

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	14
CHAPITRE 1 REVUE LITTÉRAIRE .....	18
1.1 Rôle du tolérancement dans le processus de développement de produit .....	18
1.2 La gestion des tolérances .....	20
1.2.1 Tolérancement selon ISO 1101 et ASME Y14.5M-1994 .....	21
1.2.1.1 Tolérances dimensionnelles .....	21
1.2.1.2 Tolérances géométriques .....	22
1.2.2 Tolérancement GPS .....	24
1.3 Les méthodologies pour la gestion des tolérances .....	25
1.3.1 Schématisation des tolérances .....	25
1.3.1.1 Chaîne de cotes unidirectionnelle .....	26
1.3.1.2 Chaîne de cotes tridimensionnelle (x,y,z, $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ) .....	27
1.3.1.3 Domaines des écarts et des jeux .....	29
1.3.1.4 Méthode CLIC .....	30
1.3.2 Méthodes traditionnelles d'analyse des tolérances .....	31
1.3.2.1 La méthode des Limites Min/Max (WC) .....	32
1.3.2.2 La méthode statistique (RSS) .....	33
1.3.3 Méthodes avancées d'analyses des tolérances .....	37
1.3.4 Discussion .....	42
1.4 Les sources de variations et de dispersion .....	43
1.5 Conclusion .....	43
CHAPITRE 2 RESTRUCTURATION DU SYSTÈME RÉFÉRENTIEL .....	45
2.1 Description du système de référentiels actuel du NOVA LFS® .....	46
2.2 Présentation du système référentiel proposé pour la structure NOVA LFS® .....	48
2.3 Conclusion .....	50
CHAPITRE 3 SOURCES DE VARIATION ET TRANSMISSION DE LA DISPERSION .....	51
3.1 Variations inhérentes aux procédés de fabrication des pièces primaires .....	51
3.2 Variations inhérentes aux procédés d'assemblage de la structure .....	55
3.2.1 Modélisation du retrait dû à la soudure .....	57
3.3 Conclusion .....	59
CHAPITRE 4 MODÉLISATION STATISTIQUE DE LA VARIATION D'UN ASSEMBLAGE SIMPLE .....	60
4.1 Assemblage simple – 1D .....	60
4.1.1 Validation des équations de la longueur des tubes .....	68
4.2 Simulation Monte-Carlo pour la dimension hors-tout y .....	70
CHAPITRE 5 INTÉGRATION DE LA CAPABILITÉ DES PROCÉDÉS DANS LE CALCUL DES TOLÉRANCES GÉOMÉTRIQUES .....	74

5.1	Capabilité des procédés unilatéraux.....	74
5.2	Tolérance de profil.....	75
5.2.1	Tolérance de profil sans référentiel (TYPE 1).....	80
	5.2.1.1 Exemple d'application pour la tolérance de profil sans référentiel .....	83
5.2.2	Tolérance de profil avec référentiel (TYPE 2) .....	85
	5.2.2.1 Exemple pour la tolérance de profil avec référentiels .....	88
5.3	Tolérance de position – Tolérance de localisation.....	92
5.3.1	Analyse de la tolérance de position absolue (PLTZF).....	97
	5.3.1.1 Exemple d'application pour la tolérance de position absolue (PLTZF).....	99
5.3.2	Analyse de la tolérance de position relative (FRTZF).....	100
	5.3.2.1 Exemple d'application pour la tolérance de position relative (FRTZF).....	102
5.4	Conclusion .....	104
CHAPITRE 6 ÉTUDE DE CAS .....		105
6.1	Module de mur : estimation de la tolérance de profil .....	105
	6.1.1 Comparaison avec les essais effectués à SFDL .....	110
6.2	Conclusion .....	112
CONCLUSION.....		113
RECOMMANDATIONS .....		116
ANNEXE I ANALYSE DE CAPABILITÉ DU COUPAGE ET DU ROULAGE DES TUBES.....		118
ANNEXE II ESTIMATION DU RETRAIT .....		121
ANNEXE III DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU CALCUL DES TOLÉRANCES DE PROFIL SANS RÉFÉRENTIEL (TYPE 1) .....		124
ANNEXE IV DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU CALCUL DES TOLÉRANCES DE PROFIL AVEC RÉFÉRENTIEL (TYPE 2) .....		132
ANNEXE V DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU CALCUL DE LA TOLÉRANCE DE POSITION ABSOLUE (PLTZF) .....		139
ANNEXE VI DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU CALCUL DE LA TOLÉRANCE DE POSITION RELATIVE (FRTZF).....		144
BIBLIOGRAPHIE.....		148

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1 Familles de tolérances géométriques selon ASME Y14.5M .....	23
Tableau 1.2 Tolérance en fonction du niveau de confiance.....	35
Tableau 3.1 Erreurs systématiques des machines de coupage et de roulage des tubes .....	54
Tableau 3.2 Erreurs des machines de coupage et de roulage des tubes.....	54
Tableau 3.3 Erreur du procédé de montage des pièces .....	57
Tableau 3.4 Valeurs des paramètres de la fonction empirique du retrait.....	58
Tableau 4.1 Définition des variables .....	62
Tableau 4.2 Valeurs des variables pour la simulation Monte-Carlo.....	71
Tableau 4.3 Estimateurs équivalents pour la distribution de la déviation .....	72
Tableau 5.1 Percentile de $x_{50} \%$ pour la tolérance de profil TYPE 1 .....	82
Tableau 5.2 Percentile de $x_{99,865} \%$ pour la tolérance de profil TYPE 1 .....	82
Tableau 5.3 Percentile de $x_{50} \%$ pour la tolérance de profil TYPE 2 .....	87
Tableau 5.4 Percentile de $x_{99,865} \%$ pour la tolérance de profil TYPE 2 .....	88
Tableau 5.5 Caractéristiques des sous-modules.....	88
Tableau 5.6 Percentile de $r_{50} \%/ \sigma$ de la PLTZF en fonction de $n$ et $\mu$ .....	98
Tableau 5.7 Percentile de $r_{99,865} \%/ \sigma$ de la PLTZF en fonction de $n$ et $\mu$ .....	98
Tableau 5.8 Percentile de $r_{3,4 ppm} \%/ \sigma$ de la PLTZF en fonction de $n$ et $\mu$ .....	99
Tableau 5.9 Données relatives au gabarit de perçage mobile .....	102
Tableau 6.1 Paramètres pour le calcul des tolérances des sous-modules .....	109
Tableau 6.2 Résultats du calcul des tolérances des sous-modules.....	109
Tableau 6.3 Comparaison des valeurs estimées et réelles des tolérances.....	110
Tableau 6.4 Comparaison des tolérances T1 et T1' pour différentes valeurs de $P_{pk}$ .....	111

## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure a	Vision manufacturière de Nova Bus® .....15
Figure b	Plan général du mémoire .....17
Figure 1-1	Processus de gestion des variations. ....19
Figure 1-2	Analyse des tolérances.....20
Figure 1-3	Synthèse des tolérances.....21
Figure 1-4	Tolérancement dimensionnel et angulaire. ....22
Figure 1-5	Exemple d'une tolérance géométrique de profil. ....23
Figure 1-6	Exemple d'une chaîne de cotes unidirectionnelle.....26
Figure 1-7	Exemple d'assemblage simple - chaîne de cotes tridimensionnelle.....27
Figure 1-8	Éléments géométriques impliqués dans la chaîne de cotes.....28
Figure 1-9	Chaîne de cotes tridimensionnelle de l'assemblage simple. ....28
Figure 1-10	À gauche, tolérance de localisation selon ISO 1101; à droite, représentation de la zone de tolérance. ....29
Figure 1-11	Domaine d'écart. ....30
Figure 1-12	Processus de la méthode CLIC. ....31
Figure 1-13	Illustration des niveaux de confiance pour une distribution normale centrée. ....35
Figure 1-14	Distribution biaisée par rapport à la valeur cible. ....37
Figure 1-15	Simulation de type Monte Carlo. ....39
Figure 1-16	Modélisation par éléments poutres flexibles.....41
Figure 1-17	Exemple d'un jeu entre deux « surper-éléments ». ....41
Figure 2-1	Système de coordonnées principal proposé par Volvo. ....45
Figure 2-2	Système de référentiels global du Nova LFS.....46

Figure 2-3	Hiérarchisation actuelle des DRF du Nova LFS.....	47
Figure 2-4	Hiérarchisation du système de référentiels de la plateforme 2010. ....	48
Figure 2-5	Représentation des quatre premiers niveaux du système de référentiels de la plateforme 2010. ....	49
Figure 3-1	Sources des variations dans le processus de fabrication des pièces primaires. ....	52
Figure 3-2	Scie Kaltenbach® pour couper les tubes. ....	53
Figure 3-3	Machine Roundo® pour cintrer les tubes. ....	53
Figure 3-4	Sources des variations dans le processus d'assemblage de la structure.....	55
Figure 3-5	Gabarit d'assemblage avec serres, butées fixes et à ressorts. ....	56
Figure 3-6	Courbe de la fonction approximée du retrait. ....	58
Figure 4-1	Schéma de l'assemblage simple.....	61
Figure 4-2	Représentation de la caractéristique clé du sous-assemblage simple. ....	61
Figure 4-3	Chaîne de cote d'un assemblage simple. ....	63
Figure 4-4	Distribution normale tronquée du jeu. ....	66
Figure 4-5	Dimension théorique vs dimension coupée. ....	66
Figure 4-6	Représentation de la dimension du tube coupé.....	67
Figure 4-7	Distribution du jeu entre les tubes. ....	68
Figure 4-8	Distribution du jeu entre les tubes avec la dimension ajustée. ....	69
Figure 4-9	Résultats de la simulation pour la résultante $\delta$ .....	70
Figure 5-1	Représentation graphique du calcul de la capabilité selon Bothe.....	75
Figure 5-2	Types de tolérances de profil. ....	76
Figure 5-3	KC d'un composant décrivant un profil.....	76
Figure 5-4	Nombre de points de mesure en fonction de la complexité géométrique d'un composant. ....	77
Figure 5-5	Représentation d'une mesure réelle $X_i$ .....	77

Figure 5-6	PDF et CDF de la déviation $\delta_i = N(0, 1)$ . ....	79
Figure 5-7	Tolérance de profil sans référentiel.....	80
Figure 5-8	Représentation du vecteur normal de l'erreur $\delta_i$ .....	81
Figure 5-9	Assemblage du plancher. ....	83
Figure 5-10	Plancher structurel de complexité $n = 50$ .....	84
Figure 5-11	Exemple de notation d'une tolérance de profil avec référentiels (TYPE 2). ...	86
Figure 5-12	Exemple d'une zone de tolérance de la $z_{pstd}$ .....	86
Figure 5-13	Assemblage des sous-modules.....	90
Figure 5-14	Exemple de tolérance de positionnement composée. ....	92
Figure 5-15	Illustration de la tolérance de position absolue (PLTZF). ....	93
Figure 5-16	Illustration de la zone de tolérance de position relative (FRTZF). ....	96
Figure 5-17	Assemblage de la trappe d'accès. ....	99
Figure 5-18	Percentiles de $r_{50} \%$ , $r_{99,865} \%$ , $r_{3,4} \text{ ppm}$ pour la FRTZF ( $\sigma = 1$ ). ....	102
Figure 5-19	Ensemble de trous sur la structure pour l'assemblage de la trappe d'accès. .	103
Figure 6-1	Mur droit structure LFS-PF 2010. ....	105
Figure 6-2	Sous-modules et composantes du module D02145. ....	106
Figure 6-3	Caractéristiques clés du module D04494.....	106
Figure 6-4	Cotation du module D02145.....	107
Figure 6-5	Cotation des sous-modules D04261 (gauche) et D04374 (droite).....	108
Figure 6-6	Comparaison des valeurs théoriques et réelles des tolérances.....	111

## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

ASME	Société Américaine des ingénieurs mécanique ( <i>American Society for Mechanical Engineers</i> )
CDF	Fonction de distribution cumulative ( <i>Cumulative Distribution Function</i> )
DFMA	Conception pour la fabrication et l'assemblage ( <i>Design for Manufacturing and assembly</i> )
DMCS	Simulation Monte Carlo directe ( <i>Direct Monte Carlo Simulation</i> )
DRF	Système de référentiels ( <i>Datum Reference Frame</i> )
GD&T	Tolérancement géométrique et dimensionnel ( <i>Geometric Dimensioning and Tolerancing</i> )
GPS	Spécifications géométriques de produit ( <i>Geometric Product Specifications</i> )
ISO	Organisation internationale de standardisation ( <i>International Standard Organisation</i> )
IT	Intervalle de tolérance
KC	Caractéristique clé ( <i>Key Characteristic</i> )
KPC	Caractéristique clé de produit ( <i>Key Product Characteristic</i> )
LFS	Système à plancher abaissé ( <i>Low Floor System</i> )
LMC	Condition de minimum de matière ( <i>Least Material Condition</i> ) $\textcircled{L}$
LTi	Limite de tolérance inférieure
LTS	Limite de tolérance supérieure
MMC	Condition de maximum de matière ( <i>Maximum Material Condition</i> ) $\textcircled{M}$
PDF	Fonction de densité de probabilités ( <i>Probability Density Function</i> )
SFDL	Usine Nova Bus de Saint-François-du-Lac
ST	Méthode d'analyse des tolérances Statistiques $\text{\textcircled{ST}}$
STE	Usine Nova Bus de Saint-Eustache
WC	Méthode d'analyse de tolérances limites Min/Max ( <i>Worst-Case</i> )

## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

mm	Millimètres
$\delta$	Variation, déviation, écart par rapport à la valeur nominale
$\mu$	Moyenne (mm)
$\sigma$	Écart-type (mm)
$\beta$	Facteur de forme d'une distribution Weibull
$\lambda$	Facteur d'échelle d'une distribution Weibull
$f, g, h, k$	Fonctions de distribution de densité statistique
$F, G, H, K$	Fonctions cumulatives
$r$	Rayon (mm)
$r_{\%}$	Percentile x%
$C_p, C_{pk}, \dots$	Indice de capabilité
$P_p, P_{pk}, \dots$	Indice de capabilité
$N(\mu, \sigma)$	Distribution aléatoire normale de moyenne $\mu$ et d'écart-type $\sigma$
$W(\beta, \lambda)$	Distribution aléatoire Weibull de facteur de forme $\beta$ et d'échelle $\lambda$
$W(\mu^{eq}, \sigma^{eq})$	Distribution aléatoire Weibull de moyenne équivalente $\mu^{eq}$ et d'écart-type $\sigma^{eq}$
$E\{ \}$	Espérance statistique
$Var\{ \}$	Variance statistique



## INTRODUCTION

Le présent document est un mémoire de maîtrise qui s'est déroulée en milieu industriel. Les travaux ont été effectués en partenariat avec la compagnie Nova Bus qui opère deux usines au Québec. L'une est située à Saint-Eustache (STE) et l'autre à Saint-François-du-Lac (SFDL). L'usine de Saint-Eustache constitue le lieu d'assemblage des véhicules, alors qu'à l'usine de Saint-François-du-Lac, on y construit les structures ainsi que certaines pièces et composants utilisés dans l'assemblage final des véhicules. Les activités de ces usines sont principalement concentrées sur le modèle Nova LFS<sup>1</sup>, qui est un autobus de transport urbain à plancher surbaissé pouvant accueillir 80 passagers et dont la structure est entièrement construite en acier inoxydable.

Afin de demeurer compétitif sur le marché mondial, l'entreprise a réorienté sa vision manufacturière. Le but est de produire **différents modèles** de véhicules avec une **grande cadence** de production (temps de cycle  $\leq 2$  h), tout en réduisant au minimum le temps nécessaire d'assemblage des véhicules, peu importe le modèle et les accessoires qui s'y rattachent. Pour ce faire, plusieurs objectifs spécifiques ont été établis par la direction, dont les suivants :

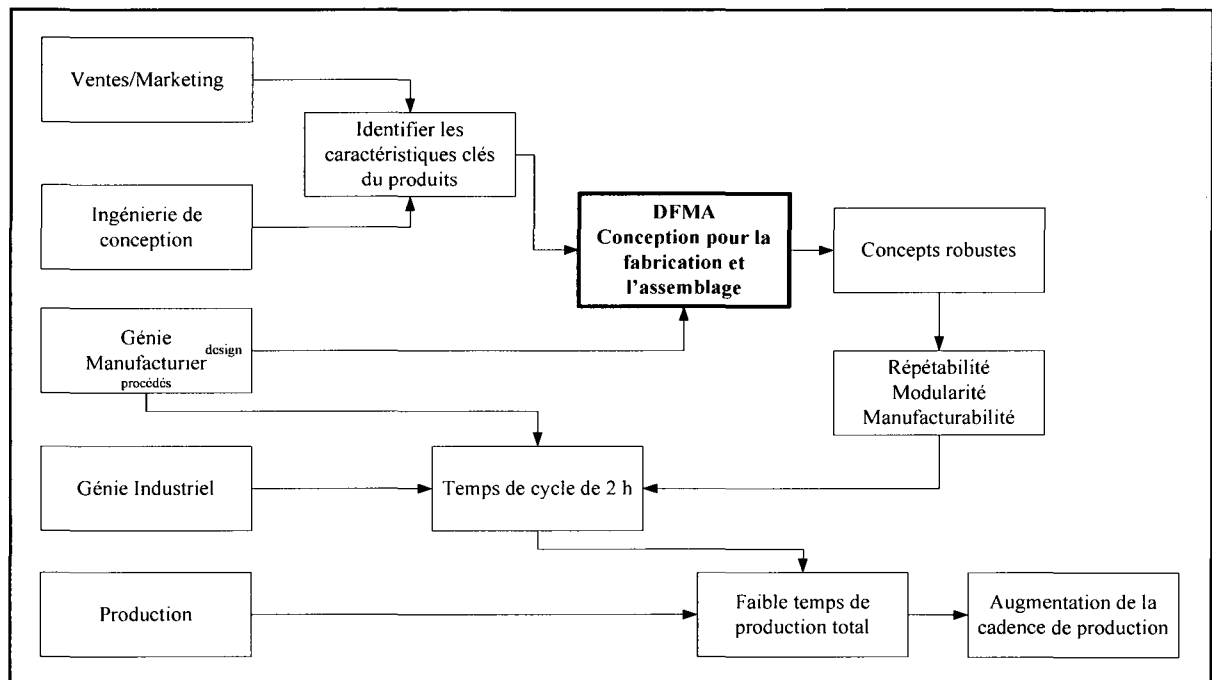
1. augmenter le niveau d'interchangeabilité des composants;
2. miser sur des assemblages modulaires et éliminer les opérations de perçage et d'ajustement de la ligne d'assemblage principale;
3. améliorer la répétabilité des procédés de fabrication et d'assemblage;
4. optimiser le synchronisme des lignes d'assemblage.

Pour atteindre ces objectifs ambitieux, des méthodologies comme la conception pour la fabrication et l'assemblage (*Design For Manufacturing and Assembly DFMA*), le tolérancement dimensionnel et géométrique (*Geometric Dimensioning and Tolerancing GD&T*), la gestion des variations (*Dimensional Management*) et les indices de capacité des

---

<sup>1</sup> De l'anglais *Low Floor System*

procédés ont été adoptés, et graduellement intégrés au processus de conception. La Figure a indique où se situe la DFMA dans la vision manufacturière globale de l'entreprise.



**Figure a Vision Manufacturière de Nova Bus®.**

La cadence opérationnelle de production chez Nova Bus est limitée principalement par les choix historiques des philosophies d'assemblage. Ces dernières sont généralement un mélange d'assemblage sur gabarit et d'artisanat<sup>2</sup>. Par conséquent, le débit de production est depuis longtemps limité à deux véhicules par quart de travail.

Également, et ce, jusqu'en 2008, la majorité des assemblages nécessitaient des opérations secondaires comme la découpe manuelle ou le perçage sur la ligne d'assemblage. Cela était dû principalement aux variations non contrôlées des dimensions de la structure et des pièces employées pour l'assemblage des autocars. Ces variations proviennent de deux sources distinctes : les variations inhérentes aux procédés de fabrication (pièces et structure), et les

<sup>2</sup> Par artisanat, nous désignons les opérations de découpage, de collage et d'ajustements manuels effectuées par des assembleurs possédant une habileté spécifique.

variations induites par les méthodes d'assemblage (pièce à pièce, avec gabarit, avec ajustement, soudage, etc.) incluant l'habileté des assembleurs<sup>3</sup>.

Par conséquent, la restructuration du système de gestion des référentiels du véhicule et l'application des principes de DFMA semblent essentielles avant toute démarche d'amélioration. Ces principes amélioreraient notre compréhension des sources de variations et leurs effets sur la qualité du produit, et l'interchangeabilité des composants. De plus, cela faciliterait la modularité des assemblages et permettrait ultimement d'optimiser les interfaces d'assemblage des modules et sous-modules.

L'objectif principal de ce mémoire est de développer un outil d'analyse et de conception pour la prédiction de la propagation des variations dimensionnelles et géométriques d'un produit complexe : la structure de l'autocar. Plus précisément, le projet porte sur l'élaboration d'un outil de simulation permettant aux concepteurs d'effectuer rapidement des estimations (dans un sens statistique) des amplitudes des variations et de leur nature. Les variations des dimensions étudiées sont celles causées par les méthodes de fabrication et d'assemblage utilisées chez Nova Bus.

Pour ce faire, il nous faut premièrement revoir l'architecture des modules et sous-modules de la structure à partir des requis structuraux provenant de l'ingénierie de conception (voir Figure a). Deuxièmement, les sources de variations doivent être analysées et estimées afin de pouvoir en tenir compte dans les simulations numériques. Ceci inclus le roulage, le coupage des tubes et le retrait engendré par le procédé de soudage. Troisièmement, une fois que les comportements statistiques des sources de variations sont connus, il faut développer un modèle général de chaîne de cotes simple d'application qui permet d'en tenir compte. Quatrièmement, on doit introduire ces chaînes de cotes dans les analyses de variations effectuées sur la structure de Nova Bus. Ces analyses portent uniquement sur les tolérances de profil et de position selon le code ASME Y14.5.

---

<sup>3</sup> Dans ce travail, le masculin sera utilisé pour alléger le texte.

Finalement, à partir des études de capacité des procédés de fabrication et d'assemblage effectuées chez Nova Bus, des applications sur des cas réels permettront de valider les démarches proposées. La Figure b présente le plan général du mémoire.

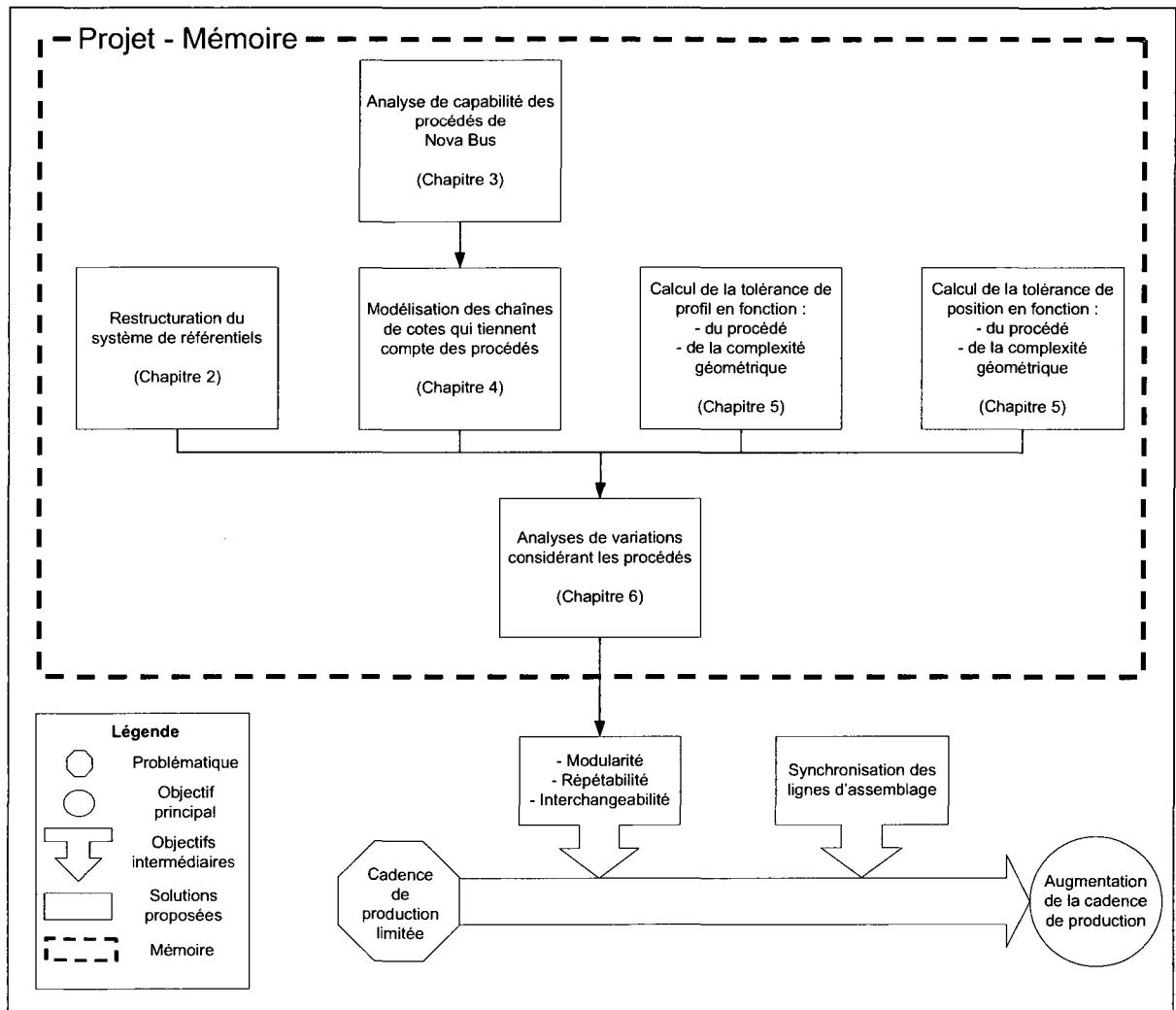


Figure b Plan général du mémoire.

## CHAPITRE 1

### REVUE LITTÉRAIRE

Le projet couvre un vaste domaine de recherche qui touche la conception et la manufacturabilité. La revue littéraire présente un bref résumé de l'état de l'art des principaux domaines, spécifiques et nécessaires, à la bonne compréhension du travail effectué. Ces domaines sont : le tolérancement et le rôle qu'il occupe dans le processus de développement de produit, la gestion des tolérances, et finalement, la modélisation des sources de variations dans le processus manufacturier.

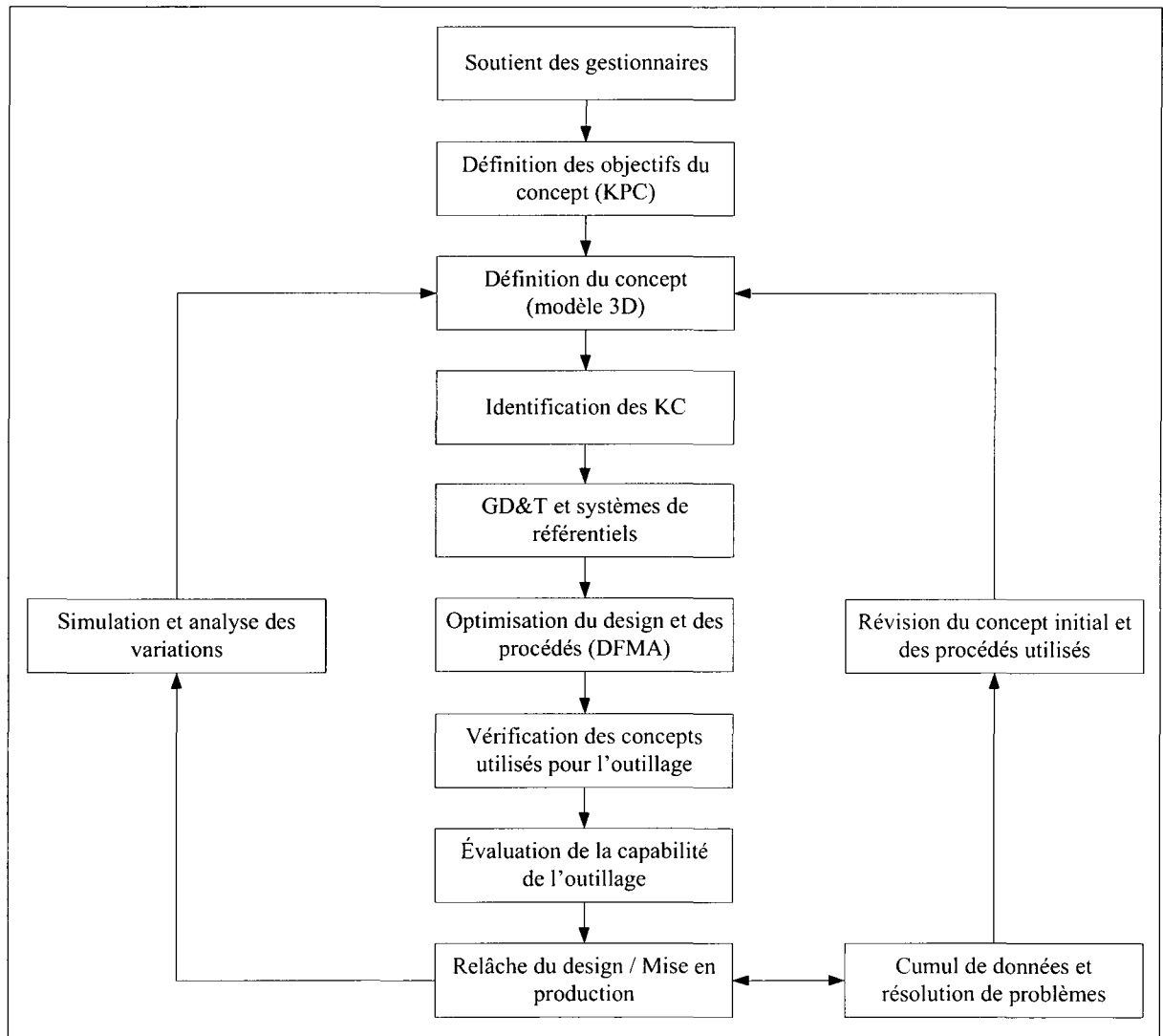
#### 1.1 Rôle du tolérancement dans le processus de développement de produit

Le tolérancement est crucial dans le développement d'un produit (Khanafér, Desrochers et Laperrière, 2007). Les tolérances indiquées sur un document (dessin ou fichier) doivent tenir compte des variations induites lors de la fabrication et de l'assemblage d'un produit. Leur maîtrise permet d'assembler du premier coup tout en respectant les requis fonctionnels et d'avoir des pièces interchangeables lors des opérations d'entretien en service.

Le rôle du tolérancement dans le processus de conception est bien défini dans ce qu'on désigne par « gestion des variations » (*Dimensional Management*) (Craig, 1996; Nickolaisen, 1999). Ce rôle comporte les tâches suivantes (voir Figure 1-1):

- identifier et documenter les requis fonctionnels du concept initial (*Key Product Characteristics KPC*);
- vérifier si le concept et les procédés choisis sont optimisés pour atteindre les KPC en utilisant des outils comme la DFMA;
- documenter le concept à partir des analyses effectuées (GD&T, systèmes de référentiels, procédés utilisés, etc.);
- identifier les caractéristiques clés de l'assemblage (*Key characteristics KC*);
- mettre sur pied un plan d'inspection efficace;

- vérifier dimensionnelle et géométrique, si nécessaire, réduction des variations;
- simuler l'analyse des tolérances sur les KC identifiées pour obtenir une estimation du comportement;
- répéter le processus de conception si nécessaire.



**Figure 1-1 Processus de gestion des variations<sup>4</sup>.**

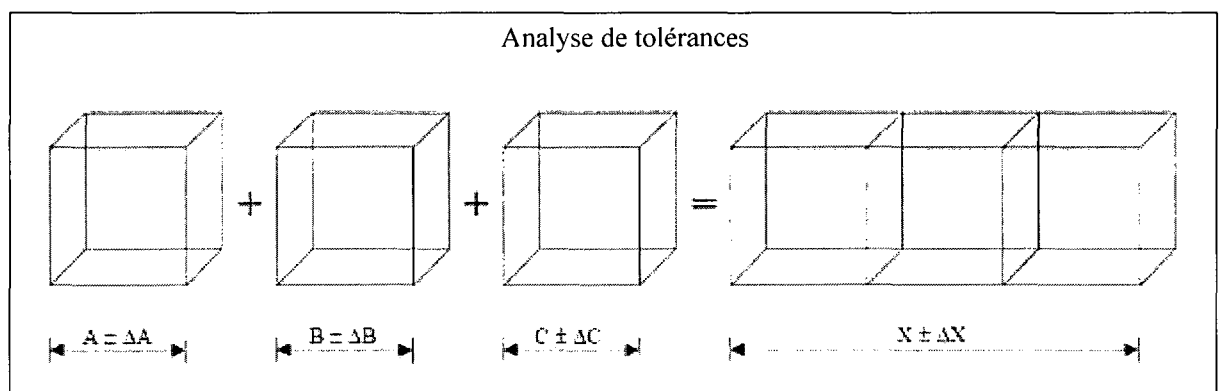
<sup>4</sup> Adapté de Nickolaisen, 1999

## 1.2 La gestion des tolérances

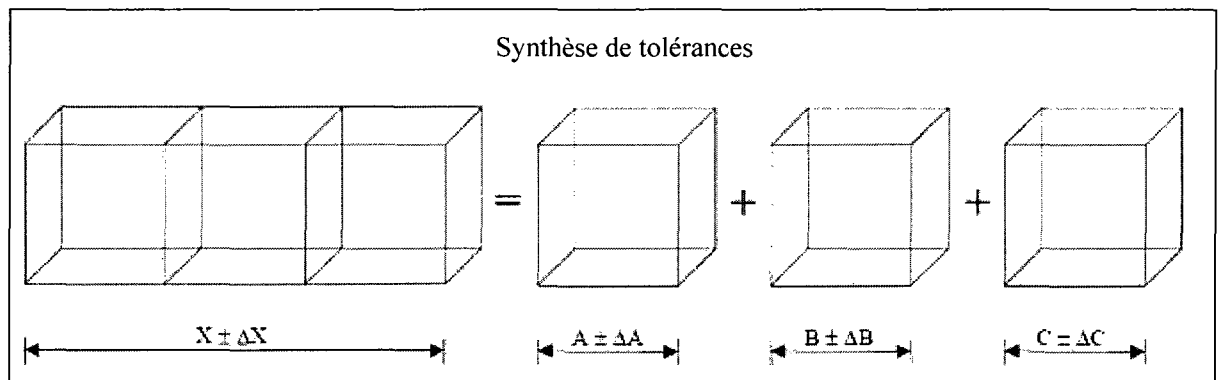
Le tolérancement définit les limites acceptables à l'intérieur desquelles un élément géométrique (surface, ligne d'axe, plan central, etc.) d'un composant doit se trouver. Ces limites garantissent donc un certain niveau de confiance quant à la production en série de divers composants mécaniques de bonne qualité. L'étude de ces tolérances peut s'effectuer de deux façons, soient l'analyse ou la synthèse des tolérances.

L'analyse de tolérances (voir Figure 1.2) consiste à évaluer la tolérance d'une caractéristique critique d'un assemblage (KPC) en effectuant la mise en commun des variations de chacune des sous-caractéristiques clés des composants (KC) le constituant (en incluant les variations attribuables aux procédés d'assemblage). À l'inverse, la synthèse (ou la distribution des tolérances) effectue le chemin inverse (voir Figure 1.3). Elle alloue aux composants les limites acceptables de variation à partir de la caractéristique clé de l'assemblage (KPC).

Nous soulignons au lecteur que dans le premier cas, il existe une unicité de solutions, tandis que dans le deuxième, une infinité de solutions sont possibles. Il s'agit dans ce cas de trouver une solution optimale. Par exemple, la solution qui rend le produit le plus robuste, ou encore la solution la plus économique.



**Figure 1-2 Analyse des tolérances.**



**Figure 1-3 Synthèse des tolérances.**

### 1.2.1 Tolérancement selon ISO 1101 et ASME Y14.5M-1994

Le tolérancement traditionnel englobe les tolérances dimensionnelles et géométriques (GD&T<sup>5</sup>). Il est géré par des standards qui offrent une terminologie et une méthodologie servant à interpréter clairement le contrôle des éléments géométriques d'une pièce, et à gérer ainsi les niveaux de variations permises. Les principales normes qui gèrent le GD&T sont les normes ISO 1101(ISO, 1983) et ASME Y14.5(ASME, 1994). En Amérique du Nord, l'interprétation du GD&T est principalement gérée par la norme Y14.5M et le calcul des tolérances sur une base vectorielle est contrôlé par la norme Y14.5.1M.

#### 1.2.1.1 Tolérances dimensionnelles

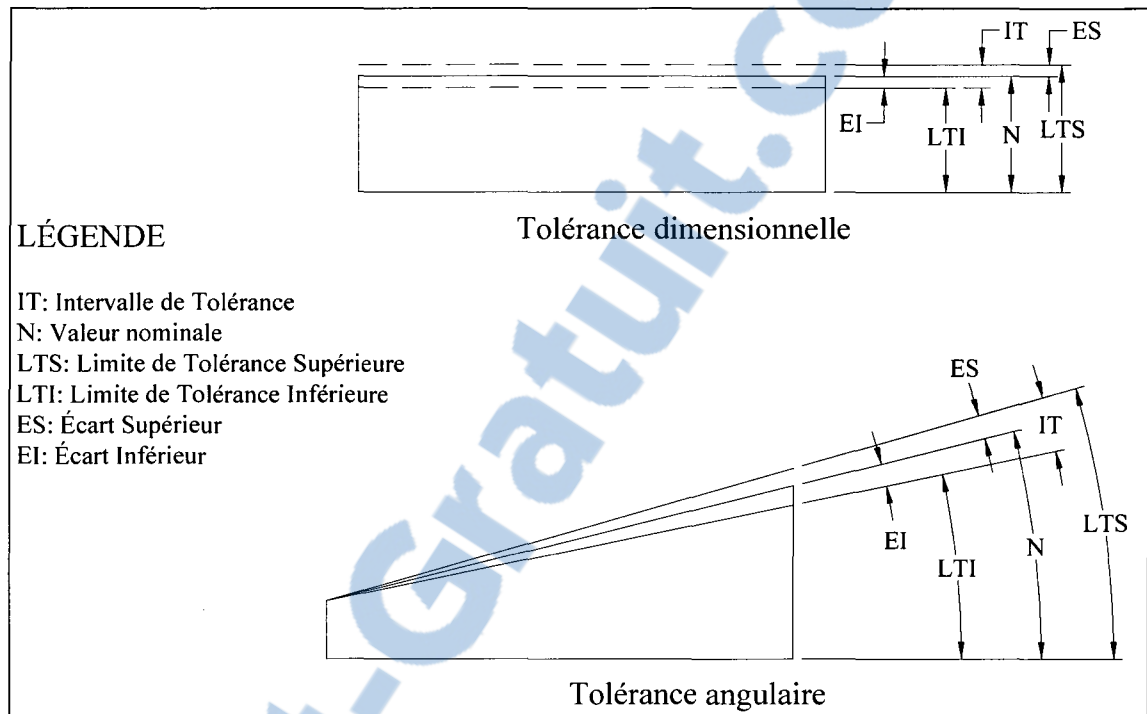
Pour des raisons historiques et traditionnelles ces tolérances présentent les cas les plus rencontrés. Elles contrôlent l'écart entre la valeur maximale et la valeur minimale d'une dimension. Schématiquement, elles peuvent être représentées par une distance séparant deux éléments géométriques tels que des surfaces, des arêtes, des axes, des plans ou des points. Il existe deux types de tolérances dimensionnelles, soit linéaire et angulaire. La tolérance dimensionnelle dite linéaire contrôle la forme réelle d'un élément géométrique (principe de l'enveloppe). La tolérance dimensionnelle angulaire établit les limites du défaut d'orientation

---

<sup>5</sup> De l'anglais *Geometric Dimensioning and Tolerancing*



d'une ligne, d'un plan, d'un axe ou d'une surface par rapport à un autre élément géométrique (voir Figure 1.4).

















**Figure 1-4 Tolérancement dimensionnel et angulaire.**

En résumé, les tolérances dimensionnelles ne font que caractériser l'intervalle dans lequel la dimension d'un élément géométrique doit se trouver. Aucun référentiel n'est utilisé. Donc, l'orientation et la position des éléments géométriques seront difficilement contrôlées avec ce type de tolérances. Pour se faire, les tolérances géométriques doivent être utilisées. Pour plus de détails sur les bénéfices du GD&T, le lecteur peut se référer à (Drake, 1999).

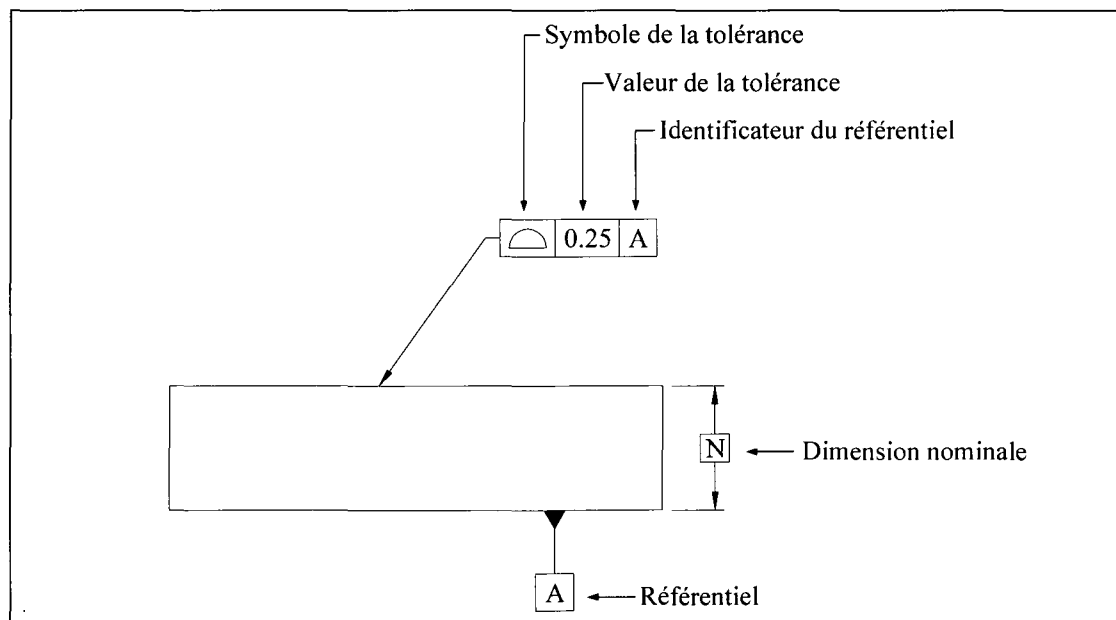
### 1.2.1.2 Tolérances géométriques

Les tolérances géométriques permettent de contrôler les défauts d'un élément géométrique par rapport à sa forme, son orientation et sa position nominale. La tolérance géométrique définit une zone de tolérance à l'intérieur de laquelle l'élément contrôlé doit se trouver. Cette zone de tolérance est à son tour définie par des éléments géométriques nominaux. Il y a cinq catégories de tolérances géométriques, elles sont présentées au Tableau 1.1.

**Tableau 1.1**  
Familles de tolérances géométriques selon ASME Y14.5M

Catégorie	Tolérance	Symbole
Forme	Planéité	
	Circularité	
	Rectitude	
	Cylindricité	
Profil	Profil de ligne	
	Profil de surface	
Localisation	Position	
	Concentricité	
	Symétrie	
Orientation	Angularité	
	Parallélisme	
	Perpendicularité	
Alignement	Alignement circulaire	
	Alignement circulaire total	

Pour plus d'informations concernant la définition et l'interprétation des tolérances géométriques, on réfère le lecteur à la norme ASME Y14.5M-1994.



**Figure 1-5 Exemple d'une tolérance géométrique de profil.**

La Figure 1.5 montre un exemple simple d'une tolérance géométrique. Celle-ci est définie par un symbole précisant le type de tolérance (profil tridimensionnel), une valeur numérique indiquant la taille de la zone de tolérance, et optionnellement, un ou plusieurs référentiels (sauf pour les tolérances de forme). Les éléments tolérancés peuvent être des points, des lignes, des plans, des surfaces ou des axes. Selon le type d'élément, la zone de tolérance sera représentée par l'espace compris :

- a. entre deux lignes ou deux plans équidistants ou parallèles ;
- b. dans un cylindre parfait ou entre deux cylindres coaxiaux ;
- c. entre deux profils équidistants ou parallèles ;
- d. dans une sphère parfaite.

Les référentiels sont des éléments géométriques simulés et considérés comme parfaits (plans, lignes, points, etc.), ou parfois, une combinaison d'éléments (plans coplanaires, axes coaxiaux, etc.). Généralement, ils sont utilisés pour construire un système de référentiels situant la pièce dans l'espace et à partir desquels les éléments géométriques d'une pièce sont tolérancés.

### 1.2.2 Tolérancement GPS

Un autre type de tolérancement a été développé, soit le contrôle des spécifications géométriques du produit (GPS<sup>6</sup>) (Charpentier et Mathieu, 2000; Mathieu et Ballu, 2005). Cette méthode tient compte des relations géométriques des composants d'un assemblage, plutôt que de la taille, l'orientation, la forme et la position des éléments géométriques de ces composants.

Cette technique consiste à identifier les Fonctions Techniques Élémentaires (FTE) reliant les différentes pièces d'un assemblage et à leur associer des limites qui permettront le fonctionnement de l'assemblage. Ces FTE sont généralement un contact, un mouvement, un maintien ou un jeu. Lorsque toutes les FTE sont identifiées, on doit vérifier les Conditions

---

<sup>6</sup> De l'anglais *Geometrical Product Specification*

d'Aptitude à l'Emploi (CAE) et les Conditions Fonctionnelles Géométriques (CFG) à l'aide d'un Tableau d'Analyse Fonctionnelle Technique (TAFT), semblable à une matrice décisionnelle. Finalement, c'est à partir de ce tableau que les spécifications géométriques de produits sont établies.

Cette technique représente une façon alternative au tolérancement traditionnel, pour communiquer les besoins en tolérancement d'un assemblage. Par contre, elle est encore en processus d'approbation à l'organisme international de standardisation<sup>7</sup> (Bourdet et Schneider, 2007) et est relativement nouvelle, donc très peu répandue dans l'industrie.

Dans ce mémoire, le tolérancement dimensionnel et géométrique (GD&T) selon la norme ASME Y14.5M-1994 sera utilisé. La compagnie Nova Bus et la majorité de ses fournisseurs se trouvent en Amérique du Nord, d'où la justification de notre choix. Également, le GD&T est plus approprié que le tolérancement GPS pour le type d'assemblage fabriqué à SFDL. Ce dernier est surtout utile lorsqu'il y a plusieurs types d'interfaces (jeu, contact, mouvement relatif, etc.) dans un assemblage. Pour ce qui est de la structure de l'autocar, les interfaces des pièces sont toutes des contacts directs, donc les variations de la structure peuvent facilement être illustrées à l'aide de tolérances dimensionnelles, et surtout, géométriques.

### **1.3 Les méthodologies pour la gestion des tolérances**

La gestion des tolérances comporte deux aspects importants soient la schématisation et l'analyse. La prochaine section présente l'état de l'art de ces deux étapes.

#### **1.3.1 Schématisation des tolérances**

La schématisation des tolérances géométriques et dimensionnelles consiste à représenter clairement les liens entre les différentes KC nécessaires à l'atteinte d'une KPC. Cette schématisation servira ensuite à déterminer les dimensions nominales et les tolérances

---

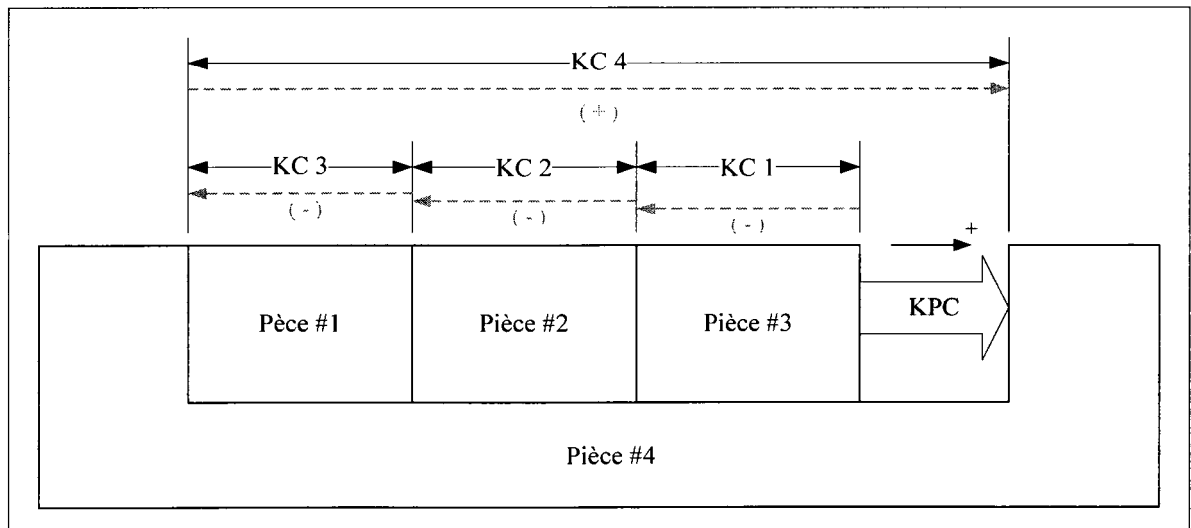
<sup>7</sup> ISO TR17450-1

nécessaires au respect de la KPC, et ce, en effectuant soit une analyse ou une synthèse des tolérances. Les sections suivantes présentent quatre (4) méthodes qui permettent la schématisation des tolérances.

### 1.3.1.1 Chaîne de cotes unidirectionnelle

La chaîne de cotes unidirectionnelle se fait selon une seule direction à la fois (Whitney, 2004). La Figure 1-6 montre un exemple de chaîne de cotes sur un assemblage mécanique simple. Ici, la KPC est le jeu entre les pièces #3 et #4.

La direction positive de la chaîne de cotes est établie, a priori, en partant du point de départ de la KPC jusqu'à son point d'arrivée, et ce, en passant par le chemin le plus court, par des dimensions contrôlables. La valeur nominale de la KPC est égale à la somme de toutes les KC, où pour chacune, un signe (+ ou -) a été attribué par rapport à la direction positive préétablie.



**Figure 1-6 Exemple d'une chaîne de cotes unidirectionnelle.**

Par exemple, de la Figure 1-6, l'équation de la chaîne de cotes obtenue pour la valeur de la KPC est :

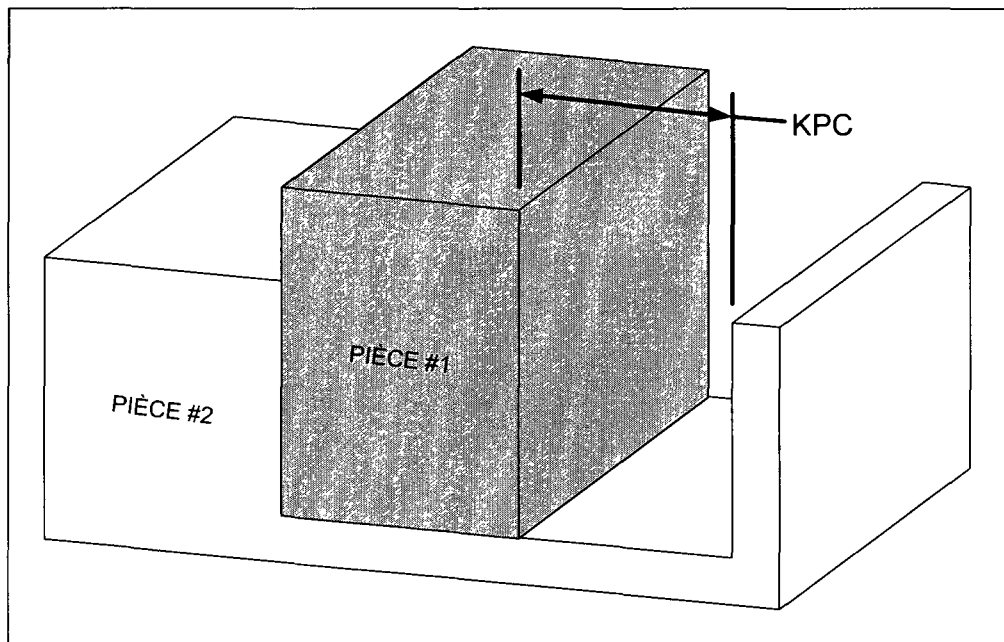
$$\mu_{KPC} = -\mu_{KC1} - \mu_{KC2} - \mu_{KC3} + \mu_{KC4} \quad (1.1)$$

### 1.3.1.2 Chaîne de cotes tridimensionnelle ( $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$ )

La chaîne de cotes dite tridimensionnelle est une boucle de torseurs qui relie les différents éléments géométriques faisant partie de la chaîne de cotes, par leurs systèmes de référentiels. Dans l'espace, la position des référentiels de chaque élément géométrique est représentée par un torseur de 6 éléments, soient  $X, Y, Z, \alpha, \beta$  et  $\gamma$ . Les éléments  $X, Y$  et  $Z$  sont les coordonnées spatiales, et  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  représentent les rotations autour de chacun des axes du système de coordonnées.

La faible amplitude des variations de ces éléments géométriques comparativement aux dimensions de la pièce permet de relier les surfaces nominales aux surfaces réelles à l'aide de la théorie des torseurs de petits déplacements (Desrochers, Ghie et Laperrière, 2003).

Voici un assemblage simple de deux pièces, dont la caractéristique clé est le jeu qui les sépare.



**Figure 1-7 Exemple d'assemblage simple - chaîne de cotes tridimensionnelle.**

Les éléments géométriques ayant une influence sur la KPC étudiée sont présentés à la figure suivante.

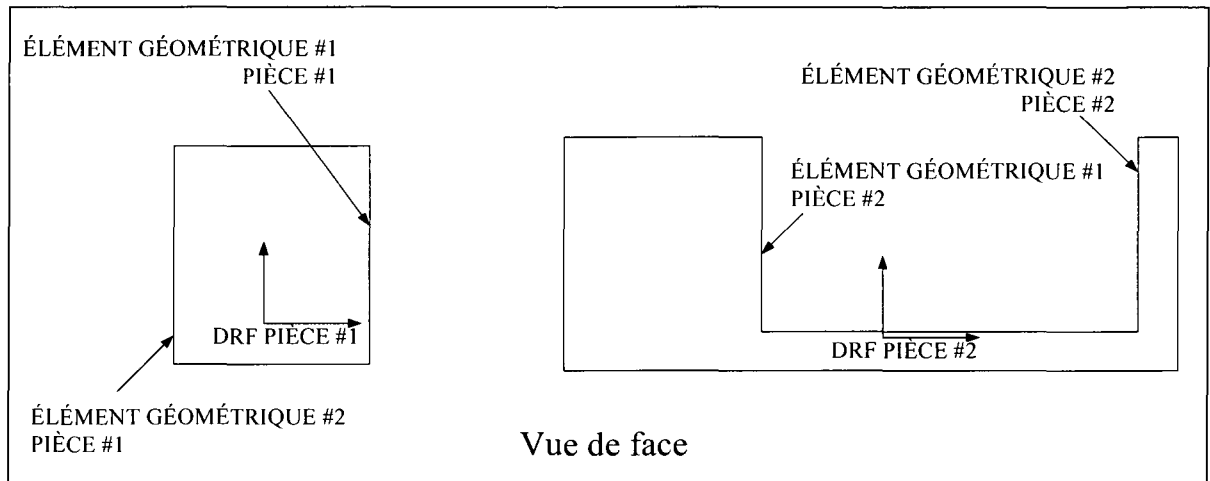


Figure 1-8 Éléments géométriques impliqués dans la chaîne de cotes.

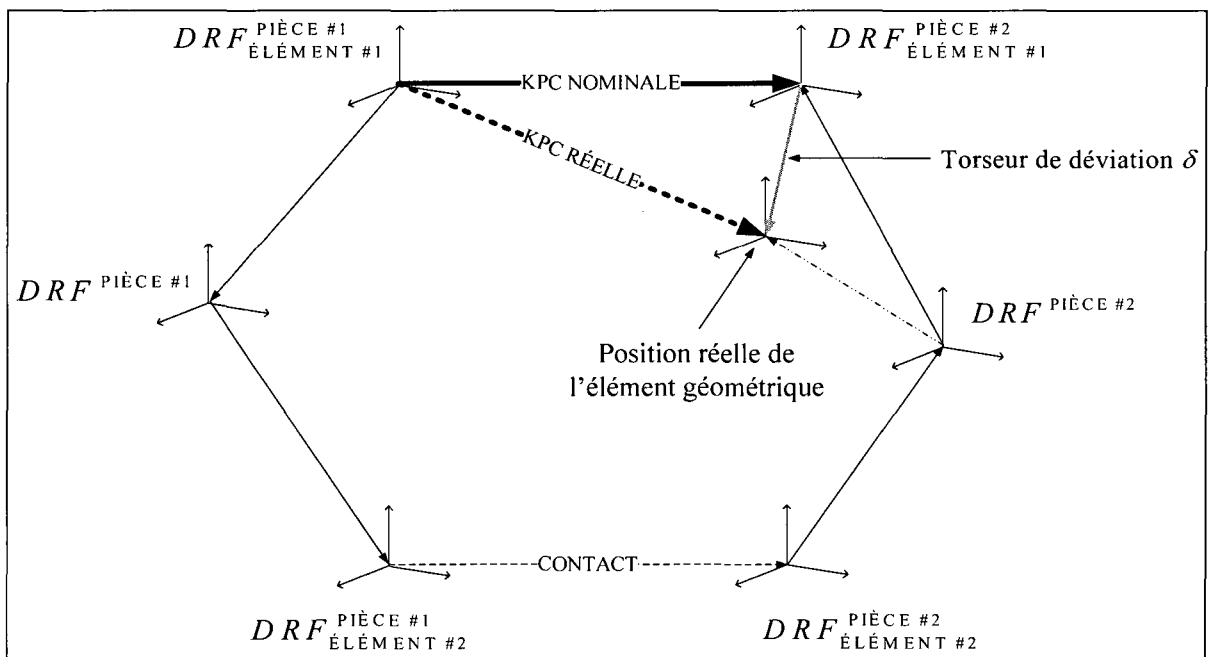


Figure 1-9 Chaîne de cotes tridimensionnelle de l'assemblage simple.

La Figure 1-9 présente la chaîne de cotes tridimensionnelle qui illustre le jeu entre les pièces. Si l'on suppose que tous les éléments géométriques sont parfaits, sauf l'élément géométrique #2 de la pièce 2, la déviation de la KPC réelle par rapport à la KPC nominale est représentée par le torseur de déviation  $\delta$ . Ce torseur de déviation comprend, selon le cas, les variations inhérentes aux procédés de fabrication et d'assemblage des pièces.

Dans le cas où tous les éléments géométriques ont des défauts, la variation de la KPC serait égale à la combinaison des torseurs de déviation de tous les éléments géométriques impliqués dans la chaîne de cotes.

Ce type de chaîne de cotes est principalement associé aux méthodes d'analyse de tolérances basées sur les transformées matricielles (Whitney et Gilbert, 1993; Whitney, 2004) et le modèle des poutres flexibles (Shiu et al., 2002).

### 1.3.1.3 Domaines des écarts et des jeux

Cette méthode (Giordano et al., 1992) est basée sur la théorie des torseurs de petits déplacements et l'interprétation des tolérances géométriques selon la norme ISO 1101. Dans un premier temps, elle consiste à associer et à modéliser pour chaque interface de contact, un ensemble de torseurs de jeux, et pour chaque spécification de tolérance, un ensemble de torseurs d'écarts. L'interprétation de ces ensembles se fait en comparant les domaines de chacun, dans l'espace des petits déplacements : la condition fonctionnelle est respectée, si et seulement si, le domaine des écarts se trouve à l'intérieur de celui des jeux.

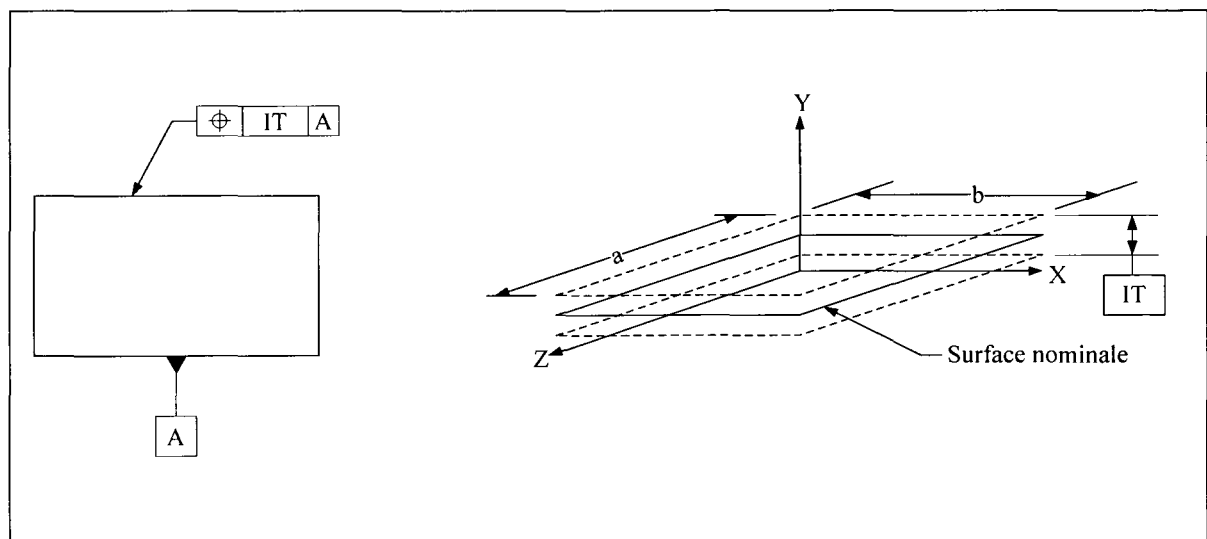
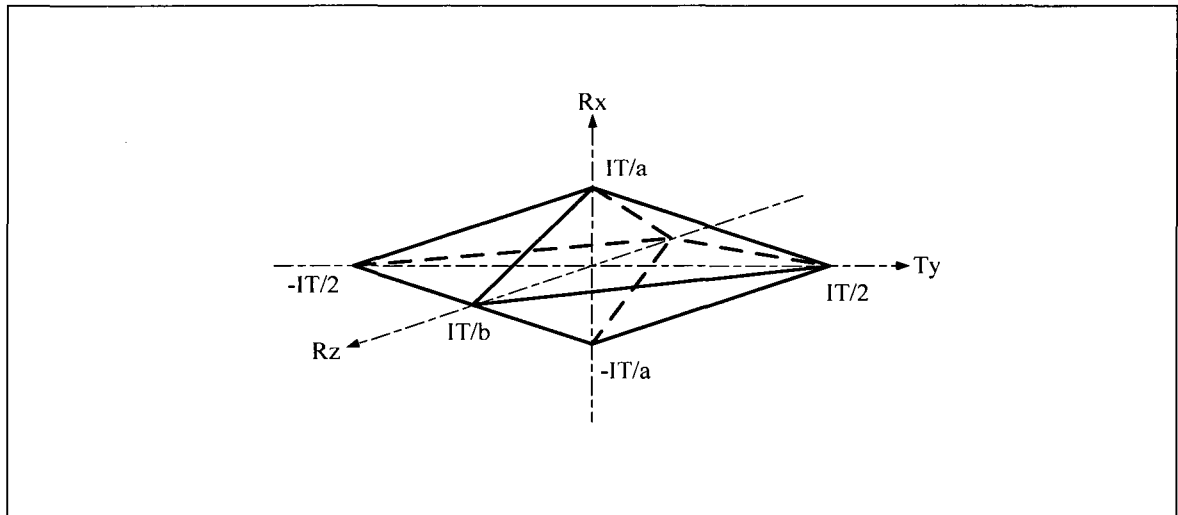


Figure 1-10 À gauche, tolérance de localisation selon ISO 1101; à droite, représentation de la zone de tolérance.



Par exemple, la Figure 1-10 présente la zone de tolérance d'une spécification de positionnement et la définit selon la norme ISO 1101. La Figure 1-11 présente la modélisation du domaine d'écarts correspondant à cette spécification.



**Figure 1-11 Domaine d'écart.**

Cette méthode est par contre limitée. Elle ne permet pas la modélisation des tolérances de forme. Cela nécessiterait la définition d'autres domaines d'écart pour chaque type de contact. De plus, cette méthode considère que les pièces sont parfaitement rigides, ce qui n'est pas toujours le cas.

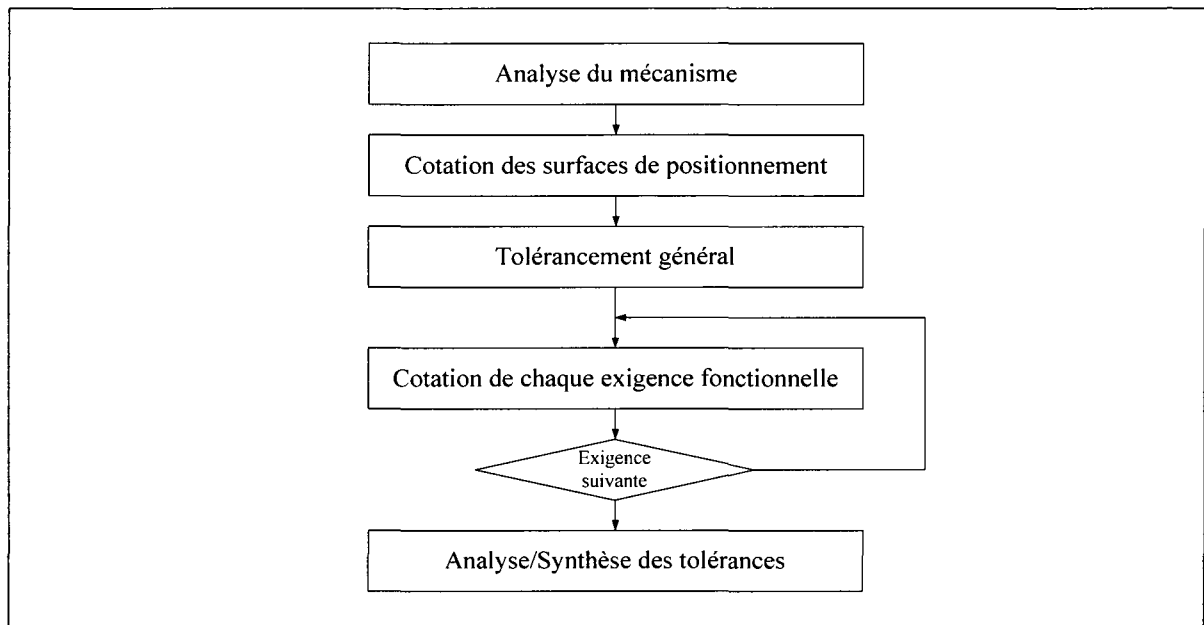
#### **1.3.1.4 Méthode CLIC**

La méthode CLIC<sup>8</sup> (Anselmetti, 2005) est une méthode qui permet principalement d'effectuer la cotation fonctionnelle d'un mécanisme. Dans un premier temps, le concepteur élabore la séquence d'assemblage du mécanisme à l'aide de table de positionnement. Ensuite, à partir des cotations types des entités de positionnement, les surfaces de positionnement sont identifiées et les systèmes de référentiels sont créés. Finalement, à partir de ces référentiels, le concepteur identifie les autres exigences fonctionnelles du système, et il associe à chacune

---

<sup>8</sup> Cotation en Localisation avec Influence des Contacts

l'équation représentant le calcul de la résultante. Ces équations sont ensuite résolues afin de solutionner l'analyse ou la synthèse des tolérances effectuée (voir Figure 1-12).



**Figure 1-12 Processus de la méthode CLIC.**

### 1.3.2 Méthodes traditionnelles d'analyse des tolérances

On admet facilement que certaines dimensions des pièces d'un assemblage mécanique affectent plus significativement que d'autres la fonctionnalité du système ou les requis fonctionnels (KPC) qui s'y rattachent. Ces dimensions sont dites fonctionnelles ou appelées caractéristiques clés (KC). La combinaison de ces KC permet ensuite de vérifier si la KPC peut être respectée ou non, c'est ce qu'on appelle la chaîne de cotes dimensionnelle. Cette relation est généralement représentée par une fonction :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.2)$$

Où  $Y$  est la KPC à être contrôlée et  $X_i$  les différentes KC qui influencent le résultat de  $Y$ .

Cette relation permet tout d'abord de calculer la valeur théorique (ou nominale) de la KPC. Pour ce qui est de sa tolérance, il existe plusieurs méthodes d'analyses, mais les plus

communes et à la fois les plus simples sont la méthode des limites min/max (WC<sup>9</sup>) et la méthode statistique (ST)<sup>10</sup>.

### 1.3.2.1 La méthode des Limites Min/Max (WC)

Une analyse de tolérance WC (Whitney, 2004) consiste à analyser la chaîne de cotes sous deux conditions. La première est lorsque les pièces sont au minimum de matière (*Least Material Condition LMC*) avec aucuns défauts d'orientation, de position ou de forme. La deuxième est lorsque les pièces sont au maximum de matière (*Maximum Material Condition MMC*) avec leurs défauts d'orientation, de position et de forme (condition virtuelle). Ainsi, les tolérances sont établies de sorte que 100 % des pièces fabriquées puissent être assemblées. La valeur nominale de la KPC est trouvée avec :

$$KPC_{\text{nominale}} = \sum_{i=1}^n p_i \cdot KC_{i, \text{nominale}} \quad (1.3)$$

Où  $p_i$  représente le poids des KC établi par le sens de la chaîne de cotes (voir paragraphe 1.3.1.1).

Les valeurs extrêmes de la KPC sont égales à :

$$LTS = KPC|_{LMC} \quad (1.4)$$

$$LTI = KPC|_{MMC} \quad (1.5)$$

et la variation totale de la KPC sera égale à :

$$\delta_{\text{totale}} = LTS - LTI \quad (1.6)$$

Si pour un assemblage de  $n$  composants, le composant ( $i$ ) possède une déviation  $\delta_i$ , dans le cas de tolérances bilatérales, par exemple, la résultante trouvée pour la KPC est :

$$KPC_{\text{nominale}} \pm \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (1.7)$$

<sup>9</sup> De l'anglais *Worst-Case*

<sup>10</sup> D'autres méthodes d'analyses de tolérances dites avancées ont été développées conjointement avec le domaine automobile (Chase 1999, Chase, Magleby et Glancy 1997, Ceglarek et Shi 1997)

La méthode WC est simple à appliquer. Elle présente toutefois un inconvénient majeur : l'intervalle de tolérances calculé ne reflète pas la réalité. Les probabilités que toutes les pièces se retrouvent simultanément à l'une ou l'autre des conditions extrêmes de matière sont faibles. Cela a pour conséquence la création d'intervalles de tolérances artificiellement petits, ce qui engendre une « surqualité » et une augmentation inutile des coûts.

### 1.3.2.2 La méthode statistique (RSS<sup>11</sup>)

La méthode statistique (Cox, 1986) consiste à traiter chaque variable de la chaîne de cotes comme une variable aléatoire suivant une distribution statistique. La plupart du temps, les distributions utilisées sont obtenues à partir d'une collecte de données effectuée *in situ*, ou sur des assemblages fabriqués spécialement pour identifier le comportement statistique du procédé. Dans le cas de tolérances bilatérales, la distribution normale est généralement utilisée, alors que dans le cas de tolérances unilatérales, c'est la distribution Weibull (Montgomery et Runger, 2007).

Signalons que dans le cas de l'addition de plusieurs variables aléatoires suivant des distributions statistiques quelconques, le théorème de la limite centrale (Montgomery et Runger, 2007) nous dicte que la fonction de densité de probabilités (PDF) de la résultante suivra toujours une distribution normale.

La méthode est basée sur un nombre toléré de défauts par assemblage. Les estimateurs  $\hat{\mu}$  et  $\hat{\sigma}$  sont utilisés pour identifier le comportement moyen et les dispersions de chaque procédé. Généralement, on admet pouvoir obtenir de bonnes estimations à partir d'un échantillonnage relativement restreint ( $n \leq 30$ ). Dans le cas de  $n$  composants ayant chacun une KC suivant

---

<sup>11</sup> De l'anglais *Root Sum Squares*

une distribution a priori  $N(\mu_i, \sigma_i)$  ou  $W(\mu_i^{eq}, \sigma_i^{eq})$ <sup>12</sup>, la valeur nominale de la KPC s'obtient à partir d'un développement en série de Taylor :

$$\mu_{KPC} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial Y}{\partial X_i} \right) \mu_i \quad (1.8)$$

La variance de la KPC résultant de l'assemblage de ces pièces sera égale à :

$$\sigma_{KPC}^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial Y}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_i^2 \quad (1.9)$$

Dans les deux équations précédentes,  $\left( \frac{\partial Y}{\partial X_i} \right)$  représente la dérivée partielle de la fonction  $Y$  par rapport à chacune des variables de  $X$  calculée aux valeurs moyennes des  $X_i$ . Cela permet de tenir compte de l'influence individuelle ou de la sensibilité de chaque KC sur la valeur de la KPC. Advenant le cas où il y aurait corrélation entre deux KC, nous pourrions en tenir compte en ajoutant à l'équation (1.9) les termes contenant les coefficients de corrélation  $\rho$  propres aux KC corrélées.

Le développement précédent est basé sur le principe de linéarisation à partir des séries de Taylor, où seulement le premier terme a été retenu. La moyenne et la variance sont respectivement les premier et deuxième moments algébriques de la fonction  $Y$ .

La valeur de la tolérance de la KPC dépend directement du niveau de confiance désiré. Le Tableau 1.2 présente les valeurs des tolérances en fonction du niveau de confiance ou de conformité désiré.

---

<sup>12</sup>  $W(\mu_i^{eq}, \sigma_i^{eq})$  représente une distribution Weibull dont les paramètres  $\mu_i^{eq}$  et  $\sigma_i^{eq}$  ont été estimés à partir d'une distribution Weibull de paramètres  $\beta$  (forme) et  $\lambda$  (échelle).

Tableau 1.2  
Tolérance en fonction du niveau de confiance

Niveau de confiance	Tolérance
95 %	$\pm 2 \sigma$
99,73 %	$\pm 3 \sigma$
3,4 ppm	$\pm 4,5 \sigma$

Ce pourcentage représente la proportion d'assemblages ou de pièces qui se retrouvent à l'intérieur de l'intervalle de tolérance établi. La Figure 1-13 montre la répartition des différents niveaux de confiance pour une distribution normale centrée.

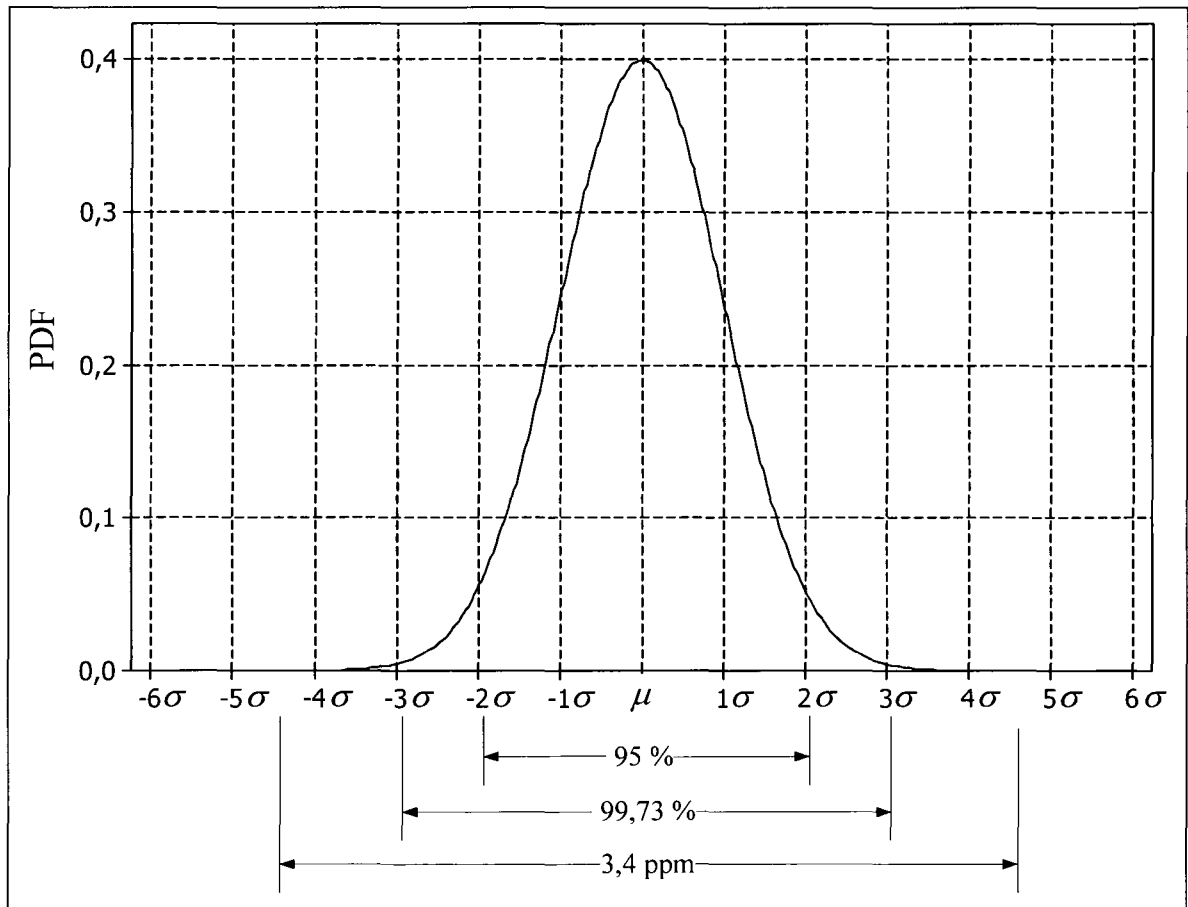


Figure 1-13 Illustration des niveaux de confiance pour une distribution normale centrée.

Par exemple, pour avoir un pourcentage de rejets inférieur ou égal à 0,27 % (niveau de confiance de 99,73 %), la tolérance d'une pièce devra être égale à  $\pm 3 \sigma$ .

Selon les recommandations du TC213<sup>13</sup>, le tolérancement statistique doit être employé de concert avec les indices de capabilité comme  $\hat{C}_{pk}$  ou  $\hat{P}_{pk}$ . Ceci permet de relier directement les tolérances aux procédés utilisés. La formule (1.10) est utilisée dans le cas d'une tolérance bilatérale (Knowles, March et Anthony, 2002), alors que la formule (1.11) est utilisée pour les tolérances unilatérales (Bothe, 2006).

$$\hat{C}_{pk}, \hat{P}_{pk} = \min \left[ \frac{USL - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\hat{\mu} - LSL}{3\hat{\sigma}} \right] \quad (1.10)$$

$$\hat{C}_{pk}, \hat{P}_{pk} = \frac{USL - \hat{x}_{50\%}}{\hat{x}_{99.865\%} - \hat{x}_{50\%}} \quad (1.11)$$

Ces indices de capabilité permettent :

1. d'avoir une idée du comportement de la distribution statistique par rapport aux bornes établies moyennant des indices adimensionnels faciles à interpréter;
2. de tenir compte du biais des distributions statistiques obtenues par rapport à la valeur cible (voir Figure 1-14).

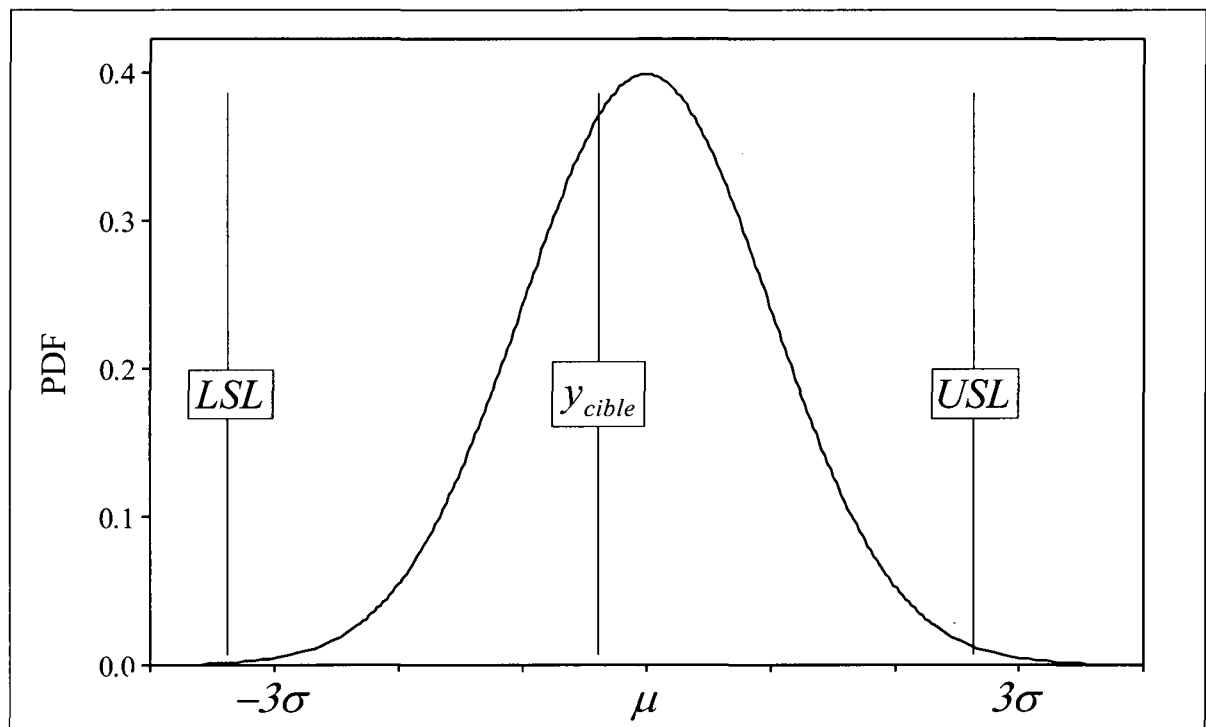
Le choix entre  $\hat{C}_{pk}$  et  $\hat{P}_{pk}$  dépend des estimateurs utilisés. Si le procédé est stable,  $\hat{C}_{pk}$  doit être utilisé, alors que dans les cas où le procédé est instable, l'indice approprié sera  $\hat{P}_{pk}$ .

La technique statistique donne donc une approximation plus réaliste des variations des KC et des KPC que la méthode WC. Elle tient compte des comportements réels des procédés utilisés. Il est également possible de tenir compte de la corrélation entre les variables, lorsqu'il y en a, grâce au coefficient de corrélation obtenu à partir des écarts-types de chaque

---

<sup>13</sup> Comité technique 213 de l'ISO : Spécifications et vérifications dimensionnelles et géométriques des produits

variable (Tahan et Castonguay, 2005a; 2005b). D'un autre côté, les inconvénients de la méthode statistique basée sur le premier terme de la série de Taylor sont principalement qu'elle ne s'applique qu'à des chaînes de cotes avec des faibles non linéarités et qu'elle peut parfois prédire un niveau de confiance légèrement supérieur à celui obtenu réellement pour de petits assemblages.



**Figure 1-14 Distribution biaisée par rapport à la valeur cible.**

### 1.3.3 Méthodes avancées d'analyses des tolérances

À partir des méthodes classiques (WC et RSS), des méthodes d'analyse de tolérances plus poussées ont été développées. Principalement basées sur la méthode statistique pour tenir compte de la capacité des procédés, ces méthodes sont divisées en 2 groupes, soit les analyses des tolérances et les analyses des déformations. L'utilisation de logiciels de conception assistée par ordinateur (CAO) a même permis l'intégration des analyses de déformations aux analyses de tolérances. Finalement, les analyses de sensibilité ont aussi été



développées. Ce sont des techniques qui permettent d'identifier les variables qui ont le plus d'effet sur la valeur de la KPC analysée.

Par exemple, dès 1958, Croft (Croft, 1958) présume que l'étendue des distributions statistiques des composantes dépasse les valeurs limites des tolérances. L'auteur fait l'hypothèse que les distributions statistiques des composantes suivent une distribution bornée (par exemple rectangulaire). De ce fait, l'utilisation de ce type de distribution permet d'ignorer l'effet d'un biais de la moyenne par rapport à la valeur cible. L'auteur affirme donc que ces hypothèses produisent une bonne approximation de la réalité.

L'approximation à partir des séries étendues de Taylor (Chase, Magleby et Glancy, 1997) est une autre méthode d'analyse de tolérances. Lorsque l'équation de base  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  peut être établie analytiquement et que les dérivées partielles sont calculables, les moments statistiques de la fonction  $Y$  peuvent être calculés à partir de formules basées sur l'équation suivante, qui elle est basée sur une série de Taylor d'ordre six.

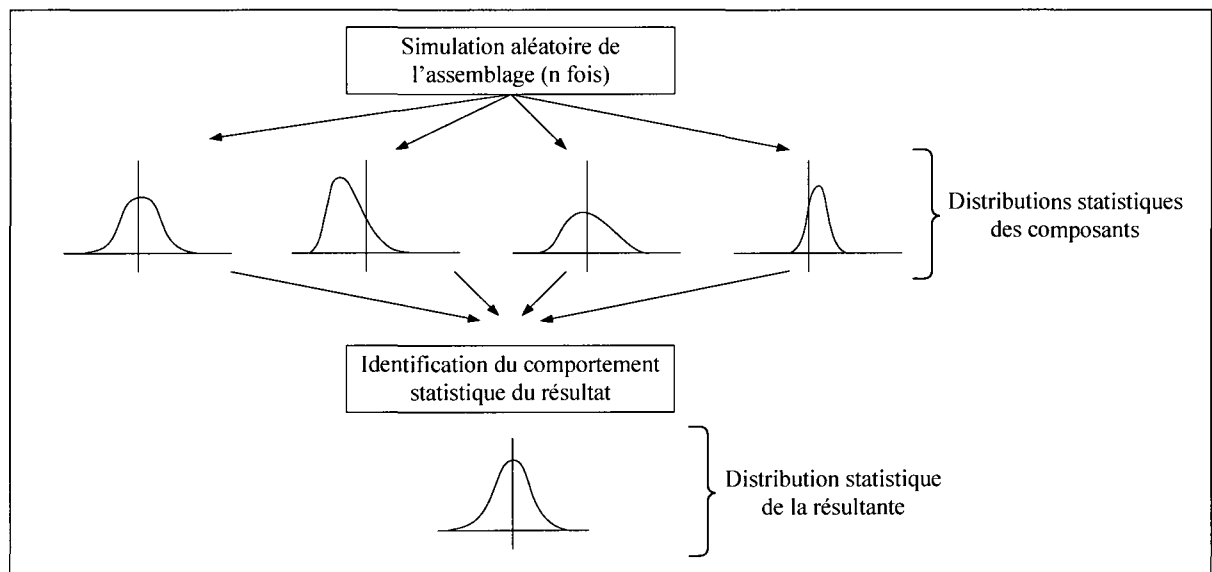
$$\begin{aligned}
 Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) &= f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_a (X_a - \mu_a) f_a + \frac{1}{2!} \sum_{ab} (X_a - \mu_a)(X_b - \mu_b) f_{ab} + \dots \\
 &+ \frac{1}{2!} \sum_{ab} (X_a - \mu_a)(X_b - \mu_b)(X_c - \mu_c)(X_d - \mu_d)(X_e - \mu_e)(X_f - \mu_f) f_{abcdef} + o[X - \mu]^6
 \end{aligned}
 \tag{1.12}$$

Lorsque les dérivées partielles de l'équation de base ne peuvent être obtenues analytiquement, l'on peut procéder par intégration numérique. Donc, pour une fonction  $h(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , l'espérance de  $h$  est obtenue par l'intégrale suivante :

$$E\{h\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h(X_1, X_2, \dots, X_n) \prod_k \omega_k(X_k) dX_k \tag{1.13}$$

où les  $X_k$  sont des variables aléatoires indépendantes de distributions connues  $\omega_k(X_k)$ . La valeur de  $E\{h\}$  peut ensuite être approximée en utilisant la méthode de quadrature décrite par Evans (Evans, 1967; 1971; 1972).

Dans le cas de l'analyse de tolérances non linéaires (Whitney, 2004), la méthode de simulation de type Monte Carlo (voir Figure 1-15) est la plus simple et la plus populaire. Elle consiste à simuler l'assemblage d'un produit. Tout d'abord, chaque variable est considérée comme une variable indépendante suivant une distribution statistique quelconque. Ensuite, l'équation de la chaîne de cotes est établie et l'assemblage est simulé un certain nombre de fois. Les données recueillies pour les résultats de l'assemblage sont traitées avec les méthodes statistiques descriptives qui permettent ensuite de déduire le comportement statistique de la résultante de la chaîne de cotes.



**Figure 1-15 Simulation de type Monte Carlo.**

D'autres techniques d'analyses de tolérances basées sur la fonction tolérances-coûts de Taguchi (Chase, 1999; Chase, Magleby et Glancy, 1997) ont aussi été développées. Ces techniques permettent d'optimiser les tolérances en minimisant les coûts des procédés de fabrication et d'assemblage. L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle exige une connaissance approfondie du comportement statistique des procédés utilisés.

Les analyses de déformation des corps rigides peuvent aussi être utilisées. Généralement, la méthode par éléments finis (FEM<sup>14</sup>) est jumelée à l'une des techniques d'analyse de tolérances décrites à la section précédente. Les méthodes d'analyses émergeant de ces jumelages sont très précises et augmentent de beaucoup la complexité des assemblages que l'on peut analyser. Les principales sont décrites ci-après.

Le modèle des poutres flexibles (Ceglarek et Shi, 1997) est l'une des techniques les plus appliquées dans le domaine automobile, où les pièces structurales sont principalement des pièces de métal en feuille (voir Figure 1-16).

Le calcul des déformations d'un assemblage se fait à partir de la formule  $\{\Delta\} = -[K]^{-1}[\beta]^T[k]\{\delta_s\}$  où :

- $\{\Delta\}$  représente la matrice de déformation de la structure;
- $[K]$  représente la matrice de rigidité de l'assemblage;
- $[\beta]^T$  représente la matrice de compatibilité des éléments;
- $[k]$  représente la matrice des contraintes de localisation des éléments;
- $\{\delta_s\}$  représente la matrice des défauts de fabrication des composants.

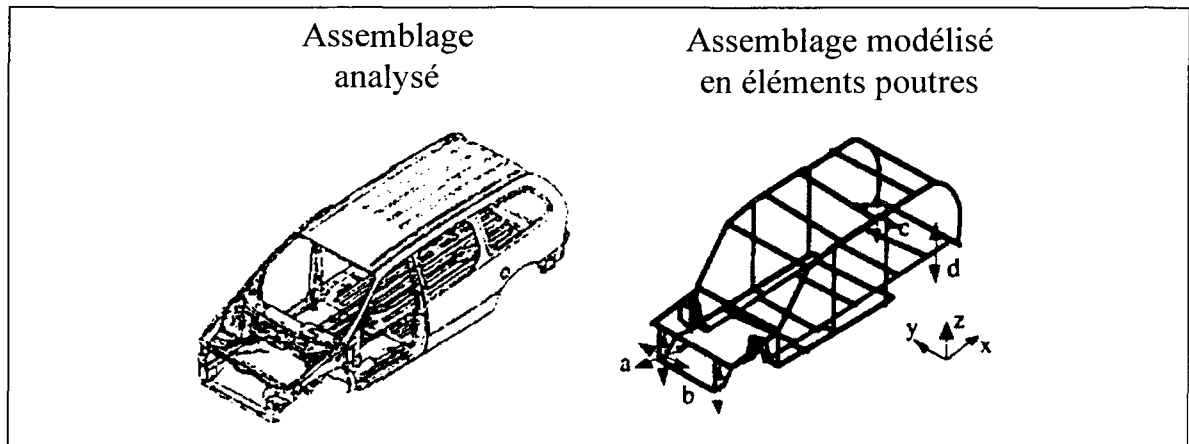
Cette méthode a aussi été adaptée afin de pouvoir tenir compte des variations induites sur une ligne d'assemblage à stations multiples (Yu et al., 2005). Ainsi, il est possible d'ajouter l'erreur de chaque gabarit utilisé dans l'assemblage de la structure des véhicules.

Il existe aussi la méthode par analyse des jeux et des contacts basée sur la FEM (Kang et al., 2006) qui s'effectue en deux étapes :

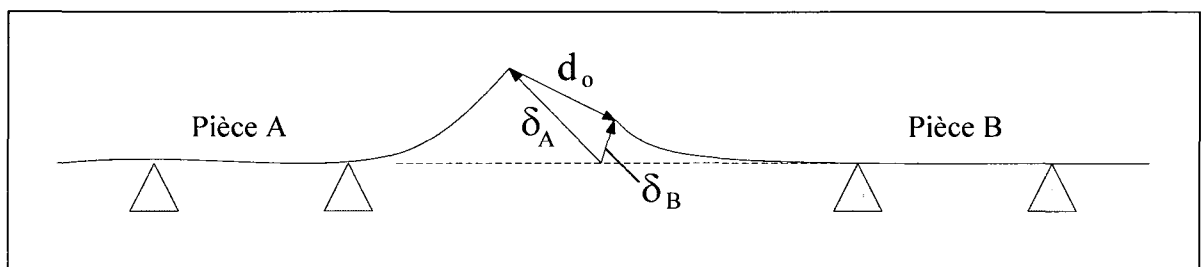
1. l'établissement des relations géométriques entre les pièces où les relations sont représentées par une matrice de rigidité, et où les pièces sont modélisées avec des « super-éléments » (voir Figure 1-17);
2. une analyse statistique de tolérances, généralement la méthode Monte Carlo.

---

<sup>14</sup> De l'anglais Finite Elements Method



**Figure 1-16 Modélisation par éléments poutres flexibles<sup>15</sup>.**



**Figure 1-17 Exemple d'un jeu entre deux « surper-éléments ».**

La simulation Monte-Carlo directe, DMCS<sup>16</sup> (Liu et Hu, 1997) est une autre méthode d'analyse de déformations intégrée à une analyse de tolérances. Une fois la chaîne de cotes établie, la simulation Monte-Carlo est effectuée afin d'obtenir la valeur de la résultante et pour chaque simulation, une analyse par FEM est effectuée. Les résultats sont ensuite stockés jusqu'à ce qu'il y ait assez de données pour permettre d'identifier la distribution statistique de la résultante.

<sup>15</sup> Tiré de (Shiu et al., 2002)

<sup>16</sup> De l'anglais *Direct Monte Carlo Simulation*

### 1.3.4 Discussion

Toutes les méthodes avancées permettent généralement d'étudier des assemblages complexes d'une manière plus raffinée que la méthode WC ou la méthode RSS. Elles tiennent compte du comportement statistique des procédés. Par contre, il serait très difficile de les appliquer dès le début du processus de conception chez Nova Bus, pour plusieurs raisons :

1. Elles sont mathématiquement complexes et leur application se fait de concert avec des logiciels de modélisation 3D (VSA 3D<sup>®</sup>, CE/TOL<sup>®</sup>). Cela nécessite donc une excellente connaissance des logiciels pour minimiser les temps de calcul et un équipement informatique puissant.
2. Elles requièrent les distributions statistiques spécifiques de chaque composant. Contrairement à l'analyse statistique standard où l'on utilise des estimateurs, cela exige un nombre important de données afin de ne pas avoir de distributions statistiques biaisées ou carrément erronées.
3. Chaque ajustement de procédé ou modification de pièce nécessiterait une nouvelle analyse de tolérance. Sachant qu'en début de conception tout peut changer, des sommes importantes de temps et d'argent pourraient potentiellement être perdues.
4. Les méthodes statistiques avancées sont plus appropriées à des productions à haut volume où les données relatives aux procédés sont abondantes, et où le temps alloué au développement est beaucoup plus long que dans le contexte actuel chez Nova Bus.

Pour modéliser les variations dimensionnelles et géométriques d'une structure soudée à SFDL, la méthode statistique appliquée à travers une simulation numérique de type Monte-Carlo devient un outil relativement rapide et efficace. En tenant compte du théorème de la limite centrale, l'utilisation des estimateurs de distributions statistiques pour les variables des chaînes de cotes n'exigerait qu'une étude statistique sommaire des procédés. Cela favoriserait donc son utilisation en début de phase de conception et c'est cette méthode qui sera retenue dans ce mémoire.

## **1.4 Les sources de variations et de dispersion**

Dans la plupart des travaux effectués de concert avec l'industrie automobile, la principale source d'erreur étudiée provient de l'outillage (Xiong et al., 2002). Cela vient du fait que les pièces sont majoritairement fabriquées de tôlerie (métal en feuille) et qu'elles sont positionnées à partir de systèmes de localisation trou-trou oblong.

Dans notre cas (structure tubulaire soudée), les tubes sont principalement localisés par des butées et la plus importante source de variation est due au retrait dimensionnel dans le procédé de soudage. Cela rend donc difficile l'application directe des techniques d'analyses de variations développées par le secteur automobile.

D'autre part, une autre importante source de variations est l'assemblage en stations multiples. Il a été démontré que selon les différentes méthodes de localisations (Cheraghi, Liu et Weheba, 2005; Gou et al., 2000), la séquence d'assemblage et l'outillage utilisé (Huang et al., 2007a; Huang et al., 2007b; Xiong et al., 2002) sont des sources de variations non négligeables. Il faut donc s'assurer de les inclure dans les simulations qui seront effectuées dans le cadre de ce mémoire.

## **1.5 Conclusion**

Dans ce mémoire, le tolérancement dimensionnel et géométrique (GD&T) selon la norme ASME Y14.5M sera utilisé pour l'interprétation des tolérances de la structure fabriquée à SFDL. Le GD&T servira à compléter la cotation fonctionnelle des assemblages, car le tolérancement dimensionnel utilisé seul ne sera pas suffisant pour représenter adéquatement les variations géométriques de la structure.

La chaîne de cotes traditionnelle, lorsqu'applicable, sera utilisée dans les analyses de variations. Cette technique simplifiera l'interprétation des KPC de la structure. De plus, les autres techniques de modélisation des tolérances ne sont pas appropriées au contexte de développement de Nova Bus. Les temps de développement très courts, la faible quantité de

données qualifiant les procédés et les ressources informatiques disponibles étant limitées, il serait inapproprié d'utiliser les méthodes basées sur les torseurs des petits déplacements ou sur les domaines d'écarts et des jeux. Pour ce qui est de la méthode CLIC, celle-ci exigerait tout d'abord une formation plus approfondie des divers intervenants, afin de l'utiliser correctement. Encore une fois, à cause des délais de développement courts, cette méthode n'a pas été retenue.

Les analyses de tolérances seront effectuées à l'aide de la méthode RSS et jumelées aux indices de capabilité. Cela nous permettra de tenir compte de l'influence des procédés utilisés et d'avoir des tolérances plus réalistes qu'avec la méthode des limites min/max. Les analyses de tolérances avancées sont laissées de côté principalement à cause du contexte de développement de Nova Bus. Les simulations de types Monte Carlo seront utilisées pour modéliser les variations de la structure. L'application de cette technique étant plutôt simple, elle convient tout à fait au contexte de développement de l'entreprise. Finalement, plusieurs sources de variations devront être considérées dans notre étude :

- les variations intrinsèques aux procédés de fabrication des pièces primaires;
- les variations intrinsèques aux procédés d'assemblage de ces pièces, principalement le fait d'utiliser des gabarits multiples, ainsi que le retrait induit par le procédé de soudage.

## CHAPITRE 2

### RESTRUCTURATION DU SYSTÈME RÉFÉRENTIEL

Avec sa norme STD5026,1 *Coordinate Systems for Heavy Vehicles*, la compagnie Volvo Bus propose d'établir un système référentiel (*Datum Reference Frame DRF*) global et normalisé pour tous ses autocars. Le but d'une telle démarche est d'uniformiser les procédures de conception et de fabrication au niveau mondial<sup>17</sup>. Le système est construit à partir du plancher du véhicule pour la référence en hauteur (désigné comme l'axe Z), du plan central du véhicule pour la référence en largeur (désigné comme l'axe Y) et du centre de chaque essieu (Avant/*Front*, Arrière/*Rear*) pour les références en longueur (désignés comme axes X-FA et X-RA) (voir Figure 2-1).

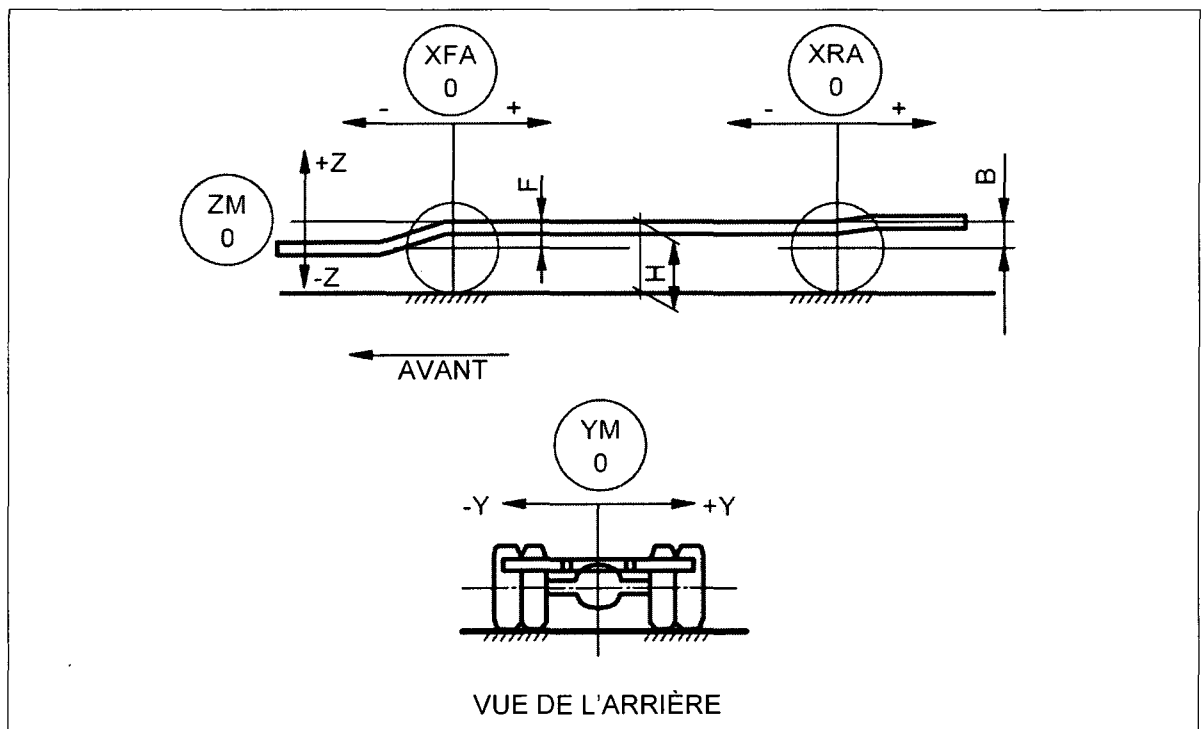


Figure 2-1 Système de coordonnées principal proposé par Volvo.

<sup>17</sup> La compagnie Volvo Bus opère plus de 13 sites de production à travers le monde.



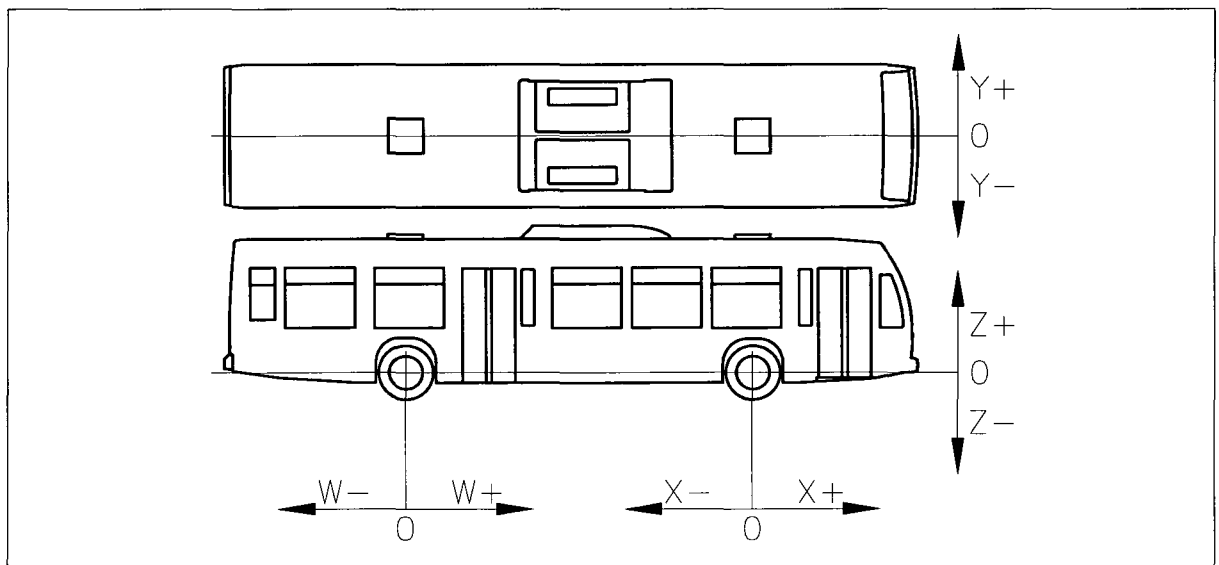
Par conséquent, ce standard gère les DRF des trois (3) modules principaux, soit :

1. le groupe moteur;
2. le système de transmission;
3. la structure.

Dans le cadre de nos travaux, seul le système référentiel de la structure sera analysé. Les DRF des autres modules et sous-modules n'étant pas gérés par ladite norme.

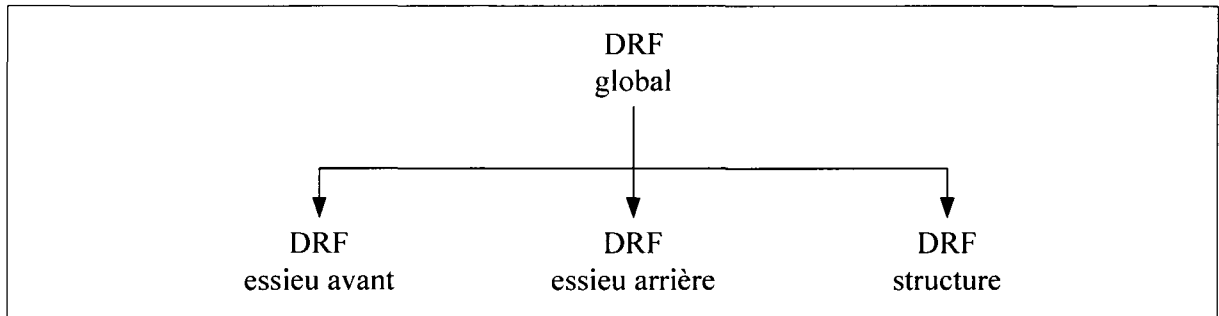
## 2.1 Description du système de référentiels actuel du NOVA LFS®

Pour le DRF global de l'autobus Nova LFS® fabriqué à Saint-Eustache (voir Figure 2-2), à l'exception des essieux et de la structure, aucun autre système référentiel n'avait été établi officiellement pour le restant des modules et de leurs sous-modules respectifs. Il nous a donc fallu restructurer les DRF avant de pouvoir analyser la propagation des variations à travers les stades d'assemblage.



**Figure 2-2 Système de référentiels global du Nova LFS.**

Selon une approche qui se veut avant tout commode pour l'usage général, la hiérarchisation des systèmes de référentiels a été établie sur 2 niveaux, le premier est le DRF global, et le deuxième comporte les modules « structure » et « essieux » (voir Figure 2-3).



**Figure 2-3 Hiérarchisation actuelle des DRF du Nova LFS.**

Avec un tel système de gestion des DRF, il est très difficile, voir même impossible, de vérifier (ou de prévoir) si les KPC établies par les départements de conception et de marketing seront respectées pour le produit final.

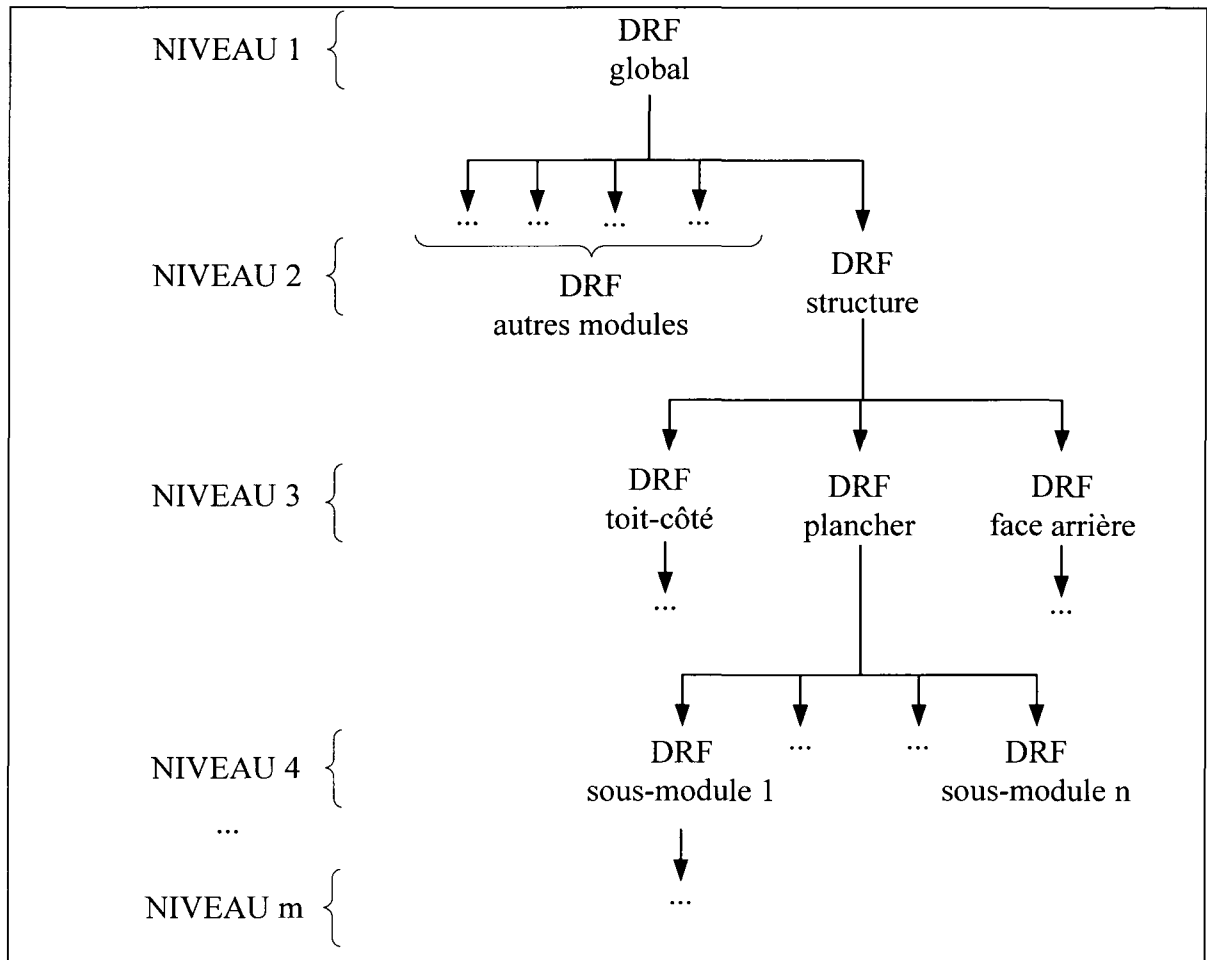
En effet, pour vérifier le respect d'une KPC, une analyse de variations doit être effectuée pour s'assurer que l'amplitude des variations de la KPC demeure à l'intérieur des limites tolérées et établies par l'ingénierie. Évidemment, cette analyse exige une cotation fonctionnelle sur les dessins d'ingénierie et sur les devis techniques. Pour se faire, elle doit être effectuée à partir des référentiels établis sur tous les composants géométriques qui ont une influence sur la KPC étudiée. Avec le système actuel, uniquement trois composantes (structure et deux essieux) sont gérés par le système référentiel. Tous les composants d'habillage, de climatisation, de ventilation et même des composants critiques comme le groupe-moteur et le système de transmission ne sont pas inclus dans le système de référentiels.

Pour assurer l'assemblabilité et l'interchangeabilité des composants et ainsi atteindre l'objectif ultime d'augmenter la cadence, le système de gestion des référentiels doit être impérativement revu :

1. tous les composants, sans exception, doivent se voir attribuer un système de référentiels à partir de leurs interfaces d'assemblage respectives;
2. la hiérarchisation des différents systèmes de référentiels doit être corrigée pour s'assurer qu'ils permettent d'établir les relations fonctionnelles entre n'importe quels deux composants installés sur le véhicule.

## 2.2 Présentation du système référentiel proposé pour la structure NOVA LFS®

Comme mentionné précédemment, nous analysons uniquement le système référentiel de la structure. Nous avons défini les niveaux inférieurs de référentiels de la structure à partir du DRF global du véhicule tel que proposé dans la norme STD5026-1.

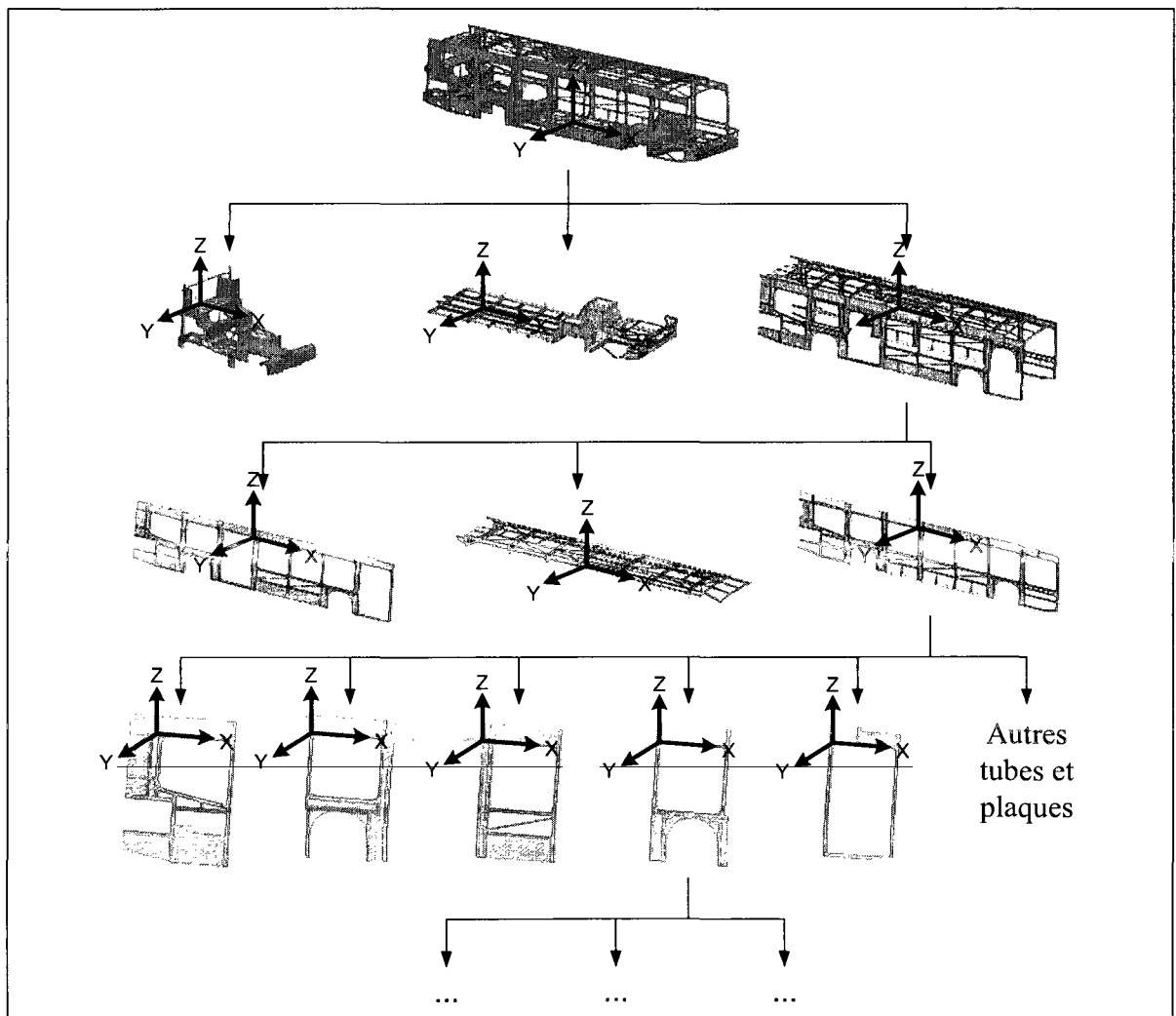


**Figure 2-4 Hiérarchisation du système de référentiels de la plateforme 2010.**

Nous avons proposé une décomposition en modules selon  $m$  niveaux d'assemblage, dont chacun possède ses propres références (voir Figure 2-4). Si possible, ces modules sont décomposés en sous-modules qui possèdent eux aussi un système de référentiels, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on atteigne les DRF des pièces primaires. De cette façon, il est maintenant possible de procéder à des analyses et des simulations de variations d'une manière structurée et qui reflète l'assemblage effectué à l'usine de SFDL. La Figure 2-5

donne un exemple de hiérarchisation sur quatre (4) niveaux du système de références de la plateforme 2010.

Signalons qu'un DRF de niveau hiérarchique inférieur doit être contrôlé dans le niveau supérieur immédiat. C'est-à-dire que lors de la définition d'un assemblage, les sous-modules qui le constituent doivent être localisés par leurs DRF, et ce, à l'aide de spécifications (dimensions jumelées avec des tolérances). Cela permet de tenir compte des variations inhérentes au procédé d'assemblage utilisé à un niveau prédéterminé.



**Figure 2-5 Représentation des quatre premiers niveaux du système de référentiels de la plateforme 2010.**

### 2.3 Conclusion

Le système référentiel de la structure NOVA LFS® a été redéfini. Ceci nous permet d'organiser le traitement lors des analyses de variations qui permettront de valider les KC de la structure du véhicule (création de liens « cause à effet » entre spécifications géométriques sur un composant et les KPC du véhicule). Ce système de référentiels nous servira aussi lors de la validation de l'outillage et de l'estimation de la capacité du procédé de fabrication de la structure.

Signalons que pour compléter le travail, nous devons aussi attribuer des systèmes référentiels aux autres composants du véhicule (moteur et transmission). Ceci nous permettra alors de compléter toutes les analyses de tolérances pour valider les KPC du véhicule (par exemple, les requis sur l'alignement des essieux, l'alignement du groupe-moteur avec le système de transmission, etc.). Cette partie du travail ne faisait pas partie du mandat qu'on nous a soumis, nous ne l'avons donc pas effectué.

Pour terminer, il faut noter que dans une situation idéale les requis fonctionnels du véhicule seraient le point de départ de la conception du système de référentiels. Dans le cas de la structure du Nova LFS-PF 2010, le développement du véhicule n'étant pas terminé, les références des différents sous-assemblages ont été construit d'une façon logique qui permet du même coup de minimiser les variations. Cela fait en sorte que certains requis risquent de ne pas être rencontrés au début de la production, et que des modifications des nouveaux gabarits construits seront probablement nécessaires.

## **CHAPITRE 3**

### **SOURCES DE VARIATION ET TRANSMISSION DE LA DISPERSION**

La fabrication de la structure se fait essentiellement en deux étapes : la fabrication des pièces primaires (tubes et tôles) et l'assemblage de ces pièces. Dans le premier cas, nous parlons plutôt des procédés de découpage, de pliage et de perçage. Dans le deuxième cas, nous parlons principalement du procédé de soudage et accessoirement du collage. Par conséquent, deux catégories de variations ont été identifiées dans le processus de fabrication de la structure :

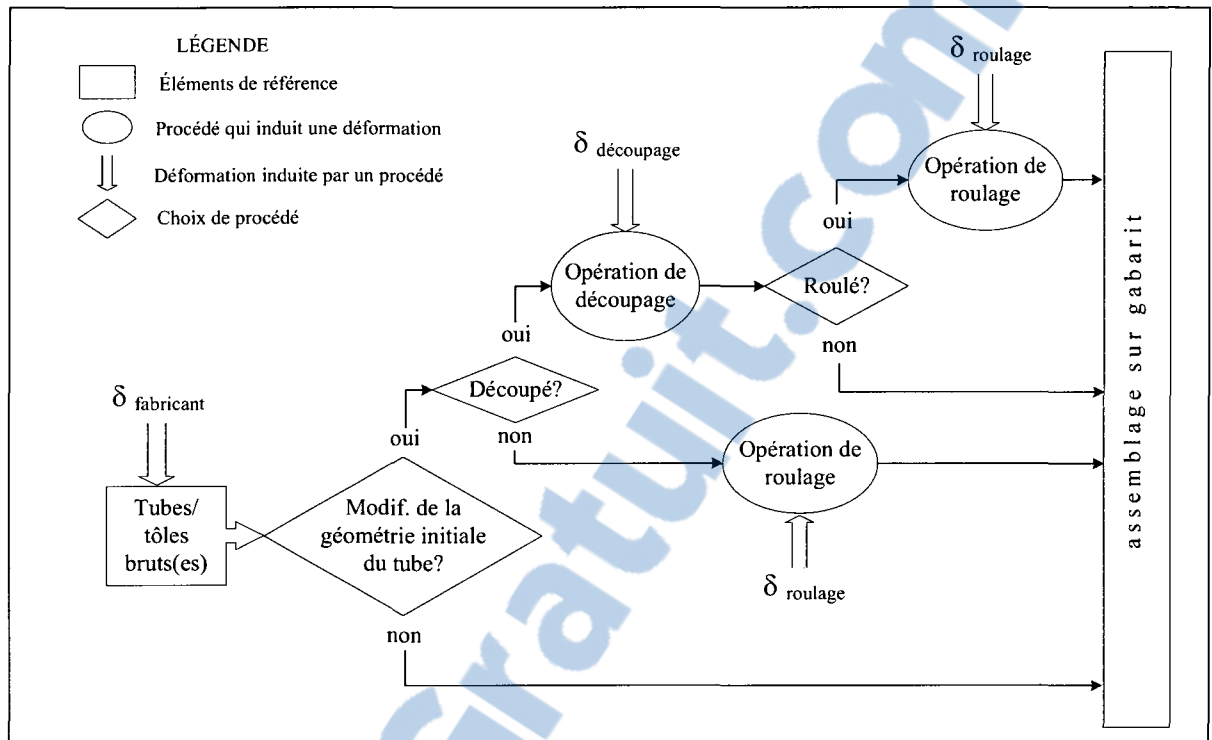
1. celles inhérentes aux procédés de fabrication des pièces primaires;
2. celles inhérentes aux procédés d'assemblage de la structure.

#### **3.1 Variations inhérentes aux procédés de fabrication des pièces primaires**

La Figure 3-1 représente schématiquement le processus de fabrication des pièces primaires (tubes) et montre à quels moments les variations sont introduites et modélisées. Signalons que ce schéma est propre à l'usine de SFDL. Il reflète le processus actuel et n'est donc pas généralisable pour d'autres applications; par contre, il peut être transférable à des applications similaires.<sup>18</sup>

---

<sup>18</sup> Lors de discussions avec la compagnie consœur Volvo – Prévost Car® nous avons pu démontrer que notre démarche s'appliquait à leur cas. La similitude des procédés de fabrication justifie une telle conclusion.



**Figure 3-1 Sources des variations dans le processus de fabrication des pièces primaires.**

Par ordre chronologique du processus de réalisation, il y a l'erreur due à la fabrication de la pièce primaire chez le fabricant de tubes. Les spécifications techniques du fabricant montrent une tolérance de  $\pm 0,05$  mm sur les dimensions de la section du tube (tolérance appliquée sur le profil des tubes). Nous négligerons cette tolérance dans les analyses de variation puisqu'elle ne représente qu'environ 2,5 % de l'erreur totale, comparativement aux déformations de  $\geq 2$  mm généralement rencontrées en soudage.

Les opérations de fabrication qui sont effectuées à l'usine de SFDL sont le coupage et le roulage des tubes. Le coupage des tubes s'effectue avec une scie de marque Kaltenbach®, alors que le roulage s'effectue sur une machine à rouler de marque Roundo®.

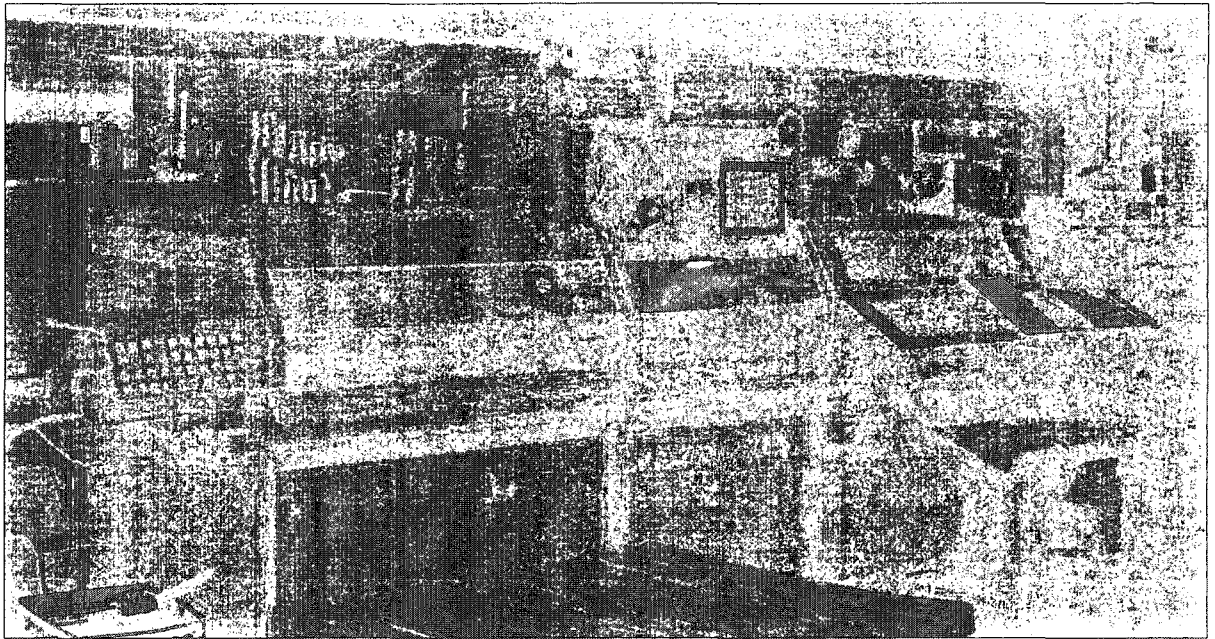


Figure 3-2 Scie Kaltenbach® pour couper les tubes.

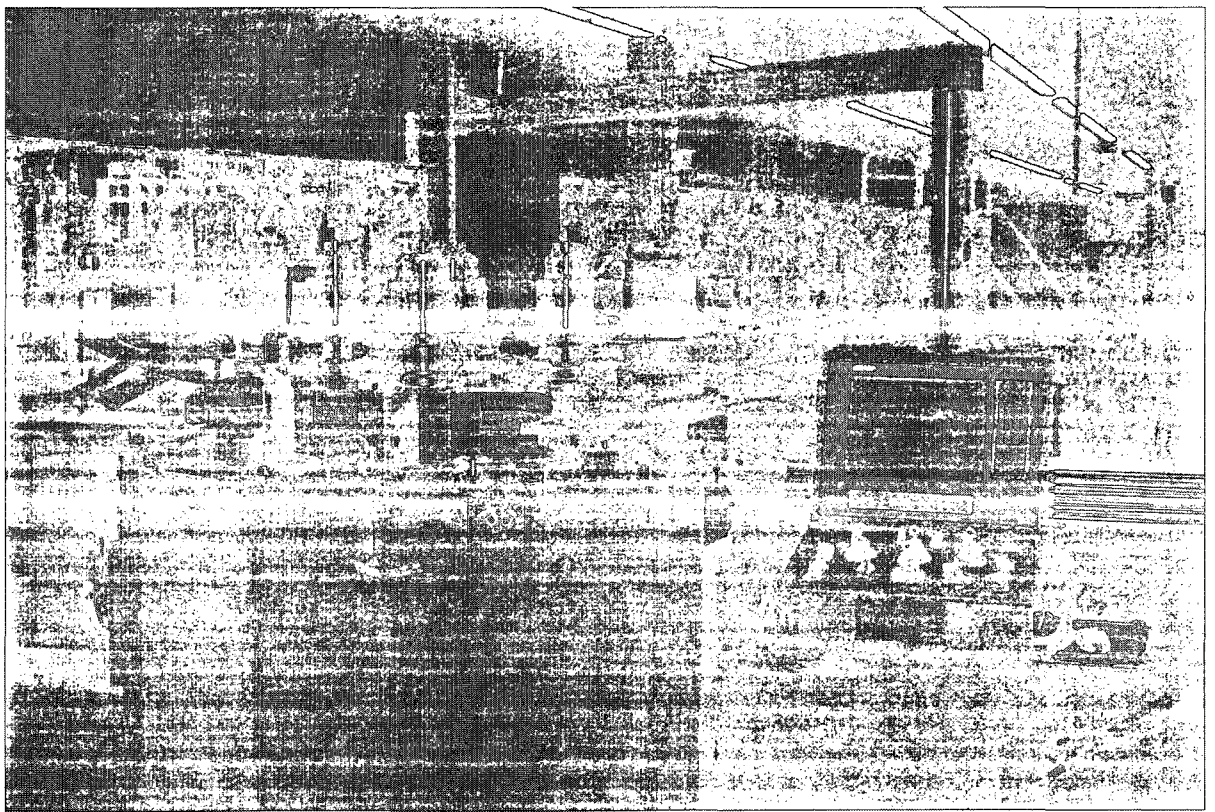


Figure 3-3 Machine Roundo® pour cintrer les tubes.



Le Tableau 3.1 présente l'erreur limite pour les machines de coupage et de roulage des tubes, selon les spécifications techniques des fabricants.

Tableau 3.1  
Erreurs systématiques des machines de coupage et de roulage des tubes

Machine	Erreur limite selon les fabricants (intervalle de confiance de 99,73 %, $\pm 3\sigma$ )
Kaltenbach	$\pm 1$ mm (tolérance sur la longueur)
Roundo	2 mm (tolérance de profil)

Des mesures expérimentales ont été réalisées sur des assemblages réels à SFDL pour évaluer le niveau réel des variations de ces deux procédés. En considérant ces derniers comme stables<sup>19</sup>, un test de normalité et une analyse de la distribution de chaque groupe de données ont été effectués. Le Tableau 3.2 présente le sommaire des résultats obtenus. Ces derniers ont été exprimés selon un niveau de confiance de 95 %. Cette dernière valeur sera employée par défaut dans les analyses subséquentes (voir l'Annexe I pour le détail des calculs).

Tableau 3.2  
Erreurs des machines de coupage et de roulage des tubes

Procédé	Moyenne (mm)	Écart-type (mm)	Normalité <sup>20</sup>
roulage	$\mu_{\text{roulage}} = 0,55 \pm 0,09$	$\sigma_{\text{roulage}} = 0,25 \pm 0,06$	À priori
coupage	$\mu_{\text{coupage}} = -0,2 \pm 0,11$	$\sigma_{\text{coupage}} = 0,48 \pm 0,10$	À priori

Concrètement, il est très difficile d'améliorer les déformations provenant du roulage des tubes. Ces variations proviennent essentiellement du gonflement des tubes lors du roulage. C'est une conséquence intrinsèque à ce type de procédé.

<sup>19</sup> Par « procédé stable », nous désignons un procédé ergodique, c'est-à-dire un procédé qui respecte les règles de contrôle statistique selon Montgomery et al., 2007.

<sup>20</sup> Évaluée à partir des analyses effectuées dans Minitab® et basée sur le critère Anderson-Darling. Ce test sera utilisé pour les analyses subséquentes.

Par contre, pour le procédé de coupage, une correction de 0,2 mm sur la position de la butée de positionnement permettrait de repositionner le procédé sur sa valeur cible. De plus, le contrôle et l'entretien régulier de la machine augmenterait sa répétitivité, et ce, sans nécessiter de coûts importants.

### 3.2 Variations inhérentes aux procédés d'assemblage de la structure

Deux types de variations sont induits dans le procédé d'assemblage de la structure, soit celles dues à l'erreur de montage dans les gabarits, et celles qui sont créées par le retrait causé par les soudures. La Figure 3-4 présente schématiquement le processus d'assemblage de la structure et nos choix quant à la modélisation des sources de variation. Encore une fois, les mêmes précautions doivent être prises avant de généraliser l'approche. Nous prétendons que le modèle, tel que proposé, reflète uniquement le processus d'assemblage de SFDL.

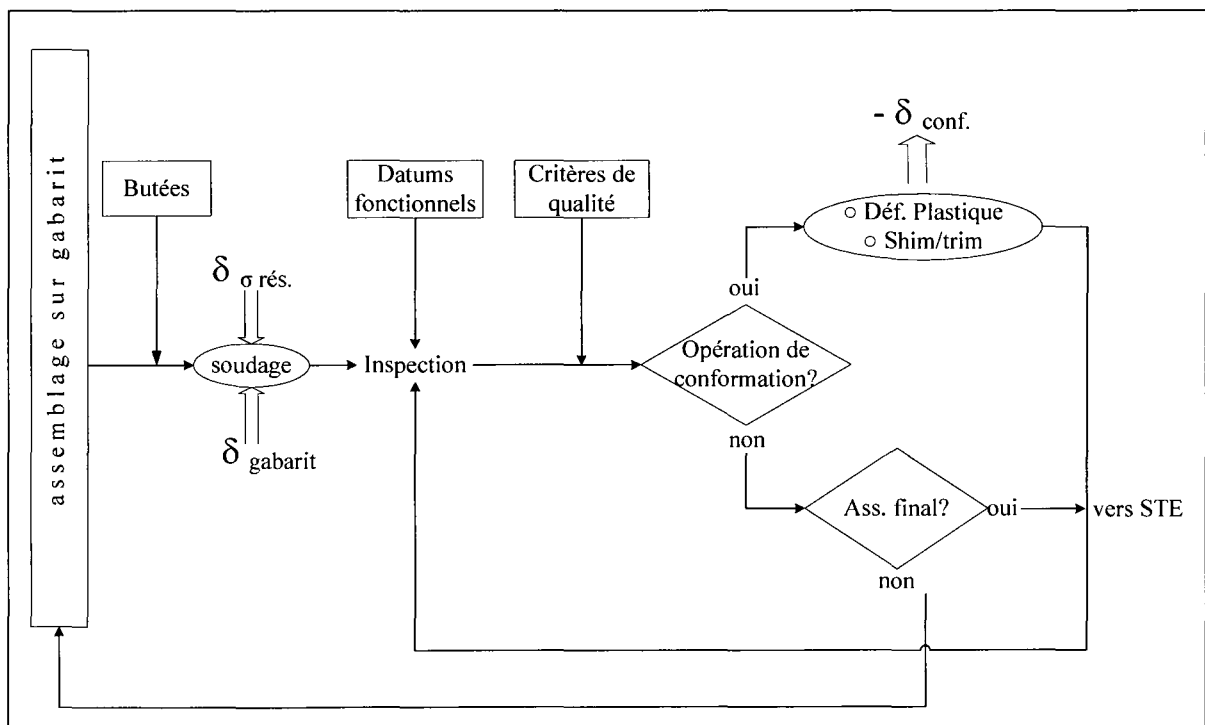


Figure 3-4 Sources des variations dans le processus d'assemblage de la structure.

L'erreur de montage dans les différents gabarits de soudage se reflète tout au long de la fabrication de la structure. C'est-à-dire qu'à chaque fois qu'un gabarit est utilisé, on doit en tenir compte. La dextérité et la vigilance de l'opérateur sont donc des facteurs clés pour minimiser cette erreur. De plus, les projections de soudure non nettoyées sur les butées peuvent elles aussi affecter significativement la répétitivité et la précision du gabarit. Il est alors primordial qu'un programme d'entretien et de contrôle des gabarits soit mis sur pied et appliqué rigoureusement.

Différents moyens sont employés pour contrôler ce type d'erreur. L'utilisation de serres, la numérotation de ces dernières et l'usage de butées à ressort jumelées avec des butées fixes aident beaucoup (voir Figure 3-5). Dans tous les cas, l'idée de base demeure la même : la minimisation de l'interprétation de l'opérateur (erreur du facteur humain) lors du montage des pièces dans les gabarits.

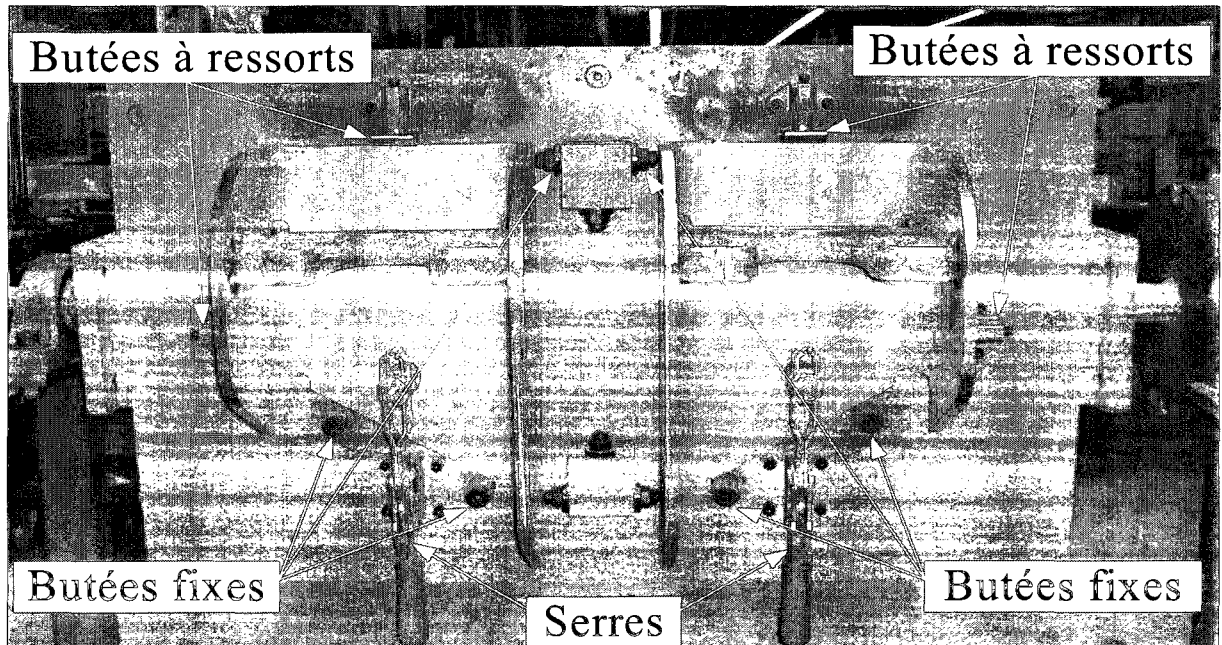


Figure 3-5 Gabarit d'assemblage avec serres, butées fixes et à ressorts.

Selon un rapport interne sur la répétabilité de l'outillage à l'usine de Saint-François-du-Lac (Conraud, Patenaude et Jacques, 2006), l'erreur due au positionnement des tubes dans les différents gabarits suit une distribution normale ayant les paramètres suivants  $\mu_{x_g} \approx 0$  mm et  $\sigma_{x_g} = 0,16$  mm (voir Tableau 3.3).

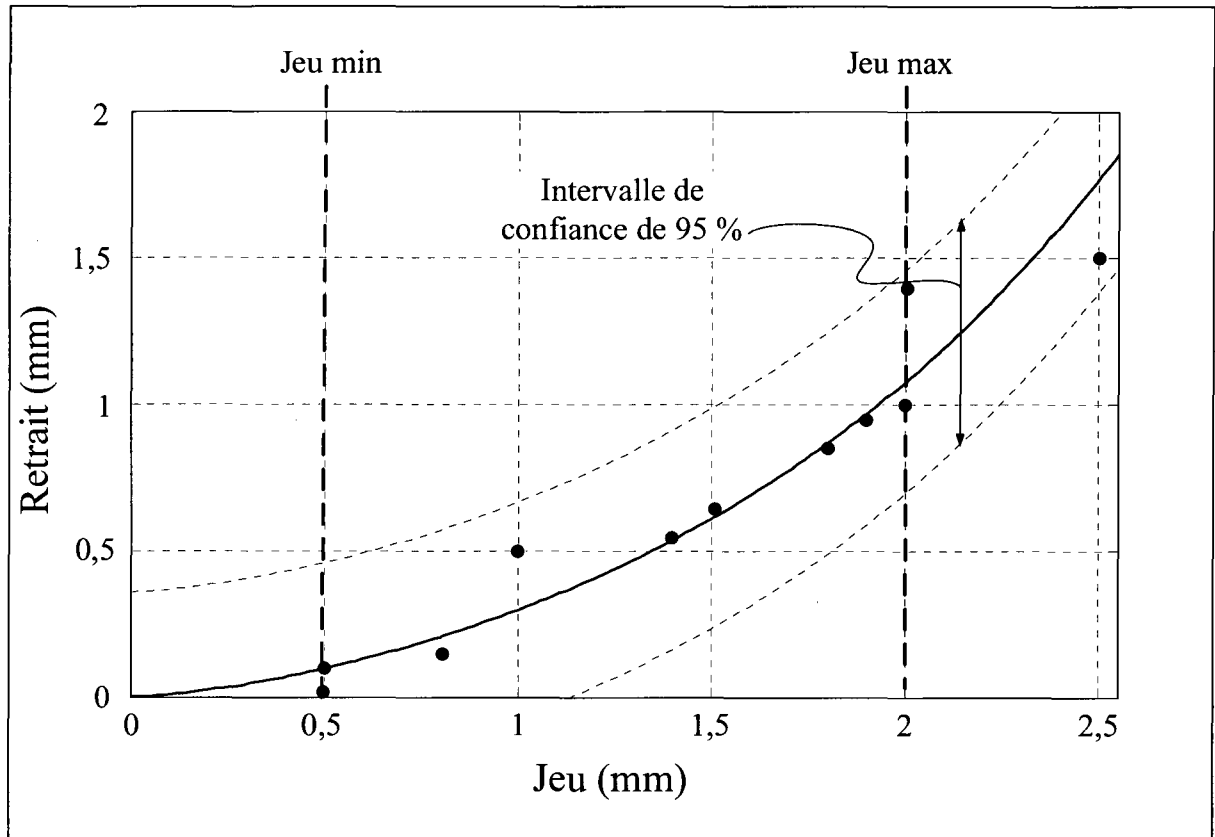
Tableau 3.3  
Erreur du procédé de montage des pièces

Procédé	Moyenne (mm)	Écart-type (mm)	Normalité
montage	$\mu_{\text{montage}} = 0 \pm 0,05$	$\sigma_{\text{montage}} = 0,16 \pm 0,08$	À priori

### 3.2.1 Modélisation du retrait dû à la soudure

Le phénomène de la variation provenant du retrait dû à la soudure mérite une analyse plus approfondie. L'ANNEXE II présente les hypothèses effectuées ainsi que la démarche analytique complète que nous avons développée pour identifier une fonction pour le retrait. À partir des données obtenues expérimentalement sur des tests effectués à l'usine de SFDL, nous avons pu modéliser le phénomène. En premier lieu, une analyse de sensibilité nous a permis de discerner les facteurs influents dans le procédé. De tous les facteurs retenus (opérateur, type de soudure, épaisseur de tube, longueur de tube, etc.), un seul est apparu comme dominant : le jeu entre les composants avant la soudure.

À ce stade, une modélisation a été possible pour évaluer le retrait (mm) en fonction de la grandeur du jeu (mm) obtenu entre deux pièces. La Figure 3-6 présente la courbe obtenue pour la fonction approximée du retrait, ainsi que son intervalle de confiance (niveau de vraisemblance établi à 95 %). Les mesures expérimentales y sont également indiquées.



**Figure 3-6 Courbe de la fonction approximée du retrait.**

Pour une forme analytique du phénomène, nous avons opté pour la formule empirique (3.1). Une régression non linéaire a été effectuée pour estimer la valeur des paramètres  $\nu$  et  $\lambda$ . Le Tableau 3.4 présente les valeurs des estimateurs des paramètres obtenus

$$x_{\text{retrait } \backslash \text{jeu}} = f(x_{\text{jeu}}) = -1 + e^{\lambda \cdot x_{\text{jeu}}^\nu} \quad (3.1)$$

**Tableau 3.4**  
Valeurs des paramètres de la fonction empirique du retrait

Paramètre	Valeur
$\lambda$	0,261
$\nu$	1,486

### 3.3 Conclusion

Parmi les deux catégories de variations mentionnées au début de ce chapitre, nous avons identifié quatre types d'erreurs pouvant provoquer une variation dimensionnelle ou géométrique significative de l'assemblage final :

1. l'erreur due au procédé de **roulage** des pièces primaires;
2. l'erreur due au procédé de **coupage** des pièces primaires;
3. l'erreur due au **montage** dans les gabarits dans le procédé d'assemblage;
4. l'erreur due au **retrait** causé par le procédé de soudage.

À partir des capabilités obtenues par des mesures expérimentales *in situ*, nous pourrions les inclure dans les futurs calculs des tolérances.

Pour ce qui est des variations induites par le procédé de soudage, nous utiliserons la fonction empirique (3.1) obtenue par l'étude sur le retrait pour les simulations d'analyses de tolérances statistiques réalisées dans ce mémoire.

Parallèlement chez Nova Bus, nous introduisons les effets du retrait dans les calculs des chaînes de cotes effectuées à SFDL. Pour se faire, nous retenons les hypothèses suivantes :

1. le jeu entre les pièces devra être impérativement maintenu entre 0,5 mm et 2 mm (domaine de l'applicabilité du modèle du retrait);
2. à la condition maximale de matière (MMC), un retrait nul sera supposé;
3. à la condition minimale de matière (LMC) le retrait sera maximal, soit environ 1 mm (cette valeur présente la moitié du jeu maximal). Au chapitre suivant nous justifierons cette hypothèse.

## **CHAPITRE 4**

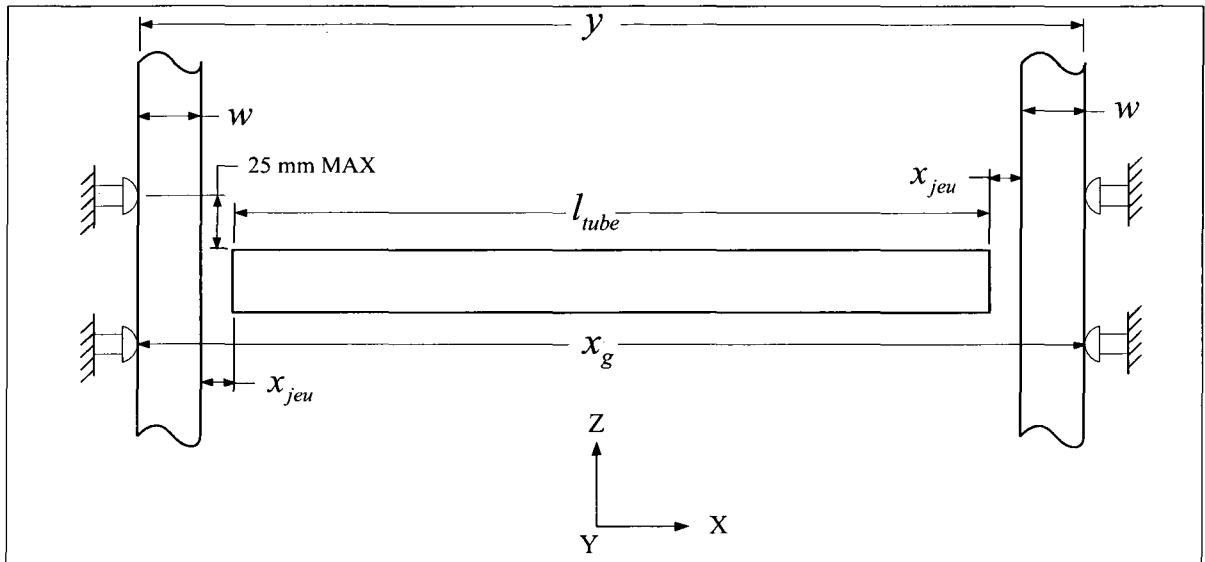
### **MODÉLISATION STATISTIQUE DE LA VARIATION D'UN ASSEMBLAGE SIMPLE**

Pour estimer les variations de la structure fabriquée à SFDL, nous devons d'abord évaluer les performances statistiques du procédé de soudage. Or, une telle étude se fera nécessairement sur une géométrie spécifique. Souvent, et pour des raisons économiques, de telles études sont effectuées sur des géométries élémentaires (par exemple, sur un cadre rectangulaire). Par la suite, les conclusions doivent être conduites vers des cas complexes (le châssis, le devant de l'autocar, etc.). Bref, à partir d'une étude prototype, nous devons extrapoler les résultats dans un sens probabiliste vers les cas complexes.

Dans le chapitre 4, nous présentons le développement analytique pour estimer la variation de la largeur d'un assemblage simple par rapport à une valeur cible (cas simple). Le chapitre 5 expliquera le développement statistique qui nous permettra d'extrapoler nos résultats vers les cas de grande complexité.

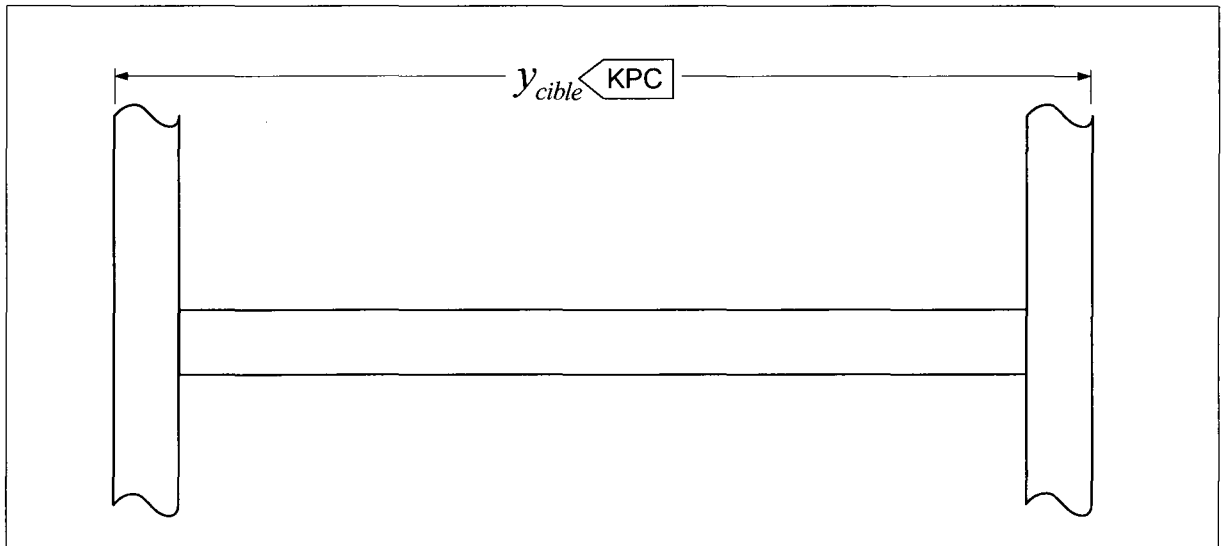
#### **4.1 Assemblage simple – 1D**

Pour un assemblage soudé, deux facteurs indispensables doivent être pris en compte lors du calcul des chaînes de cotes : le retrait causé par la soudure et la déformation des tubes due au roulage. La Figure 4-1 montre un sous-assemblage simple et présente les différentes variables qui seront utilisées pour modéliser les variations dans la direction de l'axe X.



**Figure 4-1 Schéma de l'assemblage simple.**

Pour le cas étudié, la caractéristique clé de l'assemblage est sa largeur hors-tout représentée par la variable  $y_{cible}$  (voir Figure 4-2). La chaîne de cotes utilisée pour l'analyse de l'assemblage est illustrée à la Figure 4-3.



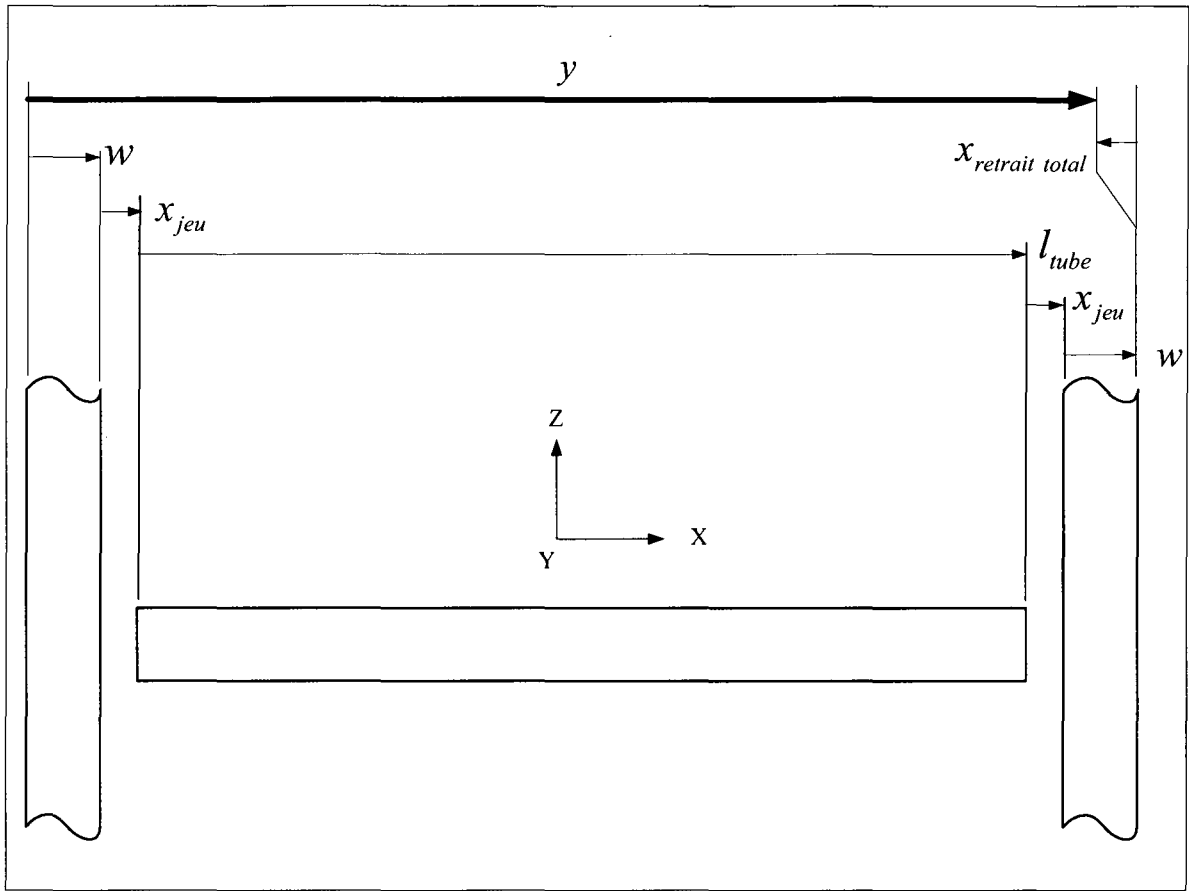
**Figure 4-2 Représentation de la caractéristique clé du sous-assemblage simple.**



Le Tableau 4.1 résume les différentes variables et leurs caractéristiques. Il faut noter que la variable  $x_{\text{retrait total}}$  n'est pas représentée sur le dessin. Nous savons qu'elle est fonction des autres variables, et à ce stade, elle ne reproduit pas une mesure directe.

Tableau 4.1  
Définition des variables

Variable	Indépendante	Dépendante	Valeur nominale	Variation
Largeur des tubes : $w$	✓		$w_0$	$N(\mu_w, \sigma_w)$
Dimension du gabarit : $x_g$	✓		$x_g^0$	$N(\mu_{x_g}, \sigma_{x_g})$
Longueur du tube coupé : $l_{\text{tube}}$	✓		$l_{\text{tube}}^0$	$N(\mu_{l_{\text{tube}}}, \sigma_{l_{\text{tube}}})$
Dimension du jeu : $x_{\text{jeu}}$		✓		
Retrait total : $x_{\text{retrait total}}$		✓		
Valeur cible : $y$		✓		



**Figure 4-3 Chaîne de cote d'un assemblage simple.**

La grandeur hors-tout du sous-assemblage est fonction de la largeur des tubes, de la dimension du jeu total, de la longueur du tube coupé et de la grandeur du retrait :

$$y = f(w, x_{\text{jeu}}, l_{\text{tube}}, x_{\text{retrait total}}), \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R} \quad (4.1)$$

L'équation de la chaîne de cotes qui s'applique à  $y$  dans le cas étudié est :

$$y = 2w + 2x_{\text{jeu}} + l_{\text{tube}} - x_{\text{retrait total}} \quad (4.2)$$

Pour cette première analyse, cinq (5) hypothèses sont effectuées dans le but de faciliter la modélisation :

1. toutes les butées sont situées à environ 25 mm du tube à souder pour minimiser le retrait, tout en laissant assez de place au soudeur pour faire son travail. SFDL respecte maintenant cette hypothèse lors de la conception des gabarits;

2. les forces résiduelles sur les tubes sont négligeables. Cela implique que lorsque les tubes sont relâchés des gabarits, aucune contrainte ne les retient et ils subissent directement les déplacements causés par le retrait;
3. l'opérateur égalise les jeux de chaque côté des tubes lorsqu'il vient les installer dans le gabarit d'assemblage, ceci répartit uniformément de chaque côté les déformations dues au retrait. Cette hypothèse a été vérifiée et est générée par l'utilisation de gammes d'assemblage qui spécifient le positionnement des pièces dans les gabarits;
4. les tubes sont rigides donc ne se déforment pas lorsqu'ils sont mis entre butées;
5. il n'y a aucune corrélation, *a priori*, entre les variations des dimensions des pièces.

À partir de la Figure 4-1, la troisième hypothèse implique que :

$$x_{jeu_1} = x_{jeu_2} = \dots = x_{jeu_n} = x_{jeu} \quad (4.3)$$

La dimension de la somme de tous les jeux est égale à :

$$\sum x_{jeu_i} = f(x_g, w, l_{tube}) = x_g - 2w - l_{tube} \quad (4.4)$$

Dans le cas de l'assemblage étudié et à partir de l'équation (4.4), la dimension d'un jeu est donc :

$$x_{jeu} = \frac{x_g - 2w - l_{tube}}{n_{jeu}} \quad (4.5)$$

Où pour le cas présent  $n_{jeu} = 2$ . Comme vu auparavant, la dimension du retrait est fonction de la grandeur du jeu laissé, c'est-à-dire :

$$x_{retrait \setminus jeu} = f(x_{jeu}) = e^{\lambda \cdot x_{jeu}^n} - 1 \quad (4.6)$$

Le retrait total pour l'assemblage est une sommation algébrique de tous les jeux :

$$x_{retrait \text{ total}} = n_{jeu} x_{jeu} \quad (4.7)$$

Avec la substitution de (4.5) dans (4.2), la dimension hors-tout de l'assemblage devient :

$$y = x_g - n_{jeu} f(x_{jeu}) = x_g - x_{retrait \text{ total}} \quad (4.8)$$

La dimension du jeu peut être décomposée de la façon suivante (à partir de (4.5)):

$$x_{jeu} = \frac{1}{2} \left( [x_g^0 + N(\mu_{x_g}, \sigma_{x_g})] - 2[w^0 + N(\mu_w, \sigma_w)] - [l_{tube}^0 + N(\mu_{l_{tube}}, \sigma_{l_{tube}})] \right) \quad (4.9)$$

Pour l'espérance statistique de la variable  $x_{jeu}$  on a donc :

$$\mu_{x_{jeu}} = E\{x_{jeu}\} = \frac{1}{2} \left( [x_g^0 + \mu_{x_g}] - 2[w^0 + \mu_w] - [l_{tube}^0 + \mu_{l_{tube}}] \right) \quad (4.10)$$

Et du côté de la variance de  $x_{jeu}$  on obtient :

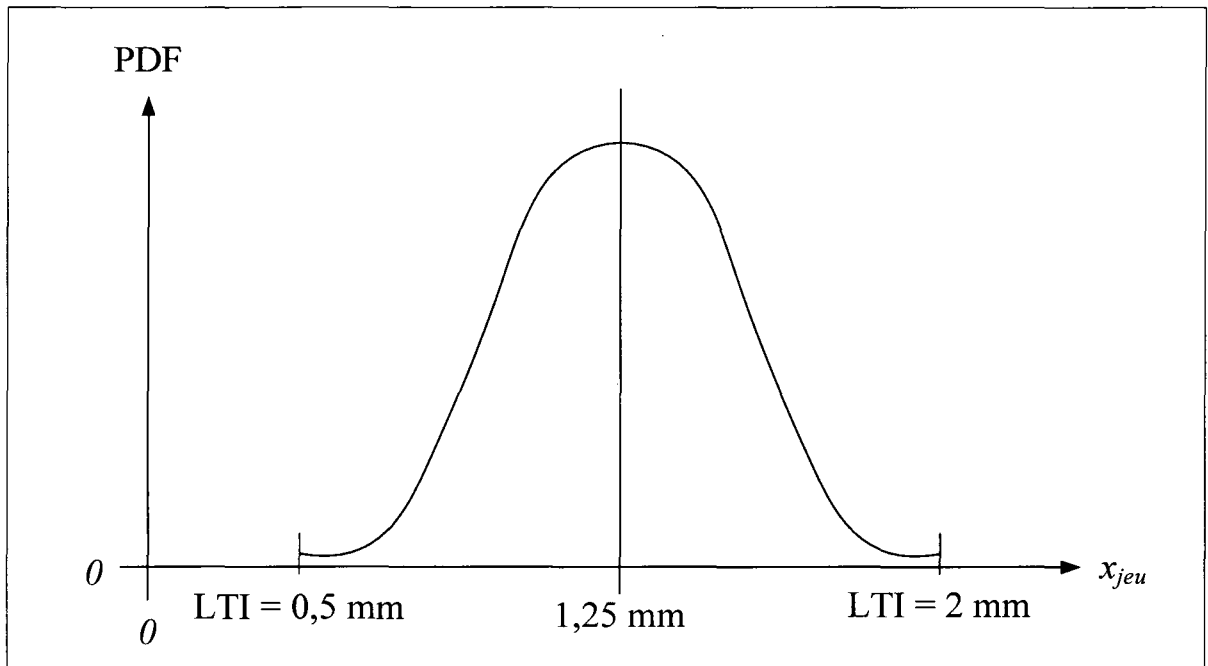
$$\sigma_{x_{jeu}}^2 = V\left\{\left(x_{jeu} - \mu_{jeu}\right)^2\right\} = \frac{1}{2} \left( \sigma_{x_g}^2 + 2\sigma_w^2(1 + \rho) + \sigma_{l_{tube}}^2 \right) \quad (4.11)$$

où  $\rho$  représente le coefficient de corrélation propre à la *largeur des tubes*. Dans le cas étudié, selon la cinquième hypothèse, nous considérons  $\rho = 0$ .

Dans l'analyse du retrait (voir ANNEXE II), la dimension du jeu a été établie à une dimension minimale de 0,5 mm et une dimension maximale de 2 mm. Il faut donc en tenir compte dans la chaîne de cotes. Pour ce faire, on doit ajouter les deux hypothèses suivantes :

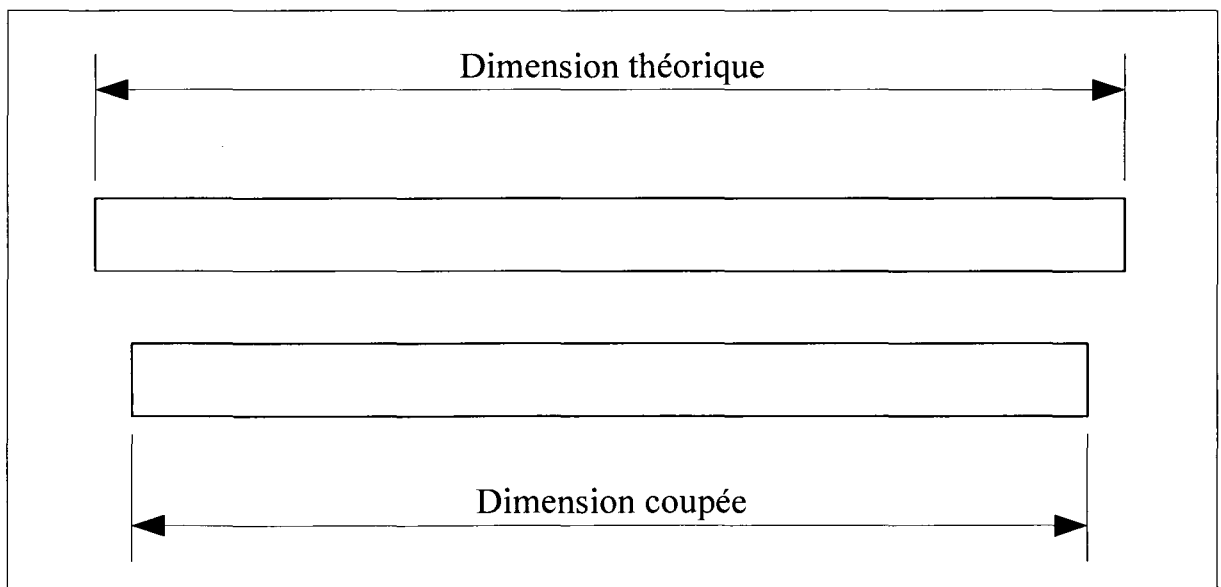
1. Si,  $x_{jeu} < 0,5$  mm , on doit changer le tube pour éviter les problèmes d'assemblabilité;
2. Si,  $x_{jeu} > 2$  mm , on doit changer le tube pour assurer un cordon de soudure de bonne qualité.

Pour des raisons de commodité d'analyse, il serait utile d'avoir un jeu qui suit une distribution normale tronquée, dont la moyenne est égale à 1,25 mm et avec une LTI = 0,5 mm et une LTS = 2 mm. La Figure 4-4 présente la fonction de densité de probabilité (*Probability Density Function PDF*) de cette distribution idéalisée.



**Figure 4-4 Distribution normale tronquée du jeu.**

C'est à partir des hypothèses précédentes et de la dimension théorique de la maquette 3D que la nouvelle dimension nominale du tube coupé est calculée (voir Figure 4-5).



**Figure 4-5 Dimension théorique vs dimension coupée.**

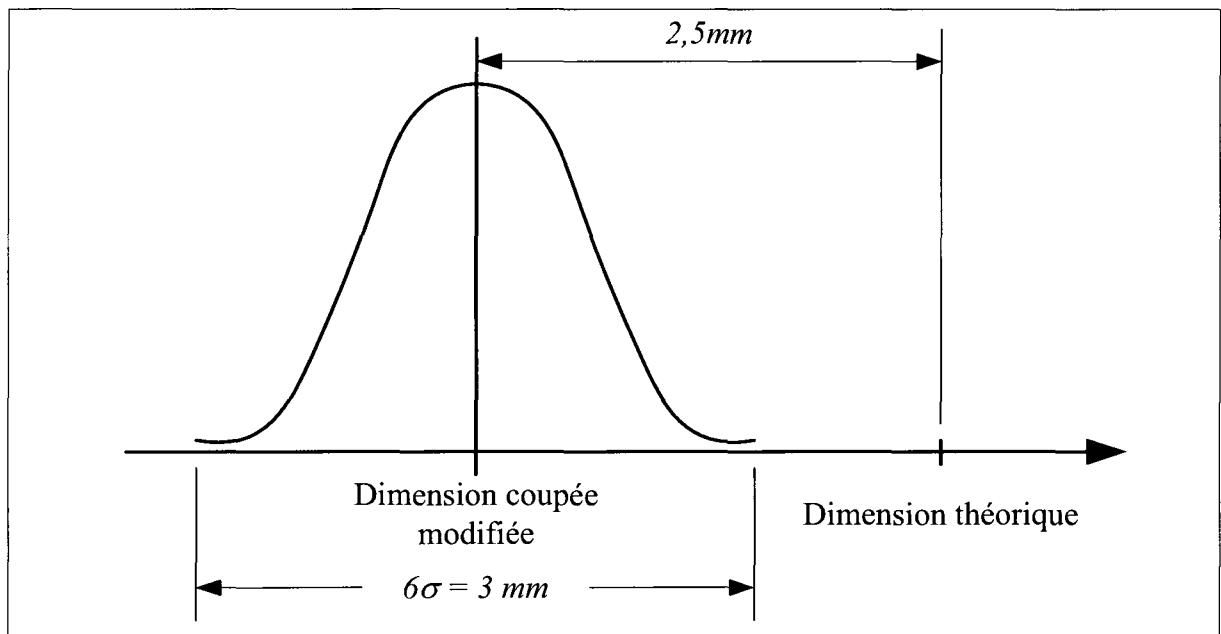
En effet, pour assurer les jeux, la dimension du tube coupé doit être inférieure à la dimension théorique à laquelle il a été modélisé dans le modèle 3D. Donc, afin de respecter les deux hypothèses posées précédemment, la dimension coupée nominale devient :

$$l^0 = Dim_{coupée} = Dim_{théorique} - \left( \frac{2(0,5 \text{ mm} + 2 \text{ mm})}{2} \right) = Dim_{théorique} - 2,5 \text{ mm} \quad (4.12)$$

La variation du tube doit nous assurer un jeu borné entre 0,5 mm et 2 mm. En d'autres termes, nous pouvons accorder un intervalle de tolérance de 3 mm à la dimension coupée, ce qui donnera une tolérance de  $\pm 1,5 \text{ mm}$  (limites équivalentes à  $\pm 3\sigma_l$  pour un niveau de confiance de 99.73%). Nous nous retrouvons donc avec :

$$l_{tubo}^0 = (Dim_{théorique} - 2,5) + N(\mu_l, \sigma_l), \text{ où théoriquement } \sigma_{l_{tubo}} = 0,5 \text{ mm} \quad (4.13)$$

La Figure 4-6 compare la dimension coupée par rapport à la dimension théorique.

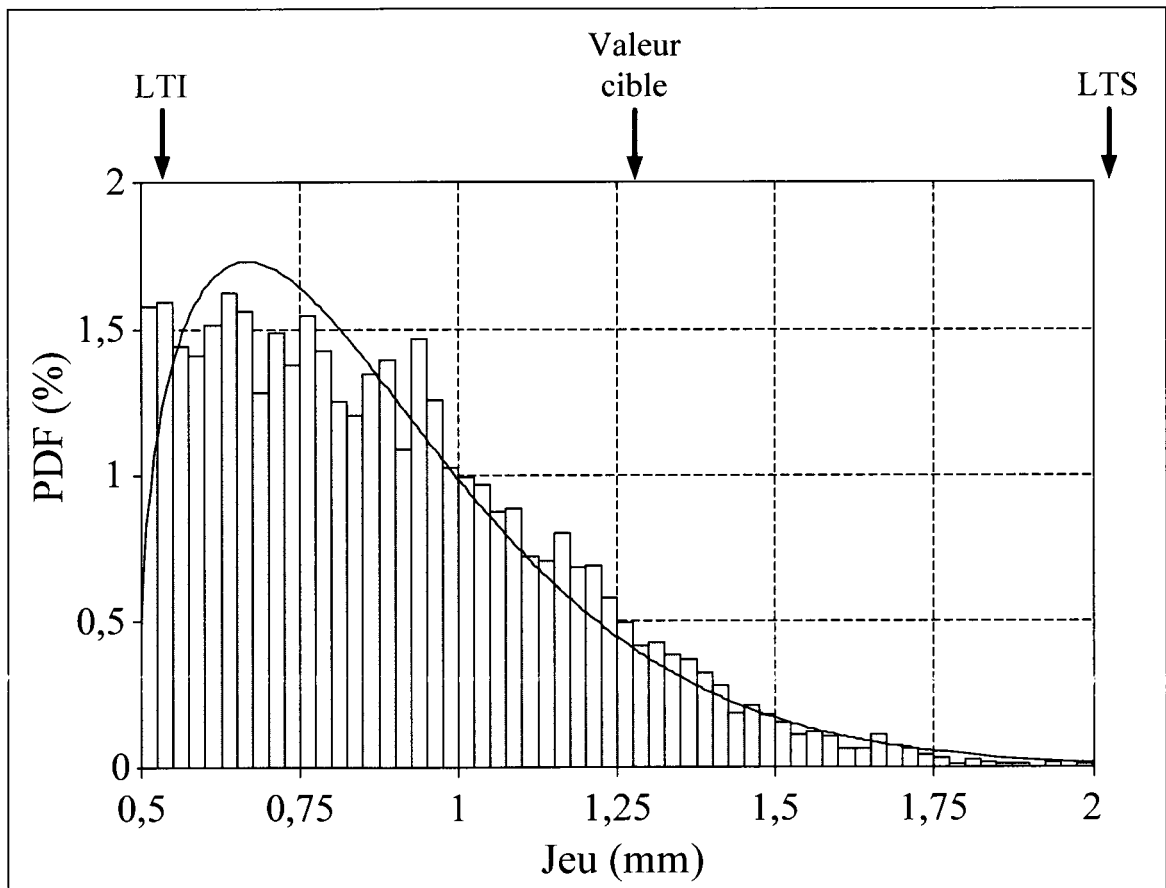


**Figure 4-6 Représentation de la dimension du tube coupé.**

Nous allons maintenant valider la démarche effectuée en y intégrant les capacités des procédés telles que mesurées à SFDL.

#### 4.1.1 Validation des équations de la longueur des tubes

Avec une simulation du type Monte-Carlo <sup>21</sup> des équations (4.10) et (4.11) on obtient un jeu moyen d'environ 0,9 mm avec des limites  $LTI_{\text{jeu}} = 0,5 \text{ mm}$  et  $LTS_{\text{jeu}} = 2 \text{ mm}$ . La Figure 4-7 montre la PDF du jeu obtenue avec une simulation Monte-Carlo. On remarque que le mode de la distribution est décentrée par rapport à la valeur cible d'environ 1,25 mm.



**Figure 4-7 Distribution du jeu entre les tubes.**

Trois (3) variables peuvent affecter la position de la distribution statistique du jeu obtenu, soit la largeur des tubes, la longueur des tubes coupés et la dimension du gabarit utilisé. La largeur des tubes est inhérente au procédé de fabrication des tubes, donc aucune modification

<sup>21</sup> Le nombre de simulations effectuées ( $\approx 5000$ ) a été déterminé de façon à obtenir un compromis entre le temps des calculs et la précision des résultats.

de ce paramètre n'est possible. La modification des dimensions du gabarit nécessiterait un nombre d'heures substantiel et exigerait des coûts relativement élevés. Il serait donc inapproprié de modifier ces paramètres.

Il reste donc la longueur des tubes coupés, laquelle est facile à modifier en changeant seulement la valeur nominale entrée sur la scie. En diminuant la dimension nominale des tubes de 3,4 mm, la distribution statistique pour le jeu entre les tubes redevient centrée entre les bornes établies précédemment. La Figure 4-8 présente la distribution obtenue à partir de la deuxième simulation. La formule (4.13) devient donc :

$$l_{tube}^0 = (Dim_{théorique} - 3,4 \text{ mm}) + N(\mu_{l_{tube}}, \sigma_{l_{tube}}) \quad (4.14)$$

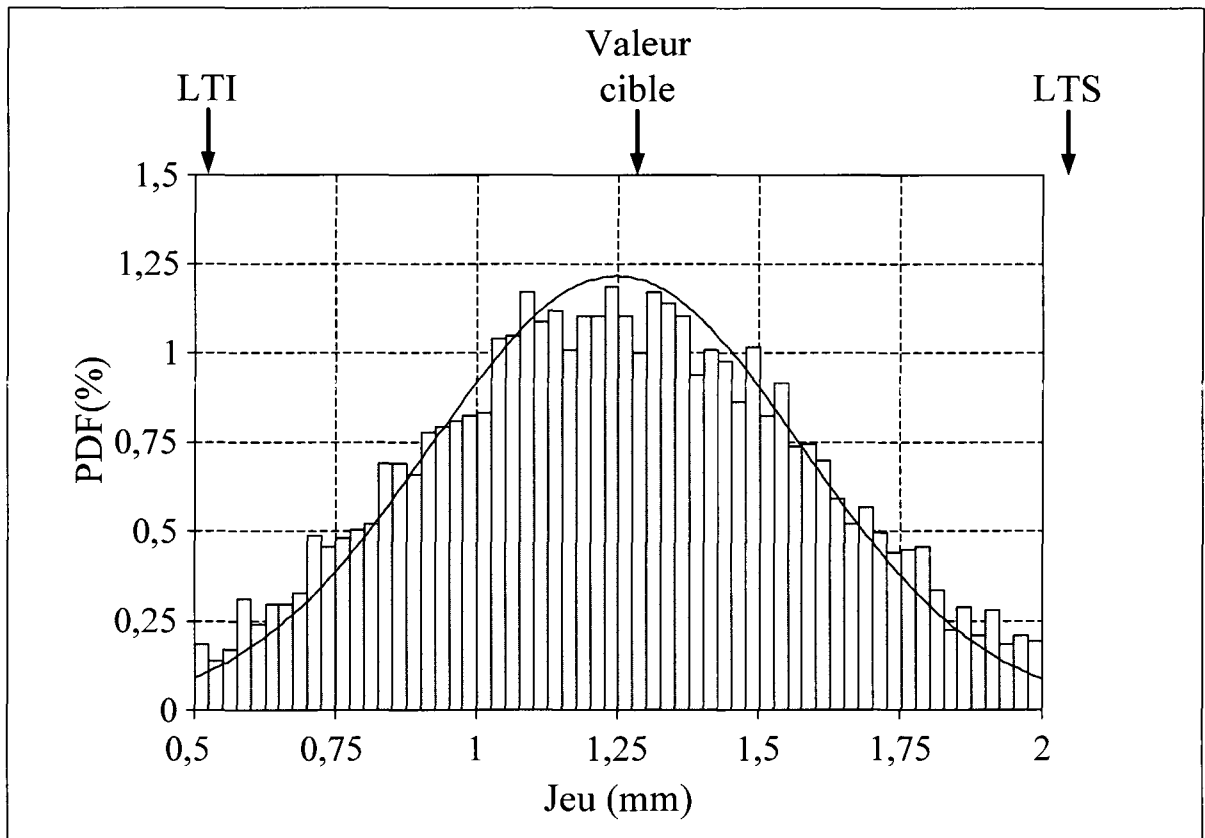


Figure 4-8 Distribution du jeu entre les tubes avec la dimension ajustée.



#### 4.2 Simulation Monte-Carlo pour la dimension hors-tout $y$

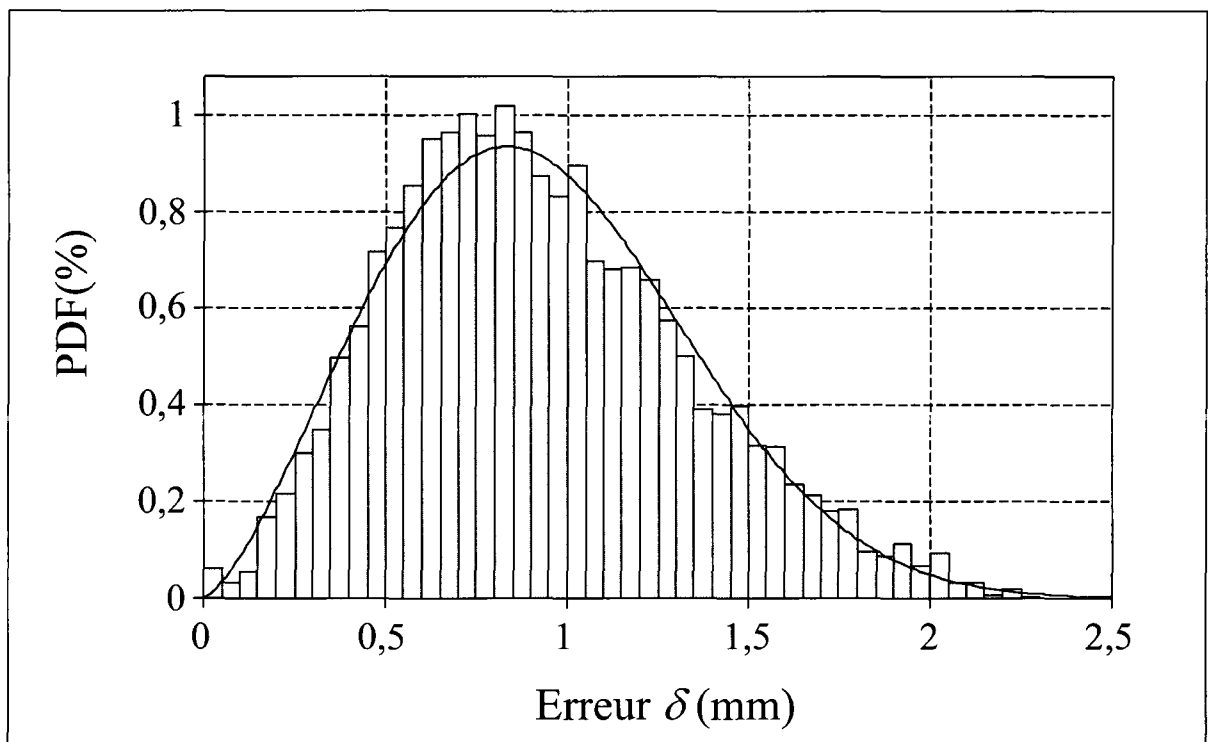
Avec une analyse de type Monte-Carlo, on peut maintenant effectuer une analyse de la variation  $\delta$  par rapport à la valeur cible «  $y$  » de la chaîne de cote

$$\delta = y_{cible} - y_{réel} \quad (4.15)$$

où  $y_{réel}$  est la dimension hors-tout obtenu après l'assemblage. La distribution statistique de l'erreur  $\delta$  est donc :

$$f(\delta) = f(y_{réel}) - y_{cible} = f(y_{cible} - \mu_{y_{réel}}; \sigma_{y_{réel}}) \quad (4.16)$$

Voici le graphique de la fonction de densité de probabilité obtenu pour la simulation de l'erreur  $\delta$  par rapport à la valeur cible.



**Figure 4-9 Résultats de la simulation pour la résultante  $\delta$**

Le Tableau 4.2 résume les différentes variables impliquées et les valeurs obtenues lors de la simulation.

**Tableau 4.2**  
Valeurs des variables pour la simulation Monte-Carlo

<b>Variable</b>	<b>Définition</b>	<b>Fonction identifiée</b>	<b>Modèle obtenu par Monte-Carlo</b>
$w$	Largeur des tubes	$N(76,75; 0,25)$	$N(76,75; 0,25)$
$x_g$	Dimension du gabarit	$N(1502,4; 0,16)$	$N(1502,4; 0,16)$
$l_{tube}$	Longueur du tube coupé	$N(1346,8; 0,48)$	$N(1346,8; 0,46)$
$x_{jeu}$	Dimension du jeu	$f(x_g, x_w, l_{tube})$	$N(1,25; 0,33)$
$x_{retrait\ total}$	Dimension du retrait total	$f(x_{jeu})$	$Weibull-3P(1,88, 0,43, 0,09)$
$y$	Valeur cible (KPC)	$f(x_g, x_{retrait\ total})$	$Weibull-3P(186,2, 66,33, 1435)$
$\delta$	Déviations (éq.(4.15))	$f(x_g, x_{retrait\ total})$	$Weibull(2,39;1,04)$

Suite à l'analyse effectuée avec le logiciel Minitab<sup>®</sup>, nous avons retenu la distribution de Weibull de paramètres  $\beta = 2,39$  et  $\lambda = 1,04$  pour représenter le comportement statistique de la déviation  $\delta$ . Pour pouvoir l'utiliser dans une analyse statistique de tolérances RSS, nous devons maintenant calculer les paramètres normaux équivalents de la fonction trouvée avec les formules (4.17) et (4.18).

$$\mu^{eq} = \lambda \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (4.17)$$

$$(\sigma^{eq})^2 = \lambda^2 \Gamma \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) - (\mu^{eq})^2 \quad (4.18)$$

Où  $\Gamma( )$  symbolise la fonction gamma. Le Tableau 4.3 présente les valeurs de  $\mu_{\delta}^{eq}$  et  $\sigma_{\delta}^{eq}$ .

Tableau 4.3  
Estimateurs équivalents pour la distribution de la déviation

Moyenne équivalente	Écart-type équivalent
$\mu_{\delta}^{eq}$	$\sigma_{\delta}^{eq}$
0,925	0,411

En conclusion, le développement analytique effectué nous a permis d'obtenir un modèle de chaîne de cotes qui tient compte de la capacité des procédés de fabrication et d'assemblage de SFDL. La simulation Monte-Carlo effectuée nous a permis d'identifier le comportement statistique de la largeur hors-tout d'un assemblage simple.

### Conclusion

Nous avons identifié le comportement de la déviation ( $\delta$ ) en fonction de la largeur nominale de l'assemblage. Cette déviation se traduit par une erreur géométrique de profil selon la norme ASME Y14.5M-1994. Comme nous le démontrerons dans le Chapitre 5, cette tolérance nous permet d'estimer la capacité du procédé de soudage de SFDL à produire un assemblage simple ou complexe.

### Remarque :

Pour les cas où l'on opère autour d'une dimension précise, le retrait étant non linéaire, on doit procéder à une linéarisation autour du point de fonctionnement. Basée sur la série de Taylor (Cox, 1986), l'équation (4.8) peut procurer une meilleure approximation de la dimension hors-tout (paramètre  $y$  de la chaîne de cote).

À partir la méthode de la série de Taylor, avec les  $x_i^0$  = valeurs nominales et en retenant les termes d'ordre [1] :

$$y \approx y_0 + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right) * (x_i - x_i^0) \quad (4.19)$$

On pose à partir de (4.8) :  $y = f(x_g, x_{\text{retrait total}}) = x_g - x_{\text{retrait total}}$  ce qui donne :

$$y - y_0 \approx \left( \frac{\partial y}{\partial x_g} \right) * (x_g - x_g^0) + \left( \frac{\partial y}{\partial x_{\text{retrait total}}} \right) * (x_{\text{retrait total}} - x_{\text{retrait total}}^0) \quad (4.20)$$

$$y - y_0 \approx (x_g - x_g^0) - (x_{\text{retrait total}} - x_{\text{retrait total}}^0) \quad (4.21)$$

Où :  $x_{\text{retrait total}} = 2 * x_{\text{retrait } 1 \text{ jeu}} = 2 * (-1 + e^{\lambda * x_{\text{jeu}}^n})$  et  $x_{\text{retrait}}^0 = 0$

En proposant que  $x_i - x_i^0 = \Delta x$ , on obtient :

$$\Delta y \approx \Delta x_g - \left( \frac{\partial x_{\text{retrait}}}{\partial x_{\text{jeu}}} \right) * x_{\text{retrait}} \quad (4.22)$$

Par contre, parce que la valeur du jeu total peut facilement varier entre 1 mm et 4 mm, la simulation Monte-Carlo a été privilégiée afin de simplifier les calculs.

## CHAPITRE 5

### INTÉGRATION DE LA CAPABILITÉ DES PROCÉDÉS DANS LE CALCUL DES TOLÉRANCES GÉOMÉTRIQUES

Dans ce chapitre, deux modèles originaux d'intégration de la capacité des procédés dans les calculs des tolérances sont élaborés. Rappelons au lecteur que l'étude effectuée au Chapitre 4 a été réalisée sur une géométrie élémentaire et que dans le cas général, il faut exploiter cette capacité pour estimer les variations d'une géométrie « complexe ».

Le premier modèle concerne les défauts de profil et tente d'extrapoler les conclusions obtenues lors d'une étude sur un assemblage à géométrie simple, avec le cas général d'une géométrie selon divers degrés de complexité. Le deuxième modèle traite des défauts de localisation et établit le lien entre le nombre d'éléments faisant partie d'un système d'attaches (par exemple, le nombre de trous d'attaches sur un patron), l'erreur systématique de la machine et la capacité du procédé de perçage. Les tolérances de profil et de localisation<sup>22</sup> sont les plus rencontrées sur un assemblage mécano-soudé comme celui fabriqué par SFDL.

#### 5.1 Capacité des procédés unilatéraux

Selon Bothe (Bothe, 2006) et ISO, l'équation (5.1) définit la capacité d'un procédé unilatéral (voir Figure 5-1).

$$\hat{P}_{pk}, \hat{C}_{pk} = \frac{USL - \hat{x}_{50\%}}{\hat{x}_{99.865\%} - \hat{x}_{50\%}} \quad (5.1)$$

où le  $x_{\%}$  représente le percentile de la fonction de densité de distribution du procédé modélisé.

---

<sup>22</sup> Signalons que ces deux tolérances sont des tolérances unilatérales. C'est-à-dire que les valeurs des variations tolérées sont toujours supérieures à zéro et que leurs fonctions de distribution s'apparentent le plus souvent à des fonctions de type *Weibull*.

Le  $P_{pk}$  doit être utilisé comme un estimateur long terme (LT) pour un procédé a priori instable. Le  $C_{pk}$  peut être employé comme un estimateur à court terme (CT) dans le cas d'un procédé stable (ergodique).

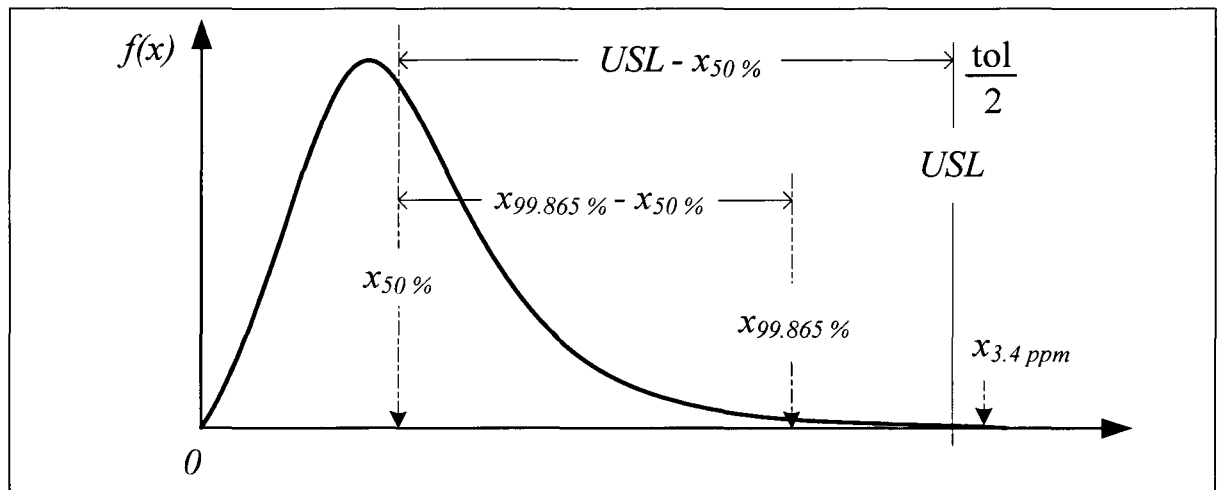


Figure 5-1 Représentation graphique du calcul de la capacité selon Bothe.

## 5.2 Tolérance de profil

Deux (2) types de tolérances de profil sont généralement employés, soit sans référentiel (TYPE 1) pour contrôler la forme de la surface indiquée ou avec référentiels (TYPE 2) pour contrôler la position et l'orientation de la surface indiquée. Pour plus de renseignements sur l'interprétation de ces tolérances, nous référons le lecteur à la norme AMSE Y14.5M-1994. La Figure 5-2 présente un exemple des notations tel que la norme l'exige. Le profil théorique d'une pièce est défini par des éléments géométriques nominaux caractérisés par des dimensions dites « de base » ou nominale (*basic*), ou encore par un modèle mathématique contenu dans un fichier CAD (MATH DATA). Les dimensions nominales indiquées d'une manière explicite ou les formes décrites dans le fichier CAD sont en fait les KC de la pièce. L'inspection de la pièce se fera donc en contrôlant la déviation de ces KC.

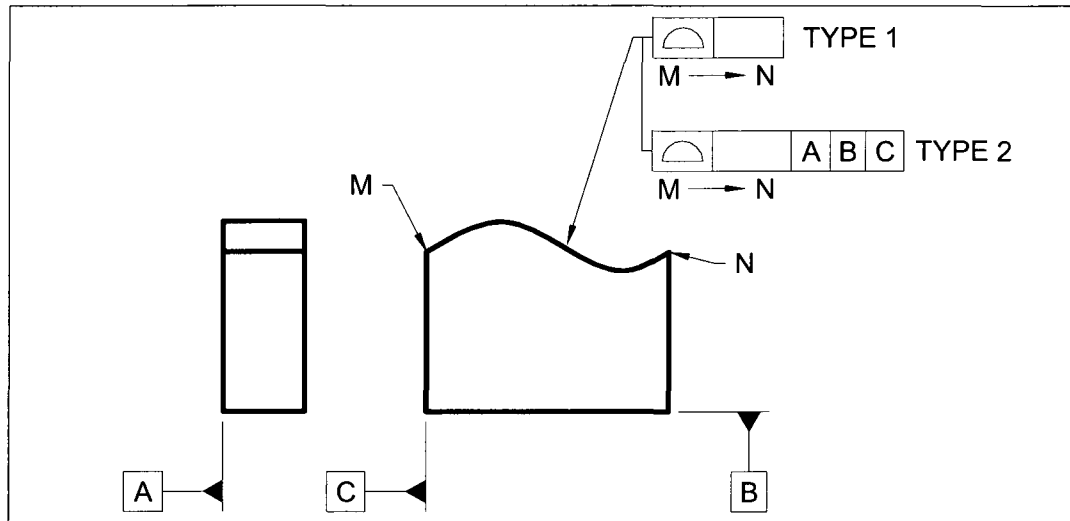


Figure 5-2 Types de tolérances de profil.

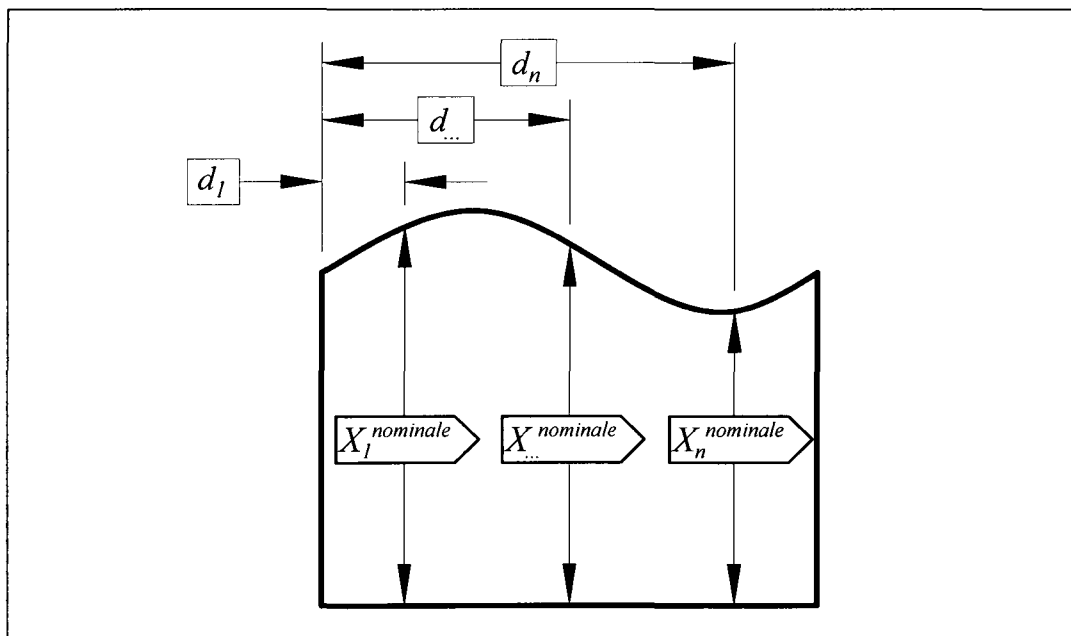
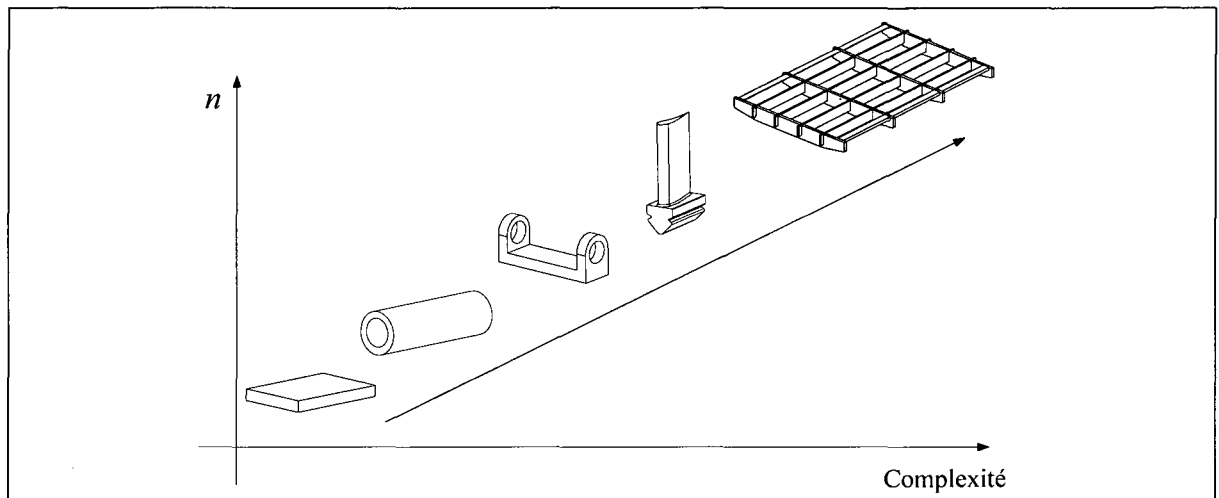


Figure 5-3 KC d'un composant décrivant un profil.

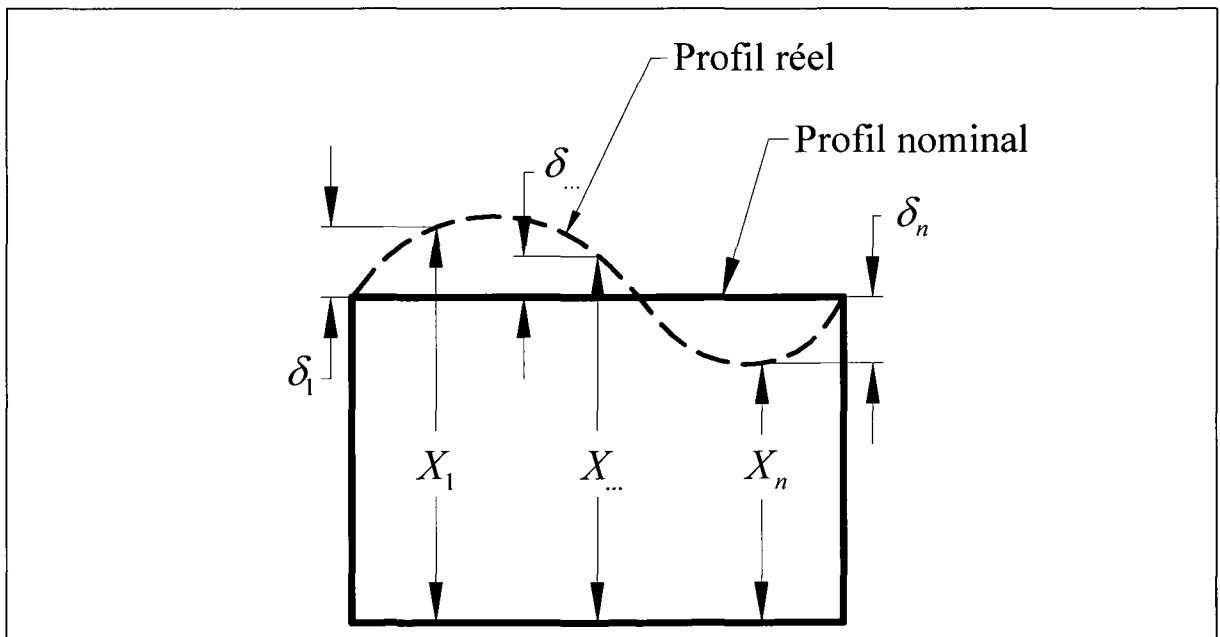
À la Figure 5-3, l'indice  $(i)$  représente le rang du point de contrôle ( $1 \leq i \leq n$ ). Le nombre  $n$  peut être interprété comme une mesure de la complexité ou de la criticité du profil de la pièce. En fait, sur une pièce simple, il est plus approprié d'utiliser un nombre restreint de points de mesure, comparativement à une pièce complexe, où ce nombre doit être beaucoup

plus grand. La Figure 5-4 présente schématiquement des composants qui sont généralement décrits par des points  $X_i^{NOMINAL}$  caractérisés par des coordonnées dans l'espace.



**Figure 5-4 Nombre de points de mesure en fonction de la complexité géométrique d'un composant.**

À la Figure 5-5, chaque  $X_i$  représente une mesure de la forme réelle d'une surface contrôlée. Cette mesure s'interprète comme l'addition d'une déviation  $\delta_i$  à la valeur nominale  $X_i^{nominale}$ .



**Figure 5-5 Représentation d'une mesure réelle  $X_i$ .**



Cette déviation comprend les variations inhérentes aux procédés de fabrication, d'assemblage, ainsi que les incertitudes de mesures (Chase, Magleby et Glancy, 1997).

$$X_i = X_i^{\text{nominale}} + \delta_i \quad (5.2)$$

En supposant que chaque  $X_i$  est le résultat de l'addition de plusieurs variables aléatoires indépendantes suivant des distributions statistiques quelconques, le théorème de la limite centrale (Montgomery et Runger, 2007) affirme que la fonction de densité de probabilité de la mesure réelle  $X_i$  suivra une distribution normale, et ceci est vrai peu importe la distribution de chacune des variables constituantes de  $X_i$ .

$$f(X_i) \sim N(\mu_{X_i}; \sigma_{X_i}) \quad (5.3)$$

Il en sera de même pour la PDF de la déviation  $\delta_i$  :

$$f(\delta_i) \simeq N(\mu_{\delta_i}; \sigma_{\delta_i}) \simeq f(X_i) - X_i^{\text{NOMINAL}} \simeq N(\mu_{X_i} - X_i^{\text{NOMINAL}}; \sigma_{X_i}) \quad (5.4)$$

Avec  $X_i^{\text{NOMINAL}}$  considérée constante et avec  $\sigma_{\delta_i} = \sigma_{X_i}$ , la fonction de densité de probabilités de la déviation  $\delta_i$  devient alors :

$$f(\delta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\delta_i}} e^{-\frac{(\delta_i - \mu_{\delta_i})^2}{2\sigma_{\delta_i}^2}} \quad (5.5)$$

Avec  $-\infty < \mu_{\delta_i} < \infty$  et  $\sigma_{\delta_i} > 0$

La fonction de distribution cumulative (CDF<sup>23</sup>) de  $\delta_i$  est :

$$F(\delta_i) = \Pr(w \leq \delta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\delta_i}} \int_{w=0}^{w=\delta_i} e^{-\frac{(w - \mu_{\delta_i})^2}{2\sigma_{\delta_i}^2}} dw = \frac{1}{2} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\delta_i - \mu_{\delta_i}}{\sigma_{\delta_i} \sqrt{2}} \right) \right) \quad (5.6)$$

---

<sup>23</sup> De l'anglais *Cumulative Distribution Function*

Les deux (2) types de tolérances de profil seront développés à partir de cette déviation, selon la norme ASME Y14.5. La Figure 5-6 présente les graphiques de la PDF et de la CDF de la déviation adimensionnelle  $\delta_i = N(0,1)$ .

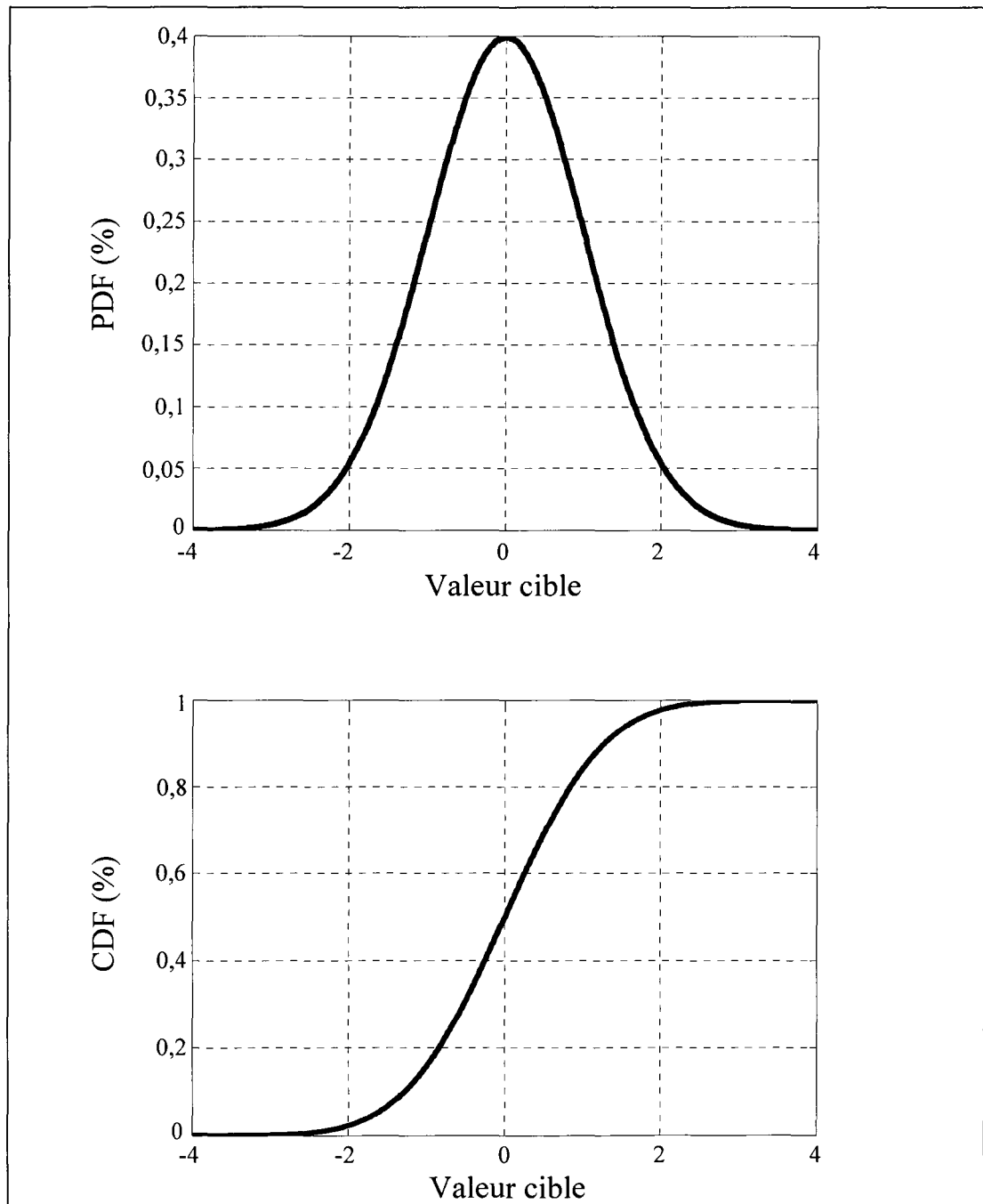
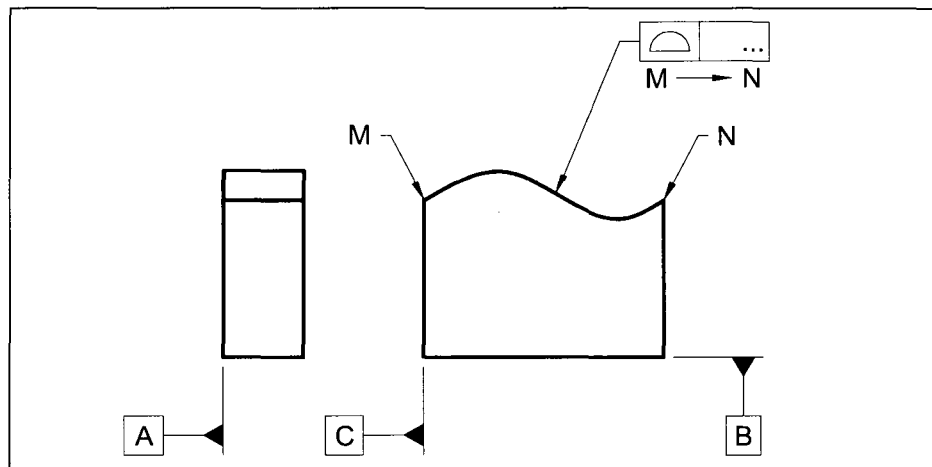


Figure 5-6 PDF et CDF de la déviation  $\delta_i = N(0,1)$ .

### 5.2.1 Tolérance de profil sans référentiel (TYPE 1)

La Figure 5-7 montre la notation de la tolérance de profil sans référentiel. Cette zone de tolérance possède six degrés de liberté, et peut être orientée et positionnée arbitrairement à l'intérieur de l'enveloppe dimensionnelle. Ce type de tolérance garantit que tous les points mesurés se situeront à l'intérieur de deux (2) profils parallèles imaginaires. Ces profils sont distancés l'un de l'autre par la valeur indiquée dans la boîte de tolérance et aucune contrainte de positionnement ou d'orientation n'est requise pour les six (6) degrés de liberté ( $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ ,  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ).

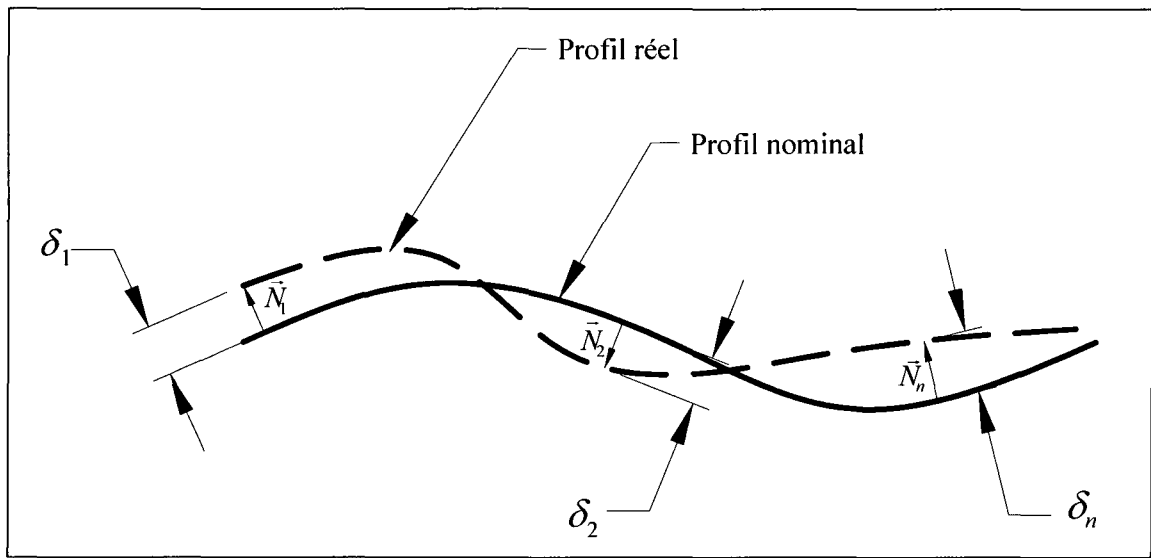


**Figure 5-7 Tolérance de profil sans référentiel.**

En référence à la norme Y14.5.1, pour chaque point nominal  $\vec{P}_N$  du profil, il y a un vecteur normal  $\hat{N}$  (Figure 5-8) correspondant dont la direction positive est arbitraire. La valeur de la zone de tolérance est égale à la somme de deux tolérances intermédiaires  $t_+$  et  $t_-$ . Celles-ci représentent la déviation allouée suivant les directions positive et négative des vecteurs normaux en un point  $\vec{P}_N$  précis. La surface réelle est définie par un groupe de points  $\vec{P}_S$  représentant les différents points  $\vec{P}_N$  du profil nominal auxquels une erreur  $\delta_i$  a été ajoutée. Un profil est acceptable, si et seulement si, tous les points réels sont à l'intérieur de la zone de tolérance définie :  $(\vec{P}_N - t_-) < \vec{P}_S < (\vec{P}_N + t_+)$  où  $\vec{P}_S = \vec{P}_N + \delta_i$ .

La zone de la tolérance de profil sans référentiel  $z_{pst}$ <sup>24</sup> est égale à la différence des vecteurs normaux  $\delta_i^{\max}$  et  $\delta_i^{\min}$  d'un profil (Figure 5-8), ce qui donne une nouvelle variable aléatoire qui est fonction de deux variables :

$$z_{pst} = \max_{i=1,n}(\delta_i) - \min_{i=1,n}(\delta_i) \quad z_{pst} \geq 0 \quad (5.7)$$



**Figure 5-8 Représentation du vecteur normal de l'erreur  $\delta_i$**

Le développement mathématique complet est effectué à l'Annexe III. Nous avons pu élaborer un modèle pour décrire le comportement statistique de la tolérance de profil TYPE I. Il faut noter que pour trouver les percentiles, nous avons procédé par simulation numérique étant donné la complexité du modèle mathématique et l'impossibilité d'élaborer une solution mathématique explicite. Pour des raisons pratiques et avec les résultats obtenus, nous avons produit des abaques adimensionnels pour l'usage des concepteurs. Les tableaux suivants illustrent les principales conclusions; les  $x\%$  représentent les percentiles de la fonction de distribution de la  $z_{pst}$ .

<sup>24</sup> De l'anglais: *Zone of a Profile of Surface Tolerance*

Tableau 5.1  
Percentile de  $x_{50\%}$  pour la tolérance de profil TYPE 1

		$x_{50\%}$							
		Complexité $n$							
		5	10	15	20	25	50	100	500
b	0,25	0,57	0,77	0,87	0,94	0,99	1,13	1,26	1,53
	0,5	1,15	1,54	1,75	1,88	1,98	2,27	2,53	3,06
	0,75	1,72	2,32	2,63	2,82	2,98	3,41	3,8	4,59
	1	2,3	3,1	3,51	3,77	3,96	4,54	5,06	6,12
	1,25	2,88	3,87	4,37	4,71	4,95	5,68	6,33	7,64
	1,5	3,44	4,64	5,24	5,65	5,96	6,8	7,58	9,18
	1,75	4,03	5,42	6,12	6,6	6,94	7,94	8,86	10,7
	2	4,59	6,18	7	7,53	7,93	9,08	10,11	12,21
	2,25	5,18	6,96	7,89	8,48	8,93	10,21	11,38	13,77
	2,5	5,76	7,72	8,75	9,41	9,92	11,34	12,65	15,27

Tableau 5.2  
Percentile de  $x_{99,865\%}$  pour la tolérance de profil TYPE 1

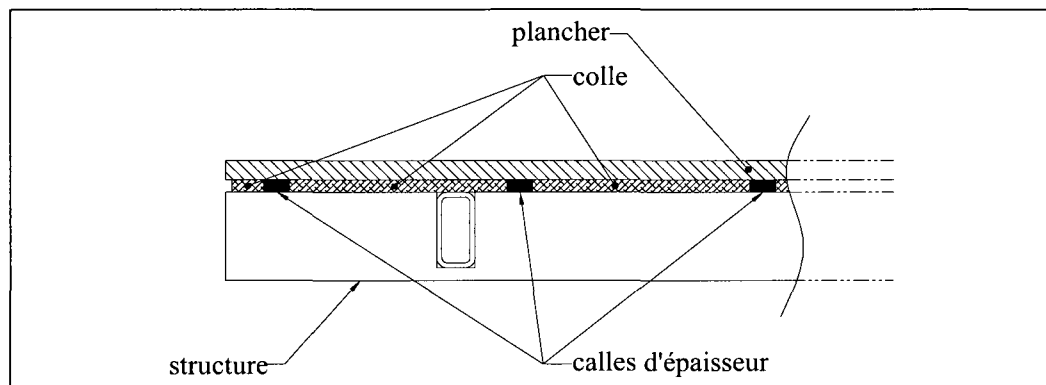
		$x_{99,865\%}$							
		Complexité $n$							
		5	10	15	20	25	50	100	500
b	0,25	1,24	1,34	1,4	1,44	1,48	1,57	1,67	1,87
	0,5	2,52	2,67	2,81	2,88	2,95	3,15	3,33	3,74
	0,75	3,78	4,01	4,19	4,31	4,41	4,72	5,01	5,62
	1	5,01	5,38	5,62	5,79	5,88	6,26	6,67	7,52
	1,25	6,29	6,73	6,98	7,2	7,34	7,84	8,31	9,37
	1,5	7,57	8,03	8,38	8,64	8,79	9,41	9,96	11,25
	1,75	8,76	9,41	9,79	10,11	10,29	11,02	11,68	13,13
	2	10,03	10,69	11,15	11,5	11,78	12,57	13,36	14,97
	2,25	11,3	12,06	12,6	12,95	13,21	14,08	14,98	16,86
	2,5	12,59	13,4	13,95	14,39	14,77	15,72	16,64	18,75

Avec ces abaques, les concepteurs pourront estimer les tolérances de profil sans référentiel en fonction de la capabilité du procédé désiré et de la complexité géométrique de la pièce ou de l'assemblage. Il lui suffira d'avoir en main les paramètres caractérisant le procédé

d'assemblage utilisé et d'évaluer la complexité géométrique de son sous-assemblage pour aller retrouver les percentiles nécessaire à l'estimation de la tolérance avec l'équation (5.1).

#### 5.2.1.1 Exemple d'application pour la tolérance de profil sans référentiel

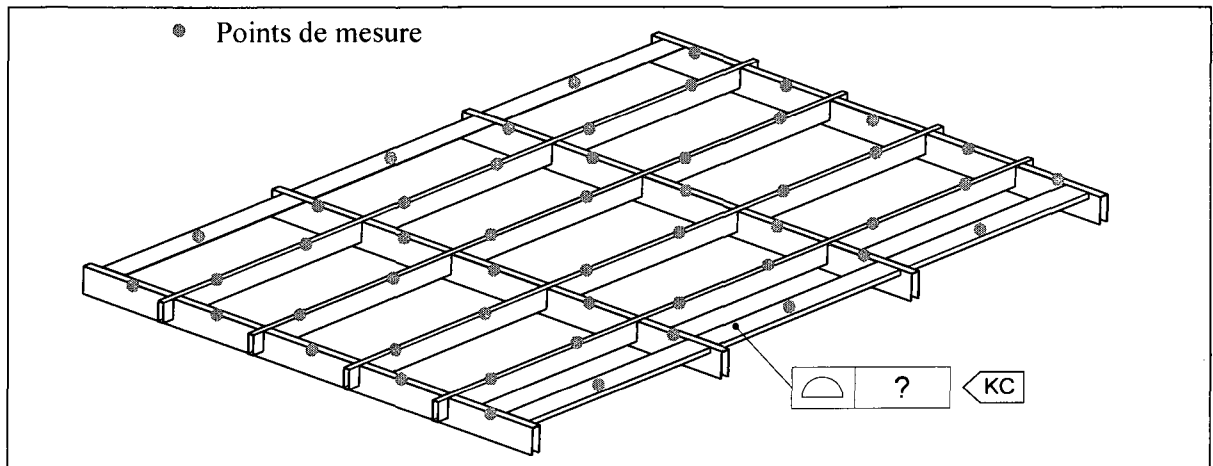
Dans cet exemple, nous analyserons l'assemblage d'un plancher de fibres de verre sur une structure tubulaire en acier inoxydable soudée au MIG<sup>25</sup>.



**Figure 5-9 Assemblage du plancher.**

La complexité géométrique de la structure est estimée à  $n = 50$ . On suppose dans ce cas que le procédé d'assemblage de la structure possède une erreur qui suit une distribution normale de paramètres  $\mu_{soudage} = 0,25$  mm et  $\sigma_{soudage} = 0,5$  mm. Notons que cette erreur regroupe les variations dues au retrait, à l'erreur de montage et aux incertitudes de mesure. De plus, avisons le lecteur que ces valeurs sont fictives et ont été choisies pour accélérer les calculs.

<sup>25</sup> De l'anglais *Metal Inert Gas welding process (MIG)*



**Figure 5-10 Plancher structurel de complexité  $n = 50$ .**

Le plancher de fibres est fabriqué à l'aide d'un moule et d'un contre-moule, de sorte que le défaut de planéité du plancher est d'environ 0,5 mm. Nous devons également considérer l'emploi de cales d'épaisseur nominale de 5 mm (*Shim*). Ces cales assurent que la fibre n'entre jamais en contact direct avec la structure et elles évitent que la fibre soit endommagée par les soudures ou tout autre défaut de la structure.

Finalement, une colle est utilisée pour maintenir la pièce de fibres sur la structure. Les spécifications de la colle exigent une épaisseur minimale de 1 mm pour assurer une force de rétention suffisante. De plus, la colle doit sécher dans un délai maximum de 2 heures afin que l'installation des autres composants puisse se poursuivre. Cette exigence se traduit par un requis exigeant que l'épaisseur du cordon de colle soit inférieure ou égale à 10 mm.

En résumé, nous possédons les données suivantes :

- L'erreur du procédé de soudage :  $N(0,25;0,5)$ .
- L'erreur de profil du plancher de fibre : 0,5 mm.
- L'épaisseur nominale des cales : 5 mm (cette valeur sera considérée comme pratiquement parfaite, sans variation).
- Les épaisseurs minimale et maximale exigées pour la colle : 1 mm et 10 mm.

Avant de retenir le concept et le lancement de la production, nous devons vérifier par une analyse des variations, la capacité du procédé de soudage de la compagnie à rencontrer les exigences du procédé de collage du plancher. La tolérance de profil maximale permise sur la structure sera de 3,5 mm pour respecter l'épaisseur minimale de colle, et 4,5 mm pour respecter le temps de séchage maximal permis. La tolérance la plus petite sera retenue pour valider la capacité du procédé de soudage.

À partir des Tableaux 5.1 et 5.2, et de l'équation (5.1), nous trouvons  $x_{50} \% = 2,27$  et  $x_{99,865} \% = 3,15$ , ce qui donne un index de capacité  $C_{pk} = 1,4$ . Considérant qu'un procédé doit avoir un index de capacité minimal de 1,33 pour être considéré performant<sup>26</sup>, nous pouvons conclure que le procédé actuel de soudage permettra de rencontrer le pourcentage de non-conformités ciblé.

### 5.2.2 Tolérance de profil avec référentiels (TYPE 2)

La Figure 5-11 montre la notation de la tolérance de profil avec référentiels. Dans ce cas, la zone de tolérance doit être contrôlée par rapport au système de référentiels établis. Le développement qui suivra pour la tolérance de profil de TYPE 2 s'applique autant dans les cas de zones de tolérance partiellement contraintes, un ou deux référentiels, que pour le cas totalement contraint, soit avec trois référentiels. En d'autres termes, la zone de tolérance se trouve positionnée dans l'espace partiellement ou entièrement.

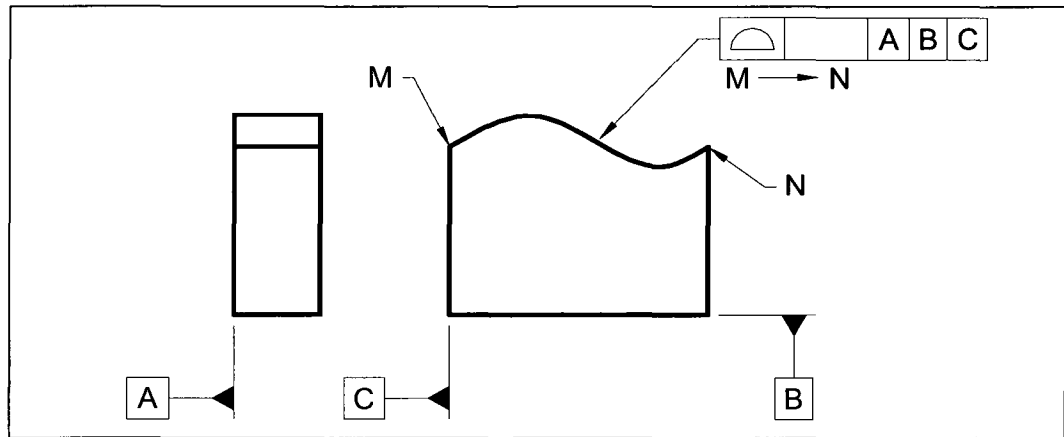
La zone de tolérance de profil avec référentiels  $z_{pstd}$ <sup>27</sup> est égale à l'amplitude maximale des valeurs absolues des vecteurs de déviation  $\delta_i$ , multiplié par deux :

$$z_{pstd} = 2 \max_{i=1,n} (|\delta_i|) \quad (5.8)$$

<sup>26</sup> Dans le sens du maintien de la valeur cible et du nombre toléré de pièces non conformes.

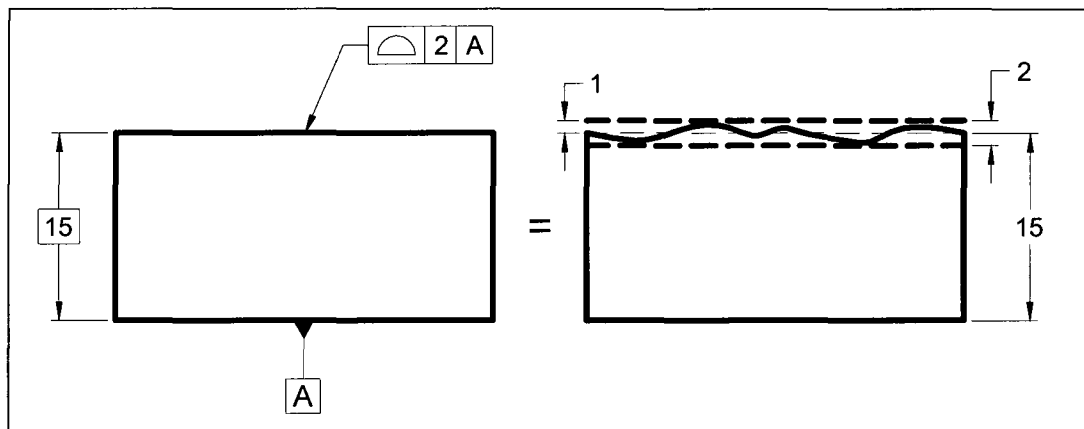
<sup>27</sup> De l'anglais : *Zone of a Profile of Surface Tolerance with Datum*





**Figure 5-11 Exemple de notation d'une tolérance de profil avec référentiels (TYPE 2).**

Cette zone de tolérance est contrôlée à partir du système de référentiels par des dimensions dites « *basic* » ou nominale, et est égale à la valeur indiquée dans la boîte de tolérance. Sauf indication contraire (sans l'usage du modificateur  $\textcircled{U}$ ), elle est répartie également de chaque côté du profil nominal (voir Figure 5-12) et comme mentionné plus haut, aucune translation  $T_i$  ou rotation  $R_i$  n'est permise.



**Figure 5-12 Exemple d'une zone de tolérance de la  $z_{pstd}$ .**

Le développement mathématique complet est effectué à l'Annexe IV. À partir de la fonction de distribution de la  $z_{pstd}$  (équation (5.9)), il est malheureusement impossible à solutionner

explicitement<sup>28</sup>, les abaques adimensionnels suivants ont été construits pour assister le concepteur dans ses calculs.

$$h(z_{pstd}) = \left( \frac{2^{-0.5-n}}{\sigma\sqrt{\pi}} n \right) \left( e^{-\frac{z_{pstd}^2 + 4\mu^2}{4\sigma^2}} \left( e^{\frac{(z_{pstd}-2\mu)^2}{8\sigma^2}} + e^{\frac{(z_{pstd}+2\mu)^2}{8\sigma^2}} \right) \left( \operatorname{erf}\left(\frac{z_{pstd}-2\mu}{2\sqrt{2}\sigma}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{z_{pstd}+2\mu}{2\sqrt{2}\sigma}\right) \right)^{n-1} \right) \quad (5.9)$$

Les  $x\%$  représentent les percentiles de la fonction de distribution ( $H_{z_{pstd}}$ ) de la tolérance de profil avec référentiels (TYPE 2). Avec l'équation (5.1) et ces tableaux, les concepteurs seront en mesure d'estimer les tolérances de profil avec référentiel en fonction de la capabilité du procédé désirée et de la complexité géométrique de la pièce ou de l'assemblage.

Tableau 5.3  
Percentile de  $x_{50}\%$  pour la tolérance de profil TYPE 2

		$x_{50}\%$							
		Complexité $n$							
		5	10	15	20	25	50	100	500
$\frac{\mu}{\sigma}$	0	3,04	3,67	4,01	4,24	4,42	4,93	5,41	6,4
	0,5	3,4	4,09	4,46	4,71	4,9	5,45	5,96	7
	1	4,27	5,01	5,39	5,65	5,85	6,41	6,93	7,99
	1,5	5,26	6	6,39	6,65	6,84	7,41	7,93	8,99
	2	6,26	7	7,39	7,65	7,84	8,41	8,83	9,99
	2,5	7,26	8	8,39	8,65	8,84	9,41	9,93	10,99

<sup>28</sup> Nous n'avons pas pu trouver l'expression analytique de l'intégrale  $H_{z_{pstd}} = \int_0^x h_{z_{pstd}} dx$ . Les abaques ont été

reproduits en intégrant numériquement cette dernière équation.

Tableau 5.4  
Percentile de  $x_{99,865} \%$  pour la tolérance de profil TYPE 2

		$x_{99,865} \%$							
		Complexité $n$							
		5	10	15	20	25	50	100	500
$\frac{\mu}{\sigma}$	0	7,29	7,64	7,84	7,97	8,08	8,4	8,71	9,4
	0,5	7,93	8,29	8,5	8,64	8,75	9,08	9,4	10,1
	1	8,92	9,29	9,5	9,64	9,74	10,08	10,4	11,1
	1,5	9,92	10,29	10,5	10,64	10,74	11,08	11,4	12,1
	2	10,93	11,29	11,5	11,64	11,75	12,08	12,4	13,1
	2,5	11,92	12,29	12,5	12,64	12,74	13,07	13,4	14,1

### 5.2.2.1 Exemple pour la tolérance de profil avec référentiels

Deux sous-modules de structure doivent être combinés afin de former un nouvel assemblage (voir Figure 5-13). Le tableau suivant présente la complexité géométrique, la largeur nominale et les paramètres correspondant à la distribution statistique du procédé d'assemblage de chaque sous-module. Nous avisons le lecteur que pour des raisons de confidentialité, les valeurs utilisées sont fictives.

Tableau 5.5  
Caractéristiques des sous-modules

Sous-module	Largeur nominale (mm)	Complexité	Distribution statistique $\delta$
#1	500	10	$N(0,25; 0,5)$
#2	498	25	$N(0,5; 0,25)$

Lorsqu'insérés dans le gabarit d'assemblage, le jeu résultant entre les deux sous-modules doit être maintenu entre 0 et 2 mm, et ce, pour deux raisons. La première est que si les sous-modules sont précontraints ( $\text{jeu} \leq 0$  mm), des déformations majeures surviendront lors du relâchement de l'assemblage. Ces déformations seront dues principalement aux contraintes résiduelles provenant de la combinaison des précontraintes et de la hausse de température

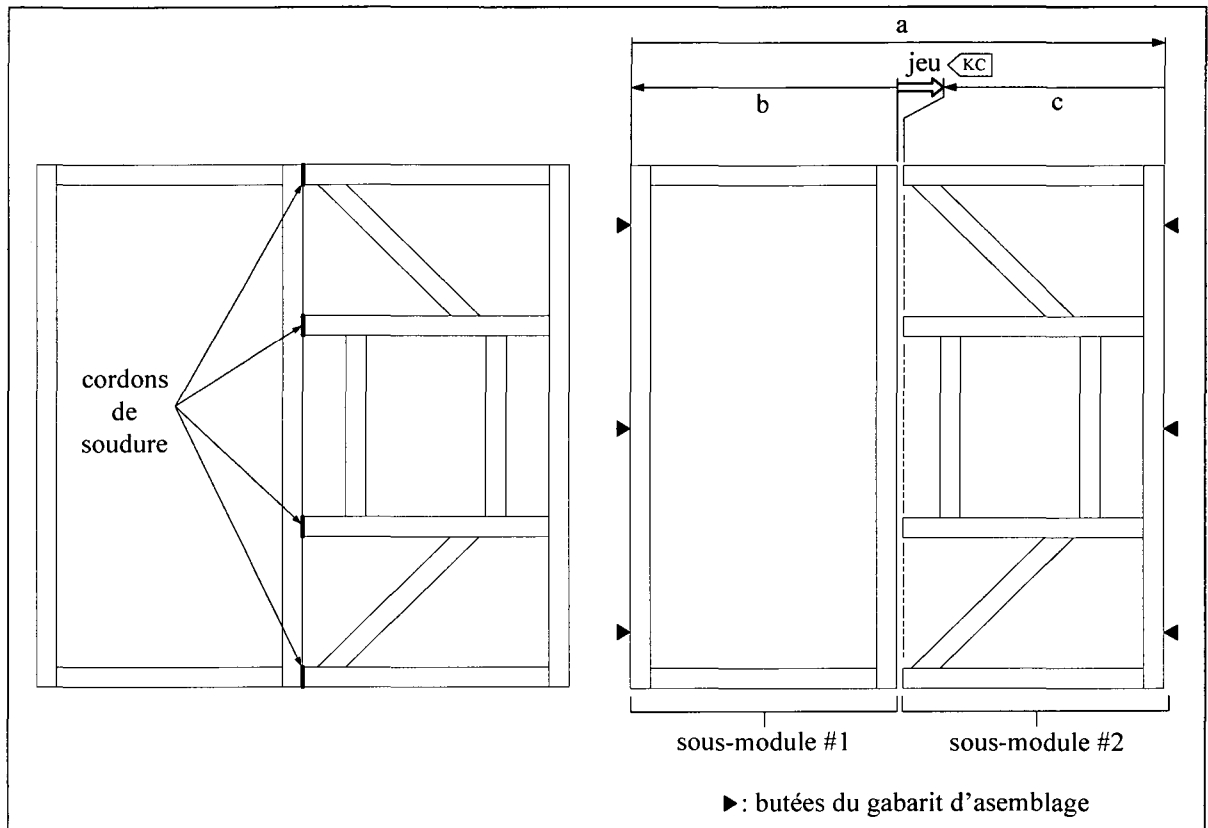
causée par le soudage. La deuxième raison est que si le jeu entre les tubes est supérieur à 2 mm, le cordon de soudure sera de mauvaise qualité, ce qui pourrait causer une amorce de fissure en service.

Par contre, si le jeu se situe entre 2 mm et 8 mm, le soudeur peut utiliser une cale d'ajustement pour remplir l'espace entre les tubes et ainsi produire une soudure de seconde classe. La différence entre une soudure de première et de seconde classe est que la seconde doit être rigoureusement inspectée de nouveau.

Ici la KC est le jeu entre les deux sous-modules insérés dans le gabarit. Nous voulons donc vérifier si les procédés de fabrication des sous-modules permettront le respect, dans un sens statistique, des requis du procédé de soudage.

Pour vérifier la capabilité du procédé d'assemblage de ces sous-modules à respecter la KC (jeu de 0 à 2 mm), nous devons estimer la tolérance de profil par rapport à leurs référentiels d'assemblage respectifs dans le gabarit de montage. Le référentiel du sous-module #1 est son côté gauche, alors que celui du #2 est son côté droit (voir Figure 5-13).

Avec les Tableaux 5.3 et 5.4, l'équation (5.1) et en considérant un niveau qualité de  $C_{pk} \geq 1,33$ , la tolérance de profil du sous-module #1 est 5 mm et celle du #2 est de 3 mm.



**Figure 5-13 Assemblage des sous-modules.**

En procédant à une analyse de tolérance statistique (Cox, 1986), l'écart-type obtenu pour la dimension du jeu est environ 1 mm. Pour un intervalle de confiance de 99,73 % cela se traduit par la possibilité d'avoir un jeu variant de -1 à 5 mm. Les procédés de fabrication des sous-modules et celui d'assemblage de ceux-ci ne peuvent donc pas respecter la KC.

Si l'on diminuait la dimension nominale de l'un ou l'autre des sous-modules de 1 mm, nous obtiendrions un jeu minimum de 0 mm et un jeu maximum de 6 mm. De cette façon, les assemblages fabriqués ne devraient pas subir de déformations majeures lors de la relâche. Le soudeur devrait cependant utiliser à l'occasion une cale d'ajustement et l'inspection supplémentaire alors obligatoire augmenterait son temps de cycle.

Il est aussi possible d'estimer le pourcentage d'assemblage dont le jeu sera supérieur à 2 mm. En standardisant (Montgomery et Runger, 2007) la distribution statistique du jeu  $N(2; 1)$ , nous pouvons estimer la probabilité d'avoir un assemblage dont le jeu sera supérieur à 2 mm.

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(Z \leq -1) = 0,86 \quad (5.10)$$

### 5.3 Tolérance de position – Tolérance de localisation

La tolérance de position (ou de localisation) se présente majoritairement sous deux volets, soit le positionnement d'un ensemble d'éléments géométriques caractérisé par des cotes nominales entre-elles et par rapport à un système de référentiels (PLTZF<sup>29</sup>), soit celui qui positionne relativement les éléments entre eux (FRTZF<sup>30</sup>). La Figure 5-14 illustre un exemple typique de la tolérance de positionnement selon la norme ASME Y14.5M-1994. Pour plus d'information concernant l'interprétation de ces deux tolérances de positionnement, nous référons le lecteur à la norme.

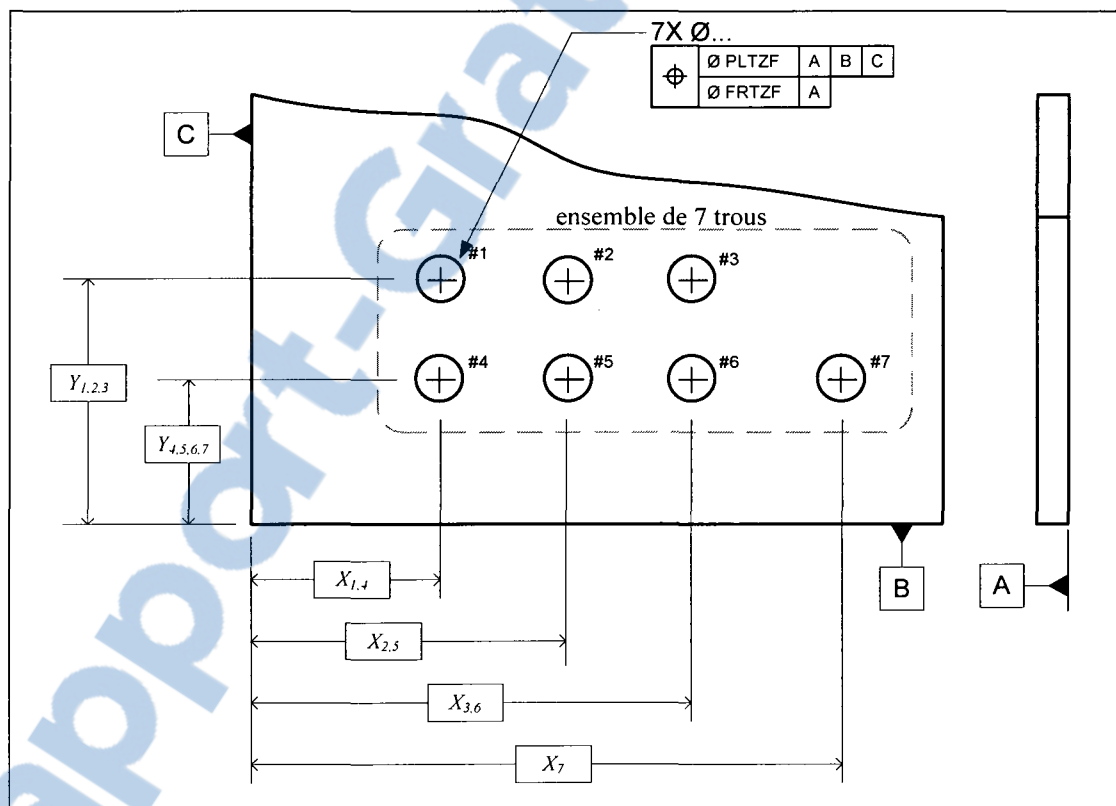


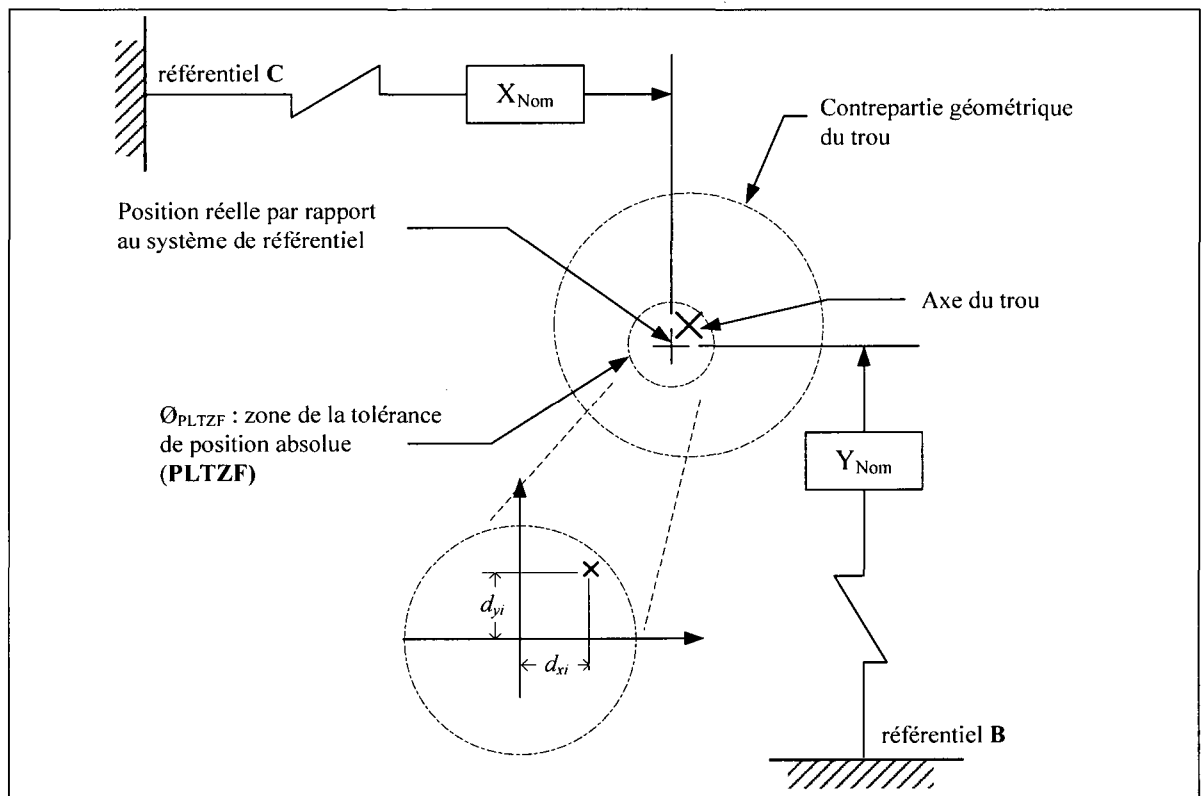
Figure 5-14 Exemple de tolérance de positionnement composée.

<sup>29</sup> PLTZF : de l'anglais *Pattern Location Tolerance Zone Framework*

<sup>30</sup> FRTZF : de l'anglais *Feature Relation Tolerance Zone Framework*

Nous considérons que la position réelle d'un trou est celle du centre de la contrepartie géométrique de celui-ci (position du plus grand cercle inscrit à l'intérieur du trou)<sup>31</sup>. Également, dans notre étude, nous supposons que la déviation de chaque élément par rapport à sa position nominale est composée d'une erreur systématique  $(\mu_x, \mu_y)$  et d'une erreur aléatoire  $(\delta_x, \delta_y)$ .

$$\begin{aligned} x_i - X_i &= \mu_x + \delta_{x_i} \\ y_i - Y_i &= \mu_y + \delta_{y_i} \end{aligned} \quad (5.11)$$



**Figure 5-15 Illustration de la tolérance de position absolue (PLTZF).**

<sup>31</sup> Nous traitons le cas bidirectionnel en supposant que le problème se déroule dans le plan XY. Dans le cas général 3D, l'analyse mathématique que nous effectuerons demeurera valable en considérant les déviations  $(\delta_u, \delta_v)$  plutôt que les déviations  $(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ . Ici  $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$  décrit le repère local où  $\bar{w}$  représente le vecteur normal à la surface nominale. Pour plus de détails, nous référons le lecteur à la norme des tolérances vectorielles ASME Y14.5.1-1994.



L'erreur systématique peut provenir de l'erreur de montage, d'un biais dans un contrôleur, d'un défaut de positionnement de la pièce dans son gabarit ou de toute autre source d'erreur produisant une déviation constante. L'erreur aléatoire provient généralement des erreurs intrinsèques aux procédés de fabrication ou d'assemblage, de l'usure, de l'incertitude de mesure ou de toute autre source produisant une dispersion selon une loi de probabilité quelconque.

Avec les conclusions du théorème de la limite centrale (Montgomery et Runger, 2007) et parce que  $(\delta_x, \delta_y)$  sont les résultats de plusieurs types d'erreur, nous pouvons constater comme corollaire que :

$$\begin{aligned}\delta_x &\approx N(0, \sigma_x) \\ \delta_y &\approx N(0, \sigma_y)\end{aligned}\tag{5.12}$$

Dans ce mémoire, et pour simplifier l'analyse, nous considérons que les variations sont similaires selon les axes  $-x$  et  $-y$ , mais non corrélées. C'est-à-dire que  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$  et que  $\sigma_{xy} = 0$ . Pour estimer la valeur de  $\sigma$ , le concepteur doit alors choisir l'estimateur approprié pour  $\hat{\sigma}$ . Par exemple, en considérant un procédé stable, nous pouvons utiliser une carte de contrôle  $\bar{X} - R$  ou tout autre estimateur robuste.

Nous rappelons au lecteur que d'une manière similaire à la tolérance de profil, les études de capabilité expérimentales sont généralement effectuées sur des pièces relativement simples. En plus, le  $\sigma$  identifié est associé à la déviation spatiale d'un seul élément (un trou par exemple). Or, en pratique, il est plutôt rare d'employer des attaches avec un seul élément. Notre but dans le développement mathématique qui suit, est de prédire le niveau vraisemblable de variation avec un système d'attache complexe (par exemple, un patron de  $n$  trous).

Par convention, nous désignons  $R_i$  comme la distance entre le point  $(x_i, y_i)$  et l'origine théorique du cercle  $(X_i, Y_i)$ . Le calcul de l'erreur de position d'un ensemble de  $n$  trous se

traduit par une déviation radiale (ou diamétrale). Dans le cas de la PLTZF, l'équation (5.13) nous permet d'obtenir la déviation radiale maximale (Figure 5-16) :

$$R_{PLTZF} = \max_{i=1, \dots, n} (R_i) \quad (5.13)$$

où

$$R_i = \sqrt{(x_i - X_i)^2 + (y_i - Y_i)^2} \quad (5.14)$$

Le calcul de la FRTZF est plus complexe. Il s'agit de trouver le plus petit cercle circonscrit  $c(x_c, y_c)$  qui inclut toutes les déviations  $(x_i - X_i, y_i - Y_i)$  de tous les  $n$  trous du patron. En d'autres mots, il faut trouver :

$$r_{FRTZF} = \min_c (r) \quad (5.15)$$

En supposant que  $n$  est grand ( $n \geq 5$ ), nous pouvons confondre le centre de la zone de tolérance de position fixe  $c(x_{FRTZF}, y_{FRTZF})$  avec le centre du cercle moyen des déviations des trous. En d'autres termes, le centre de la FRTZF est :

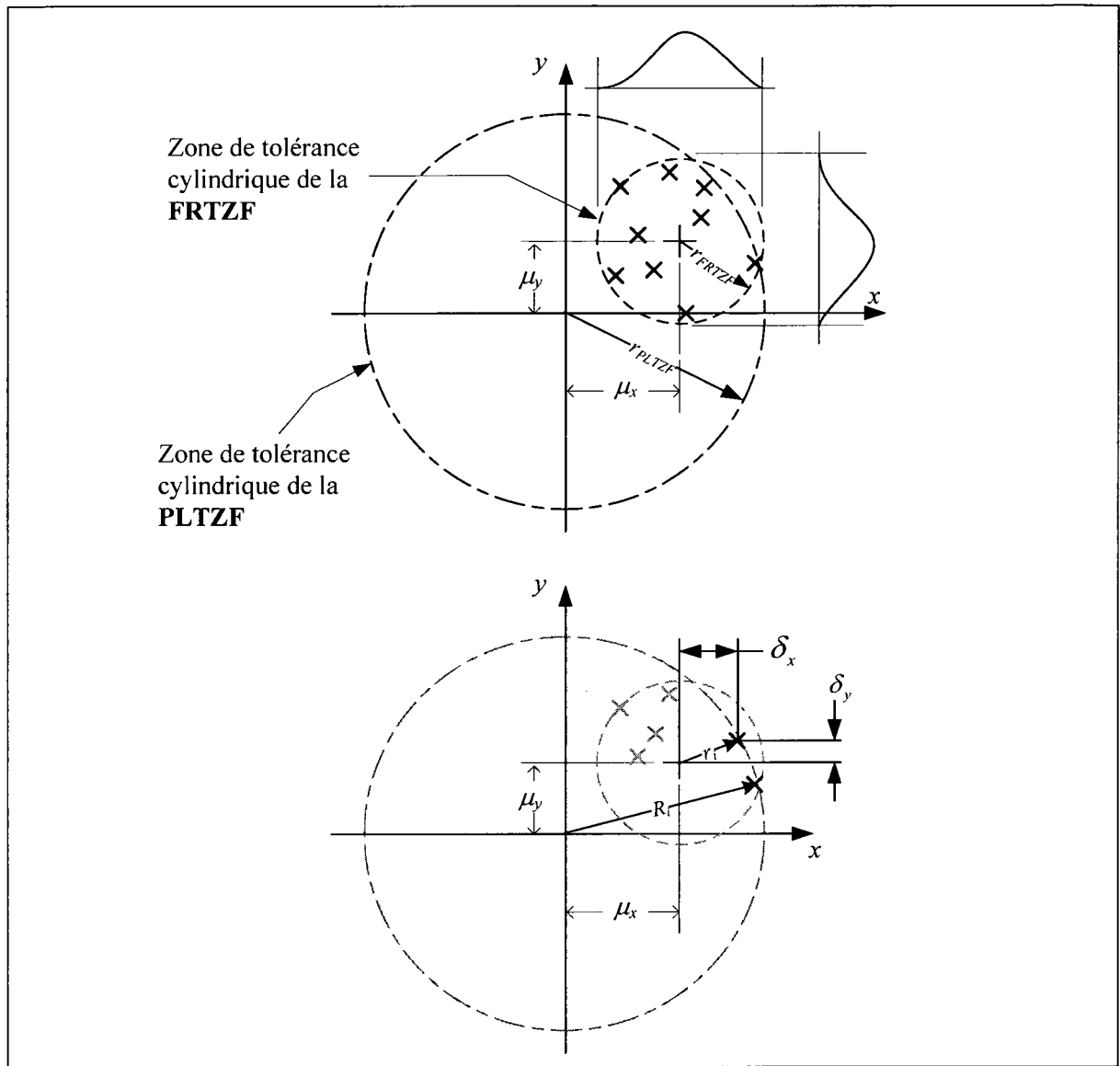
$$\begin{aligned} x_{FRTZF} &\approx \mu_x, & \hat{\mu}_x &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - X_i) \\ y_{FRTZF} &\approx \mu_y, & \hat{\mu}_y &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i) \end{aligned} \quad (5.16)$$

et

$$r_{FRTZF} = \max_{c(x_{FRTZF}, y_{FRTZF})} (r_i) \quad (5.17)$$

La tolérance de position fixe sera estimée à partir de l'équation (5.17) avec :

$$r_i = \sqrt{\delta_{x_i}^2 + \delta_{y_i}^2} \quad (5.18)$$



**Figure 5-16 Illustration de la zone de tolérance de position relative (FRTZF).**

Par convention, nous désignerons  $r_i$  comme la distance entre le point  $(\delta_x, \delta_y)$  et le nouveau centre nominal de l'ensemble  $(\hat{\mu}_x, \hat{\mu}_y)$ . La Figure 5-16 illustre schématiquement la comparaison entre la FRTZF et la PLTZF.

### 5.3.1 Analyse de la tolérance de position absolue (PLTZF)

Comme mentionné précédemment, la valeur de cette tolérance tient compte de l'erreur de positionnement d'un ensemble de trous par rapport à un système référentiel donné. C'est donc essentiellement l'erreur systématique de la machine ou du positionnement de la pièce durant la mise en route. Pour définir la capacité de la PLTZF, nous devons d'abord trouver la PDF et ensuite, les percentiles  $R_{50\%}$  et  $R_{99,865\%}$  de la déviation radiale par rapport à la position nominale. Pour le développement mathématique complet, nous référons le lecteur à l'ANNEXE V.

Selon (Papoulis, 1991), si  $(\delta_x, \delta_y)$  suivent une loi normale, alors la PDF de la déviation radiale par rapport à l'origine  $R_i$  du  $i^{ème}$  trou (équ.(5.14)) suivra une distribution de type :

$$k(R_i; (\sigma, \mu_x, \mu_y)) = \frac{R_i}{\sigma^2} I_0 \left( \frac{R_i \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{R_i^2 + \mu_x^2 + \mu_y^2}{2\sigma^2}} \quad (5.19)$$

avec :  $R_i \geq 0, \sigma > 0, \mu_i \geq 0$

La CDF sera :

$$K(R_i; (\sigma, \mu)) = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^R w I_0 \left( \frac{w\mu}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{w^2 + \mu^2}{2\sigma^2}} dw \quad R_i \geq 0, \sigma > 0, \mu_i \geq 0 \quad (5.20)$$

avec :  $R_i \geq 0, \sigma > 0, \mu_i \geq 0$

Ici  $I_0(z)$  représente la fonction de *Bessel* modifiée. À partir de ces équations, nous avons estimé la PDF et la CDF de la tolérance  $R_{PLTZF}$  d'un ensemble de  $n$  éléments. Après manipulations et simplification (voir ANNEXE V) la fonction PDF est :

$$q(R; (\sigma, \mu, n)) = n \frac{R}{\sigma^2} [K(R; (\sigma, \mu, n))]^{n-1} I_0 \left( \frac{R\mu}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{R^2 + \mu^2}{2\sigma^2}} \quad (5.21)$$

avec :  $r \geq 0, \sigma > 0, \mu \geq 0, n \geq 2$

et la fonction de distribution cumulative est :

$$Q(R; (\sigma, \mu, n)) = \int_0^R q(w; (\sigma, \mu, n)) dw \quad (5.22)$$

avec :  $r \geq 0, \sigma > 0, \mu \geq 0, n \geq 2$

Les percentiles de  $r_{PLTZF}$  s'obtiennent avec la formule suivante :

$$r_x\%(\sigma, \mu, n) = H^{-1}(x\%; (\sigma, \mu, n)) \quad (5.23)$$

Les trois équations précédentes sont complexes à évaluer, nous avons choisi d'exprimer leurs comportements sous la forme d'abaques.

Avec l'équation (5.1) et les Tableaux 5.6 à 5.8, nous pouvons estimer la capabilité du procédé à rencontrer le seuil de conformité visé  $x\%$ . La fonction de  $r_x\%$  étant impossible à obtenir analytiquement, ces abaques adimensionnels ont été obtenus par l'approximation numérique de l'équation (5.23) pour un écart-type unitaire ( $\sigma = 1$ ).

Tableau 5.6  
Percentile de  $r_{50\%}/\sigma$  de la PLTZF en fonction de  $n$  et  $\mu$

$n$	$\mu/\sigma$											
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,75	1	2,5	5	10	15
2	1,57	1,57	1,58	1,6	1,63	1,66	1,78	1,94	3,22	5,64	10,59	15,58
3	1,78	1,78	1,79	1,82	1,85	1,89	2,01	2,18	3,49	5,91	10,87	15,85
4	1,92	1,92	1,94	1,96	1,99	2,03	2,17	2,34	3,67	6,09	11,05	16,03
6	2,1	2,11	2,13	2,15	2,19	2,23	2,38	2,56	3,89	6,32	11,28	16,26
8	2,23	2,24	2,25	2,28	2,32	2,36	2,51	2,7	4,04	6,47	11,43	16,42
10	2,33	2,33	2,35	2,38	2,42	2,46	2,62	2,8	4,15	6,59	11,55	16,53
12	2,4	2,41	2,42	2,45	2,49	2,54	2,7	2,89	4,24	6,67	11,63	16,62
15	2,49	2,5	2,51	2,54	2,58	2,63	2,79	2,99	4,35	6,78	11,74	16,73
20	2,6	2,61	2,63	2,66	2,7	2,75	2,91	3,11	4,47	6,91	11,87	16,86
25	2,68	2,69	2,71	2,74	2,79	2,84	3	3,2	4,57	7,01	11,97	16,95
30	2,75	2,76	2,78	2,81	2,85	2,91	3,08	3,27	4,64	7,08	12,04	17,03

Tableau 5.7  
Percentile de  $r_{99,865\%}/\sigma$  de la PLTZF en fonction de  $n$  et  $\mu$

$n$	$\mu/\sigma$											
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,75	1	2,5	5	10	15
2	3,82	3,83	3,86	3,9	3,96	4,02	4,22	4,43	5,83	8,28	13,25	18,24
3	3,93	3,94	3,96	4,01	4,07	4,13	4,33	4,54	5,95	8,4	13,36	18,35
4	4	4,01	4,04	4,08	4,14	4,21	4,4	4,62	6,03	8,48	13,44	18,43
6	4,1	4,11	4,14	4,18	4,24	4,31	4,51	4,72	6,13	8,58	13,55	18,54
8	4,17	4,18	4,21	4,25	4,31	4,38	4,58	4,8	6,21	8,66	13,63	18,61
10	4,22	4,23	4,26	4,31	4,37	4,44	4,64	4,85	6,27	8,72	13,68	18,67
12	4,26	4,27	4,31	4,35	4,41	4,48	4,68	4,9	6,31	8,76	13,73	18,72
15	4,32	4,33	4,36	4,41	4,47	4,54	4,74	4,95	6,37	8,82	13,79	18,78
20	4,38	4,39	4,42	4,47	4,53	4,6	4,8	5,02	6,44	8,89	13,86	18,85
25	4,43	4,44	4,48	4,52	4,59	4,66	4,86	5,08	6,49	8,95	13,91	18,9
30	4,47	4,49	4,52	4,57	4,63	4,7	4,9	5,12	6,54	8,99	13,96	18,95

Tableau 5.8  
Percentile de  $r_{3,4 ppm}/\sigma$  de la PLTZF en fonction de  $n$  et  $\mu$

$n$	$\mu/\sigma$											
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,75	1	2,5	5	10	15
2	5,15	5,17	5,2	5,26	5,32	5,4	5,61	5,83	7,26	9,72	14,69	19,67
3	5,23	5,25	5,28	5,34	5,4	5,48	5,69	5,91	7,34	9,8	14,77	19,76
4	5,29	5,3	5,34	5,39	5,46	5,54	5,75	5,97	7,4	9,86	14,83	19,82
6	5,36	5,38	5,41	5,47	5,54	5,61	5,82	6,05	7,48	9,94	14,91	19,9
8	5,42	5,43	5,47	5,52	5,59	5,67	5,88	6,1	7,53	9,99	14,96	19,95
10	5,46	5,47	5,51	5,57	5,63	5,71	5,92	6,15	7,58	10,04	15,01	20
12	5,49	5,5	5,54	5,6	5,67	5,75	5,96	6,18	7,61	10,07	15,04	20,03
15	5,53	5,55	5,58	5,64	5,71	5,79	6	6,22	7,65	10,11	15,09	20,07
20	5,58	5,6	5,64	5,69	5,76	5,84	6,05	6,28	7,71	10,17	15,14	20,13
25	5,62	5,64	5,68	5,73	5,8	5,88	6,09	6,32	7,75	10,21	15,18	20,17
30	5,66	5,67	5,71	5,77	5,84	5,91	6,13	6,35	7,78	10,24	15,22	20,2

### 5.3.1.1 Exemple d'application pour la tolérance de position absolue (PLTZF)

Dans cet exemple nous analysons la capabilité d'un gabarit de perçage utilisé pour positionner les trous d'une trappe d'accès. Les composants impliqués sont la trappe d'accès, le plancher, la marche et la structure (voir Figure 5-17).

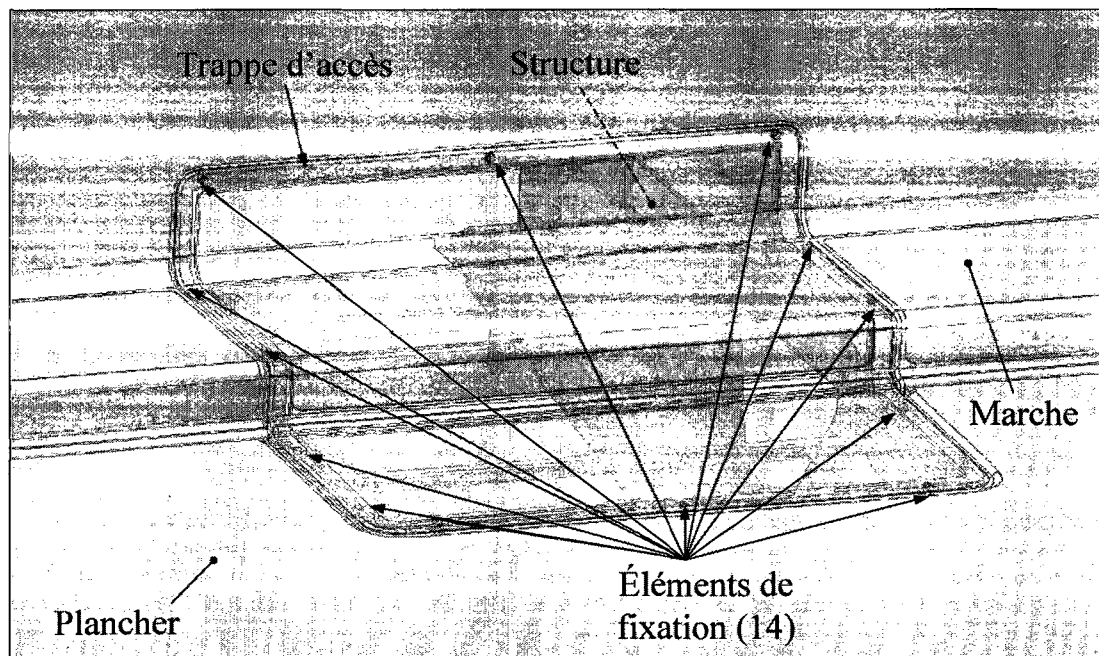


Figure 5-17 Assemblage de la trappe d'accès.

L'interface d'assemblage comporte 14 éléments de fixation pour le calcul de la tolérance de position absolue,  $n = 14$ . Ce type d'assemblage nécessite l'utilisation d'un gabarit de perçage mobile dont le comportement statistique de la déviation est caractérisé par une distribution normale  $N(0,5;1)$ . À partir des abaques 5.6 et 5.7, et de l'équation (5.1) nous pouvons estimer la PLTZF maximale permise pour un  $P_{pk} = 1,33$  de ce gabarit mobile.

$$P_{pk} = 1,33 = \frac{USL - 2,55}{4,52 - 2,55} \rightarrow USL = 5,17$$

14X

	Ø10,34	A	B	C	⟨ST⟩ (Ppk=1,33)
--	--------	---	---	---	-----------------

Donc, pour un indice de capabilité de  $P_{pk} = 1,33$  la tolérance de position absolue (PLTZF) permise serait de Ø10,34 mm.

### 5.3.2 Analyse de la tolérance de position relative (FRTZF)

Cette tolérance représente la capabilité inhérente de la machine. Elle est mesurée par le déplacement de la position nominale du trou, au centre réel du nuage de points représentant l'ensemble des trous  $(\mu_x, \mu_y)$ . Selon la norme ASME Y14.5.1, la déviation radiale  $r_i$  est calculée à partir de ce nouveau centre. Ceci sous-entend que, dans une situation idéale, une machine ne produira que l'erreur inhérente à celle-ci. Dans ce cas, la fonction de densité de probabilité (PDF) de la déviation radiale  $r_i$  (éq.(5.18)) suivra une distribution de Rayleigh (Cox et Shapiro, 1967; Papoulis, 1991) :

$$s(r_i; \sigma) = \frac{r_i}{\sigma^2} e^{-\frac{r_i^2}{2\sigma^2}} \quad r_i \geq 0, \sigma > 0 \quad (5.24)$$

et la CDF sera :

$$S(r_i; \sigma) = \int_0^r \frac{w}{\sigma^2} e^{-\frac{w^2}{2\sigma^2}} dw = 1 - e^{-\frac{r_i^2}{2\sigma^2}} \quad r_i \geq 0, \sigma > 0 \quad (5.25)$$

À cette étape, la distribution de  $r_{FRTZF}$  (Eq.(5.17)) peut être obtenue à partir de la distribution de  $r_{\max}$ , qui représente la valeur maximale de toutes les variables  $(r_1, \dots, r_n)$  avec  $n \geq 2$ .

$$r_{FRTZF} = r_{\max} = \max_{i=1, \dots, n} (r_1, \dots, r_n) \quad n \geq 2 \quad (5.26)$$

En y incluant les équations (5.24) et (5.25), cela nous permettra d'obtenir la PDF de  $r_{FRTZF}$  définie par  $t(r; (\sigma, n))$ , et la CDF par  $T(r; (\sigma, n))$

$$t(r; (\sigma, n)) = n \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \left[ 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \right]^{n-1} \quad r \geq 0, \sigma > 0, n \geq 2 \quad (5.27)$$

$$T(r; (\sigma, n)) = \int_0^r t(w) dw = \left[ 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \right]^n \quad r \geq 0, \sigma > 0, n \geq 2 \quad (5.28)$$

La définition complète de  $r_{FRTZF}$  et le développement mathématique qui s'y rattache se trouve à l'annexe VI. Pour définir la capabilité de cette distribution, en accord avec (Bothe, 2006), la formule (5.1) sera utilisée. À partir de l'équation (5.28), nous pouvons obtenir les percentiles  $r_{50\%}$  et  $r_{99,865\%}$ .

$$r_{x\%} = \left[ -2\sigma^2 \log \left( 1 - \left( \frac{x}{100} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \right]^{0.5} \quad (5.29)$$

La Figure 5-18 présente le comportement des percentiles  $r_{50\%}$ ,  $r_{99,865\%}$  et  $r_{3,4ppm}$ , pour un indice  $P_{pk} = 1$  et un écart-type unitaire ( $\sigma = 1$ ).



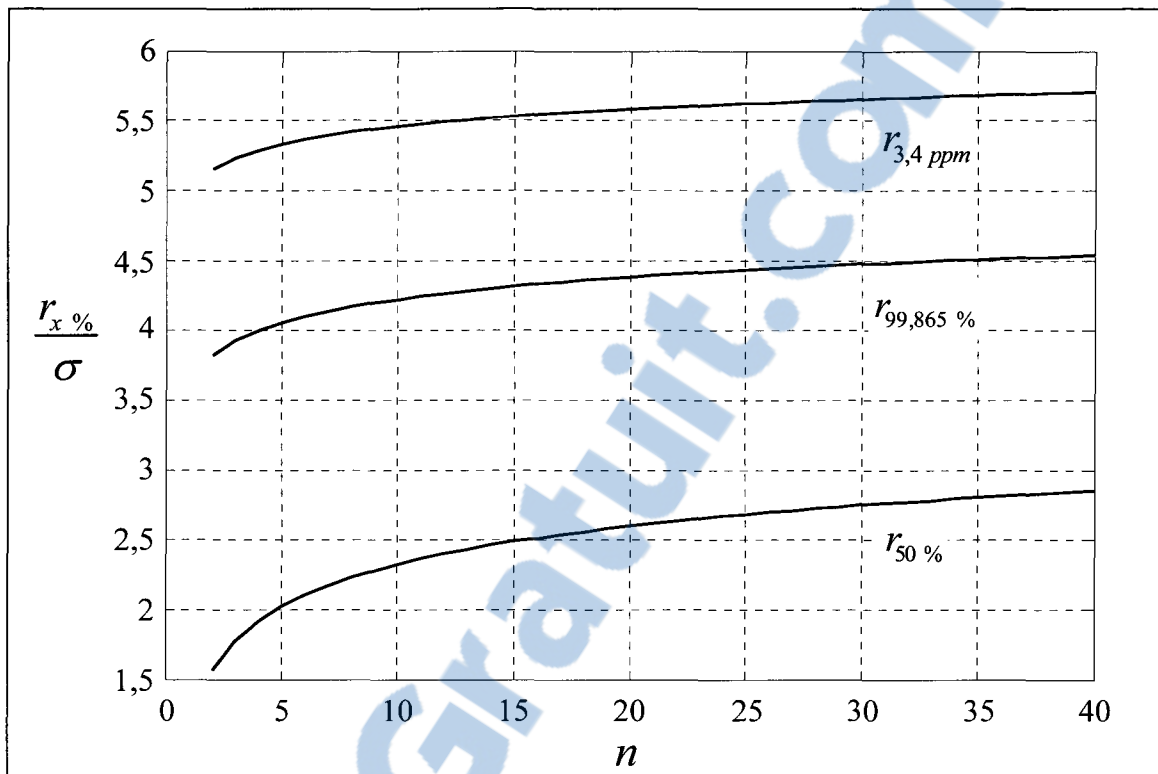


Figure 5-18 Percentiles de  $r_{50 \%}$ ,  $r_{99,865 \%}$ ,  $r_{3,4 \text{ ppm}}$  pour la FRTZF ( $\sigma = 1$ ).

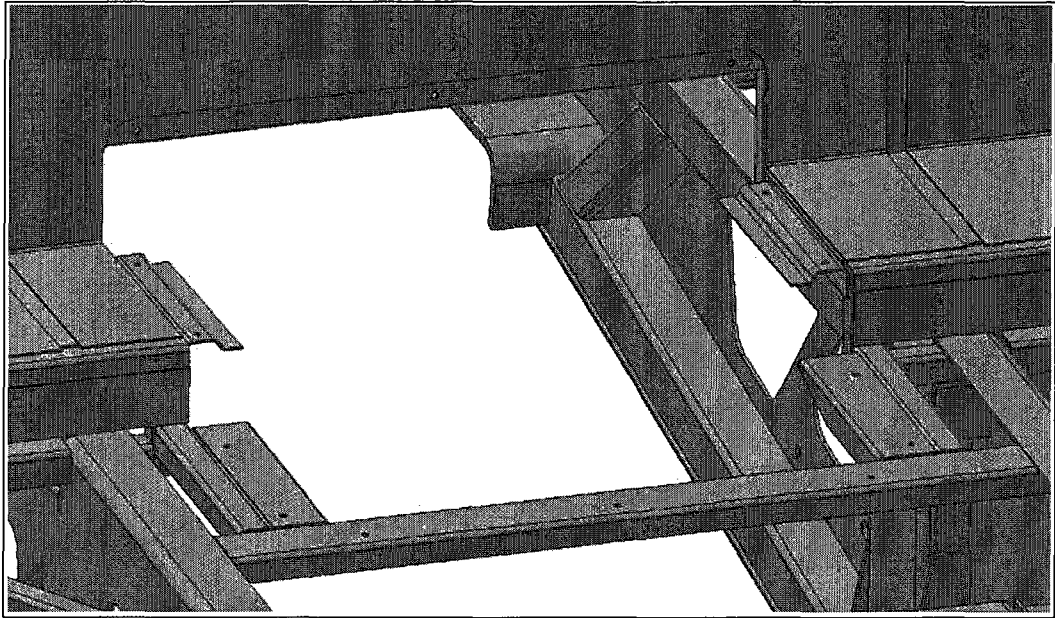
### 5.3.2.1 Exemple d'application pour la tolérance de position relative (FRTZF)

À partir de l'assemblage décrit au paragraphe 5.3.1.1, nous allons estimer la tolérance de position relative correspondant au gabarit de perçage utilisé.

Les données relatives au gabarit utilisé sont regroupées dans le Tableau 5.9.

Tableau 5.9  
Données relatives au gabarit de perçage mobile

Distribution statistique de la déviation $\delta$	$N(0,5; 1)$
Nombre de trous	14
Indice de capacité $P_{pk}$	1,33



**Figure 5-19 Ensemble de trous sur la structure pour l'assemblage de la trappe d'accès.**

À l'aide des formules (5.1) et (5.29) nous obtenons une valeur de FRTZF égale à :

$$P_{pk} = 1,33 = \frac{USL - 2,46}{4,30 - 2,46} \rightarrow USL = 4,91$$

Combinée à la tolérance de position absolue, la tolérance de positionnement du gabarit de perçage se résume à :

14X

	Ø 10,34	A	B	C
	Ø 9,81	A		

(Ppk=1,33)

Soulignons au lecteur que dans un cas comme celui-ci, nous arrondirions la tolérance de position fixe à 10 mm pour obtenir une tolérance unique. Dans notre cas, l'erreur systématique du gabarit relativement élevée fait en sorte que la PLTZF et la FRTZF sont presque égales.

14X

	Ø10	A	B	C
--	-----	---	---	---

(Ppk=1,33)

## 5.4 Conclusion

Nous avons développé une nouvelle méthodologie basée sur les méthodes de calculs proposées par la norme ASME Y14.5M pour évaluer statistiquement les tolérances de profil et de positionnement.

Le premier modèle a permis d'extrapoler les conclusions obtenues au cours de l'étude de capabilité d'un assemblage mécano-soudé élémentaire dans le calcul de la tolérance de profil. Il tient compte de la complexité géométrique de l'assemblage et du comportement statistique du procédé utilisé. Nous avons ensuite démontré l'applicabilité du modèle à travers deux exemples d'application.

Le deuxième modèle développé concerne la tolérance de positionnement. Nous avons pu établir le lien entre le nombre d'éléments d'un ensemble de trous, l'erreur systématique de la machine et la capabilité du procédé de perçage utilisé. Nous avons aussi réussi à montrer la pertinence du modèle à travers un exemple réel d'application.

## CHAPITRE 6

### ÉTUDE DE CAS

Le but de ce chapitre est de valider les quatre (4) méthodes de calcul développées précédemment en les comparant avec l'expérience. Malheureusement, à cause des contraintes logistiques et temporelles, seule la tolérance de profil a pu être vérifiée à l'usine de SFDL. Nous avons dû interrompre les essais à cause du manque de disponibilité des ressources et de la réévaluation des priorités par l'entreprise. Cette analyse présente l'évaluation des variations dimensionnelles et géométriques d'un module de mur faisant partie du mur gauche de la structure LFS-PF 2010.

#### 6.1 Module de mur : estimation de la tolérance de profil

Pour cette analyse, nous utilisons les capacités estimées précédemment pour déterminer les dimensions hors-tout du module principal (D02145). Nous rappelons au lecteur que l'évaluation des tolérances des modules est effectuée selon les axes X et Y seulement. La méthode statistique avec les indices de capacité et les abaques développés au Chapitre V sont utilisés pour estimer les tolérances des modules. Une valeur de  $P_{pk} = 1,33$  et un intervalle de confiance de 99,865 % sont utilisés dans les calculs.

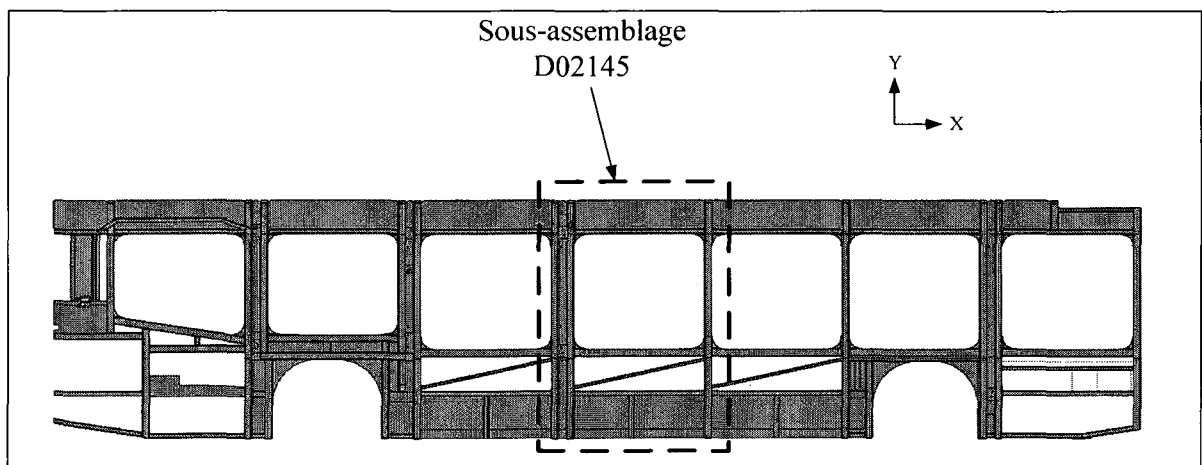
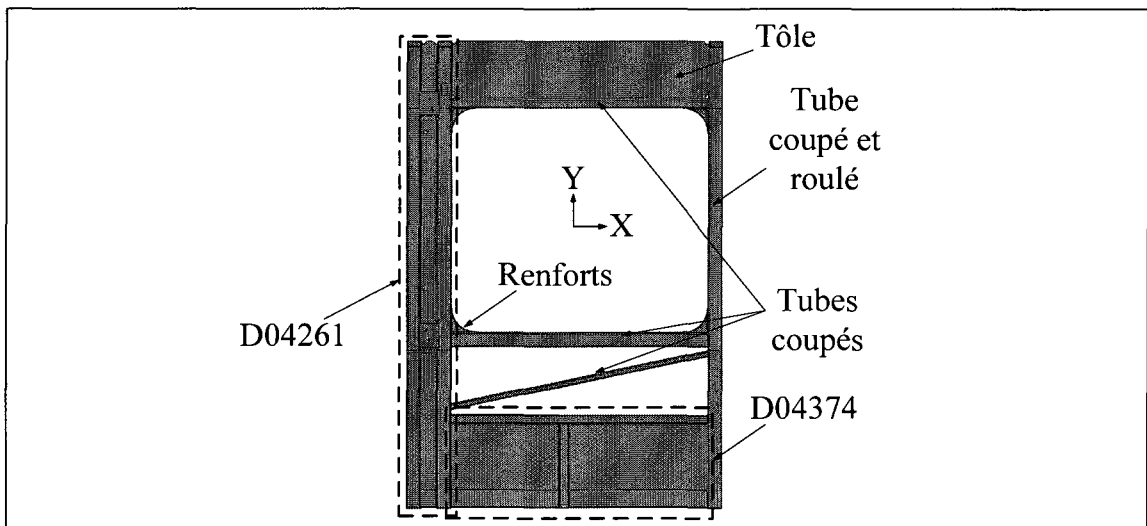
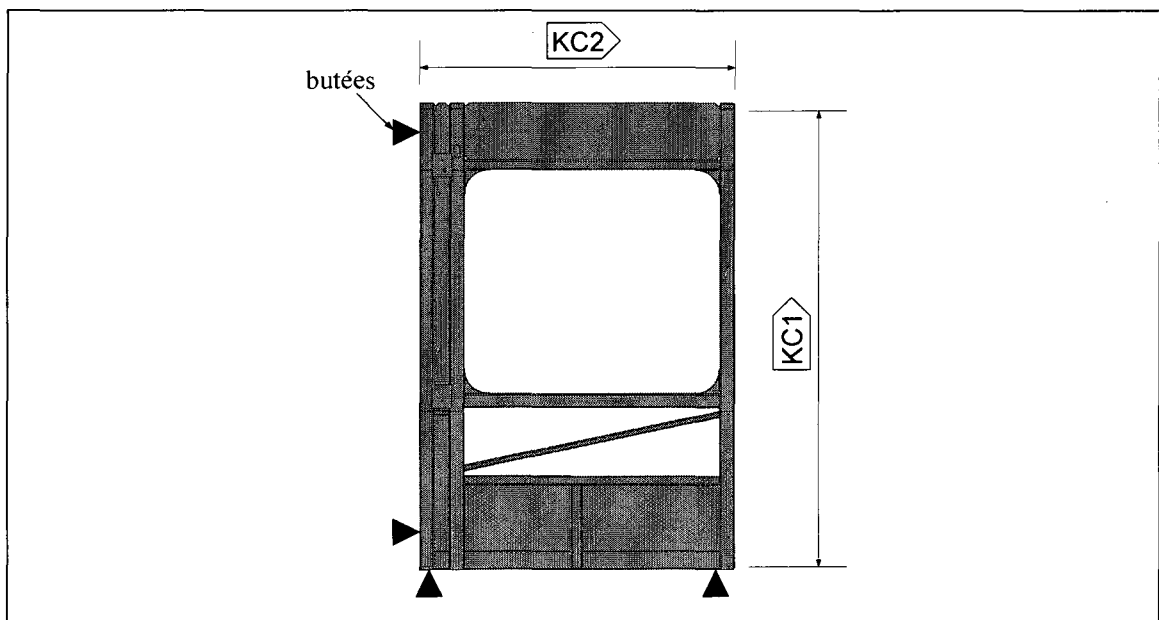


Figure 6-1 Mur droit structure LFS-PF 2010.

Le module D02145 est composé de deux (2) sous-assemblages et de pièces primaires : les sous-modules D04261 et D04374, quatre (4) tubes coupés dont un (1) roulé, une (1) tôle et quatre (4) renforts (voir Figure 6-2). La Figure 6-3 présente les caractéristiques clés du sous-assemblage principal ainsi que la façon dont il est positionné dans le gabarit d'assemblage du mur.

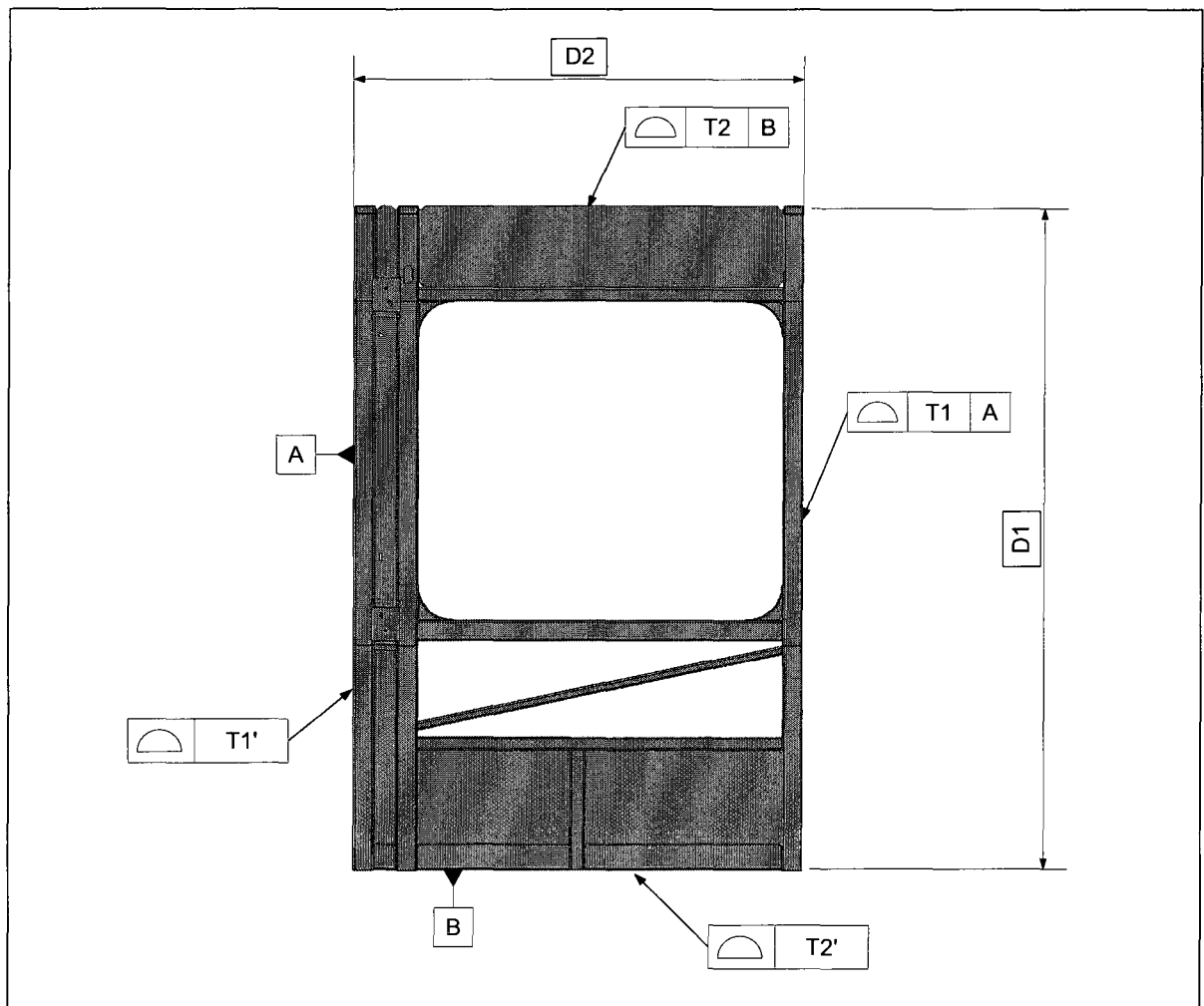


**Figure 6-2 Sous-modules et composantes du module D02145.**



**Figure 6-3 Caractéristiques clés du module D04494.**

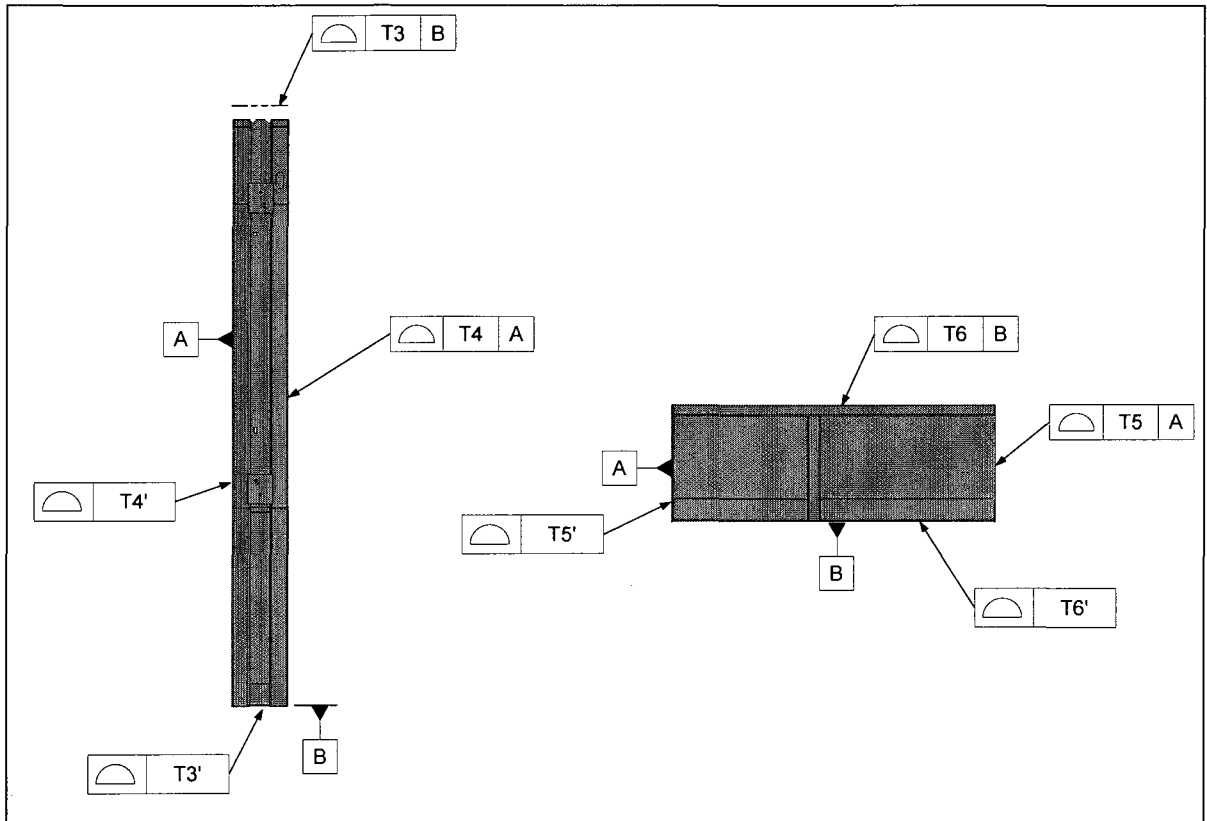
Ces dimensions critiques se traduisent en GD&T à l'aide de la tolérance de profil avec référentiels (TYPE 2). Les référentiels du module sont le côté gauche et le dessous des tubes de l'assemblage (voir Figure 6-4).



**Figure 6-4 Cotation du module D02145.**

Pour évaluer les variations du module principal, nous devons aussi évaluer les dimensions des deux sous-modules D04261 et D04374. En fait, la complexité géométrique de l'assemblage principal doit tenir compte de celle des sous-assemblages. C'est-à-dire, que si les deux sous-assemblages ont une complexité  $n = 5$ , celle du module D02145 doit être au minimum égale à  $n = 10$ . Avisons le lecteur qu'en général, la complexité est directement reliée au nombre de points d'inspection.

De la même façon que pour le D02145, nous avons appliqué le GD&T aux deux sous-assemblages afin de bien énoncer les requis fonctionnels de ceux-ci (voir Figure 6-5).



**Figure 6-5 Cotation des sous-modules D04261 (gauche) et D04374 (droite).**













Pour évaluer les tolérances, nous devons d'abord identifier les procédés utilisés ainsi que la complexité géométrique correspondant à chaque caractéristique clé (KC). Le Tableau 6.1 présente les valeurs des différents paramètres pour toutes les KC. Ensuite, nous estimons les tolérances de profil avec référentiels (TYPE 2) pour les quatre (4) KC identifiées à partir des Tableaux 5.3 et 5.4, et de l'équation (5.1). Ainsi nous évaluons la tolérance de profil sans référentiel (TYPE 1) des assemblages afin d'avoir une idée de leur défaut d'ondulation<sup>32</sup>. Nous appellerons ces tolérances T1', T2', T3', T4', T5' et T6'. Les résultats sont présentés au Tableau 6.2.

<sup>32</sup> Défaut de rectitude ou *waviness*

Tableau 6.1  
Paramètres pour le calcul des tolérances des sous-modules

Sous-module	KC	Procédé	Capabilité	Complexité géométrique
D02145	T1 et T1'	coupage	$N(-0,2,0,48)$	$n = 5$
	T2 et T2'	soudage <sup>33</sup>	$N(-0,92,0,42)$	$n = 25$
D04261	T3 et T3'	coupage	$N(-0,2,0,48)$	$n = 5$
	T4 et T4'	soudage <sup>33</sup>	$N(-0,92,0,42)$	$n = 5$
D04373	T5 et T5'	coupage	$N(-0,2,0,48)$	$n = 5$
	T6 et T6'	soudage <sup>33</sup>	$N(-0,92,0,42)$	$n = 5$

Tableau 6.2  
Résultats du calcul des tolérances des sous-modules

KC	Profil avec référentiels (TYPE 2)	KC	Profil sans référentiels (TYPE 1)
T1	 4 A $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33	T1'	 3 $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33
T2	 6 B $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33	T2'	 3 $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33
T3	 4 B $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33	T3'	 3 $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33
T4	 5 A $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33	T4'	 2 $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33
T5	 4 A $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33	T5'	 3 $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33
T6	 5 B $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33	T6'	 2 $\langle ST \rangle$ Ppk = 1,33

Comparons maintenant les résultats obtenus avec les tests effectués à l'usine de SFDL.

<sup>33</sup> La capabilité du procédé de soudage est décrite ici par une distribution Normale de paramètres  $\mu_{eq}$  et  $\sigma_{eq}$  évaluée à partir de la distribution Weibull obtenue au Chapitre IV.



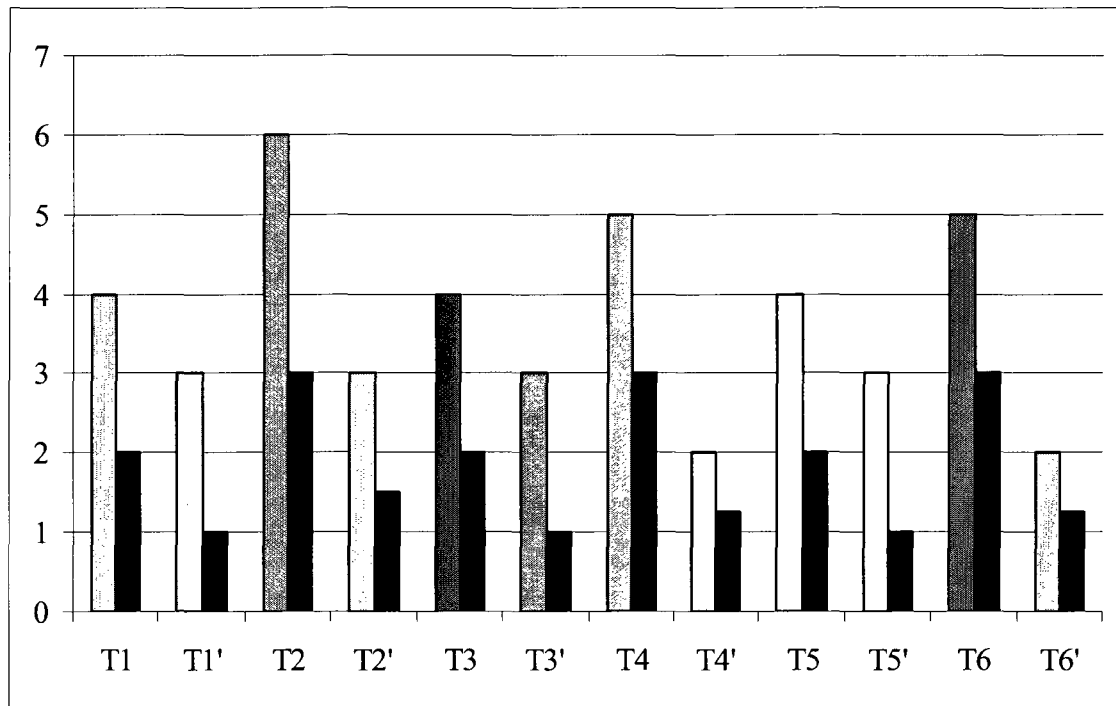
### 6.1.1 Comparaison avec les essais effectués à SFDL

Des essais pour évaluer les variations dues aux procédés de fabrication de l'usine de Saint-François-du-Lac ont été effectués pour le module D02145. Les résultats ont été compilés dans (Conraud, Patenaude et Jacques, 2007) et la démarche a servi de modèle pour l'analyse des autres sous-assemblages des murs. Ce rapport présente toutes les hypothèses de travail utilisées pour l'analyse des tolérances des modules ainsi que les résultats des tests effectués. Signalons que les tests ont été faits sur 5 sous-assemblages consécutifs pour chaque cas.

Tableau 6.3  
Comparaison des valeurs estimées et réelles des tolérances

KC	Valeur estimée à 99,865%	Déviatiion maximale mesurée	KC	Valeur estimée à 99,865%	Déviatiion maximale mesurée
T1	4	2	T1'	3	1
T2	6	3	T2'	3	1,5
T3	4	2	T3'	3	1
T4	5	3	T4'	2	1,25
T5	4	2	T5'	3	1
T6	5	3	T6'	2	1,25

En général, la valeur estimée des tolérances est égale au double de la valeur de la déviation mesurée (voir Tableau 6.3 et Figure 62). Cela peut provenir de plusieurs facteurs dont, le petit nombre de composants mesurés étant probablement le principal, et l'arrondissement des valeurs lors des calculs. De plus, la valeur de  $P_{pk} = 1,33$  gonfle artificiellement la tolérance, ce qui minimise le risque de rencontrer une non-conformité.

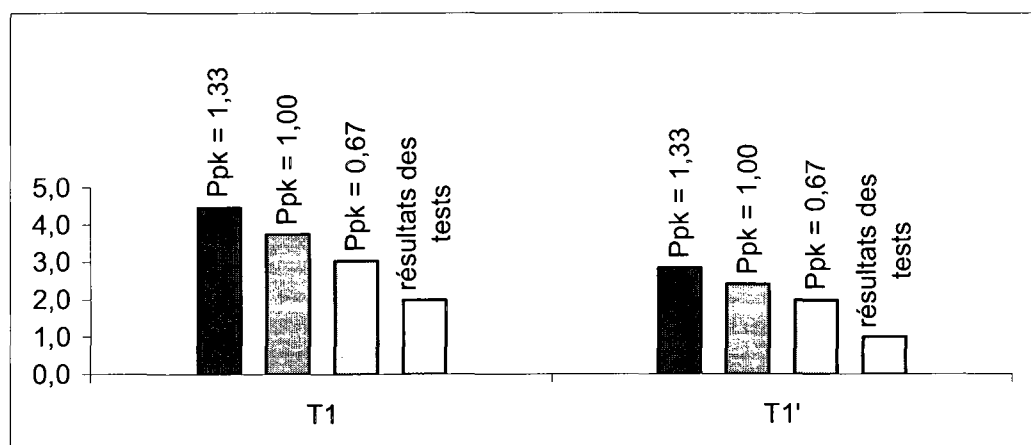


**Figure 6-6 Comparaison des valeurs théoriques et réelles des tolérances.**

Peut-être que l'utilisation d'un  $P_{pk} = 1$  ou même de 0,67 serait plus approprié. Le choix revient à Nova Bus d'établir la capabilité désiré en fonction du niveau de confiance désiré. Le Tableau 6.4 compare les valeurs des tolérances T1 et T1' en fonction des différentes valeurs de  $P_{pk}$ .

**Tableau 6.4**

Comparaison des tolérances T1 et T1' pour différentes valeurs de  $P_{pk}$



Une nouvelle étude avec un plus grand nombre d'échantillons permettrait de réévaluer les résultats obtenus. Par contre, depuis l'adoption de ces tolérances, aucune non-conformité n'a été notée à l'assemblage des murs. C'est donc dire qu'à chaque fois, les soudeurs ont réussi à assembler les murs sans opérations secondaires. C'est la preuve que la méthodologie développée, incluant la restructuration du système de référentiels, l'analyse de la capacité du procédé de soudage et l'utilisation des chaînes des cotes, améliore l'assemblabilité d'un assemblage.

L'intervalle de confiance de 99,865 % fait en sorte que le nombre de non-conformités est estimé à environ 1,35 pour une production de 1000 unités. Considérant qu'au moment de l'analyse, Nova Bus avait une cadence de production moyenne de 2 véhicules par jours, soit environ 470 structures par année, il n'est pas étonnant qu'aucune non-conformité n'ait été relevée depuis. De plus, le suivi en production étant relativement difficile, il se peut que des non-conformités aient été éliminées par les soudeurs. En effet, comme mentionné au paragraphe 5.2.2.1, les soudeurs ont recours à différents moyens pour régler les problèmes d'assemblage, tels l'utilisation de cale d'ajustement pour des assemblages trop courts, et l'utilisation d'une scie rotative pour les pièces trop longues.

## **6.2 Conclusion**

En conclusion, les tests effectués sur l'assemblage D02145 et les deux sous-assemblages D04162 et D04374 ont permis de valider la méthodologie de calcul de la tolérance de profil. Les tolérances de profil calculées n'ont produites aucune non-conformité jusqu'à ce jour. Par contre, nous devons être prudents dans nos conclusions, principalement à cause du faible nombre d'assemblages contrôlés.

## CONCLUSION

L'objectif principal de ce mémoire était de développer un outil d'analyse et de conception appliqué pour la prédiction de la propagation des variations dimensionnelles et géométriques d'un produit complexe : la structure d'un autocar. Cet outil devait permettre aux concepteurs d'effectuer plus rapidement des estimations (dans un sens statistique) de l'amplitude des variations selon les principes de la conception pour la fabrication (DFMA).

Nous avons utilisé le tolérancement dimensionnel et géométrique selon la norme ASME Y14.5M pour l'interprétation des tolérances de la structure fabriquée à Saint-François-du-Lac (SFDL). Nous avons aussi favorisé l'utilisation de la chaîne de cotes traditionnelle dans les analyses de variations, lorsqu'elle était applicable. Cette technique simplifie l'interprétation des KPC de la structure et est facile à appliquer dans notre cas. Nous avons effectué les analyses de tolérances à l'aide de la méthode statistique jumelée aux indices de capabilité. Cela nous a permis de tenir compte de l'influence des procédés utilisés et d'avoir des tolérances plus réalistes qu'avec la méthode des limites min/max.

Nous avons ensuite redéfini le système référentiel de la structure NOVA LFS-PF 2010® pour nous permettre d'organiser le traitement des analyses de variations qui valident les KC de la structure du véhicule (création de liens « cause à effet » entre spécifications géométriques sur un composant et les KPC du véhicule). Ce système de référentiels a ensuite servi pour valider l'outillage et estimer la capabilité du procédé de fabrication de la structure.

À partir des capabilités obtenues par des mesures expérimentales *in situ*, nous avons identifié et quantifié quatre types d'erreurs susceptibles de provoquer une variation dimensionnelle ou géométrique significative de l'assemblage final :

1. l'erreur due au procédé de roulage des pièces primaires;
2. l'erreur due au procédé de coupage des pièces primaires;
3. l'erreur due au montage dans les gabarits dans le procédé d'assemblage;
4. l'erreur due au retrait causé par le procédé de soudure.

Nous avons estimé le comportement du retrait à l'aide d'une fonction empirique. De cette fonction, nous avons ensuite développé une méthode pour tenir compte du retrait dans les analyses de chaînes de cotes. L'usine de SFDL applique déjà cette méthode.

Nous avons développé un modèle de chaîne de cotes qui tient compte des comportements des variations des procédés. À partir de ce modèle, nous avons obtenu une déviation ( $\delta$ ) se traduisant par une erreur géométrique de profil selon la norme ASME Y14.5M-1994. Celle-ci nous a permis de caractériser la capacité du procédé de soudage de l'usine de Saint-François-du-Lac à produire un assemblage simple.

Pour terminer, nous avons développé deux modèles mathématiques originaux pour l'estimation des tolérances de profil et de positionnement. Celui des défauts de profil tient compte de la complexité géométrique de l'assemblage et du comportement statistique du procédé utilisé. Celui des défauts de positionnement nous a permis d'établir le lien entre le nombre d'éléments d'un ensemble de trous, l'erreur systématique de la machine et la capacité du procédé de perçage utilisé. Dans le cas de la tolérance de profil, une étude de cas sur un assemblage réel nous a permis de valider partiellement notre démarche. Par contre, dû à des contraintes de ressources et de temps, nous n'avons pu effectuer les tests pour la tolérance de positionnement. D'autres essais seraient donc nécessaires pour confirmer le bien-fondé de la démarche.

Nous ne pouvons comparer directement la méthode développée avec le fonctionnement des logiciels de simulation comme VSA 3D<sup>®</sup> et CE/TOL<sup>®</sup>. Dans ceux-ci, les calculs sont basés principalement sur les analyses cinématiques, et permettent d'effectuer des analyses de variations à partir des capacités des procédés identifiés d'une façon simpliste. De notre côté, nous avons opté pour une approche probabilistique : nous modélisons les variations en fonction de la complexité des géométries analysées et des capacités des procédés utilisés. Plus particulièrement, l'approche développée permet de modéliser une chaîne de cotes pour un type d'assemblage particulier : le mécano-soudé. La méthodologie nous permet d'inclure les déformations propres à ce procédé, tels le retrait et le twist dans la modélisation de la

chaîne de cotes, ce qui est encore impossible avec l'approche cinématique. La continuité des travaux débutés dans le cadre de ce projet pourrait probablement permettre de jumeler les deux approches.

Suite à ce mémoire, deux articles ont été soumis au journal scientifique *Quality Engineering*. Le premier, « *Process and Geometric Complexity Oriented Modeling of the Profile Tolerance* », présente le développement effectué pour évaluer la tolérance de profil. Le second, « *Measuring and Exploiting the Capability of the Position Tolerance* », traite de la méthodologie développée pour estimer la tolérance de position. Ces deux articles sont présentement en processus d'évaluation.

## RECOMMANDATIONS

Une analyse plus approfondie du retrait permettrait assurément une meilleure compréhension de ce phénomène. L'introduction de l'effet tridimensionnel de torsion causé par les contraintes résiduelles produites lors du soudage augmenterait la précision du modèle développé. Parallèlement, il faudrait évaluer l'influence de la rigidité des composants. Dans ce mémoire, nous avons considéré que les composants étaient rigides, mais en réalité, un tube long peut être considéré comme flexible. Il faudrait donc ajouter l'influence de la flexibilité des pièces dans l'analyse du retrait.

Pour ce qui est des modèles mathématiques développés, l'utilisation de chaîne de cotes non linéaires permettrait de faire des analyses de tolérances en tenant compte des différentes variables en fonction de leur sensibilité. Pour une chaîne de cotes simple, il faudrait également vérifier l'effet de la corrélation entre les variables. Cela permettrait, par exemple, de tenir compte du fait que des tubes provenant du même lot de production auraient sensiblement les mêmes défauts de fabrication.

Dans l'analyse des tolérances de profils et de localisation, l'utilisation des distributions statistiques réelles des différentes variables augmenteraient la précision des modèles développés. Il faudrait aussi ajouter et analyser les effets la corrélation entre les variables dans les modèles développés. Parallèlement, il serait intéressant de continuer l'échantillonnage déjà effectué pour valider les deux modèles développés, et de réévaluer les estimations pour une valeur de  $P_{pk}$  plus adaptée au contexte manufacturier de Nova Bus. Finalement, il faudrait travailler sur la méthode d'identification de la complexité géométrique des composants afin d'approfondir et de standardiser l'évaluation de ce facteur.

Quant à la compagnie Nova Bus, l'usine de Saint-François-du-Lac se doit de compléter l'attribution des systèmes de référentiels pour tous les autres sous-assemblages. Il faudrait du même coup commencer à compiler des données sur les autres procédés de fabrication et d'assemblage utilisés, dans le but d'évaluer périodiquement leur capacité. Idéalement,

chaque gabarit devrait faire l'objet d'une analyse de capacité périodique. Aussi, comme nous l'avons vu au Chapitre III, un programme d'entretien et de contrôle des gabarits devra être mis sur pied afin de pouvoir minimiser la détérioration de leur répétabilité. Finalement, une courte formation des concepteurs sur les différentes notions de capacité des procédés serait nécessaire pour faciliter l'utilisation des abaques, donc l'implantation de la méthodologie développée.

Du côté de l'usine de Saint-Eustache, l'identification et la documentation claire des requis fonctionnels des différents systèmes est primordiale. Seulement suite à ces activités sera-t-il possible de choisir des interfaces d'assemblage permettant d'effectuer une cotation fonctionnelle à l'aide du GD&T. Cette cotation permettra d'augmenter la manufacturabilité et la répétitivité des composants. Pour terminer, il serait intéressant d'évaluer la capacité des différents gabarits d'assemblage utilisés à l'usine de Saint-Eustache afin de pouvoir tenir compte des variations induites par ceux-ci tout au long de la ligne d'assemblage finale.



## ANNEXE I

### ANALYSE DE CAPABILITÉ DU COUPAGE ET DU ROULAGE DES TUBES

Cette partie présente l'analyse de capabilité pour la mesure de la longueur et de la largeur des tubes, ainsi que pour l'erreur de dimension du gabarit obtenue à partir des mesures de SFDL.

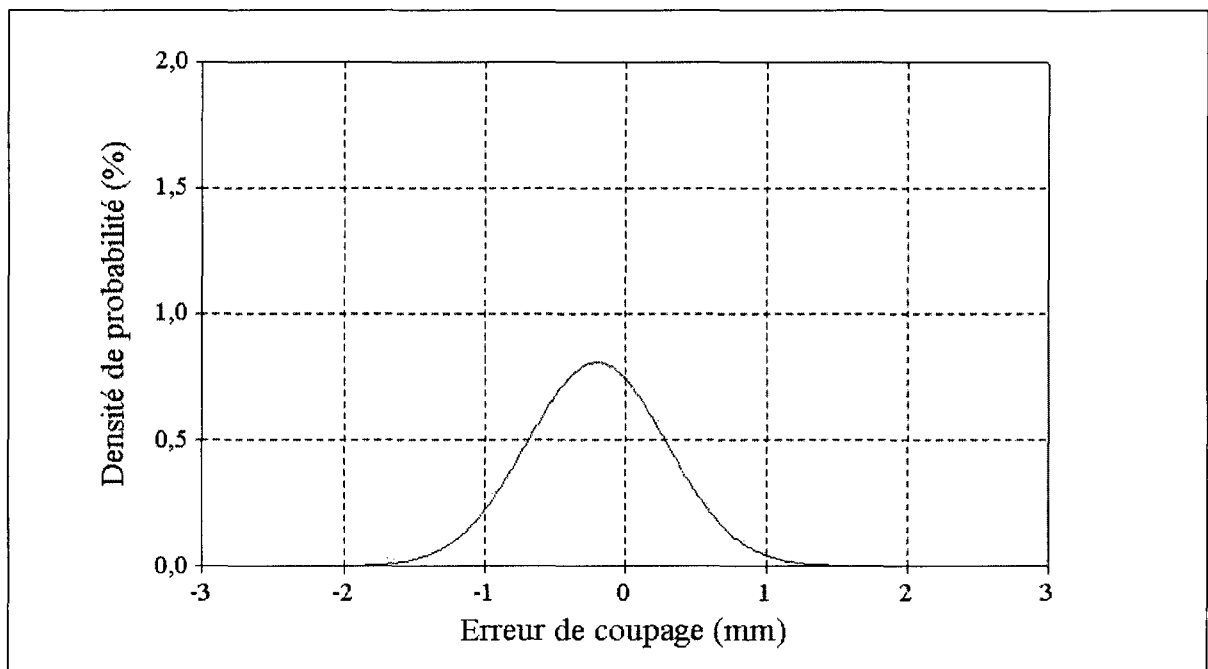
Tableau 1.1  
Résultats pour la longueur ( $l_{tube}$ ) et la largeur ( $x_b$ ) des tubes à SFDL

	Longueur	Largeur
<b>Valeur nominale</b>	2447,5	76,2
<b>Tolérance</b>	±1 mm	celle du manufacturier

# Échantillon	Longueur (mm)	Largeur (mm)
1	2447,3	76,8
2	2448,0	76,7
3	2446,8	76,8
4	2447,8	76,6
5	2447,3	76,9
6	2447,3	76,3
7	2447,3	76,9
8	2446,9	76,8
9	2446,2	76,6
10	2446,7	76,9
11	2446,9	76,7
12	2446,0	76,6
13	2446,8	76,9
14	2447,2	76,7
15	2447,1	76,5
16	2447,0	76,8
17	2446,5	76,6
18	2447,3	77,3
19	2447,3	76,9
20	2446,9	76,6
21	2447,9	77,0
22	2447,3	76,7
23	2447,0	76,5
24	2447,9	76,7
25	2447,8	77,1
26	2448,7	76,8
27	2447,9	77,2
28	2447,2	76,8
29	2446,7	76,9
30	2447,0	76,5

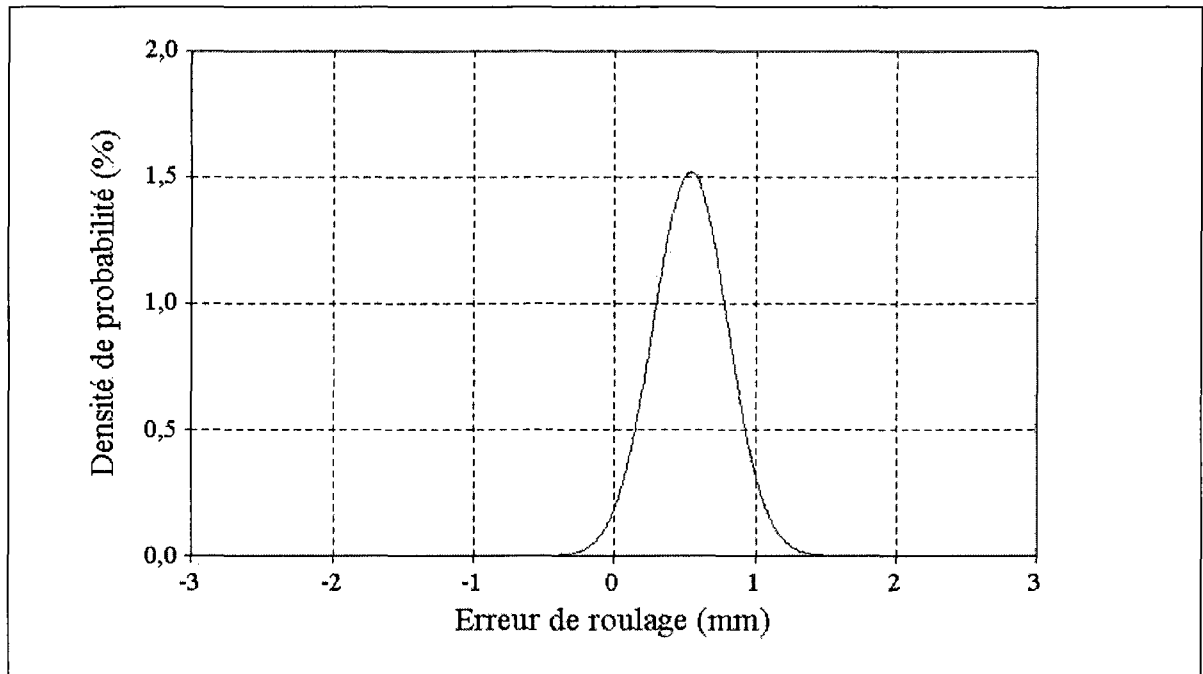
À l'aide du logiciel Minitab<sup>®</sup>, un test de normalité (basé sur le critère d'Anderson-Darling<sup>34</sup>) a été effectué sur les deux groupes de données. Nous avons posé les deux hypothèses suivantes : le procédé de coupage suit une distribution normale, et celui de roulage suit aussi une distribution normale. Pour affirmer que ces deux hypothèses ne peuvent pas être rejetées, la « *p-value* » obtenue pour chacune des populations doit être supérieure à la valeur de l'erreur  $\alpha$ .

La « *P-value* » obtenue pour la longueur des tubes étant de 0,122 et celle pour la largeur des tubes de 0,210, avec  $\alpha = 0,05$  (valeur standard), on peut affirmer que les deux populations suivent des distributions normales. La Figure 1.1 et la Figure 1.2 présentent les courbes des distributions normales associées aux procédés de coupage et de roulage des tubes.



**Figure 1.1 Distribution normale du procédé de coupage des tubes.**

<sup>34</sup> Le test de normalité basé sur le critère d'Anderson-Darling est le plus adéquat pour les populations de petites tailles ( $n \leq 30$ ).



**Figure 1.2 Distributions normales du procédé de roulage des tubes.**

Pour les analyses de tolérances, les distributions statistiques des procédés de coupage et de roulage des tubes seront estimées à partir des paramètres trouvés avec l'analyse des distributions effectuées. Pour des intervalles de confiance de 95 %, nous avons observé que le procédé de coupage des tubes suit donc une distribution normale de paramètres  $\mu_{tube} = -0,20 \pm 0,11$  mm et  $\sigma_{tube} = 0,48 \pm 0,10$  mm, alors que le procédé de roulage des tubes suit une distribution normale ayant les paramètres  $\mu_b = 0,55 \pm 0,09$  mm et  $\sigma_b = 0,25 \pm 0,06^{35}$ .

<sup>35</sup> Il faut noter que la faible précision des instruments de mesure employés fait en sorte que la justesse des résultats obtenus est discutable. Cependant, pour les besoins de l'étude actuelle ils seront quand même considérés en assumant que la variabilité induite par le système de mesure est contenue dans l'estimateur  $\sigma$ .

## ANNEXE II

### ESTIMATION DU RETRAIT

Les paramètres de soudage qui ont une influence sur la dimension du retrait sont nombreux. L'intensité du courant, le type de soudure, le type de matériaux et l'épaisseur des pièces soudées ne sont que quelques exemples. Afin de simplifier l'analyse, tous ces paramètres ont été fixés sauf deux : la dimension du jeu entre les pièces et le temps de maintien de l'assemblage après la soudure. Voici donc comment les effets de ces deux paramètres ont été étudiés :

1. La dimension du jeu entre les pièces :
  - afin de prévenir tout problème d'assemblage dans les gabarits, la dimension minimum du jeu de soudure est fixée à de 0,5 mm;
  - pour assurer un cordon de soudure de qualité supérieure, la dimension maximum du jeu de soudure est fixée à 2 mm.
2. Le temps de maintien de l'assemblage dans son gabarit après la soudure :
  - en maintenant les pièces en place après la soudure, jusqu'au refroidissement total de l'assemblage avant de le relâcher (4 h);
  - en relâchant les pièces après la soudure sans avoir attendu le refroidissement total de l'assemblage (15 min).

Le Tableau 2.1 montre l'interaction des quatre conditions présentées plus haut.

Tableau 2.1  
Influence des paramètres observés lors des tests de retrait

	maintenu	non-maintenu
jeu de 0,5 mm	négligeable	négligeable
jeu de 2 mm	négligeable	1 mm

On peut donc conclure qu'avec les dimensions de jeu établies et le maintien des assemblages, le retrait est négligeable.

Malheureusement, maintenir les assemblages dans les gabarits ralentirait beaucoup la cadence de production actuelle de 2,5 structures par quart de travail et rendrait presque impossible le passage à 5 structures par quart. Pour résoudre cette problématique, il faudrait avoir tous les gabarits de soudure en plusieurs exemplaires pour laisser refroidir les assemblages avant de les relâcher. Cela représente des coûts excessifs au niveau de la fabrication et une gestion relativement complexe de l'entretien de l'outillage. Cette option ne sera probablement pas retenue et il faudra donc considérer que la majorité des assemblages seront relâchés peu après le soudage. Cela implique que pour les assemblages qui ne peuvent être maintenus il faudra absolument tenir compte du retrait dans les analyses de variations.

Le Tableau 2.2 présente les données recueillies lors des tests effectués lorsque l'assemblage est relâché immédiatement après la soudure.

Tableau 2.2  
Résultats du test de retrait effectué à SFDL

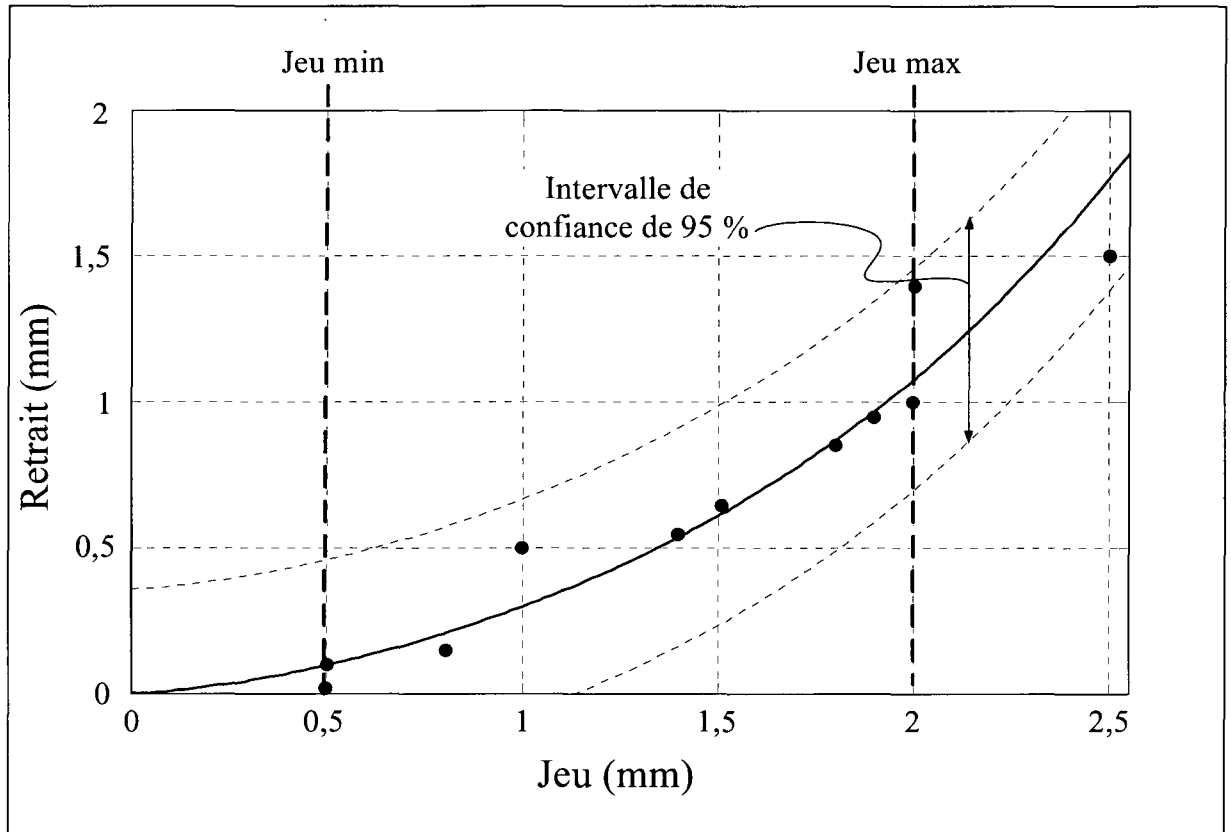
Dimension du jeu initial entre les pièces (mm)	Dimension du retrait obtenu (mm)
0	0
0,4	0
0,5	0
0,5	0,1
0,5	0,1
0,8	0,15
1	0,5
1	0,5
1,4	0,55
1,5	0,65
1,8	0,85
1,9	0,95
2	1
2	1,4
2,5	1,5
2,5	1,5

Les données provenant de SFDL ont ensuite été superposées à une courbe de la fonction empirique (eq.(2.1)), où  $\lambda = 0,261$  et  $n = 1,486$  sont les valeurs des paramètres trouvés avec une régression non-linéaire.

$$x_{\text{retrait} \setminus \text{jeu}} = f(x_{\text{jeu}}) = -1 + e^{\lambda \cdot x_{\text{jeu}}^n} \quad (2.1)$$

La Figure 2.1 montre la courbe de la fonction du retrait (pour un intervalle de confiance de 95 %) et le Tableau 2.3 présente les paramètres provenant du test d'ajustement<sup>36</sup> de la fonction estimée du retrait.

<sup>36</sup> De l'anglais *Goodness of fit test*, référence au site internet <http://www.granddictionnaire.com>



**Figure 2.1 Courbe du retrait en fonction du jeu.**

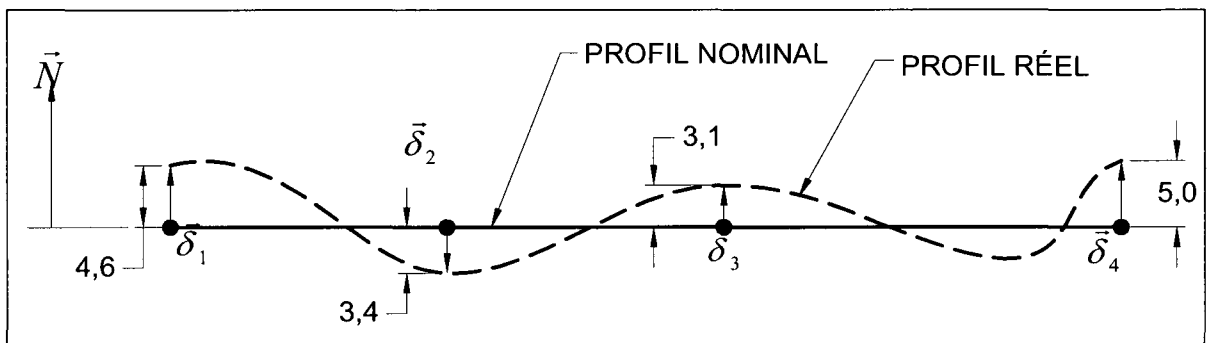
Tableau 2.3  
Résultats du test d'ajustement de la fonction

Somme des carrés des erreurs	1,1900
Coefficient de détermination $R^2$	0,9416
Racine du moindre carré de l'erreur	0,2227

## ANNEXE III

### DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU CALCUL DES TOLÉRANCES DE PROFIL SANS RÉFÉRENTIEL (TYPE 1)

La Figure 3.1 montre un exemple de calcul de la  $z_{pst}$ . Dans ce cas,  $\delta_i^{\max} = 5$  et  $\delta_i^{\min} = -3.4$ , alors  $z_{pst} = \delta_i^{\max} - \delta_i^{\min} = 5 - (-3.4) = 8.4$  mm.



**Figure 3.1 Exemple du calcul de la  $z_{pst}$**

La zone de tolérance est donc égale à la différence entre la valeur la plus grande et la plus petite d'un ensemble de variables aléatoires  $(\delta_1, \dots, \delta_n)$  pour  $n \geq 2$ :

$$z_{pst} = \max_{i=1,n}(\delta_i) - \min_{i=1,n}(\delta_i) \quad \text{avec } n \geq 2 \quad (3.1)$$

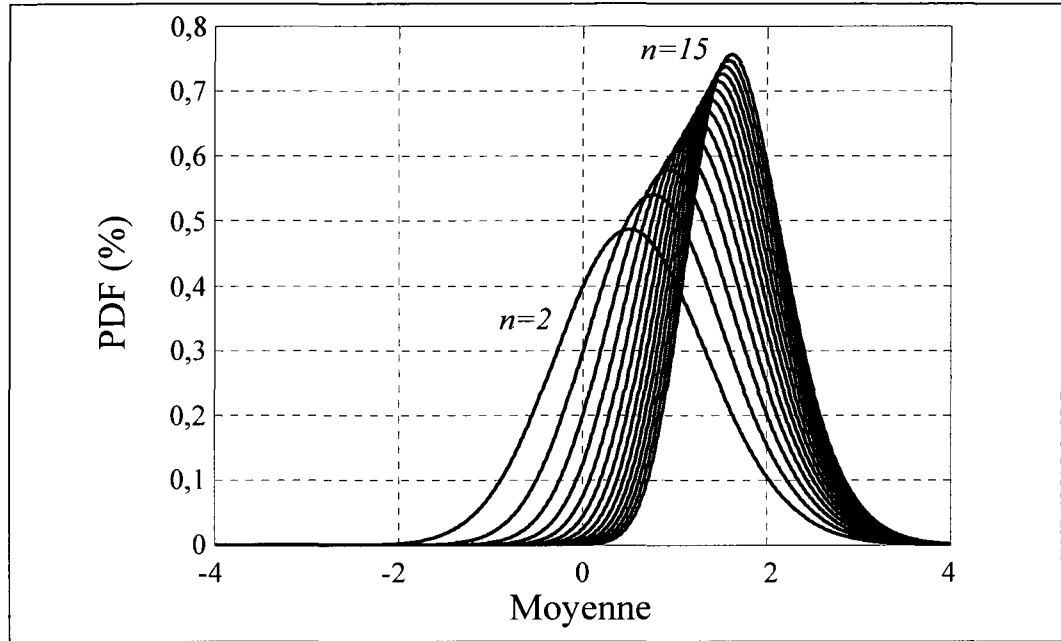
À partir de la théorie des statistiques de «  $n^{\text{ième}}$  rang », on peut trouver la formule de la PDF de la fonction du minimum et du maximum de  $\delta_i$ . Ce théorème propose que la distribution statistique d'une variable de rang «  $k$  »  $y_k$ , est définie par :

$$g_k(y_k) = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} [F(y_k)]^{k-1} [1-F(y_k)]^{n-k} f(y_k) \quad (3.2)$$

La valeur maximale étant le  $n^{\text{ième}}$  rang, en utilisant les formules (5.5) et (5.6), la PDF du  $\max(\delta_i)$  est obtenu à partir de l'équation (3.2) avec  $k = n$ , ce qui donne :

$$g_{\max}(\delta_i) = n[F(\delta_i)]^{n-1} f(\delta_i) \quad (3.3)$$

La Figure 3.2 montre la courbe de la PDF du  $\max(\delta_i)$  avec  $\delta_i = N(0,1)$  pour  $2 \leq n \leq 15$ .



**Figure 3.2 Courbe de la PDF du maximum de l'erreur  $\delta_i$ .**

La valeur de l'espérance de la PDF du maximum de l'erreur  $\delta_i$ ,  $E\{g_{\max}(\delta_i)\}$ , est difficile à obtenir analytiquement et est calculée à partir de l'équation :

$$E\{g_{\max}(\delta_i)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \delta_i g_{\max}(\delta_i) d\delta_i = \int_{-\infty}^{\infty} \delta_i n[F(\delta_i)]^{n-1} f(\delta_i) d\delta_i \quad (3.4)$$

Où  $f(\delta_i)$  et  $F(\delta_i)$  sont respectivement les PDF et CDF de l'erreur  $\delta_i$ , qui elle suit une distribution normale  $N(\mu_{\delta_i}; \sigma_{\delta_i})$ .

Le tableau 3.1 présente les valeurs d'espérance du maximum de l'erreur  $E\{g_{\max}(\delta_i)\}$  obtenue par simulation numérique, avec  $f(\delta_i) = N(0,1)$  et  $2 < n < 15$ .

**Tableau 3.1**  
Espérance du maximum de l'erreur  $f_{\max}(\delta_i)$  en fonction de  $n$ .

$n$	$E\{g_{\max}(\delta_i)\}$	$n$	$E\{g_{\max}(\delta_i)\}$	$n$	$E\{g_{\max}(\delta_i)\}$
-	-	6	1,27	11	1,59
2	0,56	7	1,35	12	1,63
3	0,85	8	1,42	13	1,67
4	1,05	9	1,49	14	1,70
5	1,17	10	1,54	15	1,74



La variance du maximum de l'erreur  $g_{\max}(\delta_i)$  est aussi difficile à obtenir analytiquement, donc après une simulation numérique, voici les résultats obtenus pour  $Var\{g_{\max}(\delta_i)\}$ , encore une fois, avec  $f(\delta_i) = N(0,1)$  et  $2 < n < 15$ .

Tableau 3.2  
Variance du maximum de l'erreur  $g_{\max}(\delta_i)$  en fonction de  $n$ .

$n$	$Var\{g_{\max}(\delta_i)\}$	$n$	$Var\{g_{\max}(\delta_i)\}$	$n$	$Var\{g_{\max}(\delta_i)\}$
-	-	6	0,42	11	0,33
2	0,68	7	0,39	12	0,32
3	0,56	8	0,37	13	0,32
4	0,49	9	0,36	14	0,31
5	0,45	10	0,34	15	0,30

La valeur minimale de l'erreur  $\delta_i$  étant l'équivalent du premier rang de l'ensemble de variables, nous avons donc  $k = 1$ . De l'équation (3.3), la PDF du minimum de l'erreur  $\delta_i$ ,  $g_{\min}(\delta_i)$ , devient :

$$g_{\min}(\delta_i) = n[1 - F(\delta_i)]^{n-1} f(\delta_i) \quad (3.5)$$

La figure 3.3 montre la courbe de la PDF de  $g_{\min}(\delta_i)$  avec  $\delta_i = N(0,1)$  pour  $2 \leq n \leq 15$ .

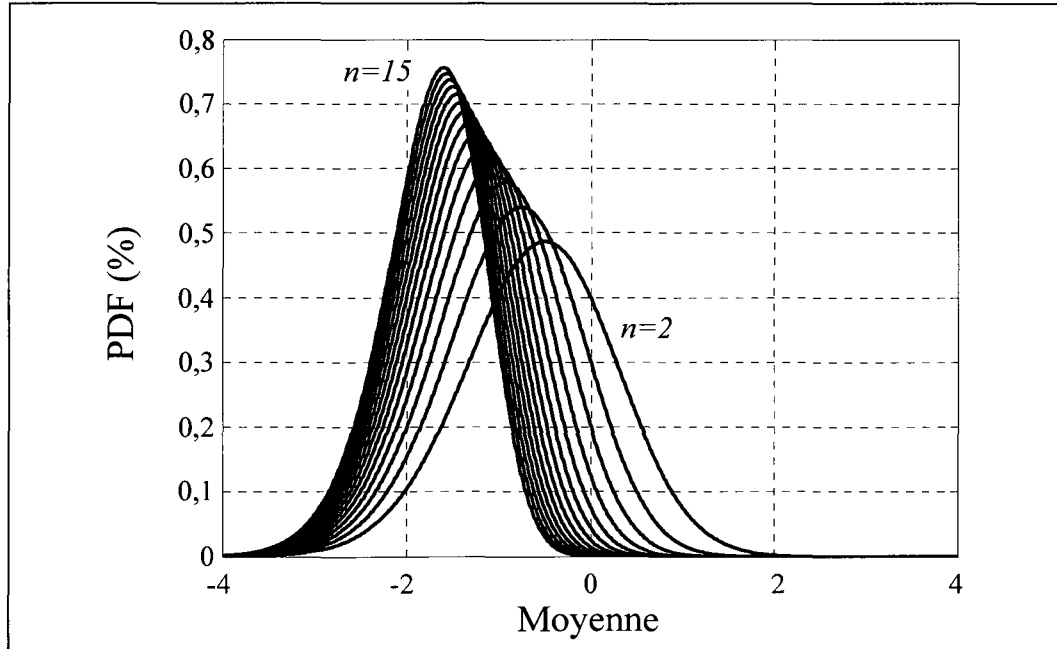


Figure 3.3 Courbe de la PDF du minimum de l'erreur  $\delta_i$ .

Les valeurs de l'espérance et de la variance de la PDF du minimum de l'erreur  $g_{\min}(\delta_i)$  sont calculées de la même façon que celles du maximum de l'erreur. Les Tableaux 3.3 et 3.4 présentent différentes valeurs de  $g_{\min}(\delta_i)$  pour  $f(\delta_i) = N(0,1)$  et  $2 < n < 15$ .

Tableau 3.3  
Espérance du minimum de l'erreur  $g_{\min}(\delta_i)$  en fonction de  $n$ .

$n$	$E\{g_{\min}(\delta_i)\}$	$n$	$E\{g_{\min}(\delta_i)\}$	$n$	$E\{g_{\min}(\delta_i)\}$
-	-	6	-1,27	11	-1,59
2	-0,56	7	-1,35	12	-1,63
3	-0,85	8	-1,42	13	-1,67
4	-1,05	9	-1,49	14	-1,70
5	-1,17	10	-1,54	15	-1,74

Tableau 3.4  
Variance du minimum de l'erreur  $g_{\min}(\delta_i)$  en fonction de  $n$ .

$n$	$Var\{g_{\min}(\delta_i)\}$	$n$	$Var\{g_{\min}(\delta_i)\}$	$n$	$Var\{g_{\min}(\delta_i)\}$
-	-	6	0,42	11	0,33
2	0,68	7	0,39	12	0,32
3	0,56	8	0,37	13	0,32
4	0,49	9	0,36	14	0,31
5	0,45	10	0,34	15	0,30

En superposant les figures 3.2 et 3.3, nous apercevons la tendance des fonctions  $\max(\delta_i)$  et  $\min(\delta_i)$  comparativement à la fonction d'origine  $\delta_i = N(0, 1)$ . Plus la complexité géométrique  $n$  de la pièce est grande, plus la différence entre le maximum et le minimum de l'erreur sera grand aussi, ce qui implique une augmentation directe de la valeur de  $z_{pst}$ .

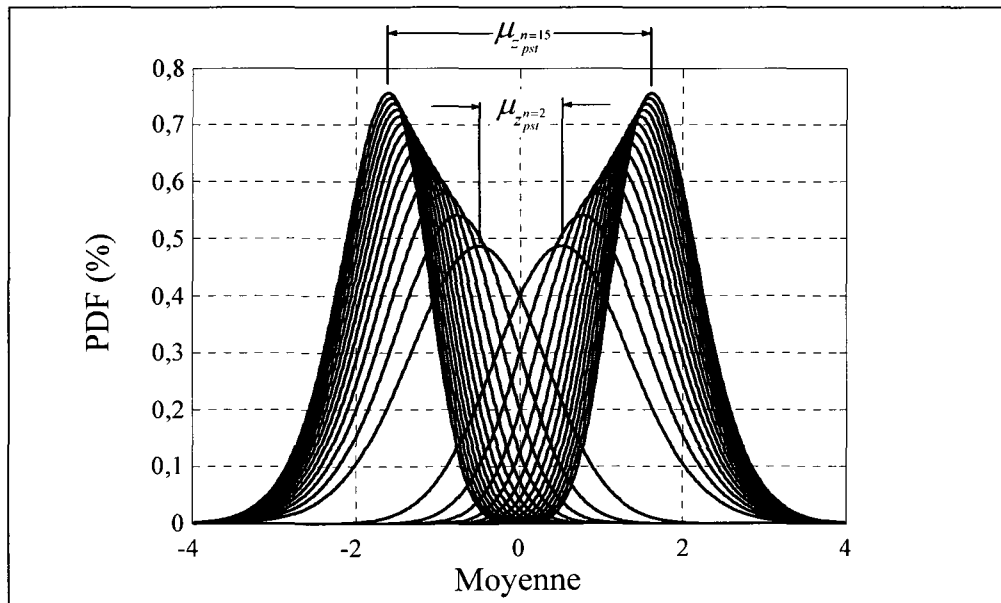


Figure 3.4 Superposition des PDF du minimum et du maximum de l'erreur  $\delta_i$ .

Pour deux variables aléatoires indépendantes  $x$  et  $y$ , la PDF de leur somme sera égale à la convolution de leurs PDF respectives (Papoulis, 1991),.

Donc pour  $z = x + y$  :

$$f_z(z) = \int_0^{\infty} f_x(z-y)f_y(y)dy \quad (3.6)$$

Dans notre cas, à partir de l'équation (3.1) nous avons  $z_{pst} = \max(\delta_i) - \min(\delta_i)$ , et analogiquement nous obtenons pour l'équation (3.6) :

$$\begin{aligned} f_z &= g(z_{pstz}) \\ f_x &= g_{\max}(\delta_i) \\ f_y &= g_{\min'}(\delta_i) = -g_{\min}(\delta_i) \end{aligned}$$

Avant d'appliquer la convolution, nous devons d'abord trouver  $g_{\min'}$ . Pour une transformation linéaire du type  $y = ax + b$ , la PDF sera égale à (Papoulis, 1991):

$$f_y(y) = \frac{1}{|a|} f_x\left(\frac{y-b}{a}\right) \quad (3.7)$$

Dans notre cas,  $a = -1$  et  $b = 0$  alors :

$$g_{\min'}(y) = g_{\min}(-y) \quad (3.8)$$

Afin d'obtenir la PDF de la tolérance de profil sans référentiel, nous devons introduire les équations (3.3) et (3.8) dans (3.6). À cause de la complexité du modèle mathématique obtenu, une simulation Monte-Carlo basée sur l'équation (3.6) a été effectuée pour obtenir le comportement statistique de  $z_{pst}$  en fonction de la complexité géométrique du produit.

Le nombre de simulations a été établi à 40 000. Ce choix s'est fait selon deux critères : la précision des résultats et le temps de calcul. La distribution statistique résultante est unilatérale et en accord avec (Bothe, 2006), l'équation (5.1) sera utilisée pour estimer la capacité de la tolérance de profil sans référentiel.

Comme la tolérance de profil est unilatérale, la distribution de *Weibull* est utilisée pour modéliser le comportement de  $z_{pst}(\delta_i)$ . La formule pour trouver les percentiles de la fonction est :

$$\hat{x}_{\%} = \lambda \left( -\ln \left( 1 - \frac{\%}{100} \right) \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (3.9)$$

Les résultats pour la tolérance de profil sans référentiel pour  $\delta_i = N(0;1)$ ,  $5 \leq n \leq 50$ , et pour différents  $\hat{C}_{pk}$  sont montrés à la Figure 3.5.

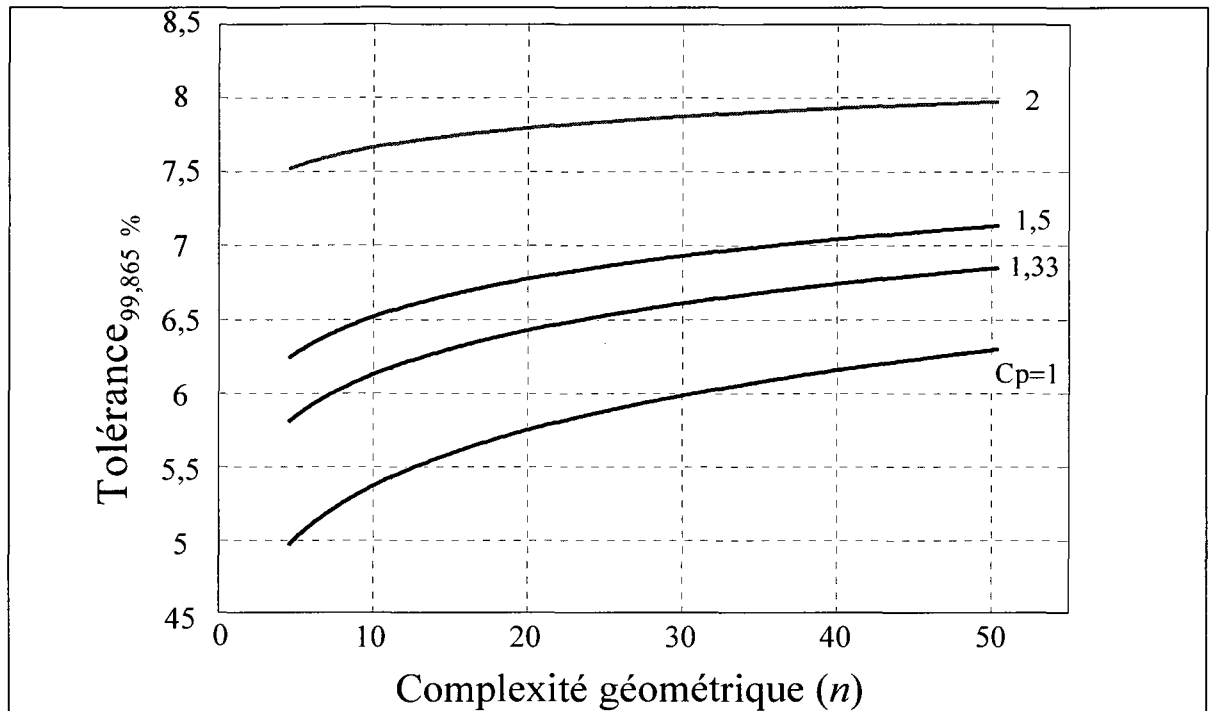


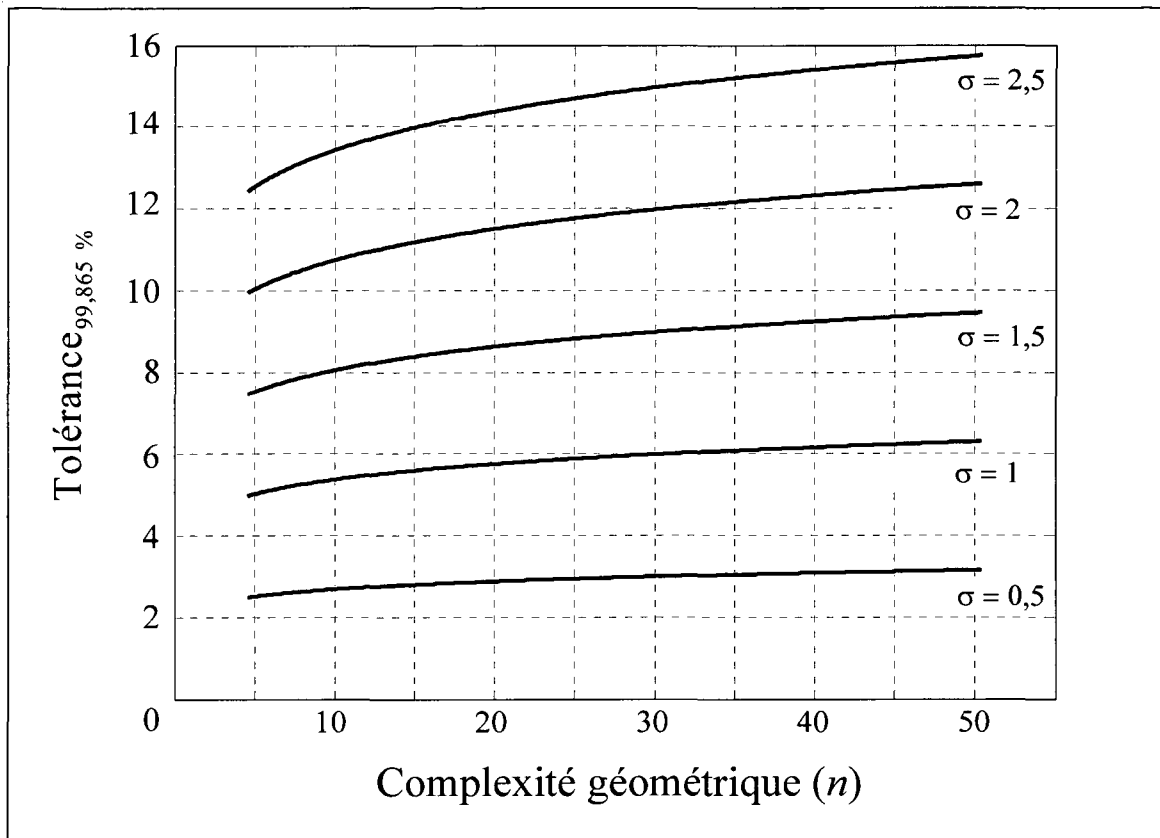
Figure 3.5 Valeurs de  $z_{pst}$  en fonction du  $\hat{C}_{pk}$  et de la complexité géométrique  $n$

#### ***Influence de $\mu_{\delta_i}$***

La simulation Monte-Carlo effectuée précédemment a été répétée pour différentes valeurs de  $\mu_{\delta_i}$  allant de 0 à 10 par intervalle de 1 et pour  $\sigma_{\delta_i} = 1$ . Nous concluons que la moyenne de l'erreur n'a pas d'influence sur la valeur de la tolérance de profil sans référentiel (TYPE 1). Ce résultat était attendu, car la  $z_{pst}$  ne possède pas de relation par rapport à un référentiel, le décentrage de l'erreur du procédé n'a donc aucun effet sur sa valeur.

#### ***Influence de $\sigma_{\delta_i}$***

La simulation Monte Carlo fut encore répétée, mais pour  $\mu_{\delta_i} = 0$  et pour des valeurs de  $\sigma_{\delta_i}$  variant de 0,5 à 2,5 par intervalle de 0,5. La figure suivante montre l'influence de l'étendue de la distribution statistique de l'erreur (caractérisée par son écart-type  $\sigma_{\delta_i}$ ) sur la tolérance de profil sans référentiel.



**Figure 3.6 Influence de  $\sigma_{\delta_i}$  (pour  $\mu_{\delta_i} = 0$ ) sur la  $z_{pst}$  en fonction de la complexité géométrique  $n$ .**

Les Tableaux 3.5 et 3.6 présentent les résultats des percentiles  $x_{50} \%$  et  $x_{99,865} \%$  pour plusieurs degrés de complexité géométrique ( $5 \leq n \leq 500$ ). Ces abaques peuvent ainsi être utilisés avec la formule (5.1) pour estimer la valeur de la tolérance de profil sans référentiel pour un procédé donné.

Tableau 3.5

 $x_{50} \%$  en fonction de la complexité géométrique  $n$  et  $\sigma_{\delta_i}$ 

		$x_{50} \%$							
		Complexité $n$							
		5	10	15	20	25	50	100	500
b	0,25	0,57	0,77	0,87	0,94	0,99	1,13	1,26	1,53
	0,5	1,15	1,54	1,75	1,88	1,98	2,27	2,53	3,06
	0,75	1,72	2,32	2,63	2,82	2,98	3,41	3,8	4,59
	1	2,3	3,1	3,51	3,77	3,96	4,54	5,06	6,12
	1,25	2,88	3,87	4,37	4,71	4,95	5,68	6,33	7,64
	1,5	3,44	4,64	5,24	5,65	5,96	6,8	7,58	9,18
	1,75	4,03	5,42	6,12	6,6	6,94	7,94	8,86	10,7
	2	4,59	6,18	7	7,53	7,93	9,08	10,11	12,21
	2,25	5,18	6,96	7,89	8,48	8,93	10,21	11,38	13,77
	2,5	5,76	7,72	8,75	9,41	9,92	11,34	12,65	15,27

Tableau 3.6

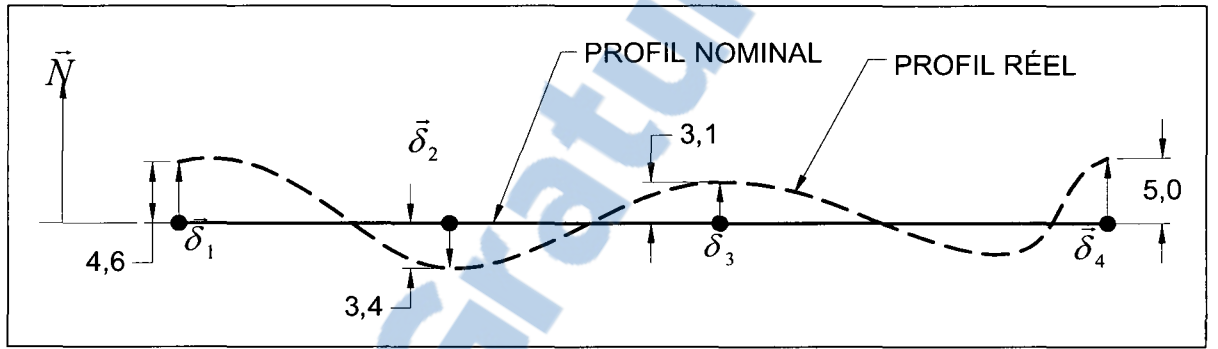
 $x_{99,865} \%$  en fonction de la complexité géométrique  $n$  et  $\sigma_{\delta_i}$ 

		$x_{99,865} \%$							
		Complexité $n$							
		5	10	15	20	25	50	100	500
b	0,25	1,24	1,34	1,4	1,44	1,48	1,57	1,67	1,87
	0,5	2,52	2,67	2,81	2,88	2,95	3,15	3,33	3,74
	0,75	3,78	4,01	4,19	4,31	4,41	4,72	5,01	5,62
	1	5,01	5,38	5,62	5,79	5,88	6,26	6,67	7,52
	1,25	6,29	6,73	6,98	7,2	7,34	7,84	8,31	9,37
	1,5	7,57	8,03	8,38	8,64	8,79	9,41	9,96	11,25
	1,75	8,76	9,41	9,79	10,11	10,29	11,02	11,68	13,13
	2	10,03	10,69	11,15	11,5	11,78	12,57	13,36	14,97
	2,25	11,3	12,06	12,6	12,95	13,21	14,08	14,98	16,86
	2,5	12,59	13,4	13,95	14,39	14,77	15,72	16,64	18,75

## ANNEXE IV

### DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU CALCUL DES TOLÉRANCES DE PROFIL AVEC RÉFÉRENTIEL (TYPE 2)

La Figure 4.1 montre un exemple du calcul de la  $z_{pstd}$ . Dans ce cas :  $\max(|\delta_i|) = 5$ , alors  $z_{pstd} = 10$  mm.



**Figure 4.1 Exemple de calcul de la  $z_{pstd}$ .**

À partir de l'équation (4.1), il est possible d'estimer la valeur de  $z_{pstd}$  :

$$z_{pstd} = 2\sqrt{\max(\delta_i^2)} \quad (4.1)$$

Au Chapitre 5, nous avons développé les équations de la PDF et de la CDF de l'erreur  $\delta_i$  (voir les équations (5.5) et (5.6)). En supposant que  $x = \delta_i^2$ , l'équation (4.1) devient :

$$z_{pstd} \approx 2\sqrt{\max(x)} \quad (4.2)$$

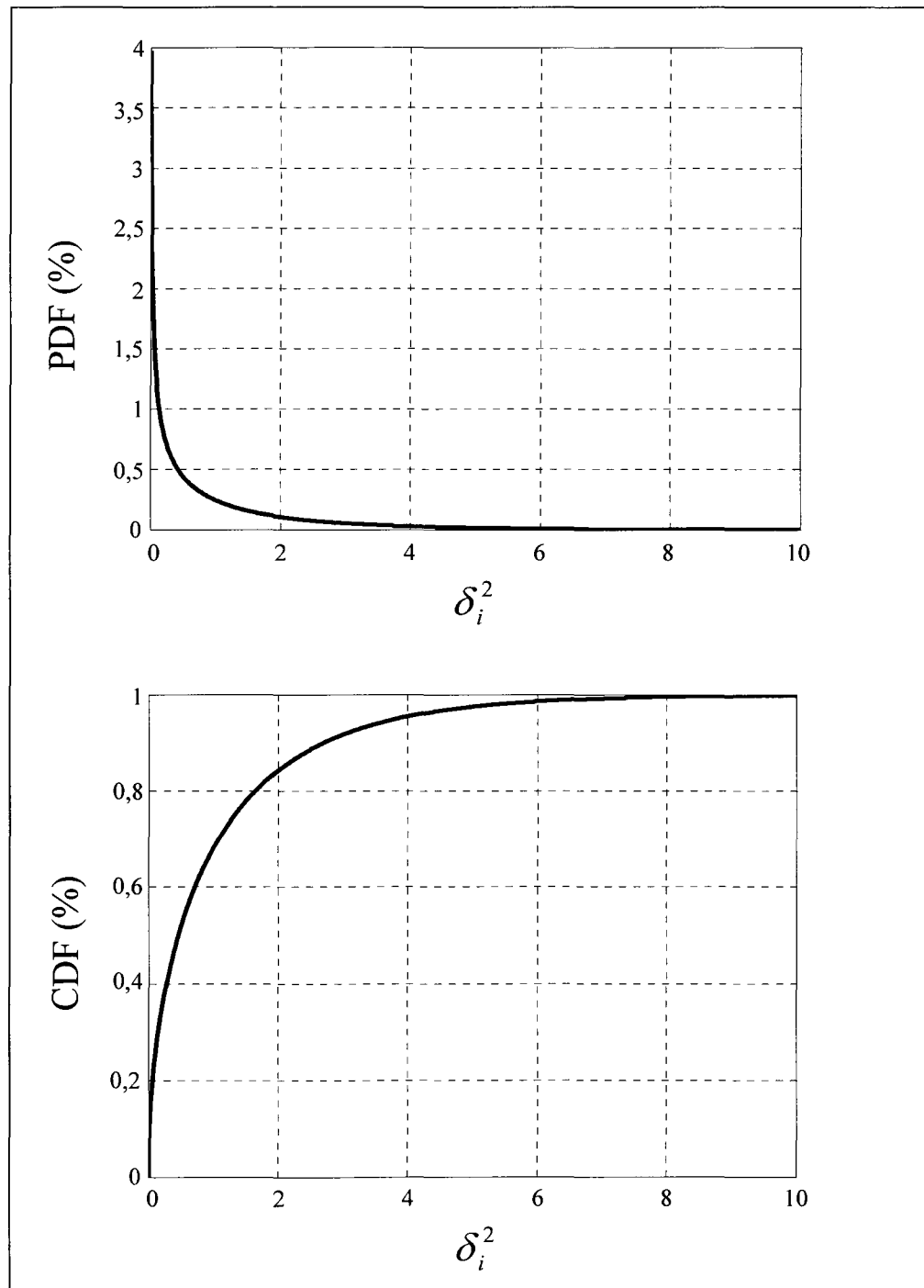
L'équation précédente est une sorte de changement de variable. En appliquant la théorie de distribution d'une fonction à une variable, nous pouvons obtenir la PDF et la CDF de  $x = \delta_i^2$ . Elles sont respectivement :

$$PDF(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \left[ f_{\delta_i}(\sqrt{x}) + f_{\delta_i}(-\sqrt{x}) \right] = \frac{e^{-\frac{(\sqrt{x}+\mu)^2}{2\sigma^2}} \left( 1 + e^{-\frac{2\mu\sqrt{x}}{\sigma^2}} \right)}{2\sigma\sqrt{2\pi x}} \quad (4.3)$$

et,

$$CDF(x) = F_{\delta_i}(\sqrt{x}) - F_{\delta_i}(-\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \left( Erf\left(\frac{\sqrt{x}-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) + Erf\left(\frac{\sqrt{x}+\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right) \quad (4.4)$$

La Figure 4.2 montre les courbes de la PDF et de la CDF de  $\delta_i^2$ . La distribution statistique obtenue est de type Chi-carrée  $\chi^2$  à un degré de liberté.



**Figure 4.2** Courbe de la PDF et de la CDF de  $\delta_i^2$ .



Nous avons trouvé que la PDF de  $\max(x)$  était :

$$g_{\max}(x, n) = n[F_x(x)]^{n-1} f_x(x) \quad (4.5)$$

En accord avec le théorème de distribution d'une fonction d'une variable aléatoire (Papoulis, 1991), quand  $v = \sqrt{w}$ , alors :

$$f_v(v) = 2vf_w(v^2)U(v) \quad (4.6)$$

D'une manière analogique, lorsque  $y = \sqrt{\max}$ , alors :

$$f_y(y) = 2(y)f_{\max}(y^2)U(y) \quad (4.7)$$

$U(y)$  est la fonction échelon unitaire (fonction de *Heaviside*).

L'équation (4.8) est l'expression de la solution analytique de  $f_y(y)$  pour  $y \geq 0$ .

$$f_y(y) = \left( \frac{2^{0.5-n} n}{\sigma \sqrt{\pi}} \right) \left( e^{-\frac{(y+\mu)^2}{2\sigma^2}} \left( 1 + e^{\frac{2y\mu}{\sigma^2}} \right) \left( \operatorname{erf}\left(\frac{y-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{y+\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right)^{n-1} \right) \quad (4.8)$$

La PDF de  $z$  sera calculée en considérant  $z = ay + b$  :

$$f_z(z) = \frac{1}{|a|} f_y\left(\frac{z-b}{a}\right) \quad (4.9)$$

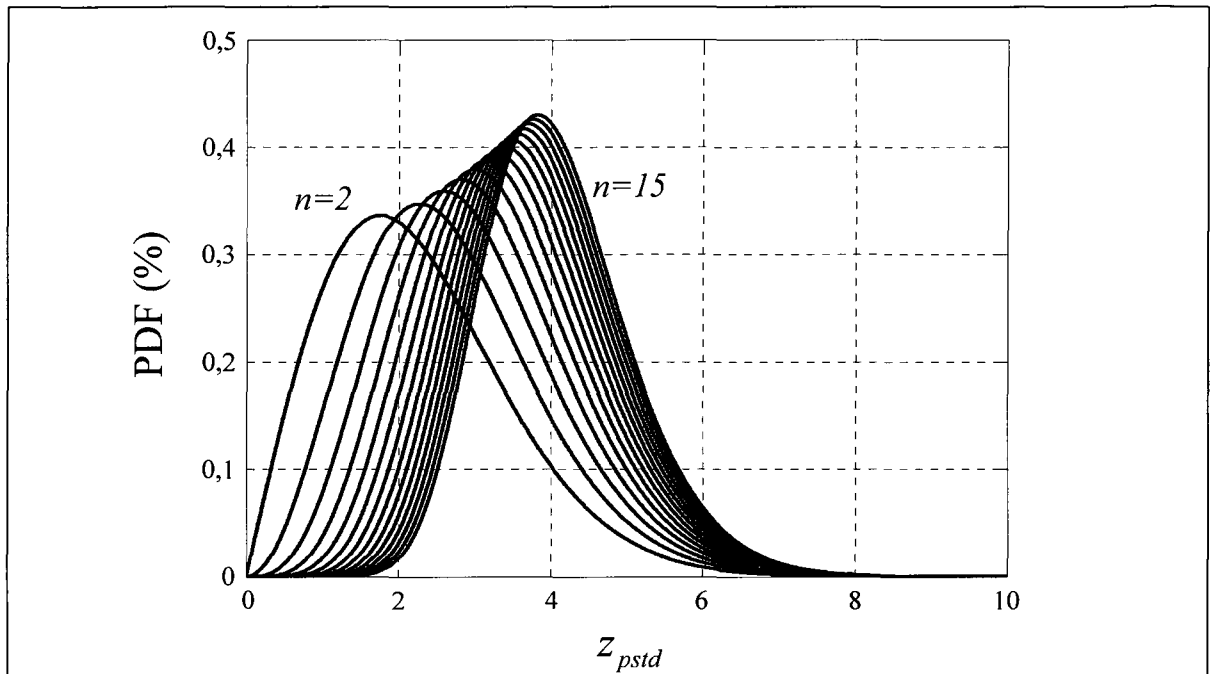
Donc, des équations (4.8) et (4.9), la PDF de la tolérance de profil avec référentiels  $z_{pstd}$  est :

$$h(z_{pstd}) = \frac{1}{|2|} f_y\left(\frac{z_{pstd}}{2}\right) \quad (4.10)$$

Ce qui donne l'expression analytique suivante pour la tolérance de profil avec référentiels  $z_{pstd} \geq 0$  :

$$h(z_{pstd}) = \left( \frac{2^{-0.5-n} n}{\sigma \sqrt{\pi}} \right) \left( e^{-\frac{z_{pstd}^2 + 4\mu^2}{4\sigma^2}} \left( e^{\frac{(z_{pstd}-2\mu)^2}{8\sigma^2}} + e^{\frac{(z_{pstd}+2\mu)^2}{8\sigma^2}} \right) \left( \operatorname{erf}\left(\frac{z_{pstd}-2\mu}{2\sqrt{2}\sigma}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{z_{pstd}+2\mu}{2\sqrt{2}\sigma}\right) \right)^{n-1} \right) \quad (4.11)$$

La figure suivante présente les PDF de  $z_{pstd}$  avec  $\delta_i = N(0, 1)$  pour  $2 \leq n \leq 15$ .



**Figure 4.3** Courbe de la PDF de  $z_{pstd}$  en fonction de la complexité géométrique  $n$ .

Les Tableaux 4.1 et 4.2 présentent les valeurs de l'espérance et de la variance de la PDF de  $z_{pstd}$  pour  $f(\delta_i) = N(0,1)$  et  $2 < n < 15$ .

**Tableau 4.1**

Espérance de la  $z_{pstd}$  en fonction de la complexité géométrique  $n$ .

$n$	$E\{h(z_{pstd})\}$	$n$	$E\{h(z_{pstd})\}$	$n$	$E\{h(z_{pstd})\}$
-	-	6	3,31	11	3,84
2	2,26	7	3,45	12	3,92
3	2,65	8	3,57	13	3,98
4	2,93	9	3,67	14	4,05
5	3,14	10	3,76	15	4,10

**Tableau 4.2**

Variance de la  $z_{pstd}$  en fonction de la complexité géométrique  $n$ .

$n$	$Var\{h(z_{pstd})\}$	$n$	$Var\{h(z_{pstd})\}$	$n$	$Var\{h(z_{pstd})\}$
-	-	6	1,19	11	1,03
2	1,45	7	1,14	12	1,01
3	1,37	8	1,11	13	0,99
4	1,30	9	1,08	14	0,97
5	1,24	10	1,05	15	0,95

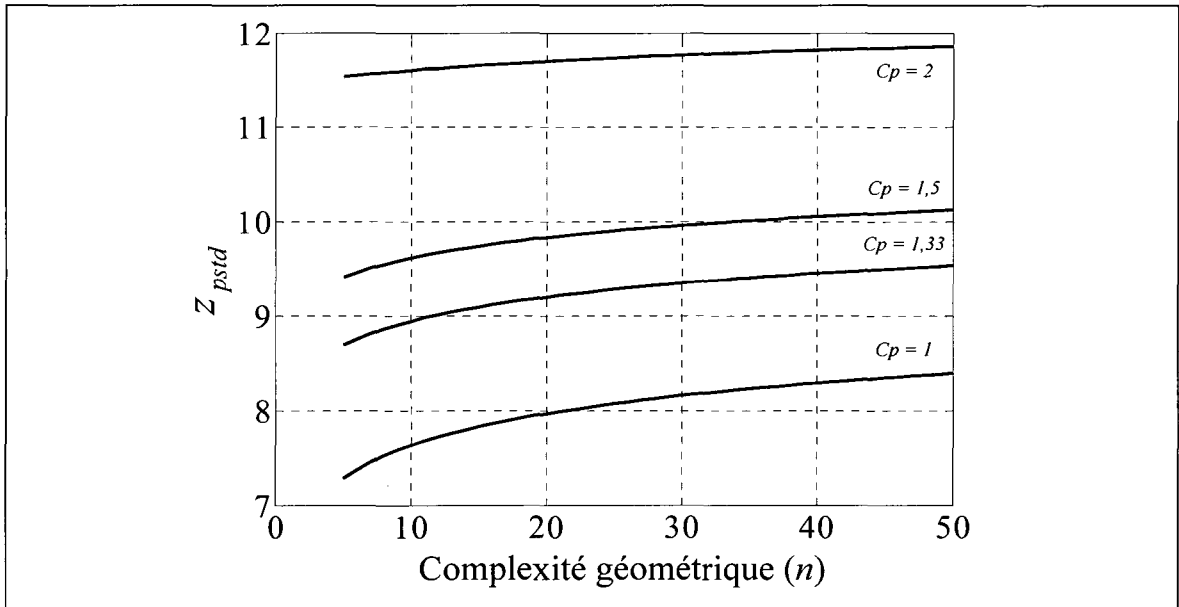
Encore une fois, l'équation (5.1) sera utilisée pour estimer la capacité de la tolérance de profil avec référentiels. La Figure 4.4 montre plusieurs courbes de  $z_{pstd}$  en fonction de différentes valeurs de l'indice  $C_{pk}$ , de la complexité géométrique  $n$  et en considérant que  $\delta_i = N(0;1)$  et  $5 \leq n \leq 50$ .

#### ***Influence of $\mu_{\delta_i}$***

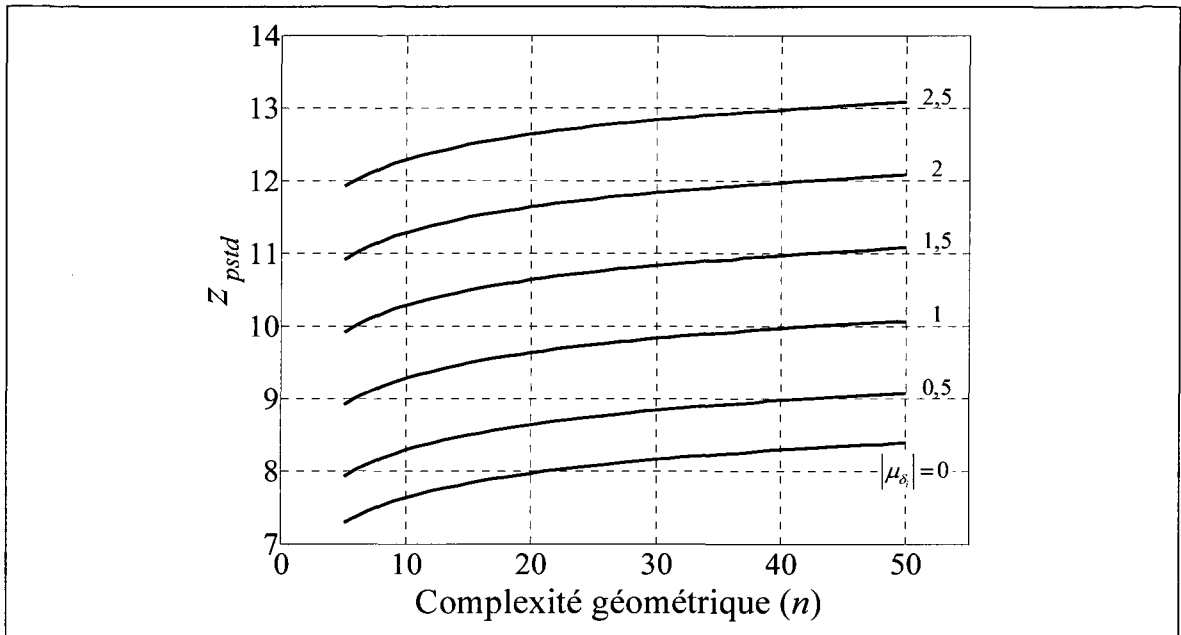
L'influence du paramètre  $\mu_{\delta_i}$  sur la valeur de la  $z_{pstd}$  est illustré à la Figure 4.5 pour un indice unitaire  $C_{pk} = 1$ ,  $\sigma_{\delta_i} = 1$  et  $5 \leq n \leq 50$ .

#### ***Influence of $\sigma_{\delta_i}$***

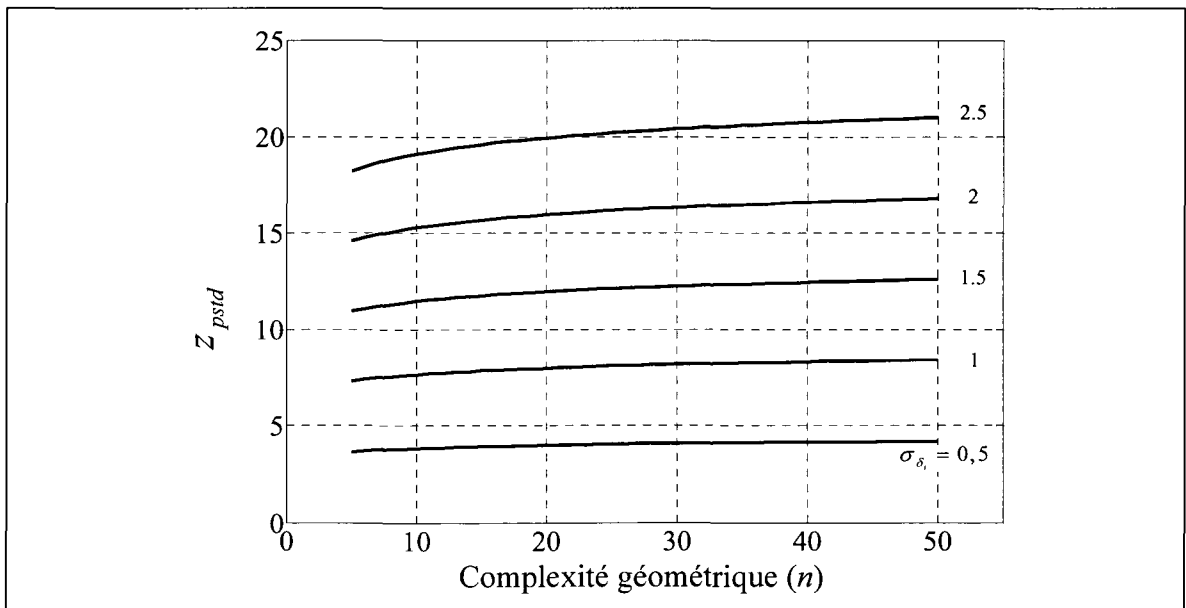
L'influence du paramètre  $\sigma_{\delta_i}$  sur la valeur de la  $z_{pstd}$  est illustré à la Figure 4.6 pour un  $C_{pk} = 1$ ,  $\mu_{\delta_i} = 0$  et  $5 \leq n \leq 50$ .



**Figure 4.4 Valeur de  $z_{pstd}$  pour différentes valeurs de  $C_{pk}$  en fonction de la complexité géométrique  $n$ .**



**Figure 4.5** Valeur de  $z_{pstd}$  pour différentes valeurs de  $|\mu_{\delta_i}|$  en fonction de la complexité géométrique  $n$ .



**Figure 4.6** Valeur de  $z_{pstd}$  pour différentes valeurs de  $\sigma_{\delta_i}$  en fonction de la complexité géométrique  $n$ .

Parce que les deux paramètres  $\mu_{\delta_i}$  et  $\sigma_{\delta_i}$  ont une influence sur la valeur finale de la tolérance de profil avec référentiels  $z_{pstd}$ , deux abaques adimensionnels (Tableaux 4.3 et 4.4) ont été construits à partir du modèle mathématique développé par intégration numérique. Dans ces abaques, nous retrouvons les différentes valeurs de percentiles, qui utilisés avec la formule (5.1), facilitent l'évaluation de la capabilité de la tolérance de profil de TYPE 2.

Tableau 4.3  
Valeurs de  $x_{50\%}$  en fonction de  $n$  et  $\mu/\sigma$

		$x_{50\%}$							
		Complexité $n$							
		5	10	15	20	25	50	100	500
$\frac{\mu}{\sigma}$	0	3,04	3,67	4,01	4,24	4,42	4,93	5,41	6,4
	0,5	3,4	4,09	4,46	4,71	4,9	5,45	5,96	7
	1	4,27	5,01	5,39	5,65	5,85	6,41	6,93	7,99
	1,5	5,26	6	6,39	6,65	6,84	7,41	7,93	8,99
	2	6,26	7	7,39	7,65	7,84	8,41	8,83	9,99
	2,5	7,26	8	8,39	8,65	8,84	9,41	9,93	10,99

Tableau 4.4  
Valeurs de  $x_{99,865\%}$  en fonction de  $n$  et  $\mu/\sigma$

		$x_{99,865\%}$							
		Complexité $n$							
		5	10	15	20	25	50	100	500
$\frac{\mu}{\sigma}$	0	7,29	7,64	7,84	7,97	8,08	8,4	8,71	9,4
	0,5	7,93	8,29	8,5	8,64	8,75	9,08	9,4	10,1
	1	8,92	9,29	9,5	9,64	9,74	10,08	10,4	11,1
	1,5	9,92	10,29	10,5	10,64	10,74	11,08	11,4	12,1
	2	10,93	11,29	11,5	11,64	11,75	12,08	12,4	13,1
	2,5	11,92	12,29	12,5	12,64	12,74	13,07	13,4	14,1

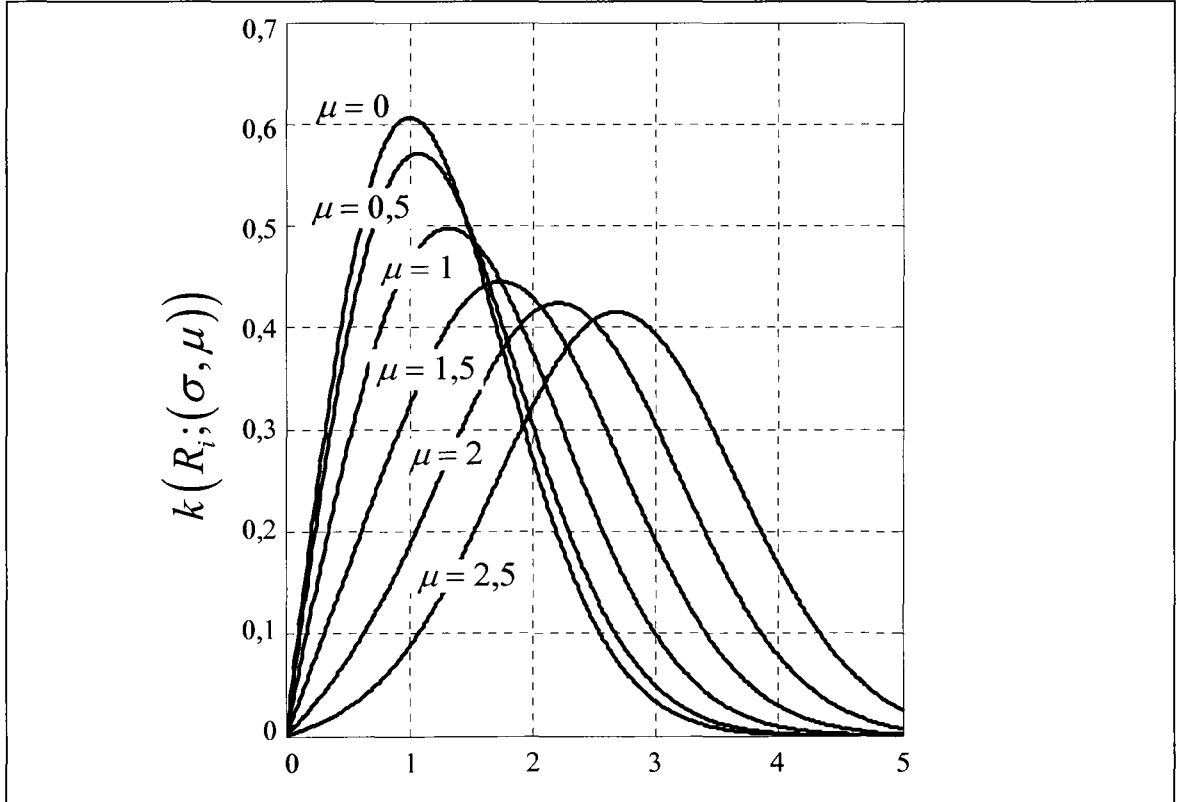
## ANNEXE V

### DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU CALCUL DE LA TOLÉRANCE DE POSITION ABSOLUE (PLTZF)

Si deux variables aléatoires  $x_i$  et  $y_i$  suivent des distributions normales  $N(\mu_x, \sigma_y)$  et  $N(\mu_y, \sigma_y)$  respectivement, alors la nouvelle variable  $R_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$  (représentant la déviation radiale  $R_i$  entre l'origine et le centre du  $i^{\text{ème}}$  trou) suivra une distribution de type (Papoulis, 1991) :

$$k(R_i; (\sigma, \mu_x, \mu_y)) = \frac{R_i}{\sigma^2} I_0 \left( \frac{R_i \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{R_i^2 + \mu_x^2 + \mu_y^2}{2\sigma^2}} \quad R_i \geq 0, \sigma > 0, \mu_i \geq 0 \quad (5.1)$$

La Figure 5.1 montre la PDF  $k(R_i; (\sigma, \mu))$  pour des valeur typiques de  $\mu$  et où  $\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}$ .

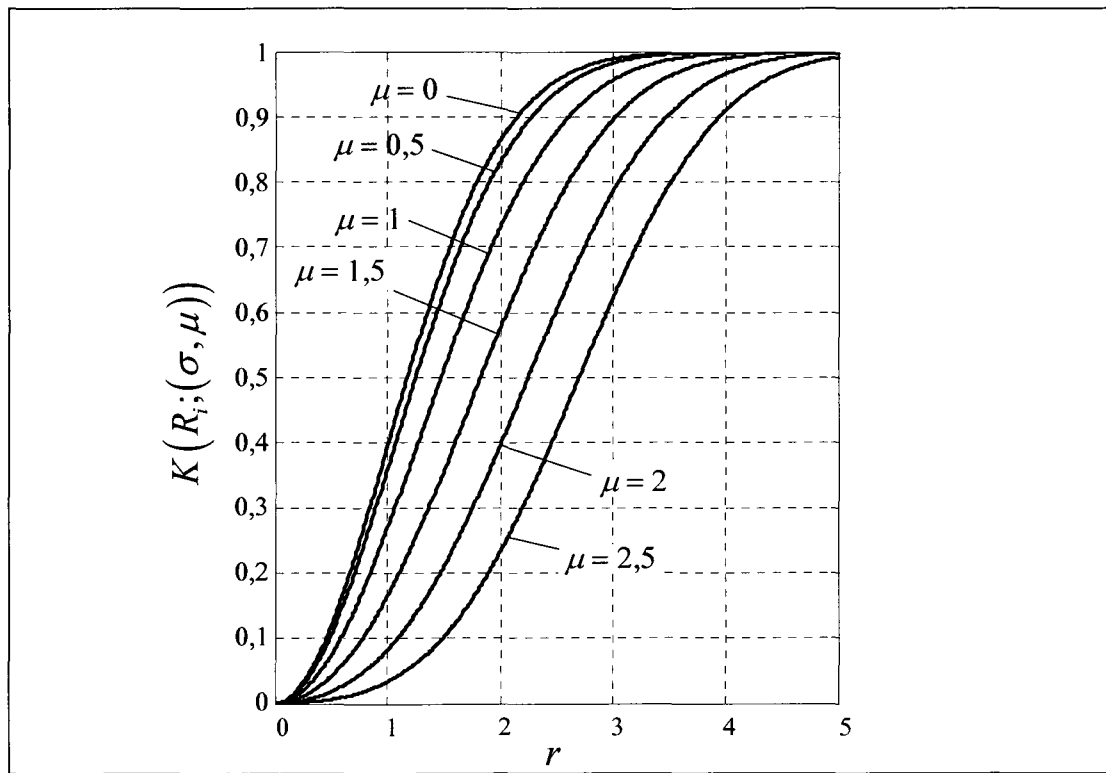


**Figure 5.1 PDF  $k(R_i; (1, n))$  de la PLTZF pour un trou.**

La CDF  $K(R_i;(\sigma,\mu))$  ne peut être obtenue analytiquement. Elle sera évaluée numériquement.

$$K(R_i;(\sigma,\mu)) = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^R w I_0\left(\frac{w\mu}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{w^2+\mu^2}{2\sigma^2}} dw \quad R_i \geq 0, \sigma > 0, \mu \geq 0 \quad (5.2)$$

La Figure 5.2 montre la CDF  $K(R_i;(\sigma,\mu))$ <sup>37</sup> pour des valeurs typiques de  $\mu$  et où  $\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}$ .



**Figure 5.2 CDF  $K(R_i;(1,n))$  de la PLTZF pour un trou.**

La distribution de la  $R_{PLTZF}$  peut être obtenue à partir de la théorie des statistiques ordonnées. En effet, nous devons trouver la valeur maximum d'un groupe de variables aléatoires  $R_i$ , comme vu à l'Annexe III :

$$f_{\max}(R_i) = n[K(R_i)]^{n-1} k(R_i) \quad (5.3)$$

<sup>37</sup> Obtenue par simulation numérique.

En introduisant les équations (5.1) et (5.2) dans l'équation (5.3), la PDF et la CDF de  $R_{PLTZF}$  peuvent être obtenues comme suit :

$$q(R;(\sigma,\mu,n)) = n \frac{R}{\sigma^2} [K(R;(\sigma,\mu))]^{n-1} I_0\left(\frac{R\mu}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{R^2+\mu^2}{2\sigma^2}} \quad (5.4)$$

Avec :  $R \geq 0, \sigma > 0, \mu \geq 0, n \geq 2$

$$Q(R;(\sigma,\mu,n)) = \int_0^R q(w;(\sigma,\mu,n)) dw \quad (5.5)$$

Avec :  $R \geq 0, \sigma > 0, \mu \geq 0, n \geq 2$

Encore une fois, l'expression analytique explicite de ces fonctions est très difficile, voir impossible à obtenir, les valeurs doivent donc être obtenues par simulation numérique. Nous signalons au lecteur que les valeurs de la PLTZF dépendent de l'écart-type ( $\sigma$ ) du nombre de trous dans l'ensemble ( $n$ ) et de l'erreur systématique de la machine ( $\mu_x, \mu_y$ ).

Les valeurs de l'espérance et de la variance de la PDF ont été trouvées numériquement. Les Tableaux 5.1 et 5.2 présentent quelques valeurs de l'espérance et de la variance de  $q(R;(1,\mu,n))$  calculée numériquement, et les Figure 5.3 et 5.4 illustrent les comportement de  $E\{R_{PLTZF}\}/\sigma$  et de  $Var\{R_{PLTZF}\}/\sigma^2$ .

Tableau 5.1

Valeurs de l'espérance de  $R_{PLTZF}$  en fonction du nombre de trous ( $n$ )

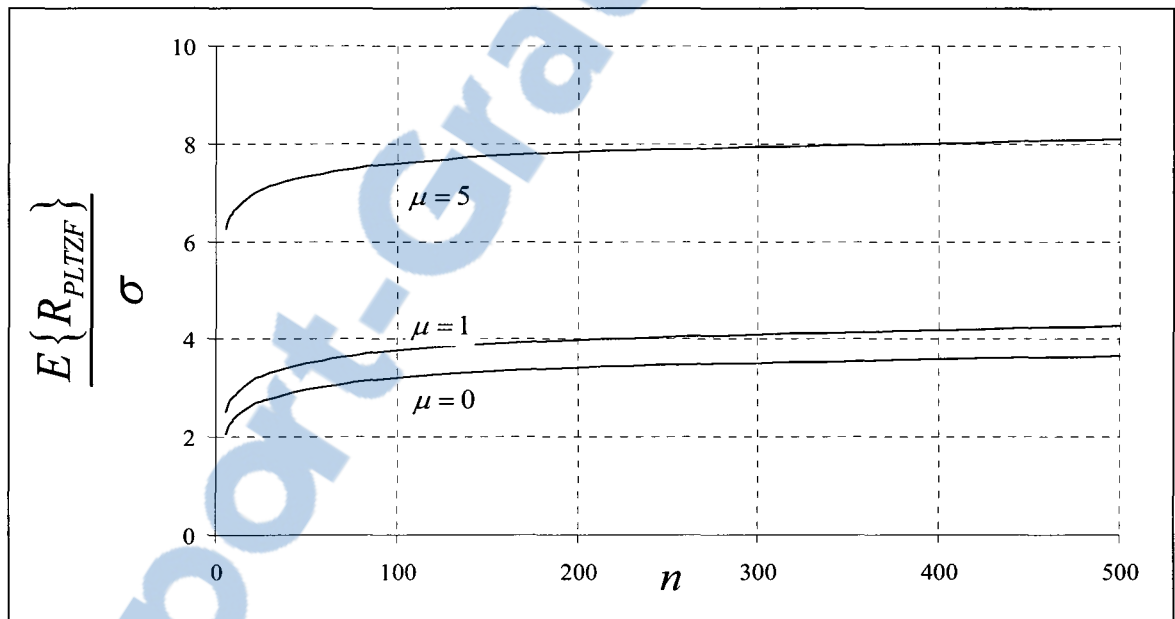
$n$	$E\{R_{PLTZF}\}/\sigma$				$n$	$E\{R_{PLTZF}\}/\sigma$		
	$\mu=0$	$\mu=1$	$\mu=5$			$\mu=0$	$\mu=1$	$\mu=5$
5	2,0675	2,5044	6,2530		20	2,6443	3,1528	6,9525
6	2,1500	2,5984	6,3565		25	2,7274	3,2447	7,0497
7	2,2180	2,6756	6,4408		30	2,7937	3,3177	7,1266
8	2,2758	2,7409	6,5117		50	2,9719	3,5130	7,3316
9	2,3258	2,7973	6,5727		100	3,1983	3,7593	7,5886
10	2,3698	2,8468	6,6260		200	3,4098	3,9877	7,8257
15	2,5335	3,0298	6,8218		500	3,6705	4,2674	8,1148

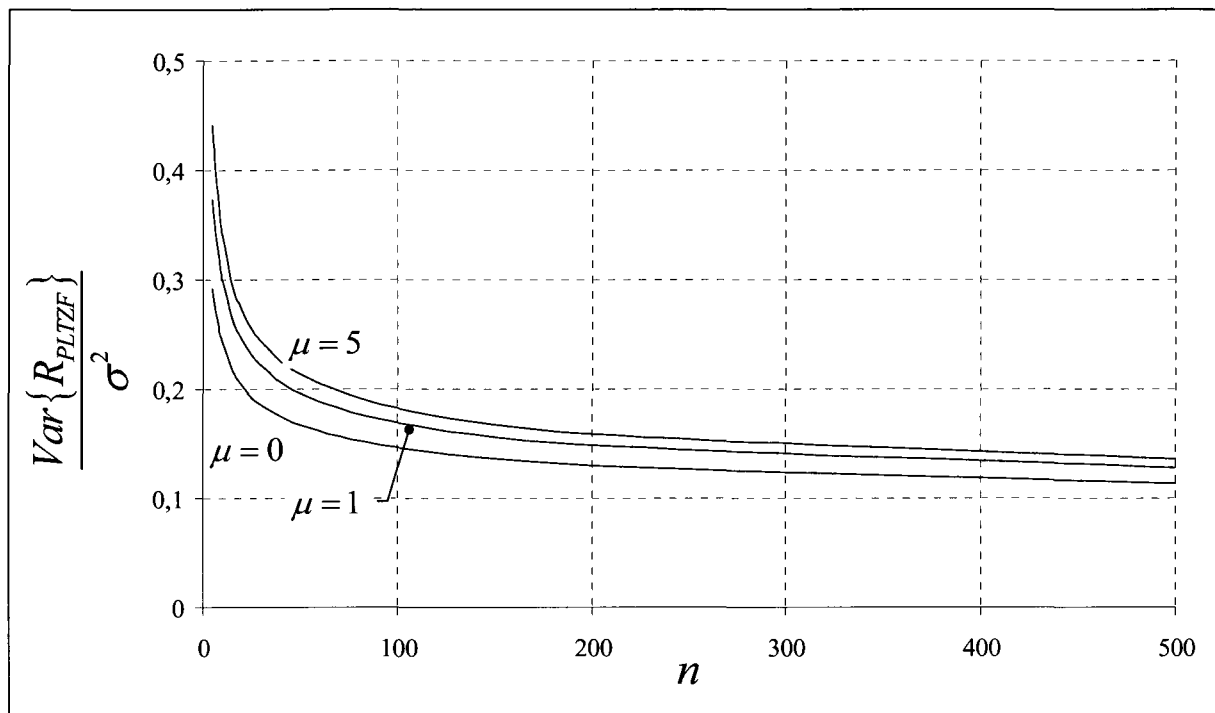


Tableau 5.2

Valeurs de la variance de  $R_{PLTZF}$  en fonction du nombre de trous ( $n$ )

$n$	$Var\{R_{PLTZF}\}/\sigma^2$			$n$	$Var\{R_{PLTZF}\}/\sigma^2$		
	$\mu=0$	$\mu=1$	$\mu=5$		$\mu=0$	$\mu=1$	$\mu=5$
5	0,2920	0,3727	0,4409	20	0,2034	0,2457	0,2722
6	0,2776	0,3512	0,4099	25	0,1932	0,2318	0,2553
7	0,2661	0,3342	0,3864	30	0,1854	0,2214	0,2428
8	0,2566	0,3205	0,3677	50	0,1665	0,1962	0,2132
9	0,2487	0,3090	0,3524	100	0,1459	0,1695	0,1823
10	0,2418	0,2992	0,3397	200	0,1296	0,1489	0,1590
15	0,2181	0,2659	0,2971	500	0,1130	0,1282	0,1358

Figure 5.3 Comportement de l'espérance de  $R_{PLTZF}$  :  $E\{R_{PLTZF}\}/\sigma$ .



**Figure 5.4** Comportement de la variance de  $R_{PLTZF}$  :  $\text{Var}\{R_{PLTZF}\} / \sigma^2$ .

## ANNEXE VI

### DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU CALCUL DE LA TOLÉRANCE DE POSITION RELATIVE (FRTZF)

Comme mentionné précédemment, la PDF de la déviation radiale  $r_i$  (équ.(5.18)) suivra une distribution de Rayleigh dont la PDF est égale à :

$$s(r_i; \sigma) = \frac{r_i}{\sigma^2} e^{-\frac{r_i^2}{2\sigma^2}} \quad r_i \geq 0, \sigma > 0 \quad \text{réf. Éq.(5.24)}$$

et la CDF sera :

$$S(r_i; \sigma) = \int_0^r \frac{w}{\sigma^2} e^{-\frac{w^2}{2\sigma^2}} dw = 1 - e^{-\frac{r_i^2}{2\sigma^2}} \quad r_i \geq 0, \sigma > 0 \quad \text{réf. Éq.(5.25)}$$

La distribution de la  $r_{FRTZF}$  peut être obtenue à partir de la théorie des statistiques ordonnées et de l'équation (5.26). En effet, nous devons trouver la valeur maximum d'un groupe de variables aléatoires  $r_i$ , comme vu à l'Annexe III :

$$f_{\max}(r_i) = n[F(r_i)]^{n-1} f(r_i) \quad (6.1)$$

La substitution des équations (5.24) et (5.25) dans l'équation (6.1) nous permet d'obtenir la PDF de  $r_{FRTZF}$  définie par  $t(r;(\sigma,n))$ , et la CDF par  $T(r;(\sigma,n))$

$$t(r;(\sigma,n)) = n \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \left[ 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \right]^{n-1} \quad r \geq 0, \sigma > 0, n \geq 2 \quad (6.2)$$

$$T(r;(\sigma,n)) = \int_0^r t(w) dw = \left[ 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \right]^n \quad r \geq 0, \sigma > 0, n \geq 2 \quad (6.3)$$

Nous pouvons voir par l'équation (6.2) que la FRTZF dépend de la valeur de l'écart-type ( $\sigma$ ) et du nombre de trous ( $n$ ) de l'ensemble.

La complexité est donc un facteur majeur dans l'évaluation de la tolérance et il sera primordial d'en tenir compte. La Figure 6.1 et 6.2 présentent différents cas de  $t(r;(1,n))$  et  $T(r;(1,n))$  en fonction de  $n$  pour un écart-type unitaire.

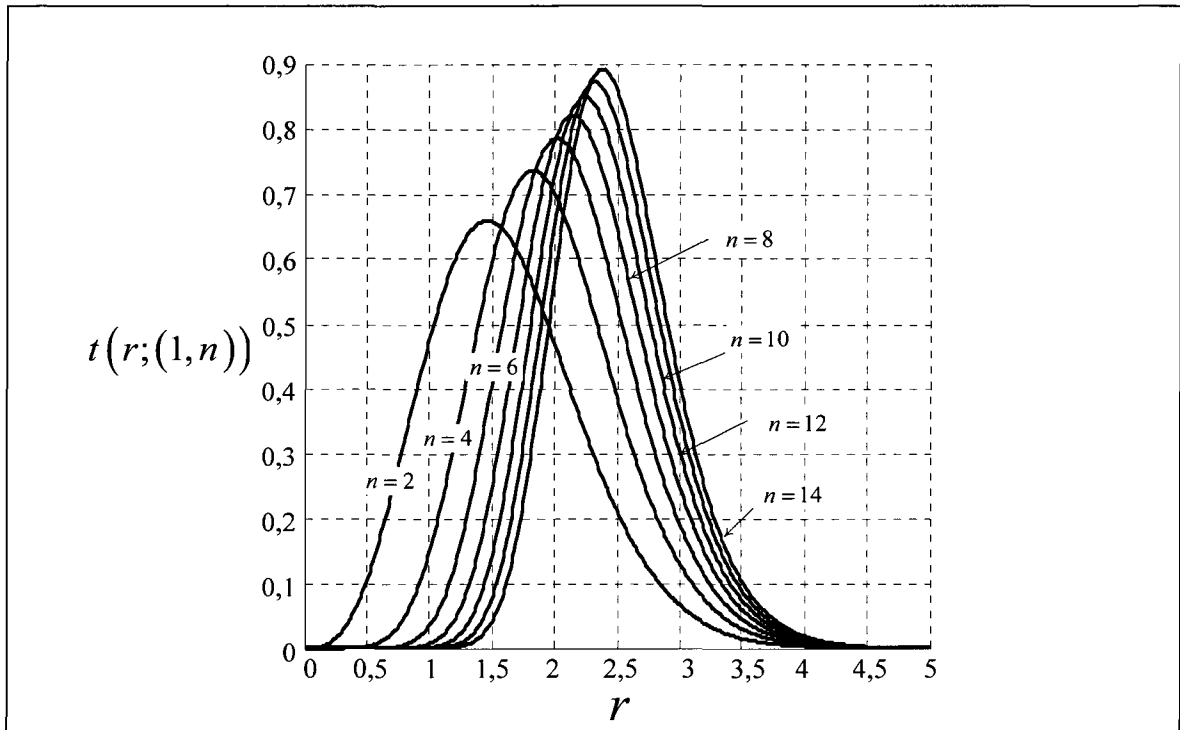


Figure 6.1 Représentation de la PDF  $t(r; (1, n))$  de la FRTZF.

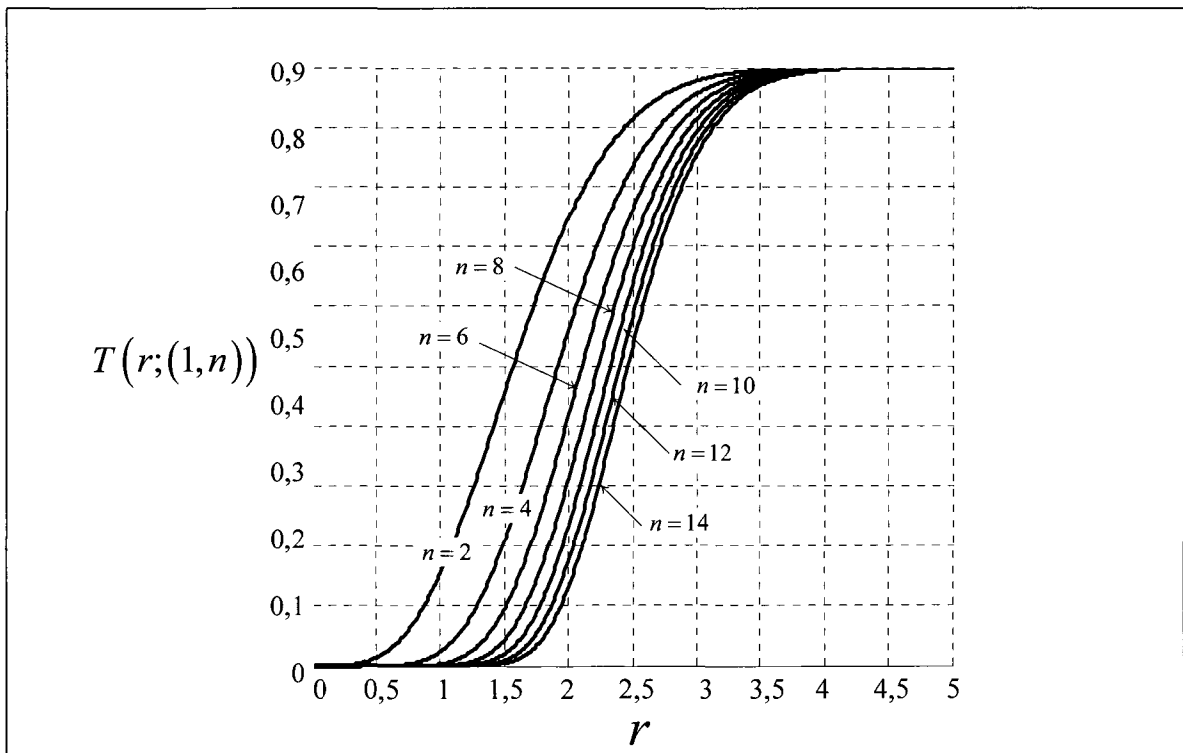


Figure 6.2 Représentation de la CDF  $T(r; (1, n))$  de la FRTZF.

Notons le comportement quasi-asymptotique de la fonction lorsque  $n \geq 15$ . En effet, pour les distributions dont  $n \geq 15$ , le nombre d'éléments géométriques n'a presque plus d'influence sur le résultat. Par contre, lorsque  $n \leq 10$ , l'écart entre chaque cas de  $n$  est considérable.

L'espérance de la PDF  $t(r;(\sigma,n))$  est très difficile à obtenir analytiquement.

$$E\{r_{FRTZF}\} = \frac{n}{\sigma^2} \int_0^\infty w^2 e^{-\frac{w^2}{2\sigma^2}} \left(1 - e^{-\frac{w^2}{2\sigma^2}}\right)^{n-1} dw \quad (6.4)$$

D'un autre côté, l'intégrale de l'équation (6.4) peut être obtenue numériquement. Le Tableau 6.1 présente quelques-unes des valeurs pour  $t(r;(1,n))$ .

Tableau 6.1  
Espérance de  $r_{FRTZF}$  en fonction du nombre de trous ( $n$ ) de l'ensemble

$n$	$E\{r_{FRTZF}\}/\sigma$		$n$	$E\{r_{FRTZF}\}/\sigma$
5	2,0675		20	2,6443
6	2,1500		25	2,7274
7	2,2180		30	2,7937
8	2,2758		50	2,9719
9	2,3258		100	3,1983
10	2,3698		200	3,4098
15	2,5335		500	3,6705

La variance de la PDF  $t(r;(\sigma,n))$  ne peut elle non plus être trouvée analytiquement pour une valeur arbitraire de  $n$ . Le Tableau 6.2 présente quelques valeurs obtenues numériquement pour une distribution unitaire  $t(r;(1,n))$ .

Tableau 6.2  
Variance de  $r_{FRTZF}$  en fonction du nombre de trous ( $n$ ) de l'ensemble

$n$	$Var\{r_{FRTZF}\}/\sigma^2$		$n$	$Var\{r_{FRTZF}\}/\sigma^2$
5	0,2920		20	0,2034
6	0,2776		25	0,1932
7	0,2661		30	0,1854
8	0,2566		50	0,1665
9	0,2487		100	0,1459
10	0,2418		200	0,1296
15	0,2181		500	0,1130

Les Figure 6.3 et Figure 6.4 illustrent le comportement de l'espérance et de la variance de  $r_{FRTZF}$ .

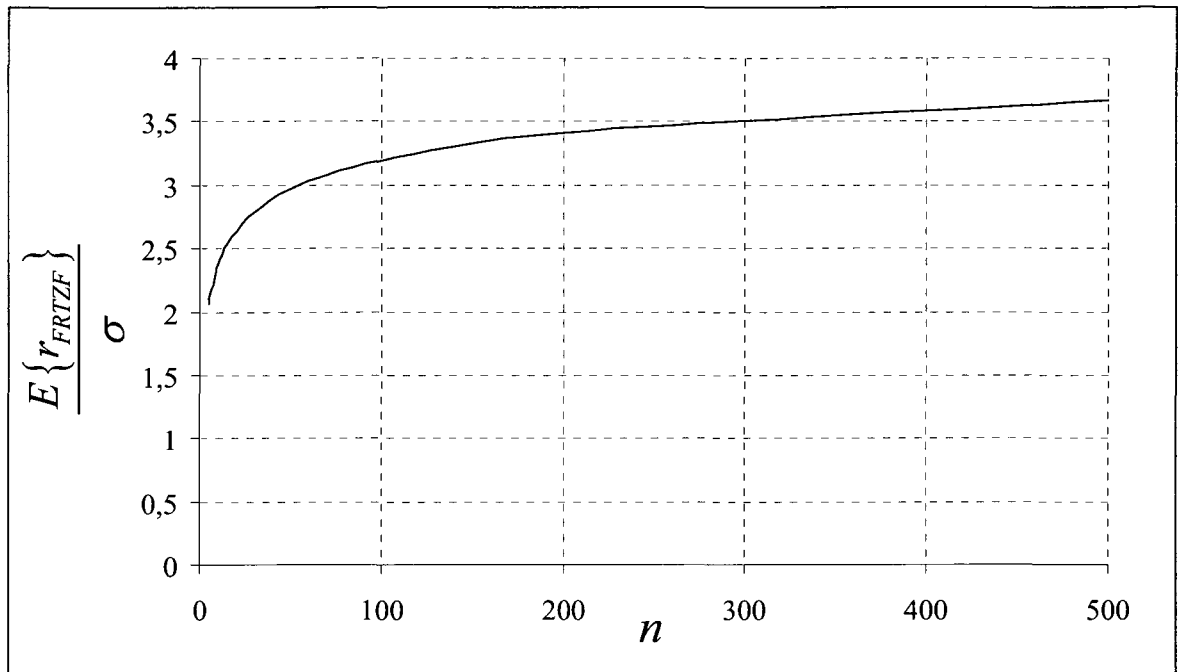


Figure 6.3 Graphique de l'espérance de  $r_{FRTZF}$ .

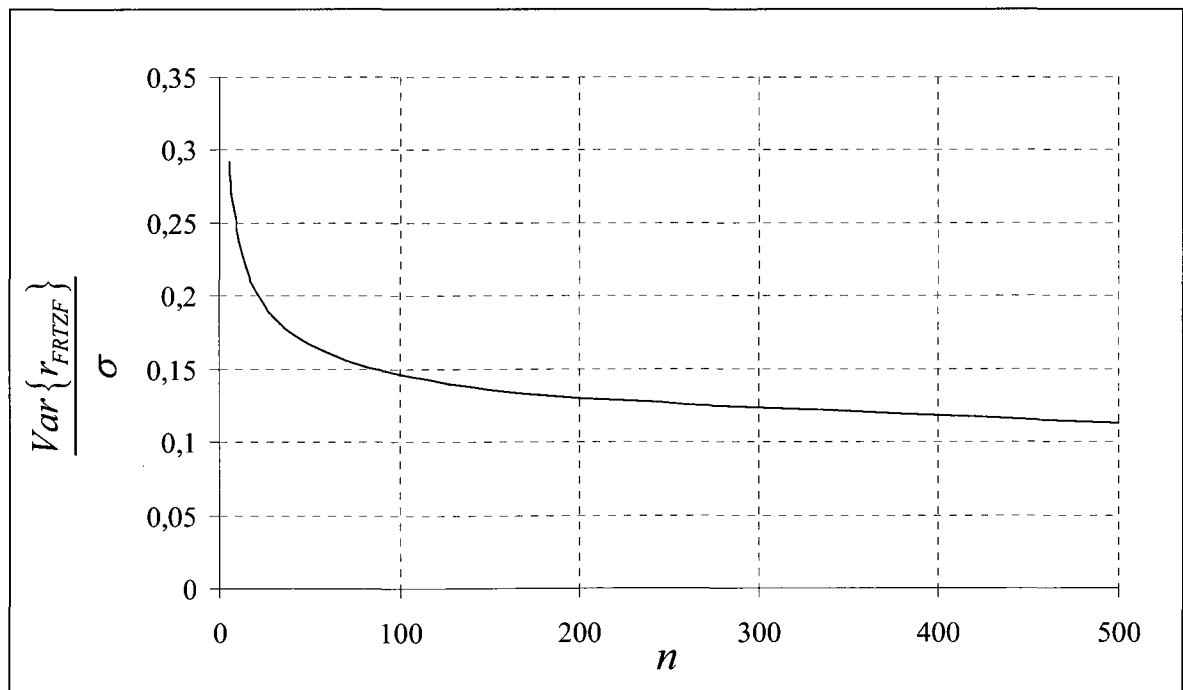


Figure 6.4 Graphique de la variance de  $r_{FRTZF}$ .

## BIBLIOGRAPHIE

- Anselmetti, Bernard. 2005. « Cotation fonctionnelle d'un mécanisme par la méthode CLIC ».
- ASME. 1994. *Y14.5M - 1994 Dimensioning and tolerancing*. Coll. « Normes ANSI (American National Standards Institute) ; Y14.5 ».
- Bothe, Davis R. 2006. « Assessing capability for hole location ». *Quality Engineering*, vol. 18, n° 3, p. 325-331.
- Bourdet, Pierre, et Fabien Schneider. 2007. *Spécification géométrique des produits - Cotation et tolérancement ISO*. Coll. « Conception ». Paris: Dunod, 302 p.
- Ceglarek, Dariusz J., et Jianjun Shi. 1997. « Tolerance analysis for sheet metal assembly using a beam-based model ». vol. 94, p. 153-159.
- Charpentier, Frédéric, et Luc Mathieu. 2000. « L'analyse fonctionnelle technique, une solution pour la recherche des conditions fonctionnelles géométriques ». p. 11.
- Chase, Kenneth W. 1999. *Minimum-Cost Tolerance allocation*. Coll. « ADCATS Report No. 99-5 ». Brigham Young University.
- Cheraghi, S. Hossein, Wei Liu et Gamal Weheba. 2005. « An examination of the effect of variation in datum targets on parts acceptance ». *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 45, (January 2005), p. 10.
- Conraud, Alain, Guy Patenaude et Claude Jacques. 2006. *Répétabilité des gabarits*. Saint-François-du-Lac: Novabus.

- Conraud, Alain, Guy Patenaude et Claude Jacques. 2007. *Analyse capabilité des procédés : sous-assemblage D02145*. Saint-François-du-Lac: Nova Bus.
- Cox, Neil D. 1986. « How to perform statistical tolerance analysis ». The ASQC Basic References in Quality Control: Statistical Techniques, vol. 11.
- Cox, Neil D., et Samuel S. Shapiro. 1967. *Statistical Model in Engineering*. John Wiley & Sons.
- Craig, Mark. 1996. « Dimensional management versus tolerance assignment ». Assembly Automation, vol. 16, n° 2, p. 16.
- Croft, J. 1958. « Assembly Tolerance Problem ». Engineer, vol. 206, p. pp.918-922.
- Desrochers, Alain, Walid Ghie et Luc Laperrière. 2003. « Application of a unified Jacobian - Torsor Model for Tolerance Analysis ». Journal of Computing and Information Science in Engineering, vol. 3, (March 2003), p. 13.
- Drake, Paul J. (2). 1999. *Dimensioning and tolerancing handbook* New York: McGraw Hill.
- Evans, D.H. 1967. « An Application of Numerical Intergration to Statistical Tolerancing ». Technometrics, vol. 9, n° 3 (August).
- Evans, D.H. 1971. « An Application of Numerical Intergration to Statistical Tolerancing II - A Note on the Error ». Technometrics, vol. 13, n° 2 (February).
- Evans, D.H. 1972. « An Application of Numerical Intergration to Statistical Tolerancing III - General Distributions ». Technometrics, vol. 14, n° 1 (May).



- Giordano, M., D. Duret, S. Tichadou et R. Arrieux. 1992. « Clearance space in volumic dimensioning ». CIRP Annals, vol. 41, n° 1, p. 565-568.
- Gou, Jianbo B., Yunxian X. Chu, Zhenhua H. Xiong et Zexiang X. Li. 2000. « A Geometric Method for Computation of Datum Reference Frames ». IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 16, n° 6 (December 2000), p. 10.
- Huang, Wenzhen, Jijun Lin, Michelle Bezdecny, Zhenyu Kong et Dariusz Ceglarek. 2007a. « Stream-of-variation modeling - Part I: A generic three-dimensional variation model for rigid-body assembly in single station assembly processes ». Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME, vol. 129, n° 4, p. 821-831.
- Huang, Wenzhen, Jijun Lin, Zhenyu Kong et Dariusz Ceglarek. 2007b. « Stream-of-variation (SOVA) modeling - Part II: A generic 3D variation model for rigid body assembly in multistation assembly processes ». Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME, vol. 129, n° 4, p. 832-842.
- ISO. 1983. *Geometrical tolerancing-tolerancing of form, orientation, location and run-out-generalities, definitions, symbols, indications on drawings*. . International Standard Organisation.
- ISO. 2006. *Statistical methods. Process performance and capability statistics for measured quality characteristics*. International Standard Organisation, 42 p.
- Khanafer, M., A. Desrochers et L. Laperrière. 2007. « Tolerancing assistance methodology in a product life cycle perspective ». Proceedings of the 18th conference on Proceedings of the 18th IASTED International Conference: modelling and simulation, p. 514-520.

- Knowles, Graeme, Guy March et Jiju Anthony. 2002. « Evaluating process capability for geometrically toleranced parts: A practical approach ». *Quality Engineering*, vol. 14, n° 3, p. 365-374.
- Liu, S.C., et S.J. Hu. 1997. « Variation simulation for deformable sheet metal assemblies using finite element methods ». *Journal of manufacturing science and engineering*, vol. 119, n° 3, p. 368-374.
- Mathieu, Luc, et Alex Ballu. 2005. « La fiche GPS, outil d'expression univoque des spécifications géométriques ». p. 13.
- Montgomery, Douglas C., et George C. Runger. 2007. *Applied statistics and probability for engineers*, 4th. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, xvi, 768 p. p.
- Nickolaisen, Robert H. 1999. « Dimensional Management ». *Dimensioning and tolerancing handbook*.
- Papoulis, Athanasios. 1991. *Probability, random variables, and stochastic processes*, 3rd. Coll. « McGraw-Hill series in electrical engineering. Communications and signal processing ». New York ; Montreal: McGraw-Hill, xvii, 666 p. p.
- Shiu, B. W., D. W. Apley, D. Ceglarek et J. Shi. 2002. « Tolerance allocation for compliant beam structure assemblies ». *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, vol. 35, n° 4, p. 329-342.
- Tahan, Antoine, et Jean-Philippe Castonguay. 2005a. « Correlated Characteristics Identification and Effects in Statistical Tolerance Design ». *Transactions on Mathematics*, vol. 4 (4), p. 319-326.

- Tahan, Antoine, et Jean-Philippe Castonguay. 2005b. *Identification of Correlated Characteristics in Linear Statistical Tolerance Design*. Coll. « 8th WSEAS ». Tenerife, Canary Island.
- Whitney, D. E., et O. L. Gilbert. 1993. « Representation of geometric variations using matrix transforms for statistical tolerance analysis in assemblies ». p. 314-21.
- Whitney, Daniel E. 2004. *Mechanical assemblies : their design, manufacture, and role in product development*. Coll. « Oxford series on advanced manufacturing ». New York: Oxford University Press, xxiii, 517 p. p.
- Xiong, C., Y. Rong, R. P. Koganti, M. F. Zaluzec et N. Wang. 2002. « Geometric variation prediction in automotive assembling ». *Assembly Automation*, vol. 22, n° 3, p. 260-9.
- Yu, Ding, Jin Jionghua, D. Ceglarek et Shi Jianjun. 2005. « Process-oriented tolerancing for multi-station assembly systems ». *IIE Transactions*, vol. 37, n° 6, p. 493-508.