

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE .....	2
1.1 Maladie occlusive artérielle périphérique .....	2
1.1.1 Sténose des membres inférieurs .....	2
1.1.2 Imagerie des vaisseaux sanguins .....	3
1.2 Robots médicaux pour l'échographie .....	4
1.2.1 Programme MARTE .....	4
1.2.2 TER (Télé Échographie Robotique) .....	6
1.2.3 Robot de Ehime University, Japon .....	7
1.2.4 RUDS de University of Tokyo .....	8
1.2.5 Robot de University of British Columbia .....	9
1.2.6 Hippocrate .....	11
1.2.7 Ultrasound Robotic Scanner (URS) d'Integral Technologies Inc. ....	12
1.2.8 ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure .....	13
1.3 Sécurité et commande des robots médicaux .....	14
1.4 Objectif du projet de recherche .....	15
1.4.1 Objectifs du mémoire .....	15
1.4.2 Organisation du mémoire .....	16
CHAPITRE 2 MODÉLISATION .....	17
2.1 Description du robot ETS 3D-US .....	17
2.2 Cahier de charge .....	19
2.3 Représentation du système .....	20
2.3.1 Système de référence .....	20
2.3.2 Représentation de l'orientation .....	21
2.4 Particularités du système .....	22
2.4.1 Mécanisme à cinq barres .....	22
2.4.2 Axe prismatique .....	23
2.4.3 Joint de Cardan .....	24
2.5 Modèle géométrique .....	24
2.6 Modèle géométrique inverse .....	31
2.7 Cinématique différentielle .....	33

CHAPITRE 3	CONCEPTION DU SYSTÈME DE COMMANDE	36
3.1	Banc d'essai	36
3.1.1	Le matériel mécanique	37
3.1.2	Le matériel électronique et informatique	38
3.2	Sécurité	39
3.3	Hypothèses simplificatrices	40
3.4	Modélisation dynamique	40
3.4.1	Inerties des joints	43
3.4.2	Modèle de friction des actionneurs	46
3.5	Asservissement	48
CHAPITRE 4	RÉSULTATS ET VALIDATION	52
4.1	Protocole de validation	52
4.2	Génération de trajectoire	52
4.3	Trajectoire désirée	53
4.4	Expérimentation	57
CONCLUSION		63
RECOMMANDATIONS		65
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES		67

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1	Orientations de la sonde échographique .....20
Tableau 2.2	Forces et couple maximaux .....20
Tableau 3.1	Détails des composantes du robot ETS 3D-US .....37
Tableau 3.2	Actionneurs et pilotes électroniques .....38
Tableau 3.3	Frottement de Coulomb aux joints des actionneurs .....48
Tableau 4.1	Temps de réponse des actionneurs .....58

## LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1.1	Projection sur la peau des axes artériels aux membres inférieurs.....	2
Figure 1.2	Le robot ESTELE .....	5
Figure 1.3	ESTELE .....	5
Figure 1.4	Le robot TER .....	7
Figure 1.5	Robot de Ehime University.....	8
Figure 1.6	Robot esclave RUDS de l'University of Tokyo .....	9
Figure 1.7	Robot de University of British Columbia .....	10
Figure 1.8	Schéma-bloc de la commande force et vitesse .....	10
Figure 1.9	Hippocrate et son environnement .....	12
Figure 1.10	Schéma-bloc du contrôle des forces externes .....	12
Figure 1.11	Système robotique d'échographie 3D du CRCHUM.....	13
Figure 2.1	Le robot parallèle ETS 3D-US.....	18
Figure 2.2	Le robot parallèle ETS 3D-US révisé .....	18
Figure 2.3	Système d'axes de l'espace de travail du patient.....	19
Figure 2.4	Les paramètres du robot ETS 3D-US .....	21
Figure 2.5	Les angles d'orientation de l'outil .....	22
Figure 2.6	Mécanismes à cinq barres convexe (a) et concave (b).....	23
Figure 2.7	Mécanisme de l'axe prismatique et positionnement des joints de Cardan	23
Figure 2.8	Définition des variables de la cinématique directe .....	24
Figure 2.9	Définition des angles de la transmission de Cardan .....	28
Figure 2.10	La pointe de l'outil du robot ETS 3D-US.....	30

Figure 2.11	Définition des variables de la cinématique inverse du robot ETS 3D-US.	31
Figure 3.1	Prototype du robot parallèle ETS 3D-US révisé.....	36
Figure 3.2	Les pilotes électroniques.....	38
Figure 3.3	La carte d'acquisition Q8 de Quanser et son bornier.....	39
Figure 3.4	Configuration du banc d'essai .....	39
Figure 3.5	Modèle d'actionneur connecté à l'articulation via un réducteur de vitesse.	41
Figure 3.6	Modèle d'inertie du porte-outil.....	43
Figure 3.7	Identification des membres et des actionneurs .....	44
Figure 3.8	Structure du système de commande PID .....	49
Figure 4.1	Trajectoire désirée sur un cylindre simulant une jambe .....	54
Figure 4.2	Graphiques de position et d'orientation de la trajectoire désirée.....	57
Figure 4.3	Réponse estimée en position et en orientation du robot ETS3D-US à partir des mesures aux articulations.....	58
Figure 4.4	Erreur en position et en orientation estimée à partir des mesures aux articulations du robot ETS3D-US.....	59
Figure 4.5	Estimation d'erreur du robot ETS3D-US par la distance et la représentation angle-axe à partir des mesures aux articulations.....	60
Figure 4.6	Réponse en position dans l'espace des joints du robot ETS3D-US.....	61
Figure 4.7	Erreur en position dans l'espace des joints du robot ETS3D-US .....	62

## INTRODUCTION

La maladie occlusive artérielle périphérique affecte plus de 10 millions de personnes aux États-Unis (Criqui, 2001). Pour traiter ces personnes dans les cas critiques, il faut cartographier les vaisseaux sanguins en trois dimensions. Plusieurs moyens d'imagerie existent tels que la tomographie et l'angiographie. Cette reconstruction en trois dimensions peut aussi se faire à l'aide de l'imagerie échographique 3D. Contrairement aux méthodes classiques d'imagerie, cette alternative est non invasive et moins dispendieuse.

L'imagerie échographique 3D peut être obtenue à l'aide d'un balayage volumétrique où le positionnement de la sonde à chaque capture d'image planaire doit être connu. Outre les capteurs de mouvement, la localisation peut se faire à l'aide d'un bras articulé. Un de ces robots manipulateurs médicaux est le robot ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure. Contrairement à plusieurs robots décrits dans le chapitre 1, ce robot permet de faire un examen des membres inférieurs tout en respectant les mesures de sécurité qui y sont également discutées.

Ce mémoire présente la conception d'un système de commande de premier niveau pour ce robot médical. Les modélisations mécaniques et dynamiques de ce robot seront aussi démontrées dans ce mémoire. Finalement, le système de commande conçu sera mis en œuvre sur le prototype afin de valider la réponse du système et de vérifier le respect des exigences du cahier de charge.

## CHAPITRE 1

### REVUE DE LA LITTÉRATURE

Cette revue présente un survol de la maladie occlusive artérielle périphérique et les méthodes de cartographie des vaisseaux sanguins. Par la suite, les différents robots pour l'échographie, la commande et les notions de sécurité des robots médicaux seront présentés. Finalement, la problématique et les objectifs du mémoire seront détaillés.

#### 1.1 Maladie occlusive artérielle périphérique

La maladie occlusive artérielle périphérique se caractérise par une sténose située dans les vaisseaux sanguins qui alimentent les membres périphériques (le cou, les bras et les jambes). Dans cette section, la sténose des membres inférieurs est expliquée et l'imagerie des vaisseaux sanguins est aussi présentée.

##### 1.1.1 Sténose des membres inférieurs

La sténose correspond à un rétrécissement anormal des artères. Les artères des membres inférieurs concernés par la maladie occlusive artérielle périphérique sont illustrés ci-dessous (figure 1.1).

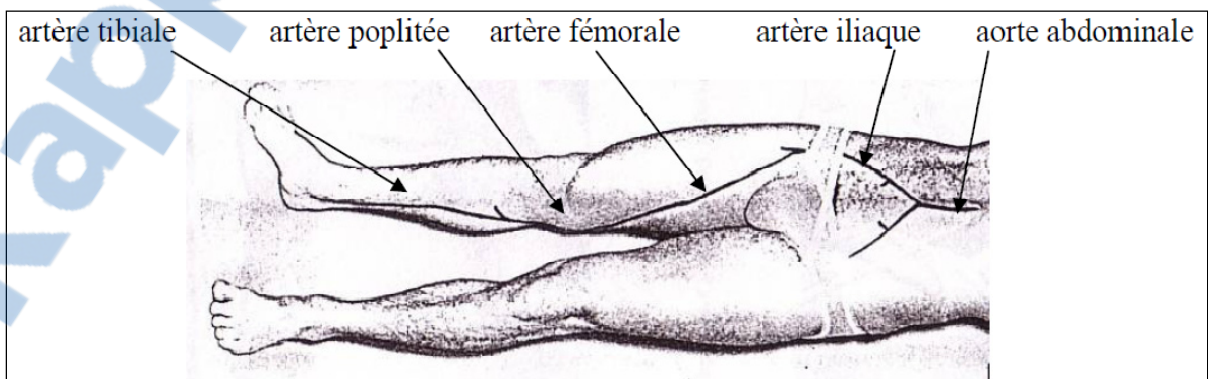


Figure 1.1 Projection sur la peau des axes artériels aux membres inférieurs  
Tirée de Lessard (2008, p. 49)

Les causes de cette condition de rétrécissement sont diverses, mais la principale est l'athérosclérose (Mohler, 2010). Le premier symptôme de la maladie occlusive artérielle périphérique des membres inférieurs est une sensation de douleur en marchant ou lors d'exercice physique léger. Si la condition s'aggrave, la douleur persiste même en condition de repos. Puisque la sténose diminue l'apport en sang aux tissus (l'ischémie), elle diminue aussi l'apport en oxygène et peut entraîner la mort des cellules et la formation d'ulcère nécrotique. Dans les rares cas extrêmes, une amputation est nécessaire (Norgren *et al.*, 2007).

### **1.1.2 Imagerie des vaisseaux sanguins**

Pour confirmer le diagnostic et localiser la sténose, il faut se tourner vers l'imagerie médicale. Il existe plusieurs méthodes pour cartographier les vaisseaux sanguins en trois dimensions (Bushberg, 2002) :

- la tomodensitométrie;
- l'angiographie par soustraction intraveineuse et intra-artérielle;
- l'angiographie par résonance magnétique.

Les deux premières méthodes ont recours aux rayons-X et à une injection d'agent contraste via cathéter. L'angiographie par résonance magnétique a l'avantage de ne pas avoir recours aux rayons ionisants, mais l'appareil coûte beaucoup plus cher et la durée de l'examen est aussi plus longue. Pour ces trois méthodes, il est nécessaire ou préférable d'injecter un agent contraste de façon à obtenir une image suffisamment précise pour planifier une intervention.

L'échographie, utilisée pour évaluer la sévérité de la sténose, a l'avantage d'être une alternative non invasive et peu dispendieuse. Elle permet de capter des images de coupes dans l'axe de la sonde en mode B. Avec l'échographie Doppler, il est même possible d'évaluer la vitesse du flux sanguin (Bushberg, 2002). Cette méthode n'est cependant pas suffisamment précise pour planifier une intervention. En générale, l'échographie à l'aide d'une sonde matricielle 3D (Panza, 2001), ou une sonde à balayage mécanique (Gee *et al.*,



2003) ou une échographie par sonde conventionnelle combinée à un capteur de mouvement (Sheehan *et al.*, 2003b) permettent une cartographie 3D suffisamment précise pour la planification d'une intervention.

Malheureusement, l'échographie à l'aide de la sonde matricielle 3D ne permet de couvrir qu'un volume similaire à la taille de la sonde. De son côté, le système de positionnement à l'aide de capteur de mouvement peut être soumis à de l'interférence ou à de l'obstruction (Sheehan *et al.*, 2003a). Dans cette ligne de pensées, le système de positionnement à l'aide d'un bras articulé tel qu'un robot permet de contourner ces problèmes (Fenster, Downey et Cardinal, 2001). De plus, il s'avère plus avantageux puisqu'il offre la possibilité de faire l'examen à distance (Delgorge *et al.*, 2005) et même d'automatiser l'examen (Mebarki, Krupa et Chaumette, 2009).

## 1.2 Robots médicaux pour l'échographie

Il existe différents projets sur les robots échographiques. Cependant, le diagnostic de la maladie occlusive artérielle périphérique des membres inférieurs exige des caractéristiques particulières. Le robot médical échographique doit d'une part être capable de se positionner assez précisément pour permettre la reconstruction 3D et, d'autre part, permettre un déplacement suffisamment grand pour faire le balayage des artères des membres inférieurs montrés auparavant dans la figure 1.1. Cette section explique pourquoi les robots échographiques disponibles actuellement ne rencontrent pas ces exigences.

### 1.2.1 Programme MARTE

Les intervenants du programme européen MARTE (Mobile And Robotised Tele-Echography) en collaboration avec le partenaire Robosoft ont conçu le robot commercial à 4 degrés de liberté ESTELE (voir figure 1.2 et figure 1.3) pour la télé-échographie abdominale et fœtale.



Figure 1.2 Le robot ESTELE  
Tirée de Robosoft (2007a)



Figure 1.3 ESTELE  
Tirée de Robosoft (2007b)

Les efforts de recherche du programme MARTE sont concentrés sur le système de communication visant à faire à distance des examens échographiques. En effet, il est une extension du programme OTELO (mObile Tele-Echography using an ultra-Light rObot), qui a produit des prototypes du même nom (Delgorge *et al.*, 2005). Le programme OTELO de son côté succédait le projet SYRTECH et le projet TERESA (Gourdon *et al.*, 1999; Vieyres *et al.*, 2003).

Ces robots sont compacts pour être transportables et se déposent directement sur le patient lors de l'examen. L'espace de travail restreint à l'abdomen rend impossible un balayage des membres tels que requis pour le diagnostic de la maladie occlusive artérielle périphérique des membres inférieurs.

### **1.2.2 TER (Télé Échographie Robotique)**

Comme les robots de la section précédente, le robot français TER est aussi conçu pour la télé-échographie (Vilchis *et al.*, 2003). La grande différence structurelle est qu'il est muni de courroies lui permettant de se déplacer sur l'abdomen du patient (voir figure 1.4). Le système de courroies ne permet malheureusement pas d'obtenir une précision pouvant permettre de faire de la reconstruction 3D des artères.

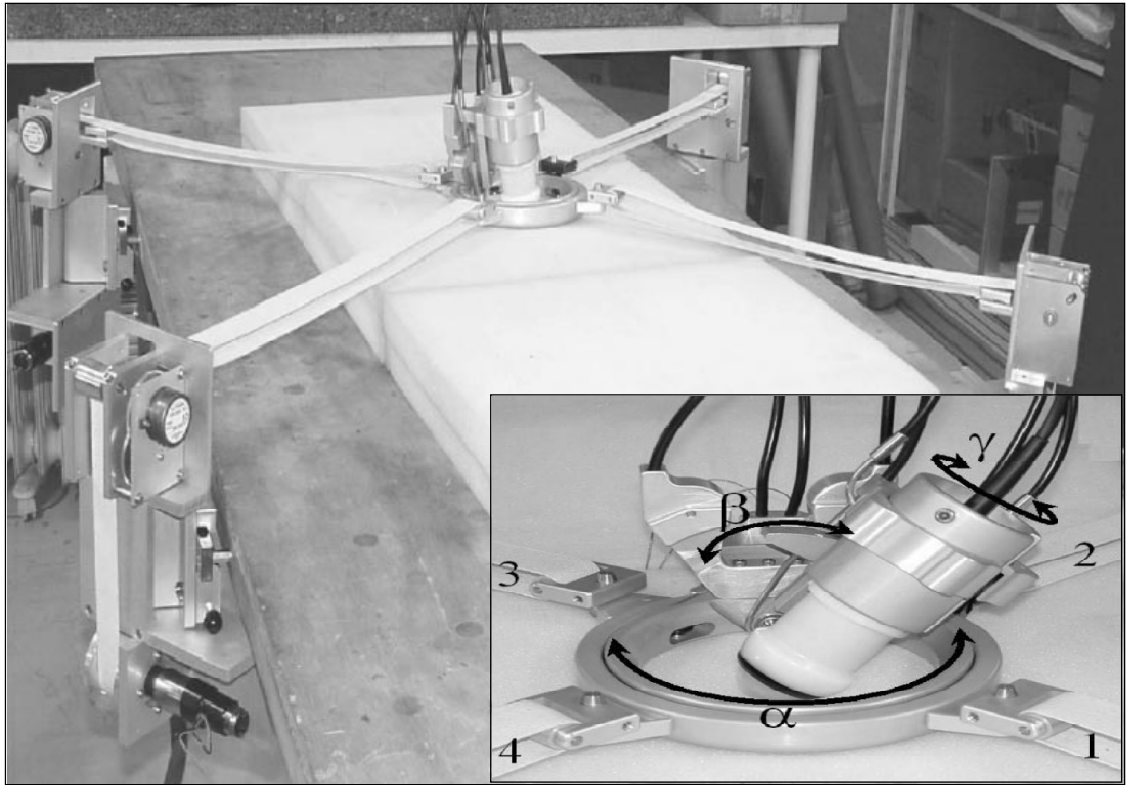


Figure 1.4 Le robot TER  
Adaptée de Vilchis *et al.* (2003, p. 924)

### 1.2.3 Robot de Ehime University, Japon

Similaire au robot TER de la section précédente, le groupe de recherche d'Ehime University place son robot par-dessus le patient pour faire un examen de l'abdomen (Masuda *et al.*, 2001). Cependant, les courroies sont remplacées par un mécanisme rigide de pantographes (voir figure 1.5). Malgré que ce mécanisme rigide améliore la précision du positionnement, ce robot ne permet pas de couvrir un espace suffisant pour faire un balayage des membres inférieurs.

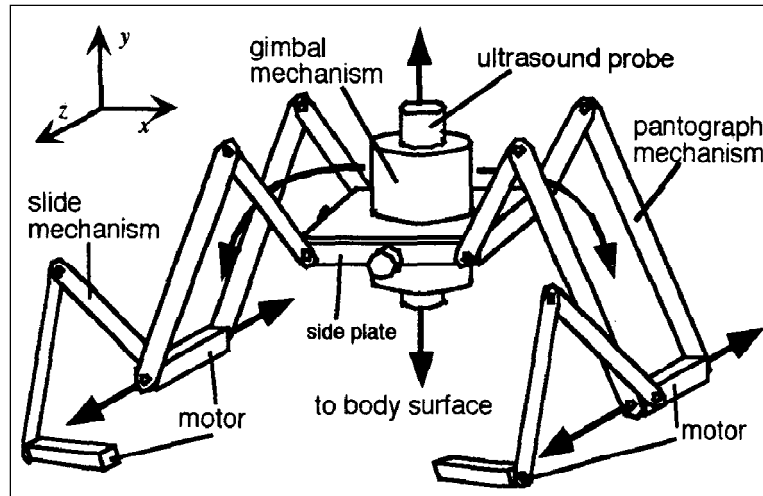


Figure 1.5 Robot de Ehime University  
Tirée de Masuda *et al.* (2001, p. 1113)

#### 1.2.4 RUDS de University of Tokyo

Un autre groupe de recherche japonais a aussi développé un système robotique pour la télé-échographie. Il s'agit du RUDS (Remote Ultrasound Diagnostic System) Koizumi *et al.* (2003; 2008; 2002). Pour ce prototype, beaucoup d'efforts ont été concentrés dans l'amélioration du système de commande d'impédance, telle que démonté par les publications de Koizumi *et al.* (2003; 2008; 2002). Ce système a la particularité d'utiliser des guides angulaires pour le manipulateur (voir figure 1.6). De plus, le patient est en position assise pour passer l'examen qui se fait pour le haut du corps. Donc, ce robot n'est pas conçu pour un examen des membres inférieurs.

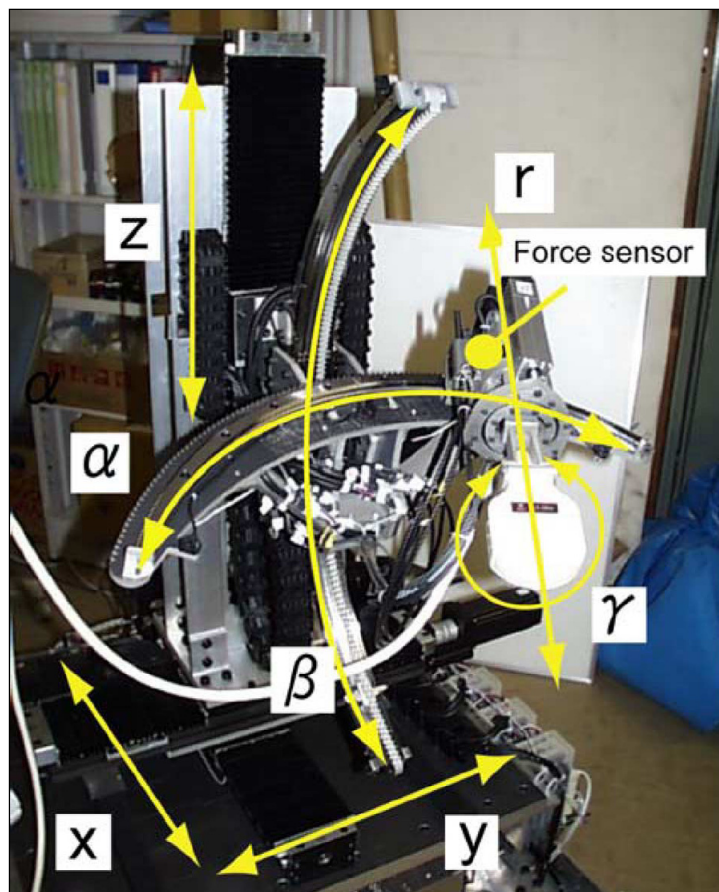


Figure 1.6 Robot esclave RUDS de l'University of Tokyo  
Tirée de Koizumi *et al.* (2008, p. 210)

### 1.2.5 Robot de University of British Columbia

Le robot de University of British Columbia (UBC) sert à faire l'examen de l'artère carotide (Salcudean *et al.*, 1999). La sonde échographique est connectée à un actionneur permettant une rotation dans son axe vertical. Cet assemblage du porte-outil est ensuite fixé à l'extrémité d'un double-pantographe. Son architecture fait en sorte que cinq des six actionneurs sont concentrés à la base (voir figure 1.7). L'examen se fait à l'aide d'une manette de type manche à balai permettant la commande du robot à distance. La commande de ce robot à six degré de liberté est basé sur un contrôle force et vitesse (voir figure 1.8). Plusieurs types de commande guidée par imagerie ont été appliquées sur ce prototype

(Abolmaesumi *et al.*, 2002). Encore une fois, puisque ce robot ne fait qu'un balayage du cou, il n'est pas conçu pour l'examen des artères des membres inférieurs.

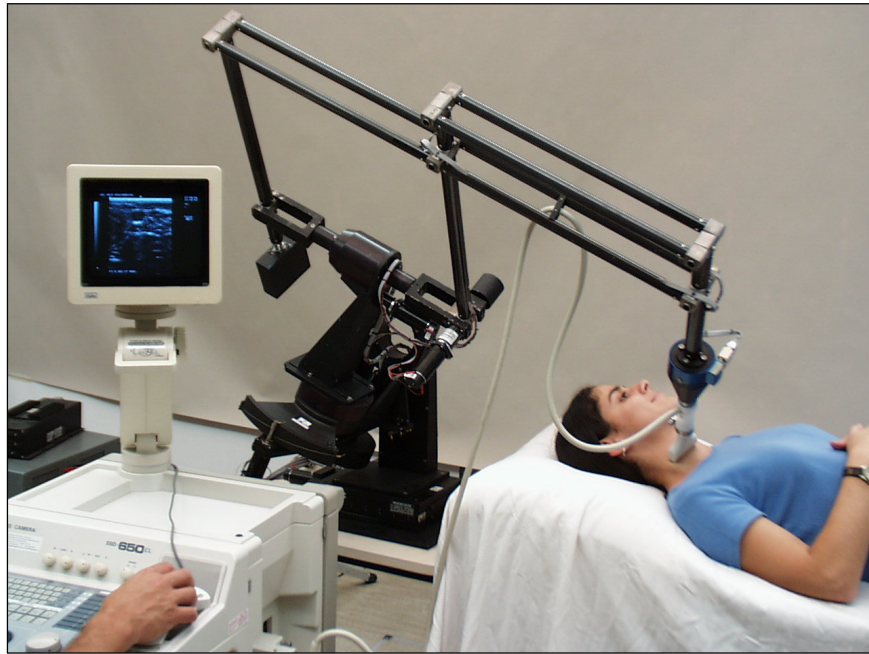


Figure 1.7 Robot de University of British Columbia  
Tirée de Zhu *et al.* (2000, p. 1581)

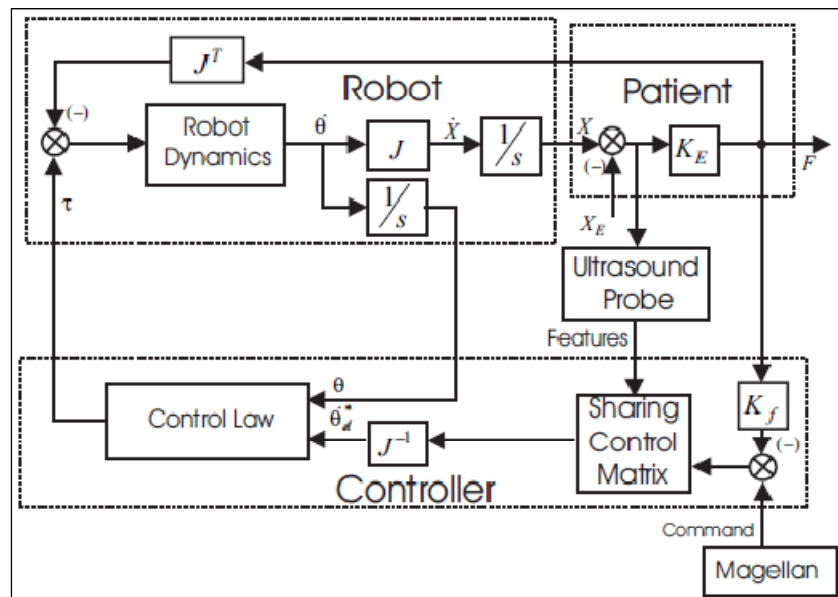


Figure 1.8 Schéma-bloc de la commande force et vitesse  
Tirée de Salcudean *et al.* (1999, p. 5)

### 1.2.6 Hippocrate

Hippocrate est un robot développé par le laboratoire français LIRMM (Le Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier) et SINTERS. Ce robot est conçu pour faire de la reconstruction 3D des artères à l'Hôpital Broussais à Paris (Degoulange *et al.*, 1998; Pierrot *et al.*, 1999). Il est muni d'un bras manipulateur sériel à six degrés de liberté suspendu au-dessus du patient (voir figure 1.9). Son système de commande est basé sur un asservissement de force et de position : une boucle de force externe vient envelopper une commande PID de position (voir figure 1.10).

Le choix d'un bras suspendu pour ce robot offre l'avantage de libérer l'espace autour du patient. De plus, l'espace de travail sphérique devrait lui permettre d'atteindre les zones carotides et fémorales. Cependant, cet espace n'est pas bien adapté au balayage des membres inférieurs. En effet, ce type d'examen nécessite un balayage en longueur et des rotations de grandes amplitudes autour de la jambe. Pour obtenir un grand espace de travail, les bras doivent être longs sans pour autant réduire leur agilité à orienter la sonde. L'allongement des bras augmente ainsi la masse des membres et demande une puissance plus élevée des actionneurs pour supporter ce poids. Alors, même si les zones fémorales peuvent être atteintes, l'examen est limité et non optimal à cause de l'espace de travail sphérique du robot.





Figure 1.9 Hippocrate et son environnement  
Tirée de Pierrot *et al.* (1999, p. 295)

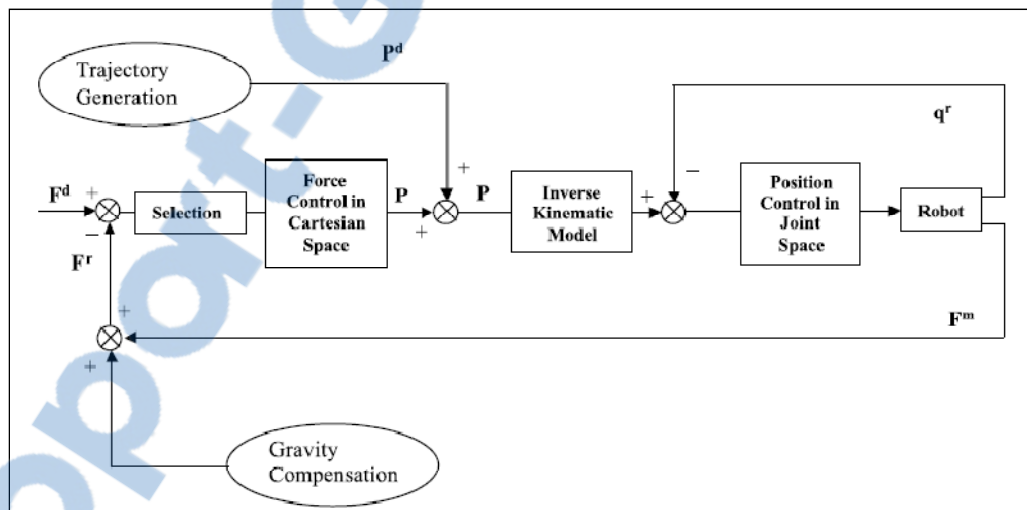


Figure 1.10 Schéma-bloc du contrôle des forces externes  
Tirée de Pierrot *et al.* (1999, p. 288)

### 1.2.7 Ultrasound Robotic Scanner (URS) d'Integral Technologies Inc.

Le Centre de recherche du Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CRCHUM) a développé un prototype d'un système robotique d'échographie 3D. Ce système robotique repose sur le robot industriel F3 à six degrés de liberté de la compagnie Thermo Fisher

Scientific manipulant la sonde du système échographique GE Vivid-5 (Janvier *et al.*, 2008). Tel que montré sur la figure 1.11, la sonde du système échographique GE Vivid-5 (figure 1.11a) est manipulée par le robot F3 (figure 1.11b) via l'interface utilisateur du logiciel URS (Ultrasound Robotic Scanner) du poste de travail informatique (figure 1.11c), développée par Integral Technologies Inc. De cette façon, la position et l'orientation de la sonde sont jointes à chaque prise d'image échographique 2D (figure 1.11d).

Il faut noter que ce prototype ne sert qu'à valider les algorithmes d'imagerie 3D au Laboratoire de biorhéologie et d'ultrasonographie médicale (LBUM) du CRCHUM. En effet, l'architecture fermée du contrôleur du robot industriel ne permet pas de sécuriser adéquatement le système. Bref, il ne pourra jamais être utilisé à des fins cliniques.

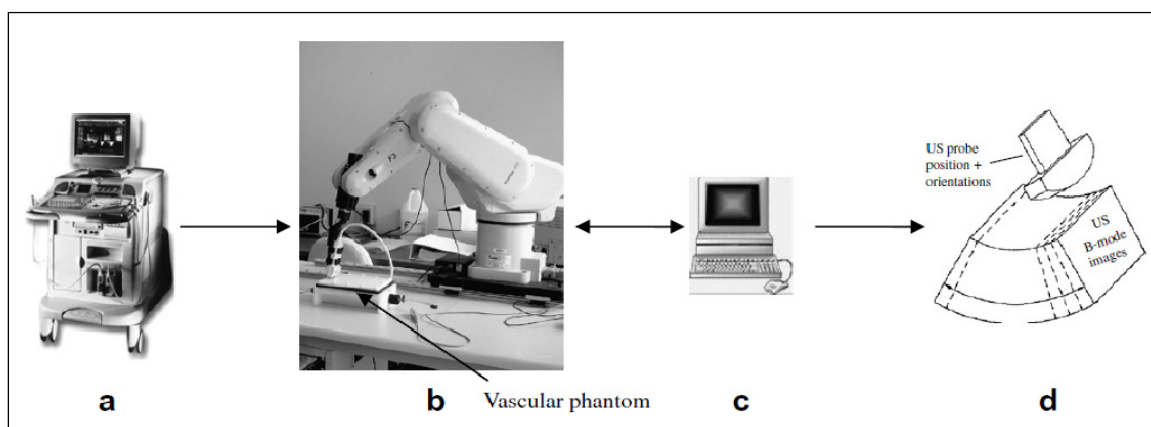


Figure 1.11 Système robotique d'échographie 3D du CRCHUM  
Tirée de Janvier *et al.* (2008, p. 289)

### 1.2.8 ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure

Le laboratoire CoRo de l'École de technologie supérieure en collaboration avec le LBUM du CRCHUM a réalisé un robot hybride (parallèle et sériel) conçu spécifiquement pour la maladie occlusive artérielle périphérique des membres inférieurs. En effet, son architecture a été choisie pour obtenir un espace de travail qui satisfait les exigences de rotation et de longueur du balayage des jambes. Ainsi, ce robot permet l'examen de toutes les artères. De

plus, les mesures de sécurité décrite à la section suivante ont été respectées (Lessard, Bigras et Bonev, 2007).

### 1.3 Sécurité et commande des robots médicaux

La sécurité est un sujet très important dans le domaine de la robotique. Pour les robots industriels, les mesures de sécurité ne consistent généralement qu'à empêcher la présence humaine dans l'espace de travail du manipulateur. De leur côté, les robots médicaux interagissent avec le patient et le personnel médical. Donc, les règles en place dans le domaine industriel ne peuvent s'appliquer dans le domaine de la santé. Cependant, de nouvelles normes permettant l'interaction humain-robot ont récemment fait leur apparition.

Davies (1996) a entamé plusieurs réflexions dans le domaine de la sécurité des robots médicaux. L'approche est de voir les robots comme des machines ne pouvant causer de blessures, mais en même temps comme des systèmes non infaillibles. Donc, il privilégie une conception qui prévoit la défaillance sécuritaire.

Dans cette ligne de pensées, Davies propose une série de mesures pour assurer la sécurité des patients et du personnel médical. Voici quelques-unes de ces mesures :

- Utiliser un ratio élevé des réducteurs de vitesse entre les articulations et les actionneurs pour permettre l'utilisation d'actionneurs à faible couple en plus de ralentir la vitesse de mouvement du robot.
- Utiliser des capteurs redondants reliés à des systèmes de commande indépendants qui font de la validation croisée afin de détecter les erreurs.
- Utiliser des limites mécaniques afin de restreindre la zone de travail à celle de la tâche.
- Éviter d'utiliser un contrôleur basé sur des algorithmes de commande adaptative ou d'intelligence artificielle.
- Limiter la force maximale appliquée en fonction de la tâche.
- Prévoir un mécanisme permettant de déplacer manuellement et facilement le robot en cas de défaillance.

Dans l'article de Taylor (2003), le ratio d'engrenages dans les réducteurs de vitesse y est discuté. Un grand ratio d'engrenages permet d'obtenir une grande précision et une bonne capacité de charge avec des actionneurs de faible puissance. En revanche, un faible ratio permettrait de dégager le robot plus facilement en case de défaillance. Également, les forces appliquées par l'outil seraient reflétées directement aux couples des actionneurs. Les couples de ces actionneurs pourraient être limités par un simple système rendant le tout plus sécuritaire. Cependant, il est beaucoup plus difficile d'attendre une grande précision avec un faible ratio d'engrenages. De plus, une faute au système de commande peut produire une accélération brusque.

L'article de Taylor a aussi souligné l'importance du balancement passif du robot pour contrer la gravité en cas de panne. Cela empêcherait le robot d'accélérer sous l'effet de gravité et de blesser un patient. Par ailleurs, cet équilibrage permet de réduire les couples requis aux actionneurs. Dans leur expérience, le ressort s'avère être le meilleur choix pour le balancement par sa simplicité, sa fiabilité, son opération sans friction, sa taille et son poids.

#### **1.4 Objectif du projet de recherche**

L'objectif du projet de recherche est de faire la reconstruction précise des artères en trois dimensions à l'aide d'images planaires captées par la sonde échographique manipulée par le robot. Cela permettrait la planification d'une intervention chirurgicale pour contrer la maladie occlusive artérielle périphérique. Tel qu'expliqué dans la section 1.1.2, l'échographie 3D à l'aide d'un bras robotisé s'avère une alternative très avantageuse aux systèmes d'imagerie classiques.

##### **1.4.1 Objectifs du mémoire**

L'objectif général du mémoire est de concevoir et de mettre en œuvre le premier niveau du système de commande du robot ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure. Ce robot

servira à manipuler la sonde échographique permettant de reconstruire en trois dimensions les vaisseaux sanguins. Les objectifs spécifiques englobent :

- la modélisation du robot, qui passe nécessairement par une validation du modèle proposé dans la thèse de Lessard (2008);
- la mise en œuvre matériel et logiciel du robot;
- la conception, l'implantation et la validation du contrôleur.

#### **1.4.2 Organisation du mémoire**

Ce mémoire est séparé en quatre chapitres. Le second chapitre s'attaque à la modélisation du robot ETS 3D-US. La définition des systèmes de représentation et les particularités de l'architecture du robot y sont décrites. Ensuite, la modélisation géométrique directe et inverse, de même que la cinématique différentielle y sont détaillées. Le troisième chapitre montre le matériel mécanique, électronique et informatique constituant le banc d'essai. L'aspect sécurité du robot est aussi discuté. Enfin, les hypothèses simplificatrices et la modélisation dynamique qui mènent à la conception du système d'asservissement seront présentées. Dans le dernier chapitre, le banc d'essai sera testé. Les étapes menant à la validation du système expérimentale seront démontrées.

## CHAPITRE 2

### MODÉLISATION

Ce chapitre présente la modélisation du robot ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure. Donc, ce chapitre décrit le robot et son cahier de charge. Ensuite, les systèmes de référence et d'orientation sur lesquels est basée la modélisation sont montrés. Par ailleurs, les particularités de ce robot hybride sont expliquées. Finalement, les équations de la cinématique directe et inverse ainsi que la cinématique différentielle seront détaillées.

#### 2.1 Description du robot ETS 3D-US

Tel que conçu par Lessard (2008; 2007), le robot ETS 3D-US a une sonde attachée à une barre télescopique connectée à l'aide de joints de Cardan aux extrémités de deux mécanismes cinq barres planaires. Ces derniers sont montés sur une base qui peut se déplacer horizontalement, permettant ainsi une grande couverture horizontale. Ce système à six degrés de liberté est actionné par six moteurs tel que montré par la figure 2.1. Le premier actionneur, de type linéaire, permet à la base de se déplacer le long de la jambe. Deux autres actionneurs se trouvent à la base de chaque mécanisme cinq barres. Le dernier actionneur est lié à l'outil à l'extrémité des mécanismes à cinq barres. Cette architecture de robot parallèle a l'avantage d'assurer que la partie mobile est légère puisque les moteurs sont situés à la base. De plus, il est beaucoup plus compact que les autres systèmes d'imagerie tels que le système d'imagerie par résonance magnétique.

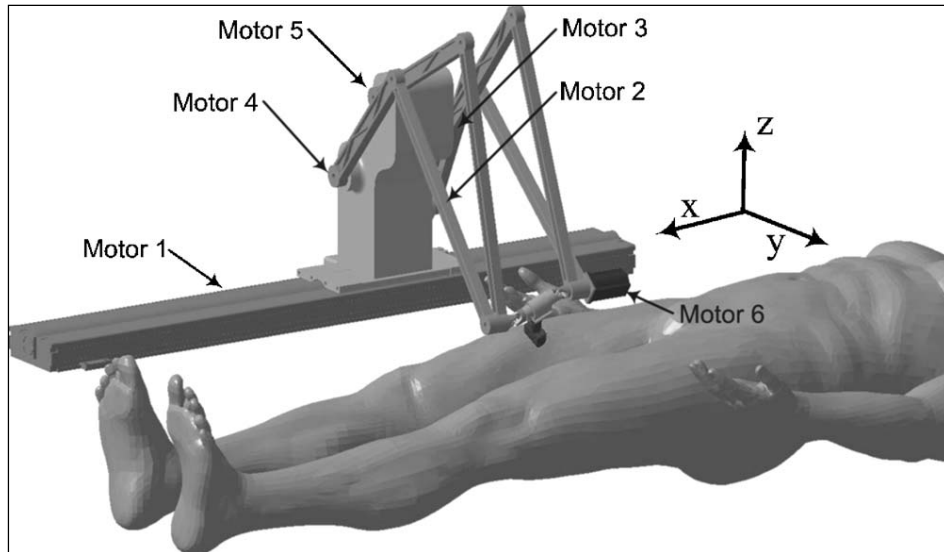


Figure 2.1 Le robot parallèle ETS 3D-US  
Tirée de Lessard *et al.* (2007, p. 273)

Lors de la mise en œuvre du robot, les contraintes mécaniques n'ont pas permis d'insérer les moteurs à l'intérieur de la base mobile, comme montré sur la figure 2.1. Pour cette raison, le modèle a été révisé de façon à ce que les moteurs soient plutôt à l'extérieur, comme le montre la figure 2.2. Cette révision ne modifie que certaines équations du modèle géométrique et du modèle géométrique inverse. Ces équations seront spécifiées dans les sections 2.5 et 2.6.

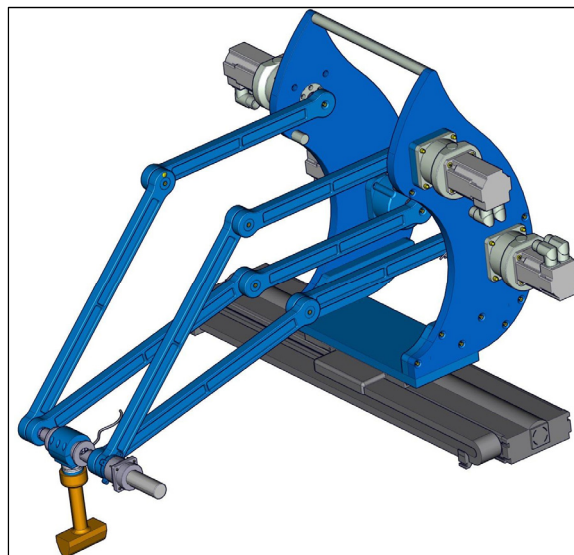


Figure 2.2 Le robot parallèle ETS 3D-US révisé

## 2.2 Cahier de charge

Dans Lessard (2008), le cahier de charge est défini pour respecter les critères d'un examen échographique des artères des membres inférieurs. Ces critères portent sur le volume de l'espace de travail, les orientations de la sonde, les vitesses et les forces appliqués lors d'un examen et sur la précision de positionnement.

Premièrement, la sonde échographique doit être capable de se positionner et s'orienter à l'intérieur des limites de cet examen. Puisqu'il s'agit d'un examen des plus exigeants en termes d'espace de travail, le robot pourrait également faire d'autres examens moins demandant. La figure 2.3 montre le système d'axes choisi pour représenter l'espace de travail du patient.

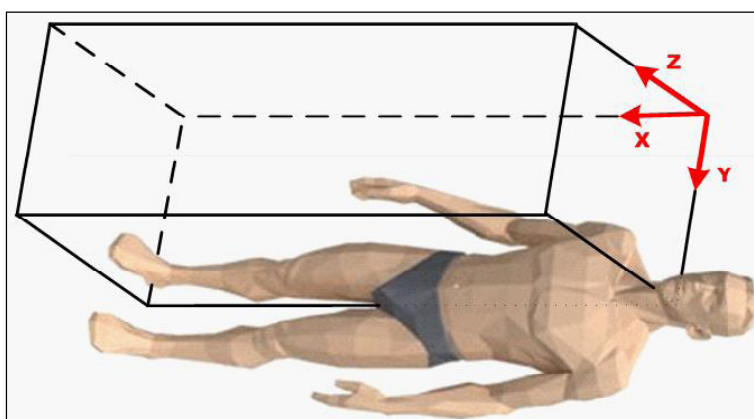


Figure 2.3 Système d'axes de l'espace de travail du patient  
Tirée de Lessard (2008, p. 50)

Étant donné que la jambe est modélisée par un cylindre, le robot doit être capable de se positionner dans l'espace définie par cette forme. Le diamètre et la longueur du cylindre sont fixés à 30 cm et 150 cm respectivement. Pour ce qui est de l'orientation, les paramètres sont représentés dans le tableau 2.1 tiré de Lessard (2008, p.51).



Tableau 2.1 Orientations de la sonde échographique

<b>Axe</b>	<b>Orientation</b>	<b>Description</b>
Autour de X	-75° à 90°	Longitudinale
Autour de Y	-30° à 30°	Latérale
Autour de Z	-30° à 30°	Verticale

Lors de l'examen, la vitesse de déplacement est inférieure à 1 cm/s (Lessard, 2008). De plus, la sonde échographique doit rester en contact avec le patient. Donc, une force de contact doit être appliquée, tel que montré dans le tableau 2.2 (Lessard, 2008).

Tableau 2.2 Forces et couple maximaux

<b>Descriptions</b>	<b>Maximum</b>
Force normale à la surface	6.4 N
Force parallèle à la surface	4.2 N
Couple	0.7 Nm

La précision sur le positionnement de la sonde doit permettre la reconstruction des artères en trois dimensions. Les requis fournis par le Professeur Guy Cloutier du Centre de recherche du Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CRCHUM) exigent une précision de 0.5 mm en position et de 0.3° en orientation (0.00524 radians).

## 2.3 Représentation du système

Cette section présente les définitions des systèmes de références desquelles les équations de modélisation sont formulées.

### 2.3.1 Système de référence

D'abord, la figure 2.4 montre que l'espace de travail est référencé par rapport au repère inertiel dont les axes orthogonaux sont décrits par le triplet  $[x_0, y_0, z_0]$ . La base mobile se déplace selon l'axe  $x_0$  et les deux mécanismes cinq barres se déplacent à l'intérieur du plan y-

z selon les combinaisons d'articulations ( $q_2, q_3$ ) et ( $q_4, q_5$ ), qui se trouvent à être les angles entre la verticale et la barre rattachée à la base mobile. La dernière articulation  $q_6$  tourne le porte-outil à l'extrémité **e** du mécanisme cinq barres. Puisque le dernier actionneur est attaché à la barre **be**, l'angle  $q_6$  utilise cette dernière comme référence. Notez que le système de référence de la sonde  $[x_t, y_t, z_t]$  est fixé de sorte que la sonde soit parallèle à l'axe  $z_t$ .

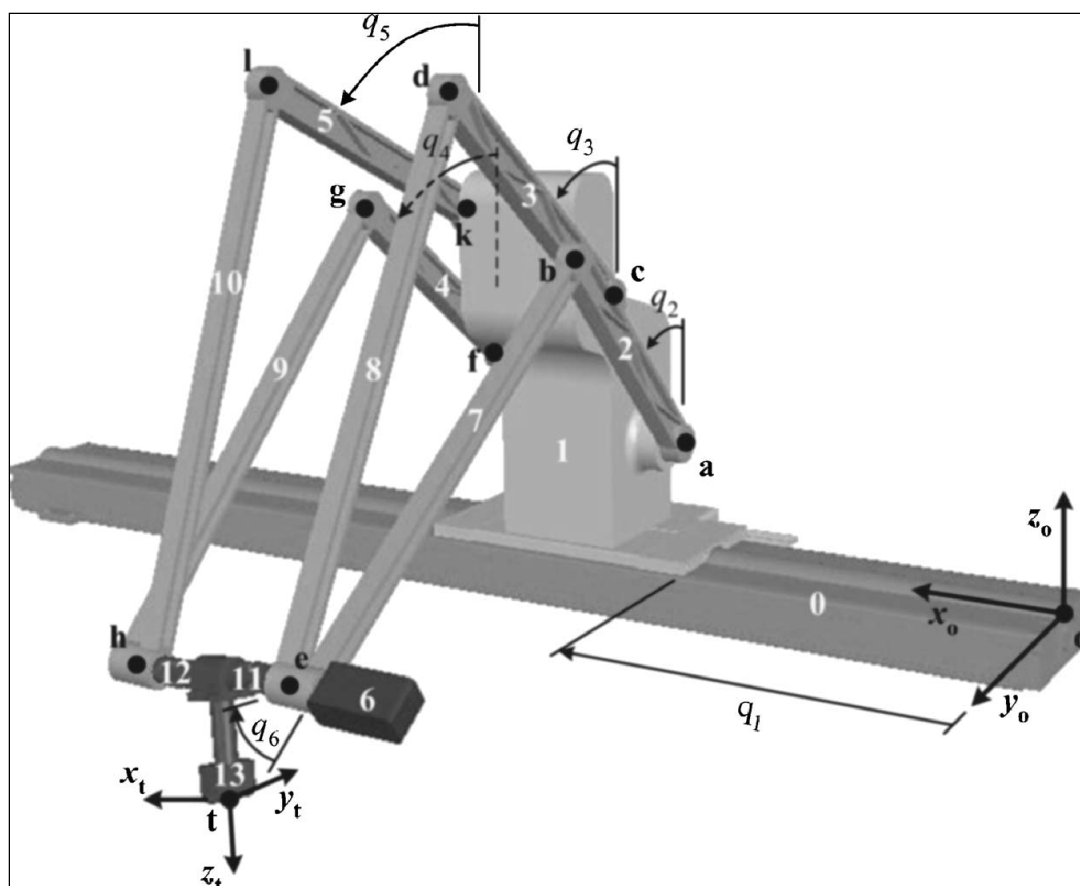


Figure 2.4 Les paramètres du robot ETS 3D-US  
Tirée de Lessard *et al.* (2007, p. 274)

### 2.3.2 Représentation de l'orientation

La position de la sonde est définie par  $(x_t, y_t, z_t)$ . Pour ce qui est de son orientation, les trois variables  $(\alpha, \beta, \gamma)$  sont utilisées selon la convention ZYX des angles d'Euler (i.e.,  $\mathbf{R}_{ZYX}(\alpha, \beta, \gamma)$ ) présentée à la figure 2.5.

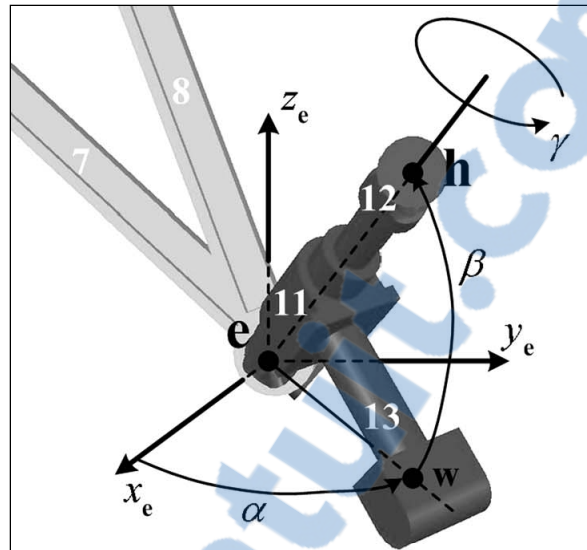


Figure 2.5 Les angles d'orientation de l'outil  
Adaptée de Lessard *et al.* (2007, p. 275)

## 2.4 Particularités du système

Le robot ETS 3D-US est un robot hybride sériel-parallèle qui comporte certaines particularités. Cette section montre trois de ces particularités mécaniques.

### 2.4.1 Mécanisme à cinq barres

Pour déplacer le porte-outil dans le plan Y-Z et changer l'orientation selon les angles  $\alpha$  et  $\beta$  (voir la figure 2.4 et figure 2.5), le robot utilise deux mécanismes à cinq barres entre lesquels se trouve l'axe prismatique non-motorisé du porte-outil, ce qui constitue la partie parallèle du robot. Un mécanisme à cinq barres n'a que des axes rotatifs normaux au plan Y-Z dans le cas étudié. Les deux actionneurs du mécanisme à cinq barres se trouvent à la base des quatre bras et travaillent en concert pour déplacer l'extrémité dans un plan. Dans le cas présent, le robot utilise la configuration concave pour dégager le bras de la table d'examen (voir figure 2.6). L'axe de translation  $q_1$  et l'axe de rotation  $q_6$  sont en configuration sérielle avec les deux mécanismes à cinq barres.

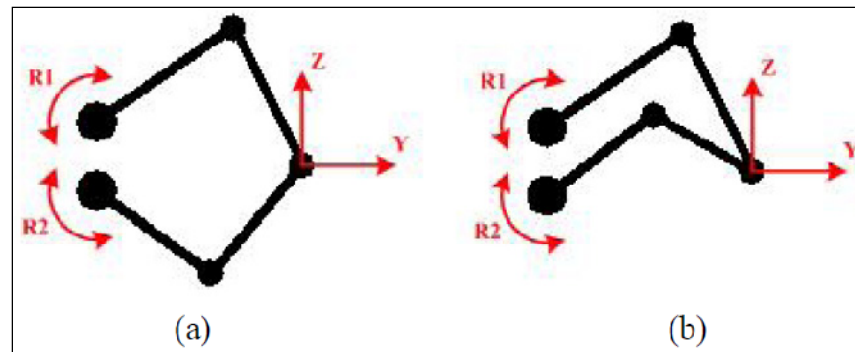


Figure 2.6 Mécanismes à cinq barres convexe (a) et concave (b)  
Tirée de Lessard (2008, p. 56)

### 2.4.2 Axe prismatique

L'axe prismatique non-motorisé fait partie du groupe du porte-outil qui se situe entre les deux mécanismes à cinq barres. Puisque les deux mécanismes à cinq barres ne bougent que dans le plan X-Y, l'écart  $x_{eh}$ , entre les deux extrémités dans la direction de l'axe X, reste constant. Donc, l'axe prismatique non-motorisé sert à combler cet écart lorsque les extrémités ne sont pas alignées comme le montre la figure 2.7.

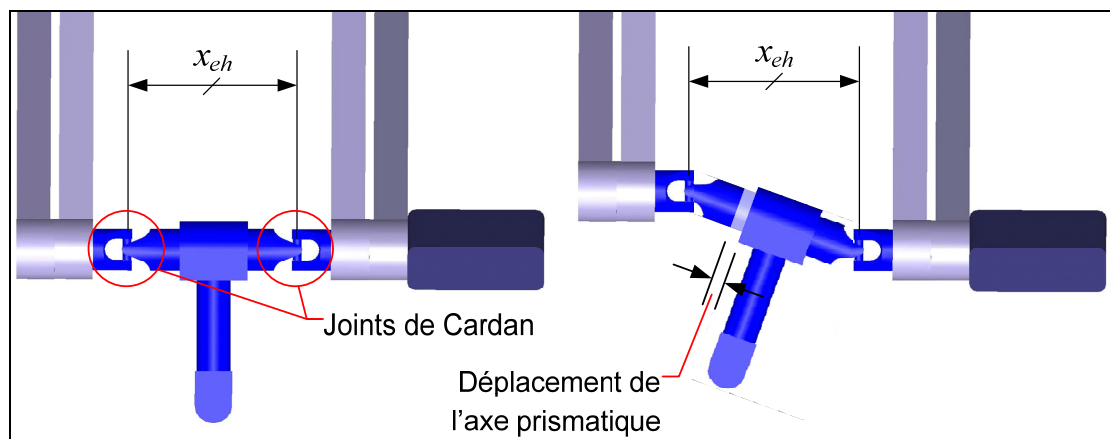


Figure 2.7 Mécanisme de l'axe prismatique et positionnement des joints de Cardan

### 2.4.3 Joint de Cardan

Pour connecter l'axe prismatique non-motorisé du porte-outil aux extrémités des mécanismes à cinq barres, deux joints de Cardan sont utilisés (voir figure 2.7). Grâce à ces joints de Cardan, le porte-outil peut mouvoir dans toutes les orientations. Les deux mécanismes à cinq barres orientent le porte-outil selon les angles  $\alpha$  et  $\beta$ . Ensuite, la rotation  $q_6$  du dernier actionneur Q6, transmise via le joint Cardan, permet la rotation selon l'angle  $\gamma$ . La transformation de ces angles est détaillée à la section 2.5.

### 2.5 Modèle géométrique

Cette section permet d'obtenir la position  $[x_t, y_t, z_t]$  et l'orientation  $[\alpha, \beta, \gamma]$  de la sonde selon la référence inertielle O  $[x_0, y_0, z_0]$ . En d'autres termes, la pose  $\chi = [x_t, y_t, z_t, \alpha, \beta, \gamma]$  sera déterminée en fonction des variables articulaires  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]$ .

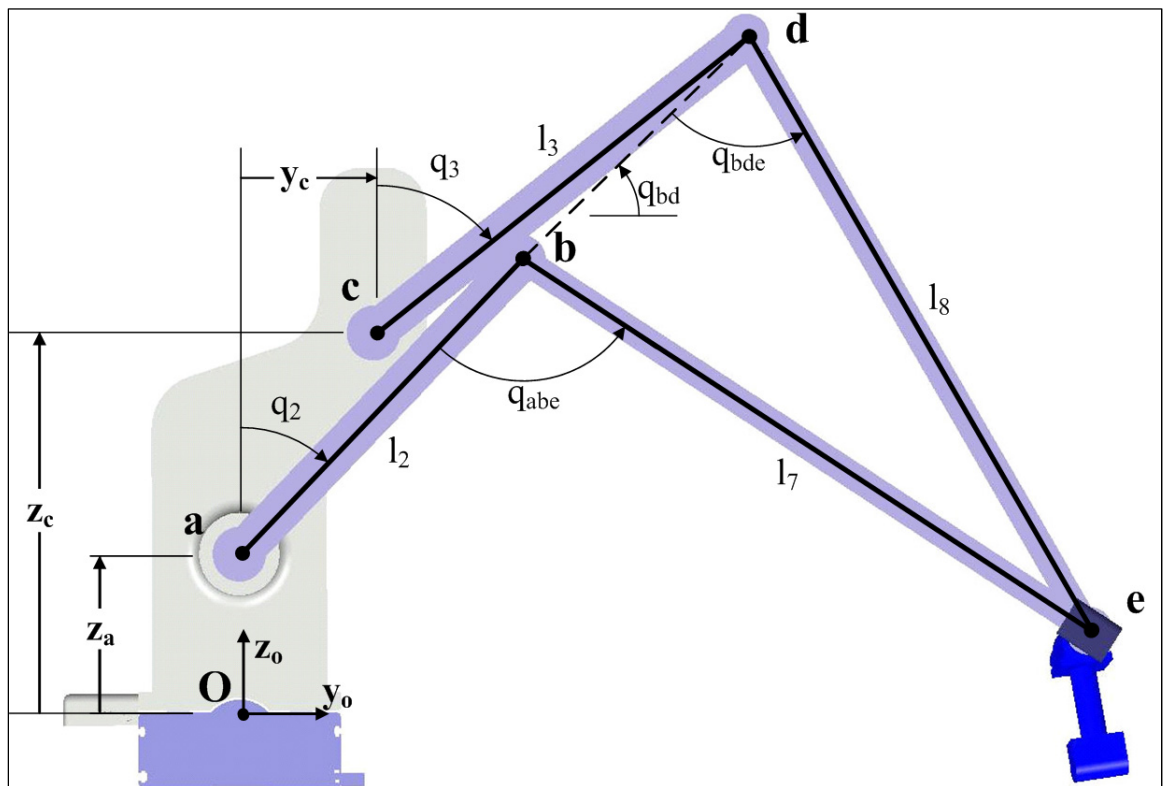


Figure 2.8 Définition des variables de la cinématique directe  
Adaptée de Lessard (2008, p. 61)

La première étape est la détermination des extrémités des mécanismes cinq barres. La première extrémité est le point  $\mathbf{e} = [x_e, y_e, z_e]$ . Sa position  $x_e$  dans l'axe x dépend uniquement de  $q_1$  (l'axe prismatique) et celle dans le plan y-z dépend de  $q_2$  et  $q_3$ . Ces derniers positionnent les joints  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{d}$  qui permettent de déterminer la position  $\mathbf{e}$  par trigonométrie comme l'illustre la figure 2.8. Notez que les paramètres du robot sont définis dans le tableau 3.1 du chapitre 3. Donc,

$$x_e = q_1 \quad (2.1)$$

$$y_e = y_d - l_8 \cos(q_{bd} + q_{bde}) \quad (2.2)$$

$$z_e = z_d - l_8 \sin(q_{bd} + q_{bde}) \quad (2.3)$$

où

$$q_{bd} = \text{atan2}(z_d - z_b, y_d - y_b) \quad (2.4)$$

et, selon la loi des cosinus,

$$q_{bde} = \cos^{-1} \left( \frac{\overline{bd}^2 + l_8^2 - l_7^2}{2 \overline{bd} l_8} \right) \quad (2.5)$$

qui dépendent des positions des joints  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{d}$  :

$$(y_b, z_b) = (l_2 \sin(q_2), l_2 \cos(q_2) + z_a) \quad (2.6)$$

$$(y_d, z_d) = (l_3 \sin(q_3) + y_c, l_3 \cos(q_3) + z_c) \quad (2.7)$$

$$\overline{bd} = \sqrt{(y_d - y_b)^2 + (z_d - z_b)^2} \quad (2.8)$$

où  $\overline{(\ )}$  signifie la norme du segment entre parenthèses.

De façon similaire, la position du joint  $\mathbf{h}$  (voir la figure 2.4) est déterminée :

$$x_h = q_1 + x_{eh} \quad (2.9)$$

$$y_h = y_g - l_{10} \cos(q_{gl} + q_{glh}) \quad (2.10)$$

$$z_h = z_g - l_{10} \sin(q_{gl} + q_{glh}) \quad (2.11)$$

où

$$q_{gl} = \text{atan2}(z_l - z_g, y_l - y_g) \quad (2.12)$$

et, selon la loi des cosinus,

$$q_{glh} = \cos^{-1} \left( \frac{\overline{gl}^2 + l_{10}^2 - l_9^2}{2 \overline{gl} l_{10}} \right) \quad (2.13)$$

qui dépendent des positions des joints  $\mathbf{g}$  et  $\mathbf{l}$  :

$$(y_g, z_l) = (l_4 \sin(q_4), l_4 \cos(q_4) + z_a) \quad (2.14)$$

$$(y_g, z_l) = (l_5 \sin(q_5) + y_c, l_5 \cos(q_5) + z_c) \quad (2.15)$$

$$\overline{gl} = \sqrt{(y_l - y_g)^2 + (z_l - z_g)^2} \quad (2.16)$$

Notez que nous supposons que les points **e** et **h** se situent en-dessous des points **b** et **g**.

Maintenant que les extrémités des mécanismes à cinq barres sont localisées, l'orientation et la position de la sonde peuvent être trouvées à l'aide de la dernière articulation  $q_6$ . Les deux premiers angles,  $\alpha$  et  $\beta$ , dépendent seulement des positions de **e** et **h** :

$$\alpha = \text{atan2}(y_h - y_e, x_{eh}) \quad (2.17)$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{z_h - z_e}{eh}\right) \quad (2.18)$$

où

$$\overline{eh} = \sqrt{(y_h - y_e)^2 + (z_h - z_e)^2 + x_{eh}^2} \quad (2.19)$$

Malheureusement, le dernier angle  $\gamma$  n'est pas une simple fonction linéaire de  $q_6$ . Pour mieux définir le problème, nous définissons l'angle  $\gamma$  comme suit :

$$\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma \quad (2.20)$$

où  $\Delta\gamma$  correspond au changement par rapport à l'état initial  $\gamma_0$ .

De la même façon, nous pouvons décomposer l'orientation de la barre **de** en deux parties :

$$q_{de} = q_{de0} + \Delta q_{de} \quad (2.21)$$

en sachant bien que

$$q_{de} = \text{atan2}(z_e - z_d, y_e - y_d) \quad (2.22)$$

À l'état initial, quand tous les actionneurs, incluant  $q_6$ , ont un angle nul, les orientations  $\alpha$  et  $\beta$  sont aussi nulles. Par contre, l'angle  $\gamma$  est alors non nul. Cet angle initial  $\gamma_0$  est lié directement à l'orientation de la barre **de** puisque l'actionneur Q6 est fixé à cette dernière. Cette orientation de la barre **de** est mesurée selon l'axe y dans la direction positive. Puisque

cet angle  $\gamma$  est mesuré par rapport à la verticale selon l'axe  $z$  dans la direction positive, il doit être compensé par un biais de  $\pi/2$ . Donc, voici l'orientation initiale :

$$\gamma_0 = q_{de0} - \frac{\pi}{2} \quad (2.23)$$

où

$$q_{de0} = \text{atan2}(z_{e0} - z_{d0}, y_{e0} - y_{d0}) \quad (2.24)$$

Au-delà de l'état initial, les choses se compliquent parce que le changement de l'angle d'orientation  $\Delta\gamma$  est transféré via une transmission de Cardan (Dudita, 1971). En effet, la transmission du mouvement de rotation dans le plan  $y$ - $z$  au mouvement de rotation décrit par  $\Delta\gamma$  dépend des angles entre les deux axes de rotation. Par conséquent, il faut inclure les angles  $\alpha$  et  $\beta$  dans le calcul de  $\Delta\gamma$ . Par ailleurs, la rotation dans le plan  $y$ - $z$  est donnée par la combinaison des deux angles  $q_6$  et  $\Delta q_{de}$  puisque l'actionneur Q6 est fixé à la barre **de**. Donc, l'angle d'orientation  $\Delta\gamma$  est une fonction de tous les angles mentionnés :

$$\Delta\gamma = f(\alpha, \beta, q_6, \Delta q_{de}) \quad (2.25)$$

Pour arriver à définir cette fonction, une des conventions des angles d'Euler est d'abord utilisée pour représenter l'orientation de l'effecteur par rapport à la base. Pour assurer la correspondance avec le manipulateur et la définition des angles  $\alpha$ ,  $\beta$ , et  $\gamma$  (voir figure 2.5), la convention ZYX est choisie

$$\mathbf{R}_{ZYX}(\gamma, \beta, \alpha) = \mathbf{R}_Z(\alpha)\mathbf{R}_Y(\beta)\mathbf{R}_X(\gamma) \quad (2.26)$$

Ensuite, une autre représentation doit être choisie pour correspondre cette fois à la transmission de Cardan. Cette transmission de Cardan est définie par les angles  $a$ ,  $b$  et  $c$  définis par le mécanisme de la figure 2.9. Pour assurer la correspondance avec ce mécanisme, la convention des angles d'Euler XYZ est considérée. La relation entre l'entrée et la sortie de la transmission de Cardan peut alors être obtenue en posant l'égalité entre les deux représentations :



$$\mathbf{R}_Z(\alpha)\mathbf{R}_Y(\beta)\mathbf{R}_X(\gamma) = \mathbf{R}_X(c)\mathbf{R}_Y(b)\mathbf{R}_Z(a)\mathbf{R}_X(\gamma_0) \quad (2.27)$$

où  $a$  et  $b$  sont inconnus,  $\gamma$  est la sortie inconnue de la transmission de Cardan et  $c$  est son entrée qui est une fonction des angles  $q_6$  et  $q_{de}$ . Notez que le biais  $\gamma_0$  a été ajouté puisqu'il y a une rotation pour positionner la sonde à sa position initiale.

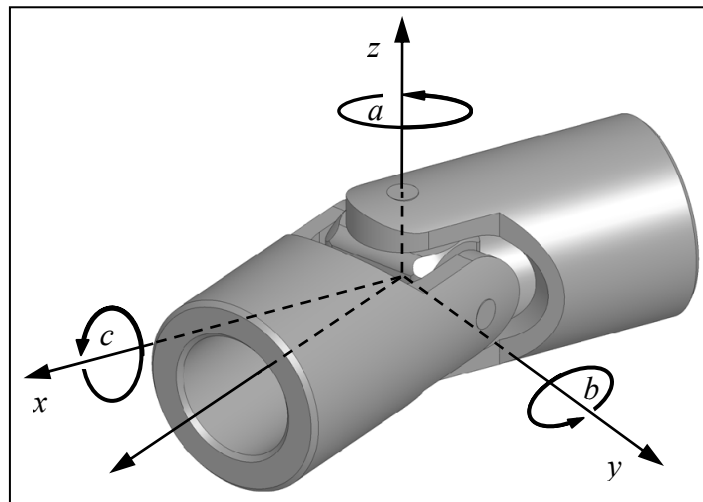


Figure 2.9 Définition des angles de la transmission de Cardan  
Adaptée de Silberwolf (2007)

En tenant compte de l'équation (2.20), l'équation (2.27) peut se simplifier comme suit :

$$\mathbf{R}_Z(\alpha)\mathbf{R}_Y(\beta)\mathbf{R}_X(\Delta\gamma) = \mathbf{R}_X(c)\mathbf{R}_Y(b)\mathbf{R}_Z(a) \quad (2.28)$$

Pour faciliter la résolution, l'équation (2.28) est réorganisée de façon à ce que les angles connus soient à droite de l'égalité et les inconnus à gauche :

$$\mathbf{R}_X(\Delta\gamma)\mathbf{R}_Z^T(a)\mathbf{R}_Y^T(b) = \mathbf{R}_Y^T(\beta)\mathbf{R}_Z^T(\alpha)\mathbf{R}_X(c) \quad (2.29)$$

L'équation matricielle (2.29) implique  $3 \times 3$  équations correspondant chacune à un élément des matrices  $3 \times 3$  de chaque côté de l'égalité. En faisant le rapport de l'élément (3,2) sur l'élément (2,2) de chaque côté de l'égalité, on obtient :

$$\frac{\sin \Delta \gamma \cos a}{\cos \Delta \gamma \cos a} = \frac{\sin \alpha \sin \beta \cos c + \cos \beta \sin c}{\cos \alpha \cos c} \quad (2.30)$$

Considérant que «  $\cos a$  » ne peut être nul ni négatif à l'intérieur des contraintes d'utilisation de l'espace de travail décrit à la section 2.2, nous obtenons :

$$\Delta \gamma = \text{atan2} \left( \frac{\sin \alpha \sin \beta \cos c + \cos \beta \sin c}{\cos \alpha \cos c} \right) \quad (2.31)$$

Lorsque  $\alpha$  et  $\beta$  sont égales à zéro,  $\Delta \gamma$  est égale à  $c$ . Ce qui est consistant puisque l'effet de la transmission de Cardan disparaît à ce point.

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'entrée de la transmission de Cardan est une fonction de  $q_6$  et de  $\Delta q_{de}$  :

$$c = q_6 + \Delta q_{de} \quad (2.32)$$

En combinant les équations (2.20), (2.23), (2.31) et (2.32), nous obtenons la dernière composante de l'orientation de l'outil:

$$\gamma = q_{de0} - \frac{\pi}{2} + \text{atan2}(\sin \alpha \sin \beta \cos c + \cos \beta \sin c, \cos \alpha \cos c) \quad (2.33)$$

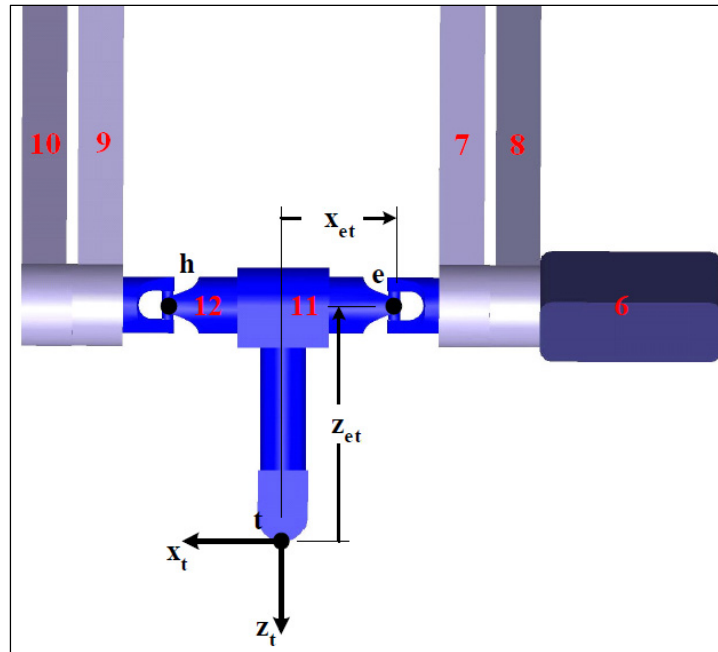


Figure 2.10 La pointe de l'outil du robot ETS 3D-US  
Adaptée de Lessard (2008, p. 65)

En connaissant l'orientation et la position des extrémités des mécanismes à cinq barres, il est ainsi possible de déterminer la position de la sonde  $[x_t, y_t, z_t]$ . Pour cela, il faut connaître la relation entre le point e et l'extrémité de l'outil qui est déterminé par les parties 11 et 13 dont leurs longueurs sont définies par les constantes  $x_{et}$  and  $z_{et}$  respectivement (voir figure 2.10). Donc, la position de la sonde est définie par la combinaison de la transformation rotationnelle de l'équation (2.27) avec les deux longueurs et la position du point e:

$$[x_t, y_t, z_t]^T = [x_e, y_e, z_e]^T + \mathbf{R}_{z^y x^x}(\alpha, \beta, \gamma)[x_{et}, 0, z_{et}]^T \quad (2.34)$$

où

$$\mathbf{R}_{z^y x^x}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma & c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma \\ s_\alpha c_\beta & s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma \\ -s_\beta & c_\beta s_\gamma & c_\beta c_\gamma \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Dans cette section, le modèle géométrique a été développé. En connaissant les paramètres du système et les positions articulaires  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]$ , la position et l'orientation de la sonde  $\chi = [x_t, y_t, z_t, \alpha, \beta, \gamma]$  dans l'espace de travail peuvent être calculées.

## 2.6 Modèle géométrique inverse

La modèle géométrique inverse consiste à trouver les articulations  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]$  correspondante à une position et à une orientation de l'outil donnée par la pose  $\boldsymbol{\chi} = [x_t, y_t, z_t, \alpha, \beta, \gamma]$ . Pour faciliter la solution du modèle géométrique, exprimons d'abord la position du point  $\mathbf{e}$  à partir de l'équation (2.34) :

$$[x_e, y_e, z_e]^T = [x_t, y_t, z_t]^T - \mathbf{R}_{ZY'X'}(\alpha, \beta, \gamma)[x_{et}, 0, z_{et}]^T \quad (2.36)$$

Puis, l'extrémité  $\mathbf{h}$  de l'autre mécanisme à cinq barres peut être exprimé comme suit (voir la figure 2.5) (Lessard, 2008):

$$[x_h, y_h, z_h]^T = [x_e, y_e, z_e]^T + \left[ x_{eh}, x_{eh} \tan \alpha, \frac{x_{eh} \tan \beta}{\cos \alpha} \right]^T \quad (2.37)$$

Maintenant que les extrémités  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{h}$  des deux mécanismes cinq barres sont connues, il est plus facile d'exprimer la cinématique inverse.

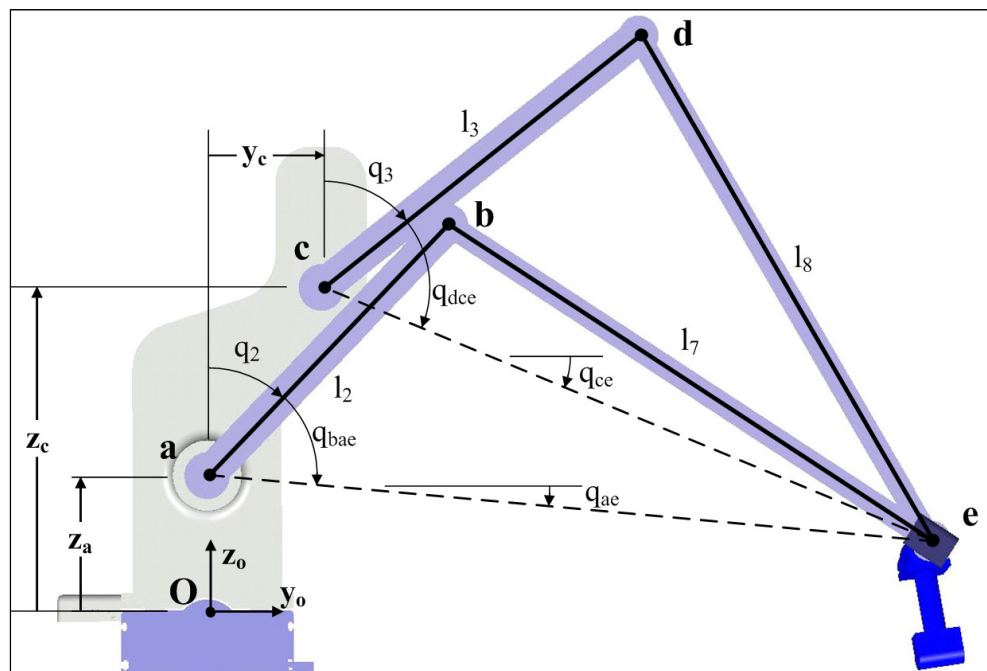


Figure 2.11 Définition des variables de la cinématique inverse du robot ETS 3D-US  
Adaptée de Lessard (2008, p. 67)

À partir de la figure 2.11,

$$q_2 = \frac{\pi}{2} - q_{bae} - q_{ae} \quad (2.38)$$

$$q_3 = \frac{\pi}{2} - q_{dce} - q_{ce} \quad (2.39)$$

où les groupes inconnues des deux angles sont reliés aux segments virtuels **ae** et **ce** dont les longueurs sont:

$$\overline{ae} = \sqrt{(y_e - y_a)^2 + (z_e - z_a)^2} \quad (2.40)$$

$$\overline{ce} = \sqrt{(y_e - y_c)^2 + (z_e - z_c)^2} \quad (2.41)$$

Utilisant la loi des cosinus, les angles  $q_{bae}$  et  $q_{dce}$  deviennent :

$$q_{bae} = \cos^{-1} \left( \frac{\overline{ae}^2 + l_2^2 - l_7^2}{2 \overline{ae} l_2} \right) \quad (2.42)$$

$$q_{dce} = \cos^{-1} \left( \frac{\overline{ce}^2 + l_3^2 - l_8^2}{2 \overline{ce} l_3} \right) \quad (2.43)$$

Les autres angles inconnus sont définis par rapport à l'horizontale comme suit:

$$q_{ae} = \text{atan2}(z_e - z_a, y_e - y_a) \quad (2.44)$$

$$q_{ce} = \text{atan2}(z_e - z_c, y_e - y_c) \quad (2.45)$$

De façon similaire, les articulations  $q_4$  et  $q_5$  de l'autre mécanisme à cinq barres sont données par :

$$q_4 = \frac{\pi}{2} - q_{gfh} + q_{fh} \quad (2.46)$$

$$q_5 = \frac{\pi}{2} - q_{lkh} + q_{kh} \quad (2.47)$$

Les deux articulations restantes sont trouvées à partir des équations (2.1) et (2.33) :

$$q_1 = x_e \quad (2.48)$$

$$q_6 = \text{atan2}(\sin\Delta\gamma\cos\alpha - \cos\Delta\gamma\sin\beta\sin\alpha, \cos\Delta\gamma\cos\beta) - \Delta q_{de} \quad (2.49)$$

où  $\Delta\gamma = \gamma - \gamma_0$  et  $\Delta\mathbf{q}_{de} = \mathbf{q}_{de} - \mathbf{q}_{de0}$  selon les équations (2.20) et (2.21) respectivement.

Ceci complète la section sur le modèle géométrique inverse. Nous remarquons qu'il est bien plus simple que le modèle géométrique.

## 2.7 Cinématique différentielle

Cette section couvre le calcul de la jacobienne et de sa dérivée, deux relations importantes pour asservir le robot. La jacobienne sert à convertir les vitesses entre l'espace des joints et l'espace de travail. Avec le même raisonnement, la dérivée de la jacobienne contribuera à convertir les accélérations entre les deux espaces.

L'équation ci-dessous décrit la relation entre la jacobienne et les vitesses :

$$\dot{\boldsymbol{\chi}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.50)$$

où  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$  est la Jacobienne,  $\dot{\boldsymbol{\chi}} = [\dot{x}_T, \dot{y}_T, \dot{z}_T, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}]$  est le vecteur des vitesses des coordonnées dans l'espace de travail et  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4, \dot{q}_5, \dot{q}_6]$  est le vecteur des vitesses des coordonnées dans l'espace articulaire.

Puisque nous pouvons obtenir les positions et orientations  $\boldsymbol{\chi} = [x_t, y_t, z_t, \alpha, \beta, \gamma]$  en fonction des articulations  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]$  à l'aide du modèle géométrique, il existe une fonction  $f_i(\mathbf{q})$  pour chaque composante de l'espace de travail. La jacobienne est alors définie de la façon suivante :

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \boldsymbol{\chi}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial [x_t, y_t, z_t, \alpha, \beta, \gamma]}{\partial [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_t}{\partial q_1} & \frac{\partial x_t}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial x_t}{\partial q_6} \\ \frac{\partial y_t}{\partial q_1} & \frac{\partial y_t}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial y_t}{\partial q_6} \\ \frac{\partial z_t}{\partial q_1} & \frac{\partial z_t}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial z_t}{\partial q_6} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial q_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \alpha}{\partial q_6} \\ \frac{\partial \beta}{\partial q_1} & \frac{\partial \beta}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \beta}{\partial q_6} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial q_1} & \frac{\partial \gamma}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \gamma}{\partial q_6} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Puis, pour le calcul des accélérations, en faisant la dérivée de l'équation (2.50), nous obtenons :

$$\ddot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} \quad (2.52)$$

où

$$\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{d}{dt}[\mathbf{J}(\mathbf{q})] \quad (2.53)$$

Pour la mise en œuvre du système de commande, il sera nécessaire de calculer la jacobienne et sa dérivée en temps réel à chaque période d'échantillonnage. Puisque le modèle géométrique s'exprime par plusieurs équations, la matrice jacobienne sera calculée à l'aide d'une chaîne de quatre dérivées partielles :

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_4(\mathbf{q}) \mathbf{J}_3(\mathbf{q}) \mathbf{J}_2(\mathbf{q}) \mathbf{J}_1(\mathbf{q}) \quad (2.54)$$

D'abord, puisque les équations (2.34) et (2.35) expriment la position de la sonde en fonction de la position du point  $e$  et des orientations  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , la matrice jacobienne  $\mathbf{J}_4$  est la dérivée partielle de la position et de l'orientation de la sonde par rapport à  $x_e, y_e, z_e, \alpha, \beta$  et  $\gamma$  :

$$\mathbf{J}_4(\mathbf{q}) = \frac{\partial[x_t, y_t, z_t, \alpha, \beta, \gamma]}{\partial[x_e, y_e, z_e, \alpha, \beta, \gamma]} \quad (2.55)$$

Ensuite, puisque les équations (2.32) et (2.33) et les équations (2.21) et (2.22) expriment  $\gamma$  en fonction de  $y_e, z_e, \alpha, \beta, q_{de}$  et  $q_6$ , la matrice jacobienne  $\mathbf{J}_3$  est la dérivée partielle suivante :

$$\mathbf{J}_3(\mathbf{q}) = \frac{\partial[x_e, y_e, z_e, \alpha, \beta, \gamma]}{\partial[x_e, y_e, z_e, \alpha, \beta, q_{de}, q_6]} \quad (2.56)$$

De la même manière, selon les équations (2.17)-(2.19) et les équations (2.22) et (2.7), la matrice jacobienne  $\mathbf{J}_2$  est donnée par :

$$\mathbf{J}_2(\mathbf{q}) = \frac{\partial[x_e, y_e, z_e, \alpha, \beta, q_{de}, q_6]}{\partial[x_e, y_e, z_e, y_h, z_h, q_3, q_6]} \quad (2.57)$$

Finalement, selon les équations (2.1)-(2.16),

$$\mathbf{J}_1(\mathbf{q}) = \frac{\partial [x_e, y_e, z_e, y_h, z_h, q_3, q_6]}{\partial [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]} \quad (2.58)$$

Pour ce qui est de la jacobienne dérivée, elle est obtenue en dérivant l'équation (2.54) selon la loi de la chaîne :

$$\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{J}}_4 \mathbf{J}_3 \mathbf{J}_2 \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_4 \dot{\mathbf{J}}_3 \mathbf{J}_2 \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_4 \mathbf{J}_3 \dot{\mathbf{J}}_2 \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_4 \mathbf{J}_3 \mathbf{J}_2 \dot{\mathbf{J}}_1 \quad (2.59)$$

où l'argument  $\mathbf{q}$  a été ignoré dans la partie droite de l'équation pour simplifier l'écriture.

Donc, nous avons décrit dans cette section comment trouver la jacobienne et sa dérivée. De plus, la matrice jacobienne a été divisée en plusieurs sous-groupes pour faciliter les calculs.



## CHAPITRE 3

### CONCEPTION DU SYSTÈME DE COMMANDE

Ce chapitre démontre les aspects spécifiques au premier prototype du robot ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure. D'abord, le banc d'essai et les différents dispositifs de sécurité sont présentés. Ensuite, les hypothèses appliquées à la simplification du modèle dynamique sont discutées. Par la suite le modèle dynamique est détaillé. Finalement, la conception du système de commande est expliquée.

#### 3.1 Banc d'essai

Cette section montre les différents équipements et le matériel informatique utilisés dans ce projet. Elle est divisée en deux parties : le matériel mécanique qui constitue le robot et le matériel électronique et informatique utilisé par le système de commande.

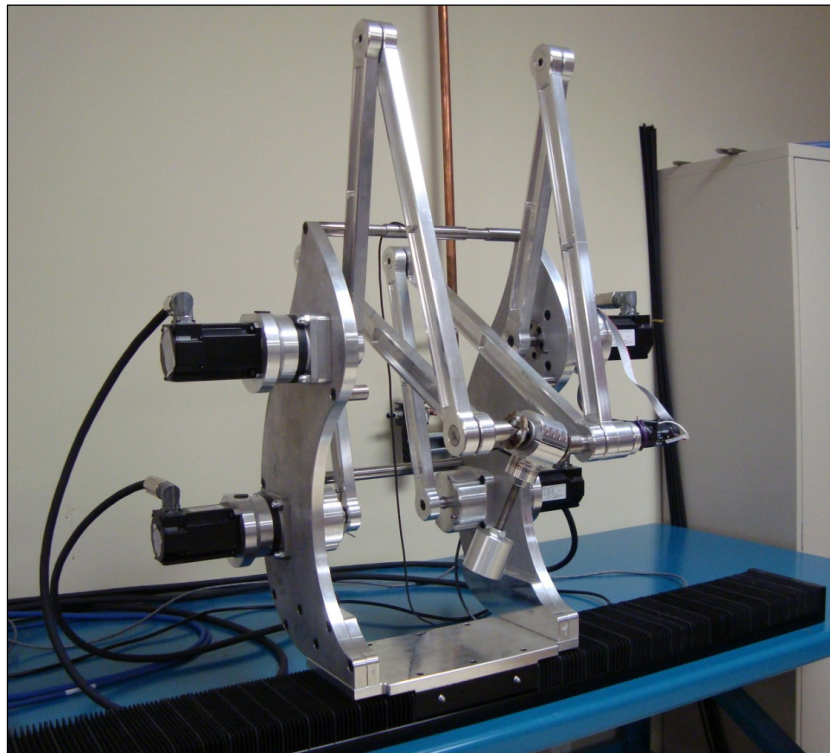


Figure 3.1 Prototype du robot parallèle ETS 3D-US révisé

### 3.1.1 Le matériel mécanique

Les pièces du robot de la figure 3.1 sont machinées dans de l'aluminium 6061-T6. Le tableau 3.1 présente les paramètres géométriques et dynamiques des composantes mécaniques qui sont nécessaires à la conception du système de commande.

Tableau 3.1 Détails des composantes du robot ETS 3D-US

<b>Ensemble robot sur le socle</b>		45 kg		
	Distance $z_a$	0.177 m		
	Distance $z_c$	0.437 m		
	Distance $y_c$	0.150 m		
<b>Bras</b>		<b>Masse</b>	<b>Longueur</b>	<b>Inertie (<math>I_x</math>)</b>
	$L_2, L_3, L_4, L_5$	0.676 kg	0.40 m	0.0128 kg.m <sup>2</sup>
	$L_7, L_8, L_9, L_{10}$	0.823 kg	0.52 m	0.0241 kg.m <sup>2</sup>
<b>Ensemble du porte-outil</b>		<b>Masse</b>	<b>Longueur</b>	<b>Rayon</b>
	Ensemble joint de Cardan & joint prismatique	$m_c = 0.904$ kg	$L_c = 0.080$ m	$r_c = 0.030$ m
	Capteur de force et sonde	$m_f = 0.499$ kg	$L_f = 0.178$ m	$r_f = 0.020$ m

Le tout est déposé sur une glissière linéaire de 0.9144 m (36 po) fabriquée par la compagnie Lintech. Cette glissière est couplée au servomoteur qui permet le mouvement de l'articulation  $q_1$ . Ce couplage fait en sorte que chaque rotation complète de l'arbre du moteur Q1 produit une translation de 20 mm selon l'axe  $q_1$ . Les quatre actionneurs des deux mécanismes à cinq barres sont couplés à des réducteurs de vitesses harmoniques 80 : 1. Finalement, le dernier actionneur Q6 est un moteur à courant continue couplé lui aussi à un réducteur de vitesse 50 :1. Les spécifications de ces actionneurs sont résumées dans le tableau 3.2 ainsi que leurs pilotes électroniques (figure 3.2) et leurs réducteurs de vitesse.

Tableau 3.2 Actionneurs et pilotes électroniques

Actionneurs		Q1	Q2, Q3, Q4, Q5	Q6
Pilotes électroniques		Danaher S20660 VTS	Danaher S20260 VTS	Maxon ADS 50/5
Servomoteurs		Kollmorgen AKM42G	Kollmorgen AKM31E	Maxon 31007SP+228456
	Masse	3.39 kg	1.55 kg	0.238 kg
	Inertie	$1.45 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$0.33 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$0.0333 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Réducteurs de vitesse		50 rotations : 1m	80 : 1	50 : 1
	Inertie	$1.415 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$0.193 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$0.003 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Inertie totale		$2.865 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$0.523 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$0.0363 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

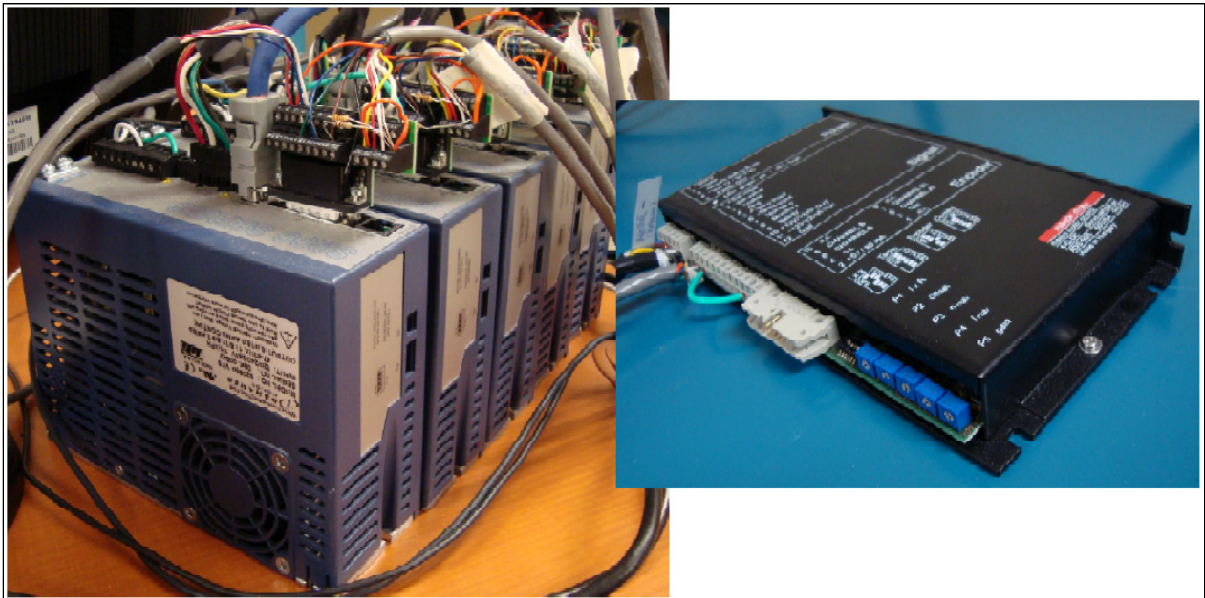


Figure 3.2 Les pilotes électroniques

### 3.1.2 Le matériel électronique et informatique

Les actionneurs sont contrôlés en mode courant grâce aux pilotes électroniques énoncés dans le tableau 3.2. Ces derniers sont connectés au bornier de la carte d'acquisition Q8 de Quanser (figure 3.3). Cette carte permet de faire le lien entre les pilotes électroniques des

moteurs, ainsi que les capteurs, et l'ordinateur temps-réel utilisé pour programmer les algorithmes d'asservissement. Le logiciel QuaRC 2.0 de Quanser permet à l'ordinateur de fonctionner en temps réel et d'exécuter les algorithmes programmés dans le simulateur Simulink de Matlab, un produit de la compagnie MathWorks.

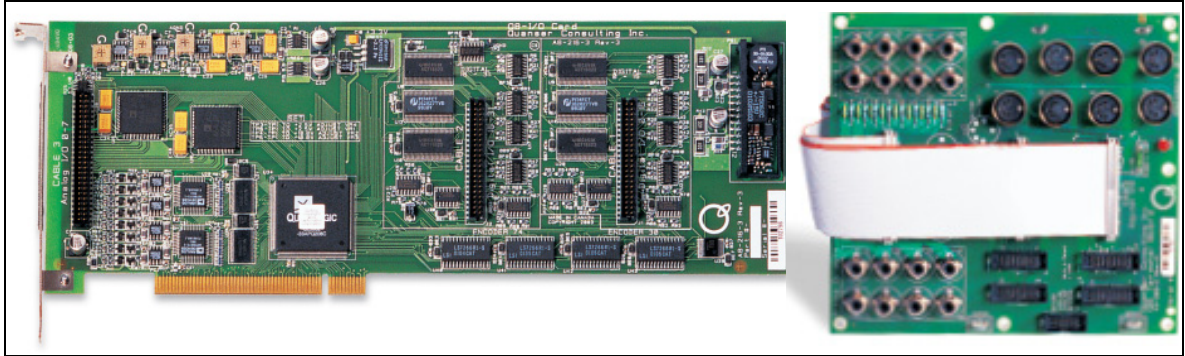


Figure 3.3 La carte d'acquisition Q8 de Quanser et son bornier  
Tirée de Quanser inc. (2008)

Cette section décrit donc les deux parties du banc d'essai. La configuration du banc d'essai est résumée par la figure 3.4.

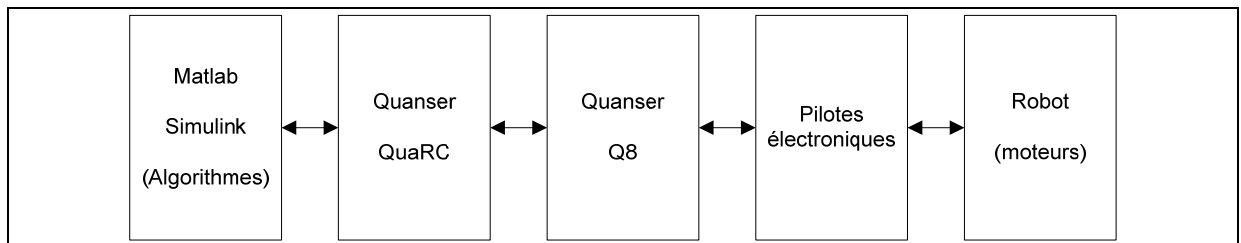


Figure 3.4 Configuration du banc d'essai

### 3.2 Sécurité

En matière de sécurité intégré au système de commande, nous combinons des approches mécaniques et algorithmiques tout en suivant les mesures de sécurité mentionnées dans la section 1.3. L'unité de traitement d'images et l'unité de sécurité munie d'un microcontrôleur ne sont pas incluses dans la version actuelle. Malgré tout, nous avons intégré certaines mesures de sécurité directement dans l'unité d'asservissement et dans la mécanique du robot.

D'abord un ratio élevé des réducteurs de vitesse a été choisi selon les recommandations de Davies (1996). Ensuite, des butées sont installées pour restreindre la zone de travail. Outre les butées pour empêcher physiquement les déplacements, des capteurs de fin de course sont intégrés à la glissière linéaire. De plus, des détecteurs de dépassement de courant sont implantés pour tous les actionneurs afin de prévenir les excès de mouvement et de limiter les forces appliquées. Aussi, ces détecteurs de dépassement de courant empêchent de continuer un mouvement lorsqu'il y a contact avec un obstacle. Finalement, plusieurs systèmes de validation sont intégrés. Par exemple, d'une part le calculateur vérifie constamment la trajectoire demandée, d'autre part il vérifie l'état actuel du robot. Toutes ces mesures ont le but d'assurer que les limites du robot soient respectées et d'assurer la sécurité.

### 3.3 Hypothèses simplificatrices

Pour la conception du système de commande, certaines hypothèses simplificatrices sont considérées. En effet, le robot ne doit fonctionner que sous certaines restrictions. Lors d'un examen, la vitesse de déplacement de la sonde est moins de 1 centimètre par seconde. De plus, 20 centimètres par seconde pour les déplacements hors-examen est une vitesse suffisante. Bref, la vitesse d'opération du robot est assez lente pour réduire l'importance de la dynamique du système. De plus, comme le montre la figure 3.1, tous les actionneurs sont couplés à des réducteurs de vitesse de 50 : 1 ou 80 : 1. Cela permet de supposer que la compensation dynamique du robot est négligeable (Chiacchio *et al.*, 1993) en plus de satisfaire un des critères de sécurité (Davies, 1996).

### 3.4 Modélisation dynamique

Le modèle dynamique d'un robot à  $n$  degrés de liberté est généralement défini sous la forme suivante :

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{B}$  est la matrice des inerties ( $n \times n$ ),  $\mathbf{q}$  est le vecteur des positions articulaires ( $n \times 1$ ),  $\boldsymbol{\tau}$  est le vecteur des efforts articulaires ( $n \times 1$ ) et  $\mathbf{n}$  est le vecteur des forces de gravité, centrifuges,

de Coriolis et de frottement ( $n \times 1$ ). En d'autres mots, commander un robot équivaut à déterminer les forces  $\boldsymbol{\tau}$  qui permettent un mouvement prescrit du vecteur des articulations  $\mathbf{q}(t)$ . Nous pouvons observer que la matrice des inerties  $\mathbf{B}$  est symétrique et définie positive dont la diagonale contient des constantes qui ne dépendent pas de la configuration du robot et d'autres termes dépendent de la configuration (Chiacchio *et al.*, 1993). Donc, nous pouvons décomposer cette matrice de sorte que

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \bar{\mathbf{B}} + \Delta\mathbf{B}(\mathbf{q}) \quad (3.2)$$

où  $\bar{\mathbf{B}}$  est une matrice diagonale positive contenant les valeurs moyennes des inerties (ou des masses) de chaque partie mobile motorisée du robot exprimée par rapport à l'articulation s'y rattachant.

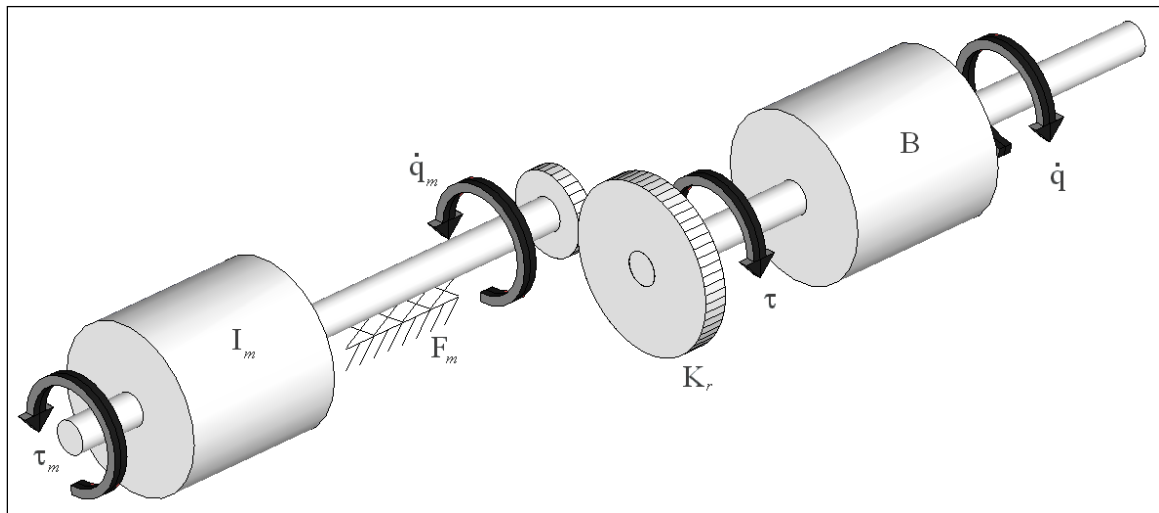


Figure 3.5 Modèle d'actionneur connecté à l'articulation via un réducteur de vitesse

Comme montré par la figure 3.5 du point de vue des actionneurs (moteurs), les efforts (couples ou forces)  $\boldsymbol{\tau}_m$  qui doivent être fournis aux articulations pour produire les mouvements sont représentés par l'équation ci-dessous :

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{I}_m \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{F}_m(\dot{\mathbf{q}}_m) + \mathbf{K}_r^{-1} \boldsymbol{\tau} \quad (3.3)$$



où  $\boldsymbol{\tau}_m$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_m$  et  $\mathbf{F}_m(\dot{\mathbf{q}}_m)$  sont respectivement les vecteurs des efforts, des accélérations articulaires et des forces de frottement en aval des réducteurs de vitesse. Ces forces de frottement seront détaillées à la section 3.4.2. La matrice diagonale  $\mathbf{I}_m$  correspond aux inerties des actionneurs en aval des réducteurs de vitesse. Finalement,  $\mathbf{K}_r$  est une matrice diagonale avec comme composantes les rapports de vitesse des réducteurs qui sont, par définition, plus grand que l'unité. En combinant les équations (3.1), (3.2) et (3.3), et en sachant que  $\mathbf{K}_r \mathbf{q} = \mathbf{q}_m$ , nous obtenons les efforts aux actionneurs pour commander le robot (Chiacchio *et al.*, 1993) :

$$\boldsymbol{\tau}_m = (\mathbf{I}_m + \mathbf{K}_r^{-1} \bar{\mathbf{B}} \mathbf{K}_r^{-1}) \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{F}_m(\dot{\mathbf{q}}_m) + \mathbf{d} \quad (3.4)$$

où

$$\mathbf{d} = \mathbf{K}_r^{-1} \Delta \mathbf{B}(\mathbf{q}) \mathbf{K}_r^{-1} \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{K}_r^{-1} \mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.5)$$

L'équation (3.5) contient tous les termes non-linéaires et couplés, tandis que les termes restants de l'équation (3.4) sont linéaires et découplés à cause de ses matrices diagonales  $\bar{\mathbf{B}}$  et  $\mathbf{I}_m$ . Puisque dans notre cas les rapports de vitesse sont élevés et les vitesses de fonctionnement sont faibles, l'équation (3.5) peut être considérée comme une perturbation de faible amplitude. En négligeant cette perturbation, nous obtiendrons un système de commande linéaire dont la structure est décentralisée; c'est-à-dire que chaque joint est contrôlé indépendamment. Ce qui est avantageux pour une mise en œuvre simplifiée du contrôleur.

La matrice diagonale  $\mathbf{I}_m$  contient les inerties des actionneurs présentées dans le tableau 3.2 qui sont spécifiées par le manufacturier des moteurs alors que les inerties des transmissions ont été négligées. La matrice diagonale  $\bar{\mathbf{B}}$  contient des valeurs moyennes des inerties aux joints du robot. Le vecteur  $\mathbf{F}_m$  contient les forces de frottement visqueux de chaque actionneur. Ces inerties et ces forces de frottement sont expliquées dans les sous-sections ci-dessous.

### 3.4.1 Inerties des joints

Nous définissons la matrice diagonale des inerties moyennes  $\bar{\mathbf{B}}$  dont les valeurs sont  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$ ,  $B_5$  et  $B_6$  correspondant aux articulations  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_5$  et  $q_6$  respectivement. Cette section décrit chacune des valeurs de cette diagonale qui représente une approximation constante de l'inertie du robot ressenti par l'actionneur correspondant.

Pour le premier actionneur Q1 qui est une translation, la valeur inertielle  $B_1$  correspond à une masse. Cette masse est celle des deux mécanismes cinq barres, de la base mobile, de l'extrémité et des actionneurs 2 à 6. Elle est estimée à l'aide d'une balance à 45 kg.

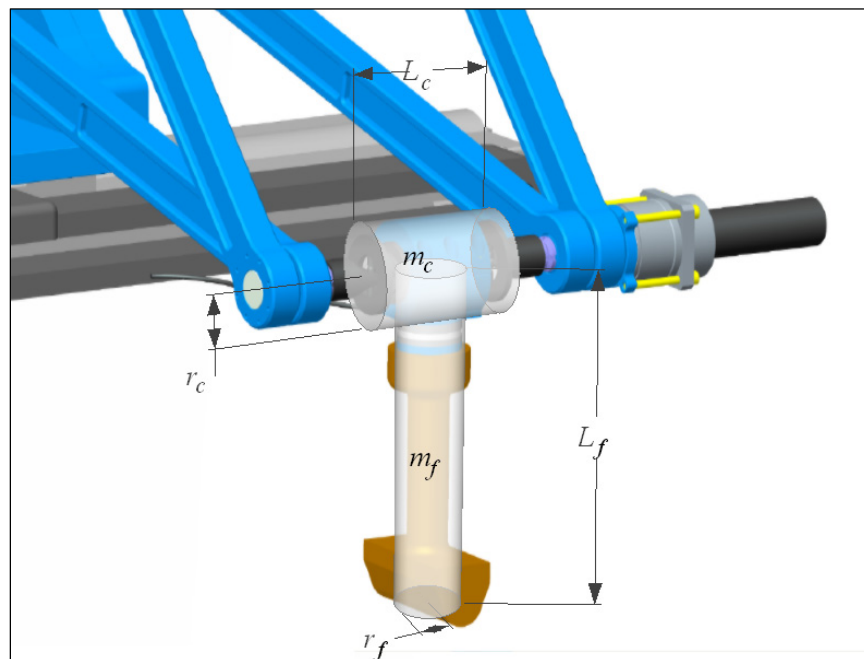


Figure 3.6 Modèle d'inertie du porte-outil

Dans le cas du dernier actionneur Q6, la valeur inertielle moyenne  $B_6$  est composée de l'ensemble du porte-outil qui inclut l'ensemble du joint prismatique et des joints de Cardan, et de l'ensemble du capteur de force et de la sonde. L'ensemble du joint prismatique et des joints de Cardan peut être approximé à un cylindre ayant un rayon  $r_c$  et une masse  $m_c$  où l'axe de rotation est dans l'axe de la longueur du cylindre. De la même façon, l'ensemble du



capteur de force et de la sonde est approximé par un cylindre d'un rayon  $r_f$ , d'une longueur  $L_f$  et d'une masse  $m_f$  où l'axe de rotation est à son extrémité supérieure. Ces approximations sont représentées dans la figure 3.6. Il est à noter que des paramètres plus précis pourraient être obtenus à l'aide du modèle CAD. Mais puisque le prototype n'est pas encore à sa version finale, l'approximation décrite ci-dessus a été utilisée. Les valeurs numériques des masses et des dimensions sont incluses dans le tableau 3.1. Selon les approximations considérées,

$$B_6 = \left( \frac{m_c r_c^2}{2} \right) + \left( \frac{1}{12} m_f (3r_f^2 + 4L_f^2) \right) \quad (3.6)$$

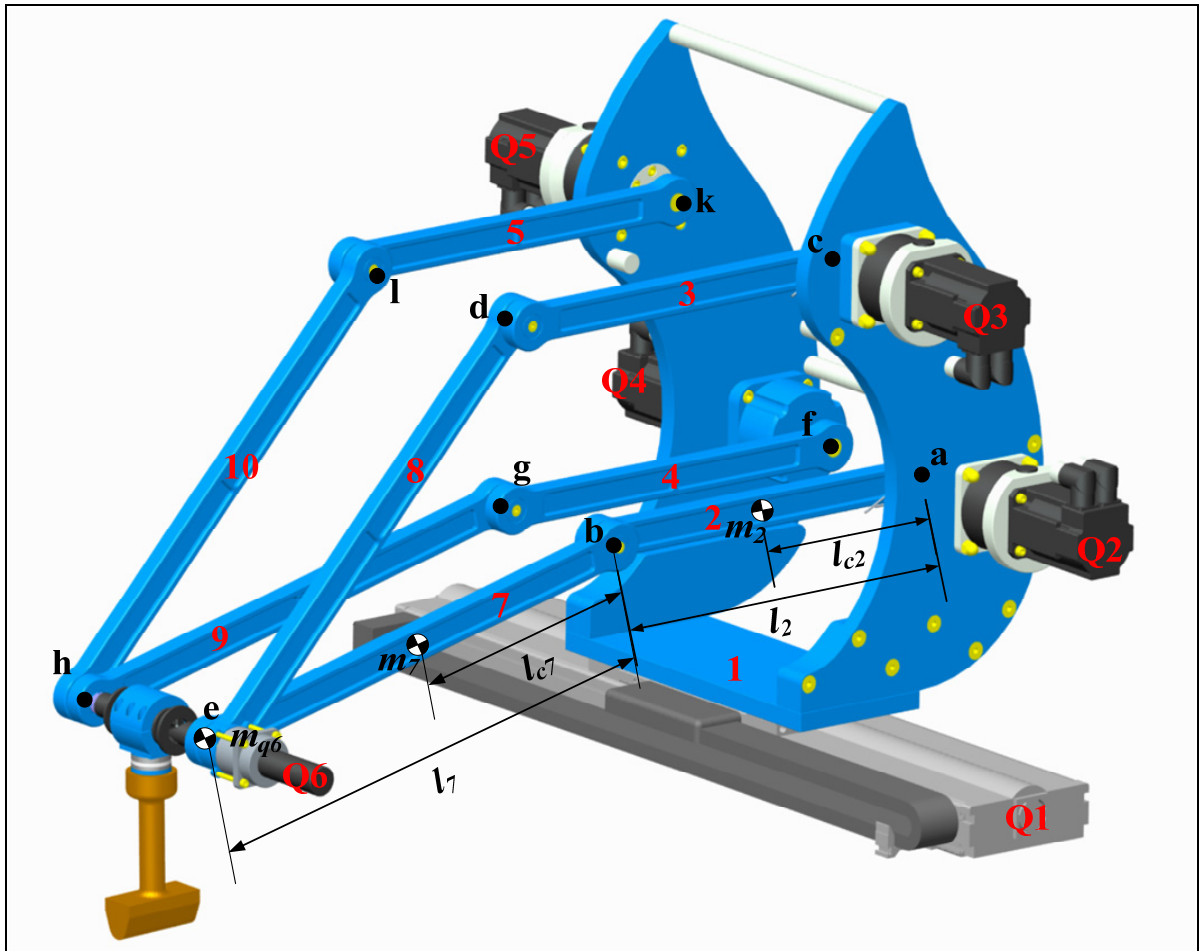


Figure 3.7 Identification des membres et des actionneurs

Pour l'actionneur Q2 fixé à la base du mécanisme à cinq barres, la valeur inertielle moyenne  $B_2$  est composée des barres  $L_2$  et  $L_7$  du moteur Q6 et de l'ensemble du porte-outil. Les inerties à leur centre de masse des bras  $L_2$  et  $L_7$  sont  $I_{x2}$  et  $I_{x7}$  respectivement. À l'aide de la figure 3.7, des données du tableau 3.1 et du théorème des axes parallèles, nous obtenons l'inertie pour le bras  $L_2$  :

$$I_2 = I_{x2} + m_2 l_{c2}^2 \quad (3.7)$$

où  $m_2$  est la masse du bras  $L_2$  et  $l_{c2}$  équivaut à  $l_2/2$  qui est la distance entre le centre de masse et l'actionneur.

En supposant que l'angle moyen entre les bras  $L_2$  et  $L_7$  est un angle droit, nous obtenons l'inertie moyenne du bras  $L_7$  en appliquant aussi le théorème des axes parallèles :

$$I_7 = I_{x7} + m_7 (l_2^2 + l_{c7}^2) \quad (3.8)$$

où  $m_7$  est la masse du bras  $L_7$ ,  $l_{c7}$  est égale à  $l_7/2$ , qui est la distance entre le centre de masse du bras  $L_7$  et le joint b, et  $l_2$  est la longueur du bras  $L_2$ .

Le moteur Q6 est considéré comme une masse ponctuelle à l'extrémité du bras au point e. De plus, l'effet de la masse du moteur Q6 est divisé entre les actionneurs Q2 et Q3. Donc,

$$I_{q6} = \frac{1}{2} m_{q6} (l_2^2 + l_7^2) \quad (3.9)$$

Finalement, la masse de l'ensemble du porte-outil est divisé entre les quatre actionneurs des deux mécanismes à cinq barres :

$$I_{B6} = \frac{1}{4} B_6 + \left( \frac{m_c + m_f}{4} \right) (l_2^2 + l_7^2) \quad (3.10)$$

Donc en combinant les différentes composantes inertielles moyennes exprimées par les équations (3.7), (3.8), (3.9) et (3.10), nous obtenons la valeur inertielle moyenne vue par l'actionneur Q2 :

$$B_2 = (I_{x_2} + m_2 l_{c2}^2) + (I_{x_7} + m_7 (l_2^2 + l_{c7}^2)) + \frac{1}{4} B_6 + \left( \frac{m_c + m_f}{4} + \frac{1}{2} m_{q6} \right) (l_2^2 + l_7^2) \quad (3.11)$$

De la même manière, la valeur inertielle moyenne à l'actionneur Q3 est défini par :

$$B_3 = (I_{x_3} + m_3 l_{c3}^2) + (I_{x_8} + m_8 (l_3^2 + l_{c8}^2)) + \frac{1}{4} B_6 + \left( \frac{m_c + m_f}{4} + \frac{1}{2} m_{q6} \right) (l_3^2 + l_8^2) \quad (3.12)$$

Pour les deux actionneurs de l'autre mécanisme à cinq barres, l'influence de la masse du moteur Q6 est négligée puisque ce dernier est supporté par le premier mécanisme à cinq barres. Donc, nous obtenons les valeurs inertielles moyennes suivantes pour les actionneurs Q4 et Q5 :

$$B_4 = (I_{x_4} + m_4 l_{c4}^2) + (I_{x_9} + m_9 (l_4^2 + l_{c9}^2)) + \frac{1}{4} B_6 + \left( \frac{m_c + m_f}{4} \right) (l_4^2 + l_9^2) \quad (3.13)$$

$$B_5 = (I_{x_5} + m_5 l_{c5}^2) + (I_{x_{10}} + m_{10} (l_5^2 + l_{c10}^2)) + \frac{1}{4} B_6 + \left( \frac{m_c + m_f}{4} \right) (l_5^2 + l_{10}^2) \quad (3.14)$$

### 3.4.2 Modèle de friction des actionneurs

Dans l'équation (3.4), le vecteur  $\mathbf{F}_m$  contient les forces de frottement  $F_{mi}$  où  $i = 1, \dots, 6$  correspondant à chaque actionneur. Ce vecteur peut être représenté par la combinaison du frottement de Coulomb et du frottement visqueux:

$$\mathbf{F}_m(\dot{\mathbf{q}}_m) = \mathbf{F}_c \text{sgn}(\dot{\mathbf{q}}_m) + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}}_m \quad (3.15)$$

où la matrice diagonale  $\mathbf{F}_c$  contient les coefficients de frottement de Coulomb et la matrice diagonale  $\mathbf{F}_v$  contient les coefficients de frottement visqueux et où  $\text{sgn}(\cdot)$  désigne la fonction *signum* définie par:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

Pour la validation du modèle dynamique du robot, qui sera présentée au chapitre 4, le modèle de frottement de Coulomb sera approximé par un modèle légèrement plus complexe, mais qui permet de contourner les problèmes d'intégration numérique occasionnés par les discontinuités de la fonction signe du modèle de Coulomb. Pour chaque articulation, le modèle de Coulomb sera donc approximé par le modèle de frottement de Dahl qui s'exprime de la façon suivante (Canudas de Wit *et al.*, 1995) :

$$\frac{df_{fi}}{dt} = \sigma_0 \dot{q}_{mi} \left( 1 - \frac{f_{fi}}{f_{ci}} \operatorname{sgn}(\dot{q}_{mi}) \right) \quad (3.17)$$

où  $f_{ci}$  est le coefficient de frottement de Coulomb de l'articulation  $i$ ,  $\dot{q}_{mi}$  est sa vitesse,  $f_{fi}$  est la force de frottement de l'articulation  $i$  et  $\sigma_0$  est un coefficient de rigidité du modèle. Ce coefficient est utilisé pour caractériser le comportement dynamique du frottement (Canudas de Wit *et al.*, 1995). Plus il est élevé, plus le comportement du modèle de Dahl sera proche de celui du frottement de Coulomb. Du même coup, plus ce coefficient est élevé, plus le système sera difficile à simuler en raison de sa trop grande rigidité. Le choix du coefficient  $\sigma_0$  doit donc reposer sur un compromis entre la précision et la facilité de simuler le système.

Les mesures de frottement de Coulomb du côté des joints des actionneurs sont détaillées dans le tableau 3.3 ci-dessous. Ces mesures sont calculées à partir d'une simple expérimentation consistant à augmenter graduellement une masse fixée à une distance connue de l'arbre du moteur jusqu'à que celui-ci commence à bouger sous l'effet de la force de gravité de la masse. Il y a alors rupture de l'équilibre entre le couple engendré par la force de gravité multiplié par le bras de levier et le couple de frottement de coulomb du moteur combiné au réducteur de vitesse. Puisque les mesures de friction sont prises du côté du robot, ces mesures doivent être divisées par le rapport des réducteurs de vitesse  $K_r$  pour les ramener du côté des moteurs.

Tableau 3.3 Frottement de Coulomb aux joints des actionneurs

Actionneurs	Frottement mesurée	Frottement ramenée au niveau des actionneurs
Q1	44 N	0.07003 Nm
Q2, Q3, Q4, Q5	6.9 Nm	0.08625 Nm
Q6	0.44 Nm	0.0088 Nm

Pour ce qui est des frottements visqueux, ils peuvent être considérés comme négligeables étant donné les faibles vitesses du manipulateur. Par exemple, l'actionneur AKM31 a un coefficient de frottement visqueux de 0.002 Nm/rpm selon les spécifications du manufacturier Kollmorgen. Donc, pour un déplacement de 20 cm/s au bout d'un bras d'environ 1 mètre de long, il faut une rotation d'environ 0.2 RAD/s. Cela donne une friction d'environ 0.004 Nm qui est environ 5% du frottement de Coulomb. Lors d'un examen, le robot se déplace à un maximum de 1cm/s. C'est-à-dire vingt fois plus lentement.

Donc avec cette simplification, le vecteur des forces de frottement n'est défini que par le frottement de Coulomb.

$$\mathbf{F}_m(\dot{\mathbf{q}}_m) \approx \mathbf{F}_C \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{q}}_m) \quad (3.18)$$

### 3.5 Asservissement

Une des structures très connue de commande articulaire des manipulateurs robotiques qui tient compte du modèle dynamique est celle du couple pré calculé (Chiacchio *et al.*, 1993). Cette structure a cependant le désavantage de nécessiter le calcul de tout le modèle dynamique à chaque itération de l'algorithme de commande en temps réel. Heureusement, grâce aux hypothèses décrites à la section 3.3 relativement aux faibles vitesses du système et aux réducteurs de vitesses des actionneurs, la loi de commande par couple pré calculé peut être approximée par une relation linéaire, décentralisée. En effet, comme nous l'avons déjà expliqué, les hypothèses considérées permettent de négliger le terme de perturbation de

l'équation (3.4). La loi de commande par couple pré calculé (Chiacchio *et al.*, 1993) peut alors s'exprimer sous la forme simplifiée suivante :

$$\boldsymbol{\tau}_m = (\mathbf{I}_m + \mathbf{K}_r^{-1} \bar{\mathbf{B}} \mathbf{K}_r^{-1}) \mathbf{u} + \mathbf{F}_m(\dot{\mathbf{q}}_m) \quad (3.19)$$

où le vecteur  $\mathbf{u}$  représente une deuxième loi de commande qui est généralement de type proportionnel-dérivée (PD) ou proportionnel-intégral-dérivée (PID). Comme le montre la figure 3.8, la forme PID a été retenue en raison de sa plus grande robustesse aux perturbations et aux erreurs de suivi. De plus, la structure de commande proposée suit la recommandation de Davies d'éviter des algorithmes de commande adaptative ou d'intelligence artificielle.

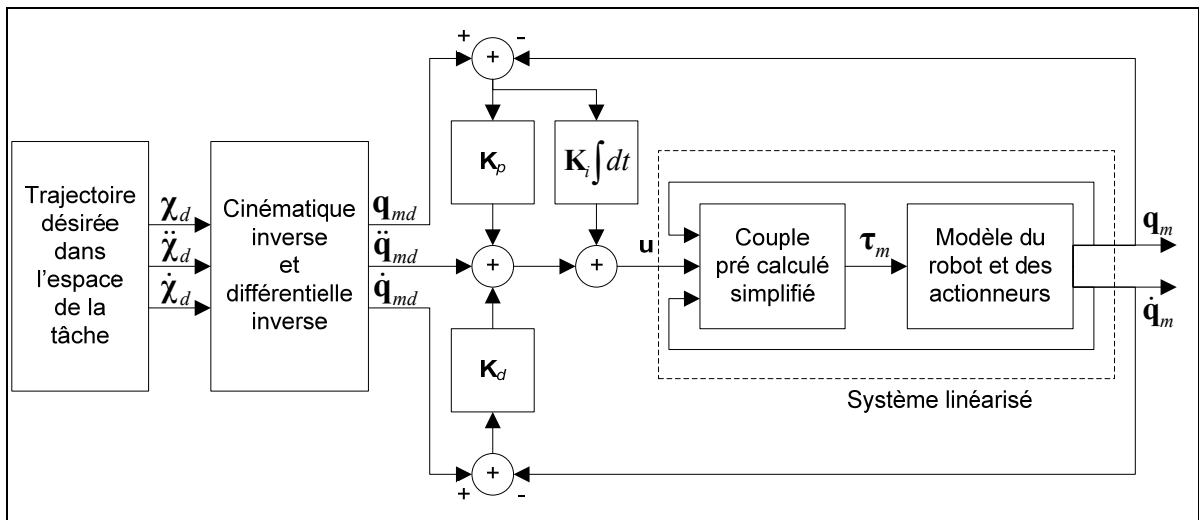


Figure 3.8 Structure du système de commande PID

En débutant par la gauche, le premier bloc définit la trajectoire désirée dans l'espace de la tâche qui correspond au mouvement de la sonde échographique. Ce bloc présente les coordonnées  $\chi$ , les vitesses  $\dot{\chi}$  et les accélérations  $\ddot{\chi}$  dans l'espace de la tâche au système de commande. La trajectoire retenue est présentée dans le chapitre 4.

Le second bloc calcule les positions, les vitesses et les accélérations articulaires en fonction de la trajectoire désirée dans l'espace de la tâche. Pour arriver à cette fin, ce bloc de

cinématique inverse et différentielle inverse utilise les équations de la section 2.6 et 2.7 pour convertir la trajectoire dans l'espace des joints. Puis, ces trajectoires sont transformées dans l'espace des actionneurs (moteurs) à l'aide des rapports des réducteurs de vitesse initialement mentionnés dans le tableau 3.2.

Ensuite, une commande proportionnelle intégrale dérivée assure le suivi de la trajectoire articulaire. La loi de commande PID, qui assure donc le suivi de la trajectoire désirée, définit par les vecteurs de position ( $\mathbf{q}_{md}$ ) de vitesse ( $\dot{\mathbf{q}}_{md}$ ) et d'accélération ( $\ddot{\mathbf{q}}_{md}$ ), est donné par:

$$\mathbf{u} = \ddot{\mathbf{q}}_{md} + \mathbf{K}_d(\dot{\mathbf{q}}_{md} - \dot{\mathbf{q}}_m) + \mathbf{K}_p(\mathbf{q}_{md} - \mathbf{q}_m) + \mathbf{K}_i \int (\mathbf{q}_{md} - \mathbf{q}_m) dt \quad (3.20)$$

Le choix des gains permet d'imposer en autres le temps de réponse du système. Par exemple, pour un temps de réponse  $T_r$  avec dépassement nul, nous pouvons choisir les composantes diagonales  $k_{di}$ ,  $k_{pi}$  et  $k_{ii}$  des matrices de gain  $\mathbf{K}_d$ ,  $\mathbf{K}_p$  et  $\mathbf{K}_i$  de la façon suivante (Bigras, 2009) :

$$k_{di} = 3\lambda \quad (3.21)$$

$$k_{pi} = 3\lambda^2 \quad (3.22)$$

$$k_{ii} = \lambda^3 \quad (3.23)$$

où

$$\lambda = \frac{6.27}{T_r} \quad (3.24)$$

Le quatrième bloc est la loi de commande du couple pré calculé simplifié définie par l'équation (3.19). En supposant des couples de perturbations négligeables, celle-ci rend le système approximé entièrement découplé. Le couple est ensuite imposé aux actionneurs du robot.

**Remarque 1 :** Puisque la loi de commande du couple pré calculé simplifié est linéaire, le schéma de commande pourrait être réorganisé en une simple loi de commande PID.

**Remarque 2 :** La gravité a été négligé dans la loi de commande parce qu'un équilibrage statique sera éventuellement ajouté au prototype mécanique.

**Remarque 3 :** Comme l'indique la figure 3.8, le système de commande s'exprime dans l'espace articulaire en aval des réducteurs de vitesse; c'est-à-dire que ce sont les positions des arbres des moteurs qui sont commandé.



## CHAPITRE 4

### RÉSULTATS ET VALIDATION

#### 4.1 Protocole de validation

Pour valider le système de commande du chapitre précédent, une série de poses sera imposée au contrôleur robotique. Un générateur de trajectoire, qui sera décrit à la section 4.2, sert à relier ces poses. Cette série de poses est définie par la trajectoire désirée, qui sera présentée à la section 4.3. Donc, le tout sera testé sur le prototype ETS 3D-US à une vitesse d'examen de moins de 1 cm/s.

#### 4.2 Génération de trajectoire

Le robot médical ETS 3D-US a six degrés de liberté. De plus, tel que mentionné auparavant, la position de l'outil et son orientation sont définies dans l'espace de la tâche  $\chi = [x_T, y_T, z_T, \alpha, \beta, \gamma]$ . En partant d'une liste de poses définies en position et en orientation, une trajectoire d'interpolation peut être générée pour relier ces points. Cette trajectoire contient les coordonnées  $\chi$ , les vitesses  $\dot{\chi}$  et les accélérations  $\ddot{\chi}$ . Même s'il existe plusieurs algorithmes de génération de trajectoire dans la littérature sur la robotique (par exemple Craig (2005)), l'algorithme retenu s'appuie sur l'utilisation de polynômes d'interpolation de cinquième ordre. Cette technique d'interpolation a été choisie par qu'elle offre une continuité d'ordre deux, ce qui favorise un meilleur suivi des trajectoires.

Donc, chaque composante  $\chi_{di}$  pour  $i = 1, \dots, 6$ , correspondant à  $x_T, y_T, z_T, \alpha, \beta$ , ou  $\gamma$  respectivement de la pose  $\chi$ , est calculé en fonction du temps  $t$  comme suit :

$$\chi_{di}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (4.1)$$

$$\dot{\chi}_{di}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \quad (4.2)$$

$$\ddot{\chi}_{di}(t) = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \quad (4.3)$$

où les coefficients peuvent être calculés à l'aide des conditions initiales et finales du polynôme (Craig, 2005) :

$$a_0 = \chi_{di0} \quad (4.4)$$

$$a_1 = \dot{\chi}_{di0} \quad (4.5)$$

$$a_2 = \frac{\ddot{\chi}_{di0}}{2} \quad (4.6)$$

$$a_3 = \frac{20\chi_{dif} - 20\chi_{di0} - (8\dot{\chi}_{dif} + 12\dot{\chi}_{di0})t_f - (3\ddot{\chi}_{di0} - 12\ddot{\chi}_{dif})t_f^2}{3t_f^3} \quad (4.7)$$

$$a_4 = \frac{30\chi_{di0} - 30\chi_{dif} + (14\dot{\chi}_{dif} + 16\dot{\chi}_{di0})t_f + (3\ddot{\chi}_{di0} - 2\ddot{\chi}_{dif})t_f^2}{2t_f^4} \quad (4.8)$$

$$a_5 = \frac{12\chi_{dif} - 12\chi_{di0} - (6\dot{\chi}_{dif} + 6\dot{\chi}_{di0})t_f - (\ddot{\chi}_{di0} - \ddot{\chi}_{dif})t_f^2}{2t_f^5} \quad (4.9)$$

Ainsi, les coefficients sont fonctions des valeurs initiales  $\chi_{di0}, \dot{\chi}_{di0}, \ddot{\chi}_{di0}$  et finales  $\chi_{dif}, \dot{\chi}_{dif}, \ddot{\chi}_{dif}$  et du temps de la trajectoire entre ces deux points ( $t_f$ ). Pour une trajectoire définie par N point, N-1 polynômes seront nécessaires pour réaliser l'interpolation de chacune des coordonnées désirée ( $\chi_{di}$ ).

### 4.3 Trajectoire désirée

Le choix de la trajectoire est fait de façon à imiter approximativement un examen échographique de la jambe. Donc, la forme choisie est un cylindre d'une longueur de 0.60 m avec un diamètre de 0.15 m. En choisissant la trajectoire de façon à ce que la sonde soit orientée dans la direction de la trajectoire en restant perpendiculaire à la surface, cette forme permet d'obtenir toutes les orientations possibles de la sonde. Donc, le point de départ est à 30° par rapport au centre du cylindre selon l'horizontale dans le quadrant I du plan Y-Z. Le trajet de la sonde fait un déplacement dans l'axe X tout en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour terminer à 30° par rapport à l'horizontale dans le quadrant II à l'autre extrémité du cylindre. Cela correspond à une rotation de 120° dans le plan Y-Z et un

déplacement de 0.60 m dans l'axe X. La figure 4.1 illustre cette forme et la trajectoire choisie :

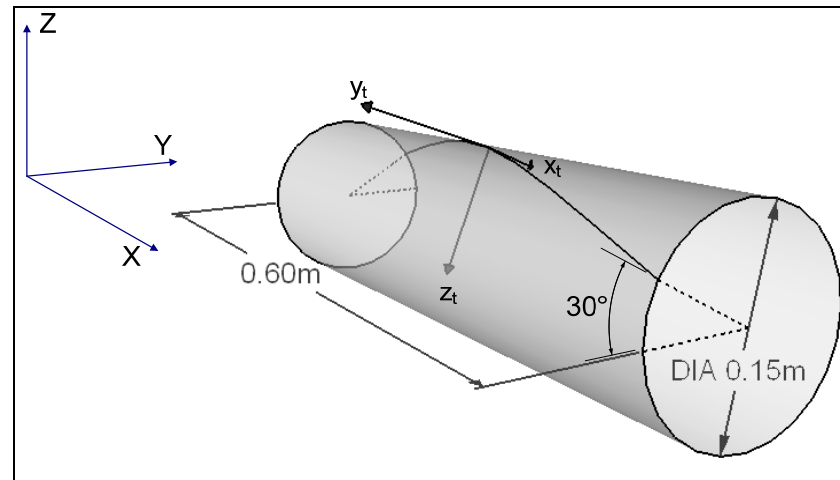


Figure 4.1 Trajectoire désirée sur un cylindre simulant une jambe

Donc, la trajectoire est définie par les équations de position de la sonde suivantes :

$$x_i(k) = x_c + vk \quad (4.10)$$

$$y_i(k) = y_c + R \cos(\omega k + \omega_0) \quad (4.11)$$

$$z_i(k) = z_c + R \sin(\omega k + \omega_0) \quad (4.12)$$

Nous pouvons réécrire les équations (4.10), (4.11) et (4.12) sous un seul vecteur :

$$\chi_p(k) = [x_i(k) \quad y_i(k) \quad z_i(k)] = [x_c + vk \quad y_c + R \cos(\omega k + \omega_0) \quad z_c + R \sin(\omega k + \omega_0)]^T \quad (4.13)$$

Les constantes de position  $[x_c, y_c, z_c]$  identifient le centre du cercle à l'extrémité du cylindre,  $\omega_0$  représente le décalage de  $30^\circ$  en radians au début de la trajectoire (i.e.  $\pi/6$ ) et  $R$  correspond au rayon du cylindre (0.075 m). De plus, la constante  $v$  est définie par la longueur du cylindre divisée par  $K_{\text{total}}$  et la constante  $\omega$  est définie par la rotation de  $120^\circ$  en radians divisée aussi par  $K_{\text{total}}$ .  $K_{\text{total}}$  représente le nombre total de segments qui forment la trajectoire. Finalement, le paramètre  $k$ , de 0 à  $K_{\text{total}}$ , correspond aux points intermédiaires entre les segments.

Dans le cas présent, la trajectoire est divisée en 60 segments (i.e.  $K_{\text{total}} = 60$ ). Donc, les constantes  $V$  et  $\omega$  sont égales à 0.01 et à  $2\pi/3$  respectivement. Les constantes de position  $[x_C, y_C, z_C]$  doivent être choisies afin d'assurer que la trajectoire soit à l'intérieur de l'espace de travail possible. Les valeurs  $[0.15, 0.6, 0.1]$  sélectionnées respectent ce critère.

Ensuite les équations d'orientation  $(\alpha, \beta, \gamma)$  doivent être choisies pour que la sonde soit toujours perpendiculaire à la surface et aussi orienté dans la direction de la trajectoire. D'abord en calculant le vecteur tangent unitaire  $\mathbf{T}(k)$ , le vecteur normal unitaire  $\mathbf{N}(k)$  et le vecteur binormal unitaire  $\mathbf{B}(k)$  de la trajectoire désirée, nous obtenons l'équivalent des vecteurs formant la base orthonormale de la sonde selon le paramètre (Stewart, 1999).

$$\mathbf{T}(k) = \frac{\boldsymbol{\chi}'_p(k)}{|\boldsymbol{\chi}'_p(k)|} = \frac{1}{\sqrt{V^2 + R^2 \omega^2}} [V \quad -R\omega \sin(\omega k + \omega_0) \quad R\omega \cos(\omega k + \omega_0)]^T \quad (4.14)$$

$$\mathbf{N}(k) = \frac{\mathbf{T}'(k)}{|\mathbf{T}'(k)|} = [0 \quad -\cos(\omega k + \omega_0) \quad -\sin(\omega k + \omega_0)]^T \quad (4.15)$$

$$\mathbf{B}(k) = \mathbf{T}(k) \times \mathbf{N}(k) = \frac{1}{\sqrt{V^2 + R^2 \omega^2}} [R\omega \quad V \sin(\omega k + \omega_0) \quad -V \cos(\omega k + \omega_0)]^T \quad (4.16)$$

En sachant que les vecteurs orthonormaux  $\hat{\mathbf{i}} = [1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\hat{\mathbf{j}} = [0 \ 1 \ 0]^T$  et  $\hat{\mathbf{k}} = [0 \ 0 \ 1]^T$  après rotation correspondent à  $\mathbf{T}(k)$ ,  $-\mathbf{B}(k)$  et  $\mathbf{N}(k)$  respectivement, nous posons les équations suivantes :

$$\mathbf{T}(k) = \mathbf{R}_{Z^Y X^X}(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \hat{\mathbf{i}} \quad (4.17)$$

$$-\mathbf{B}(k) = \mathbf{R}_{Z^Y X^X}(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \hat{\mathbf{j}} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{N}(k) = \mathbf{R}_{Z^Y X^X}(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \hat{\mathbf{k}} \quad (4.19)$$

En regroupant les équations (4.17), (4.18) et (4.19), les trois vecteurs d'orientation correspondent aux colonnes de la matrice de rotation :

$$[\mathbf{T}(k) \quad -\mathbf{B}(k) \quad \mathbf{N}(k)] = \mathbf{R}_{Z^Y X^X}(\alpha, \beta, \gamma) \quad (4.20)$$

En substituant les équations (4.14), (4.15) et (4.16) dans l'équation ci-dessus :

$$\mathbf{R}_{z'y'x'}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} \frac{v}{\sqrt{v^2 + R^2 \omega^2}} & \frac{-R\omega}{\sqrt{v^2 + R^2 \omega^2}} & 0 \\ \frac{-R\omega \sin(\omega k + \omega_0)}{\sqrt{v^2 + R^2 \omega^2}} & \frac{-v \sin(\omega k + \omega_0)}{\sqrt{v^2 + R^2 \omega^2}} & -\cos(\omega k + \omega_0) \\ \frac{R\omega \cos(\omega k + \omega_0)}{\sqrt{v^2 + R^2 \omega^2}} & \frac{v \cos(\omega k + \omega_0)}{\sqrt{v^2 + R^2 \omega^2}} & -\sin(\omega k + \omega_0) \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Ainsi, nous pouvons obtenir les paramètres d'orientation avec la définition de la matrice de rotation de l'équation (2.35) :

$$\beta(k) = \text{atan2}\left(-r_{31}, \sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2}\right) \quad (4.22)$$

$$\alpha(k) = \text{atan2}(r_{21}/c\beta, r_{11}/c\beta) \quad (4.23)$$

$$\gamma(k) = \text{atan2}(r_{32}/c\beta, r_{33}/c\beta) \quad (4.24)$$

où  $r_{ij}$  correspond à l'élément  $(i,j)$  de la matrice de rotation  $\mathbf{R}_{z'y'x'}(\alpha, \beta, \gamma)$  tel indiqué dans l'équation (4.21).

Donc, la figure 4.2 montre les graphiques de positions et d'orientations pour la trajectoire désirée.

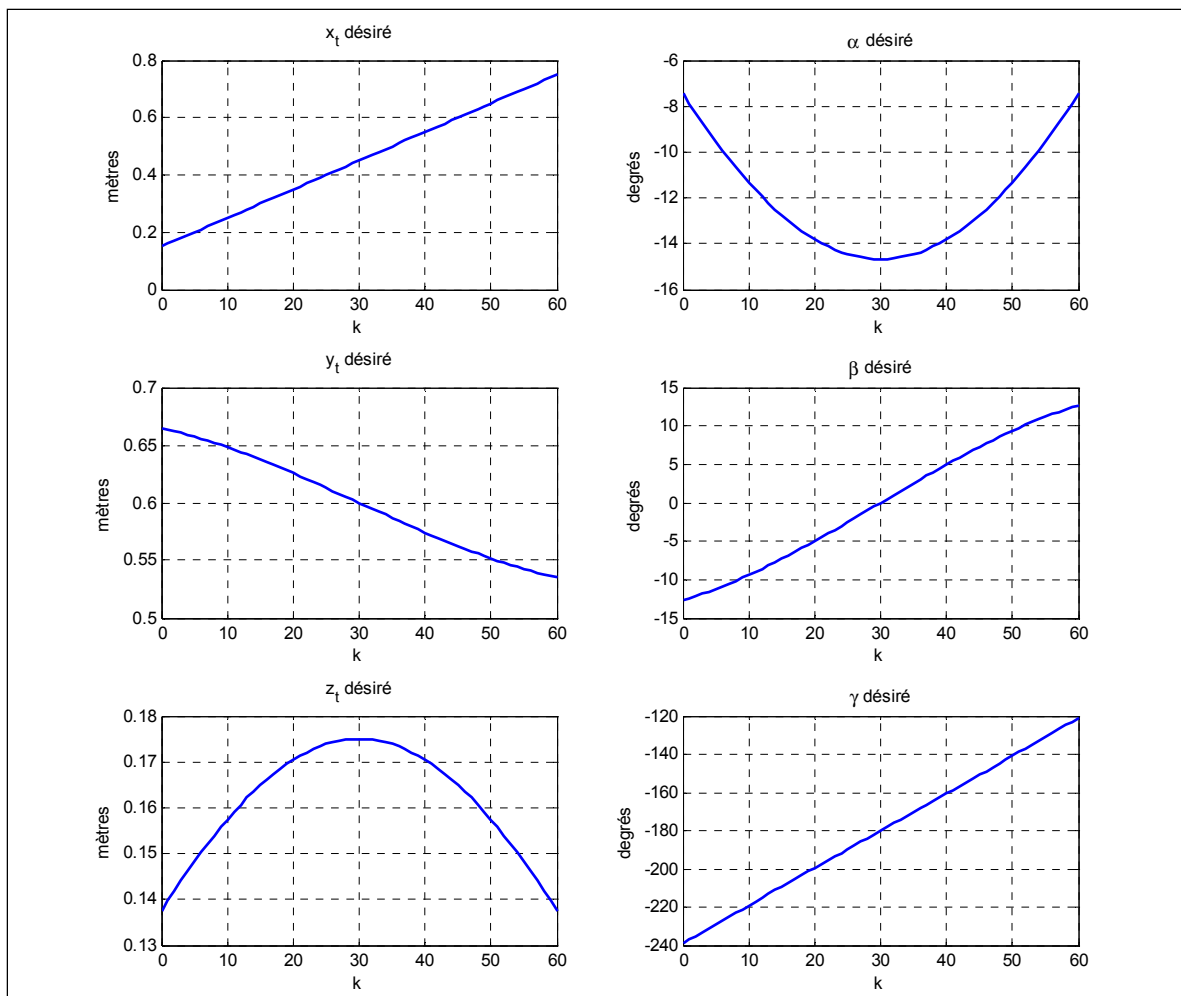


Figure 4.2 Graphiques de position et d'orientation de la trajectoire désirée

#### 4.4 Expérimentation

Pour l'expérimentation, la trajectoire désirée est divisée en 60 segments. Donc, un total de 61 points est imposé au système. Le générateur de trajectoire s'occupe de les relier grâce à des polynômes de cinquième ordre en choisissant la vitesse tangentielle désirée en dessous de 1 cm/s. Notez que le robot s'arrête après chacun des segments imitant ainsi la capture des images lors d'un examen.

Tableau 4.1 Temps de réponse des actionneurs

Actionneurs	Temps de réponse
Q1	0.35 secondes
Q2, Q3, Q4, Q5	0.15 secondes
Q6	0.10 secondes

Afin de satisfaire aux demandes du cahier de charge, un temps de réponse pour chacun des actionneurs a été sélectionné. En choisissant les temps de réponse du tableau 4.1 qui sont utilisés à l'équation (3.24) pour le calcul des gains du contrôleur, nous obtenons les réponses décrites par la figure 4.3.

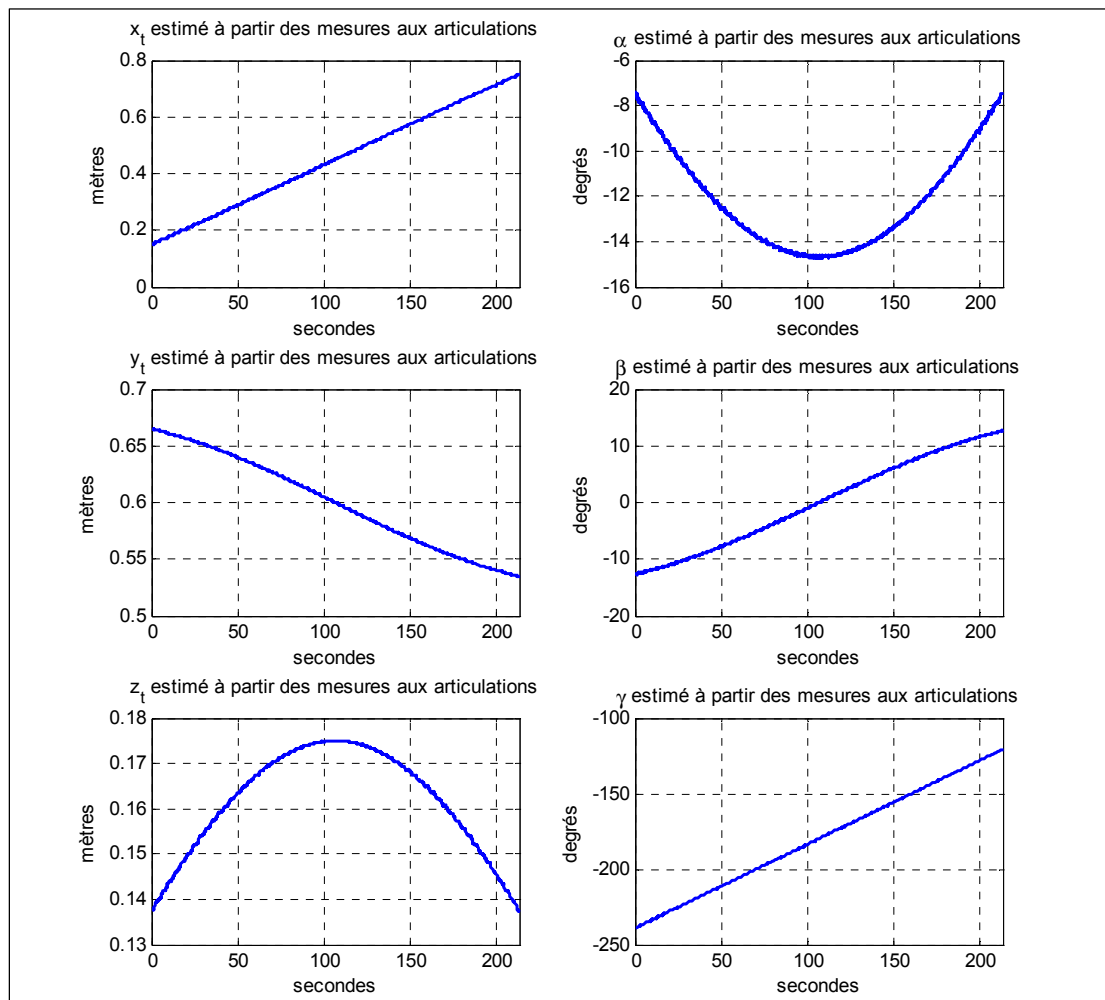


Figure 4.3 Réponse estimée en position et en orientation du robot ETS3D-US à partir des mesures aux articulations

La figure 4.3 illustre, pour la trajectoire désirée, la réponse du robot estimée à partir des mesures prises aux articulations. Nous pouvons observer que ses courbes ont la même forme que celles de la trajectoire désirée de la figure 4.2. En effet, la figure 4.4 montre que les erreurs en position et en orientation sont moins de 0.5 mm et 0.2 degrés respectivement.

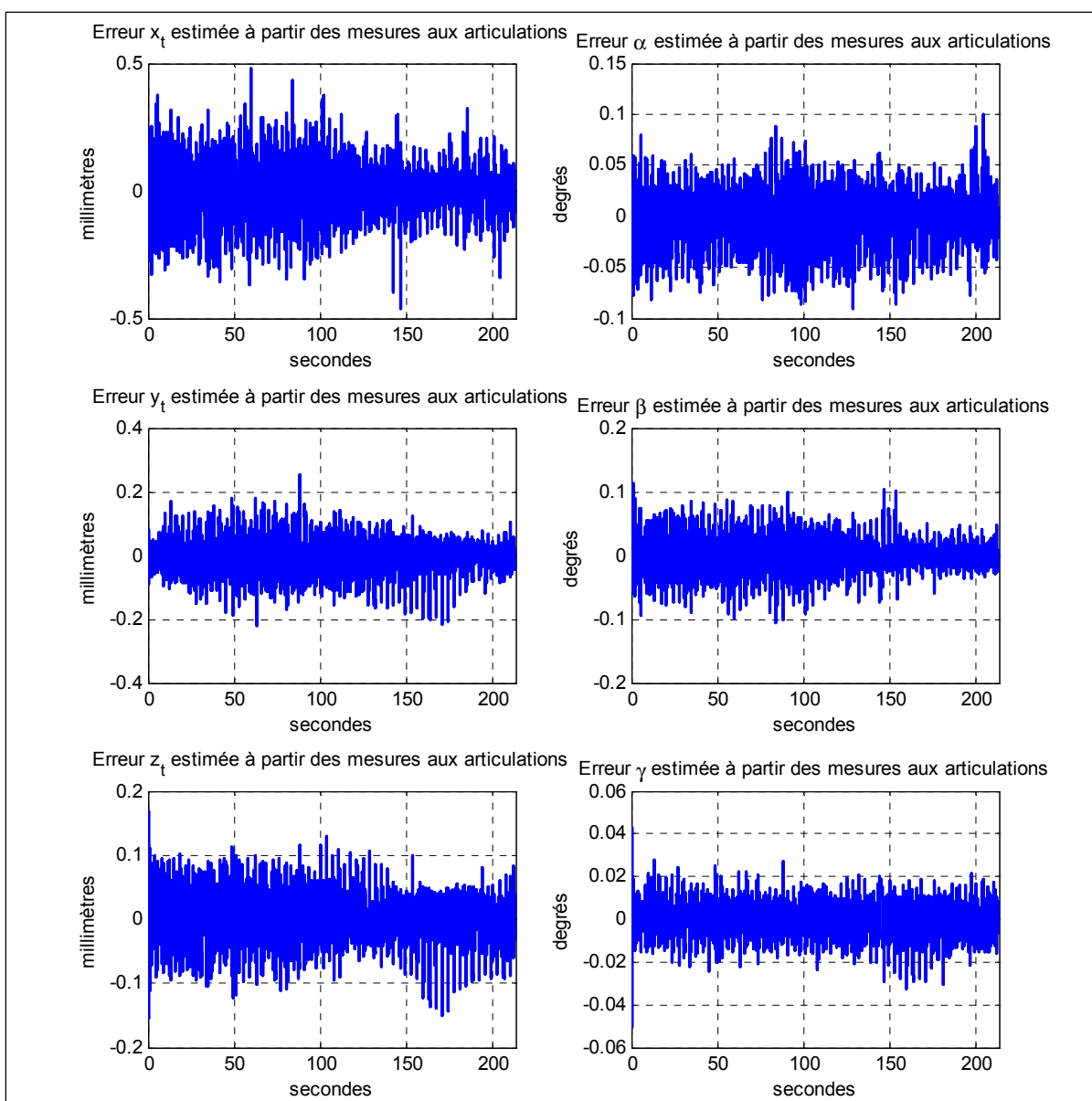


Figure 4.4 Erreur en position et en orientation estimée à partir des mesures aux articulations du robot ETS3D-US



La figure 4.5 présente de manière plus significative les erreurs de position et d'orientation. L'erreur de positionnement est définie par la distance entre la position désirée et celle obtenue à partir des mesures aux articulations. Dans la représentation angle-axe, une orientation est représentée par une rotation d'un angle  $\theta$  autour d'un vecteur  $K$  (Craig, 2005). L'erreur en orientation est définie par l'angle entre le vecteur  $K$  désiré et celui obtenu, et aussi par la différence de leur angle  $\theta$  de rotation. Donc, la figure 4.5 montre que les erreurs en position et en orientation sont moins de 0.5 mm et 0.1 degrés respectivement. Cela satisfait aux demandes du cahier de charge présenté à la section 2.2.

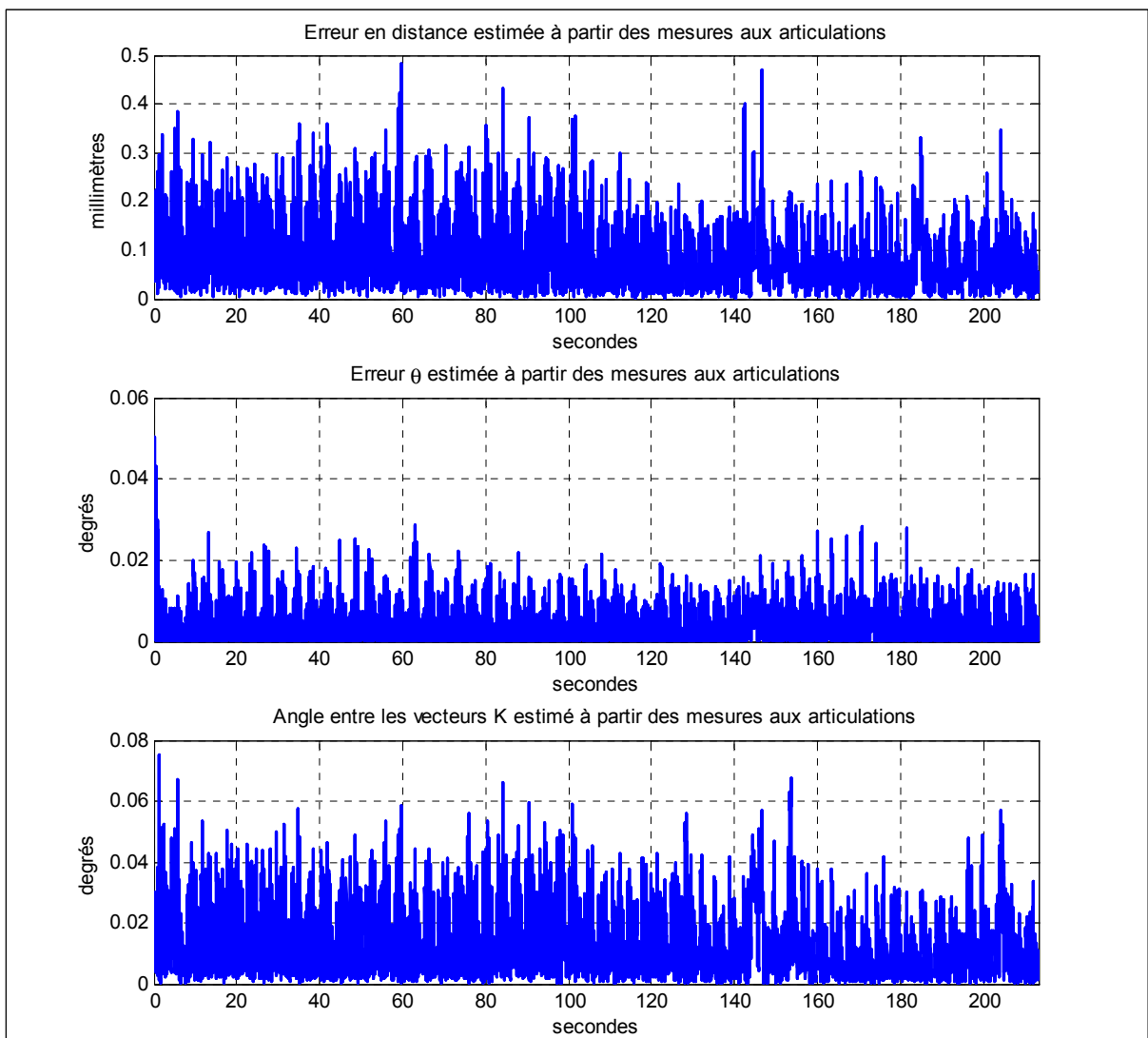


Figure 4.5 Estimation d'erreur du robot ETS3D-US par la distance et la représentation angle-axe à partir des mesures aux articulations

Il faut noter que les mesures de position ne sont calculées qu'à partir des articulations et du modèle géométrique théorique du robot. Il n'y a que les encodeurs des actionneurs qui donnent l'information sur le positionnement du robot. À titre d'information additionnelle, la figure 4.6 montre la trajectoire dans l'espace des joints des actionneurs. Cette trajectoire est calculée à l'aide du modèle géométrique inverse du robot décrit à la section 2.6. En observant la figure 4.7, nous pouvons constater que les erreurs sont généralement en-dessous de 0.2 mm et 0.05 degrés.

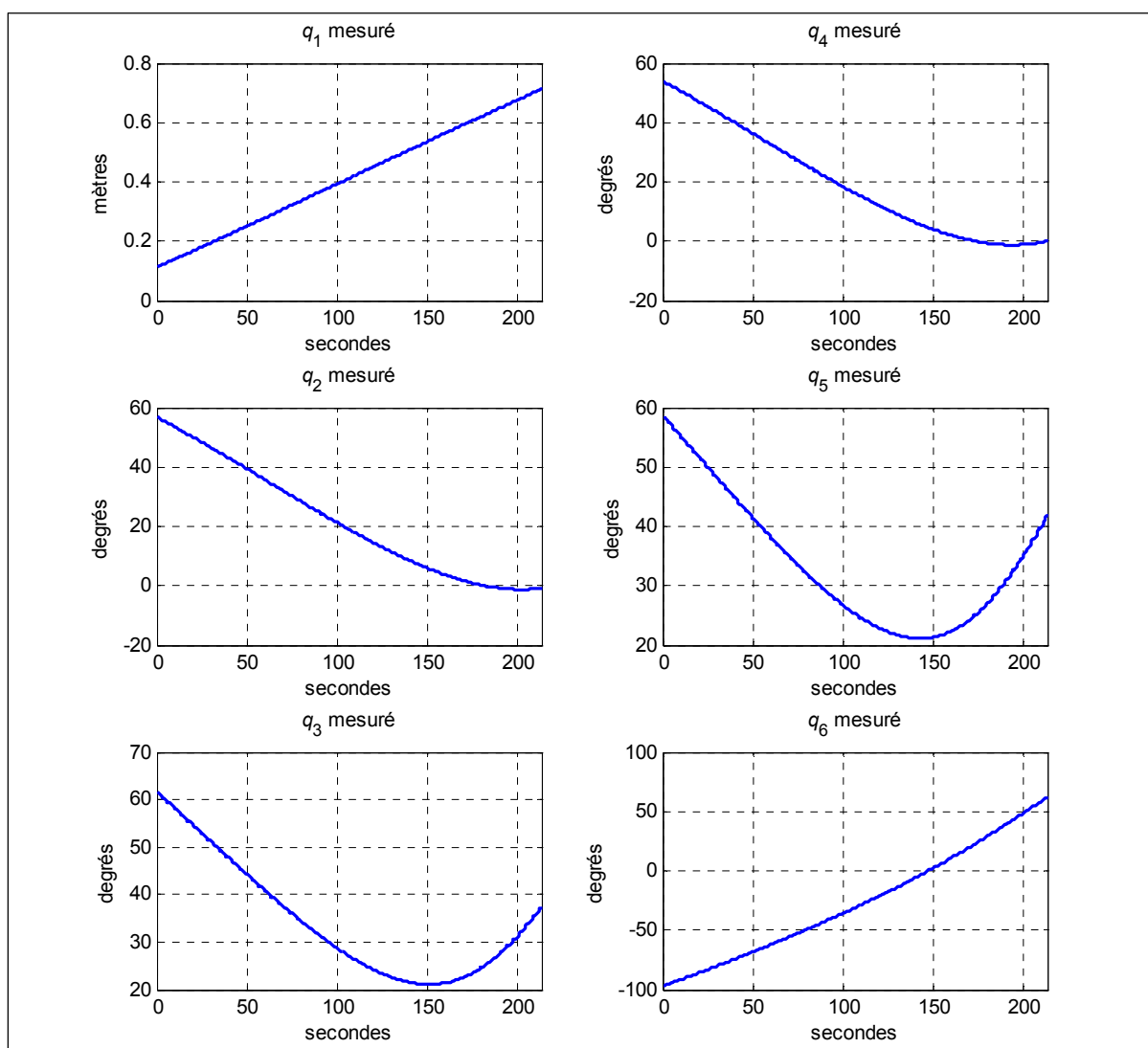


Figure 4.6 Réponse en position dans l'espace des joints du robot ETS3D-US

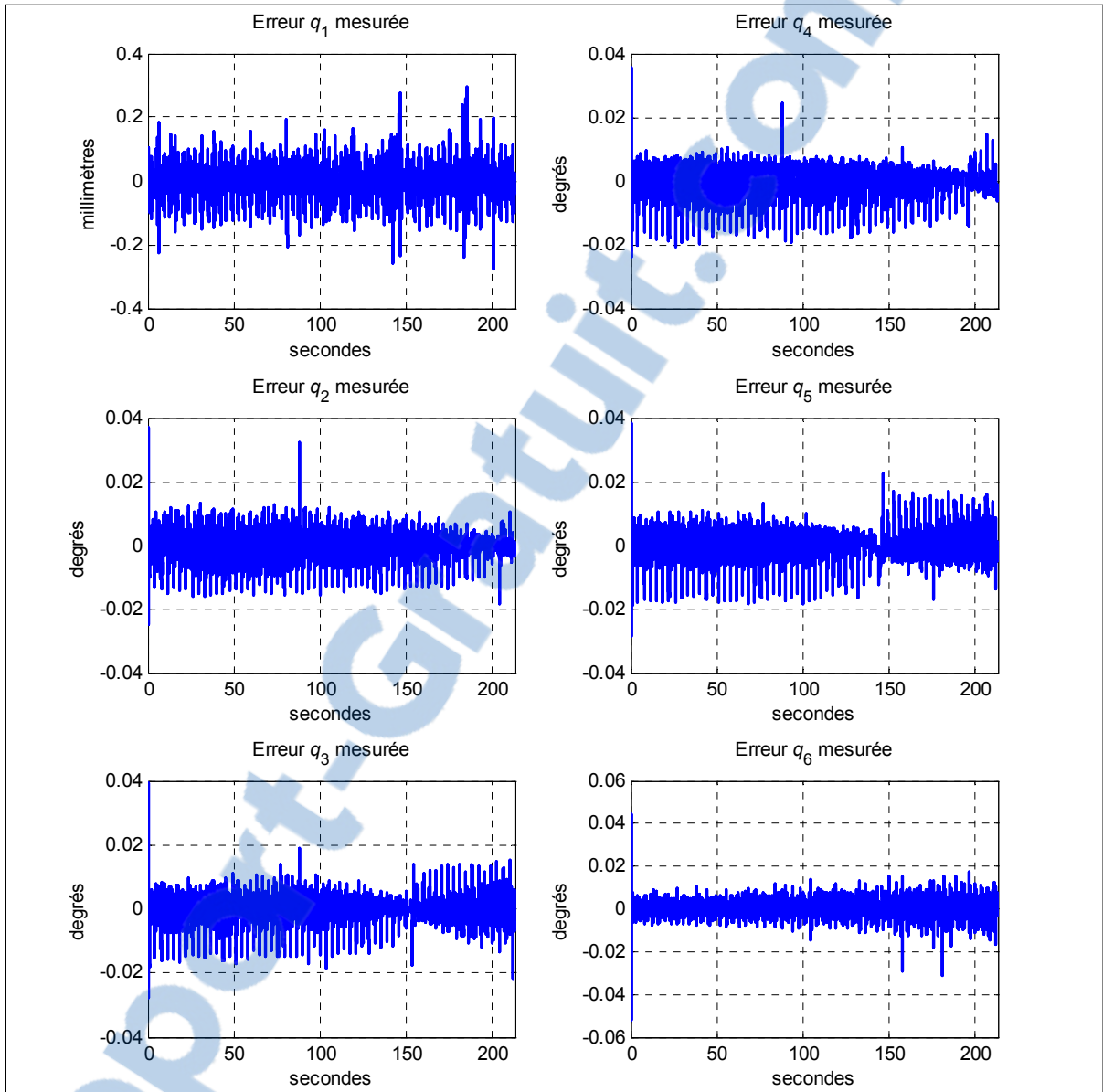


Figure 4.7 Erreur en position dans l'espace des joints du robot ETS3D-US

Bref, en supposant que la mécanique du robot ne présente aucune erreur géométrique, le système de commande présenté dans ce mémoire satisfait aux exigences d'un examen échographique. Évidemment, cette hypothèse ne peut être vérifiée sans effectuer d'étalonnage géométrique du robot. Celui-ci sera effectué lors de travaux futurs.

## CONCLUSION

La maladie occlusive artérielle périphérique affecte plusieurs millions de personnes aux États-Unis. Pour le diagnostic, la localisation et le traitement des sténoses, la reconstruction en trois dimensions des vaisseaux sanguins est nécessaire. L'imagerie échographique 3D s'avère une alternative très intéressante puisqu'elle est non invasive et non dispendieuse. Cette reconstruction en trois dimensions peut être obtenue à l'aide d'une sonde matricielle, d'une sonde à balayage mécanique ou d'une sonde conventionnelle combinée à un système de positionnement. Cette dernière méthode est moins limitée en termes de volume à couvrir, mais a le désavantage d'être sensible aux obstacles optiques ou magnétiques. Contrairement au système de localisation basé sur des capteurs de position, l'utilisation d'un robot manipulateur évite des problèmes d'obstruction ou d'interférence. De plus, le bras robotisé a le potentiel de permettre la télé-opération et l'automatisation de l'examen. Le robot ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure se démarque des autres robots par son architecture innovatrice qui permet de faire un examen des membres inférieurs demandant le plus grand espace de travail.

L'objectif de ce mémoire était de concevoir un système de commande respectant les critères de sécurité et les spécifications du cahier de charge. Donc, les modélisations géométrique et dynamique du robot ont été démontrées pour la version révisée du robot. Grâce aux hypothèses simplificatrices relativement aux faibles vitesses et aux réducteurs de vitesse, la loi de commande par couple pré calculé a pu être approximée par une relation linéaire décentralisée. De façon à respecter une des recommandations de Davies en matière de sécurité (éviter des algorithmes de commande adaptative ou d'intelligence artificielle), la loi de commande de type proportionnel-intégral-dérivée (PID) a été retenue.

Muni d'un système de commande répondant aux critères de sécurité, le prototype du robot ETS 3D-US a été testé avec un générateur de trajectoire polynomiale de cinquième ordre sur une trajectoire imitant un examen échographique de la jambe. Ce système s'avère assez

précise puisqu'il satisfait les spécifications du cahier de charge. Ce dernier requiert une précision en position de 0.5 mm et en orientation de 0.3°.

L'objectif de concevoir un système de commande de base pour ce robot a donc été atteint. La structure mécanique réagit bien à nos attentes. Le prototype servira à développer des systèmes de commande de plus haut niveau tel que la commande en force-position. Il sera par la suite couplé à un système d'imagerie échographique 3D.

## RECOMMANDATIONS

Ce mémoire s'est limité à la conception et à la mise en œuvre d'un premier niveau de commande en position de la première structure mécanique du robot ETS 3D-US de l'École de technologie supérieure. Plusieurs points devront être considérés pour les recherches futures. Les recommandations présentées visent les aspects de la sécurité, de la structure mécanique, et de la précision qui devront s'ajouter aux recommandations de Lessard (2008).

Tout d'abord pour la sécurité, la validation croisée devrait être considérée. En effet, le système complet devrait se diviser en quatre unités distinctes :

- La première étant l'unité d'asservissement qui est constituée d'une carte d'acquisition et d'un ordinateur temps réel. C'est dans cette unité que les signaux de mesure sont traités et que l'algorithme de commande est calculé.
- L'unité de traitements d'images sera aussi constituée d'un ordinateur temps réel qui est relié directement à l'appareil échographique. Cette unité a le rôle d'acquérir les images planaires combinées avec l'information des positions provenant de l'unité d'asservissement.
- L'unité de sécurité sera constituée d'inclinomètres et d'autres capteurs connectés à un microcontrôleur afin d'obtenir des mesures indépendantes. Ceci permettrait de valider le positionnement du bras.
- L'unité d'alimentation devra s'occuper de fournir ou de couper l'énergie fournie aux actionneurs selon l'intégrité des signaux et le bon fonctionnement des trois autres unités.

Grâce à ces unités qui se communiquent et qui se valident mutuellement et en tout temps, nous pourrions assurer la sécurité de l'ensemble du système. S'il y a défaillance, l'alimentation sera coupée et le système sera ainsi désactivé. Le robot pourra ensuite être déplacé facilement grâce aux ressorts qui assurent l'équilibrage statique.

Plus spécifiquement, l'unité de sécurité devra tenir compte des forces de contact. Présentement, seule l'extrémité du robot est munie d'un capteur de force servant à mesurer la

force de contact entre la sonde et le patient. Donc, un contact patient/robot ailleurs que sur la sonde n'est pas détecté. Une partie du problème est résolue grâce aux détecteurs de dépassement de couple via la mesure de courant inclus dans l'unité d'asservissement. Cependant, ces détecteurs ne sont sensibles qu'aux efforts importants dus, par exemple, à un contact avec un obstacle. Une autre possibilité serait d'inclure des capteurs tels qu'une peau sensible à la pression qui détecterait tout contact avec le robot. Cette solution permettrait la détection de contacts beaucoup plus subtils. Ce qui assurerait une meilleure sécurité.

Ensuite, en ce qui à trait à la structure mécanique, il faudrait considérer l'encombrement des câbles. Outre l'encombrement du câble de la sonde, les câbles du capteur de force et des actionneurs tels que le moteur Q6 seraient également à considérer. Grâce aux actionneurs positionnés sur les côtés externes du robot révisé, l'espace créé entre les deux mécanismes à cinq barres permettrait sûrement le passage des câbles de la sonde et du capteur de force. Cependant, un système de déroulement et de rétention devrait être conçu pour guider ces câbles.

Finalement pour la précision du robot, une étude approfondie sur l'identification des paramètres dynamiques du système serait bénéfique pour la modélisation. L'effet de la gravité, les forces des ressorts et le frottement dynamique ne sont que quelques exemples des paramètres à tenir compte dans le système. Une attention particulière devrait également être portée sur la flexibilité. En effet, la flexibilité reliée aux joints diminue vraisemblablement la précision du robot, même si cet aspect n'a pas été vérifié de façon quantitative dans ce mémoire. De plus, les couplages entre le robot et ses actionneurs devraient être revu pour profiter pleinement des avantages liés à des réducteurs de vitesses sans jeux et des actionneurs de bonne qualité. Pour compléter le tout, un étalonnage géométrique du robot serait nécessaire pour assurer la précision absolue du manipulateur dans son espace de travail.

## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abolmaesumi, Purang, Septimiu E. Salcudean, Wen-Hong Zhu, Mohammad Reza Sirouspour et Simon P. DiMaio. 2002. « Image-guided control of a robot for medical ultrasound ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 18, n° 1, p. 11-23.
- Bigras, Pascal. 2009. « Commande des robots ». <[https://cours.etsmtl.ca/sys827/Documents/Transparents/chap6\\_fp.pdf](https://cours.etsmtl.ca/sys827/Documents/Transparents/chap6_fp.pdf)>. Consulté le 25 novembre 2010.
- Bushberg, Jerrold T. 2002. *The essential physics of medical imaging*, 2nd ed. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins, 933 p.
- Canudas de Wit, C., H. Olsson, K. J. Astrom et P. Lischinsky. 1995. « A new model for control of systems with friction ». *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, n° 3, p. 419-25.
- Chiacchio, Pasquale, Francois Pierrot, Lorenzo Sciavicco et Bruno Siciliano. 1993. « Robust design of independent joint controllers with experimentation on a high-speed parallel robot ». *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, n° 4, p. 393-403.
- Craig, John J. 2005. *Introduction to robotics : mechanics and control*, 3rd ed. Upper Saddle River, N.J.: Pearson/Prentice Hall, 400 p.
- Criqui, Michael H. 2001. « Peripheral arterial disease - epidemiological aspects ». *Vascular Medicine*, vol. 6, n° 1\_suppl, p. 3-7.
- Davies, Brian L. 1996. « A Discussion of Safety Issues for Medical Robots ». In *Computer-Integrated Surgery : Technology and Clinical Applications*. p. 287-295. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
- Degoulange, E., L. Urbain, P. Caron, S. Boudet, J. Gariépy, J. L. Megnien, F. Pierrot et E. Dombre. 1998. « HIPPOCRATE: an intrinsically safe robot for medical applications ». In *1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Vol. 2, p. 959-964. New York, N.Y.: Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- Delgorge, Cecile, Fabien Courreges, Lama Al Bassit, Cyril Novales, Christophe Rosenberger, Natalie Smith-Guerin, Concepcio Bru, Rosa Gilabert, Maurizio Vannoni, Gerard Poisson et Pierre Vieyres. 2005. « A tele-operated mobile ultrasound scanner using a light-weight robot ». *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, vol. 9, n° 1, p. 50-58.
- Dudita, Fl. 1971. *Transmissions par cardan*. Paris: Eyrolles, 320 p.



- Fenster, A., D. B. Downey et H. N. Cardinal. 2001. « Three-dimensional ultrasound imaging ». *Physics in Medicine and Biology*, vol. 46, n° 5, p. 67-8.
- Gee, Andrew, Richard Prager, Graham Treece et Laurence Berman. 2003. « Engineering a freehand 3D ultrasound system ». *Pattern Recognition Letters*, vol. 24, n° 4-5, p. 757-777.
- Gourdon, Alain, Philippe Poignet, Gerard Poisson, Pierre Vieyres et Pierre Marche. 1999. « New robotic mechanism for medical application ». In *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM* (Atlanta, GA, USA, September 19-23, 1999). p. 33-38. New York, N.Y.: Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- Janvier, Marie-Ange, Louis-Gilles Durand, Marie-Hélène Roy Cardinal, Isabelle Renaud, Boris Chayer, Pascal Bigras, Jacques de Guise, Gilles Soulez et Guy Cloutier. 2008. « Performance evaluation of a medical robotic 3D-ultrasound imaging system ». *Medical Image Analysis*, vol. 12, n° 3, p. 275-290.
- Koizumi, Norihiro, Shin'ichi Warisawa, Hiroyuki Hashizume et Mamoru Mitsuishi. 2003. « Impedance controller and its clinical use of the remote ultrasound diagnostic system ». In *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (Taipei, Taiwan, September 14-19, 2003). Vol. 1, p. 676-683. Piscataway, N.J.: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
- Koizumi, Norihiro, Shin'ichi Warisawa, Hiroyuki Hashizume et Mamoru Mitsuishi. 2008. « Continuous path controller for the remote ultrasound diagnostic system ». *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 13, n° 2, p. 206-218.
- Koizumi, Norihiro, Shin'ichi Warisawa, Mamoru Mitsuishi et Hiroyuki Hashizume. 2002. « Impedance controller for a remote ultrasound diagnostic system ». In *2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (Washington, DC, May 11-15, 2002). Vol. 1, p. 651-656. Piscataway, N.J.: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
- Lessard, Simon. 2008. « Conception d'un système robotique sécuritaire pour la prise d'images échographiques ». Thèse de doctorat en génie, Montréal, École de technologie supérieure, 171 p.
- Lessard, Simon, Pascal Bigras et Ilian A. Bonev. 2007. « A new medical parallel robot and its static balancing optimization ». *Journal of Medical Devices, Transactions of the ASME*, vol. 1, n° 4, p. 272-278.

- Masuda, Kohji, Eizen Kimura, Norihiko Tateishi et Ken Ishihara. 2001. « Three dimensional motion mechanism of ultrasound probe and its application for tele-echography system ». In *2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* (Maui, HI, October 29 - November 3, 2001). Vol. 2, p. 1112-1116. Piscataway, N.J.: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
- Mebarki, Rafik, Alexandre Krupa et Francois Chaumette. 2009. « Modeling and 3D local estimation for in-plane and out-of-plane motion guidance by 2D ultrasound-based visual servoing ». In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009. ICRA '09*. p. 319-325. Piscataway, N.J.: Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- Mohler, Emile R. 2010. « Clinical features, diagnosis, and natural history of lower extremity peripheral arterial disease ». UpToDate. <<http://www.uptodate.com/contents/clinical-features-diagnosis-and-natural-history-of-lower-extremity-peripheral-artery-disease>>. Consulté le 25 novembre 2010.
- Norgren, L., W. R. Hiatt, J. A. Dormandy, M. R. Nehler, K. A. Harris et F. G. R. Fowkes. 2007. « Inter-Society Consensus for the Management of Peripheral Arterial Disease (TASC II) ». *Journal of Vascular Surgery*, vol. 45, n° 1, Supplement 1, p. S5-S67.
- Panza, J. A. 2001. « Real-time three-dimensional echocardiography: an overview ». *The International Journal of Cardiovascular Imaging*, vol. 17, p. 227-35.
- Pierrot, François, Etienne Dombre, Eric Dégoulange, Loïc Urbain, Pierre Caron, Sylvie Boudet, Jérôme Gariépy et Jean-Louis Mégnyen. 1999. « Hippocrate: a safe robot arm for medical applications with force feedback ». *Medical Image Analysis*, vol. 3, n° 3, p. 285-300.
- Quanser inc. 2008. « Q8 High-Performance H.I.L. Control Board : Product Information Sheet C1 - 1 - rev. D ». <[http://www.quanser.com/english/downloads/solutions/Q8\\_PIS\\_032008.pdf](http://www.quanser.com/english/downloads/solutions/Q8_PIS_032008.pdf)>. Consulté le 25 novembre 2010.
- Robosoft. 2007a. « Dossier de presse : ESTELE, robot de télé-échographie révolutionne la télé médecine ». <[http://www.robosoft.fr/img/data/CP\\_ESTELE\\_MEDETEL\\_web.pdf](http://www.robosoft.fr/img/data/CP_ESTELE_MEDETEL_web.pdf)>. Consulté le 25 novembre 2010.
- Robosoft. 2007b. « Estele : Robotics system for Tele-Echography ». <[http://www.robosoft.com/img/data/fichEstele\\_web.pdf](http://www.robosoft.com/img/data/fichEstele_web.pdf)>. Consulté le 25 novembre 2010.

- Salcudean, S. E., G. Bell, S. Bachmann, W. H. Zhu, P. Abolmaesumi et P. D. Lawrence. 1999. « Robot-assisted diagnostic ultrasound - design and feasibility experiments ». In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention - MICCAI'99, 19-22 Sept. 1999*. p. 1062-71. Coll. « Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention - MICCAI'99. Second International Conference. Proceedings (Lecture Notes in Computer Science Vol.1679) ». Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- Sheehan, Florence H., Mark Schneider, Edward L. Bolson et Benjamin Webster. 2003a. « Tracking three dimensional ultrasound with immunity from ferro-magnetic interference ». In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, MICCAI 2003 - 6th International Conference Proceedings* (Montreal, Que., Canada, November 15-18, 2003), part 2. p. 192-198. Coll. « Lecture Notes in Computer Science », vol. 2879. Berlin, Germany: Springer Verlag.
- Sheehan, Florence H., Mark Schneider, Edward L. Bolson et Benjamin Webster. 2003b. « Tracking three dimensional ultrasound with immunity from ferro-magnetic interference ». In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, MICCAI 2003 - 6th International Conference Proceedings, November 15, 2003 - November 18, 2003, PART 2*. Vol. 2879, p. 192-198. Coll. « Lecture Notes in Computer Science ». Montreal, Que., Canada: Springer Verlag.
- Silberwolf. 2007. « Cardan-joint ». Wikimedia Commons.  
<[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cardan-joint\\_DIN808\\_type-E\\_3D.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cardan-joint_DIN808_type-E_3D.png)>.  
Consulté le 25 novembre 2010.
- Stewart, James. 1999. *Calculus*, 4th ed. Pacific Grove, Calif.: Brooks/Cole, 1185 p.
- Taylor, R. H., et D. Stoianovici. 2003. « Medical robotics in computer-integrated surgery ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, n° 5, p. 765-81.
- Vieyres, Pierre, Gerard Poisson, Fabien Courreges, Olivier Merigeaux et Philippe Arbeille. 2003. « The TERESA project: From space research to ground tele-echography ». *Industrial Robot*, vol. 30, n° 1, p. 77-82.
- Vilchis, Adriana, Jocelyne Troccaz, Philippe Cinquin, Kohji Masuda et Franck Pellissier. 2003. « A New Robot Architecture for Tele-Echography ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, n° 5, p. 922-926.
- Zhu, W. H., S. E. Salcudean, S. Bachmann et P. Abolmaesumi. 2000. « Motion/force/image control of a diagnostic ultrasound robot ». In *2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (San Francisco, April 24-28, 2000). Vol. 2, p. 1580-1585. Coll. « Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation ». Piscataway, N.J.: Institute of Electrical and Electronics Engineers.