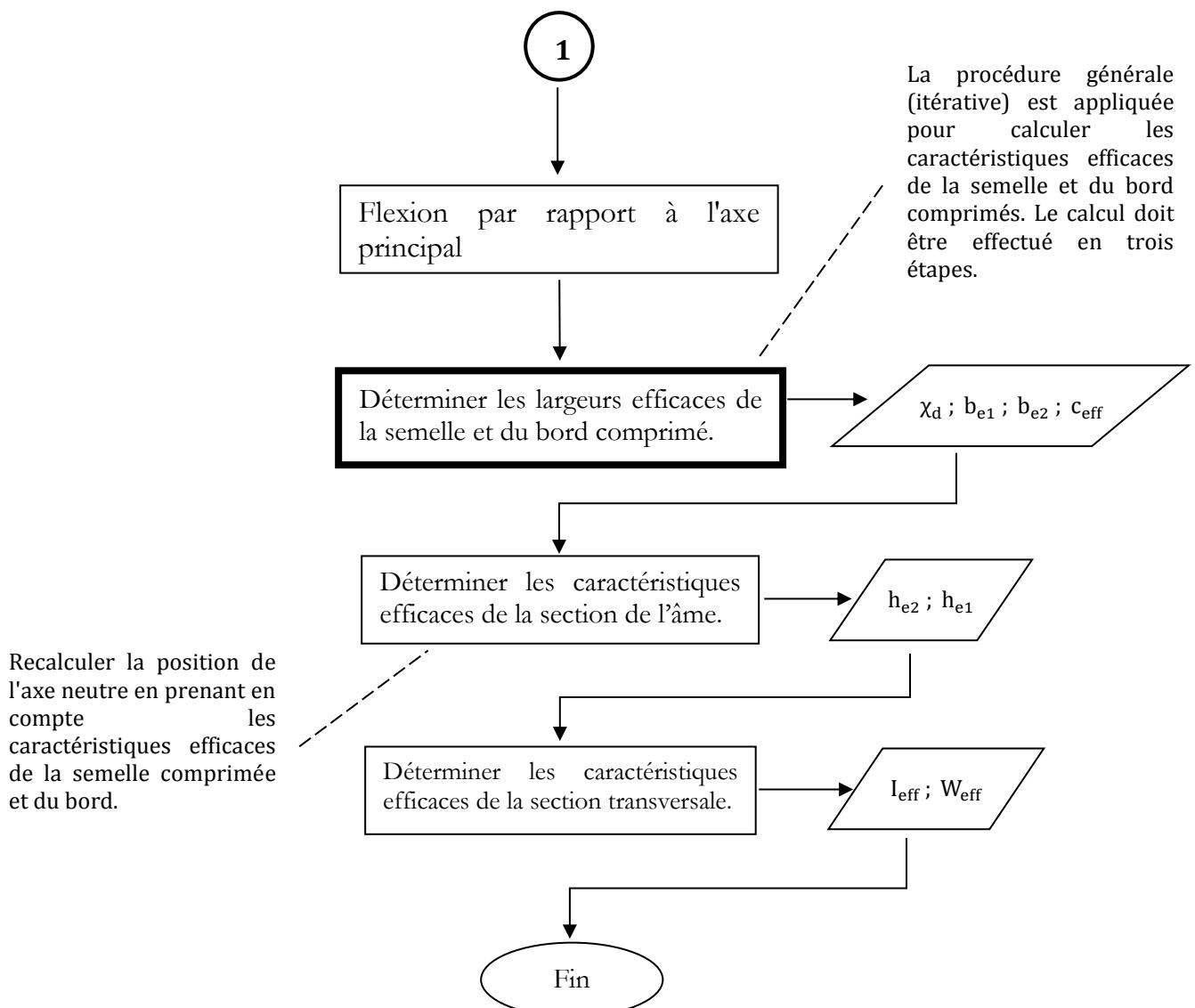
#### 3.5.1 Organigramme de calcul des caractéristiques efficaces

L'organigramme ci-dessous montre la méthode de calcul des propriétés de la section efficace suivant l'Eurocode d'un profilé en C à bords tombés formé à froid sollicité soit en flexion soit en compression.

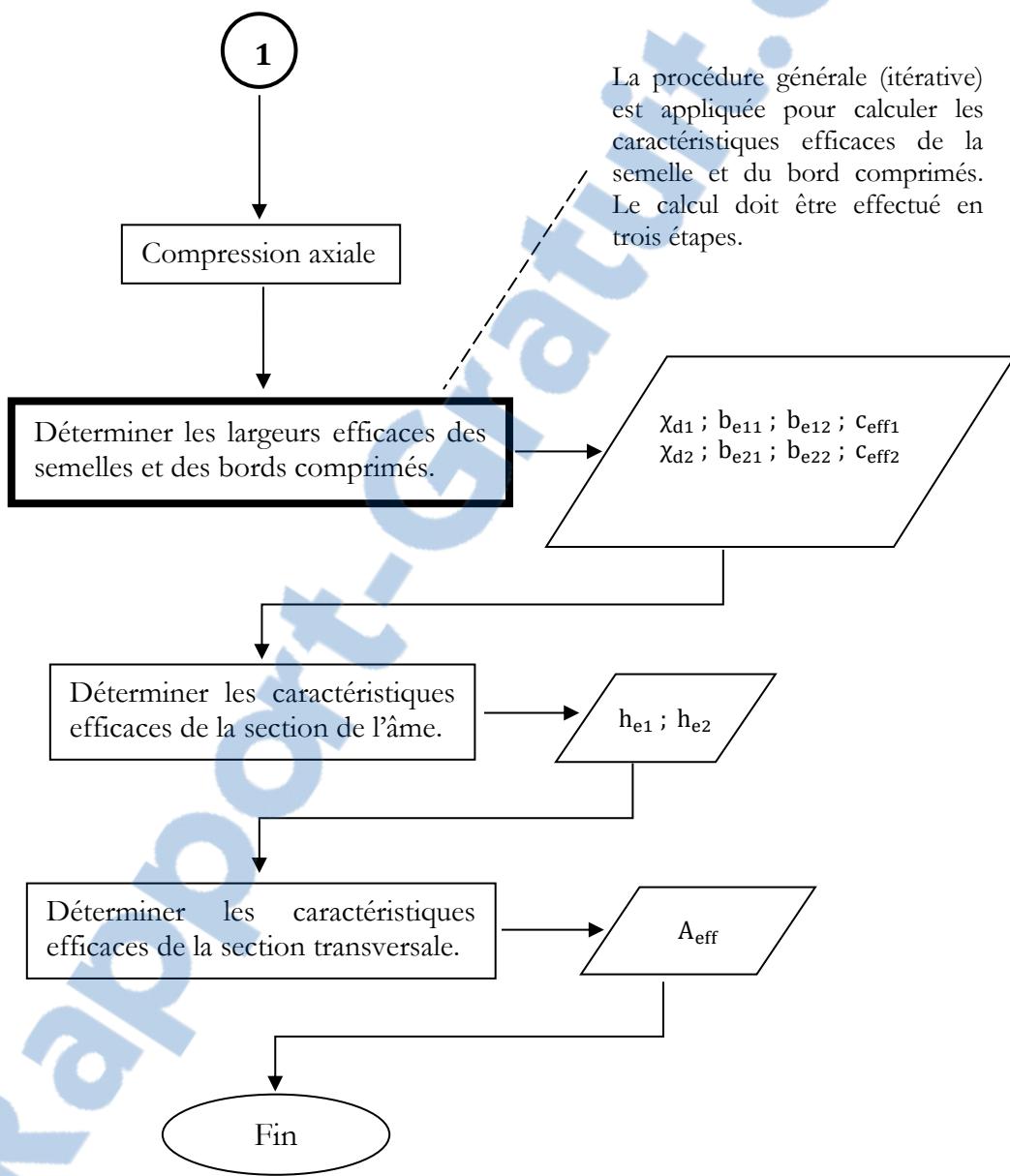
La première partie de l'organigramme correspond à la vérification des conditions géométriques, elle est identique pour la flexion et la compression, alors que la deuxième partie diffère selon la sollicitation appliquée (flexion ou compression).



### 3.5.1.1 Profilé en C sollicité en flexion

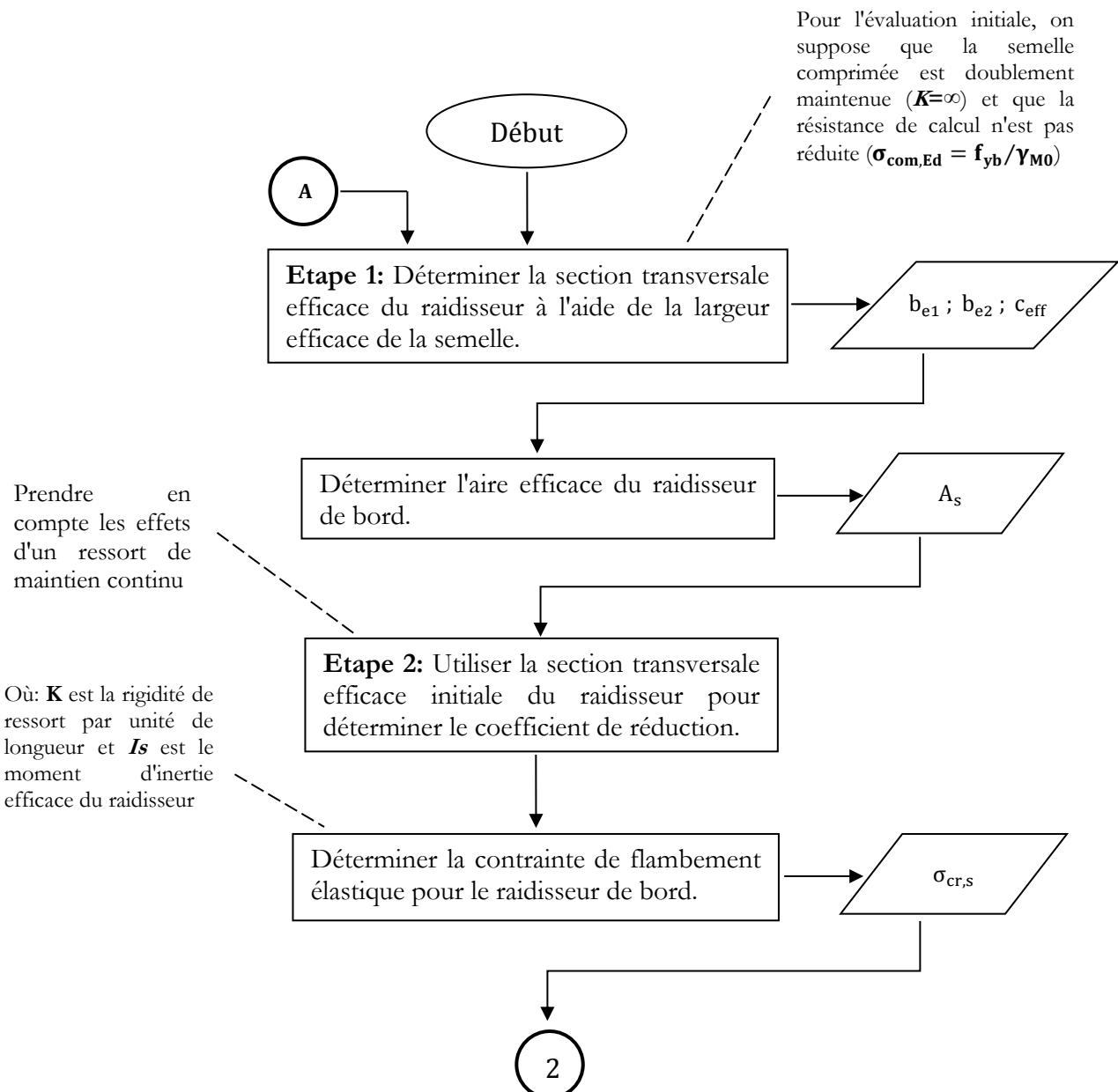


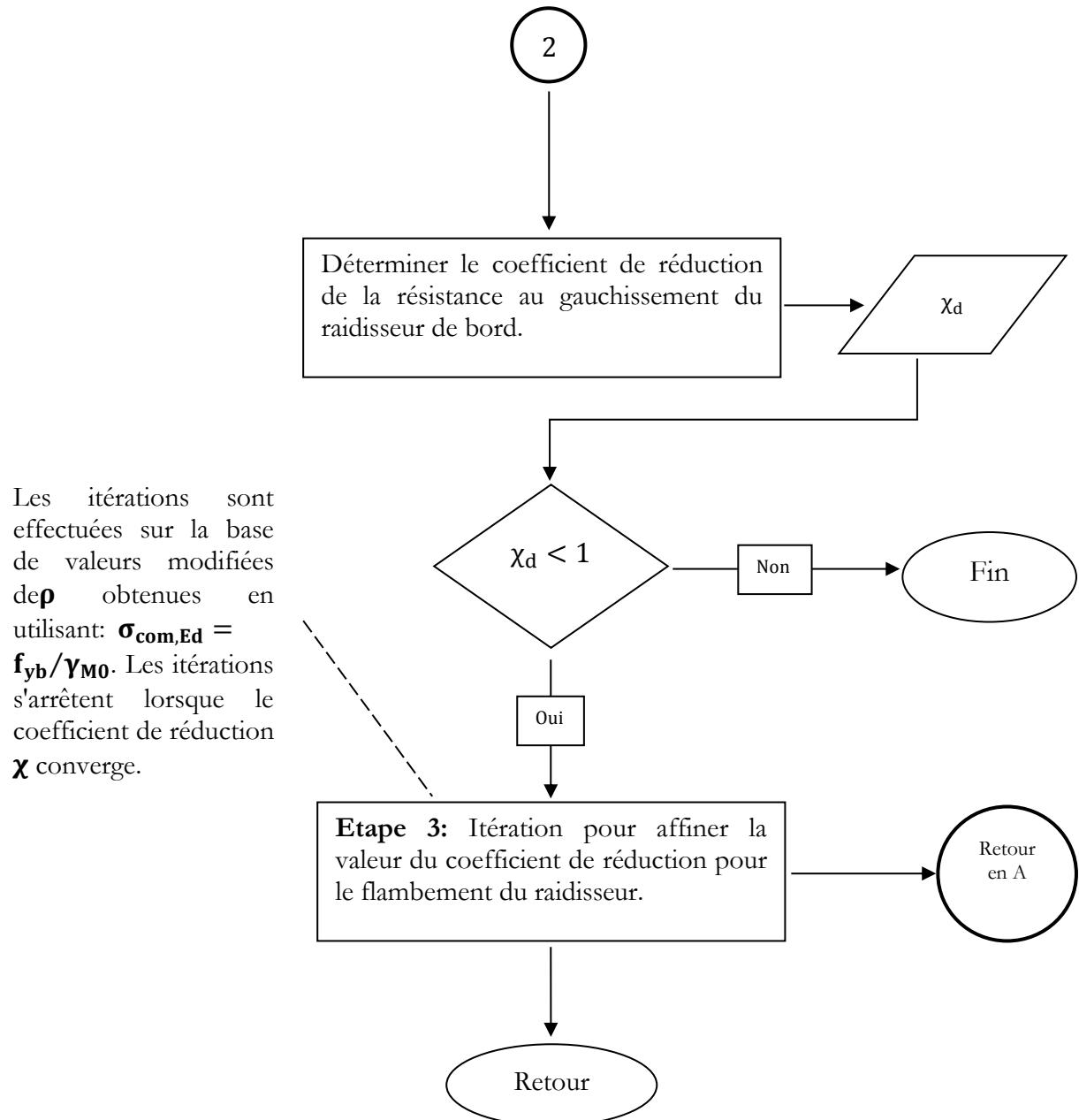
### 3.5.1.2 Profilé en C sollicité en compression



### 3.5.1.3 Organigramme des caractéristiques de la section efficace de la semelle et du bord comprimés

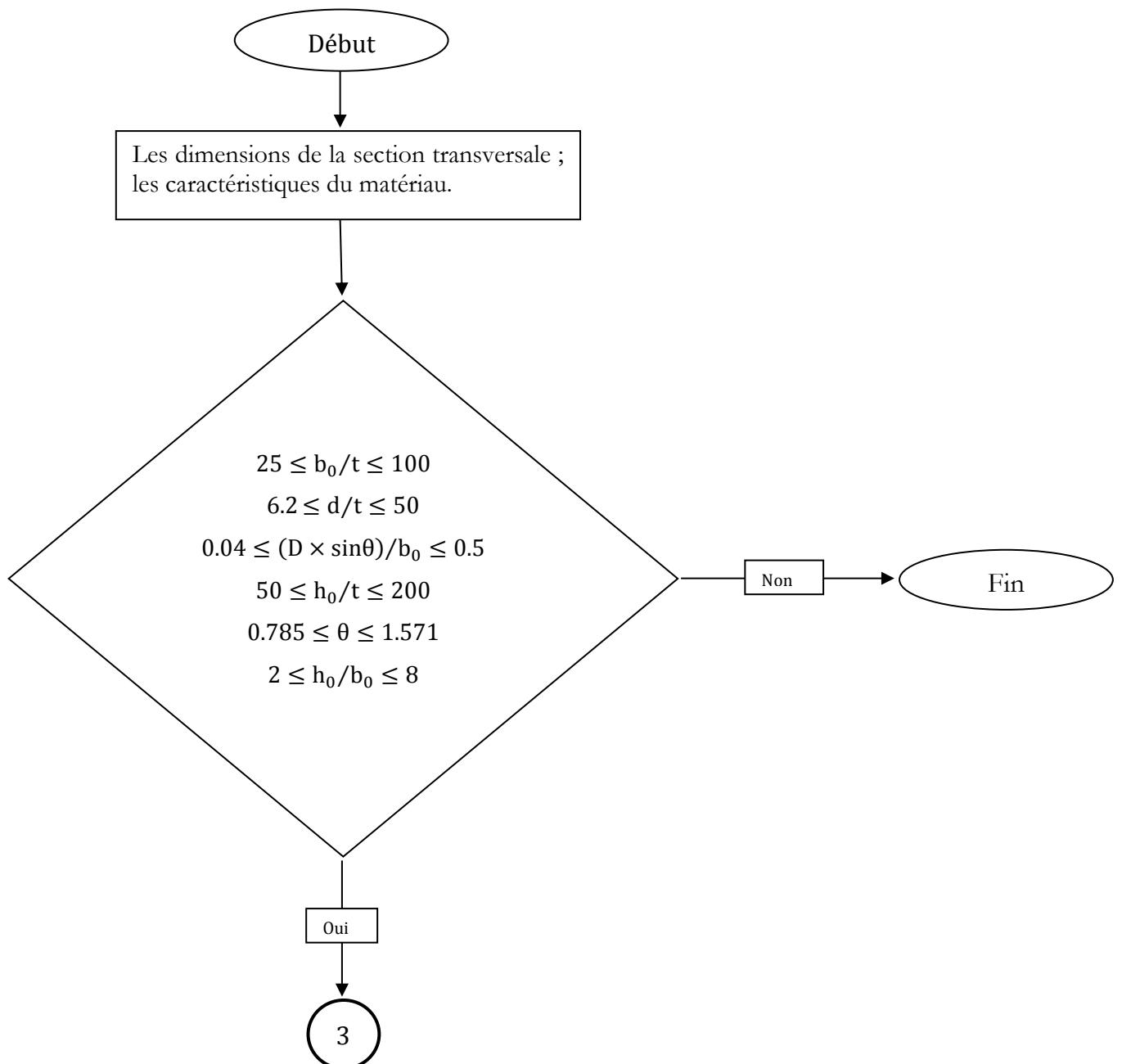
L'organigramme ci-dessous montre la procédure générale (itérative) de calcul des caractéristiques de la section efficace de la semelle et du bord comprimés.





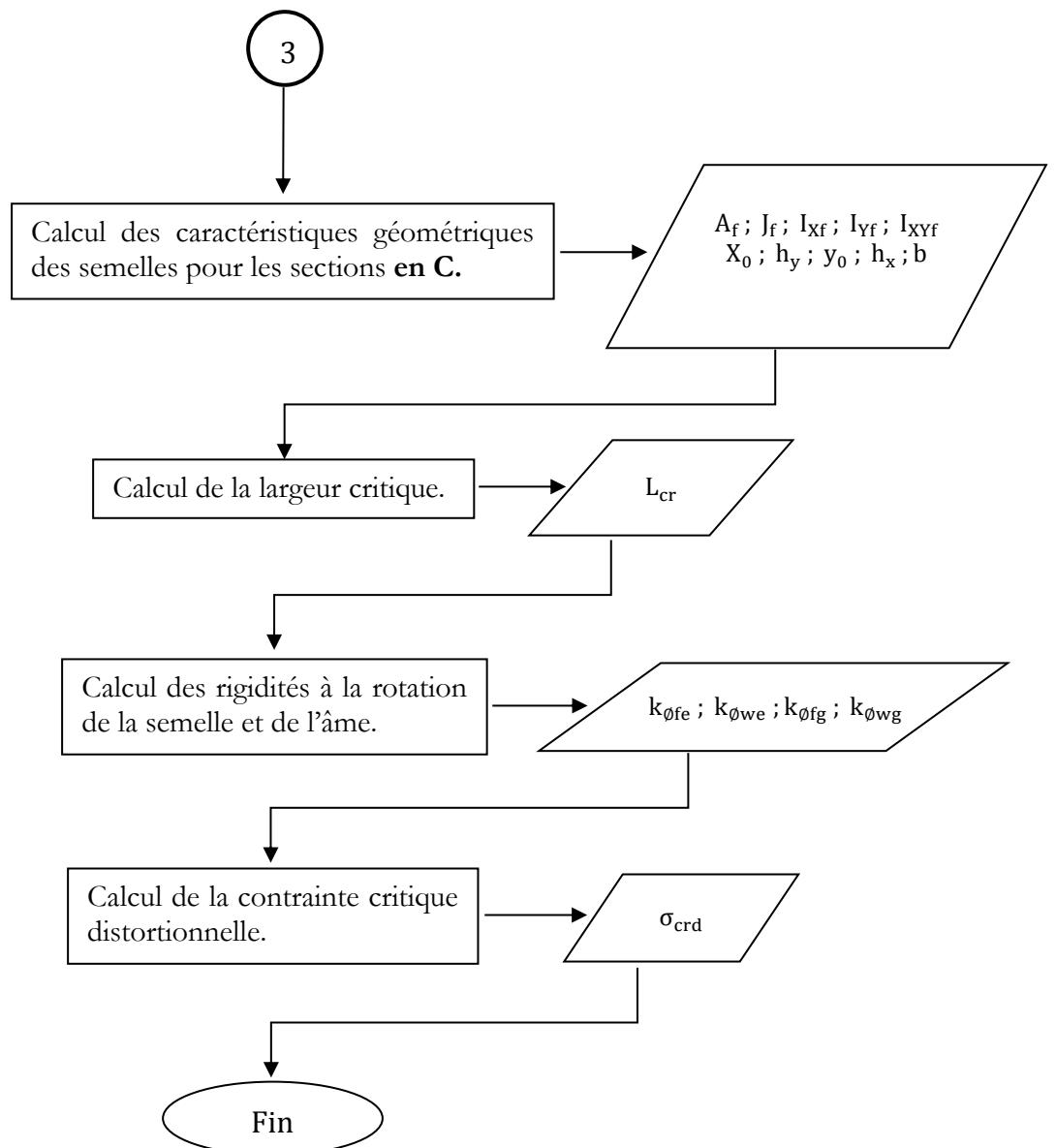
### 3.5.2 Organigramme de Calcul de la contrainte critique distorsionnelle ‘ $\sigma_{crd}$ ’ par les méthodes de Schäfer et de Hancock :

La 1ère partie de l'organigramme s'agit des conditions à vérifier, elle est identique pour les deux méthodes de calcul de la contrainte critique distorsionnelle ‘ $\sigma_{crd}$ ’ (Schäfer et Hancock).



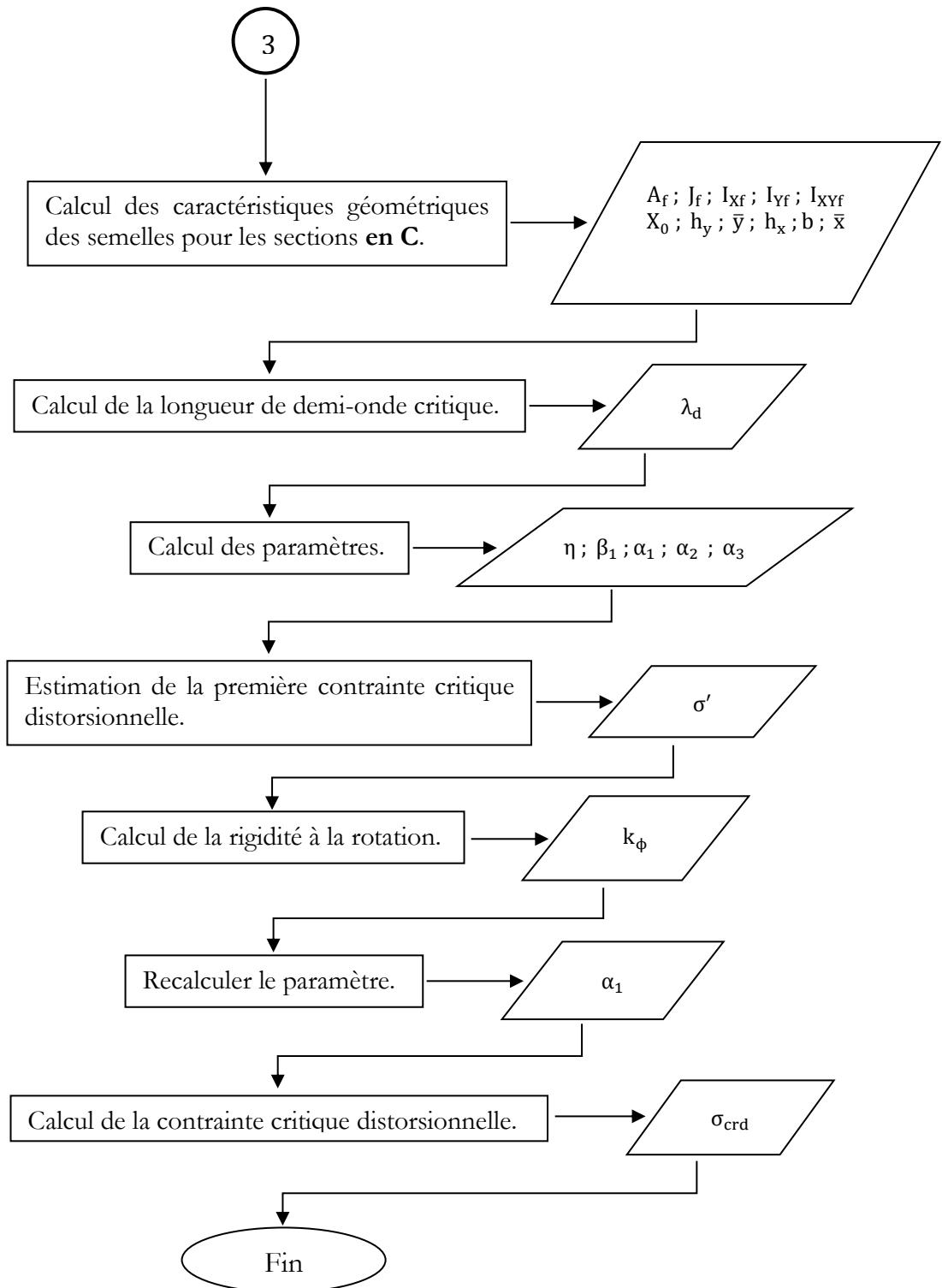
### 3.5.2.1 Suivant la méthode de Schäfer

Dans ce qui suit, nous présentons l'organigramme de calcul de la contrainte critique distorsionnelle suivant la méthode de **Schäfer**.



### 3.5.2.2 Suivant la méthode de Hancock

Dans ce qui suit, nous présentons l'organigramme de calcul de la contrainte critique distorsionnelle suivant la méthode de **Hancock**.



### 3.6 Conclusion

Un profilé formé à froid présente généralement une épaisseur très faible vis-à-vis ses autres dimensions, ce qui le rend très sensible à l'instabilité. Cette dernière se caractérise, se produit en général sous trois formes de base, locale, distorsionnelle ou globale. De ces trois modes d'instabilité, celui distorsionnel reste le plus complexe et le mal maîtrisé, pour le moment. Si le calcul des contraintes critiques des modes local et global est maîtrisé, celui du mode distorsionnel reste difficile à estimer.

La recherche actuelle a conduit, généralement à trois (03) grandes méthodes de calcul de la contrainte critique distorsionnelle : la méthode de l'Eurocode (EN 1993-1-3) basée essentiellement sur la détermination des caractéristiques efficaces des sections en utilisant la notion de la largeur efficace, la méthode de Schäfer 1997 (DSM : direct strength method) (code américain AISI) basée sur la modélisation du comportement de la jonction âme/semelle en général et enfin la méthode de Hancock 1987 (AS 4600 2005), aussi sur la supposition de la jonction âme/semelle.

La méthode de la largeur effective nécessite le calcul des caractéristiques efficaces de la section en général et plus particulièrement le module d'inertie effectif  $W_{eff}$  qui permet de calculer le moment résistant en flexion, et la section efficace  $A_{eff}$  pour le calcul de l'effort résistant en compression.

Pour le but de notre projet de fin d'études, le choix de la section à étudier s'est porté sur une section en forme de « C » à bords tombés formée à froid.

Pour l'Eurocode, le calcul des largeurs efficaces peut conduire à des calculs itératifs très complexes surtout pour des sections avec des raidisseurs intermédiaires dans l'âme ce qui rend cette méthode très embarrassante à utiliser, par contre les deux autres méthodes à savoir Hancock et Schäfer sont plus simples et donnent des résultats fiables.

On rappelle que ces deux méthodes sont liées à la contrainte de rotation à la jonction âme/semelle, il y'a une légère différence dans la manière de traiter l'âme.

## **Chapitre 4**

# **Calcul de la contrainte critique distorsionnelle par les trois (03) méthodes**

## 4.1. Introduction

Ce chapitre a pour objectif la programmation des différentes méthodes de calcul des contraintes critiques distorsionnelle (Schäfer, Hancock et Eurocode) présentés dans le chapitre ‘3’, pour des sections en ‘C’ en acier formées à froid .

En ciblant certains paramètres tels que ( $t, b, h, c, \theta$ ), on a mené, dans la deuxième partie de ce chapitre, une étude paramétrique afin de montrer leur influence sur la contrainte critique distorsionnelle. Des profilés en acier formé à froid en forme de « C » disponibles sur le marché et utilisés dans la construction ont été choisis. L'étude est menée aussi bien dans le cas de la flexion que celui de la compression et ceci pour les trois méthodes définies dans le chapitre 3 (Eurocode, Schäfer et Hancock).

Enfin, toutes les procédures présentées au chapitre 3 ont été programmées en utilisant MATLAB. Dans la troisième partie de ce chapitre, on a calculé, numériquement, le module de résistance de la section efficace  $W_{eff}$  qui permet de calculer le moment résistant en flexion  $M_{c,rd}$ , puis on a calculé la section efficace  $A_{eff}$  qui permet de calculer l'effort résistant en compression et ça pour plusieurs profilés en ‘C’ qu'on a tiré de l'AISI.

## 4.2 Calcul de la contrainte critique distorsionnelle pour les sections en C.

### 4.2.1 Suivant l'Eurocode

Afin de comprendre l'influence de la géométrie sur la valeur de la contrainte critique distorsionnelle, on a essayé de varier dans notre étude les différentes dimensions de la section en ‘C’ et à chaque fois, on Calcule cette contrainte critique suivant l'Eurocode à l'aide du programme MATLAB développé. L'étude est menée aussi bien en flexion qu'à la compression.

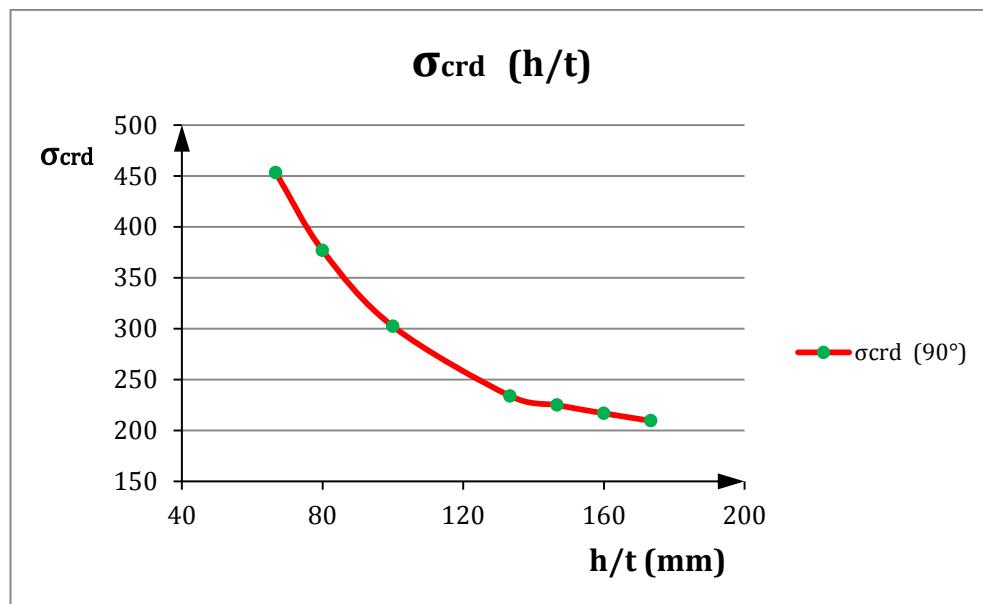
➤ Cas de flexion.

**Hauteur et épaisseur variables ( $h$  ;  $t$ )**

Dans cette partie, les paramètres ( $b$  et  $d$ ) sont fixés et on fait varier ( $h$  et  $t$ ). Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau (4.1) et sont représentés sur la figure (4.1).

| $b$ | $c$ | $h$ | $t$ | $h/t$    | $\sigma_{\text{crd}}(90^\circ)$ |
|-----|-----|-----|-----|----------|---------------------------------|
| 80  | 20  | 200 | 1.5 | 133.3333 | 233.8534                        |
|     |     |     | 2   | 100      | 302.1996                        |
|     |     |     | 2.5 | 80       | 376.7461                        |
|     |     |     | 3   | 66.6667  | 453.2517                        |
|     |     | 220 | 1.5 | 146.6667 | 224.8939                        |
|     |     |     | 240 | 160      | 216.8219                        |
|     |     |     | 260 | 173.3333 | 209.5001                        |

**Tableau 4.1.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la flexion.



**Figure 4.1.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la flexion.

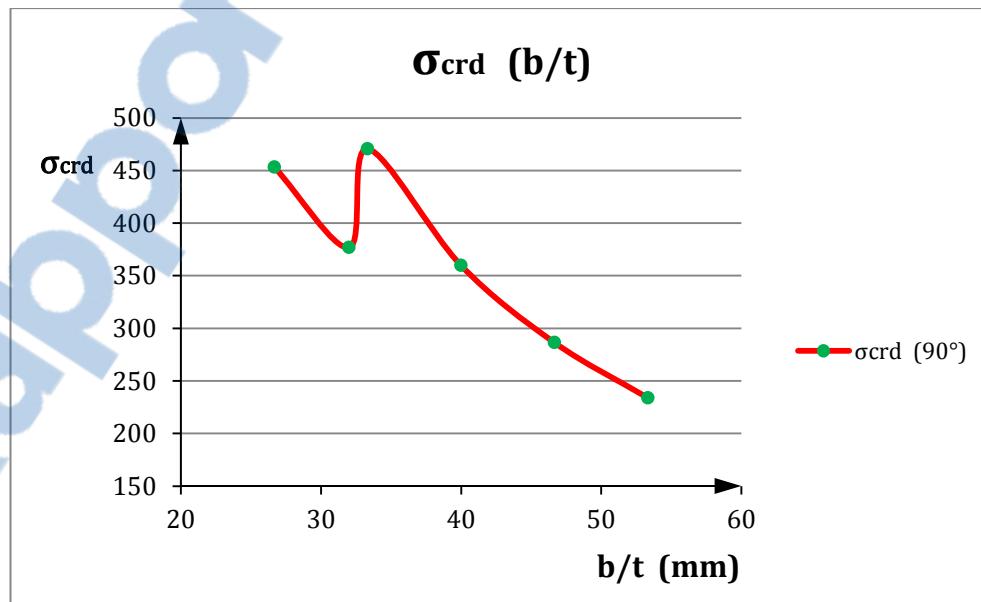
Sur la figure 4.1 représentant la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) on remarque que la contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $h/t$ ).

#### Largeur et épaisseur variables ( $b ; t$ ) :

Dans cette partie, les paramètres ( $h$  et  $t$ ) sont fixés et ( $b$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.2 montre les résultats obtenus. La figure 4.2 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ).

| $h$ | $c$ | $b$ | $t$ | $b/t$   | $\sigma_{\text{crd}}(90^\circ)$ |  |
|-----|-----|-----|-----|---------|---------------------------------|--|
| 200 | 20  | 50  | 1.5 | 33.3333 | 470.6155                        |  |
|     |     | 60  |     | 40      | 359.6539                        |  |
|     |     | 70  |     | 46.6667 | 286.4021                        |  |
|     |     | 80  |     | 53.3333 | 233.8534                        |  |
|     |     |     |     | 2.5     | 376.7461                        |  |
|     |     |     |     | 3       | 453.2517                        |  |

**Tableau 4.2.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la flexion.



**Figure 4.2.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la flexion.

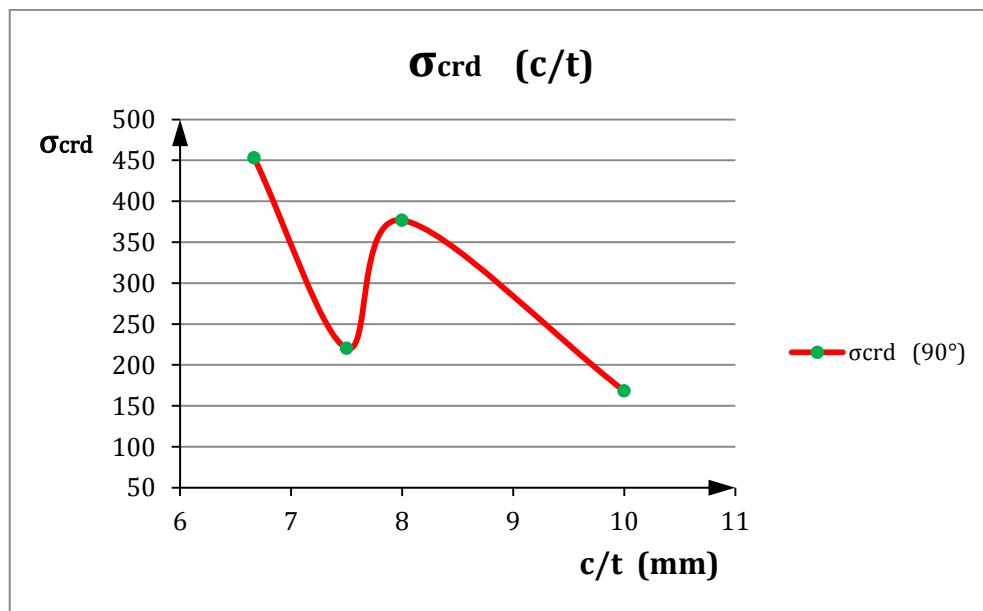
De la figure (4.2), on remarque aussi que la variation de la contrainte critique est influencée par la variation du rapport ( $b/t$ ).

### Bord tombé et épaisseur variables ( $c ; t$ ) :

Les paramètres ( $h$  et  $b$ ) sont fixés et ( $d$  et  $t$ ) sont variables. Les différents résultats sont résumés dans le tableau (4.3), tandis que la figure (4.3), elle représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ).

| $h$ | $b$ | $c$ | $t$ | $c/t$  | $\sigma_{\text{crd}}$ |
|-----|-----|-----|-----|--------|-----------------------|
| 200 | 80  | 15  | 1.5 | 10     | 168.1775              |
|     |     |     | 2   | 7.5    | 220.4397              |
|     |     | 20  | 2.5 | 8      | 376.7461              |
|     |     |     | 3   | 6.6667 | 453.2517              |

**Tableau 4.3.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la flexion.



**Figure 4.3.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la flexion.

La figure 4.3 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $c/t$ ).

**Calcul du module d'inertie efficace  $W_{eff}$ :**

En choisissant plusieurs sections en « C » à bords tombés (de caractéristiques réelles) tirées du code AISI, on a pu calculer leur module d'inertie efficace  $W_{eff}$  qui est utilisé pour le calcul du moment résistant à la flexion qui est par la suite comparé au moment sollicitant pour dimensionner l'élément par rapport à la flexion. (il faut que  $M_{c,rd}/M_{Ed} > 1$ ).



| <b>h</b> (mm) | <b>b</b> (mm) | <b>t</b> (mm) | <b>c</b> (mm) | <b>r</b> (mm) | <b>W<sub>eff,y,c</sub></b> (mm <sup>3</sup> ) | <b>W<sub>eff,y,t</sub></b> (mm <sup>3</sup> ) |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---|---|
| 304.8         | 101.6         | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 112760  | 132280  |
| 304.8         | 101.6         | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 79506   | 104940  |
| 304.8         | 101.6         | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 57410   | 84763   |
| 304.8         | 88.9          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 108420  | 123130  |
| 304.8         | 88.9          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 78016   | 98000   |
| 304.8         | 88.9          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 55965   | 78946   |
| 304.8         | 63.5          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 97096   | 104410  |
| 304.8         | 63.5          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 70578   | 83067   |
| 304.8         | 63.5          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 52704   | 67377   |
| 254           | 101.6         | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 94268   | 104510  |
| 254           | 101.6         | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 66027   | 82949   |
| 254           | 101.6         | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 47423   | 67110   |
| 254           | 101.6         | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 43075   | 62174   |
| 254           | 88.9          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 90181   | 96838   |
| 254           | 88.9          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 64801   | 77123   |
| 254           | 88.9          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 46445   | 62290   |
| 254           | 88.9          | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 40725   | 57268   |
| 254           | 63.5          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 79488   | 81188   |
| 254           | 63.5          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 58621   | 64718   |
| 254           | 63.5          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 43885   | 52633   |
| 254           | 63.5          | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 39060   | 48498   |
| 254           | 50.8          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 73170   | 73209   |
| 254           | 50.8          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 54326   | 58310   |
| 254           | 50.8          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 40799   | 47387   |
| 254           | 50.8          | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 36969   | 43821   |
| 228.6         | 63.5          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 68975   | 70321   |
| 228.6         | 63.5          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 52663   | 56109   |
| 228.6         | 63.5          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 39472   | 45682   |
| 228.6         | 63.5          | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 35053   | 42091   |
| 228.6         | 63.5          | 1.50          | 19.63         | 4.76          | 29835   | 37864   |
| 203.2         | 101.6         | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 71374   | 78927   |
| 203.2         | 101.6         | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 52579   | 62484   |
| 203.2         | 101.6         | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 37529   | 50615   |
| 203.2         | 101.6         | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 34105   | 46923   |
| 203.2         | 101.6         | 1.50          | 19.63         | 4.76          | 30275   | 42661   |

|       |       |      |       |      |       |       |
|-------|-------|------|-------|------|-------|-------|
| 203.2 | 88.9  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 67787 | 72692 |
| 203.2 | 88.9  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 51620 | 57794 |
| 203.2 | 88.9  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 36945 | 46772 |
| 203.2 | 88.9  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 32376 | 43048 |
| 203.2 | 88.9  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 27412 | 38777 |
|       |       |      |       |      |       |       |
| 203.2 | 63.5  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 58998 | 60010 |
| 203.2 | 63.5  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 46135 | 47907 |
| 203.2 | 63.5  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 35056 | 39035 |
| 203.2 | 63.5  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 31051 | 35963 |
| 203.2 | 63.5  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 26427 | 32375 |
|       |       |      |       |      |       |       |
| 203.2 | 50.8  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 53482 | 53482 |
| 203.2 | 50.8  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 42303 | 42771 |
| 203.2 | 50.8  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 32424 | 34832 |
| 203.2 | 50.8  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 29013 | 32142 |
| 203.2 | 50.8  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 25223 | 29050 |
|       |       |      |       |      |       |       |
| 177.8 | 101.6 | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 60497 | 66914 |
| 177.8 | 101.6 | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 44665 | 52957 |
| 177.8 | 101.6 | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 32694 | 42858 |
| 177.8 | 101.6 | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 29719 | 39739 |
| 177.8 | 101.6 | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 26391 | 36143 |
|       |       |      |       |      |       |       |
| 177.8 | 63.5  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 49554 | 50256 |
| 177.8 | 63.5  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 38740 | 40145 |
| 177.8 | 63.5  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 30637 | 32715 |
| 177.8 | 63.5  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 27057 | 30131 |
| 177.8 | 63.5  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 23022 | 27143 |
|       |       |      |       |      |       |       |
| 152.4 | 101.6 | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 49992 | 55402 |
| 152.4 | 101.6 | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 36741 | 43886 |
| 152.4 | 101.6 | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 27717 | 35457 |
| 152.4 | 101.6 | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 25341 | 32865 |
| 152.4 | 101.6 | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 22510 | 29896 |
|       |       |      |       |      |       |       |
| 152.4 | 63.5  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 40640 | 41062 |
| 152.4 | 63.5  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 31771 | 32828 |
| 152.4 | 63.5  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 25320 | 26766 |
| 152.4 | 63.5  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 22822 | 24628 |
| 152.4 | 63.5  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 19623 | 22186 |

|       |       |      |       |      |       |       |
|-------|-------|------|-------|------|-------|-------|
| 101.6 | 101.6 | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 30595 | 34010 |
| 101.6 | 101.6 | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 22257 | 27024 |
| 101.6 | 101.6 | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 16599 | 21886 |
| 101.6 | 101.6 | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 15388 | 20269 |
| 101.6 | 101.6 | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 13991 | 18405 |
| 101.6 | 63.5  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 24376 | 24376 |
| 101.6 | 63.5  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 19096 | 19547 |
| 101.6 | 63.5  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 15111 | 15954 |
| 101.6 | 63.5  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 13573 | 14690 |
| 101.6 | 63.5  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 11842 | 13237 |
| 101.6 | 50.8  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 20998 | 20998 |
| 101.6 | 50.8  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 16895 | 16895 |
| 101.6 | 50.8  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 13672 | 13831 |
| 101.6 | 50.8  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 12534 | 12781 |
| 101.6 | 50.8  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 11229 | 11571 |
| 304.8 | 63.5  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 85541 | 95878 |
| 304.8 | 63.5  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 50512 | 66010 |
| 304.8 | 63.5  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 35762 | 51663 |
| 304.8 | 50.8  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 79761 | 86870 |
| 304.8 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 47426 | 59797 |
| 304.8 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 33859 | 46835 |
| 304.8 | 41.28 | 2.58 | 12.70 | 3.88 | 70427 | 77144 |
| 304.8 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 42341 | 53169 |
| 304.8 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 30156 | 41541 |
| 254   | 63.5  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 71061 | 74624 |
| 254   | 63.5  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 42119 | 51602 |
| 254   | 63.5  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 29721 | 40489 |
| 254   | 63.5  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 20356 | 31541 |
| 254   | 50.8  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 65858 | 67108 |
| 254   | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 39361 | 46388 |
| 254   | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 28189 | 36481 |
| 254   | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 19883 | 28581 |
| 254   | 41.28 | 2.58 | 12.70 | 3.88 | 58201 | 59270 |
| 254   | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 35020 | 40975 |
| 254   | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 25015 | 32154 |
| 254   | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 17933 | 25256 |

|       |       |      |       |      |        |        |
|-------|-------|------|-------|------|--------|--------|
| 203.2 | 63.5  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 52841  | 55212  |
| 203.2 | 63.5  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 33722  | 38316  |
| 203.2 | 63.5  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 23658  | 30122  |
| 203.2 | 63.5  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 16183  | 23572  |
| 203.2 | 50.8  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 48364  | 49116  |
| 203.2 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 31346  | 34124  |
| 203.2 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 22520  | 26934  |
| 203.2 | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 15824  | 21193  |
| 203.2 | 50.8  | 0.88 | 15.88 | 1.94 | 10025  | 15707  |
| 203.2 | 41.28 | 2.58 | 12.70 | 3.88 | 42450  | 42978  |
| 203.2 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 17792  | 29899  |
| 203.2 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 19909  | 23555  |
| 203.2 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 14329  | 18596  |
| 203.2 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 9405.3 | 13884  |
| 203.2 | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 24781  | 26650  |
| 203.2 | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 17650  | 20940  |
| 203.2 | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 12635  | 16484  |
| 203.2 | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 8452.6 | 12345  |
| 152.4 | 63.5  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 36414  | 37912  |
| 152.4 | 63.5  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 24380  | 26338  |
| 152.4 | 63.5  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 17613  | 20694  |
| 152.4 | 63.5  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 12025  | 16261  |
| 152.4 | 50.8  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 32961  | 33281  |
| 152.4 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 22312  | 23161  |
| 152.4 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 16847  | 18317  |
| 152.4 | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 11745  | 14427  |
| 152.4 | 50.8  | 0.88 | 15.88 | 1.94 | 7470.6 | 10772  |
| 152.4 | 41.28 | 2.58 | 12.70 | 3.88 | 28740  | 28815  |
| 152.4 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 19573  | 20066  |
| 152.4 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 14843  | 15864  |
| 152.4 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 10724  | 12579  |
| 152.4 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 6992.6 | 9438.2 |
| 152.4 | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 17299  | 17702  |
| 152.4 | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 13120  | 13985  |
| 152.4 | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 9427.6 | 11064  |
| 152.4 | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 6348   | 8352.7 |

|       |       |      |       |      |        |        |
|-------|-------|------|-------|------|--------|--------|
| 139.7 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 17413  | 17828  |
| 139.7 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 13528  | 14101  |
| 139.7 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 9821.6 | 11189  |
| 139.7 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 6390.8 | 8404.8 |
| 101.6 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 132064 | 13665  |
| 101.6 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 10257  | 10816  |
| 101.6 | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 7561.3 | 8499   |
| 101.6 | 50.8  | 0.88 | 15.88 | 1.94 | 4814.8 | 6371.3 |
| 101.6 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 11478  | 11677  |
| 101.6 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 8907.8 | 9243.6 |
| 101.6 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 6917.6 | 7339.5 |
| 101.6 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 4587.8 | 5518.6 |
| 101.6 | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 10004  | 10171  |
| 101.6 | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 7775.3 | 8048.8 |
| 101.6 | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 6049.1 | 6389.1 |
| 101.6 | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 4230.2 | 4851.2 |
| 92.08 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 11726  | 12053  |
| 92.08 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 9066.5 | 9542.9 |
| 92.08 | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 6653.4 | 7497.3 |
| 92.08 | 50.8  | 0.88 | 15.88 | 1.94 | 4333.1 | 5615.7 |
| 92.08 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 10121  | 10273  |
| 92.08 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 7852.9 | 8133.9 |
| 92.08 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 6097   | 6460.3 |
| 92.08 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 4138   | 4852.7 |
| 92.08 | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 8798.4 | 8927   |
| 92.08 | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 6836.5 | 7066.2 |
| 92.08 | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 5316.8 | 5610.6 |
| 92.08 | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 3821.3 | 4257.7 |
| 88.9  | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 9678.4 | 9815.6 |
| 88.9  | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 7509.3 | 7772.6 |
| 88.9  | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 5829.8 | 6174   |
| 88.9  | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 3987.8 | 4635.6 |
| 63.5  | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 6345.3 | 6378.6 |
| 63.5  | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 4921.8 | 5055.2 |
| 63.5  | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 3807.2 | 4017   |
| 63.5  | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 2616.2 | 3014.5 |

|      |       |      |      |      |        |        |
|------|-------|------|------|------|--------|--------|
| 63.5 | 34.93 | 1.81 | 9.53 | 2.72 | 5482.2 | 5512.1 |
| 63.5 | 34.93 | 1.44 | 9.53 | 2.16 | 4256.4 | 4367.1 |
| 63.5 | 34.93 | 1.15 | 9.53 | 1.81 | 3307.3 | 3471.1 |
| 63.5 | 34.93 | 0.88 | 9.53 | 1.94 | 2405.7 | 2631.5 |

**Tableau 4.4.** Calcul du module d'inertie efficace  $W_{\text{eff}}$  pour différents sections en 'C'

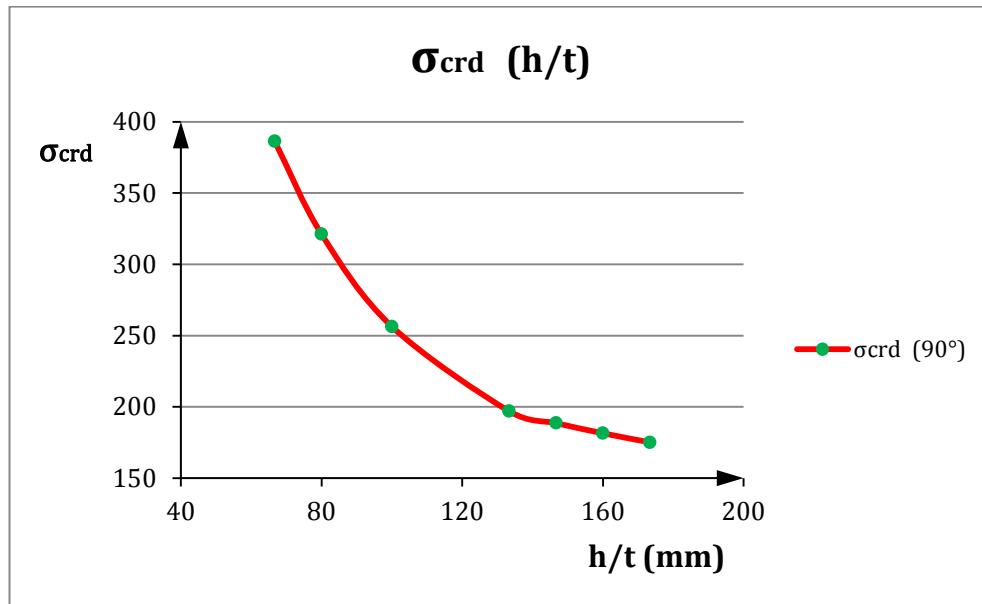
➤ **Cas de compression.**

**Hauteur et épaisseur variables (h ; t) :**

Les paramètres (b et d) sont fixés et (h et t) sont variables. Le tableau 4.5 montre les résultats obtenus et la figure 4.4 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport (h/t).

| b  | c  | h   | t   | h/t      | $\sigma_{\text{crd}}(90^\circ)$ |
|----|----|-----|-----|----------|---------------------------------|
| 80 | 20 | 200 | 1.5 | 133.3333 | 196.9836                        |
|    |    |     | 2   | 100      | 256.3452                        |
|    |    |     | 2.5 | 80       | 321.1050                        |
|    |    |     | 3   | 66.6667  | 386.3116                        |
|    |    | 220 | 1.5 | 146.6667 | 188.6372                        |
|    |    |     |     | 160      | 181.5129                        |
|    |    |     |     | 173.3333 | 175.1383                        |

**Tableau 4.5.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport (h/t) selon l'Eurocode. Cas de la compression.



**Figure 4.4.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon l' Eurocode. Cas de la compression.

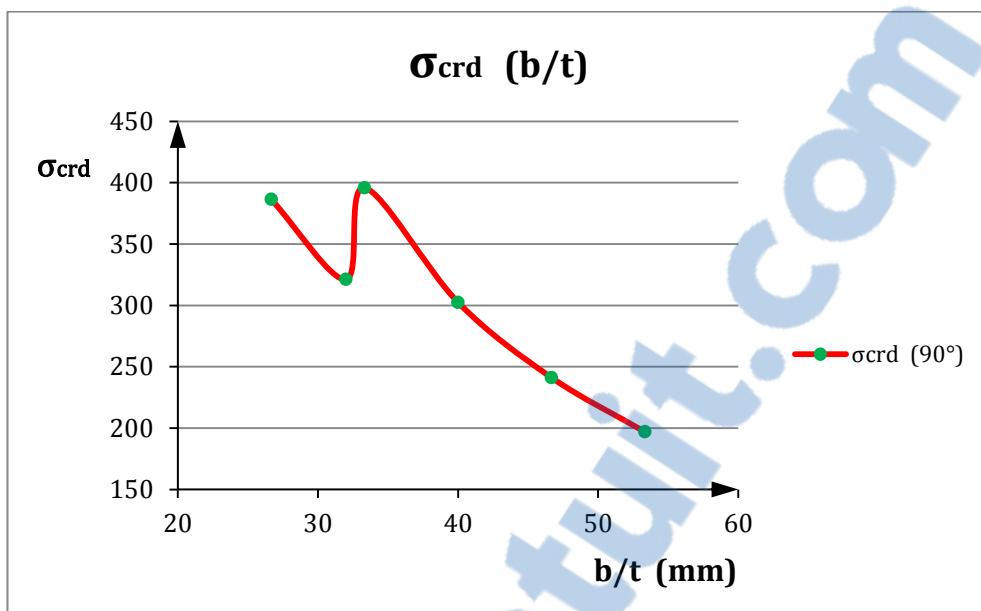
La figure 4.4 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ), où on remarque que contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $h/t$ ).

#### Largeur et épaisseur variables (b ; t)

Les paramètres ( $h$  et  $c$ ) sont fixés et ( $b$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.6 montre les résultats obtenus. La figure 4.5 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ).

| $h$ | $c$ | $b$ | $t$ | $b/t$   | $\sigma_{\text{crd}}(90^\circ)$ |
|-----|-----|-----|-----|---------|---------------------------------|
| 200 | 20  | 50  | 1.5 | 33.3333 | 395.8104                        |
|     |     | 60  |     | 40      | 302.4309                        |
|     |     | 70  |     | 46.6667 | 241.2160                        |
|     |     | 80  |     | 53.3333 | 196.9836                        |
|     |     | 2.5 |     | 32      | 321.1050                        |
|     |     |     |     | 3       | 386.3116                        |

**Tableau 4.6.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la compression.



**Figure 4.5.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la compression.

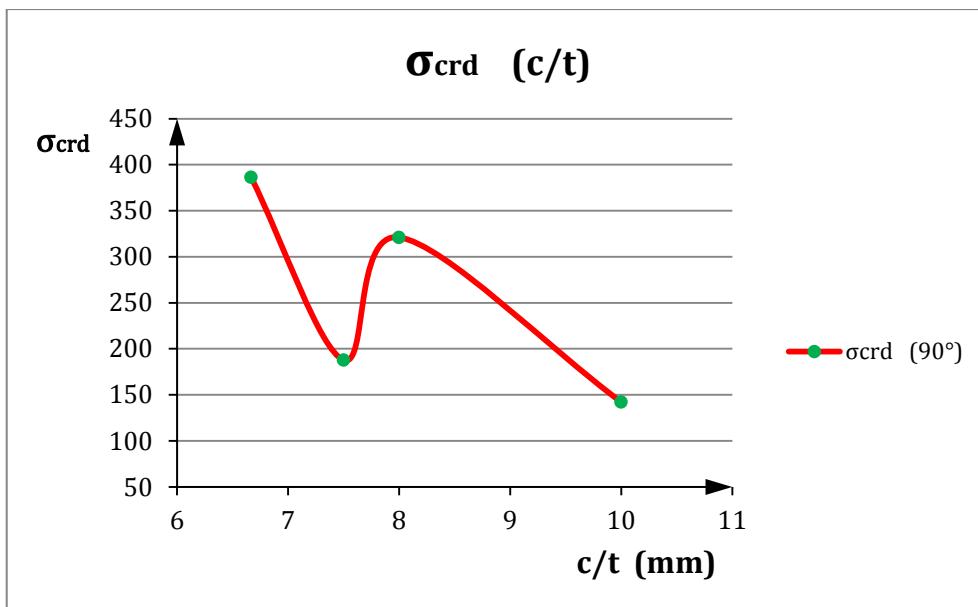
La figure 4.5 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ), où on remarque que la contrainte diminue en augmentant le rapport ( $b/t$ ).

#### Bord tombé et épaisseur variables ( $c ; t$ ) :

Les paramètres ( $h$  et  $b$ ) sont fixés et ( $c$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.7 montre les résultats obtenus. La figure 4.6 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ).

| $h$ | $b$ | $c$ | $t$ | $c/t$  | $\sigma_{\text{crd}}$ |
|-----|-----|-----|-----|--------|-----------------------|
| 200 | 80  | 15  | 1.5 | 10     | 142.1582              |
|     |     |     | 2   | 7.5    | 187.7619              |
|     |     | 20  | 2.5 | 8      | 321.1050              |
|     |     |     | 3   | 6.6667 | 386.3116              |

**Tableau 4.7.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la compression.



**Figure 4.6.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon l'Eurocode. Cas de la compression.

La figure 4.6 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue en augmentant le rapport ( $c/t$ ).

### Calcul de l'aire efficace $A_{\text{eff}}$

En choisissant plusieurs sections en « C » à bords tombés (de caractéristiques réelles) tirées du code AISI, on a pu calculer la section efficace  $A_{\text{eff}}$  qui est utilisée pour le calcul de l'effort résistant à la compression qui est par la suite comparé à l'effort sollicitant pour dimensionner l'élément par rapport à la compression. (il faut que  $N_{c,rd}/N_{Ed} > 1$ ). (tableau 4.8)

| <b>h</b> (mm) | <b>b</b> (mm) | <b>t</b> (mm) | <b>c</b> (mm) | <b>r</b> (mm) | <b>A<sub>eff</sub></b> (mm <sup>2</sup> ) |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---|
| 304.8         | 101.6         | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 780.4079                                  |
| 304.8         | 101.6         | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 554.4461                                  |
| 304.8         | 101.6         | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 398.6439                                  |
| 304.8         | 88.9          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 759.7649                                  |
| 304.8         | 88.9          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 535.3083                                  |
| 304.8         | 88.9          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 388.8547                                  |
| 304.8         | 63.5          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 699.6533                                  |
| 304.8         | 63.5          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 498.7505                                  |
| 304.8         | 63.5          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 365.1686                                  |
| 254           | 101.6         | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 787.4054                                  |
| 254           | 101.6         | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 554.5439                                  |
| 254           | 101.6         | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 397.9345                                  |
| 254           | 101.6         | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 360.2799                                  |
| 254           | 88.9          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 764.6022                                  |
| 254           | 88.9          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 542.0076                                  |
| 254           | 88.9          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 388.7094                                  |
| 254           | 88.9          | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 341.1121                                  |
| 254           | 63.5          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 700.6571                                  |
| 254           | 63.5          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 501.9096                                  |
| 254           | 63.5          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 369.1703                                  |
| 254           | 63.5          | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 326.9504                                  |
| 254           | 50.8          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 659.7270                                  |
| 254           | 50.8          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 473.4179                                  |
| 254           | 50.8          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 349.5326                                  |
| 254           | 50.8          | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 310.2381                                  |
| 228.6         | 63.5          | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 700.5008                                  |
| 228.6         | 63.5          | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 503.2739                                  |
| 228.6         | 63.5          | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 371.1642                                  |
| 228.6         | 63.5          | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 329.0734                                  |
| 228.6         | 63.5          | 1.50          | 19.63         | 4.76          | 279.9576                                  |
| 203.2         | 101.6         | 2.67          | 22.48         | 4.76          | 793.0888                                  |
| 203.2         | 101.6         | 2.16          | 21.23         | 4.76          | 554.4749                                  |
| 203.2         | 101.6         | 1.78          | 20.32         | 4.76          | 396.6140                                  |
| 203.2         | 101.6         | 1.65          | 20.01         | 4.76          | 359.4071                                  |
| 203.2         | 101.6         | 1.50          | 19.63         | 4.76          | 317.9404                                  |



|       |       |      |       |      |          |
|-------|-------|------|-------|------|----------|
| 203.2 | 88.9  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 767.8720 |
| 203.2 | 88.9  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 548.1784 |
| 203.2 | 88.9  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 389.0974 |
| 203.2 | 88.9  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 304.5309 |
| 203.2 | 88.9  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 288.6421 |
| 203.2 | 63.5  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 699.6193 |
| 203.2 | 63.5  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 504.3641 |
| 203.2 | 63.5  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 373.0980 |
| 203.2 | 63.5  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 331.1891 |
| 203.2 | 63.5  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 280.9000 |
| 203.2 | 50.8  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 656.8098 |
| 203.2 | 50.8  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 474.1448 |
| 203.2 | 50.8  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 351.8644 |
| 203.2 | 50.8  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 312.9307 |
| 203.2 | 50.8  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 269.8388 |
| 177.8 | 101.6 | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 794.8025 |
| 177.8 | 101.6 | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 554.4091 |
| 177.8 | 101.6 | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 395.5264 |
| 177.8 | 101.6 | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 358.6507 |
| 177.8 | 101.6 | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 317.4954 |
| 177.8 | 63.5  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 697.6290 |
| 177.8 | 63.5  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 504.9986 |
| 177.8 | 63.5  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 374.8884 |
| 177.8 | 63.5  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 332.8035 |
| 177.8 | 63.5  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 281.7261 |
| 152.4 | 101.6 | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 795.0267 |
| 152.4 | 101.6 | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 553.4497 |
| 152.4 | 101.6 | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 393.9303 |
| 152.4 | 101.6 | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 357.5081 |
| 152.4 | 101.6 | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 316.7811 |
| 152.4 | 63.5  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 693.8679 |
| 152.4 | 63.5  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 504.8561 |
| 152.4 | 63.5  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 376.3806 |
| 152.4 | 63.5  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 333.2263 |
| 152.4 | 63.5  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 282.3369 |
| 101.6 | 101.6 | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 780.9164 |
| 101.6 | 101.6 | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 545.5753 |
| 101.6 | 101.6 | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 389.3964 |
| 101.6 | 101.6 | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 354.4943 |
| 101.6 | 101.6 | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 315.1867 |

|       |       |      |       |      |          |
|-------|-------|------|-------|------|----------|
| 101.6 | 63.5  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 674.7882 |
| 101.6 | 63.5  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 499.1162 |
| 101.6 | 63.5  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 376.7643 |
| 101.6 | 63.5  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 331.7405 |
| 101.6 | 63.5  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 281.9198 |
| 101.6 | 50.8  | 2.67 | 22.48 | 4.76 | 616.0171 |
| 101.6 | 50.8  | 2.16 | 21.23 | 4.76 | 464.4934 |
| 101.6 | 50.8  | 1.78 | 20.32 | 4.76 | 351.5733 |
| 101.6 | 50.8  | 1.65 | 20.01 | 4.76 | 314.9164 |
| 101.6 | 50.8  | 1.50 | 19.63 | 4.76 | 273.9178 |
| 304.8 | 63.5  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 608.1347 |
| 304.8 | 63.5  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 346.6055 |
| 304.8 | 63.5  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 241.6340 |
| 304.8 | 50.8  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 576.7622 |
| 304.8 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 331.4899 |
| 304.8 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 245.8866 |
| 304.8 | 41.28 | 2.58 | 12.70 | 3.88 | 507.6878 |
| 304.8 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 298.1852 |
| 304.8 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 207.0816 |
| 254   | 63.5  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 609.8700 |
| 254   | 63.5  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 350.7568 |
| 254   | 63.5  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 243.4741 |
| 254   | 63.5  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 168.7113 |
| 254   | 50.8  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 576.6241 |
| 254   | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 334.0662 |
| 254   | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 234.1055 |
| 254   | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 164.1141 |
| 254   | 41.28 | 2.58 | 12.70 | 3.88 | 509.5044 |
| 254   | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 299.7510 |
| 254   | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 209.2129 |
| 254   | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 146.4032 |
| 203.2 | 63.5  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 609.8852 |
| 203.2 | 63.5  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 354.8242 |
| 203.2 | 63.5  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 248.2073 |
| 203.2 | 63.5  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 168.8161 |

|       |       |      |       |      |          |
|-------|-------|------|-------|------|----------|
| 203.2 | 50.8  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 574.5166 |
| 203.2 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 336.3489 |
| 203.2 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 237.2447 |
| 203.2 | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 165.7191 |
| 203.2 | 50.8  | 0.88 | 15.88 | 1.94 | 103.4493 |
| 203.2 | 41.28 | 2.58 | 12.70 | 3.88 | 509.4991 |
| 203.2 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 300.8853 |
| 203.2 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 211.3288 |
| 203.2 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 148.8446 |
| 203.2 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 96.8128  |
| 203.2 | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 270.0008 |
| 203.2 | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 188.0853 |
| 203.2 | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 131.4624 |
| 203.2 | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 85.2763  |
| 152.4 | 63.5  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 605.8222 |
| 152.4 | 63.5  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 358.2058 |
| 152.4 | 63.5  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 249.9174 |
| 152.4 | 63.5  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 169.0072 |
| 152.4 | 50.8  | 2.58 | 15.88 | 3.88 | 567.9882 |
| 152.4 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 337.6577 |
| 152.4 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 240.2589 |
| 152.4 | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 167.2226 |
| 152.4 | 50.8  | 0.88 | 15.88 | 1.94 | 104.5219 |
| 152.4 | 41.28 | 2.58 | 12.70 | 3.88 | 505.2802 |
| 152.4 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 300.8546 |
| 152.4 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 213.1492 |
| 152.4 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 151.3925 |
| 152.4 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 98.0338  |
| 152.4 | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 269.1438 |
| 152.4 | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 189.1726 |
| 152.4 | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 133.3572 |
| 152.4 | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 87.4563  |
| 139.7 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 300.4607 |
| 139.7 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 213.4725 |
| 139.7 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 152.0176 |
| 139.7 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 98.3324  |

|       |       |      |       |      |          |
|-------|-------|------|-------|------|----------|
| 101.6 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 335.6045 |
| 101.6 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 242.1547 |
| 101.6 | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 168.1056 |
| 101.6 | 50.8  | 0.88 | 15.88 | 1.94 | 104.6549 |
| 101.6 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 297.1768 |
| 101.6 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 213.5975 |
| 101.6 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 153.6514 |
| 101.6 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 99.1178  |
| 101.6 | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 264.4563 |
| 101.6 | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 188.7250 |
| 101.6 | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 134.8183 |
| 101.6 | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 89.7874  |
| 92.08 | 50.8  | 1.81 | 15.88 | 2.72 | 334.2611 |
| 92.08 | 50.8  | 1.44 | 15.88 | 2.16 | 242.1222 |
| 92.08 | 50.8  | 1.15 | 15.88 | 1.81 | 168.0655 |
| 92.08 | 50.8  | 0.88 | 15.88 | 1.94 | 104.5879 |
| 92.08 | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 295.4846 |
| 92.08 | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 213.2543 |
| 92.08 | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 153.9258 |
| 92.08 | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 99.2536  |
| 92.08 | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 262.5459 |
| 92.08 | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 188.1882 |
| 92.08 | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 134.9203 |
| 92.08 | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 90.2057  |
| 88.9  | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 294.7915 |
| 88.9  | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 213.0824 |
| 88.9  | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 153.9947 |
| 88.9  | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 99.2887  |
| 63.5  | 41.28 | 1.81 | 12.70 | 2.72 | 285.4070 |
| 63.5  | 41.28 | 1.44 | 12.70 | 2.16 | 209.9327 |
| 63.5  | 41.28 | 1.15 | 12.70 | 1.81 | 153.7817 |
| 63.5  | 41.28 | 0.88 | 12.70 | 1.94 | 99.2261  |
| 63.5  | 34.93 | 1.81 | 9.53  | 2.72 | 251.736  |
| 63.5  | 34.93 | 1.44 | 9.53  | 2.16 | 184.2173 |
| 63.5  | 34.93 | 1.15 | 9.53  | 1.81 | 134.1979 |
| 63.5  | 34.93 | 0.88 | 9.53  | 1.94 | 90.9413  |

**Tableau 4.8.** Calcul de l'aire efficace  $A_{\text{eff}}$  pour différentes sections en 'C'

#### 4.2.2 Suivant la méthode Schäfer :

On utilise le programme élaboré pour calculer la contrainte critique distorsionnelle suivant la méthode Schäfer pour les sections en ‘C’ en fonction de la variation d'un rapport de géométrie choisi.

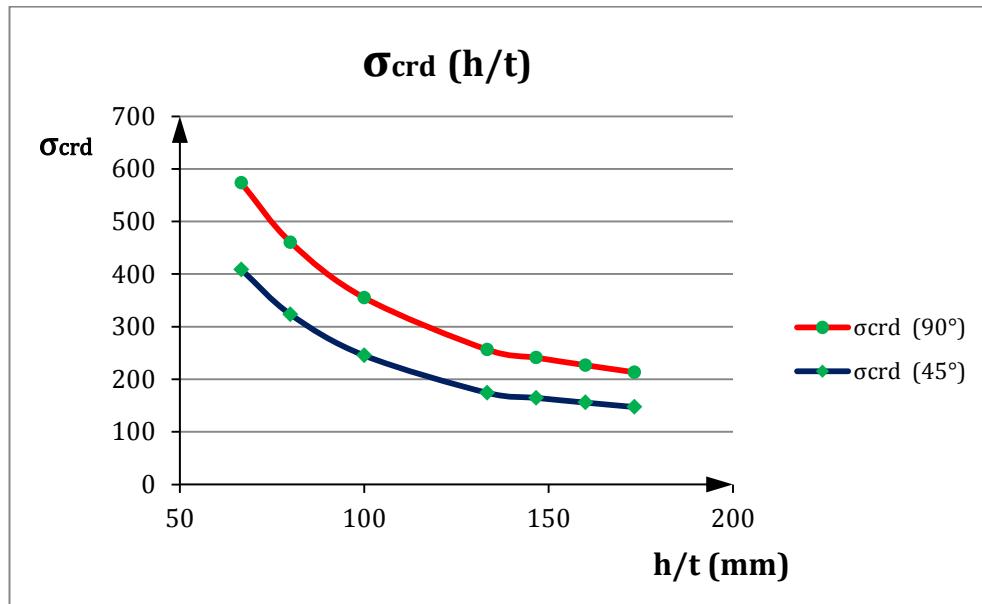
##### ➤ Cas de flexion.

##### Hauteur et épaisseur variables (h ; t) :

Les paramètres (b et c) sont fixés et (h et t) sont variables. Le tableau 4.9 montre les résultats obtenus. La figure 4.7 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport (h/t).

| b  | c  | h   | t   | h/t      | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|----|----|-----|-----|----------|-----------------------|---------------------|
|    |    |     |     |          | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 80 | 20 | 200 | 1.5 | 133.3333 | 256.4466              | 174.2961            |
|    |    |     | 2   | 100      | 355.0109              | 245.2835            |
|    |    |     | 2.5 | 80       | 460.5150              | 323.2559            |
|    |    |     | 3   | 66.6667  | 573.1896              | 408.5163            |
|    |    | 220 | 1.5 | 146.6667 | 241.1166              | 164.6812            |
|    |    | 240 |     | 160      | 226.8137              | 155.7098            |
|    |    | 260 |     | 173.3333 | 213.3167              | 147.2329            |

**Tableau 4.9.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport (h/t) selon Schäfer. Cas de la flexion.



**Figure 4.7.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon Schäfer. Cas de la flexion.

La figure 4.7 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) pour 02 inclinaisons des bords libres ( $\theta = 90^\circ$   $\theta = 45^\circ$ ). On remarque que la contrainte diminue avec l'augmentation du rapport ( $h/t$ ).

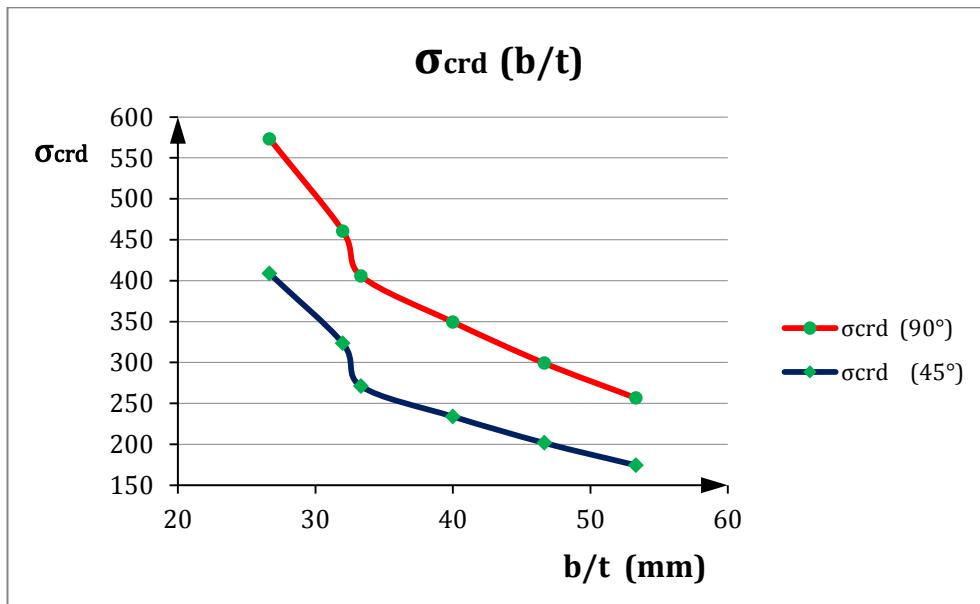
De plus, la contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est plus importante que celle pour  $\theta = 45^\circ$  ce qui explique la rigidité importante de la (semelle + bord tombé) avec  $\theta = 90^\circ$  que celle avec  $\theta = 45^\circ$ .

#### Largeur et épaisseur variables (b ; t) :

Les paramètres ( $h$  et  $c$ ) sont fixés et ( $b$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.10 montre les résultats obtenus. La figure 4.8 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $b/t$ ).

| h   | c  | b  | t   | b/t     | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |  |
|-----|----|----|-----|---------|-----------------------|---------------------|--|
|     |    |    |     |         | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |  |
| 200 | 20 | 50 | 1.5 | 33.3333 | 405.5159              | 270.8289            |  |
|     |    | 60 |     | 40      | 349.3733              | 233.8924            |  |
|     |    | 70 |     | 46.6667 | 299.0252              | 201.5938            |  |
|     |    | 80 |     | 53.3333 | 256.4466              | 174.2961            |  |
|     |    |    |     | 2.5     | 32                    | 460.515             |  |
|     |    |    |     | 3       | 26.6667               | 573.1896            |  |
|     |    |    |     |         |                       | 408.5163            |  |

**Tableau 4.10.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon Schäfer. Cas de la flexion.



**Figure 4.8.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon Schäfer. Cas de la flexion.

La figure 4.8 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ \theta = 45^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue en augmentant le rapport ( $b/t$ ).

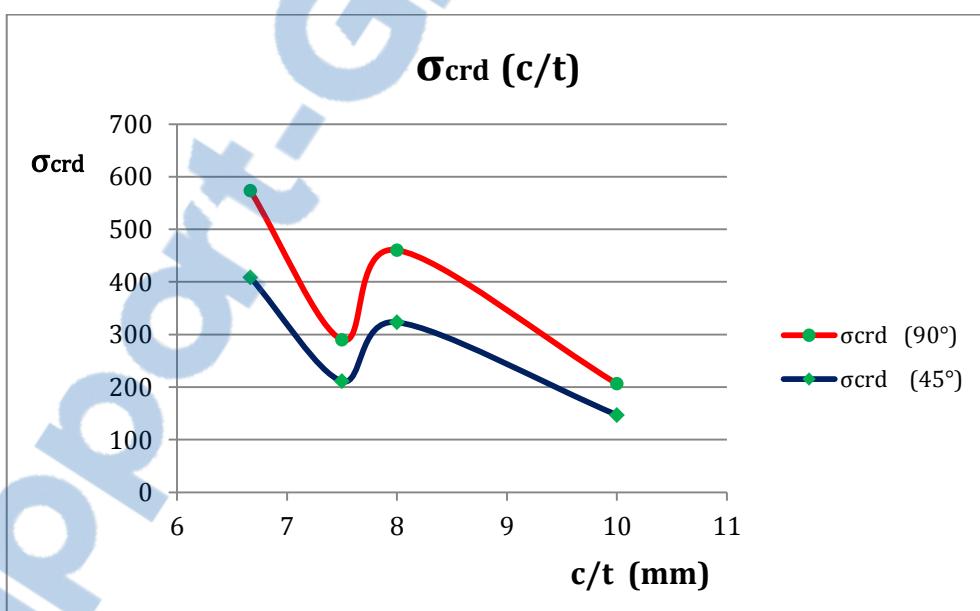
On remarque toujours que la contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est plus importante que celle pour  $\theta = 45^\circ$ .

**Bord tombé et épaisseur variables ( $c; t$ ) :**

Les paramètres ( $h$  et  $b$ ) sont fixés et ( $d$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.11 montre les résultats obtenus. La figure 4.9 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $h/t$ ).

| h   | b  | c  | t   | c/t    | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|-----|----|----|-----|--------|-----------------------|---------------------|
|     |    |    |     |        | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 200 | 80 | 15 | 1.5 | 10     | 206.3110              | 147.0309            |
|     |    |    | 2   | 7.5    | 290.0730              | 211.2685            |
|     |    | 20 | 2.5 | 8      | 460.515               | 323.2559            |
|     |    |    | 3   | 6.6667 | 573.1896              | 408.5163            |

**Tableau 4.11.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon Schäfer. Cas de la flexion.



**Figure 4.9.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon Schäfer. Cas de la flexion.

La figure 4.9 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ \theta = 45^\circ$ ), où on remarque que contrainte diminue en augmentant le rapport ( $c/t$ ).

Toujours, la contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est plus importante que celle pour  $= 45^\circ$ .

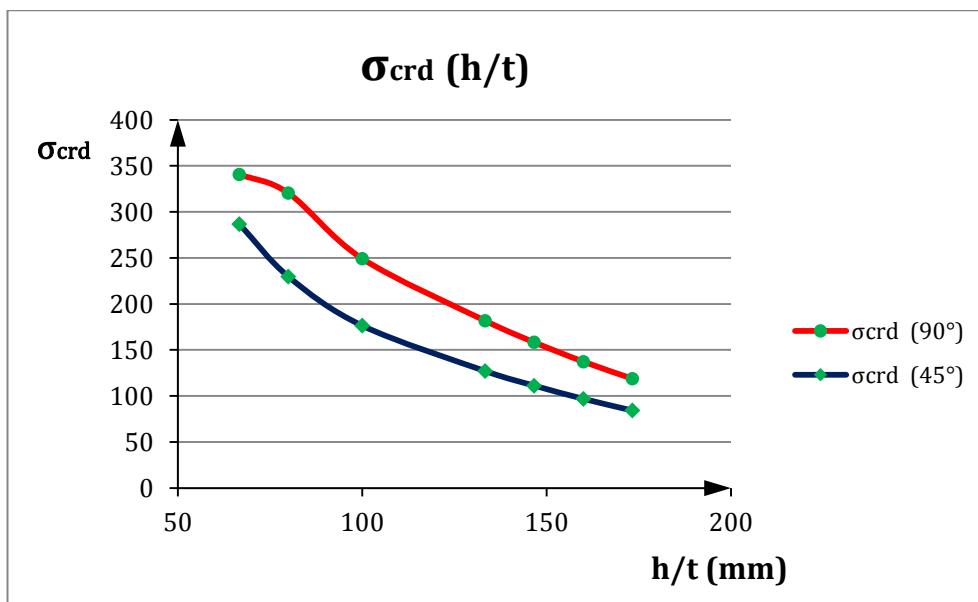
➤ Cas de compression.

**Hauteur et épaisseur variables ( $h$  ;  $t$ ) :**

Les paramètres ( $b$  et  $c$ ) sont fixés et ( $h$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.12 montre les résultats obtenus. La figure 4.10 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $h/t$ ).

| b  | c  | h   | t   | h/t      | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|----|----|-----|-----|----------|-----------------------|---------------------|
|    |    |     |     |          | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 80 | 20 | 200 | 1.5 | 133.3333 | 181.7467              | 127.0750            |
|    |    |     | 2   | 100      | 249.1474              | 176.3740            |
|    |    |     | 2.5 | 80       | 320.2268              | 229.5271            |
|    |    |     | 3   | 66.6667  | 340.7038              | 286.7517            |
|    |    | 220 | 1.5 | 146.6667 | 158.2737              | 111.1885            |
|    |    | 240 |     | 160      | 137.2515              | 96.8675             |
|    |    | 260 |     | 173.3333 | 118.6524              | 84.1127             |

**Tableau 4.12.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon Schäfer. Cas de la compression.



**Figure 4.10.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon Schäfer. Cas de la compression.

La figure 4.10 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ$   $\theta = 45^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue en augmentant le rapport ( $h/t$ ).

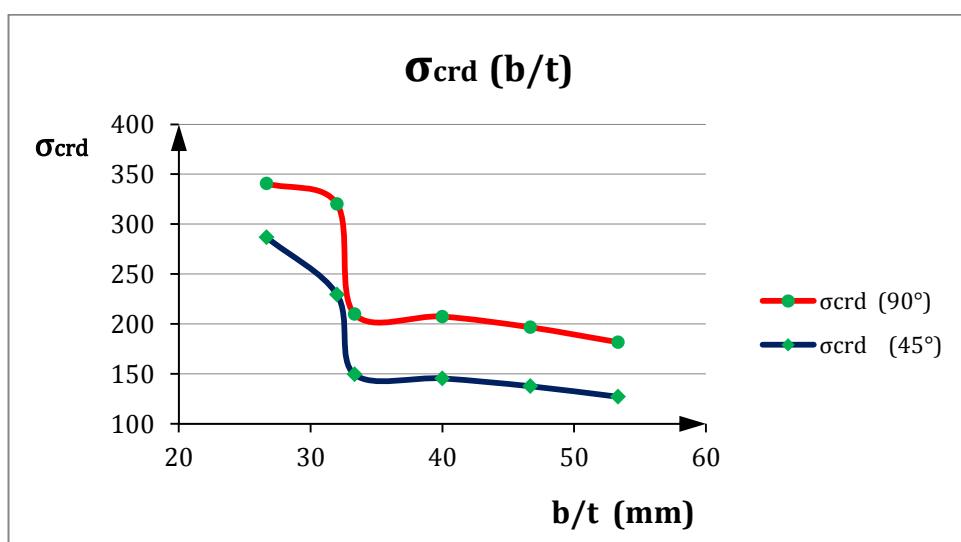
La contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est plus importante que celle pour  $= 45^\circ$ .

#### Largeur et épaisseur variables (b ; t) :

Les paramètres (h et c) sont fixés et (b et t) sont variables. Le tableau 4.13 montre les résultats obtenus. La figure 4.11 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $b/t$ ).

| h   | c  | b  | t   | b/t     | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |  |
|-----|----|----|-----|---------|-----------------------|---------------------|--|
|     |    |    |     |         | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |  |
| 200 | 20 | 50 | 1.5 | 33.3333 | 209.8590              | 149.5410            |  |
|     |    |    |     | 40      | 207.4453              | 145.9518            |  |
|     |    | 70 |     | 46.6667 | 186.6904              | 137.6656            |  |
|     |    | 80 |     | 53.3333 | 181.7467              | 127.0750            |  |
|     |    |    |     | 2.5     | 32                    | 320.2268            |  |
|     |    |    |     | 3       | 26.6667               | 340.7038            |  |
|     |    |    |     |         |                       | 286.7517            |  |

**Tableau 4.13.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon Schäfer. Cas de la compression.



**Figure 4.11.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon Schäfer. Cas de la compression.

La figure 4.11 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ \theta = 45^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $b/t$ ).

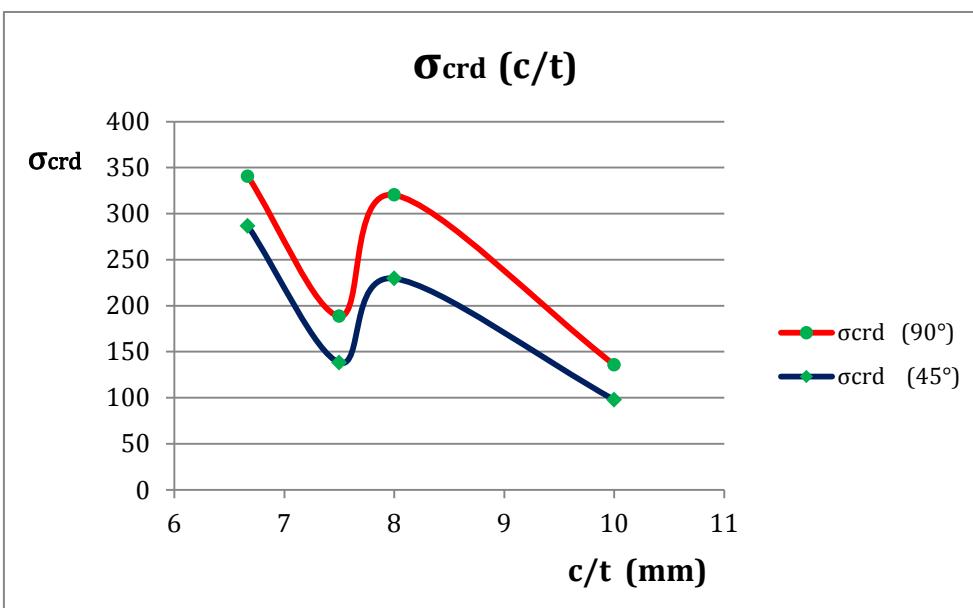
La contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est toujours plus importante que celle pour  $= 45^\circ$ .

#### Bord tombé et épaisseur variantes ( $c ; t$ ) :

Les paramètres ( $h$  et  $b$ ) sont fixés et ( $c$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.14 montre les résultats obtenus. La figure 4.12 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $c/t$ ).

| h   | b  | c  | t   | c/t | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|-----|----|----|-----|-----|-----------------------|---------------------|
|     |    |    |     |     | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 200 | 80 | 15 | 1.5 | 10  | 135.7861              | 97.7354             |
|     |    |    |     | 2   | 188.5805              | 138.1908            |
|     |    | 20 | 2.5 | 8   | 320.2268              | 229.5271            |
|     |    |    |     | 3   | 340.7038              | 286.7517            |

**Tableau 4.14.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon Schäfer. Cas de la compression.



**Figure 4.12.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon Schäfer. Cas de la compression.

La figure 4.12 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ$   $\theta = 45^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $c/t$ ).

La contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est plus importante que celle pour  $= 45^\circ$ .

#### 4.2.3 Suivant la méthode Hancock.

On utilise le programme élaboré pour calculer la contrainte critique distorsionnelle suivant la méthode Hancock pour les sections en 'C' en fonction de la variation d'un rapport de géométrie choisi.

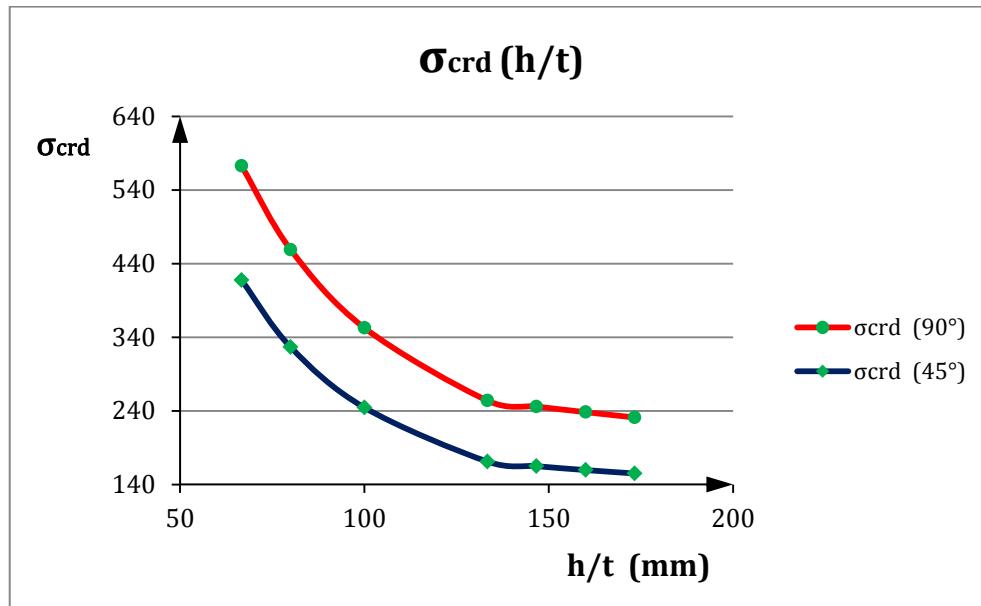
##### ➤ Cas de flexion.

##### Hauteur et épaisseur variables ( $h ; t$ ) :

Les paramètres ( $b$  et  $c$ ) sont fixés et ( $h$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.15 montre les résultats obtenus. La figure 4.13 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $h/t$ ).

| b  | c  | h   | t   | h/t      | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|----|----|-----|-----|----------|-----------------------|---------------------|
|    |    |     |     |          | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 80 | 20 | 200 | 1.5 | 133.3333 | 253.9527              | 171.1517            |
|    |    |     | 2   | 100      | 352.706               | 244.4763            |
|    |    |     | 2.5 | 80       | 458.9126              | 326.5246            |
|    |    |     | 3   | 66.6667  | 572.7448              | 417.5875            |
|    |    | 220 |     | 146.6667 | 245.8783              | 164.9427            |
|    |    | 240 | 1.5 | 160      | 238.2358              | 159.6062            |
|    |    | 260 |     | 173.3333 | 231.0332              | 154.9799            |

**Tableau 4.15.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon Hancock. Cas de la flexion.



**Figure 4.13.** La contrainte critiquedistorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon Hancock. Cas de la flexion.

La figure 4.13 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ$   $\theta = 45^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue en augmentant le rapport ( $h/t$ ).

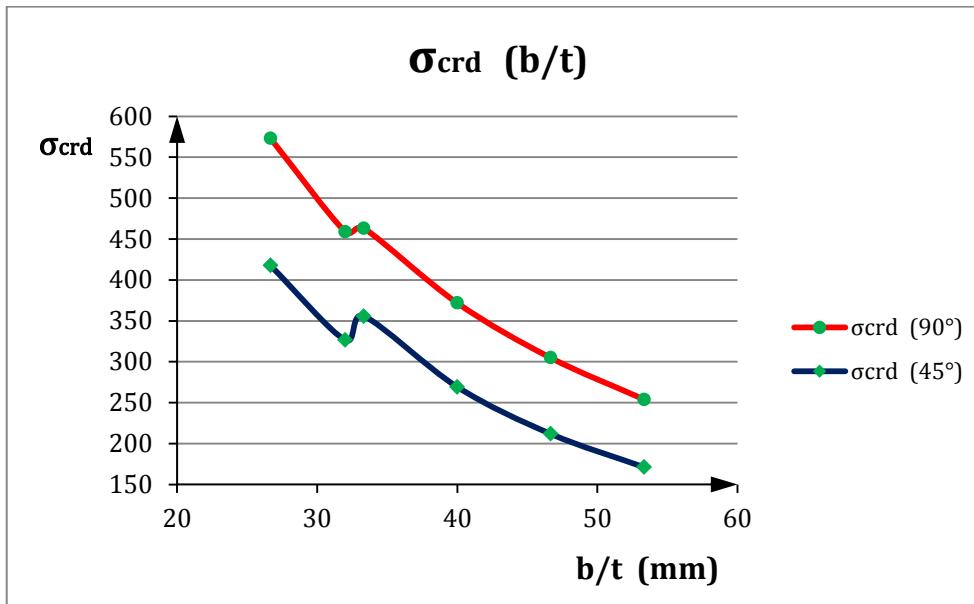
La contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  reste toujours importante que celle pour  $\theta = 45^\circ$ .

#### Largeur et épaisseur variables (b ; t).

Les paramètres ( $h$  et  $c$ ) sont fixés et ( $b$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.16 montre les résultats obtenus. La figure 4.14 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $b/t$ ).

| $h$ | $c$ | $b$ | $t$ | $b/t$   | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|-----|-----|-----|-----|---------|-----------------------|---------------------|
|     |     |     |     |         | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 200 | 20  | 50  | 1.5 | 33.3333 | 463.1514              | 355.6176            |
|     |     | 60  |     | 40      | 371.7541              | 269.2183            |
|     |     | 70  |     | 46.6667 | 304.8443              | 211.8606            |
|     |     | 80  |     | 53.3333 | 253.9527              | 171.1517            |
|     |     | 2.5 | 3   | 32      | 458.9126              | 326.5246            |
|     |     | 3   |     | 26.6667 | 572.7448              | 417.5875            |

**Tableau 4.16.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon Hancock. Cas de la flexion.



**Figure 4.14.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon Hancock. Cas de la flexion.

La figure 4.14 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ$   $\theta = 45^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $b/t$ ).

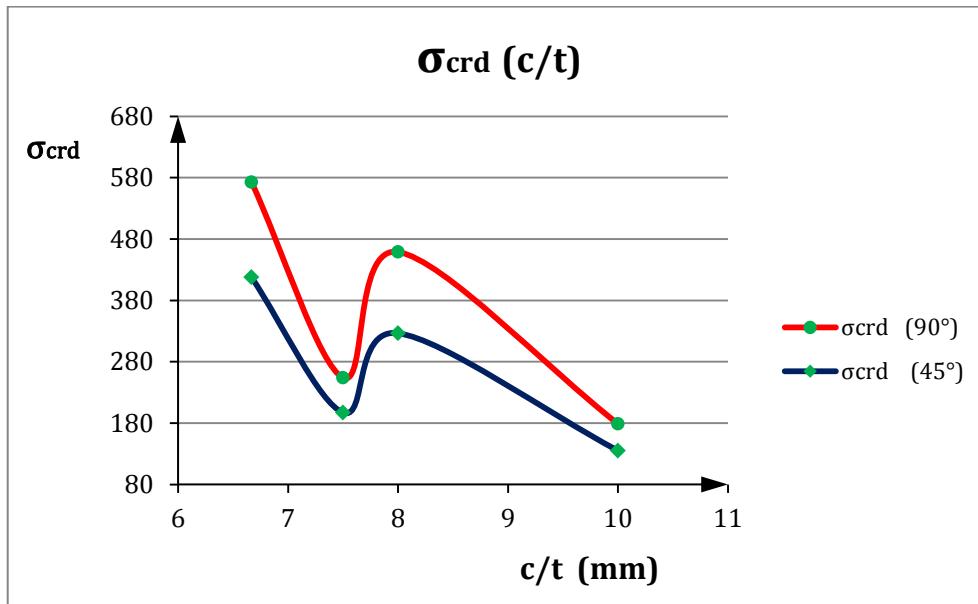
La contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est plus importante que celle pour  $\theta = 45^\circ$ .

#### Bord tombé et épaisseur variables (c ; t).

Les paramètres ( $h$  et  $b$ ) sont fixés et ( $c$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.17 montre les résultats obtenus. La figure 4.15 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $c/t$ ).

| h   | b  | c  | t   | c/t    | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|-----|----|----|-----|--------|-----------------------|---------------------|
|     |    |    |     |        | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 200 | 80 | 15 | 1.5 | 10     | 178.7530              | 135.1010            |
|     |    |    | 2   | 7.5    | 253.9510              | 197.1701            |
|     |    | 20 | 2.5 | 8      | 458.9126              | 326.5246            |
|     |    |    | 3   | 6.6667 | 572.7448              | 417.5875            |

**Tableau 4.17.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) selon Hancock. Cas de la flexion



**Figure 4.15.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ), Hancock pour la flexion.

La figure 4.15 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ \theta = 45^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $c/t$ ).

La contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  reste toujours plus importante que celle pour  $\theta = 45^\circ$ .

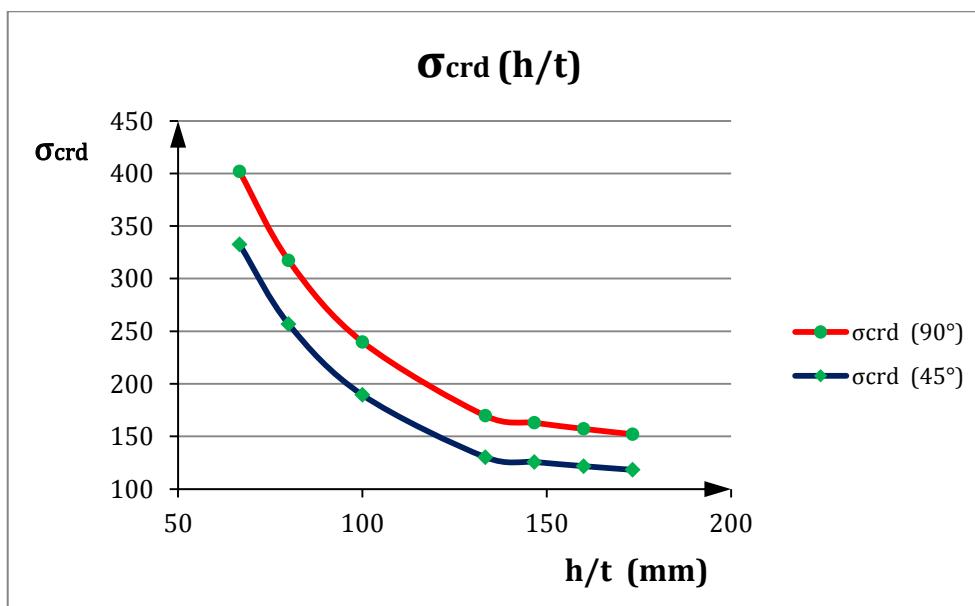
#### ➤ Cas de compression.

#### Hauteur et épaisseur variables ( $h ; t$ ).

Les paramètres ( $b$  et  $c$ ) sont fixés et ( $h$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.18 montre les résultats obtenus. La figure 4.16 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $h/t$ ).

| b  | c  | h   | t   | h/t      | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|----|----|-----|-----|----------|-----------------------|---------------------|
|    |    |     |     |          | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 80 | 20 | 200 | 1.5 | 133.3333 | 169.6473              | 130.3445            |
|    |    |     | 2   | 100      | 239.8555              | 189.4544            |
|    |    |     | 2.5 | 80       | 317.2123              | 256.7888            |
|    |    |     | 3   | 66.6667  | 401.8030              | 332.5313            |
|    |    | 220 | 1.5 | 146.6667 | 162.9972              | 125.7612            |
|    |    |     | 1.5 | 160      | 157.2141              | 121.7687            |
|    |    |     | 1.5 | 173.3333 | 152.1260              | 118.2504            |

**Tableau 4.18.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon Hancock. Cas de la compression.



**Figure 4.16.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) selon Hancock. Cas de la compression.

La figure 4.16 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $h/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ \theta = 45^\circ$ ), où on remarque que la contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $h/t$ ).

Même dans le cas de la compression, la contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est plus importante que celle pour  $\theta = 45^\circ$ .

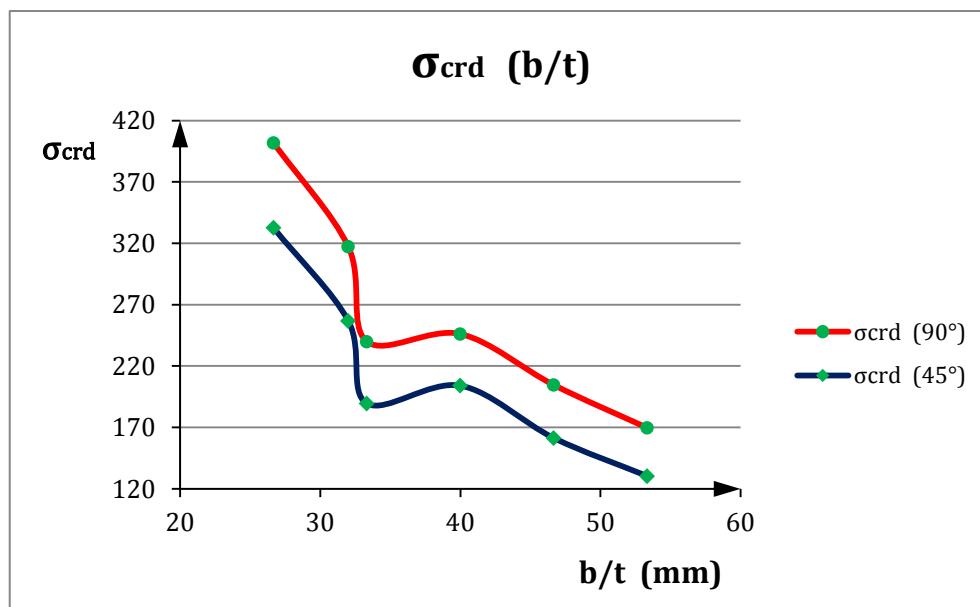
On remarque aussi que la contrainte en flexion est plus importante que celle en compression.

### Largeur et épaisseur variables ( $b$ ; $t$ ) :

Les paramètres ( $h$  et  $c$ ) sont fixés et ( $b$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.19 montre les résultats obtenus. La figure 4.17 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $b/t$ ).

| h   | c  | b  | t   | b/t     | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|-----|----|----|-----|---------|-----------------------|---------------------|
|     |    |    |     |         | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 200 | 20 | 50 | 1.5 | 33.3333 | 288.9495              | 263.6620            |
|     |    | 60 |     | 40      | 246.1139              | 204.0099            |
|     |    | 70 |     | 46.6667 | 204.5674              | 161.3600            |
|     |    | 80 |     | 53.3333 | 169.6473              | 130.3445            |
|     |    |    | 2.5 | 32      | 317.2123              | 256.7888            |
|     |    |    | 3   | 26.6667 | 401.8030              | 332.5313            |
|     |    |    |     |         |                       |                     |

**Tableau 4.19.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon Hancock. Cas de la compression.



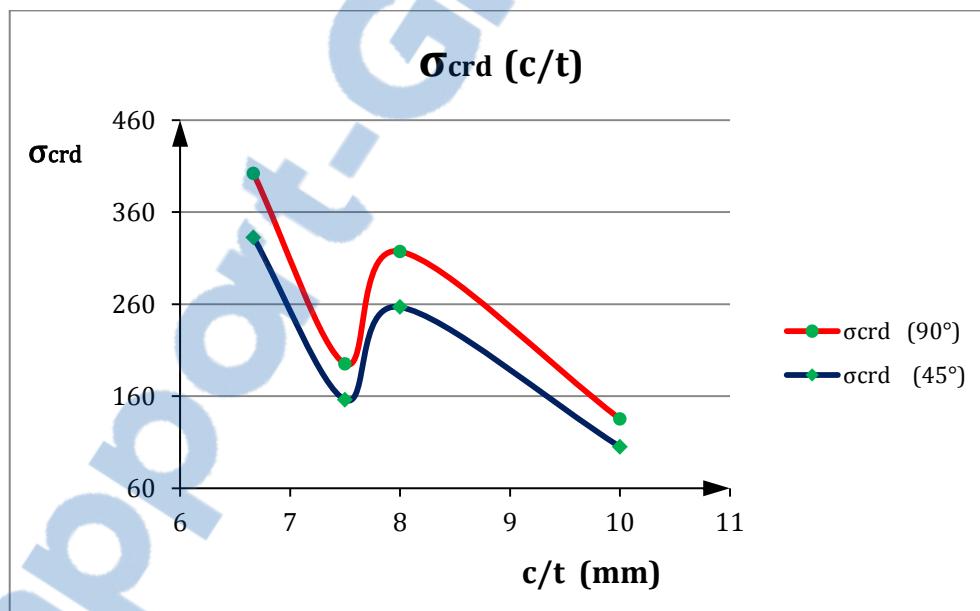
**Figure 4.17.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $b/t$ ) selon Hancock. Cas de la compression.

**Bord tombé et épaisseur variables ( $c$  ;  $t$ ) :**

Les paramètres ( $h$  et  $b$ ) sont fixés et ( $c$  et  $t$ ) sont variables. Le tableau 4.20 montre les résultats obtenus. La figure 4.18 montre la variation de la contrainte critique distorsionnelle pour ( $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ ) en fonction du rapport ( $c/t$ ).

| h   | b  | c  | t   | c/t    | $\sigma_{\text{crd}}$ |                     |
|-----|----|----|-----|--------|-----------------------|---------------------|
|     |    |    |     |        | $\theta = 90^\circ$   | $\theta = 45^\circ$ |
| 200 | 80 | 15 | 1.5 | 10     | 135.0788              | 104.8703            |
|     |    |    | 2   | 7.5    | 195.0906              | 156.0347            |
|     |    | 20 | 2.5 | 8      | 317.2123              | 256.7888            |
|     |    |    | 3   | 6.6667 | 401.8030              | 332.5313            |

**Tableau 4.20.** Calcul de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $d/t$ ) selon Hancock. Cas de la compression.



**Figure 4.18.** La contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $d/t$ ) selon Hancock. Cas de la compression.

La figure 4.18 représente la variation de la contrainte critique distorsionnelle en fonction du rapport ( $c/t$ ) pour ( $\theta = 90^\circ$   $\theta = 45^\circ$ ), où on remarque que contrainte diminue d'une façon significative en augmentant le rapport ( $c/t$ ).

La contrainte pour  $\theta = 90^\circ$  est plus importante que celle pour  $\theta = 45^\circ$ .

### 4.3 Synthèse et interprétation des résultats :

Afin de pouvoir interpréter les résultats obtenus et tirer de conclusions intéressantes, nous résumons dans les tableaux suivants (4.21 et 4.22) tous les résultats obtenus de la variation de la charge critique distorsionnelle en fonction de la variation des rapports de géométrie pour les cas de la flexion et la compression.

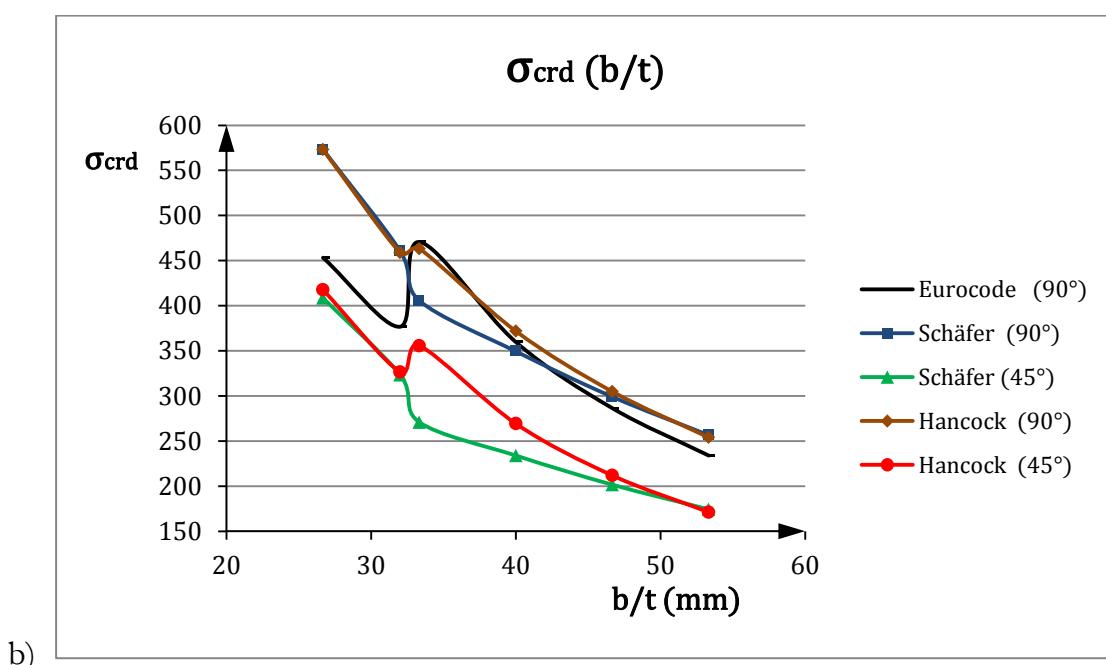
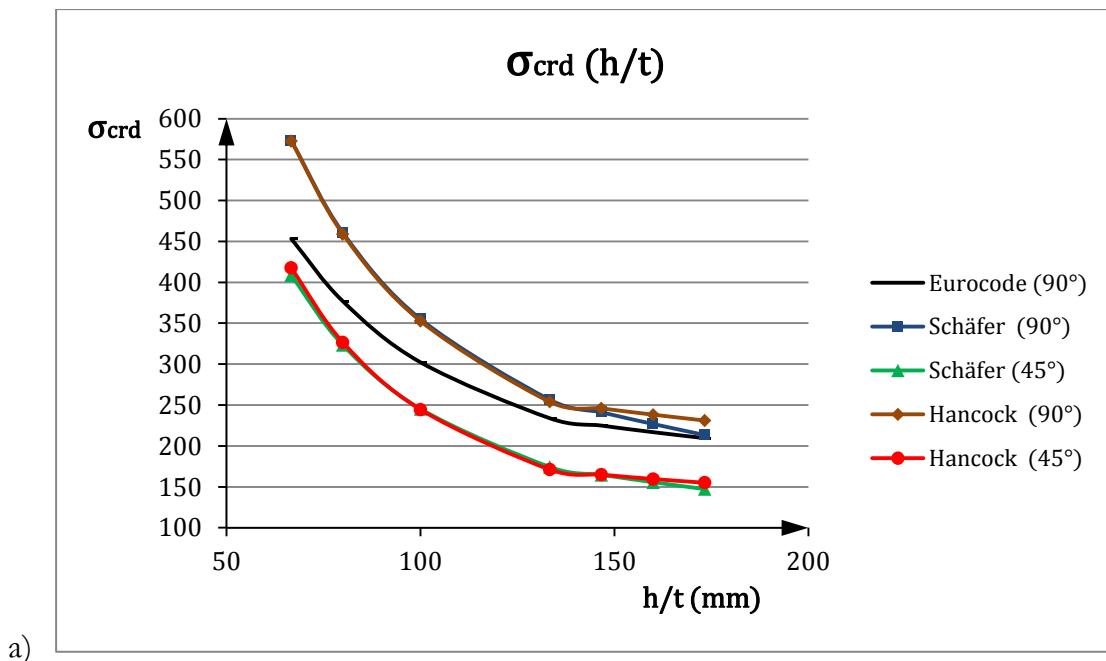
#### Cas de la flexion.

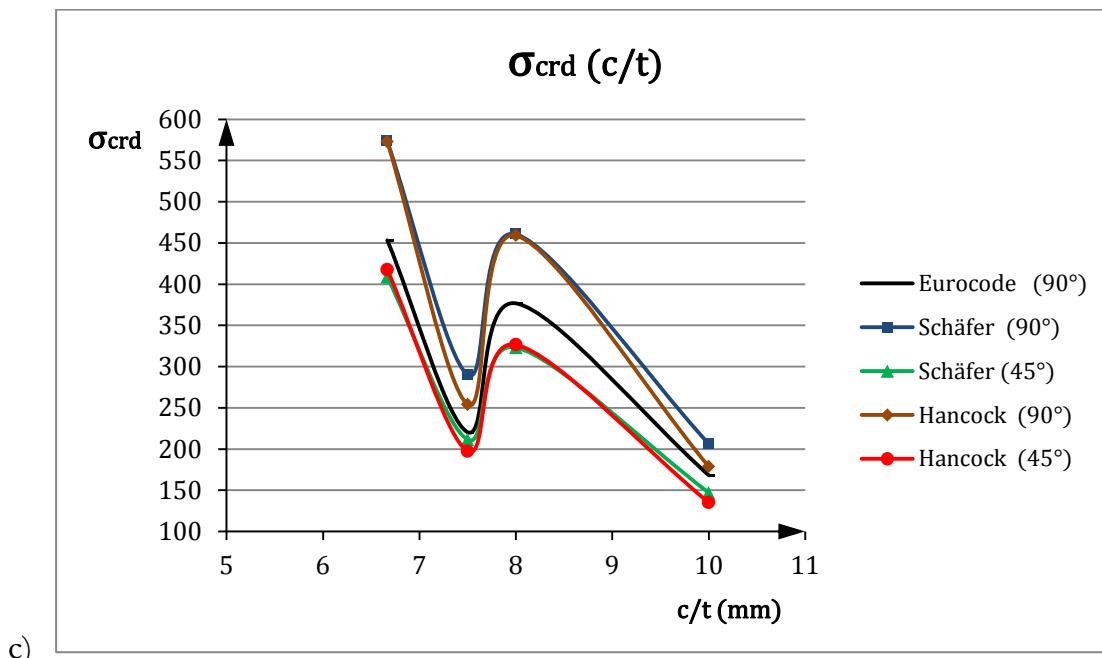
| <b>h/t</b> | <b>Eurocode</b>                       | <b>Schäfer</b>                        |                                       | <b>Hancock</b>                        |                                       |
|------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
|            | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 45^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 45^\circ</math></b> |
| 173.33     | 209.5001                              | 213.3167                              | 147.2329                              | 231.0332                              | 154.9799                              |
| 160        | 216.8219                              | 226.8137                              | 155.7098                              | 238.2358                              | 159.6062                              |
| 146.66     | 224.8939                              | 241.1166                              | 164.6812                              | 245.8783                              | 164.9427                              |
| 133.333    | 233.8534                              | 256.4466                              | 174.2961                              | 253.9527                              | 171.1517                              |
| 100        | 302.1996                              | 355.0109                              | 245.2835                              | 352.706                               | 244.4763                              |
| 80         | 376.7461                              | 460.515                               | 323.1559                              | 458.9126                              | 326.5246                              |
| 66.667     | 453.2517                              | 573.1891                              | 408.5168                              | 572.7448                              | 417.5875                              |

| <b>b/t</b> | <b>Eurocode</b>                       | <b>Schäfer</b>                        |                                       | <b>Hancock</b>                        |                                       |
|------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
|            | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 45^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 45^\circ</math></b> |
| 53.333     | 233.8534                              | 256.4466                              | 174.2961                              | 253.9527                              | 171.1517                              |
| 46.667     | 286.4021                              | 299.0252                              | 201.5938                              | 304.8443                              | 211.8606                              |
| 40         | 359.6539                              | 349.3733                              | 233.3924                              | 371.7541                              | 269.2183                              |
| 33.333     | 470.6155                              | 405.5159                              | 270.8289                              | 463.1514                              | 355.6176                              |
| 32         | 376.7461                              | 460.515                               | 323.2559                              | 458.9126                              | 326.5246                              |
| 26.667     | 453.2517                              | 573.1896                              | 408.5163                              | 572.7448                              | 417.5875                              |

| <b>c/t</b> | <b>Eurocode</b>                       | <b>Schäfer</b>                        |                                       | <b>Hancock</b>                        |                                       |
|------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
|            | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 45^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 45^\circ</math></b> |
| 10         | 168.1775                              | 206.3110                              | 147.0309                              | 178.753                               | 135.1010                              |
| 8          | 376.7461                              | 460.515                               | 232.2559                              | 458.9126                              | 326.5246                              |
| 7.5        | 220.4397                              | 290.073                               | 211.2685                              | 253.9510                              | 197.1701                              |
| 6.666      | 453.2571                              | 573.1896                              | 408.5163                              | 572.7448                              | 417.5875                              |

**Tableau 4.21.** Récapitulatif des résultats selon les 03 méthodes. Cas de la flexion.





**Figure 4.19.** Représentation graphique de la contrainte critique distorsionnelle selon les 03 méthodes. Cas de la flexion. a) en fonction du rapport ( $h/t$ ). b) en fonction du rapport ( $b/t$ ). c) en fonction du rapport ( $c/t$ ).

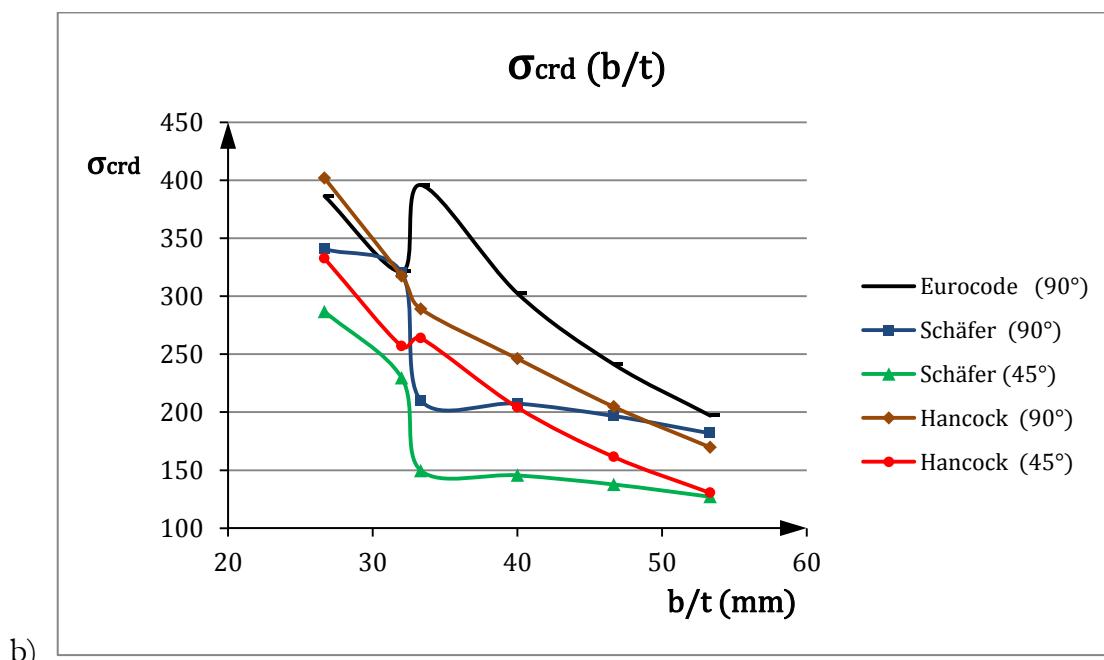
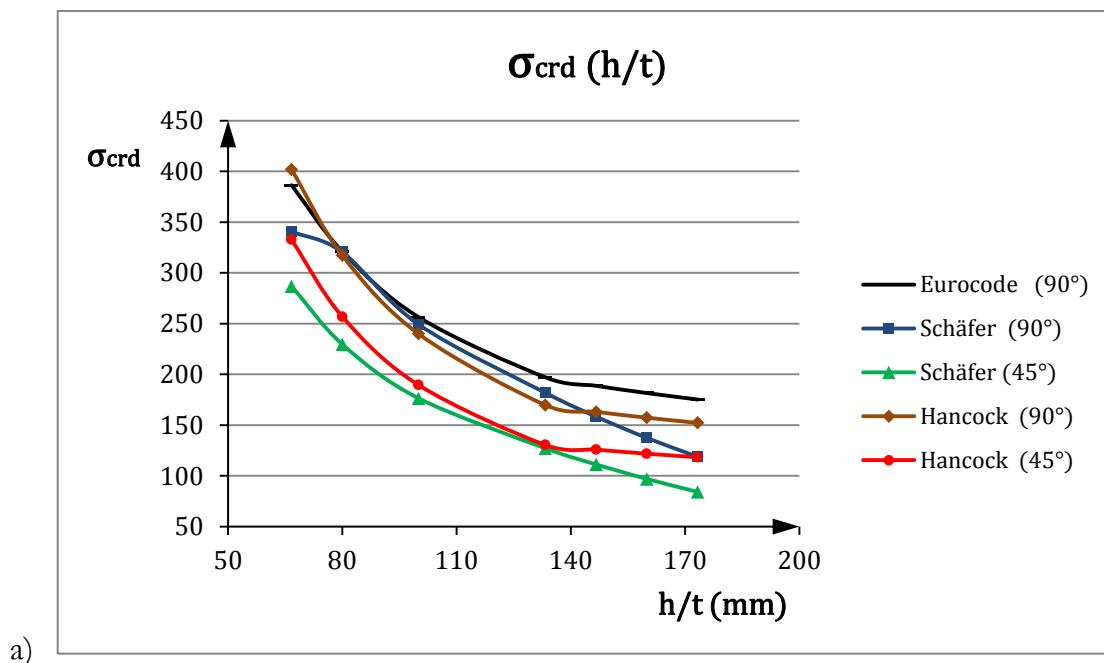
### Cas de la compression.

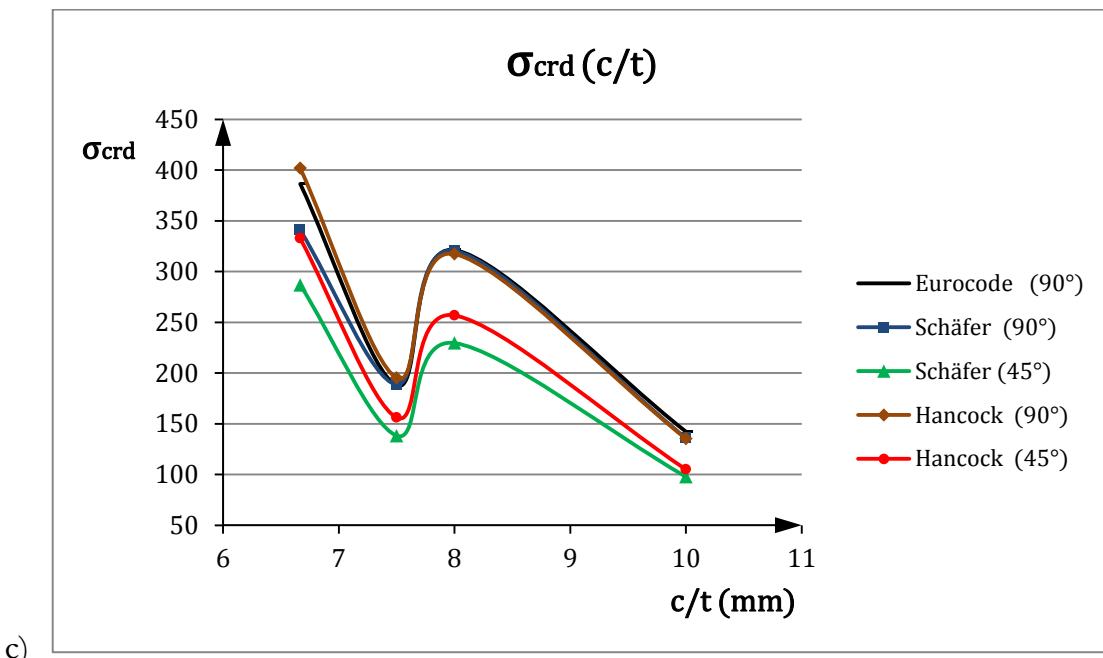
| $h/t$   | Eurocode            |                     | Schäfer             |                     | Hancock             |  |
|---------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--|
|         | $\theta = 90^\circ$ | $\theta = 90^\circ$ | $\theta = 45^\circ$ | $\theta = 90^\circ$ | $\theta = 45^\circ$ |  |
| 173.33  | 175.1383            | 118.6524            | 84.1127             | 152.1260            | 118.2504            |  |
| 160     | 181.5129            | 137.2515            | 96.8675             | 157.2141            | 121.7687            |  |
| 146.66  | 188.6372            | 158.2737            | 111.1885            | 162.9972            | 125.7612            |  |
| 133.333 | 196.9836            | 181.7467            | 127.0750            | 169.6473            | 130.3445            |  |
| 100     | 256.3452            | 249.1474            | 176.3740            | 239.8555            | 189.4544            |  |
| 80      | 321.4050            | 320.2268            | 229.5271            | 317.2123            | 256.7888            |  |
| 66.667  | 386.3116            | 340.7038            | 286.7515            | 401.8030            | 332.5313            |  |

| $b/t$  | Eurocode            |                     | Schäfer             |                     | Hancock             |  |
|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--|
|        | $\theta = 90^\circ$ | $\theta = 90^\circ$ | $\theta = 45^\circ$ | $\theta = 90^\circ$ | $\theta = 45^\circ$ |  |
| 53.333 | 196.9836            | 181.7467            | 127.075             | 169.6473            | 130.3445            |  |
| 46.667 | 241.2160            | 196.6904            | 137.6656            | 204.5674            | 161.360             |  |
| 40     | 302.4309            | 207.4453            | 145.9518            | 246.1139            | 204.0099            |  |
| 33.333 | 395.8104            | 209.859             | 149.541             | 288.9495            | 263.662             |  |
| 32     | 321.1050            | 320.2268            | 229.5270            | 317.2123            | 256.7888            |  |
| 26.667 | 386.3116            | 340.7038            | 286.7517            | 401.8030            | 332.5313            |  |

| $c/t$ | <b>Eurocode</b>                       | <b>Schäfer</b>                        |  | <b>Hancock</b>                        |  |
|-------|---------------------------------------|---------------------------------------|--|---------------------------------------|--|
|       | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 45^\circ</math>.</b> | <b><math>\theta = 90^\circ</math></b> | <b><math>\theta = 45^\circ</math>.</b> |
| 10    | 142.1582                              | 135.7861                              | 97.7354                                | 135.0788                              | 104.8703                               |
| 8     | 321.105                               | 320.2268                              | 229.5271                               | 317.2123                              | 256.7888                               |
| 7.5   | 187.7619                              | 188.5805                              | 138.1908                               | 195.0906                              | 156.0347                               |
| 6.666 | 386.3116                              | 340.7038                              | 286.7517                               | 401.803                               | 332.5313                               |

**Tableau 4.22.** Récapitulatif des résultats selon les 03 méthodes. Cas de la compression.





**Figure 4.20.** Représentation graphique de la contrainte critique distorsionnelle selon les 03 méthodes. Cas de la compression. a) en fonction du rapport ( $h/t$ ). b) en fonction du rapport ( $b/t$ ). c) en fonction du rapport ( $c/t$ ).

Pour la méthode suivant l'Eurocode quand les valeurs des paramètres «  $t$  » et «  $c$  » augmentent on remarque que la contrainte s'élève de façon significatif et ça car ces paramètres entre dans le calcul de «  $k$  » et «  $As$  » et du moment d'inertie, ce dernier a une grande influence sur la valeur de la contrainte critique distorsionnelle. Par contre quand les paramètres «  $h$  » et «  $b$  » augmentent la valeur de la contrainte diminue mais légèrement et ça parce que ces deux paramètres entre dans le calcul de la rigidité du support élastique et par conséquent «  $k$  » diminue et de même la contrainte.

Pour la méthode de Hancock les paramètres «  $c$  » et «  $t$  » entre dans le calcul des moments d'inertie mais le moment d'inertie par rapport à l'axe 'x' est le plus influant, il entre dans les formules de calcul des paramètres " $\alpha_1$ ", " $\alpha_2$ " et " $\alpha_3$ " c'est pour ça quand «  $c$  » et «  $t$  » augmentent la contrainte augmente surtout le paramètre «  $t$  » qui entre aussi dans la formule de la constante de la torsion «  $J_F$  », ce qui signifie l'augmentation de manière significatif quand «  $t$  » augmente, en ce qui concerne «  $b$  » et «  $h$  » ils entrent dans le calcul de la longueur de demi-onde critique, cette dernière quand sa valeur est grande elle diminuent la valeur de la contrainte.

Pour la méthode de Schäfer c'est la même chose que les deux autres méthodes, quand on augmente «  $c$  » et «  $t$  » l'inertie augmente et par conséquent la rigidité à la rotation et la longueur critique deviendront plus grandes ce qui rend la contrainte plus importante. On ce qui concerne les paramètres «  $h$  » et «  $b$  » quand ils augmentent la contrainte diminue mais légèrement car quand «  $b$  » s'élève la rigidité à la rotation de la semelle diminue donc la contrainte diminue, et pour «  $h$  » la rigidité à la rotation de l'âme diminue est par conséquent la contrainte diminue.

En conclusion de cette partie, on remarque que, pour les trois méthodes, en flexion ou en compression, les rapports des caractéristiques géométriques de la section étudiée ( $h$ ,  $b$ ,  $t$ ,  $c$  et  $\theta$ ) ont une grande influence sur la charge critique distorsionnelle.

Aussi, en comparant les résultats entre les différentes méthodes, on remarque en général que ceux de Schäfer, dans le cas de la compression, sont un peu plus petites que les autres et ceci pour tous les rapports étudiés. Cette méthode est plus conservatrice par rapport aux autres méthodes, peut être à cause de l'utilisation des valeurs critiques élastiques dans la détermination des instabilités réelles des sections étudiées. Alors, qu'en flexion, les résultats de Schäfer sont plus élevés que ceux de l'Eurocode.

Pour les résultats de Hancock, nous remarquons qu'ils restent élevés par rapport à ceux de Schäfer en flexion et compression pour la variation du rapport  $h/t$ , par contre ils sont plus petits pour les autres rapports. En général, les résultats de Hancock restent entre ceux de l'Eurocode et de Schäfer.

## 4.4 Conclusion

Les modes d'instabilité d'une section en « C » formée à froid peuvent être de trois types local, distorsionnelle ou global. Actuellement, le plus compliqué et le moins maîtrisé reste le mode distorsionnelle. La plupart des règlements utilisent soit la méthode de la largeur effective soit la méthode de la résistance directe (DSM). Des expressions empiriques ou semi empiriques existent pour le calcul de la charge critique distorsionnelle pour des éléments individuels. Dans ce chapitre, trois méthodes ont été utilisées pour prédire cette instabilité, la méthode de l'Eurocode, Schäfer et Hancock. Les méthodes différentes entre elles, généralement dans la modélisation des jonctions âme/semelle ou bien semelle/raidisseur dont la détermination du coefficient de voilement joue un rôle important dans le calcul de la charge critique. Les calculs menés dans ce chapitre nous ont permis de voir d'abord que les rapports des caractéristiques géométriques des sections ont une grande influence sur la charge critique distorsionnelle. De plus, les résultats obtenus des trois méthodes, bien qu'il y a une légère différence, restent très acceptables. Notons que la méthode de l'Eurocode, basée sur le principe de la largeur effective reste un peu lourde à utiliser par rapport aux deux autres méthodes.

Aussi, nous avons constaté que pour les trois méthodes, la contrainte critique distorsionnelle en flexion reste plus significative que celle en compression.

Enfin, l'angle d'inclinaison du raidisseur  $\theta$  a un rôle dans le calcul de la charge critique distorsionnelle, surtout pour les méthodes de Schäfer et de Hancock. Il est préférable que le bord du raidisseur soit à  $90^\circ$  pour augmenter son efficacité.

## Conclusion générale

---

Dans la construction en acier, il existe principalement deux types d'éléments structuraux, les profilés en acier laminés à chaud et les profilés en acier formés à froid. Les premiers sont formés à des températures élevées tandis que les seconds sont formés à une température ambiante, d'où le nom formé à froid.

L'utilisation des éléments en acier formés à froid dans la construction des bâtiments remonte vers les années 1850, ces éléments, formés de plaques minces, sont, généralement obtenus soit par pliage soit par profilage de telle façon à obtenir la forme désirée qui va être le paramètre principal pour supporter les charges appliquées au lieu de l'épaisseur.

Aussi, et grâce aux méthodes relativement faciles de la fabrication, un grand nombre de différentes formes peut être produit pour répondre aux exigences de conception optimisée pour des raisons structurelles et économiques.

En plus de la variété des formes, les éléments en acier formés à froid offrent de nombreux autres avantages, notamment la légèreté, la haute résistance et la rigidité, la production en masse, un montage rapide et facile, et de l'économie dans le transport et la manutention.

Or, puisque l'épaisseur de ces éléments est généralement très faible, comparée à celle des éléments formés à chaud, leurs parties planes peuvent subir facilement des problèmes d'instabilité lorsqu'ils sont soumis à des efforts de compression ou de flexion. Aujourd'hui, cette instabilité pose de grands problèmes aux ingénieurs pour le dimensionnement de ces éléments et la compréhension de leur comportement, la connaissance des contraintes critiques et des types de mode d'instabilité est devenue le domaine principal qui intéresse les spécialistes.

Deux (02) grands approches existent actuellement pour le dimensionnement des éléments en acier formés à froid ; la méthode de la largeur efficace (Effective Width Concept) et la méthode de la résistance (Direct strength method, DSM). Dans la première, au lieu de considérer la distribution non uniforme de la contrainte à travers toute la largeur de l'élément, on suppose que toute la charge est supportée par une largeur fictive réduite soumise à une distribution uniforme de contraintes. Bien que

cette méthode est directe et applicable pour tout type de forme transversale, pour des sections plus complexes, par exemple, avec des bords additionnels et/ou des raidisseurs intermédiaires, elle devient très compliquée et longue. En plus, dans sa philosophie, elle ignore généralement l'interaction qui existe entre les différentes jonctions des éléments plans qui constitue le profilé, tels l'âme/semelle, semelle/raidisseurs de bord... Pour surmonter ces problèmes, une nouvelle méthode a été développée par Schäfer et Peköz (1998) appelée la méthode de la résistance directe (DSM). La DSM emploie la section transversale entière dans la détermination de l'instabilité élastique et offre des dispositions spécifiques pour les résistances envers les 3 modes d'instabilité : local, global et distorsionnel, pour la compression et la flexion des éléments structuraux. Seulement le calcul de la résistance par la DSM exige les valeurs des contraintes critiques élastiques pour les trois modes d'instabilité.

Dans ce travail on a d'abord présenté les trois modes d'instabilités de base, local, global et distorsionnel. Des trois modes, le dernier reste le plus complexe à déterminer et le moins maîtrisé, d'ailleurs c'est le dernier mode à être découvert. Des procédures de calcul du mode distorsionnel disponibles dans la littérature ont été présentées dans ce travail et un programme a été développé sous MATLAB afin de fournir un outil simple aux ingénieurs pour la détermination et le calcul de l'instabilité distorsionnelle des profilés en « C » formés à froid. Trois méthodes, ont été considérées, dans ce cas pour la prise en charge de ce mode d'instabilité. A savoir celle proposée par, le code européen (CEN/EC3,2007) basée essentiellement sur la détermination des caractéristiques efficaces des sections en utilisant la notion de la largeur efficace, et les méthodes empiriques et/ou semi empiriques proposées par le code américain (AISI/NAS, 2004a) et le code australien-new Zélandais (AS/NZS 4600, 2005) modélisant surtout le comportement de la jonction âme/semelle.

Après cela on a fait varier les paramètres géométriques d'une section en 'C' à bord tombé et on a essayé de voir leur influence sur la contrainte critique distorsionnelle pour les trois méthodes.

Bien que les résultats des trois méthodes obtenus, à partir uniquement des profilés traités dans ce travail, sont comparables, on peut faire une légère distinction entre la méthode de l'Eurocode et celle des deux autres (Schäfer et Hancock). Pour Schäfer et Hancock, les valeurs de la contrainte critique sont presque identiques et varient de la même façon en variant les paramètres. Ceci parce que les deux méthodes ont la même approche liée à la contrainte de rotation à la jonction âme/semelle. Il y'a

une légère différence dans la manière de traiter l'âme liée au paramètre «  $h$  » qui influe seulement sur la longueur de demi onde critique, celle-ci n'influe pas beaucoup sur la contrainte.

En ce qui concerne la méthode européenne, la valeur de la contrainte distorsionnelle est légèrement inférieure en flexion et supérieure en compression à celle des deux autres méthodes et ça parce que la méthode de l'Eurocode utilise, d'une part la notion des largeurs efficaces et d'autre part, elle traite de façon légèrement différente les deux phénomènes (flexion et compression).

Enfin, puisque les caractéristiques de la section efficace, telles que l'aire efficace,  $A_{eff}$  et le module d'inertie,  $W_{eff}$ , sont nécessaires dans le calcul de l'effort résistant en compression et le moment résistant en flexion, on a présenté ces valeurs sous forme de tabulation pour les différentes sections en forme de « C » disponibles dans le code AISI. Cette tabulation, a pour but de faciliter la tâche aux praticiens pour le calcul des sections en « C » en acier formées à froid et subissant une instabilité distorsionnelle. On a constaté, d'après les résultats de ce tableau, qu'il y'a des sections où l'aire efficace est presque identique malgré que la section brute soit différente.

Nous dirons à la base des résultats obtenus, que l'utilisation de l'une ou l'autre méthode reste de l'avis de l'utilisateur, mais ce qui important à noter, c'est que pour des sections transversales très complexes (présentant des raidisseurs variés), la méthode de la largeur efficace reste très compliquée à utiliser et il est recommandé d'utiliser les deux autres méthodes, celle de Schäfer est peut-être la plus pratiques des deux.

Enfin, on ne peut terminer ce travail sans citer les développements qui pourraient faire suite à ce travail tels que, la considération d'un nombre plus important de profilés en « C » pour pouvoir généraliser la comparaison entre les trois méthodes, l'étude du comportement distorsionnel d'autres types de section, en sigma, Z..., la comparaison avec la méthode DSM...

# Bibliographie

---

Schafer, B.W., (2002). *Design manual for Direct Strength Method of cold-formed steel design*. Draft - January 7, 2002, AISI.

Eurocode 3, «Calcul des structures en acier. Partie 1-3,» 2007.

AISI, «NAS. North American specification for the design of cold formed steel structural members» American Iron & Steel Institute, Washington, 2007.

M. Djafour, «Etude de la Stabilité Distorsionnelle des Profils en Acier Formés à Froid» Thèse de Doctorat, Université Abou Bekr Belkaid. Tlemcen, 2007.

AISI, «Appendix 1. Design of cold formed steel structural members using the Direct Strength Method» Washington, DC, 2007.

Australia Standards / New Zealand Standards (AS/NZS), (2005). *Cold Formed steel structures*. AS/NZS 4600.

V.Ungureanu, A.Ruff «Calcul des propriétés de la section efficace en flexion d'un profilés en 'C' à bords tombés formés à froid» Access Steel SX022a-FR-EU Réf Eurocode EN1993-1-3.

V.Ungureanu, A.Ruff «Calcul des propriétés de la section efficace d'un profilés en 'C' à bords tombés formés à froid en compression» Access Steel SX022a-FR-EU Réf Eurocode EN1993-1-3.

V.Ungureanu, A.Ruff «Organigramme calcul des caractéristiques efficaces de la section d'un profilés en 'C' à bords tombés en acier formés à froid sollicité en compression ou en flexion» Access Steel SX038a-FR-EU Réf Eurocode EN1993-1-3.

G.J.Hancock, C.A.Rogers and R.M.Schuster «Comparison of the distortional Buckling Method for Flexual Members With Tests»(october 17,1996), International Specialty Conference on Cold Formed Steel Structures Paper 2.

Wei-Wen.Yu and Roger A.La Boube «Cold Formed Steel Design» Third edition Jhon Wiley and Sons, Inc, pp. 210-216, 2000.

Cheng Yu and Benjamin W.Schafer «Distortional Buckling of Cold-Formed Steel Members in Bending» Final Report American Iron and Steel Baltimore, Maryland January 2005.

N. Djafour, «Proposition d'une méthode de classification des modes d'instabilité des colonnes en acier formées à froid» Thèse de Doctorat, Université Abou Bekr Belkaid. Tlemcen, 2015.

H. Dib, «classification des phénomènes d'instabilités des profilés formés à froids» Mémoire Magister, Université Abou Bekr Belkaid. Tlemcen, 2013.

Dan Dubina, V.Ungureanu and R.Landolffo «Design of Cold-Formed Steel Structures» Wiley-Blackwell, Inc, edition 2012.

## Résumé

L'utilisation des profilés formés à froid est multiple et variée, on peut les trouver dans l'industrie automobile, les pylônes de transmission et dans le domaine de la construction en tant qu'éléments de structures. Ces éléments constitués de plaques minces peuvent subir, sous l'action de forces de compression ou de flexion, une instabilité de type locale par voilement de ces parois, globale par flambement ou distorsionnelle par rotation des jonctions de ces parois. Le but de ce travail est de développer des logiciels simples sous MATLAB pour le calcul de la contrainte critique distorsionnelle d'un profilé en « C » soumis à une compression ou une flexion, en utilisant trois méthodes différentes, celle de l'Eurocode basée sur le principe de la largeur effective, celle de Schäfer et celle de Hancock basées toutes les deux sur des considérations empiriques et/ou semi empiriques. La comparaison entre les résultats trouvés a montré que les trois méthodes, bien qu'elles soient légèrement différentes, restent très acceptables. La méthode de Schäfer est légèrement plus conservative que les deux autres. On a également calculé l'aire efficace  $A_{eff}$  qui permet de calculer l'effort résistant en compression et le module d'inertie efficace  $W_{eff}$  qui permet de calculer le moment résistant en flexion pour différentes sections en C

**Mots clés :** contrainte critique distorsionnelle, module d'inertie efficace, profilés formés à froid, section efficace.

## Abstract

The use of cold-formed steel is multiple and varied, it can be found in the automobile industry, transmission towers and in the field of construction as structural element. These elements formed by thin plates may buckle, under compressive or flexural loads, in local mode, in global mode or in distortional one. The purpose of this work is to develop simple software under MATLAB to calculate the critical distortional stress of a "C" section subjected to compression or bending, using three different methods, that of Eurocode based on the principle of effective width, Schafer and that of Hancock which are both of empirical and/or semi empirical aspects. The comparison of the results showed that the three methods, although they are slightly different, remain very acceptable. The method of Schafer is slightly more conservative than the other two. We also calculated the effective area  $A_{eff}$  which allows to calculate the compressive strength, and the effective modulus section  $W_{eff}$  which allows to calculate the bending resistant moment for different 'C' sections.

**Keywords:** distortional critical stress, effective section modulus, cold-formed section, effective area.

## ملخص

استخدامات المقاطع المشكّلة على البارد متعددة ومتّوّعة، يمكن ايجادها في مجال صناعة السيارات، براجار الارسال و في مجال البناء على شكل عناصر هيكل. هذه العناصر المشكّلة من صفاتٍ رقيقة بإمكانها الخضوع تحت تأثير قوى الضغط او الانحناء الى حالة عدم استقرار محلي بسبب الانبعاج في جدرانها، كلي عن طريق الانثناء و انحرافي ناتج عن دوران على مستوى مقاطع الصفائح. الهدف من هذا العمل هو تطوير برامج عاديّة بواسطة **MATLAB** لحساب الحمولة الحرجة للانبعاج الانحرافي لقطع على شكل 'C' معرضة للضغط او الانحناء و هذا باستعمال ثلاثة طرق مختلفة، الطريقة الأوروبيّة التي تستند على مبدأ المساحة الفعالة، طريقة **Schafer** و طريقة **Hancock** اللتان تستندان على اعتبارات تجريبية او شبه تجريبية. المقارنة بين النتائج المتصل عليها بينت ان الطرق الثلاثة رغم انهم مختلفون قليلاً يبقون مقبولون، طريقة **Schafer** اكثر تحفظاً من الطرقتين الأخريتين. لقد قمنا كذلك بحساب المساحة الفعالة  $A_{eff}$  التي تمكن من حساب قوة المقاومة في الضغط و ايضاً حساب معامل العطالة الفعال  $W_{eff}$  الذي يمكن من حساب العزم المقاوم للانحناء و هذا من اجل مختلف قطع على شكل 'C'.

**الكلمات المفتاحية:** الحمولة الحرجة للانبعاج الانحرافي، معامل العطالة الفعال، القطع المشكّلة على البارد، المساحة الفعالة.