

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Gestion des opérations de production des systèmes manufacturiers	5
1.2.1 Définition	5
1.2.2 Planification	6
1.2.2.1 Approche MRP II	6
1.2.2.2 Approche "Juste à Temps"	8
1.2.2.3 La Théorie des Contraintes.....	9
1.3 Stratégies de maintenance en systèmes manufacturiers.....	12
1.3.1 La maintenance préventive	13
1.3.2 La maintenance corrective ou curative.	14
1.4 Intégration de la maintenance à la gestion des opérations.....	14
1.5 Politique de cadencage.....	16
1.6 Conclusion	18
CHAPITRE 2 PROBLÉMATIQUE ET MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE	19
2.1 Introduction.....	19
2.2 Problématique de recherche.....	20
2.3 Méthodologie et objectif de recherche.....	21
2.4 Conclusion	22
CHAPITRE 3 MAINTENANCE CORRECTIVE ET PLANIFICATION DE LA PRODUCTION AVEC CADENCAGE	24
3.1 Introduction.....	24
3.2 Formulation du problème.....	25
3.2.1 Dynamique de la machine.....	26
3.2.2 Matrice des taux de transition	27
3.2.3 Dynamique de l'inventaire.....	27
3.2.4 Coût instantané.....	27
3.2.5 Coût total.....	28
3.2.6 Probabilités limites et conditions de faisabilité du système.....	28
3.3 Résolution du problème	30
3.3.1 Équations d' HJB	30

3.3.2	Approche numérique.....	31
3.4	Planification de la production avec taux de transition minimaux.....	34
3.4.1	Résolution du problème.....	34
3.4.2	Analyse de sensibilité.....	37
3.5	Planification de la production avec taux de transition maximaux.....	38
3.5.1	Résolution du problème.....	38
3.5.2	Analyse de sensibilité.....	40
3.6	Conclusion.....	41
3.7	Planification simultanée de la production, des opérations de cadenassage et de réparation.....	42
3.8	Analyse de sensibilité.....	49
3.9	Étude comparative des résultats obtenus.....	52
3.10	Conclusion.....	55
CHAPITRE 4 MAINTENANCES CORRECTIVE ET PRÉVENTIVE ET PLANIFICATION DE LA PRODUCTION AVEC CADENASSAGE.....		56
4.1	Introduction.....	56
4.2	Formulation du problème.....	57
4.2.1	Schéma et dynamique du modèle considéré.....	57
4.2.2	Dynamique continue.....	58
4.2.3	Dynamique discrète.....	58
4.2.4	Matrice des taux de transition.....	61
4.2.5	Coût instantané.....	61
4.2.6	Faisabilité du système.....	62
4.3	Résolution du problème.....	62
4.3.1	Équations de HJB.....	62
4.3.2	Approche numérique.....	63
4.4	Planification simultanée de la production.....	66
4.4.1	Valeur des paramètres de modélisation.....	66
4.4.2	Résultats et analyse.....	68
4.5	Analyse de sensibilité.....	75
4.6	Discussion des résultats.....	84
4.7	Conclusion.....	86
CONCLUSION.....		88
ANNEXE I	FONCTIONS VALEUR MODÈLE M1P1 3 ÉTATS TAUX DE TRANSITION MINIMAUX.....	91
ANNEXE II	FONCTIONS VALEURS MODÈLE M1P1 3 ÉTATS TAUX DE TRANSITION MAXIMAUX.....	92
ANNEXE III	FONCTIONS VALEURS MODÈLE M1P1 5 ÉTATS TAUX DE TRANSITION VARIABLES.....	93

ANNEXE IV	PROGRAMME PRINCIPALE DU MODÈLE M1P1 3 ÉTATS TAUX DE TRANSITION VARIABLES.....	96
BIBLIOGRAPHIE.....		104

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 3.1 Taux de transition	34
Tableau 3.2 Valeurs numériques du modèle M1P1	35
Tableau 3.3 Fonction valeurs et coût moyen au seuil critique (Taux minimal)	36
Tableau 3.4 Fonctions valeurs et coût moyen au seuil critique	39
Tableau 3.5 Valeurs numériques du modèle considéré	43
Tableau 3.6 Fonctions valeurs et coût moyen au seuil critique	45
Tableau 4.1 Valeurs numériques des paramètres du modèle M1P1 5 états	67
Tableau 4.2 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût d'inventaire	75
Tableau 4.3 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût de pénurie	77
Tableau 4.4 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût de cadénassage	80
Tableau 4.5 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût de réparation	81
Tableau 4.6 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût de maintenance	81

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 2.1 Schéma du modèle considéré.	22
Figure 3.1 Les états de la machine.	25
Figure 3.2 Diagramme des transitions d'état.	26
Figure 3.3 Taux de production au mode 1.	36
Figure 3.4 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie.	37
Figure 3.5 Variation du seuil critique en fonction du coût de l'inventaire.	37
Figure 3.6 Taux de production au mode 1.	39
Figure 3.7 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie.	40
Figure 3.8 Variation du seuil critique en fonction du coût de l'inventaire.	41
Figure 3.9 Fonction valeur mode 1.	44
Figure 3.10 Fonction valeur mode 2.	44
Figure 3.11 Fonction valeur mode 3.	45
Figure 3.12 Taux de production.	46
Figure 3.13 Taux de cadenassage	47
Figure 3.14 Taux de réparation.	48
Figure 3.15 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie.	49
Figure 3.16 Variation du seuil critique en fonction du coût de l'inventaire.	50
Figure 3.17 Variation du seuil critique en fonction du coût de réparation.	51
Figure 3.18 Variation du seuil critique en fonction du coût de cadenassage.	51
Figure 3.19 Variation du seuil critique en fonction des coûts	52
Figure 3.20 Variation du coût moyen en fonction des coûts.	54
Figure 4.1 Les états de la machine.	57

Figure 4.2	Diagramme des transitions d'état	59
Figure 4.3	Taux de panne en fonction de l'âge de la machine.....	60
Figure 4.4	Taux de production au mode 1	68
Figure 4.5	Variation de l' inventaire suivant l'âge de la machine.	70
Figure 4.6	Taux d'envoi en maintenance préventive.	71
Figure 4.7	Taux cadenassage avant maintenance.	73
Figure 4.8	Taux de cadenassage avant réparation.....	74
Figure 4.9	Variation du coût moyen en fonction du coût d'inventaire.	76
Figure 4.10	Variation du seuil critique en fonction du cout d'inventaire à l'âge 300.	77
Figure 4.11	Variation du coût moyen en fonction du coût de pénurie à l'âge 300.....	78
Figure 4.12	Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie à l'âge 300.....	79
Figure 4.13	Variation du seuil critique en fonction des coûts d'inventaire et de pénurie.....	80
Figure 4.14	Variation du coût moyen en fonction des coûts de cadenassage	82
Figure 4.15	Variation du seuil critique en fonction des coûts de cadenassage	83

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AFNOR	Association Française de Normalisation
CSA	Canadian Standards Association
CSST	Commission de la Santé et de la Sécurité au Travail
FCMRP	Finite Capacity Materiel Requirement Planning
FMS	Flexible Manufacturing System
GOP	Gestion des Opérations et de la Production
HJB	Hamilton-Jacobi-Bellman
HPP	Hedging Point Policy
IFR	Increasing Failure Rate
INR	Institut National de Recherche et de Sécurité
IRSST	Institut de Recherche Robert-Sauvé en Santé et Sécurité du Travail
JAT	Juste A Temps
LITP	Laboratoire d'Intégration des Technologies de Production
MRPI	Material Requirements Planning I
MRPII	Manufacturing Resources Planning II
MTBF	Mean Time Between Failure
MTBM	Mean Time Between Maintenance
MTTM	Mean Time To Maintain
MTTR	Mean Time To Repair
OPT	Optimized Production Technology
PDP	Programme Directeur de Production

PODC	Planifier, Organiser, Diriger et Contrôler
PRP	Planification des Ressources de la Production
RSST	Règlement sur la Santé et la Sécurité au Travail
Tcar	Temps de cadénassage
TOC	Théorie des Contraintes
SFC	Shopfloor Control
SMED	Single Minute Exchange of Die
SST	Santé et Sécurité au Travail

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

t	temps
$\zeta(t)$	processus stochastique
$x(t)$	niveau d'inventaire
$a(t)$	âge de la machine
$\lambda_{\alpha\beta}$	taux de transition du mode α au mode β
Q	matrice des taux de transition
$u(t)$	taux de production
d	taux de demande
$g(\cdot)$	coût instantané
c^+	coût de mise en inventaire par unité de pièce et par unité de temps
c^-	coût de rupture d'inventaire par unité de pièce et par unité de temps
c^α	coût d'intervention sur la machine au mode α
U_{ca}	taux de cadenassage pour la réparation
U_{mc}	taux de réparation
$J(\cdot)$	coût total actualisé
ρ	taux d'actualisation
$\Gamma(\cdot)$	ensemble des commandes admissibles.
$\pi(\cdot)$	probabilité limite
U_{max}	taux de production maximal
$v_\alpha(\cdot)$	fonction valeur au mode α
h_x	pas de l'intervalle de différence finie de la variable d'état x .
h_a	pas de l'intervalle de différence finie de la variable d'état a
$z^*(\cdot)$	seuil critique
$\omega(t)$	taux d'envoi en maintenance
M	ensemble des modes du système
U_{mp}^{min}	taux d'envoi en cadenassage minimal avant la maintenance
U_{mp}^{max}	taux maximal d'envoi en cadenassage avant la maintenance
ω_{max}	taux maximal d'envoi en maintenance
ω_{min}	taux minimal d'envoi en maintenance
U_{mc}^{min}	taux d'envoi en cadenassage minimal avant la réparation
U_{mc}^{max}	taux d'envoi en cadenassage maximal avant la réparation

INTRODUCTION

Pour répondre à une demande de clients de plus en plus exigeants et face à une grande concurrence, les entreprises se doivent d'être en mesure de mettre sur le marché des produits de bonne qualité et à moindre coût. Pour ce faire, en plus de privilégier une technologie d'équipement de poste, il faut assurer la disponibilité des équipements tant sur le plan fonctionnel que sur le plan de l'utilisation optimale. Par plan fonctionnel, on entend l'état de la machine (machine en panne, machine en marche) et par plan de l'utilisation, on veut dire les capacités des équipements ainsi que les politiques d'ordonnancement de la production (machines utilisées à un taux faible par rapport à sa capacité totale).

Pour augmenter la disponibilité des machines sur le plan fonctionnel, plusieurs stratégies de maintenance ont été développées (Kenné *et al.* (2003), Kenné *et al.* (2004), Jamali (2004)). De même, plusieurs auteurs se sont intéressés à l'évolution et la recherche sur la production industrielle en général et la gestion des opérations (GO) en particulier (Prasad et Babbar (1999), Singhal et Starr (2006), Machuca *et al.* (2006), Sprague (2007)).

Qu'il s'agisse des stratégies de maintenance ou des politiques de gestion des opérations, le but ultime demeure le même; à savoir faire des profits par l'augmentation de la productivité et la diminution des coûts. Dès lors, l'intégration de la maintenance à la gestion des opérations demeure une nécessité pour atteindre le but visé par les entreprises manufacturières.

Cependant un des problèmes non négligeable de ces entreprises reste les accidents de travail. Selon Chinniah et Champoux (2008), on a dénombré au Québec, 63 766 accidents liés à des machines, 101 décès de travailleurs entre 1999 et 2003. Ceci a entraîné en indemnité de remplacement de revenu une somme chiffrée à 234 409 548 \$. Selon le même rapport, 165 rapports d'accidents de la CSST (Commission de la Santé et de la Sécurité au travail), rédigés suite à un accident grave ou mortel, révèlent que ces accidents s'expliquent par des procédures de cadenassage absentes, entre autres.

Dès lors, la question qui s'impose est : comment développer des stratégies optimales de gestion des opérations et contrôle de la maintenance tout en tenant compte de la sécurité des intervenants sur le système ? La réponse à cette question constitue la problématique de recherche que nous allons développer dans le chapitre 2.

Par ailleurs, ce travail de recherche est divisé en quatre (4) chapitres. Un premier chapitre consacré à la revue critique de la littérature ressort la problématique de recherche. Dans le chapitre 2, nous présentons la problématique et la méthodologie de recherche suivies du chapitre 3 qui traite de la planification de la production avec maintenance corrective et cadenassage pour un système constitué d'une machine produisant un type de produit (M1P1). Quant au chapitre 4, il sera consacré à l'étude de la planification de la production avec cadenassage et deux (2) types de maintenance (corrective et préventive). Dans ce chapitre, contrairement au chapitre précédent, le vécu ou l'âge de la machine est pris en compte dans la planification de la production. L'âge étant défini comme une fonction de la production totale de la machine depuis sa dernière réparation ou maintenance. Cet aspect de l'âge de la machine nous rapproche de la réalité industrielle. Nous terminerons ce travail par une conclusion et des perspectives envisageables.

CHAPITRE 1

REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE

Ce premier chapitre du mémoire est consacré à la revue critique de la littérature. Cette revue critique de la littérature nous donne l'occasion, après une introduction générale, de parler d'abord de la gestion des opérations et des stratégies de maintenance. Ensuite nous parlerons de l'intégration de la maintenance à la gestion des opérations, puis des politiques de cadencement avant de terminer le chapitre par une conclusion.

1.1 Introduction

Pour répondre à une demande de clients de plus en plus exigeants et face à une grande concurrence, les entreprises se doivent d'être en mesure de mettre sur le marché des produits de bonne qualité et à moindre coût. La réponse à cette exigence passe nécessairement par la performance qui demeure la préoccupation majeure de tous les gestionnaires. Cette dite performance pour les systèmes manufacturiers dépend de la gestion des opérations.

Dès lors, l'optimisation des systèmes de production est un sujet qui intéresse les chercheurs ainsi que les industriels. Cette optimisation est aussi bien orientée vers les opérations nécessaires à la production que vers l'appareil productif.

En effet, le maintien en état de fonctionnement de l'outil de production est plus que nécessaire. Cependant, si l'on sait que de nombreux accidents et maladies professionnelles sont liés à l'activité de maintenance, il devient important de travailler à l'implantation de mesures pour diminuer les risques d'accident. Cet aspect de la sécurité lié à la maintenance doit être plus que jamais intégré à la gestion des opérations; ce qui n'est pas souvent le cas dans la littérature.

Dans les paragraphes suivants, nous allons d'abord parler de la gestion des opérations puis des stratégies de maintenance et ensuite de l'intégration de ces stratégies de maintenance à la gestion des opérations pour enfin terminer avec une section sur le cadenassage.

1.2 Gestion des opérations de production des systèmes manufacturiers

La gestion des opérations (GO), comme nous le connaissons aujourd'hui, couvre un domaine plus large que celui des systèmes manufacturiers. En effet, pour la gestion efficace de leurs activités, les secteurs, tels que la santé, les services alimentaires, les loisirs, les services bancaires, la gestion hôtelière, la vente au détail, l'éducation, le transport et le gouvernement ont recours à la GO comme le décrivent Stevenson et Benedetti (2006). Selon Singhal et Starr (2006), le terme GO est né dans les années 60 avec les travaux d'Elwood Buffa, bien que la gestion des usines soit connue depuis l'ère de la gestion scientifique (1890-1940) avec les travaux de Taylor, de Gilbreth, de Gantt et de Ford, entre autres.

Plusieurs auteurs se sont intéressés à l'évolution et la recherche sur la production industrielle en général et en la GO en particulier (Prasad et Babbar(1999), Singhal et Starr (2006), Lewis (2006), Machuca *et al.* (2006), Sprague (2007)). La recherche sur la GO est largement discutée dans la littérature vu la place importante qu'elle ne cesse d'occuper dans les différents secteurs. Pour mieux comprendre la GO, voyons sa définition.

1.2.1 Définition

Les auteurs Stevenson et Benedetti (2006) définissent la GO comme l'action de « planifier, organiser, diriger et contrôler (PODC) les activités créant de la valeur ajoutée ». Les activités à valeur ajoutée dans le système manufacturier sont toutes les activités de transformation d'une matière première (Intrant) en produit semi-fini ou fini (Extrant). La planification, l'organisation, la direction et le contrôle de ces activités ne laisse aucun secteur d'un système manufacturier indifférent. La GO touche alors tous les départements d'un système manufacturier et englobe l'ensemble des actions essentielles pour le bon fonctionnement de ce dernier.

Puisque l'aspect de la maintenance doit être intégré dans la planification, nous allons nous intéresser par la suite, à la planification qui est un maillon important de la chaîne que constitue la GO.

1.2.2 Planification

Le fonctionnement de l'appareil productif manufacturier nécessite une bonne organisation des ressources disponibles dans l'espace et dans le temps. Dans son devoir de garantir un service, l'entreprise doit s'engager sur un programme de commande couvrant une certaine période avec des échéances de livraison préétablies. L'utilisation du système de production dans le but de produire et de livrer dans les délais est décrite par la planification. Cette planification peut avoir trois niveaux différents : stratégique (long terme), tactique (moyen terme) ou opérationnelle (court terme). Les approches de planification peuvent être classées en trois familles : MRP II, JAT et TOC que nous allons décrire dans les paragraphes suivants.

1.2.2.1 Approche MRP II

Le « *Manufacturing Resources Planning* (MRPII) » appelé aussi en français Planification des Ressources de la Production (PRP) est l'outil de planification le plus utilisé depuis les années 80 par les entreprises qui produisent en flux poussé (production basée sur les demandes fermes ou leur prévision). Il est né de la planification des besoins en composants MRPI (*Material Requirements Planning*) mise au point par J. Orlicky (1975) dans les années 1960. MRPI permet de planifier à partir des demandes fermes des clients, ou leur prévision, ce qu'il faut acheter (les besoins en composants) et fabriquer au moment convenu (les ordres de fabrication).

Le système MRPII, en plus de la planification des besoins en matière, vise à intégrer les autres fonctions de l'entreprise telles que les finances et le marketing (Stevenson et Benedetti 2006). C'est une méthode qui recherche les solutions de planification en conciliant l'offre et la demande tout en tenant compte des délais d'exécution. Elle est née de l'évolution de la

méthode MRPI (Materiel Requirement Planning) qui globalement suit la logique des questions suivantes (Wallace 1990) :

Que faire ?

Quelles ressources pour le faire ?

Quelles sont les ressources disponibles ?

Quelles ressources chercher ?

La réponse à ses quatre (4) questions permet au planificateur d'agencer les tâches en tenant compte des ressources disponibles, d'une part, et, d'autre part, à lancer les commandes de ressources nécessaires pour l'exécution des tâches.

Ce système, par ailleurs, présente plusieurs faiblesses. Certaines de ses faiblesses sont dues selon Kumar et Meade (2002) au délai de livraison rapide de la demande, d'une part, et, d'autre part, à la complexité grandissante des produits. Le système MRPII planifie avec des délais fixes et ne peut apporter de solution à ce problème de la demande. C'est un système qui ne tient pas compte des problèmes de capacité. Il considère une capacité infinie des systèmes de production ce qui est loin de la réalité. Ainsi, il laisse le problème de capacité au planificateur qui se débrouille en jouant sur le programme directeur de production (PDP). Plusieurs entreprises ont essayé de résoudre ce problème en mettant en place le contrôle direct sur le plancher (*shopfloor control-SFC-*). Les auteurs Pandey *et al.* (2000), Tall et Wortmann (1997), Wuttipornpun et Yenradee (2004) ont mentionné ce problème avec la méthode MRPII et ont essayé d'y apporter des solutions en intégrant dans le système MRPII une capacité finie (*Finite Capacity Material Requirement Planning –FCMRP-*).

Cependant, il existe rarement un système qui fonctionne purement avec l'approche MRPII. La combinaison de ce système avec le "Juste à Temps" (Just In Time –JIT-) intéresse plusieurs chercheurs : Lamouri et Thomas (2000), Ho et Chang (2001), Benton et Shin (1998) et les industriels.

1.2.2.2 Approche "Juste à Temps"

Le "Juste à Temps" (JAT) est une philosophie développée dans les années 70 par les Japonais (R. Gélinas, 1997). Il est à la base de la production à flux tiré qui permet de produire au stade amont que ce qui est demandé par le stade aval. (S. Ourari, 2003)

D'après S. Ourari (2003), l'approche du JAT repose sur l'idée de Kiichiro Toyoda qui dit : « Si l'on obtient ce dont on a besoin, au moment où on en a besoin et dans les quantités désirées, on limite tous les gaspillages et les incohérences, et l'efficacité de la production en sera améliorée ». Selon R. Gélinas (1997), Taiichi Ohno, un ingénieur japonais de Toyota fut le chef d'orchestre incontestable de l'idée du JAT.

Sans nul doute, tous les auteurs partagent l'idéologie du JAT; à savoir satisfaire les besoins juste au moment opportun et le juste nécessaire et en bonne qualité.

Cependant pour atteindre ces objectifs, l'application du JAT vise plusieurs types de gaspillages que peut entraîner la production de masse. Parmi ceux-ci, on peut citer :

- la surproduction;
- l'attente;
- les mouvements inutiles de l'opérateur;
- le transport et la manutention;
- les transformations inutiles;
- l'inventaire de surplus;
- les défauts de fabrication ou la surqualité.

L'atteinte de ces objectifs permet de réduire à son maximum le niveau de l'inventaire à défaut d'avoir un inventaire nul. Et qui dit réduction de l'inventaire, dit en même temps diminution des coûts induits par l'entreposage. Par ailleurs, la mise en application du JAT fait appel à plusieurs concepts de base. *Kanban* (étiquette en japonais), *SMED* (Single

Minute Exchange of Die), *Poka-Yoke*, *5S*, entre autres, sont les techniques utilisées pour atteindre les objectifs du JAT.

La production est déclenchée par des étiquettes appelées *Kanban* sur la base d'informations mises à jour en temps réel. La méthode *SMED* aide à éliminer les pertes de temps lors des mises-en-course. Tandis que le système *Poka-Yoke* s'attaque aux erreurs humaines. La méthode *5S*, quant à elle, vise la propreté et l'ordre pour ainsi mettre en place un système d'amélioration continue (*Kaizen*).

Malgré ses nombreux avantages, il faut éviter de traduire le JAT par des livraisons de petites quantités dans le but uniquement de réduire les inventaires. Ceci peut occasionner des coûts supplémentaires de transport (Stevenson et Benedetti (2006)) ou des réaménagements structurels et organisationnels chez les fournisseurs. (Gélinas (1997)).

1.2.2.3 La Théorie des Contraintes

La Théorie des Contraintes, plus connue sous son acronyme anglais TOC (*Theory of Constraints*) est introduite dans les années 80 par le Docteur en Physique, Eliyahu M Goldratt. Cette philosophie de gestion des systèmes manufacturiers repose sur la performance des postes de travail à capacité limitée (ressources goulot). Ces postes déterminent la performance globale du système pour atteindre le seul but de toutes les entreprises : faire des profits présentement et de manière continue. Cette théorie s'est développée grâce au livre de l'auteur «le But» (Goldratt (1984)) où il développe son idée de la gestion par les contraintes. Ces contraintes constituent des embûches pour les industriels sur la route qui mène vers la performance.

En se démarquant de la comptabilité classique jugée obsolète, la TOC réhabilite la notion de profit et propose trois (3) indicateurs simples : *Throughput*, *Inventory*, et *Operating Expenses*.

Le *Throughput* : il traduit l'argent que le système génère par les produits vendus et non l'argent que pourrait générer la vente des produits finis que l'on peut appeler par le *produit des ventes*.

L'*Inventory* : il traduit l'argent que le système immobilise sous forme d'inventaire en attente ou en cours de transformation que l'on peut appeler par l'*inventaire*.

L'*Operating Expenses* : il traduit les coûts investis pour la transformation des inventaires en produits vendus que l'on peut appeler les *dépenses d'exploitation*.

Les actions entreprises par l'entremise de la TOC visent l'évolution de ces trois (3) indicateurs dans la bonne direction, à savoir l'augmentation du *Throughput* et la diminution de l'*Inventory* et de l'*Operating Expenses*.

Pour ce faire, la TOC possède neuf (9) règles de base :

- 1) équilibrer les flux et non les capacités;
- 2) toute perte de temps sur un goulot est une perte sur tout le système;
- 3) tout gain de temps sur un non goulot est un leurre;
- 4) le niveau d'utilisation d'un non-goulot ne doit pas être déterminé par son potentiel de production mais par les autres contraintes du système;
- 5) les ressources doivent être utilisées, pas simplement activées;
- 6) les goulots déterminent le débit de sortie et les niveaux d'inventaires;
- 7) le lot de fabrication et le lot de transfert ne doivent pas forcément être égaux;
- 8) les lots de fabrication doivent être de taille variable;
- 9) les programmes de fabrication doivent prendre en compte toutes les contraintes simultanément.

L'application de ces différentes règles permet aux gestionnaires de ne pas gaspiller du temps sur le goulot, de ne pas produire pour produire, mais produire ce qu'il faut et quand il le faut; ce qui rejoint le principe du JAT, ainsi que la maîtrise des dépenses d'exploitation.

Contrairement aux méthodes de planification traditionnelles, telles que le MRP, qui planifient avec une capacité infinie, la TOC tient compte de la capacité du système. Ce qui est plus réaliste; d'où sa devise : la somme des optimums locaux n'est pas égale à l'optimum global.

Le logiciel OPT (Optimized Production Technology) a été développé autour de cette approche de la gestion de la production. C'est un logiciel avec plusieurs modules permettant d'identifier les ressources goulot. Après avoir identifié les ressources goulot, il effectue un ordonnancement vers l'avant de ces ressources à capacité finie avant d'ordonnancer les ressources non critiques selon une méthode à capacité infinie semblable à celle de MRPII (S. Ourari, 2003).

En parcourant ces différentes approches citées ci-dessus, dans l'optique de la gestion des opérations, force est de constater l'existence d'une différence dans la forme de ces approches qui, dans le fond, visent les mêmes objectifs : la réduction des coûts de production et l'amélioration de la productivité et de la qualité. Si la technique MRPII est utilisée dans une production répétitive et à flux poussé, la technique fondée sur le concept JAT est par contre utilisée dans une production à flux tiré pendant que la technique basée sur la philosophie TOC vise essentiellement une optimisation des flux de production et non des capacités.

Cependant avec une dynamique de plus en plus complexe des systèmes manufacturiers il faut noter que ces différentes approches peuvent être utilisées de façon complémentaire en exploitant chaque technique à un niveau bien déterminé du système de production. Tout de même la question reste entre les mains des gestionnaires qui doivent déterminer la meilleure technique pour leur organisation.

Aujourd'hui, en plus de posséder une bonne connaissance des théories de gestion industrielle, les entreprises doivent faire face à une concurrence très rude. Il s'y ajoute la pression des clients qui sont de plus en plus exigeants en demandant des produits de bonne qualité et à moindre coût, livrés dans les délais.

Face à ces exigences, l'entreprise a non seulement besoin d'un savoir-faire, de ressources humaines, mais aussi de ressources matérielles. En effet, le maintien en état de fonctionnement de l'outil de production est plus que nécessaire. Voyons dans le paragraphe suivant les stratégies de maintenance dans le système manufacturier.

1.3 Stratégies de maintenance en systèmes manufacturiers

La maintenance est l'une des fonctions les plus importantes de la gestion des opérations. Néanmoins, elle demeure la plus méconnue (Stevenson et Benedetti (2006)). L'Association française de normalisation (AFNOR) définit la maintenance comme " l'ensemble des activités destinées à maintenir ou à rétablir un bien dans un état ou dans des conditions données de sûreté de fonctionnement, pour accomplir une fonction requise. Ces activités sont une combinaison d'activités techniques, administratives et de management". Cette définition met en exergue deux (2) stratégies de maintenance dont l'une renvoie au maintien du bien et l'autre à son rétablissement.

Le maintien du bien fait référence à la maintenance préventive tandis que son rétablissement renvoie à la maintenance corrective et/ou palliative. La maintenance préventive peut être conditionnelle (lorsque l'action de maintenance est subordonnée à un type d'événements prédéterminés : mesures de vibration, analyse d'huile etc.) ou systématique (lorsqu'un échéancier est établi selon le temps ou le nombre d'unités d'usage décide de son application) (Jamali, 2004).

L'activité de maintenance en tant que telle comprend plusieurs opérations parmi lesquelles on peut citer : le contrôle, le calibrage, la réparation, entre autres.

Aujourd'hui, beaucoup d'entreprises réalisent que le moindre problème dans l'efficacité de la maintenance peut avoir des conséquences indirectes préjudiciables pour d'autres fonctions de l'entreprise. Ces conséquences peuvent être des retards de livraison, des pertes de clients, des

inventaires de produits finis plus importants, des heures supplémentaires, voire même des problèmes de sécurité.

Dans les paragraphes qui vont suivre, nous allons aborder la maintenance dans son aspect préventif, dans un premier temps, puis dans son aspect correctif, dans un second temps.

1.3.1 La maintenance préventive

Elle peut être prédictive ou systématique. La maintenance préventive est dite prédictive dès lors qu'elle consiste en l'inspection périodique des équipements et des installations pour déceler des imperfections en vue d'une intervention avant arrêt (Stevenson et Benedetti 2006). Par contre, la maintenance préventive est dite systématique si elle comprend l'ensemble des actions destinées à augmenter la disponibilité et la durée de vie des équipements. Ces actions peuvent consister en des remplacements par des équipements neufs, faits à des intervalles de temps fixes. Ces remplacements ne tiennent pas compte de l'état du système et celui-ci, en cas de panne, est remplacé par un système neuf. C'est ce qu'on appelle dans la littérature *la maintenance de type bloc*. Plusieurs auteurs se sont intéressés à ce type de maintenance, notamment Barlow et Hunter (1960), Barlow et Proschan (1965), Ait-Kadi et Chelbi (2000).

Cette politique de maintenance de type bloc présente des lacunes du moment que l'on peut procéder à un remplacement même d'un système neuf.

Par ailleurs, si la politique de remplacement consiste à remplacer le système en cas de panne ou après une période T de marche sans panne, on est en face de ce qu'on appelle *la maintenance de type âge*. L'âge de la machine est remis à zéro à chaque panne. C'est le type de maintenance proposé par Barlow et Proschan (1965).

Dans un souci de développement durable, Jamali (2004), dans ses travaux, examine la possibilité de remplacement en cas de panne d'un système par un autre système usagé. Ce

systèmes en état d'opération, et moins coûteux que le système neuf, permet de lutter contre le gaspillage, d'une part, et, d'autre part, de faire des profits.

1.3.2 La maintenance corrective ou curative.

Dans leur livre, la "Gestion des Opérations", les auteurs Stevenson et Benedetti (2006) différencient les maintenances curative et corrective. Selon ces auteurs, si la maintenance curative consiste à intervenir sur le système pour sa remise en fonctionnement en cas de panne, la maintenance corrective est plutôt une amélioration de l'équipement et des installations en vue de diminuer les pannes et les coûts de maintenance.

Autrement dit, la maintenance curative devrait évoluer en une maintenance corrective pour améliorer la maintenabilité des équipements.

Parce qu'elle constitue l'un des maillons de la chaîne qu'est la gestion des opérations, la maintenance ne peut être traitée en dehors de l'environnement du système de la gestion des opérations. Dès lors, elle doit et elle restera intégrée à la gestion des opérations.

Nous allons voir dans le paragraphe suivant l'intégration de la maintenance à la gestion des opérations.

1.4 Intégration de la maintenance à la gestion des opérations

L'intégration de la maintenance à la gestion de la production est un sujet qui intéresse aussi bien les industriels que les chercheurs. Cette intégration doit se faire de manière à optimiser le coût total de la production. Barlow et Hunter (1960) furent les pionniers dans ce domaine.

Les processus de pannes et de réparations décrits par des chaînes de Markov homogènes basées sur le formalisme de Rishel (1975) ont vu le jour avec les travaux de Olsder et Suri (1980). Ces derniers obtiennent l'équation de la programmation dynamique de la politique de commande optimale. Ce sont des équations complexes et difficiles à résoudre de manière analytique. Les travaux de Kimemia et Gershwin (1983) abondent dans le même sens en

modélisant les incertitudes du système par des processus Markoviens homogènes dans le but de trouver la politique de production optimale qui minimise le coût total de la production.

Pour répondre à la réalité industrielle, on doit tenir compte des taux de panne du système qui diffèrent lorsque celui-ci est dans sa phase de jeunesse ou aborde sa phase de vieillesse. Autrement dit, les taux de panne, en réalité dépendent, entre autre, de l'âge du système. Les travaux de Boukas et Haurie (1990), Boukas *et al.* (1996), Kenné et Boukas (2003) proposent un modèle d'optimisation dans lequel les taux de transition sont fonction de l'âge des machines. L'âge étant défini comme une fonction de la production totale de la machine depuis sa dernière réparation ou maintenance. Ce qui est plus en phase avec les réalités industrielles.

Dans les travaux de Dehayem (2009), pour se conformer à ces réalités industrielles, l'auteur tient compte du vécu des machines pour trouver la stratégie optimale de gestion de capacité, de gestion de production et de contrôle de la maintenance. Cependant, il faut noter que cette réalité vient augmenter la complexité de la résolution des équations de programmation dynamique obtenues par les différents modèles, pour la politique de commande optimale.

Si pour les systèmes Markoviens homogènes (taux de transition constants), Akella et Kumar (1986) ont montré que la politique à seuil critique (HPP *Haging Point Policy*) est optimale, pour les systèmes Markoviens non homogène (taux de transitions non constants), Boukas et Haurie (1990), Boukas *et al.* (1996), Kenné et Boukas (2003) proposent une résolution du problème en utilisant les méthodes d'approximations numériques basées sur la méthode de Kushner (Kushner et Dupuis (1992)).

La politique à seuil critique est la politique qui préconise de bâtir un inventaire de sécurité non négatif pendant les périodes d'excès de capacité pour pouvoir faire face aux éventuelles insuffisances de capacité futures. Les travaux de Gershwin (1994) donnent une formulation rigoureuse de ce problème de modélisation et d'optimisation de la production.

Pour la résolution par la méthode numérique des problèmes pour les systèmes Markoviens, l'optimum est obtenu à partir des équations différentielles partielles d'Hamilton-Jacobi Bellman (HJB). La fonction qui minimise le coût, appelé fonction valeur, doit satisfaire à ces équations de HJB. Le lecteur pourra trouver des explications plus détaillées dans les travaux de Kenné (1997) pour les dimensions des équations de HJB. Vu l'absence de solution analytique pour les équations d'HJB à cause de la complexité de la résolution de ces dernières pour les systèmes non Markoviens, les chercheurs ont recours à la combinaison d'autres méthodes de résolutions, à savoir les plans d'expérience, la simulation, la méthodologie des surfaces de réponse ou l'analyse de régression.

Les auteurs Kenné et Gharbi (2000, 2001), à travers une extension du concept de la politique à seuil critique aux processus non Markoviens ont combiné l'approche numérique et expérimentale pour trouver la politique de commande optimale.

Comme nous l'avons bien remarqué, à travers cette revue critique de la littérature loin d'être exhaustive, les politiques de maintenance sont largement documentées par différents chercheurs et continuent à intéresser le milieu industriel. Cependant, l'aspect de la sécurité, qui est aussi intéressant et nécessaire que la maintenance, est passé sous silence. Si l'on sait que la maintenance, tout en demeurant incontournable dans le milieu manufacturier, constitue le point de départ de beaucoup d'accidents de travail, il s'avère primordial de sécuriser cette opération.

Présentement, l'un des moyens les plus sécuritaires pour lutter contre les accidents pendant les opérations de maintenance est le cadenassage. Voyons dans le paragraphe suivant ce qu'est le cadenassage.

1.5 Politique de cadenassage

La norme canadienne CSA Z460 -05 (2005) définit le cadenassage comme « l'installation d'un cadenas ou d'une étiquette sur un dispositif d'isolement des sources d'énergie

conformément à une procédure établie, indiquant que le dispositif d'isolement des sources d'énergie ne doit pas être actionné avant le retrait du cadenas ou de l'étiquette conformément à une procédure établie ». Plutôt appelé consignation en Europe, le cadenassage est défini par l'Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS) en France par « l'ensemble des dispositions permettant de mettre et de maintenir en sécurité (si possible par un dispositif matériel), une machine, un appareil, ou une installation de façon qu'un changement d'état (remise en état de marche d'une machine, fermeture d'un circuit électrique, ouverture d'une vanne, etc.) soit impossible sans l'action volontaire de tous les intervenants ».

L'article 185 du Règlement sur la Santé et la Sécurité au Travail (RSST) stipule que les travailleurs qui interviennent dans la zone dangereuse d'une machine pendant tout le travail de maintenance, de réparation, de déblocage doivent appliquer les procédures de cadenassage. Les lois et les règlements au Canada, en général, et au Québec, en particulier définissent bien le cadenassage et obligent même son application. Néanmoins, si l'on se rapporte au rapport de Chinniah et Champoux (2008) de l'institut de Recherche Robert-Sauvé en Santé et Sécurité du Travail (IRSST), en 2005, les machines dangereuses ont causé la mort d'environ 20 travailleurs au Québec et quelques 13 000 accidents ont pu être reliés aux machines occasionnant des coûts de 70 millions de dollars pour la CSST.

Par ailleurs, d'après les statistiques de la CSST, au Québec, il y a en moyenne par année 6300 accidents relatifs aux machines dont 17 décès annuellement et 17 accidents en moyenne par jour. En 2008 seulement, on a dénombré 6 pertes en vies humaines, 5225 accidents au cours de travaux d'installation, d'entretien ou de réparation de machines mal ou non cadenassées. Nous renvoyons le lecteur au livre de Daoust (2003) pour de plus amples informations sur les procédures de cadenassage et les risques reliés aux interventions sur les machines.

Ces accidents liés aux machines coûtent cher en vies humaines, en arrêts maladie et en coûts. Dès lors, l'importance de l'intégration du cadenassage lors des interventions sur les machines n'est plus à démontrer. Pour plusieurs, cette intégration ne peut se faire sans augmenter les

coûts de production. En réalité, il suffit de trouver l'optimum entre les coûts consentis pour augmenter la sécurité des travailleurs et ceux pour les accidents. Charlot *et al.* (2007) ont démontré qu'il existe ce coût total minimal permettant d'atteindre le double objectif sécurité et productivité.

1.6 Conclusion

Nous avons discuté dans les paragraphes précédents de la gestion des opérations, des stratégies de maintenance dans les systèmes manufacturiers ainsi que l'intégration des deux. Dans tous les cas évoqués les auteurs s'intéressent peu à l'aspect de la sécurité. Sur cet aspect sécurité, l'intégration du cadencement dans la gestion de la production nous intéresse particulièrement et il est rare de trouver dans la littérature des études qui traitent ce cas de figure. Or, selon les statistiques citées ci-haut, il serait fort intéressant de considérer l'aspect de la sécurité dans la gestion des opérations pour diminuer les pertes en vies humaines et les arrêts maladie, d'un côté, et les coûts engendrés, de l'autre. Par ailleurs, l'existence d'un coût optimal comme démontré dans les travaux de Charlot (2005), qui intègre la sécurité à la planification de la production par le biais du cadencement devrait faciliter le recours à l'implantation de mesures pour diminuer les risques d'accident.

Ce faisant, nous posons la question suivante : peut-on mettre en évidence l'existence de ce coût total optimal dans une planification de la production avec maintenance (corrective et préventive) et cadencement tout en prenant en considération le vécu de la machine dans le système considéré ?

Le chapitre 2 suivant, traitant de la problématique et de la méthodologie de recherche, va développer cette question. Les chapitres 3 et 4 tenteront d'apporter une réponse à cette même question.

CHAPITRE 2

PROBLÉMATIQUE ET MÉTHODOLOGIE DE RECHERHCE

2.1 Introduction

L'environnement des entreprises manufacturières de plus en plus complexe, caractérisé par la mondialisation des marchés et l'exigence des clients en termes de qualité et de délai, pousse les entreprises à optimiser leur système de production. Ce système complexe composé de ressources humaines et matérielles, mise sur la disponibilité de ces éléments pour pouvoir assurer pleinement sa fonction. Nous allons nous intéresser à la disponibilité de ces deux (2) composantes essentielles d'un système manufacturier dans un cadre de production à coût moindre dans un espace sécuritaire. En intégrant la maintenance, dont le rôle est d'assurer la disponibilité du bien par l'accroissement de sa fiabilité et de sa maintenabilité, à la gestion des opérations, nous apportons une première réponse à la disponibilité des ressources matérielles. Par le biais du cadenassage, nous allons favoriser un milieu de travail sécuritaire pour les intervenants sur les machines en cas de panne.

Puisque les risques mécaniques liés aux machines ne peuvent être supprimés, ils doivent alors être réduits à un niveau acceptable. Dans le contexte actuel de prévention en sécurité des machines, ("tolérance zéro") les phénomènes dangereux doivent être isolés des travailleurs, et ce, autant que faire se peut. Ce second chapitre, comme son titre l'indique, va traiter de la problématique de recherche et la méthodologie que nous allons adopter pour résoudre la question soulevée par cette problématique.

2.2 Problématique de recherche

À l'aube de ce 21^{ème} siècle, l'activité de l'homme dépend essentiellement de la technologie. Cette technologie, de plus en plus sophistiquée et coûteuse, mais tout aussi indispensable occupe une place prépondérante dans les établissements industriels. La dépendance des entreprises à cette technologie pour être et demeurer compétitives n'est plus à démontrer.

Par conséquent, leurs défaillances peuvent entraîner des situations non souhaitables, voire catastrophiques, pour la survie même de l'entreprise. Face à ce constat, la maintenance des équipements s'impose alors tout naturellement comme une nécessité incontournable.

Le rapport de Giraud *et al.* (2008) portant sur les liens entre la maintenance et la santé et la sécurité au travail révèle que les écrits de maintenance n'abordent que peu la dimension SST et vice-versa. Or, selon les statistiques de la CSST au Québec, il y a en moyenne par année 6300 accidents relatifs aux machines dont 17 décès et 17 accidents en moyenne par jour. En 2008 seulement, on a dénombré 6 pertes en vies humaines, 5225 accidents au cours de travaux d'installation, d'entretien ou de réparation de machines mal ou non cadenassées.

Subséquemment, au vu de l'importance que constitue la maintenance pour aider le système de production à atteindre ses objectifs de productivité et de qualité dans un meilleur délai, son intégration à la gestion des opérations afin d'optimiser le coût total de production est plus que nécessaire.

Cependant, doit-on uniquement penser aux méthodes organisationnelles et aux activités pour le maintien des biens matériels sans se soucier du sort du personnel qui met en œuvre ces méthodes et fait ces activités nécessaires pour le bon fonctionnement de ces mêmes biens ?

Notre réponse à cette question est évidemment non. Ce faisant, nous allons essayer, dans ce mémoire, d'apporter une réponse en intégrant dans la gestion des opérations, pour le problème considéré, la maintenance ainsi que la sécurité par le biais du cadenassage. Pour ce

faire, nous allons utiliser une méthodologie de recherche, que nous allons présenter dans le paragraphe suivant.

2.3 Méthodologie et objectif de recherche

Dans ce travail de recherche, on s'intéresse à un système manufacturier flexible ou FMS (*Flexible Manufacturing System*), qui est constitué d'une machine produisant un seul type de produit (système du type M1P1). L'étude vise à développer une stratégie optimale de planification de la production dans le but de minimiser les coûts de production tout en tenant compte de l'aspect sécurité par le biais du cadencage durant les étapes de maintenance et de réparation.

Dans les deux cas de figure que nous allons développer, notre système est sujet à des pannes et des réparations aléatoires. L'étude de chacun des cas de figure envisagés est divisée en trois (3) étapes. L'étape 1 est consacrée à la formulation du problème. La résolution numérique basée sur la méthode de Kushner (Kushner et Dupuis (1992)), suivie de l'illustration par des courbes représentant les politiques de production, de cadencage, de réparation et de maintenance constituent la deuxième étape. L'analyse de sensibilité, dans le but de confronter nos résultats à une simulation de la réalité industrielle, et les conclusions tirées de cette analyse constituent la troisième étape.

Nos recherches, en plus de consolider les conclusions des travaux de Charlot, visent à :

- Montrer qu'il est possible d'intégrer la maintenance et le cadencage dans la planification de la production en tenant en compte du vécu de la machine et en respectant les objectifs de coût et de productivité.
- Montrer que le cadencage peut être une étape entière de la planification de la production tout en respectant les objectifs de coût et de productivité.

Pour ce faire, nous allons considérer le modèle illustré par la figure 2.1 suivante.

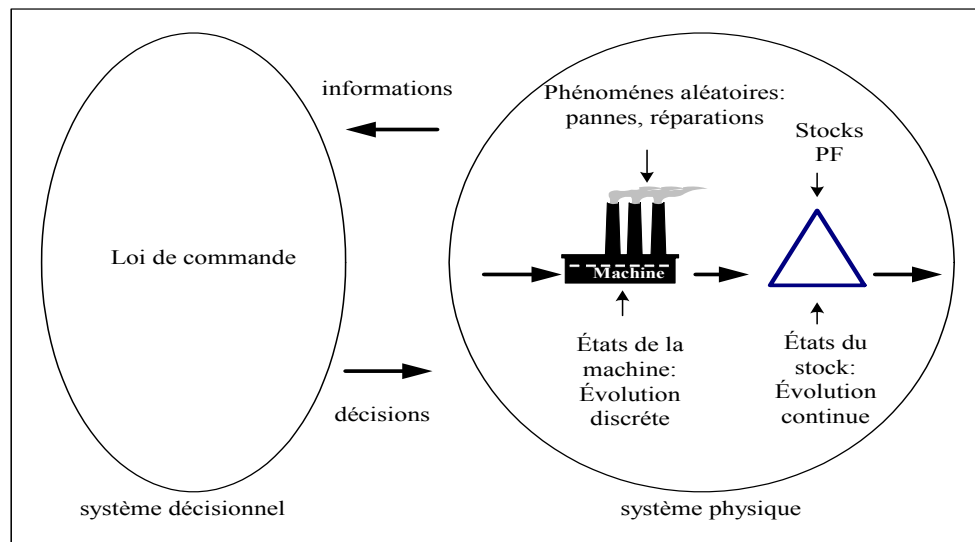


Figure 2.1 Schéma du modèle considéré.

2.4 Conclusion

La présentation de la problématique de recherche et la méthodologie envisagée pour résoudre cette problématique permet de mettre en relief les motivations qui soutiennent la pertinence et la priorité du sujet.

Nos travaux vont dans le même sens que ceux de Charlot (2005). L'objectif est de produire à moindre coût dans un espace sécuritaire. Par ailleurs, nos travaux diffèrent de ceux de Charlot (2005) en trois points essentiellement :

- l'intervention sur la machine sans cadencage prévue dans le modèle de Charlot, n'est pas envisagée dans nos travaux;
- l'intégration de la maintenance préventive dans la planification de la production, en prenant en compte le vécu de la machine, est envisagée dans nos travaux;
- les étapes de cadencage, incluses dans les étapes de maintenance et de réparation dans les travaux de Charlot, sont des étapes à part entière dans nos travaux.

Cette différence dans les deux modèles contribue à l'élargissement du champ de recherche dans la planification de production avec cadencage. Dans le chapitre suivant, nous allons traiter de la planification de la production avec maintenance corrective et cadencage.

CHAPITRE 3

MAINTENANCE CORRECTIVE ET PLANIFICATION DE LA PRODUCTION AVEC CADENASSAGE

3.1 Introduction

Ce chapitre traite de la planification de la production avec maintenance corrective. Le cadénassage est un passage obligée dans le modèle que nous allons développer, avant l'activité de réparation. Nous nous intéressons à un système manufacturier flexible ou FMS (*Flexible Manufacturing System*) constitué d'une machine produisant un seul type de produit (système du type M1P1). Dans un souci de produire à moindre coût dans un espace sécuritaire, notre étude vise à développer une stratégie optimale de planification de la production avec cadénassage.

Le système considéré est sujet à des pannes et des réparations aléatoires. L'étude est divisée en trois étapes. L'étape 1 est consacrée à la formulation du problème. La résolution numérique, suivie des tracés des courbes représentant les politiques de production, de cadénassage et de réparation constituent la deuxième étape (étape 2). L'analyse de sensibilité constitue la troisième étape (étape 3).

3.2 Formulation du problème

Dans cette partie, nous considérons un système constitué d'une machine fabricant un seul type de produit. Ce système est sujet à des pannes et des réparations aléatoires. Nous considérons qu'une étape de cadenassage est nécessaire avant la réparation. Nous supposons que le cadenassage est fait adéquatement selon les règles et les règlements appelés par la CSST (Commission de la Santé et de la Sécurité au Travail) et la Loi sur la sécurité des services en ingénierie.

Ainsi, la machine considérée peut passer d'un état d'opération à un état de panne avant d'être cadenassée en vue d'une réparation. Nous pouvons schématiser ces différents états de la machine par la figure suivante (fig. 3.1).

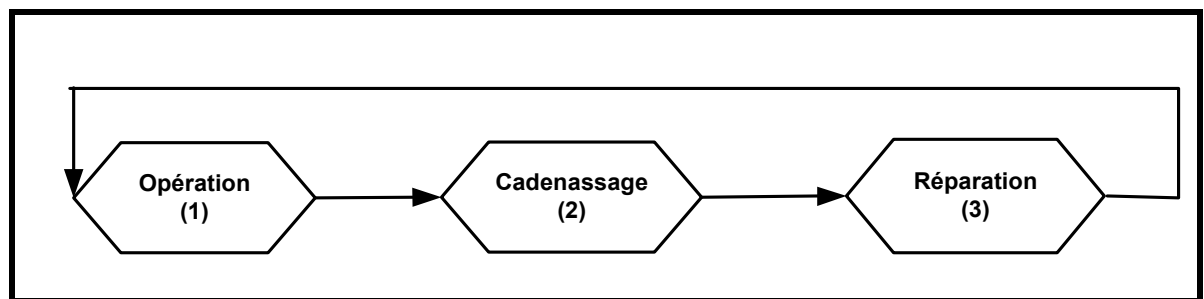


Figure 3.1 Les états de la machine.

Le mode de fonctionnement de la machine (dynamique du système) peut être décrit par un processus stochastique ($\zeta(t) \ t \geq 0$). $\zeta(t) \in M = \{1, 2, 3\}$ décrivant les différents états de celle-ci :

$\zeta(t) = 1$ si la machine est en opération;

$\zeta(t) = 2$ si la machine est en cadenassage pour réparation;

$\zeta(t) = 3$ la machine est en réparation;

Ces différents états de transitions sont représentés dans le diagramme de transition (fig. 3.2)

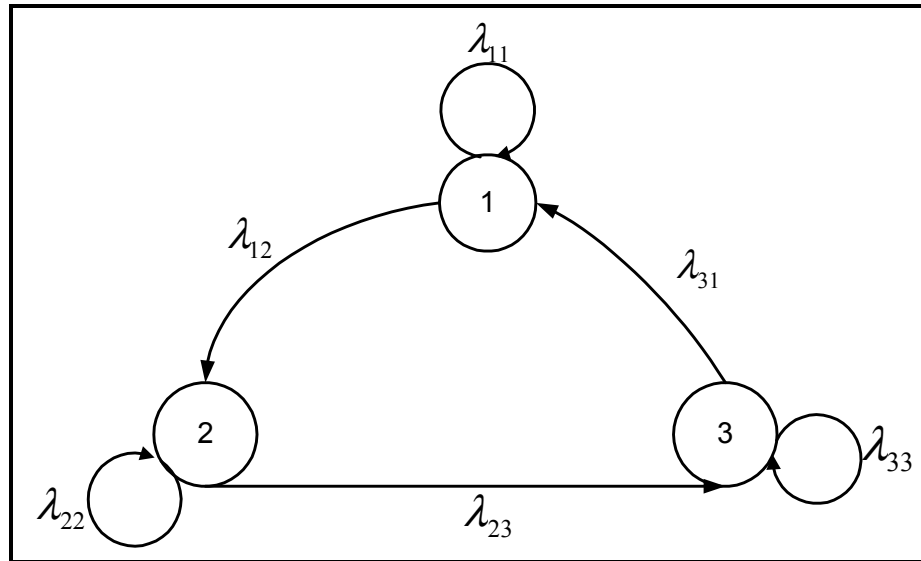


Figure 3.2 Diagramme des transitions d'état.

$$\lambda_{\alpha\beta} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\delta t} \left(P[\zeta(t + \delta t) = \beta | \zeta(t) = \alpha] - 1 \right) \right] \quad (3.1)$$

3.2.1 Dynamique de la machine

Seul le mode 1 permet à notre système de produire.

Les probabilités de transition entre les différents modes sont données par :

$$P[\zeta(t + \delta t) = \beta | \zeta(t) = \alpha] = \begin{cases} \lambda_{\alpha\beta} \delta t + o(\delta t) & \text{si } \alpha \neq \beta \\ 1 + \lambda_{\alpha\alpha} \delta t + o(\delta t) & \text{si } \alpha = \beta \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\text{Avec } \lambda_{\alpha\beta} \geq 0 \quad \lambda_{\beta\beta} = - \sum_{\alpha \neq \beta} \lambda_{\beta\alpha} \quad (\alpha, \beta) \in M \quad \lim_{\delta t \rightarrow 0} o(\delta t) = 0$$

$\lambda_{\alpha\beta}$ est le taux de transition du mode α au mode β ; α et $\beta \in M$

3.2.2 Matrice des taux de transition

Le processus est modélisé par une chaîne de Markov homogène à temps continu et à états discrets avec une matrice des taux de transition Q de dimension 3×3 .

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda_{12} & \lambda_{12} & 0 \\ 0 & -\lambda_{23} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & 0 & -\lambda_{31} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Le comportement du système peut être décrit par l'état hybride caractérisé par un état discret et un état continu. Le composant discret est donné par le processus stochastique $\zeta(t)$. L'état continu est donné par le niveau de l'inventaire / rupture d'inventaire $x(t)$ ($x(t) \in \mathbb{R}$) du système manufacturier considéré.

3.2.3 Dynamique de l'inventaire

Soit $u(t) \in \mathbb{R}$ le taux de production du système au temps t ($t \geq 0$).

La dynamique de l'inventaire est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{x}(t) = u(t) - d, \quad x(0) = x_0 \quad (3.4)$$

où d et $x_0 \in \mathbb{R}$ sont, respectivement, le taux de demande constant et le niveau initial de l'inventaire. Cette équation traduit la variation de l'inventaire dans le temps ($\dot{x}(t)$) qui augmente par la production ($u(t)$) et diminue par la demande (d).

3.2.4 Coût instantané

Soit $g_\alpha(x(t))$ le coût instantané défini comme suit :

$$g_\alpha(x(t)) = g(x(t), \alpha(t)) = c^+ x^+(t) + c^- x^-(t) + c^a \quad \forall \alpha \in M \quad (3.5)$$

où :

$$x^+(t) = \max\{0, x(t)\}$$

$$x^-(t) = \max\{-x(t), 0\}$$

c^+ le coût de mise en inventaire par unité de pièce et par unité de temps

c^- le coût de rupture d'inventaire par unité de pièce et par unité de temps

c^α le coût d'intervention sur la machine aux modes non opérationnels de celle-ci.

$$c^\alpha = c^2 \text{Ind}\{\alpha(t) = 2\} + c^3 \text{Ind}\{\alpha(t) = 3\} \text{ avec } \text{Ind}\{P(.)\} = \begin{cases} 1 & \text{si } P(.) \text{ est vrai} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

3.2.5 Coût total

L'objectif est de contrôler le taux de production $u(t)$, le taux de cadencage pour la réparation $u_{ca}(t)$ ainsi que le taux de réparation $u_{mc}(t)$ afin de minimiser le coût total actualisé de production donné par l'équation (3.6) suivante.

$$J(\alpha, x, u) = E \left\{ \int_0^\infty e^{-\rho t} g(x(t), \alpha(t)) dt \mid x(0) = x, \alpha(0) = \alpha \right\}, \quad \forall u(\cdot) \in \Gamma(\alpha) \quad (3.6)$$

où ρ est le taux d'actualisation, paramètre réel tenant compte de la dépréciation de l'argent dans le temps et $\Gamma(\alpha(t))$ l'ensemble des commandes admissibles.

$$\Gamma(\alpha(t)) = \left\{ (u(\cdot), u_{ca}(\cdot), u_{mc}(\cdot)) \mid \begin{aligned} &0 \leq u(\cdot) \leq U^{\max}, \quad U_{ca}^{\min} \leq u_{ca}(\cdot) \leq U_{ca}^{\max}, \\ &U_{mc}^{\min} \leq u_{mc}(\cdot) \leq U_{mc}^{\max} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

3.2.6 Probabilités limites et conditions de faisabilité du système

Pour un système décrit par un processus Markovien, la matrice des taux de transition $Q(\cdot)$ et les probabilités limites $\Pi(\cdot)$ sont liées par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \Pi(.)Q(.) = 0 \\ \sum_{i=1}^n \pi_i = 1, \text{ où } n = 3 \end{cases} \quad (3.8)$$

Pour le système considéré, l'équation (3.8) s'écrit :

$$\begin{cases} [\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3] \begin{bmatrix} -\lambda_{12} & \lambda_{12} & 0 \\ 0 & -\lambda_{23} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & 0 & -\lambda_{31} \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 0] \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

Le système (3.9) donne après résolution:

$$\pi_1 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}}} \quad (3.10)$$

$$\pi_2 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{12}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{31}}} \quad (3.11)$$

$$\pi_3 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{31}}{\lambda_{12}} + \frac{\lambda_{31}}{\lambda_{23}}} \quad (3.12)$$

π_1 est le temps moyen que le système séjourne dans le mode 1 (en opération)

π_2 est le temps moyen que le système séjourne dans le mode 2 (en cadencage)

π_3 est le temps moyen que le système séjourne dans le mode 3 (en réparation)

Le système considéré est faisable si $\sum \pi_i U_i^{\max} > d$ avec π_i , U_i^{\max} et d respectivement probabilité limite, production maximale au mode i et le taux de demande. Sachant que seul le mode 1 permet à notre système de produire, nous devons avoir :

$$\frac{1}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}}} \times U_1^{\max} \geq d \quad (3.13)$$

3.3 Résolution du problème

Nous allons utiliser les équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) pour la résolution du problème considéré. Pour ce faire, nous allons nous servir de la fonction valeur qui traduit la valeur du coût minimal espéré sur un horizon infini (Boukas 1998).

3.3.1 Équations d' HJB

La fonction valeur du problème considéré est donnée par l'équation (3.14).

$$v_\alpha(x) = \inf_{u \in \Gamma(\alpha)} J(x, \alpha, u), \quad \forall \alpha \in M \quad (3.14)$$

Une solution de (3.14) peut être obtenue à partir des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB).

$$\rho v_\alpha(x) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left\{ (u - d) \frac{\partial}{\partial x} v_\alpha(x) + g_\alpha(x) + \sum_{\beta}^3 \lambda_{\beta\alpha} v_\beta(x) \right\}, \quad \forall \alpha, \beta \in M \quad (3.15)$$

Il est démontré dans Boukas (1998) et Kenné (2004), sous certaines conditions que le lecteur pourra vérifier dans ces dits articles, que la fonction valeur est strictement convexe, continue et différentiable. Elle satisfait aux équations d'HJB et reste une solution de viscosité de ces mêmes équations. Ces propriétés élémentaires de la fonction valeur ont été démontrées en utilisant des définitions et un certain nombre de théorèmes. Rappelons ci-dessous ces définitions.

D'après l'équation (3.5), $g_\alpha(x(t))$ peut s'écrire comme suit :

$$g(x(t), \alpha(t)) = h(x(t), \alpha(t)) + c^\alpha \quad \forall \alpha \in M$$

avec $h(x(t), \alpha(t)) = c^+ x^+(t) + c^- x^-(t)$

Soient les hypothèses suivantes :

H1 : $h(x(t), \alpha(t))$ est une fonction convexe non négative avec $h(0) = 0$. Il existe des constantes positives C_1, C_2, C_3 et $K_2, K_1 \geq 0$ telles que :

$$C_1|x|^{K_1} - C_2 \leq h(x) \leq C_3 (1 + |x|^{K_2})$$

H2 : c^α est une fonction non négative, différentiable, linéaire.

H3 : $Q(\cdot)$ est une fonction continue.

Rappelons que la super différentiabilité $D^+f(x)$ et la sous différentiabilité $D^-f(x)$ de toute fonction $f(x)$ sont respectivement définies comme suit :

$$\begin{aligned} D^+f(x) &= \left\{ r \in R : \limsup_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x) - h.r}{h} \leq 0 \right\} \\ D^-f(x) &= \left\{ r \in R : \limsup_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x) - h.r}{h} \geq 0 \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Ces définitions sont utilisées dans Boukas (1998) et Kenné (2004) pour montrer que la fonction valeur est une solution de viscosité des équations de HJB. Les théorèmes dans ces mêmes articles démontrent que:

- si $g(x, \alpha)$ est conjointement convexe, alors $v(x, \alpha)$ est convexe pour tout $\alpha \in M$
- la fonction valeur $v(x, \alpha)$ est continue, différentiable et satisfait les équations d'HJB

3.3.2 Approche numérique

Pour résoudre les conditions d'optimum du problème considéré, nous allons utiliser la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis (1992)). Cette approche consiste en une simplification des équations d'HJB par l'approximation du gradient

de la fonction valeur $v_\alpha(x)$ par $v_\alpha^h(x)$ avec h le pas de l'intervalle de différence finie de la variable d'état x .

$$v_\alpha^h(x) = \begin{cases} \frac{1}{h}(v_\alpha(x+h) - v_\alpha(x)) & \text{si } (u-d) \geq 0 \\ \frac{1}{h}(v_\alpha(x) - v_\alpha(x-h)) & \text{si } (u-d) < 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

Si on remplace $v_\alpha(x)$ par $v_\alpha^h(x)$ dans l'équation (3.13) on obtient :

Mode 1 : $\alpha = 1$; la machine produit.

$$\rho v_1(x) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left\{ (u-d) \frac{\partial}{\partial x} v_1(x) + g_1(x) + \lambda_{11} v_1(x) + \lambda_{12} v_2(x) \right\} \quad \text{soit} \quad (3.18)$$

$$\rho v_1(x) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left\{ (u-d) \frac{\partial}{\partial x} v_1(x) + g_1(x) - \lambda_{12} v_1(x) + \lambda_{12} v_2(x) \right\}$$

- Cas 1 : $(u-d) \geq 0$

$$\rho v_1(x) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left\{ \frac{(u-d)}{h} (v_1(x+h) - v_1(x)) + g_1(x) - \lambda_{12} v_1(x) + \lambda_{12} v_2(x) \right\}$$

ou

$$v_1(x) \left(\rho + \frac{(u-d)}{h} + \lambda_{12} \right) = \left(\frac{(u-d)}{h} (v_1(x+h)) + g_1(x) + \lambda_{12} v_2(x) \right)$$

- Cas 2 : $(u-d) < 0$

$$\rho v_1(x) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left\{ \frac{(u-d)}{h} (v_1(x) - v_1(x-h)) + g_1(x) - \lambda_{12} v_1(x) + \lambda_{12} v_2(x) \right\}$$

ou

$$v_1(x) \left(\rho + \frac{|u-d|}{h} + \lambda_{12} \right) = \left(\frac{|u-d|}{h} (v_1(x-h)) + g_1(x) + \lambda_{12} v_2(x) \right)$$

Les deux cas ci-dessus regroupés donnent l'équation (3.19) suivante :

$$\nu_1(x) \left(\rho + \frac{|u-d|}{h} + \lambda_{12} \right) = \left(\frac{|u-d|}{h} (\nu_1(x+h)K^+ + \nu_1(x-h)K^-) + g_1(x) + \lambda_{12}\nu_2(x) \right) \quad (3.19)$$

$$\text{où } K^+ = \begin{cases} 1 & \text{si } (u-d) \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et } K^- = \begin{cases} 1 & \text{si } (u-d) < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{Posons } Q_{11} = \left(\rho + \frac{|u-d|}{h} + \lambda_{12} \right)^{-1}$$

D'où

$$\nu_1(x) = Q_{11} \left(\frac{|u-d|}{h} (\nu_1(x+h)K^+ + \nu_1(x-h)K^-) + g_1(x) + \lambda_{12}\nu_2(x) \right) \quad (3.20)$$

Rappelons que seul le mode 1 permet à notre système de produire. Pour tous les autres modes (2 et 3), nous avons $u=0$ et $u-d = (-d) < 0$

Mode 2 : $\alpha = 2$; on obtient :

$$\rho \nu_2(x) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left\{ -d \frac{\partial}{\partial x} \nu_2(x) + g_2(x) + \lambda_{22}\nu_2(x) + \lambda_{23}\nu_3(x) \right\}$$

ou

$$\rho \nu_2(x) = \frac{-d}{h} (\nu_2(x) - \nu_2(x-h)) + g_2(x) - \lambda_{23}\nu_2(x) + \lambda_{23}\nu_3(x)$$

$$\nu_2(x) \left(\rho + \frac{d}{h} + \lambda_{23} \right) = \frac{d}{h} \nu_2(x-h) + g_2(x) + \lambda_{23}\nu_3(x) \quad (3.21)$$

D'où

$$\nu_2(x) = \left(\rho + \frac{d}{h} + \lambda_{23} \right)^{-1} \left(\frac{d}{h} \nu_2(x-h) + g_2(x) + \lambda_{23}\nu_3(x) \right) \quad (3.22)$$

Par la même démarche, on obtient la fonction valeur pour les autres modes du système.

Mode 3 : $\alpha = 3$

$$v_3(x) = \left(\rho + \frac{d}{h} + \lambda_{31} \right)^{-1} \left(\frac{d}{h} v_3(x-h) + g_3(x) + \lambda_{31} v_1(x) \right) \quad (3.23)$$

Tableau 3.1 Taux de transition

Taux de transition	Signification	Type de variable
$\lambda_{12} = \frac{1}{MTBF}$	Taux de panne	Variable constante
$\lambda_{23} = \frac{1}{T_{car}}$	Taux de cadencage avant réparation	Variable contrôlée
$\lambda_{31} = \frac{1}{MTTR}$	Taux de réparation	Variable contrôlée

Ce tableau résume les taux de transition et leur signification. Nous allons utiliser ces variables pour la planification de la production avec cadencage. Les variables de contrôles sont le taux de cadencage et le taux de réparation. Le taux de panne reste constant.

3.4 Planification de la production avec taux de transition minimaux

Dans ce sous chapitre, nous allons étudier le problème de planification de la production avec les taux de transition minimaux. Ces taux de transition correspondent au temps maximal que l'opérateur passe pour faire les activités de cadencage et de réparation.

3.4.1 Résolution du problème

Nous allons utiliser le logiciel de calcul numérique Matlab pour résoudre le problème posé. Pour ce faire, considérons les valeurs numériques suivantes pour les taux de transition :

$MTBF=100$ unités de temps d'où $\lambda_{12} = 1/MTBF = 1/100$

$T_{car_{max}} = 3$ unités de temps ($\lambda_{23_{min}} = 1/T_{car_{max}} = 1/3$)

$MTTR_{max} = 10$ unités de temps ($\lambda_{31_{min}} = 1/MTTR_{max} = 1/10$)

En considérant les valeurs numériques ci-dessus, nous pouvons réécrire la matrice des taux de transition par :

$$Q = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & -0.33 & 0.33 \\ 0.1 & 0 & -0.1 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Et les probabilités limites d'après l'équation (3.8) donnent :

$$[\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3] = [0.88 \quad 0.03 \quad 0.09] \quad (3.25)$$

Le tableau (3.2) suivant indique les valeurs numériques des paramètres pour résoudre avec Matlab le modèle M1P1 décrit.

Tableau 3.2 Valeurs numériques du modèle M1P1

h	C⁺	C⁻	C_{cr}	C_r	U_{max}	d	ρ
0.25	1	20	5	30	0.27	0.2	0.01

L'espace d'état est défini sur un domaine $D = \{x \mid -5 \leq x \leq 20\}$, discrétisé suivant des pas de $h = 0.25$.

Les résultats obtenus (voir fig. 3.3), indiquent une politique de production de type seuil critique (*hedging point policy*). Cette politique peut être décrite par l'équation suivante :

$$u(x, \alpha) = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x(t) < z^*(\alpha) \\ d & \text{si } x(t) = z^*(\alpha) \\ 0 & \text{si } x(t) > z^*(\alpha) \end{cases} \quad (3.26)$$

où $z^*(\alpha)$ est le seuil critique au mode α . Ici, $\alpha = 1$ est le seul mode opérationnel. Cette politique suggère de produire au taux maximal pour un inventaire $x(t)$ inférieur au seuil critique $z^*(\alpha)$ (ici $z^*(\alpha) = 4.25$), de produire à un taux égal au taux de demande d (ici $d = 0.2$) si l'inventaire est équivalent à ce dernier et enfin d'arrêter de produire si l'inventaire est supérieur au seuil critique.

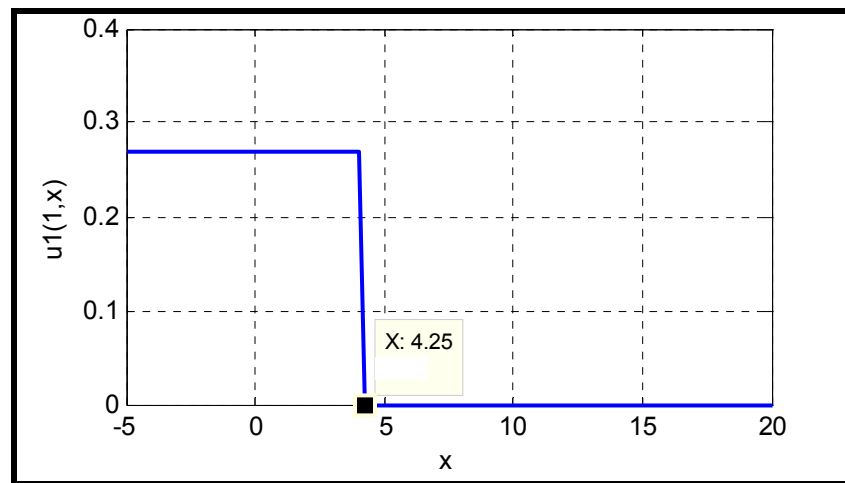


Figure 3.3 Taux de production au mode 1.

Le tableau 3.3 suivant montre les différentes fonctions valeurs obtenues ainsi que le coût de production moyen au seuil critique. (Voir annexe I pour les courbes des fonctions valeur).

Tableau 3.3 Fonctions valeurs et coût moyen au seuil critique (Taux minimal)

Seuil critique	Fonction valeur mode 1	Fonction valeur mode 2	Fonction valeur mode 3	Coût moyen
4.25	614.7	678.3	668.5	621.45

3.4.2 Analyse de sensibilité

Dans ce paragraphe, nous allons étudier l'influence du coût de pénurie sur le seuil critique, dans un premier temps, et, dans un second temps, celle du coût d'inventaire également, sur, le seuil critique. Les graphes 3.4 et 3.5 montrent ces influences.

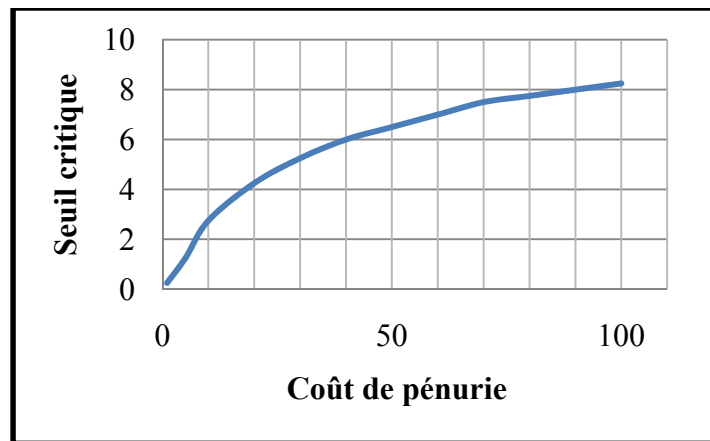


Figure 3.4 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie.

Le seuil critique augmente avec le coût de pénurie comme montré par la figure 3.4 ci-dessus. Cela suggère d'avoir un seuil optimal plus élevé quand les coûts de pénurie deviennent trop dispendieux. Ainsi, le coût de production obtenu sera optimal (le plus faible possible).

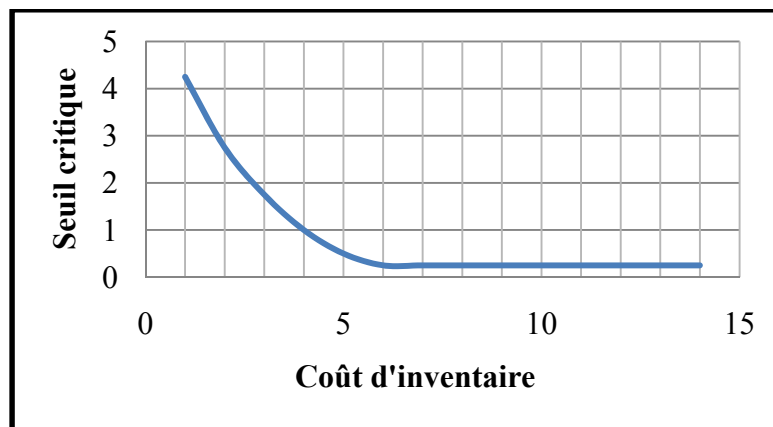


Figure 3.5 Variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire.

Contrairement à la figure précédente, le seuil critique diminue rapidement avec l'augmentation du coût d'inventaire pour se stabiliser à une valeur minimale (voir figure 3.5 ci haut). Quand la mise en inventaire des produits finis devient trop dispendieuse, la politique de production nous suggère un seuil optimal faible qui permettra de minimiser le coût de mise en inventaire.

3.5 Planification de la production avec taux de transition maximaux

Dans ce sous chapitre, nous allons étudier le problème de planification de la production avec les taux de transition maximaux. Ces taux de transition correspondent au temps minimal que l'opérateur passe pour faire les activités de cadenassage et de réparation

3.5.1 Résolution du problème

Le taux de panne reste toujours constant. Les mêmes valeurs numériques des paramètres de modélisation sont maintenues (Tableau 3.2). L'espace étant toujours défini sur un domaine $D=\{x / -5 \leq x \leq 20\}$, discrétisé suivant des pas de $h = 0.25$.

$T_{car_{min}} = 1$ unités de temps ($\lambda_{23_{max}} = 1/T_{car_{min}} = 1$)

$MTTR_{min} = 5$ unités de temps ($\lambda_{31_{max}} = 1/MTTR_{min} = 0.2$)

Avec ces taux de transition maximaux, nous avons la matrice des taux de transition et les probabilités limites données respectivement par :

$$Q = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0.2 & 0 & -0.2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$[\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3] = [0.94 \quad 0.01 \quad 0.05] \quad (3.28)$$

Avec des taux de transition maximaux, le temps de séjour dans le mode opérationnel augmente sensiblement passant de 88% à 94%. Ceci est dû au fait que les temps de réparation et de cadénassage de la machine sont les plus faibles; ce qui augmente le temps de production de la machine au mode opératoire.

Les résultats de la simulation montrent un seuil critique plus faible passant de 4.25 à 1.75 diminuant ainsi de plus de la moitié comme le montre la figure 3.6 suivante.

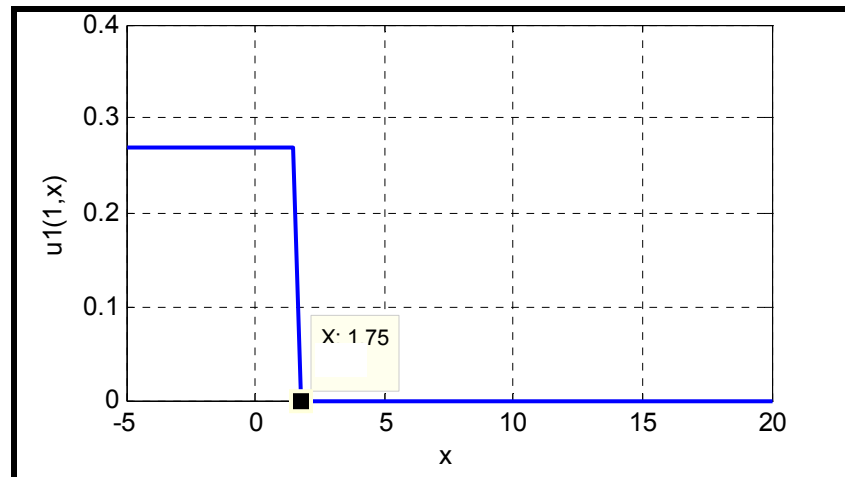


Figure 3.6 Taux de production au mode 1.

Ces résultats indiquent la même politique de production à savoir une politique à seuil critique (HPP *Hedging Point Policy*) avec un seuil de 1.75 que l'on peut résumer dans l'équation suivante :

$$u(x,1) = \begin{cases} 0.27 & \text{si } x(t) < 1.75 \\ 0.2 & \text{si } x(t) = 1.75 \\ 0 & \text{si } x(t) > 1.75 \end{cases} \quad (3.29)$$

Le tableau 3.4 suivant montre un résumé des fonctions valeur obtenues avec des taux de transition maximales. (Voir annexe II pour les courbes des fonctions valeur)

Tableau 3.4 Fonctions valeurs et coût moyen au seuil critique

Seuil critique	Fonction valeur mode 1	Fonction valeur mode 2	Fonction valeur mode 3	Coût moyen
1.75	298.3	346.2	340.1	300.869

3.5.2 Analyse de sensibilité

Comme dans le 3.4.2, nous allons étudier l'influence des coûts (de pénurie, d'inventaire) sur le seuil critique. Les figures ci-dessous illustrent cette influence.

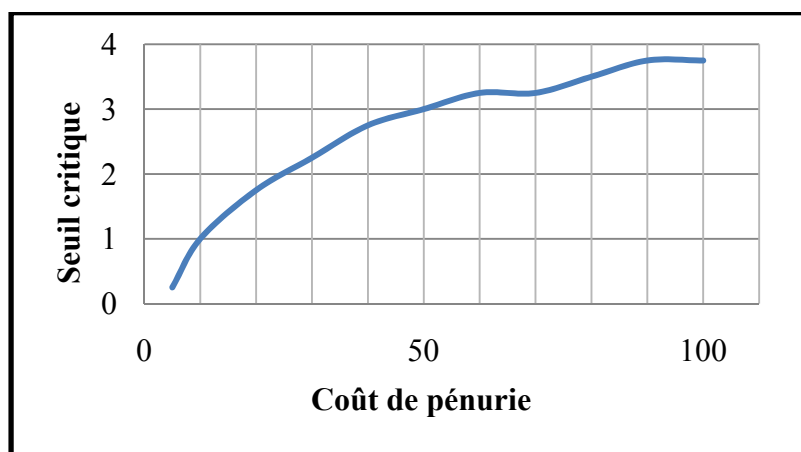


Figure 3.7 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie.

Sur cette courbe (3.7), l'augmentation du coût de pénalité entraîne celle du niveau du seuil critique. Ceci est en parfaite concordance avec les réalités industrielles. Il faut garder un seuil d'inventaire capable de satisfaire la demande quand le coût de pénurie devient dispendieux.



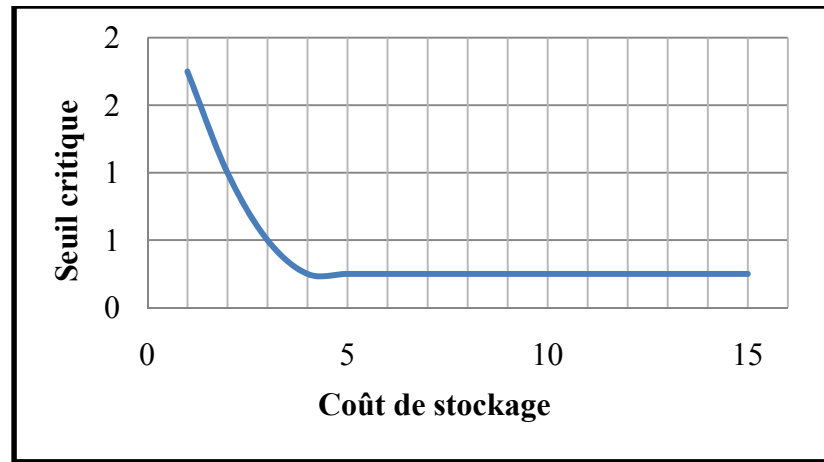


Figure 3.8 Variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire.

L'augmentation du coût d'inventaire s'accompagne de la diminution du niveau de seuil critique comme le montre la figure ci-dessus. Ce résultat est en phase avec les réalités industrielles. En effet, quand mettre en inventaire devient très dispendieux, il est préférable de garder un inventaire minimum capable de répondre à la demande pour minimiser les coûts liés à l'inventaire.

3.6 Conclusion

En utilisant la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis (1992)), nous avons résolu à l'aide du logiciel Matlab le problème considéré. Cette résolution nous a conduit à une politique de production à seuil critique aussi bien pour les taux de transition maximaux que pour les taux de transition minimaux.

Le plus grand seuil critique (4.25) a été obtenu avec des taux de transition minimaux (temps maximal). En effet, s'il faut prendre plus de temps pour cadenasser et réparer le système en panne, il est logique d'avoir assez d'inventaire pour pouvoir faire face à la demande. Les taux de transition maximaux permettent de passer moins de temps pour les opérations de cadenassage et de réparation, ce qui laisse plus de temps au système pour la production et ainsi satisfaire la demande tout en évitant les ruptures d'inventaire.

En effet, le coût moyen encouru sur un horizon infini en planifiant avec les taux de transition maximaux est largement inférieur à celui encouru en planifiant avec les taux de transition minimaux.

3.7 Planification simultanée de la production, des opérations de cadenassage et de réparation

Dans ce sous chapitre, nous allons considérer la planification simultanée de la production, des opérations de cadenassage et de réparation. Les taux de transition sont les variables de décision. Les équations suivantes donnent les limites pour les valeurs de transition :

$$U_{ca}^{\min} \leq \lambda_{23} \leq U_{ca}^{\max} \quad (\text{variation du taux de cadenassage})$$

$$U_{mc}^{\min} \leq \lambda_{31} \leq U_{mc}^{\max} \quad (\text{variation du taux de réparation})$$

Avec ces taux de transitions variables, nous allons déterminer, en plus de la politique de production, les politiques des opérations de réparation et de cadenassage en fonction du niveau d'inventaire. La matrice des taux de transition devient :

$$Q = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & -U_{ca}(t) & U_{ca}(t) \\ U_{mc}(t) & 0 & U_{mc}(t) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Où $\lambda_{31}(t) = U_{mc}$ et $\lambda_{23}(t) = U_{cac}$ sont les variables de décision.

Nous allons considérer les probabilités limites pour le cas le plus défavorable parmi les deux cas étudiés ci-dessus. Ce cas correspond au temps le plus court que le système séjourne au mode dans lequel il est capable de produire (ici mode 1). Ceci correspond aux taux de transition minimaux et nous conduit aux probabilités limites suivantes :

$$[\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3] = [0.88 \quad 0.03 \quad 0.09] \quad (3.31)$$

Les solutions obtenues à partir des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) par la résolution numérique sont les suivantes :

Mode 1 : $\alpha = 1$

$$v_1(x) = Q_{11} \left(\frac{|u-d|}{h} (v_1(x+h)K^+ + v_1(x-h)K^-) + g_1(x) + \lambda_{12}v_2(x) \right) \quad (3.32)$$

$$\text{où } K^+ = \begin{cases} 1 & \text{si } (u-d) \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad K^- = \begin{cases} 1 & \text{si } (u-d) < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Mode 2 : $\alpha = 2$

$$v_2(x) = \left(\rho + \frac{d}{h} + u_{ca} \right)^{-1} \left(\frac{d}{h} v_2(x-h) + g_2(x) + u_{ca} v_3(x) \right) \quad (3.33)$$

Mode 3 : $\alpha = 3$

$$v_3(x) = \left(\rho + \frac{d}{h} + u_{mc} \right)^{-1} \left(\frac{d}{h} v_3(x-h) + g_3(x) + u_{mc} v_1(x) \right) \quad (3.34)$$

Tableau 3.5 Valeurs numériques du modèle considéré

h	C⁺	C⁻	C_{cr}	C_r	U_{max}	d	ρ
0.25	1	20	5	30	0.27	0.2	0.01

En considérant les valeurs numériques du tableau 3.5 pour la programmation sur Matlab, nous obtenons les fonctions valeurs des différents modes représentées par les figures 3.9, 3.10 et 3.11.

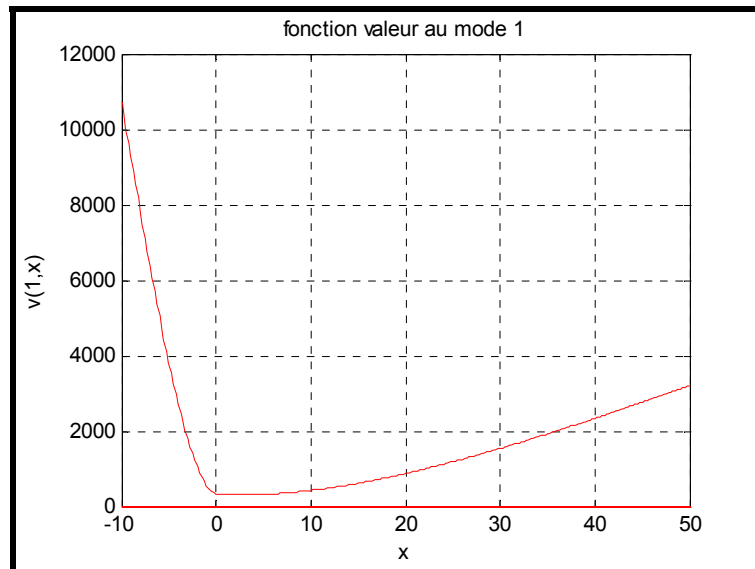


Figure 3.9 Fonction valeur mode 1.

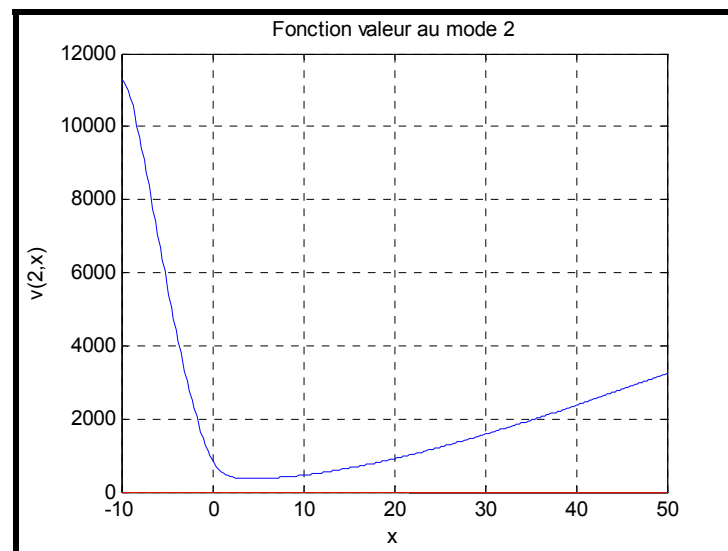


Figure 3.10 Fonction valeur mode 2.

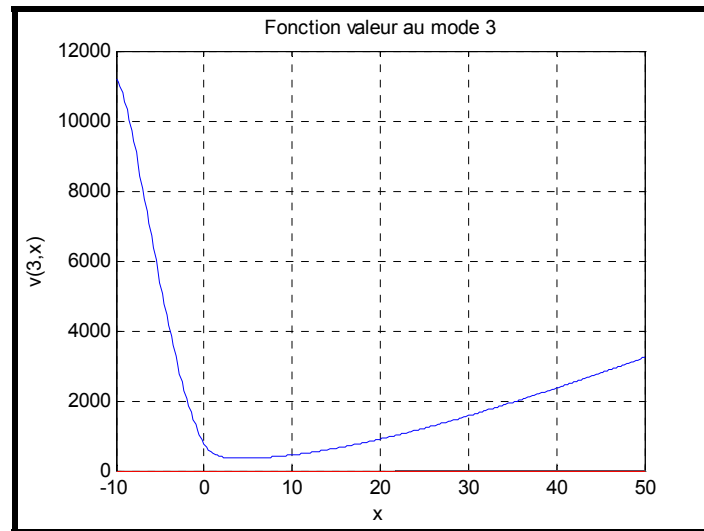


Figure 3.11 Fonction valeur mode 3.

Ces différentes figures représentant les fonctions valeur des différents modes montrent l'existence d'une solution unique (ici un minimum recherché) de l'équation de la programmation dynamique.

Les minimums des fonctions valeurs obtenus au seuil critique sont résumés dans le tableau 3.6 suivant :

Tableau 3.6 Fonctions valeurs et coût moyen au seuil critique

Seuil critique	Fonction valeur mode 1	Fonction valeur mode 2	Fonction valeur mode 3	Coût moyen
2	306.4859	354.9154	348.8074	311.5285

La figure suivante donne la politique de production.

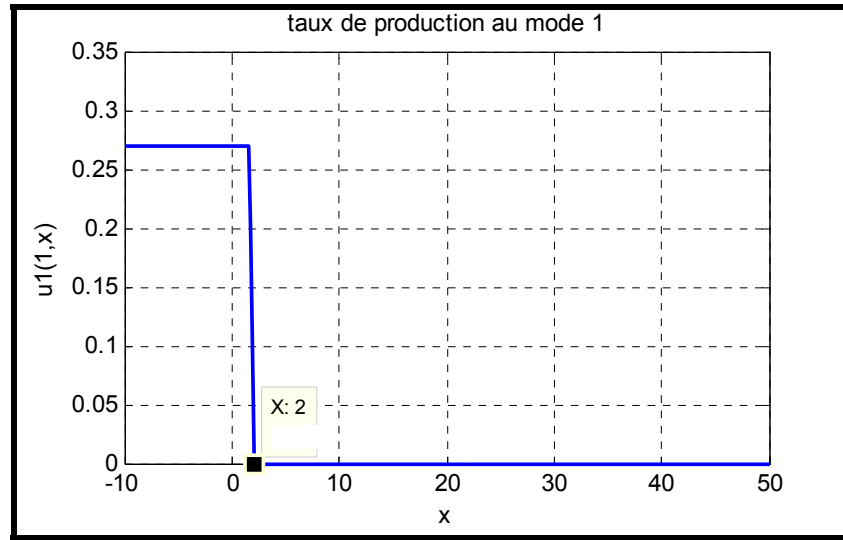


Figure 3.12 Taux de production.

Ces résultats indiquent la même politique de production à savoir une politique à seuil critique (HPP *Hedging Point Policy*) avec un seuil de 2 que l'on peut résumer dans l'équation suivante :

$$u(x,1) = \begin{cases} 0.27 & \text{si } x(t) < 2 \\ 0.2 & \text{si } x(t) = 2 \\ 0 & \text{si } x(t) > 2 \end{cases} \quad (3.35)$$

La politique de cadencage ainsi que la politique de réparation sont représentées par les figures 3.13 et 3.14 suivantes :

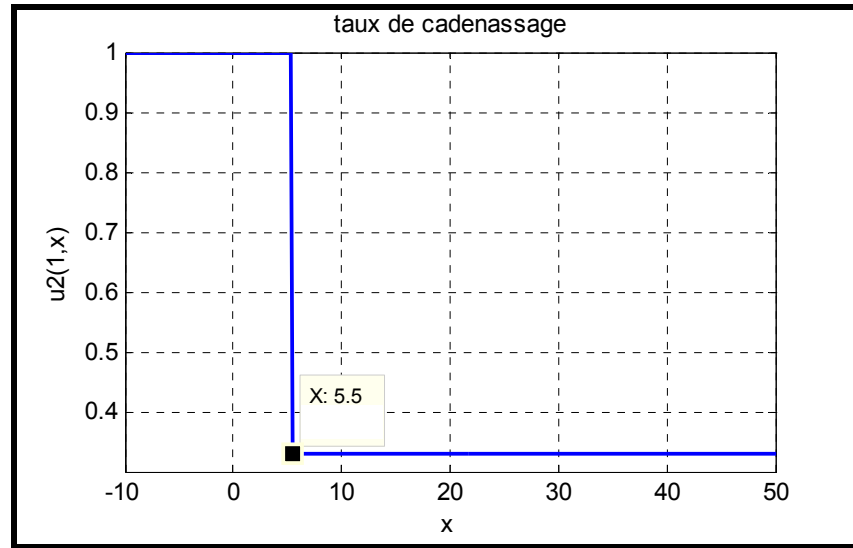


Figure 3.13 Taux de cadénassage.

La figure 3.13 montre la politique de cadénassage. C'est une politique à seul critique. Cette politique suggère de prendre le temps maximal pour cadénasser si le niveau de l'inventaire est supérieur au seuil critique (5.5). Par contre, si le niveau de l'inventaire est inférieur ou égal au seuil critique, on doit faire l'opération de cadénassage avec le temps minimal. Nous pouvons résumer cette politique dans l'équation suivante :

$$U_{ca}(x, 2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(t) \leq X_{ca}^* \\ 0.33 & \text{si } x(t) > X_{ca}^* \end{cases} \quad (3.36)$$

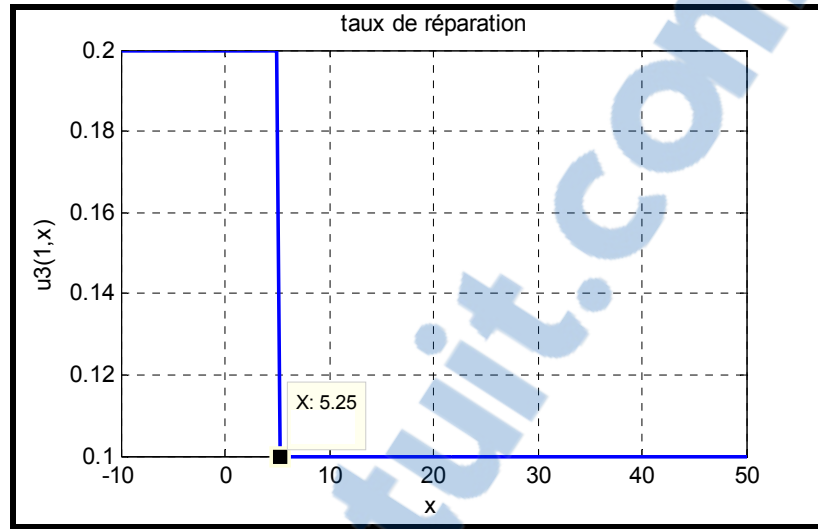


Figure 3.14 Taux de réparation.

La figure 3.14 montre la politique de réparation. Comme la politique de cadenassage, elle est aussi une politique à seuil critique. Elle recommande de prendre le temps maximal pour l'opération de réparation si le niveau de l'inventaire est supérieur au seuil critique. A l'opposé, si le niveau de l'inventaire est moins important que le seuil critique, la politique dicte de faire rapidement l'opération de réparation, c'est-à-dire avec le temps minimal. Cette politique se résume par l'équation suivante :

$$U_{mc}(x, 3) = \begin{cases} 0.2 & \text{si } x(t) \leq X_{mc}^* \\ 0.1 & \text{si } x(t) > X_{mc}^* \end{cases} \quad (3.37)$$

Ces courbes de politique de cadenassage et de réparation obtenues indiquent des taux minimaux (temps maximaux) tant et aussi longtemps que le niveau de l'inventaire est supérieur à un seuil donné. En effet, après avoir bâti un niveau d'inventaire confortable qui permet de faire face à une demande constante, on peut se permettre de prendre le maximum de temps alloué pour faire les opérations de cadenassage ou de réparation. Ce faisant, on procède à une bonne répartition des tâches permettant ainsi d'assurer un travail de qualité. Ce qui permettra d'augmenter la disponibilité de la machine pour le mode opérationnel.

Nous allons étudier dans le paragraphe suivant l'influence de chacun des coûts sur le comportement du système étudié.

3.8 Analyse de sensibilité

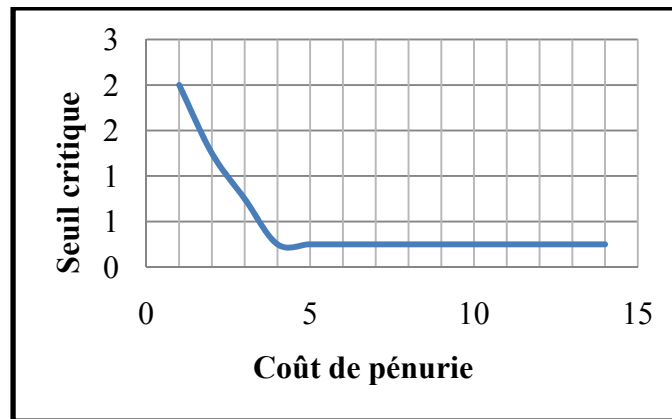


Figure 3.15 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie.

Les taux de cadencage et de réparation restent variables.

Cette courbe montre la sensibilité du niveau du seuil critique par rapport au coût de pénurie. Une augmentation du coût de pénalité entraîne celle du niveau du seuil critique pendant que tous les autres coûts liés à la production (inventaire, réparation, cadencage) restent constants. Ceci est en parfaite concordance avec les réalités industrielles. En effet, quand le coût de pénurie est très élevé, une rupture d'inventaire est difficilement envisageable car une telle situation entraîne un manque à gagner important pour l'entreprise. Par ailleurs une rupture d'inventaire peut même entraîner une perte pour l'entreprise quand le coût de pénurie est très dispendieux.

Ainsi, pour éviter les coûts de pénalité liés à la rupture d'inventaire et les nombreuses conséquences indésirables que cette situation peut occasionner, la politique de production suggère de garder un inventaire conséquent pour faire face à la demande en cas de panne.

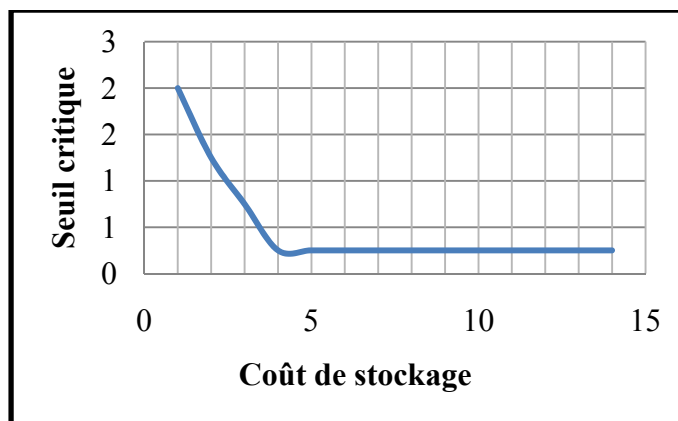


Figure 3.16 Variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire.

Les taux de cadencage et de réparation restent variables.

L'augmentation du coût d'inventaire, tout en maintenant constants les autres coûts liés à la production, s'accompagne de la diminution du niveau de seuil critique comme le montre la figure ci-dessus. Ce résultat est en phase avec les réalités industrielles.

Dans une production manufacturière à seuil critique, le coût de maintien en inventaire est étroitement lié avec le niveau du seuil critique. C'est une relation inversement proportionnelle car la croissance de l'un entraîne la décroissance de l'autre. Et dans une logique d'optimisation des coûts de production, des coûts d'inventaire à allure exponentielle ne peuvent qu'inciter à avoir un minimum d'inventaire. Et plus le niveau d'inventaire est faible moins on risque de payer pour les coûts liés à la mise en inventaire.

Cependant, il revient au gestionnaire de la production de trouver le meilleur compromis, car un niveau d'inventaire faible peut mener facilement à une pénurie. La question serait de sauver de l'argent avec le minimum d'inventaire, mais d'en perdre en cas de rupture occasionnée par les fluctuations de la demande et l'aspect aléatoire de la production manufacturière.



Nous allons voir dans le paragraphe suivant la variation du seuil critique par rapport au coût de cadenassage et de réparation

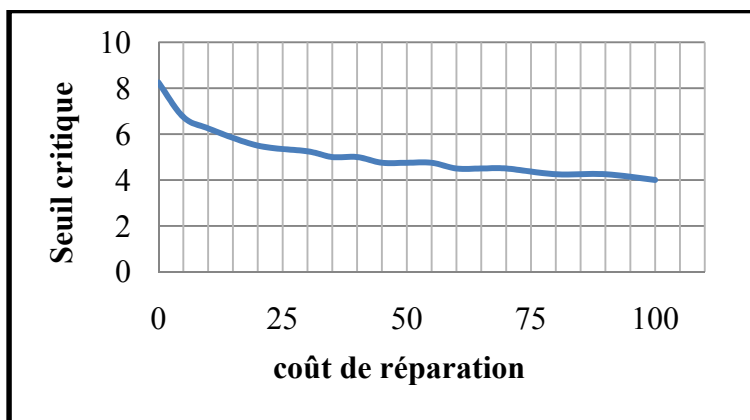


Figure 3.17 Variation du seuil critique en fonction du coût de réparation.

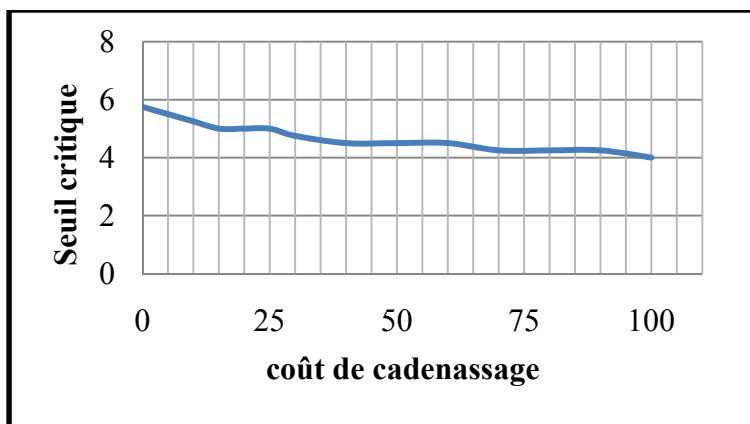


Figure 3.18 Variation du seuil critique en fonction du coût de cadenassage.

Les figures 3.17 et 3.18 montrent la variation du niveau d'inventaire optimal pour choisir d'envoyer la machine à un taux maximal ou minimal à la réparation ou au cadenassage.

Ces deux figures présentent une même tendance. Le seuil critique varie en sens inverse aussi bien pour le coût de cadenassage que le coût de réparation. En effet, la diminution du seuil critique entraîne celle du coût lié à l'inventaire. Cette baisse du coût de l'inventaire contribue à maintenir un coût total optimum.

3.9 Étude comparative des résultats obtenus

Dans ce paragraphe nous allons étudier comparativement les résultats obtenus ci-haut. Nous allons représenter sur un même graphique les différentes courbes suivant les trois (3) politiques de production :

- Pas de contrôle des politiques de cadenassage ou de réparation (chaîne de Markov homogène) :
 - 1) temps d'envoi en cadenassage et temps de réparation minimal;
 - 2) temps d'envoi en cadenassage et temps de réparation maximal;
- Contrôle des politiques de cadenassage et de réparation (chaîne de Markov contrôlée) :
 - 3) contrôle simultané des politiques de production de cadenassage et de réparation.

Les graphes 3.19 et 3.20 nous donnent respectivement la variation du niveau de l'inventaire suivant les différents coûts et la variation du coût moyen suivant les mêmes variables.

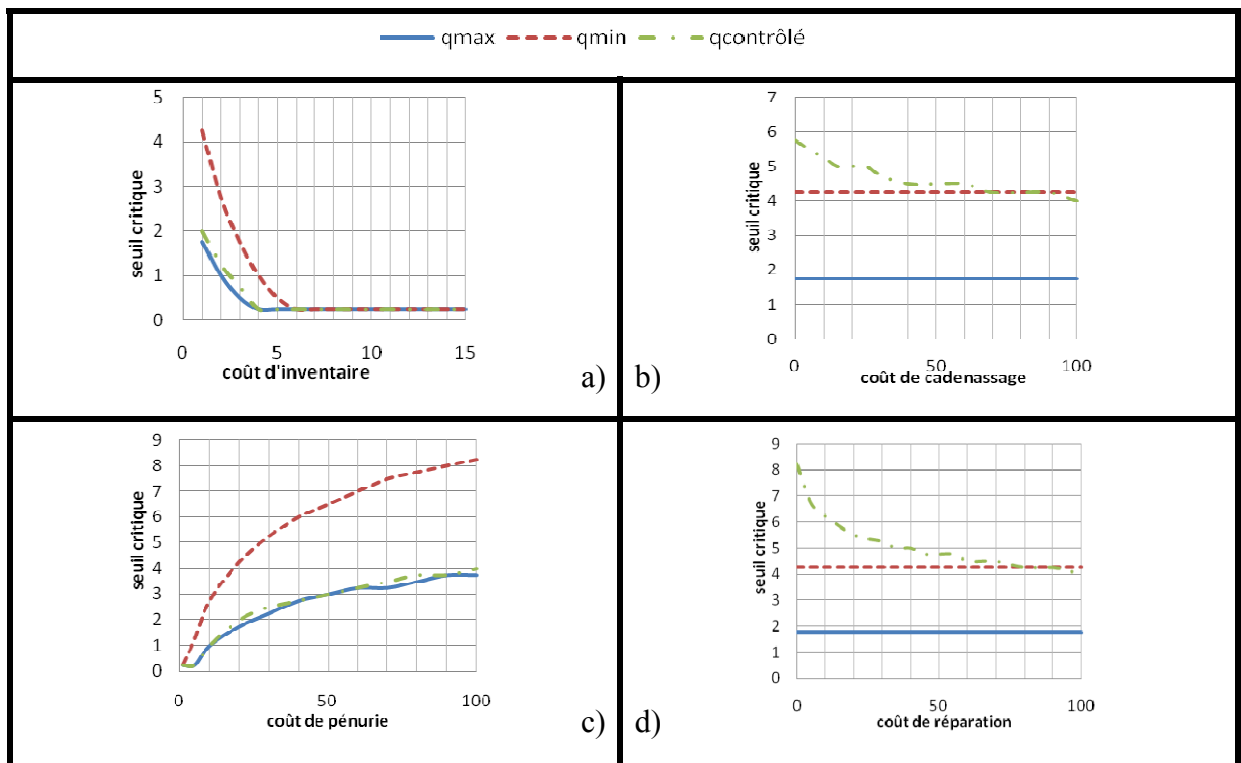


Figure 3.19 Variation du seuil critique en fonction des coûts.

L'observation de ces courbes révèle :

- 1) Quelle que soit la politique de production :
 - une diminution du niveau d'inventaire quand le coût d'inventaire augmente (a),
 - une augmentation du niveau d'inventaire quand le coût de pénurie augmente (c).
- 2) Pour une politique de production non contrôlée :
 - un niveau d'inventaire insensible à la variation des coûts de cadencage et de réparation (b et d).
- 3) Pour une politique de production contrôlée :
 - un seuil critique qui diminue quand les coûts de cadencage et de réparation augmentent (b et d).

Cet ensemble de graphiques nous informe sur les différentes politiques de production et donne des résultats en accord avec la réalité industrielle : baisser le niveau d'inventaire quand le coût d'inventaire est dispendieux et augmenter celui-ci quand c'est la rupture d'inventaire qui devient trop chère. En plus de ces révélations, ces courbes mettent en relief l'importance de la politique de production contrôlée. Dans ce type de politique, le niveau du seuil critique tient compte de l'ensemble des coûts liés à la production et ce niveau est ajusté pour obtenir un coût optimal. Pour mieux illustrer cette optimisation du coût total moyen par la politique de production avec contrôle des temps des opérations, voyons les courbes représentées sur la figure 3.20 suivante.

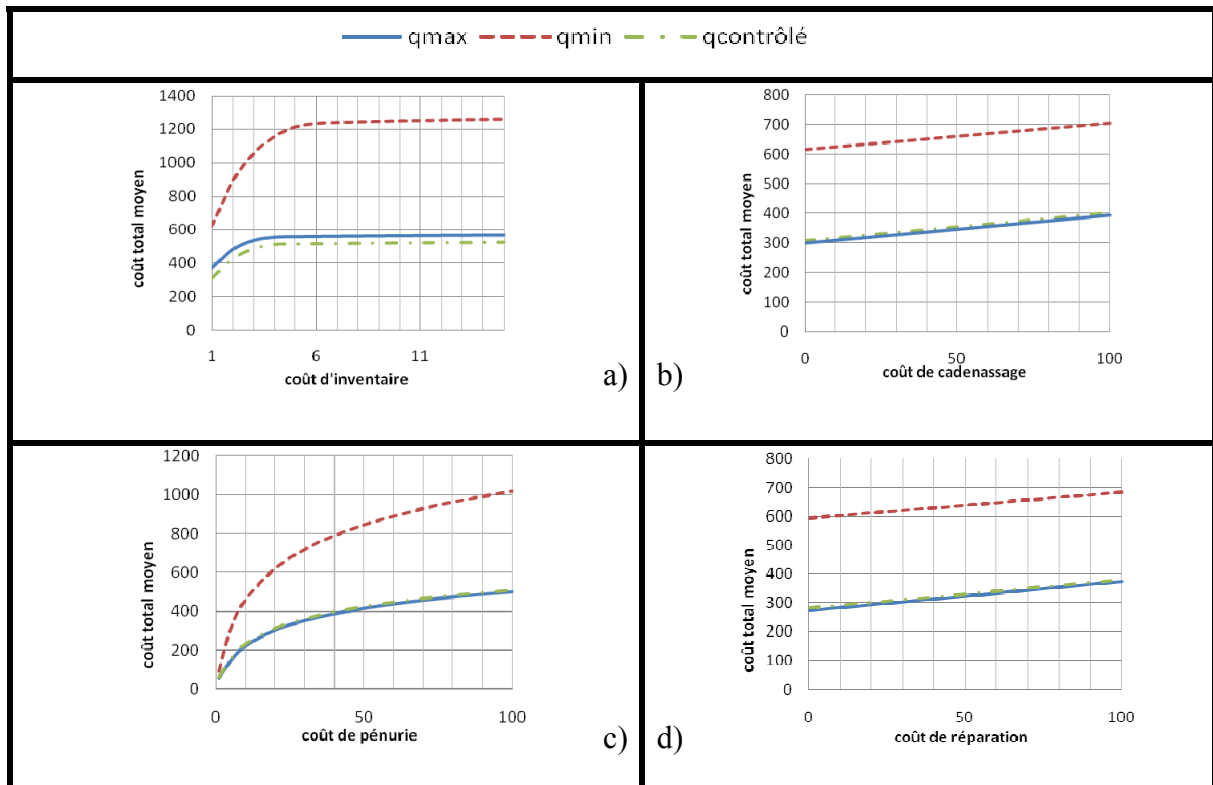


Figure 3.20 Variation du coût moyen en fonction des coûts.

L'observation de ces courbes révèle:

- 1) Quelle que soit la politique de production :
 - une augmentation du coût moyen avec l'augmentation d'un des coûts liés à la production;
 - un coût moyen plus important quand on produit avec des taux minimaux (temps de production minimaux);
 - un coût moyen plus faible quand on produit avec des taux maximaux (temps de production maximaux) ou des paramètres contrôlés.

Ces résultats confirment l'avantage de la politique de production bâtie sur les taux minimaux ou des paramètres contrôlés. En réalité, le gestionnaire de la production possède les informations nécessaires à la prise de décision face à une situation de panne. Faut-il

cadenasser et réparer le plus vite possible ou, faut-il prendre le temps maximal pour ces opérations ?

Le niveau de l'inventaire physique comparé au seuil critique permet de répondre à cette question. L'autre réponse que l'on peut apporter réside dans le niveau du risque que l'on prend en cadenassant à un taux maximal ou minimal. En effet, en prenant plus de temps pour le cadenassage, on augmente la sécurité des machines en respectant l'ensemble des procédures. Dès lors, la question que l'on peut se demander reste à savoir si le coût moyen, qui est plus faible dans le cas de la politique avec des taux maximaux, le restera si un accident survenait ?

3.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la politique de production avec des taux maximaux (temps minimaux) donne un coût moyen plus faible comparable au coût donné par la politique de production avec des paramètres contrôlés. Cependant, cette dernière, du point de vu flexibilité, reste la plus intéressante des politiques de production pour le système considéré. Le niveau du seuil critique tient compte de l'ensemble des coûts liés à la production et ce niveau est ajusté pour obtenir un coût optimal. En plus de la flexibilité, elle répond aux objectifs de production en termes de coût et se fait avec le contrôle du cadenassage

Pour résoudre les conditions d'optimum du problème de notre système, considéré comme une chaîne de Markov homogène à temps continu et à états discrets, nous avons utilisé la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner. Ceci nous a permis d'avoir les solutions des équations de HJB. Les politiques qui en sont sorties sont des politiques de production à seuil critique (*HPP Hedging Point Policy*).

Dans le chapitre qui va suivre, nous allons étudier une chaîne de Markov non homogène par une planification de la production avec cadenassage et maintenances préventive et corrective.

CHAPITRE 4

MAINTENANCES CORRECTIVE ET PRÉVENTIVE ET PLANIFICATION DE LA PRODUCTION AVEC CADENASSAGE

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse au même système manufacturier flexible ou FMS (*Flexible Manufacturing System*) qui est constitué d'une machine produisant un seul type de produit (système du type M1P1). Contrairement au chapitre précédent, nous allons intégrer la maintenance préventive et l'étape de cadenassage qui précède celle-ci pour ainsi avoir un système à cinq (5) états. L'étude vise à développer une stratégie optimale de planification de la production dans le but de minimiser les coûts de production tout en tenant compte de l'aspect sécurité par le biais du cadenassage durant les étapes de maintenance et de réparation.

Notre système est sujet à des pannes et à des réparations aléatoires. L'horizon de planification est infini. Les variables de décision sont les taux de production, d'envoi en cadenassage et d'envoi en maintenance. L'étude est divisée en 3 étapes. L'étape 1 est consacrée à la formulation du problème. La résolution numérique par l'utilisation de la technique d'approximation basée sur l'algorithme de Kushner et Dupuis (1992), suivie des tracés des courbes représentant les politiques de production, de maintenance et de cadenassage constituent la deuxième étape (étape 2). L'analyse de sensibilité constitue la troisième étape (étape 3) avant de boucler le chapitre par une conclusion.

4.2 Formulation du problème

Dans ce chapitre, nous étudions les conditions d'optimalité de la politique de planification de la production et de la maintenance du système considéré. Nous considérons qu'une étape de cadenassage est nécessaire avant toute réparation ou toute maintenance préventive afin de supprimer les risques d'accident liés au démarrage prématuré de la machine. L'objectif est de minimiser les coûts encourus pour l'inventaire, la maintenance, le cadenassage, ainsi que d'éventuelles ruptures d'inventaire.

4.2.1 Schéma et dynamique du modèle considéré

Nous considérons un système constitué d'une machine fabricant un seul type de produit. Ce système est sujet à des pannes et des réparations aléatoires. Ainsi, la machine considérée peut passer d'un mode opération à un mode de panne avant d'être cadenassée en vue d'une réparation. Elle peut aussi passer d'un mode opération à un verrouillage dans le but d'une maintenance préventive avant de revenir à son mode de départ. Nous pouvons schématiser ces différents états de la machine par la figure suivante. (Fig. 4.1).

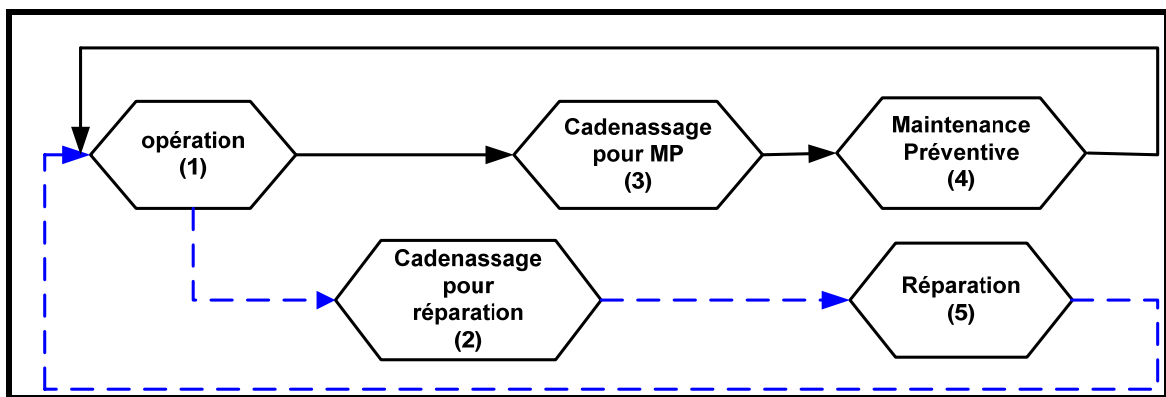


Figure 4.1 Les états de la machine.

Le comportement du système peut être décrit par un état hybride caractérisé par un état discret et un état continu. Le composant discret est donné par le processus stochastique $\zeta(t)$.

L'état continu est donné par le niveau de l'inventaire / rupture d'inventaire $x(t)$ ($x(t) \in \mathbb{R}$) et l'âge $a(t)$ ($a(t) \in \mathbb{R}$), ($t \geq 0$), du système manufacturier considéré.

4.2.2 Dynamique continue

Soient $u(t)$ et $a(t)$ pour $t \geq 0$, le taux de production du système et l'âge de la machine considérée respectivement. Les dynamiques de l'inventaire et de l'âge de la machine sont données par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= u(t) - d, & x(0) &= x_0 \\ \dot{a}(t) &= f(u(t)) & a(0) &= a_0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

où : $d, x_0 \in \mathbb{R}^+$ sont, respectivement, le taux de demande constant et le niveau initial de l'inventaire, $f(u(t)) = Ku$ et $a_0 \in \mathbb{R}^+$ sont, respectivement, une fonction donnée et l'âge initial de la machine.

$u(t)$ est une variable de contrôle telle que $0 \leq u(t) \leq U_{\max}$, avec $U_{\max} \in \mathbb{R}^+$

4.2.3 Dynamique discrète

Le mode de fonctionnement de la machine est décrit par un processus stochastique

($\zeta(t), t \geq 0$), $\zeta(t) \in M = (1, 2, 3, 4, 5)$ décrivant les différents états de celle-ci :

$\zeta(t) = 1$ si la machine est en opération;

$\zeta(t) = 2$ si la machine est en cadénassage pour réparation;

$\zeta(t) = 3$ si la machine est en cadénassage pour une maintenance préventive;

$\zeta(t) = 4$ si la machine est en maintenance préventive après cadénassage;

$\zeta(t) = 5$ si la machine est en réparation après cadénassage.

Ces différents états de transitions sont représentés dans le diagramme de transition (fig. 4.2)

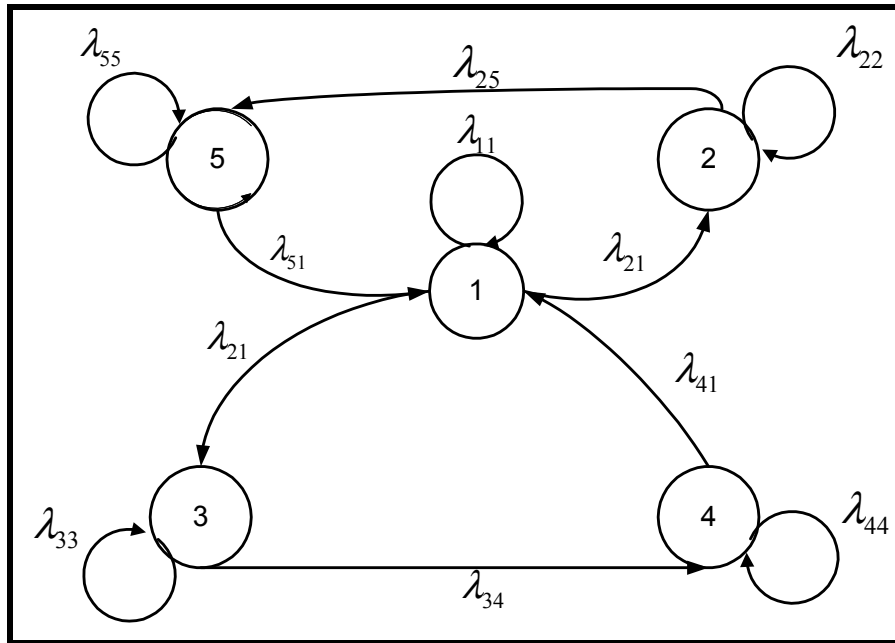


Figure 4.2 Diagramme des transitions d'état.

$$\lambda_{\alpha\beta} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\delta t} (P[\zeta(t + \delta t) = \beta | \zeta(t) = \alpha]) \right] \quad (4.2)$$

$\lambda_{\alpha\beta}$ est le taux de transition qui caractérise le passage de la machine d'un mode α à un mode β au temps t . Les probabilités de transition entre les différents modes sont données par :

$$P[\zeta(t + \delta t) = \beta | \zeta(t) = \alpha] = \begin{cases} \lambda_{\alpha\beta} \delta t + o(\delta t) & \text{si } \alpha \neq \beta \\ 1 + o(\delta t) + \lambda_{\alpha\alpha} \delta t & \text{si } \alpha = \beta \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\text{Où : } \lambda_{\alpha\beta} \geq 0, \quad \lambda_{\beta\beta} = - \sum_{\alpha \neq \beta} \lambda_{\alpha\beta} \quad (\alpha, \beta) \in M, \quad \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{o(\delta t)}{\delta t} = 0$$

Les taux de transition suivants sont des variables de contrôle :

$\omega(t) = \lambda_{I3}(t)$ le taux d'envoi en maintenance préventive

$u_{mp}(t) = \lambda_{34}(t)$ le taux d'envoi en cadencage avant la maintenance

$u_{mc}(t) = \lambda_{25}(t)$ le taux d'envoi en cadenassage avant réparation

L'équation (4.4) montre la dépendance du taux de panne de la machine par rapport à son âge. Elle donne le taux de transition $\lambda_{12}(a(t))$ qui illustre l'impact de la durée de vie sur la dynamique du système considéré. C'est une approximation du taux de défaillance des systèmes manufacturiers identiques à celle donnée par Kenné et Gharbi (1999) représentée par la figure (4.3).

$$\lambda_{12}(a(t)) = A(1 - \exp(-B * a(t)^2)) \quad \text{où } A \text{ et } B \text{ sont des constantes positives} \quad (4.4)$$

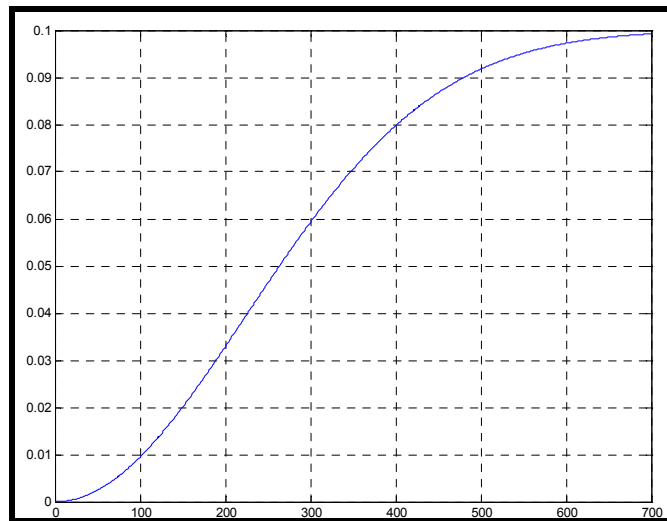


Figure 4.3 Taux de panne en fonction de l'âge de la machine.

Les variables de décision sont $u(t)$, $\omega(t)$, $u_{mp}(t)$ et $u_{mc}(t)$

Soit $\Gamma(\alpha)$ l'ensemble des commandes admissibles. Nous avons :

$$\Gamma(\alpha) = \left\{ \left(u(\cdot), \omega(t), u_{mp}(t), u_{mc}(t) \right) \mid \begin{array}{l} 0 \leq u(\cdot) \leq U_{\max}, \quad \omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}; \\ U_{mp}^{\min} \leq u_{mp} \leq U_{mp}^{\max}; \\ U_{mc}^{\min} \leq u_{mc} \leq U_{mc}^{\max} \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

4.2.4 Matrice des taux de transition

Le processus décrit ci-dessus est modélisé par une chaîne de Markov non homogène à temps continu et à états discrets avec une matrice des taux de transition Q de dimension 5×5 .

$$Q = \begin{bmatrix} -(\lambda_{12}(a(t)) + \omega(t)) & \lambda_{12}(a(t)) & \omega(t) & 0 & 0 \\ 0 & -u_{mc} & 0 & 0 & u_{mc} \\ 0 & 0 & -u_{mp} & u_{mp} & 0 \\ \lambda_{41} & 0 & 0 & -\lambda_{41} & 0 \\ \lambda_{51} & 0 & 0 & 0 & -\lambda_{51} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.2.5 Coût instantané

Soit $g(x(t), a(t), \alpha(t))$ le coût instantané défini comme suit :

$$g(x(t), a(t), \alpha(t)) = c^+ x^+(t) + c^- x^-(t) + c^\alpha \quad \forall \alpha \in M \quad (4.7)$$

où :

c^+ le coût de mise en inventaire par unité de pièce et par unité de temps,

c^- le coût de rupture d'inventaire par unité de pièce et par unité de temps,

c^α le coût d'intervention sur la machine aux modes non opérationnels de celle-ci.

avec : $x^+(t) = \max \{0, x(t)\}$ et $x^-(t) = \max \{-x(t), 0\}$

L'objectif est de contrôler le taux de production $u(\cdot)$, le taux d'envoi en maintenance préventive $\omega(t)$ ainsi que les taux de cadencage pour la maintenance préventive et la maintenance curative qui sont respectivement u_{mp} et u_{mc} afin de minimiser le coût total actualisé de production donné par l'équation suivante :

$$J(\cdot) = E \left\{ \int_0^\infty e^{-\rho t} g(x, a(t), \alpha) dt \mid x(0) = x, \alpha(0) = \alpha \right\}, \forall (u(\cdot), \omega(\cdot), u_{mp}(t), u_{mc}(t)) \in \Gamma(\alpha) \quad (4.8)$$

où ρ est le taux d'actualisation, paramètre réel.

4.2.6 Faisabilité du système

Pour un système décrit par un processus Markovien le vecteur des probabilités limites $\Pi(.)$ et la matrice des taux de transition $Q(.)$ sont liés par le système d'équation décrit en 1.6. La résolution de ce système permet de déterminer les probabilités limites aux différents modes du système.

Le système est faisable si sur un horizon fini il est capable de satisfaire à la demande. Étant donné que seul le mode 1 permet à notre système de produire, si π_1 représente la probabilité limite au mode 1, le système est faisable seulement si $\pi_1 U_{\max} > d$

Soit

$$\frac{U_{\max}}{1 + \frac{\lambda_{12}(a(t))}{u_{mc}(t)} + \frac{\lambda_{12}(a(t))}{\lambda_{51}} + \frac{\omega(t)}{u_{mp}(t)} + \frac{\omega(t)}{\lambda_{41}}} > d \quad (4.9)$$

4.3 Résolution du problème

La résolution analytique des équations d'HJB est complexe et une solution est difficile à obtenir avec cette méthode. Dans la plupart des cas, la méthode numérique est utilisée pour résoudre les problèmes de programmation dynamique. Par ailleurs, quand le système devient complexe ces mêmes méthodes numériques présentent des faiblesses. Nous référons le lecteur aux travaux de Kenné (1997) pour plus de détails pour les dimensions des équations d'HJB.

4.3.1 Équations de HJB

Soit la fonction qui minimise le cout total $J(.)$ espéré sur un horizon infini appelé fonction valeur. Pour le problème considéré, la fonction valeur est donnée par l'équation ci-dessous.

$$v_{\alpha}(x, a) = \inf_{(u, \omega, u_{mp}, u_{mc}) \in \Gamma(\alpha)} J(.), \quad \forall \alpha \in M \quad (4.10)$$

Une solution de cette équation peut être obtenue à partir des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB)

$$\rho v_{\alpha}(x, a) = \min_{(u, \omega, u_{mp}, u_{mc}) \in \Gamma(\alpha)} \left\{ (u - d) \frac{\partial}{\partial x} v_{\alpha}(x, a) + Ku \frac{\partial}{\partial a} v_{\alpha}(x, a) + g_{\alpha}(x, a) + \sum_{\beta}^5 \lambda_{\beta\alpha} v_{\beta}(x, a) \right\},$$

$$\forall \alpha, \beta \in M \quad (4.11)$$

4.3.2 Approche numérique

Pour résoudre les conditions d'optimum du problème considéré, nous allons utiliser la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis (1992)). Cette approche consiste, entre autre, en une simplification des équations d'HJB par l'approximation du gradient de la fonction valeur $v_{\alpha}(x, a)$ par $v_{\alpha}^{h_x}(x, a)$ et $v_{\alpha}^{h_a}(x, a)$ avec h_x et h_a respectivement les pas de discrétisation dans les intervalles de différence finie des variables d'état x et a .

$$v_{\alpha}^{h_x}(x, a) = \begin{cases} \frac{1}{h_x} (v_{\alpha}(x + h_x, a) - v_{\alpha}(x, a)) & \text{si } (u - d) \geq 0 \\ \frac{1}{h_x} (v_{\alpha}(x, a) - v_{\alpha}(x - h_x, a)) & \text{si } (u - d) < 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

$$v_{\alpha}^{h_a}(x) = \frac{1}{h_a} (v_{\alpha}(x, a + h_a) - v_{\alpha}(x, a)), \quad Ku \geq 0 \quad \forall t \quad (4.14)$$

Si l'on remplace $v_{\alpha}(x, a)$ par $v_{\alpha}^h(x, a)$ dans l'équation (4.13) on obtient :

Mode 1 : $\alpha = 1$; la machine produit.

$$\rho v_1(x, a) = \min_{(u, \omega, u_{mp}, u_{mc}) \in \Gamma(\alpha)} \left\{ \begin{aligned} & (u-d) \frac{\partial}{\partial x} v_1(x, a) + Ku \frac{\partial}{\partial a} v_1(x, a) + g_1(x, a) + \lambda_{11} v_1(x, a) \\ & + \lambda_{12} v_2(x, a) + \lambda_{13} v_3(x, a) \end{aligned} \right\}$$

soit

(4.15)

$$\rho v_1(x, a) = \min_{(u, \omega, u_{mp}, u_{mc}) \in \Gamma(\alpha)} \left\{ \begin{aligned} & (u-d) \frac{\partial}{\partial x} v_1(x, a) + Ku \frac{\partial}{\partial a} v_1(x, a) + g_1(x, a) - (\lambda_{12} + \lambda_{13}) v_1(x, a) \\ & + \lambda_{12} v_2(x, a) + \lambda_{13} v_3(x, a) \end{aligned} \right\}$$

- Cas 1 : $(u-d) \geq 0$

$$\rho v_1(x, a) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left\{ \begin{aligned} & \frac{(u-d)}{h_x} (v_1(x+h_x, a) - v_1(x, a)) + \frac{Ku}{h_a} (v_1(x, a+h_a) - v_1(x, a)) + g_1(x, a) \\ & - (\lambda_{12} + \lambda_{13}) v_1(x, a) + \lambda_{12} v_2(x, a) + \lambda_{13} v_3(x, a) \end{aligned} \right\}$$

ou

$$v_1(x, a) \left(\rho + \frac{(u-d)}{h_x} + \frac{Ku}{h_a} + \lambda_{12} + \lambda_{13} \right) = \left(\begin{aligned} & \frac{(u-d)}{h_x} (v_1(x+h_x, a)) + \frac{Ku}{h_a} v_1(x, a+h_a) \\ & + g_1(x, a) + \lambda_{12} v_2(x, a) + \lambda_{13} v_3(x, a) \end{aligned} \right)$$
(4.16)

- Cas 2 : $(u-d) < 0$

$$\rho v_1(x, a) = \min_{(u, \omega, u_{mp}, u_{mc}) \in \Gamma(\alpha)} \left\{ \begin{aligned} & \frac{(u-d)}{h_x} (v_1(x, a) - v_1(x-h_x, a)) + \frac{Ku}{h_a} (v_1(x, a+h_a) - v_1(x, a)) \\ & + g_1(x, a) - (\lambda_{12} + \lambda_{13}) v_1(x, a) + \lambda_{12} v_2(x, a) + \lambda_{13} v_3(x, a) \end{aligned} \right\}$$

ou

$$v_1(x, a) \left(\rho + \frac{|u-d|}{h_x} + \frac{Ku}{h_a} + \lambda_{12} + \lambda_{13} \right) = \left(\begin{aligned} & \frac{|u-d|}{h_x} (v_1(x-h_x, a)) + \frac{Ku}{h_a} v_1(x, a+h_a) \\ & + g_1(x, a) + \lambda_{12} v_2(x, a) + \lambda_{13} v_3(x, a) \end{aligned} \right)$$
(4.17)

Les deux cas ci-dessus regroupés donnent l'équation (4.18) suivante :

$$v_1(x, a) \left(\rho + \frac{|u-d|}{h_x} + \frac{Ku}{h_a} + \lambda_{12} + \lambda_{13} \right) = \begin{pmatrix} \frac{|u-d|}{h_x} (v_1(x+h_x, a)P^+ + v_1(x-h_x, a)P^-) \\ + \frac{Ku}{h_a} v_1(x, a+h_a) + g_1(x, a) + \lambda_{12} v_2(x, a) \\ + \lambda_{13} v_3(x, a) \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$\text{Où } P^+ = \begin{cases} 1 & \text{si } (u-d) \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et } P^- = \begin{cases} 1 & \text{si } (u-d) < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{Posons : } Q_{11} = \left(\rho + \frac{|u-d|}{h_x} + \frac{Ku}{h_a} + \lambda_{12} + \lambda_{13} \right)^{-1}$$

D'où :

$$v_1(x) = Q_{11} \begin{pmatrix} \frac{|u-d|}{h_x} (v_1(x+h_x, a)P^+ + v_1(x-h_x, a)P^-) + \frac{Ku}{h_a} v_1(x, a+h_a) \\ + g_1(x, a) + \lambda_{12} v_2(x, a) + \lambda_{13} v_3(x, a) \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Rappelons que seul le mode 1 permet à notre système de produire. Pour tous les autres modes (2, 3, 4 et 5), nous avons $u = 0$ d'où $Ku = 0$ et $u-d = (-d) < 0$

Mode 2 : $\alpha = 2$, on obtient :

$$\rho v_2(x, a) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left\{ -d \frac{\partial}{\partial x} v_2(x, a) + g_2(x, a) + \lambda_{22} v_2(x, a) + \lambda_{25} v_5(x, a) \right\} \quad (4.20)$$

ou

$$\rho v_2(x, a) = \frac{-d}{h_x} (v_2(x, a) - v_2(x-h_x, a)) + g_2(x, a) - \lambda_{25} v_2(x, a) + \lambda_{25} v_5(x, a)$$

$$v_2(x, a) \left(\rho + \frac{d}{h_x} + \lambda_{25} \right) = \frac{d}{h_x} v_2(x-h_x, a) + g_2(x, a) + \lambda_{25} v_5(x, a) \quad (4.21)$$

D'où

$$v_2(x, a) = \left(\rho + \frac{d}{h_x} + \lambda_{25} \right)^{-1} \left(\frac{d}{h_x} v_2(x-h_x, a) + g_2(x, a) + \lambda_{25} v_5(x, a) \right) \quad (4.22)$$

Par la même démarche, on obtient la fonction valeur pour les autres modes du système.

Mode 3 : $\alpha = 3$

$$v_3(x, a) = \left(\rho + \frac{d}{h_x} + \lambda_{34} \right)^{-1} \left(\frac{d}{h_x} v_3(x - h_x, a) + g_3(x, a) + \lambda_{34} v_4(x, a) \right) \quad (4.23)$$

Mode 4 : $\alpha = 4$

$$v_4(x, a) = \left(\rho + \frac{d}{h_x} + \lambda_{41} \right)^{-1} \left(\frac{d}{h_x} v_4(x - h_x, a) + g_4(x, a) + \lambda_{41} v_1(x, a) \right) \quad (4.24)$$

Mode 5 : $\alpha = 5$

$$v_5(x, a) = \left(\rho + \frac{d}{h_x} + \lambda_{51} \right)^{-1} \left(\frac{d}{h_x} v_5(x - h_x, a) + g_5(x, a) + \lambda_{51} v_1(x, a) \right) \quad (4.25)$$

4.4 Planification simultanée de la production

La planification de la production se fait en même temps que celle des opérations de cadencage, de réparation et de maintenance. Pour ce faire, nous allons attribuer des valeurs aux paramètres de modélisation dans un premier temps et dans un second, recueillir les résultats fournis par Matlab d'après la résolution numérique ci-dessus.

4.4.1 Valeur des paramètres de modélisation

Soient les valeurs numériques suivantes pour le modèle considéré :

Tableau 4.1 Valeurs numériques des paramètres du modèle M1P1 5 états

Paramètres	Valeurs associées	Paramètres	Valeurs associées
$T_{car_{min}}$	3	$T_{car_{max}}$	5
MTTR	15	MTTM	20
C^+	10	C^-	20
C_{ca}	50	C_{mp}	75
h_{x1}	1	h_{a1}	5
d	0.25	Cr	100
a	$0 \leq a \leq 300$	ρ	0.01
U_{max}	0,4	MTBMmin	20

Avec ces valeurs, nous allons simuler le modèle décrit avec Matlab. L'espace d'état est défini sur un domaine $D = \{x / -5 \leq x \leq 20\}$ et $E = \{a / 0 \leq a \leq 300\}$ discrétisé suivant des pas de $h_x = 1$ et $h_a = 5$

La matrice des taux de transition avec les valeurs attribuées aux paramètres du modèle considéré (M1P1) est donnée par :

$$Q = \begin{bmatrix} -(\lambda_{12}(a(t)) + \lambda_{13}(t)) & \lambda_{12}(a(t)) & \lambda_{13}(t) & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_{25}(t) & 0 & 0 & \lambda_{25}(t) \\ 0 & 0 & -\lambda_{34}(t) & \lambda_{34}(t) & 0 \\ \frac{1}{10} & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 \\ \frac{1}{15} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{15} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

La simulation du problème considéré sur le logiciel de calcul numérique Matlab, nous conduit aux résultats que nous allons développer dans le paragraphe qui suit.

4.4.2 Résultats et analyse

Les résultats obtenus par la simulation basée sur les valeurs numériques du paragraphe précédents sont représentés par les figures 4.4 à 4.8. La figure 4.4 représente la courbe de variation du taux de production au mode opérationnel de la machine.

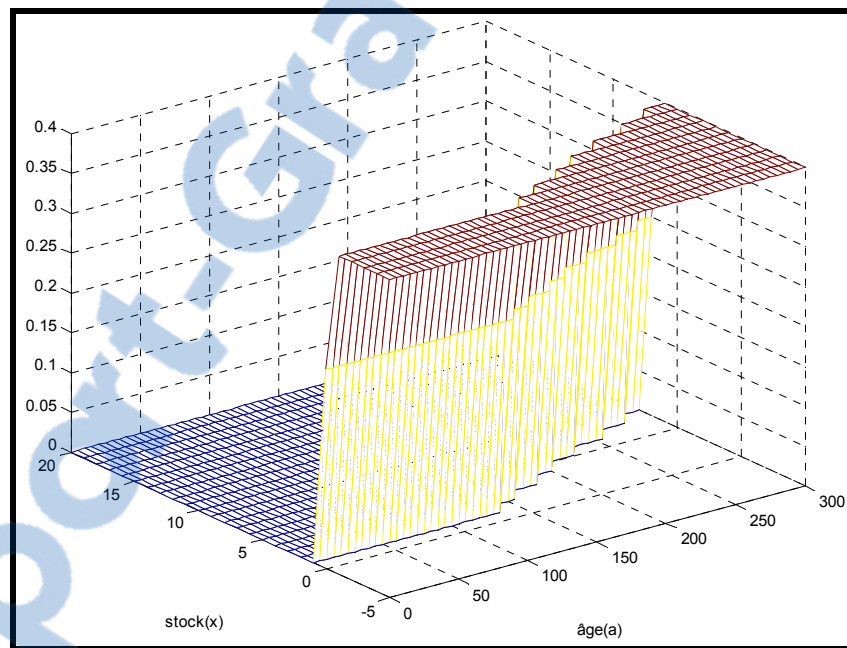


Figure 4.4 Taux de production au mode 1.

L'observation de cette courbe montre l'existence de différentes zones. Chacune de ses zones obéit à une politique de production optimale. Ces différentes politiques de production tiennent compte de l'âge de la machine et du niveau d'inventaire.

Selon cette courbe, le taux de production doit être maintenu à zéro malgré un niveau d'inventaire faible dans la zone où l'âge de la machine n'est pas encore avancé. À ce stade, la

machine est encore dans sa phase de jeunesse et tombe rarement en défaillance. Le seuil critique est faible.

Par contre, si l'âge de l'unité de production dépasse celui de sa jeunesse, avec un même niveau d'inventaire, la politique suggérée est de produire au taux de la demande. À ce stade de sa vie, les phénomènes d'usure commencent à gagner l'unité de production. Le taux de panne devient plus fréquent. Pour palier une éventuelle pénurie (*backlog*) en cas de défaillance malgré l'existence d'un inventaire plus confortable, le taux de production est maintenu au taux de la demande. Le seuil critique est plus important que précédemment.

Au delà d'un certain âge, le seuil critique devient plus important. La politique suggérée est de produire au taux maximal en deçà de ce seuil. Ici, l'âge fait ses effets et entraîne des dysfonctionnements fréquents.

Au regard de ces différents programmes de production de la même unité à des âges différents, nous en déduisons que le vieillissement de la machine a été déterminant dans les choix de la politique de production. Ceci s'explique par le taux de défaillance de l'unité de production (*IFR Increasing Failure Rate*) qui augmente avec l'âge de la machine comme le montre la figure 4.3.

Par ailleurs, cette politique de production peut être assimilée à la politique de production à seuil critique (*HPP Hedging Point Policy*) obtenue au chapitre précédent. Cependant, il faut noter que le système dans le chapitre précédent, n'a pas l'étape de maintenance et aussi l'étape de cadenassage qui précède la maintenance. C'est une politique de production similaire que l'on retrouve chez Akela et Kumar (1986), Boukas (1998) et Kenné (2004).

Nous pouvons définir cette politique de production par l'équation 4.27 suivante

:

$$u(1, a, x) = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x(.) < \varphi(a) \\ d & \text{si } x(.) > \varphi(a) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.27)$$

Avec $\varphi(a)$ une fonction de l'âge de la machine.

La figure (4.5) suivante montre l'évolution de l'inventaire en fonction de l'âge de la machine.

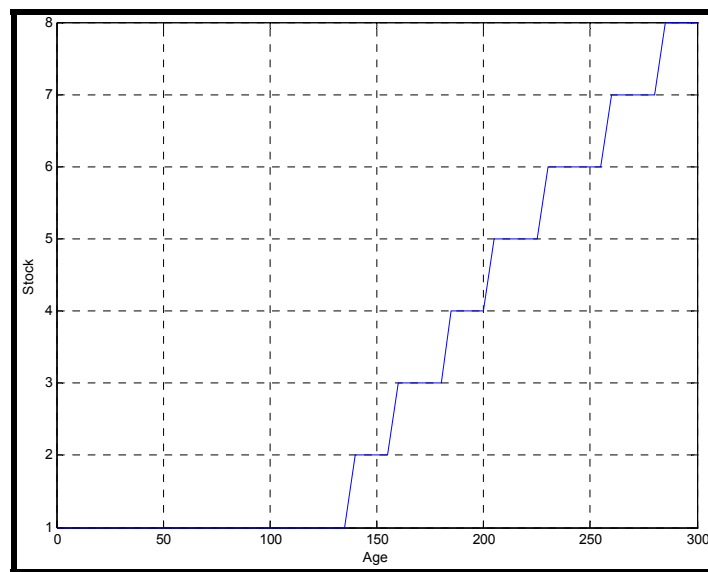


Figure 4.5 Variation de l'inventaire suivant l'âge de la machine.

En effet, comme nous pouvons le constater sur la courbe ci-dessus, lorsque l'unité de production est encore dans sa phase de jeunesse, il n'est pas indispensable de bâtir un niveau d'inventaire important. Dans cette phase, le taux de panne est faible, l'unité de production possède une grande fiabilité et est capable de répondre à la demande.

Au fur et à mesure que l'âge de la machine augmente, la mise en inventaire de produits finis pour satisfaire la demande est suggérée. La quantité de produits à mettre en inventaire dépend de l'âge de la machine. Plus celui-ci devient important, plus le niveau d'inventaire devient important et ainsi le système se prépare à une éventuelle panne dont la fréquence croît avec l'âge.



Pour réduire ce taux de panne, la politique de maintenance préventive suggérée est représentée par la figure 4.6 suivante.

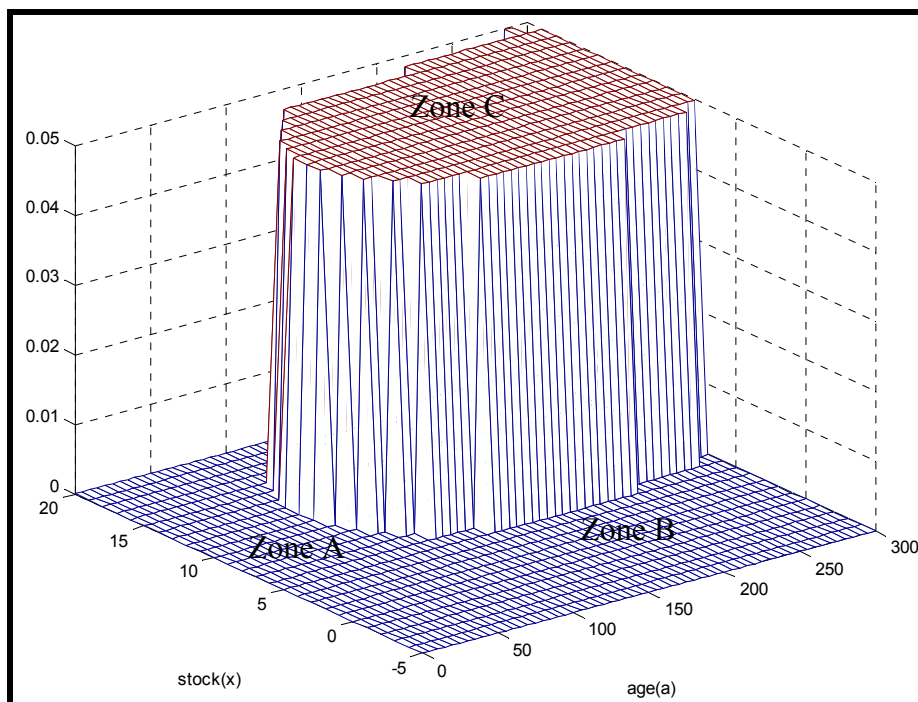


Figure 4.6 Taux d'envoi en maintenance préventive.

Cette figure montre un taux de maintenance qui est fonction de l'âge de la machine et du niveau d'inventaire. Elle peut être divisée en trois (3) zones essentiellement A, B et C.

Dans la zone A, la politique de production suggère de ne pas envoyer la machine en maintenance. En effet, dans cette zone, l'unité de production est encore neuve et la probabilité de défaillance est presque nulle. Du coup, le système est capable d'assurer le service approprié sans craintes de défaillance. Par conséquent, il est inutile de faire une maintenance.

Dans la zone B, la machine traverse sa vie utile et commence à vieillir. Néanmoins, la politique de maintenance suggérée est zéro envoi. En fait, au regard de la zone B, le niveau d'inventaire maximal est de 5 unités. D'après les paramètres de notre modèle, le taux de

demande est de 0.25 soit une demande en moyenne toutes les quatre unités de temps et la maintenance dure en moyenne 20 unités de temps. Sachant que la maintenance est précédée d'une étape de cadenassage qui a une durée minimale de 3 unités de temps, l'intervention sur la machine prendra alors 23 unités de temps minimum. Donc, il est évident que planifier une maintenance à ce stade est un risque qui peut avoir des conséquences inattendues.

Cette maintenance est appropriée uniquement dans la zone C, comme nous le montre la figure 4.6. En effet, dans cette zone l'unité de production prend de l'âge et le taux de défaillance augmente. Faire une maintenance, devient indispensable pour augmenter la durée de vie du système de production. Mais auparavant, le système s'assure de bâtir un inventaire conséquent pour satisfaire à la demande. Le niveau d'inventaire étant supérieur à cinq (5) unités, le système possède une couverture suffisante pour répondre à la demande. Cette politique de maintenance peut être représentée par l'équation suivante :

$$\omega(4, a, x) = \begin{cases} \omega_{\max} & \text{si } x(t) \leq \phi(a) \\ \omega_{\min} & \text{si } x(t) > \phi(a) \end{cases} \quad (4.28)$$

Avec $\phi(a)$ une fonction de l'âge

Au regard de cette analyse, l'avènement d'une défaillance perturbe le fonctionnement du système et entraîne des coûts. Dès lors, il est indispensable de mettre en place une activité de maintenance capable de minimiser les perturbations. Dans le cas qui nous intéresse, la maintenance systématique adoptée est de type bloc. Ce type de maintenance consiste en des remplacements périodiques faits à des intervalles de temps fixes prédéterminés. Pour déterminer la période optimale de rechange, on utilise la fonction de renouvellement qui permet de déterminer le nombre de pannes moyens sur un intervalle de temps déterminé. Dans cet intervalle, quand une défaillance survient, on procède à sa réparation.

Cependant, une procédure de cadenassage est nécessaire avant une quelconque intervention sur la machine.

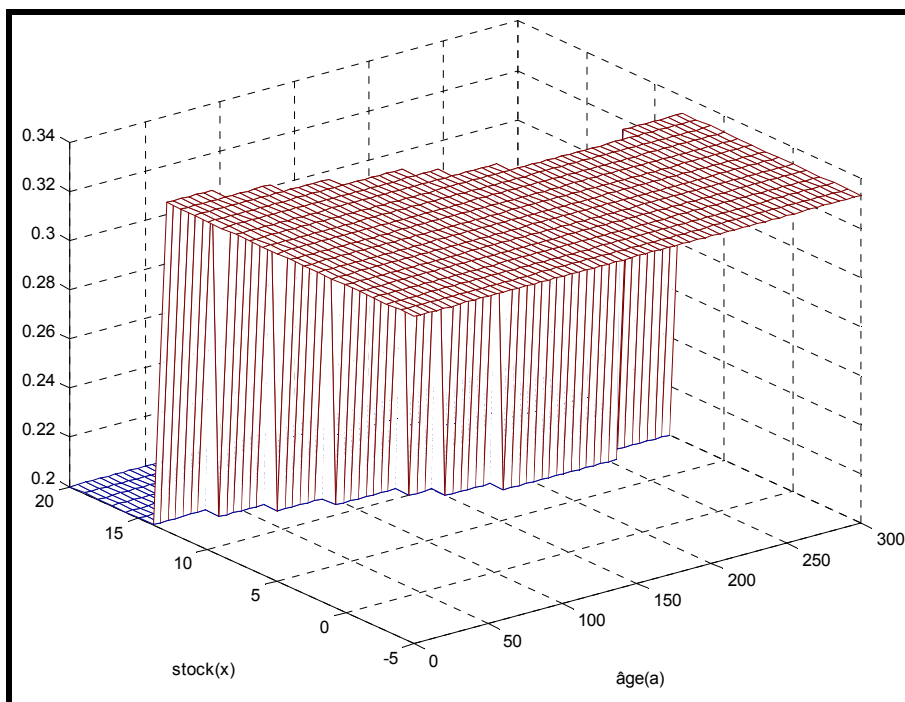


Figure 4.7 Taux cadenassage avant maintenance.

La figure 4.7 représente l'évolution du taux de cadenassage avant la maintenance préventive. Cette courbe montre que le taux de cadenassage est fonction du niveau d'inventaire et de l'âge de la machine. Dans cette aire (x, a) , tant que le niveau d'inventaire est inférieur ou égal à une valeur optimale donnée par la politique de commande et selon l'âge de l'unité de production, la procédure de cadenassage se fait le plus rapidement possible, soit au taux maximal, afin d'éviter des pénuries.

Par contre quand le niveau d'inventaire devient supérieur à la valeur optimale les intervenants peuvent prendre plus de temps pour procéder au cadenassage. Cette politique de cadenassage peut s'écrire comme suit :

$$U_{mp}(3, a, x) = \begin{cases} U_{mp}^{\min} & \text{si } x(.) > \Delta(a) \\ U_{mp}^{\max} & \text{si } x(.) \leq \Delta(a) \end{cases} \quad (4.29)$$

$\Delta(a)$ une fonction de l'âge.

Cette procédure de cadenassage précède l'activité de maintenance et a pour but d'isoler toute source d'énergie dont la mise en marche peut occasionner un accident pour les intervenants sur l'unité de production. Ainsi, ce même procédé est utilisé pour les réparations des éventuelles pannes qui peuvent survenir durant la production. La figure 4.8, ci-dessous, représente la politique de cadenassage avant les réparations faites sur la machine.

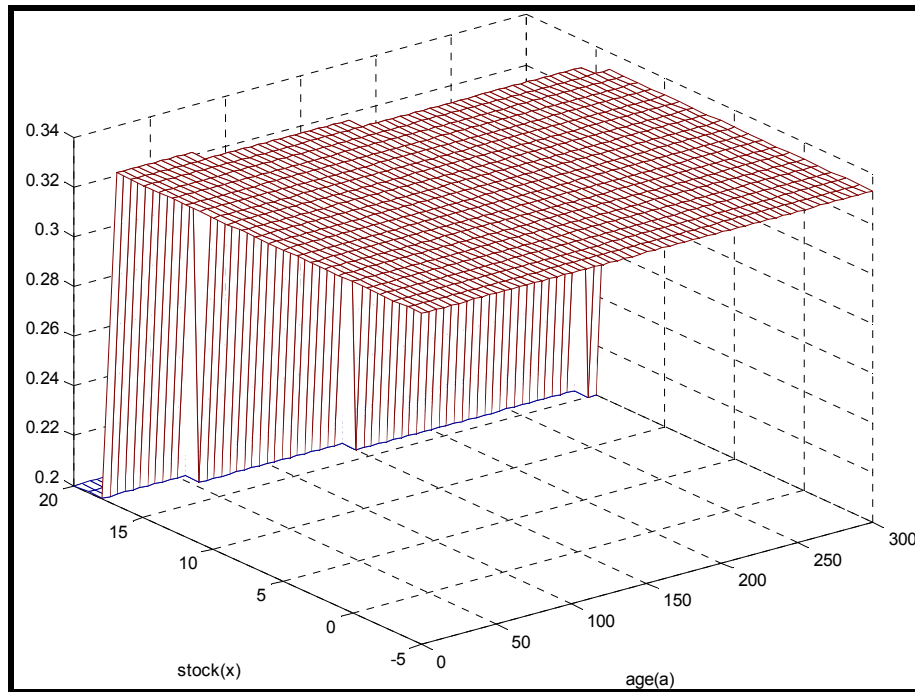


Figure 4.8 Taux de cadenassage avant réparation.

À l'image de la politique de cadenassage avant la maintenance, la politique de cadenassage avant la réparation est fonction de l'âge de la machine et du niveau d'inventaire. Ces deux politiques présentent les mêmes allures par leur graphique, mais diffèrent par leur niveau d'inventaire optimal pour la décision de cadenasser au taux maximal ou minimal.

En effet, en plus de la différence de charge entre les opérations de réparation et de maintenance, la durée moyenne pour une réparation (MTTR) est supérieure à la durée moyenne pour une maintenance (MTTM) selon nos hypothèses. Ceci étant, il est tout à fait logique que le niveau d'inventaire avant la réparation soit plus important que celui avant la maintenance. Cette logique se traduit sur les graphiques 4.7 et 4.8 par des niveaux d'inventaire différents sur la région (x, a) . L'équation suivante donne la politique de cadencage avant la réparation.

$$U_{mc}(2, a, x) = \begin{cases} U_{mc}^{\min} & \text{si } x(t) \leq \theta(a) \\ U_{mc}^{\max} & \text{si } x(t) > \theta(a) \end{cases} \quad (4.30)$$

Avec $\theta(a)$ une fonction de l'âge.

4.5 Analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité a pour but d'étudier l'influence d'un paramètre quelconque sur un autre paramètre. Cet autre paramètre peut être un paramètre de contrôle ou un paramètre de performance. Dans notre exemple, nous allons étudier l'influence des composantes du coût instantané sur le coût moyen ainsi que sur le seuil critique. Comme on peut le constater sur la courbe représentée sur la figure 4.5, le seuil critique varie avec l'âge. Ce faisant, pour des raisons de simplicité et de représentativité, nous allons considérer le seuil à l'âge 300. Les résultats sont représentés dans les tableaux 4.2 à 4.6 ainsi que par les figures 4.9 à 4.15.

Tableau 4.2 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût d'inventaire

Coût d'inventaire	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Coût moyen	736	813	844	875	898	921	941	962	982	998	1013	1027	1040	1053
Seuil critique à l'âge 300	14	11	10	9	8	8	7	6	6	6	5	5	5	5

Les figures 4.9 et 4.10 représentent respectivement l'influence du coût d'inventaire sur le coût moyen et sur le seuil critique à l'âge 300.

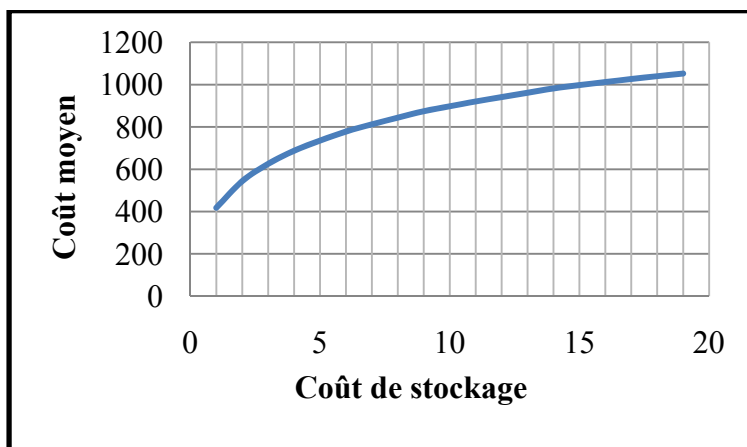


Figure 4.9 Variation du coût moyen en fonction du coût d'inventaire.

La figure 4.9 ci-dessus montre l'influence du coût d'inventaire sur le coût moyen. En effet, l'augmentation du coût d'inventaire s'accompagne de l'augmentation du coût moyen comme le montre la figure. Au regard des équations 4.7 et 4.8, le coût moyen est directement lié au coût d'inventaire. La hausse comme la baisse du coût d'inventaire se répercute sur le coût moyen de manière directe et significative. En effet, pour une augmentation de neuf (9) unités sur le coût d'inventaire, le coût moyen a subi une augmentation de cent-cinquante (150) unités et pour une même diminution du coût d'inventaire, le coût moyen a chuté de plus de quatre cents (400) unités. Ceci montre la sensibilité du coût d'inventaire sur le coût moyen. Cette sensibilité est en phase avec les réalités industrielles. En effet, si le coût d'inventaire devient dispendieux, le coût moyen de production suit la même tendance. Voyons maintenant comment varie le seuil critique si le coût d'inventaire croît.

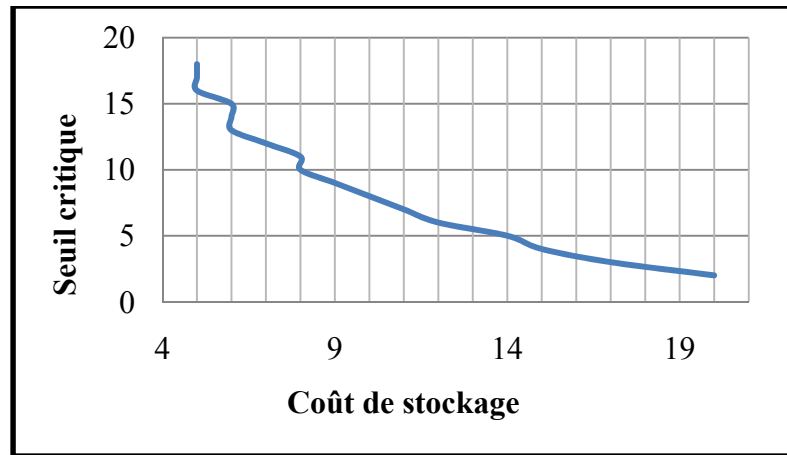


Figure 4.10 Variation du seuil critique en fonction du cout d'inventaire à l'âge 300.

La figure 4.10 montre la variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire à l'âge 300. Cette figure suggère une diminution du seuil critique quand le coût d'inventaire augmente. Ceci est en parfait accord avec les réalités industrielles. En effet, si la mise en inventaire devient très dispendieuse, il est tout à fait normal de minimiser la quantité d'inventaire dans une perspective de production à moindre coût. Voyons l'influence du coût de pénurie sur le coût moyen ainsi que sur le seuil critique.

Tableau 4.3 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût de pénurie

Coût de pénurie	5	10	15	20	30	35	40	50	60	70	80	90
Coût moyen	357	567	744	887	1155	1277	1389	1601	1789	1968	2130	2281
seuil critique à l'âge 300	2	5	6	8	11	12	13	15	17	18	19	20

Le tableau 4.3 ci-dessous résume l'influence du coût de pénurie sur le coût moyen ainsi que sur le seuil critique. Les figures 4.11 et 4.12 représentent respectivement la variation du coût moyen en fonction du coût de pénurie et celle du seuil critique en fonction du coût de pénurie à l'âge 300 de l'unité de production.

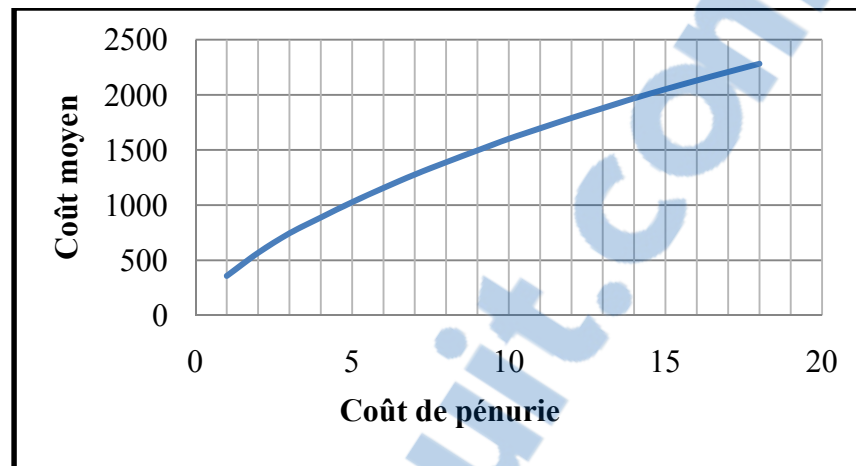


Figure 4.11 Variation du coût moyen en fonction du coût de pénurie à l'âge 300.

La figure 4.11 présente la même allure que la figure 4.9. L'augmentation du coût de pénurie s'accompagne de celle du coût moyen pendant que les autres coûts liés à la production restent fixes. Ceci s'explique par la relation liant les coûts de pénurie et moyen comme le montrent les équations 4.7 et 4.8. Par ailleurs, si l'on pénalise fortement la non satisfaction de la demande, il est logique que notre coût de production soit plus élevé en cas de rupture. Ceci est en accord avec la réalité industrielle.

Cependant, pour éviter des coûts de pénalité la politique de production suggérée est l'augmentation du seuil critique pour faire face à la demande comme le montre la figure 4.12 suivante.

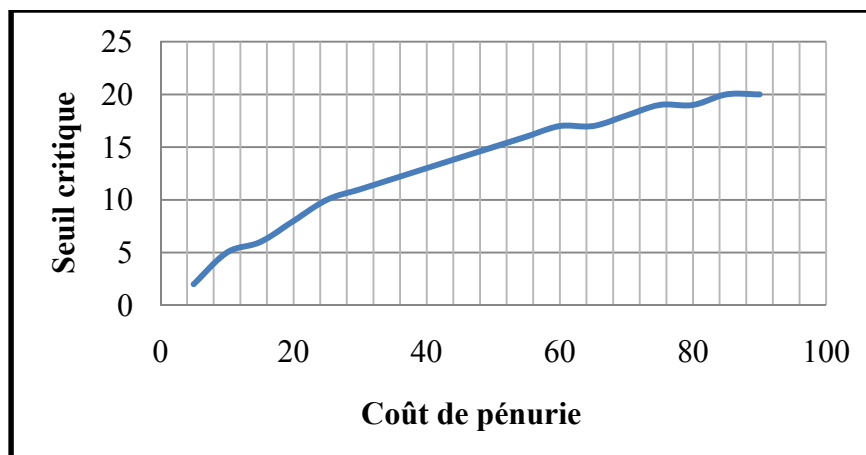


Figure 4.12 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie à l'âge 300.

Ainsi, pour satisfaire une demande constante tout en évitant la rupture et les conséquences liées à cette dernière, la politique de production suggère d'accroître le seuil critique. Cette politique est optimale dans l'optique d'une optimisation des coûts de production. Cette politique répond à la réalité industrielle qui mise sur la mise en inventaire quand le coût de pénurie devient très élevé.

La figure 4.13 suivante montre la variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire ainsi que le coût de pénurie. En mettant ces deux courbes sur une même figure, on montre l'influence opposée que chaque coût exerce sur le seuil critique. En effet, si le seuil critique a tendance à croître avec l'accroissement du coût de pénurie, cette tendance change pour décroître avec l'augmentation du coût d'inventaire.

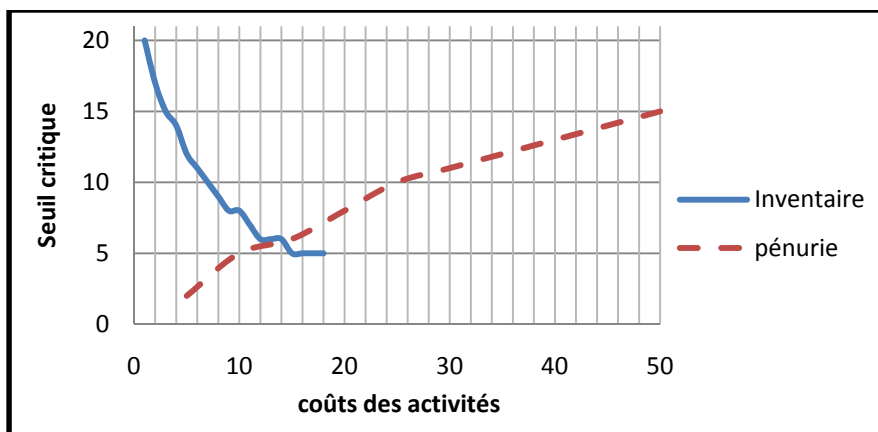


Figure 4.13 Variation du seuil critique en fonction des coûts d'inventaire et de pénurie.

Cette variation répond à la réalité industrielle. Une mise en inventaire devient indispensable si le coût de pénurie devient très élevé, par contre réduire le niveau de l'inventaire reste prioritaire si le coût de mise en inventaire devient dispendieux. Cette comparaison vient conforter les résultats obtenus à travers la résolution avec Matlab.

Après cette analyse de sensibilité des coûts de mise en inventaire et de pénurie qui sont directement liés à l'inventaire comme le montre l'équation 4.7, voyons l'influence des coûts de cadénassage, de réparation et de maintenance sur le coût moyen et aussi sur le seuil critique. Les tableaux 4.4 à 4.6 montrent respectivement cette influence.

Tableau 4.4 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût de cadénassage

Coût de cadénassage	5	10	20	30	40	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Coût moyen	887	888	891	893	895	898	899	900	901	902	904	905	906	907	908	909
Seuil critique à l'âge 300	9	9	9	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8

Tableau 4.5 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût de réparation

Coût de Réparation	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Coût moyen	870	875	881	886	892	898	903	909	915	920	926	932	937	943	948
Seuil critique à l'âge 300	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9

Tableau 4.6 Variation du coût moyen et du seuil critique en fonction du coût de maintenance

Coût de Maintenance	50	55	60	65	70	75	80	85	95	100	110	115	120	125
Coût moyen	897,724	897,729	897,733	897,737	898,742	898,746	898,750	898,755	898,763	898,768	898,776	898,780	898,785	898,789
Seuil critique à l'âge 300	9	9	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8

La figure 4.14 suivante permet de voir l'influence de ces différents coûts sur le coût total moyen. Selon ce graphique, les coûts de cadenassage, de réparation et de maintenance influencent chacun le coût total moyen dans le même sens, mais à des degrés différents

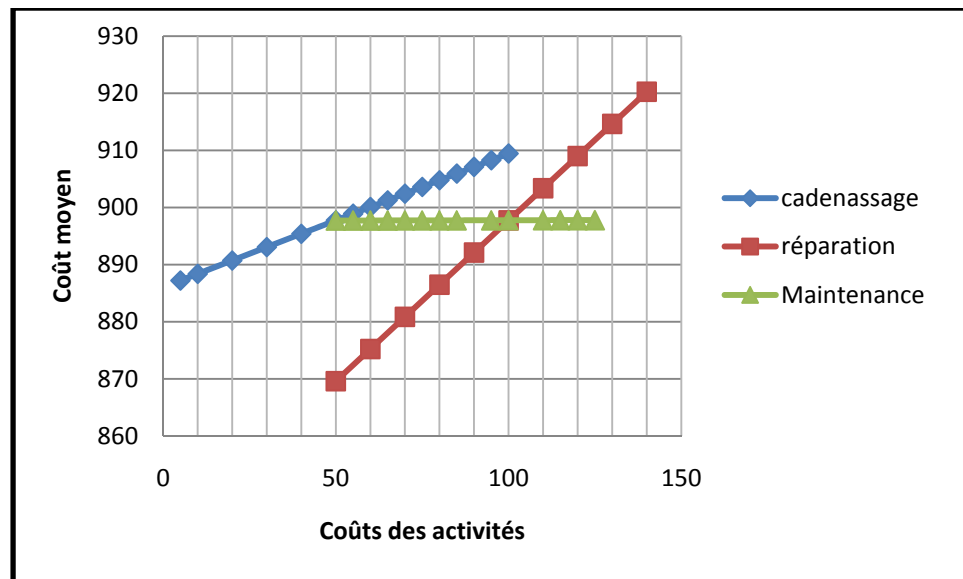


Figure 4.14 Variation du coût moyen en fonction des coûts de cadenassage, de réparation et de maintenance.

En se reportant à l'équation 4.8 qui lie le coût moyen aux coûts de cadenassage, de réparation et de maintenance par le biais du coût instantané défini à l'équation 4.7, on comprend aisément la variation de ces courbes. En effet, l'augmentation ou la diminution quelconque de l'un de ces coûts entraîne la même variation sur le coût total moyen. Cependant, on remarque que le coût de la réparation influe sur le coût moyen plus que le coût de cadenassage qui, à son tour, influe sur le coût moyen plus que le coût de la maintenance. Cette situation s'explique par le fait que la réparation prend plus de temps, d'après notre modèle, et possède un coût plus élevé que celui lié au cadenassage ou à la maintenance.

L'opération de maintenance étant bien planifiée, les opérateurs savent à l'avance l'ensemble des tâches à accomplir, dans un ordre prédéterminé, ce qui permet ainsi de minimiser le temps d'exécution et les coûts d'opération contrairement à la réparation. Dans cette même optique, dans notre modèle et selon nos valeurs, les tâches nécessaires aux opérations de cadenassage qui précèdent la réparation et la maintenance sont connues dans leur ordre d'exécution et prennent moins de temps que la réparation et la maintenance, d'où un coût

plus faible que celui de la réparation. Par contre, le coût de cadenassage malgré qu'il soit inférieur au coût de maintenance, a plus d'influence sur le coût moyen total que ce dernier.

Pour comprendre cette situation, il est bon de se reporter à notre modèle décrit ci-haut. Sur la figure 4.1, on voit bien que notre système comporte cinq (5) états dont deux (2) dans lesquels il est en cadenassage. Donc, pour parcourir ces cinq (5) états, l'unité de production traverse deux (2) fois l'état de cadenassage ce qui occasionne un temps de séjour et un coût supérieur au temps de séjour et au coût alloué à l'état de la maintenance. Ce faisant, on obtient comme le montre la figure 4.14 un coût de cadenassage plus marquant que celui de maintenance concernant leur influence sur le coût total moyen.

Par ailleurs, si nous regardons l'influence de ces mêmes coûts (cadenassage, réparation et maintenance) sur le seuil critique on se rend compte que cette dernière n'est pas significative comme l'illustre la figure 4.15 suivante.

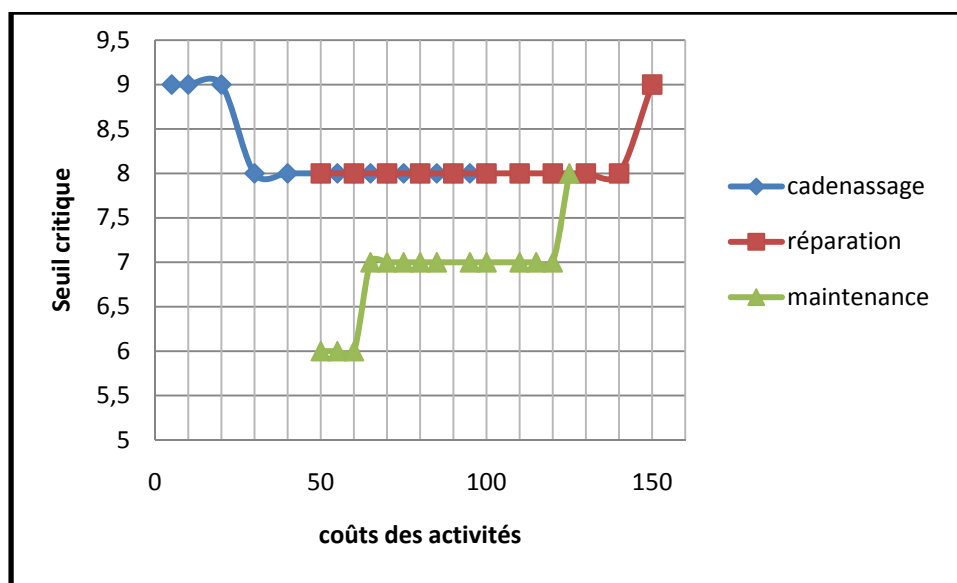


Figure 4.15 Variation du seuil critique en fonction des coûts de cadenassage, de réparation et de maintenance.

D'après ce graphique, nous pouvons constater que la variation du seuil critique n'est que d'une unité, passant de neuf (9) à huit (8) pour les coûts de cadenassage et de réparation, et de six (6) à huit (8) pour le coût de maintenance. Cette situation s'explique par le fait que dans la formulation même du problème considéré dans ce mémoire, les coûts de cadenassage, de réparation et de maintenance ne sont pas liés directement à la dynamique continue du système qu'est le niveau de l'inventaire $x(t)$ comme le montre l'équation 4.7.

4.6 Discussion des résultats

Si l'intégration de la maintenance dans la planification de la production remonte aux années 70 avec le développement des secteurs à risque et d'outils modernes, l'intégration du cadenassage dans la planification de la production n'est qu'à ses débuts. Ce nouvel élément dans la modélisation et la gestion des opérations vise à augmenter la sécurité des intervenants sur les machines. Par ailleurs, cette sécurisation de l'intervention sur les installations doit se faire en respectant les objectifs de la production autant que faire se peut.

Ce faisant, notre premier modèle a consisté à intégrer dans la planification de la production une étape de maintenance corrective précédée d'une étape de cadenassage. Pour le second modèle que nous avons traité, dans l'optique de nous rapprocher des réalités industrielles, l'âge de la machine est tenu en considération. La maintenance préventive est combinée avec la maintenance corrective et chacune est précédée d'une étape de cadenassage d'où le modèle à 5 états.

Les modèles à trois (3) états et à cinq (5) états obtenus, rejoignent respectivement ceux de Charlot (2005) et Charlot *et al.* (2007) par la forme, mais différent de ceux-ci par le fond. En effet, dans le modèle de Charlot (2005) et Charlot *et al.* (2007), les auteurs insèrent l'activité de cadenassage dans une autre activité telle que l'inspection ou la réparation. Par contre, dans notre modèle, nous avons considéré l'étape de cadenassage comme un état à part entière de la machine. Cette considération est le principal apport nouveau de ce travail. Cette intégration du cadenassage dans la planification de la production est faite dans un processus Markovien

homogène dans le chapitre 3 puis dans un processus Markovien non homogène dans le chapitre 4. Ces résultats montrent que l'on peut modéliser eu égard à la sécurité des intervenants sur les machines par l'intégration d'une étape de cadenassage qui élimine les risques dûs au démarrage prématuré des machines lors des activités de maintenance ou de réparation.

Le modèle ainsi obtenu au chapitre 3, est une chaîne de Markov homogène à temps continu et à états discrets. Les modèles, décrits par un processus Markovien constituent la majorité des travaux de recherche sur la modélisation de la dynamique et l'optimisation de la production des systèmes manufacturiers (Ventura et Tafang-Sazi, 1990).

Akella et Kumar (1986) ont démontré que la politique à seuil critique est optimale pour la planification de la production d'un système dont la dynamique est décrite par une chaîne de Markov homogène. Pour les systèmes Markoviens non homogène, Boukas et Hauri (1990), Boukas *et al.* (1996), Kenné et Boukas (2003) proposent une résolution du problème en utilisant les méthodes d'approximations numériques basées sur la méthode de Kushner (Kushner et Dupuis (1992)).

Dans le processus Markovien homogène, comme dans le processus Markovien non homogène que nous avons traité respectivement dans les chapitres 3 et 4, l'optimum est obtenu à partir des équations différentielles partielles d'Hamilton-Jacobi Bellman (HJB). Vu la difficulté d'obtenir une solution analytique de ces équations de HJB, la méthode numérique est utilisée dans la grande majorité des cas. Les résultats obtenus révèlent une politique à seuil critique. Rappelons que la politique à seuil critique est la politique qui préconise de bâtir un inventaire de sécurité non négatif pendant les périodes d'excès de capacité pour pouvoir faire face aux éventuelles insuffisances de capacité futures. Puisqu'il a été démontré que la politique à seuil critique est optimale sous des conditions précises, nous pouvons dire que les coûts obtenus sont optimaux pour les problèmes considérés.

Nos résultats sont comparables à ceux de Boukas (1998), Kenné, Boukas, et Gharbi (2003), Kenné (2004), et Charlot (2005) pour le premier modèle traité (processus Markovien homogène). Et pour le second modèle (processus Markovien non homogène), nos résultats rejoignent ceux de Boukas et Haurie (1990), Boukas et Yang (1996), Kenné et Boukas (2003) et Charlot *et al.* (2007).

Ainsi, nos résultats au niveau de la cohérence et de la plausibilité logique, nous paraissent satisfaisants.

Cependant, étant conscient que la réalité industrielle est plus complexe que les modèles traités, il ne serait pas aussi simple de transférer ces résultats directement sur une unité de production. Les données sont choisies telles que le système considéré soit en mesure de satisfaire la demande sur un horizon infini. Elles ne correspondent donc pas à un système réel.

L'application de ces résultats sur un système va dépendre essentiellement du type de ce système, de son mode de production et des données réelles du système. En plus de ces aspects techniques, l'aspect humain aussi est à prendre en considération. En effet le refus du changement pour nombre de travailleurs est une grande difficulté que rencontrent les gestionnaires. Tout ceci constitue un ensemble de limites sur nos résultats.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié un système manufacturier flexible ou FMS (*Flexible Manufacturing System*) dont le comportement peut être décrit par un état hybride caractérisé par un état discret et un état continu. Le composant discret est donné par le processus stochastique $\zeta(t)$ décrit par cinq (5) états. L'état continu est donné par le niveau de l'inventaire et l'âge du système considéré respectivement $x(t)$, ($x(t) \in \mathbb{R}$) et $a(t)$, ($t \geq 0$).

Contrairement au chapitre précédent, la dépendance du taux de panne de la machine, par rapport à son âge qui illustre l'impact de la durée de vie sur la dynamique du système

considéré ainsi que les autres variables de contrôle, nous donnent des taux de transition non constants d'où un système Markovien non homogène.

Par ailleurs, avec un système Markovien non homogène et une augmentation des états du système, on note une complexité des méthodes numériques et la difficulté de résoudre les équations de HJB. La résolution des conditions d'optimum du problème considéré par la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis (1992)) nous a permis d'obtenir les politiques optimales de production, de maintenance et de cadénassage.

CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés à l'intégration des stratégies de maintenance à la gestion des opérations des systèmes manufacturiers pour un objectif global : trouver une politique optimale de planification de la production et de la maintenance tout en tenant compte de l'aspect sécurité des travailleurs.

Nous avons, dans un premier temps, présenté un système constitué d'une machine produisant un seul type de produit et pouvant se trouver dans trois (3) états différents : opération, cadenassage et réparation. Traditionnellement, nous retrouvons ce type de problème dans la littérature sans l'étape de cadenassage qui constitue une nouvelle approche qui allie un double objectif qui est la satisfaction des exigences de la production et la suppression des risques d'accident liés au démarrage prématuré de la machine.

Du point de vue théorique, nous avons montré à travers la résolution de ce problème qu'il est possible de prévoir une étape de cadenassage nécessaire à la sécurisation des lieux lors des interventions sur la machine. Tout en étant conscient que la dimension SST englobe des aspects plus larges que le cadenassage, nous nous sommes limités aux risques d'accident lors des étapes de réparation et de maintenance pour simplifier l'étude du problème.

Certains acteurs du secteur manufacturier pensent que le cadenassage est une activité à valeur ajoutée nulle car il permet d'immobiliser le système de production plus longtemps. Cependant, il serait bon d'étudier le coût engendré par les accidents dans les systèmes où il n'existe pas de cadenassage contre le coût de cadenassage dans les systèmes où celui-ci est pratiqué.

Dans un second temps, nous avons étudié un modèle plus complexe constitué d'une machine produisant un seul type de produit et pouvant se trouver dans cinq (5) états différents : opération, réparation et maintenance ainsi que les deux (2) étapes de cadenassage qui précèdent ces deux opérations. Nous avons tenu compte de la dégradation de la machine due

à la durée de vie de cette dernière d'où un taux de panne en fonction de l'âge du système. Cette considération nous approche de la réalité industrielle, mais également va complexifier la résolution des équations de programmation dynamique. Compte tenu des conclusions du chapitre 3, nous avons uniquement étudié la planification simultanée de la production et des opérations de maintenance et de cadencage dans le chapitre 4. Ce qui donne une flexibilité à nos différentes politiques optimales de production, de maintenance et de cadencage.

Pour résoudre les conditions d'optimalité du problème considéré, nous avons fait appel aux méthodes numériques basées sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis (1992)). Les résultats obtenus de l'étude de ce modèle permettent d'avoir des politiques à seuil critique (HPP *Haging Point Policy*) qui sont optimales comme montré dans Akella et Kumar (1986) Boukas et Haurie (1990), Boukas *et al.* (1996), Kenné et Boukas (2003). L'implantation des méthodes numériques nous a permis d'avoir une bonne approximation de ces politiques optimales.

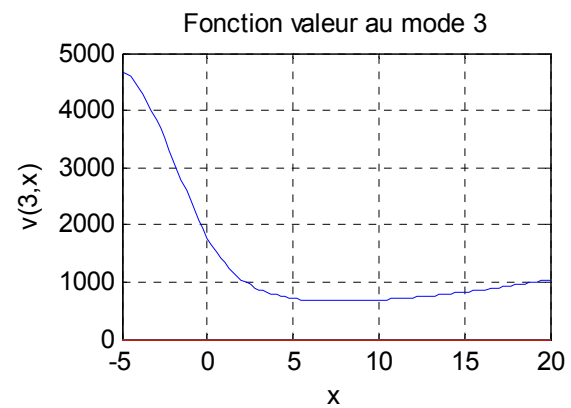
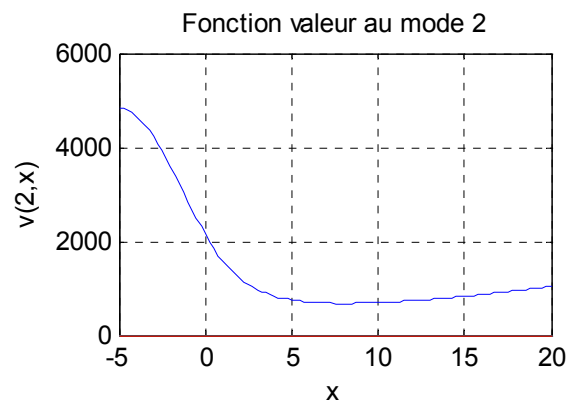
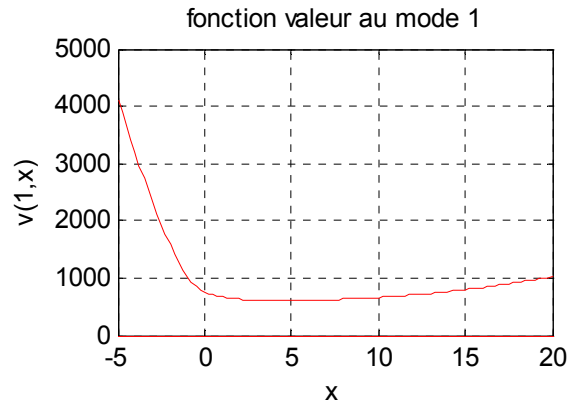
Nous avons effectué plusieurs analyses de sensibilité sur les modèles développés qui nous ont permis d'illustrer le comportement du modèle dépendamment de ses paramètres. Ceci nous a permis d'avoir plusieurs courbes montrant l'impact du coût d'une activité sur le coût total moyen, d'une part, et, d'autre part, sur le seuil critique. Cette analyse nous a permis de pouvoir conclure qu'on peut bâtir une politique optimale de planification de la production et de la maintenance tout en tenant compte de l'aspect de la sécurité par le biais du cadencage. Elle nous a permis aussi de montrer que les politiques avec des paramètres contrôlés sont de loin plus intéressantes.

Par ailleurs il importe nous semble-t-il d'élargir cette étude à d'autres modèles comme M1P2 (une machine fabriquant 2 produits) et M2P2 (deux (2) machines fabriquant (2) produits), en particulier, et MnPm (plusieurs machines fabriquant plusieurs produits), en général afin d'avoir des résultats qui couvrent un plus grand nombre de systèmes manufacturiers. Il serait aussi fort intéressant d'aborder ce même problème sous un autre angle notamment l'utilisation d'autres approches d'optimisation, de la simulation combinée des plans

d'expérience, entre autres. Ceci permettrait de mieux consolider les résultats obtenus et ouvrirait sur une étude comparative entre les différentes approches.

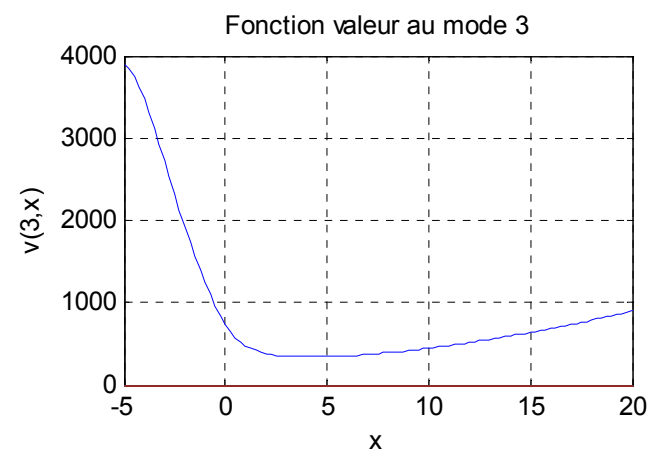
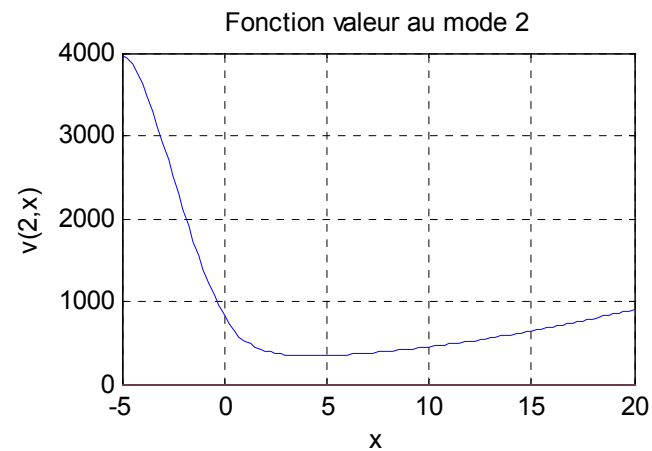
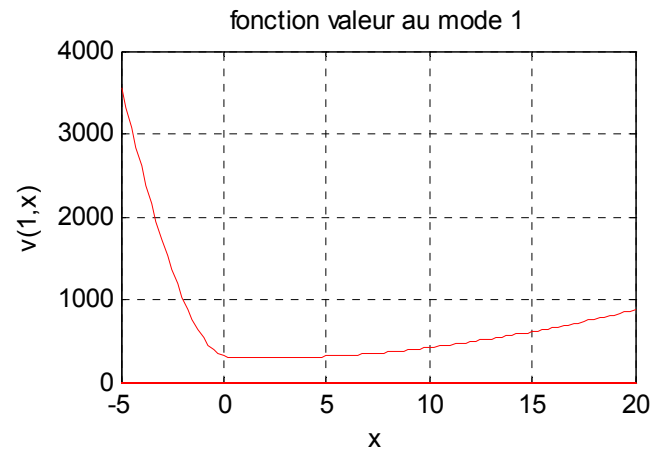
ANNEXE I

FONCTIONS VALEUR MODÈLE M1P1 3 ÉTATS TAUX DE TRANSITION MINIMAUX



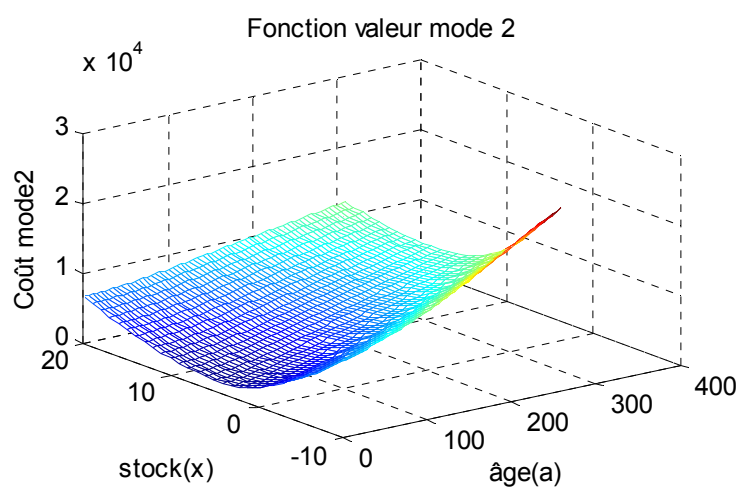
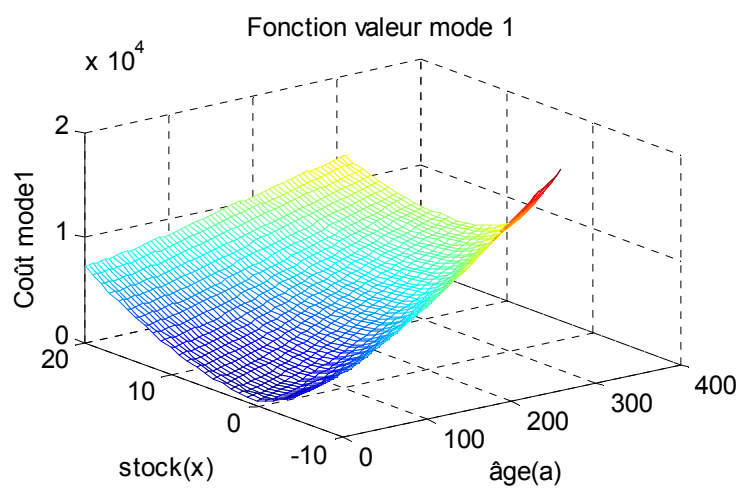
ANNEXE II

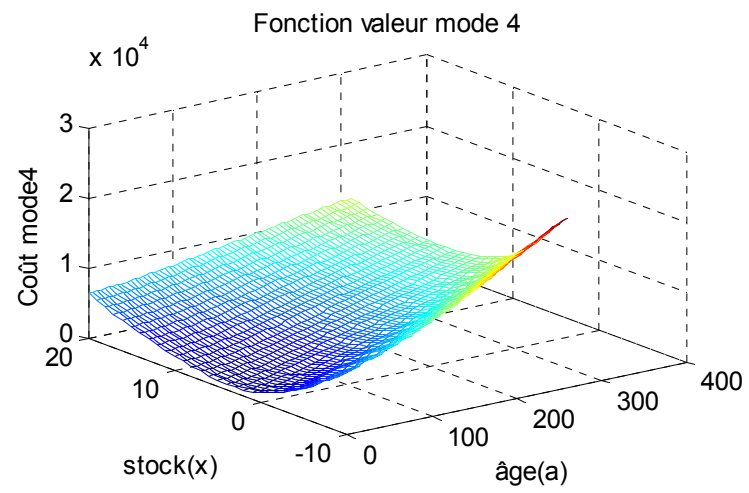
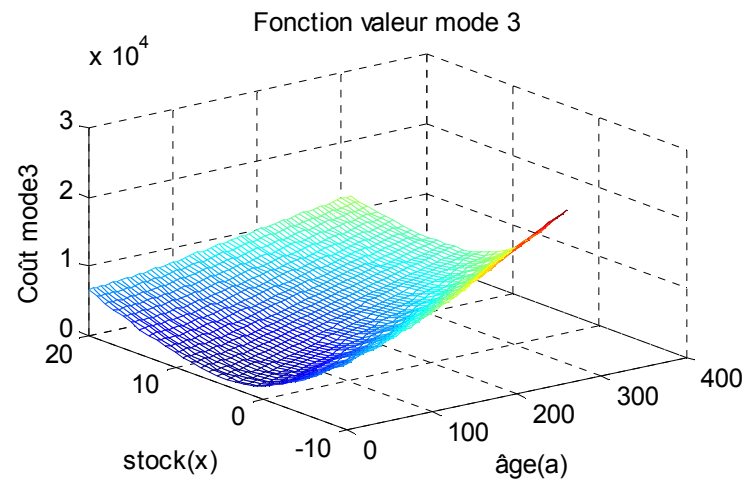
FONCTIONS VALEURS MODÈLE M1P1 3 ÉTATS TAUX DE TRANSITION MAXIMAUX

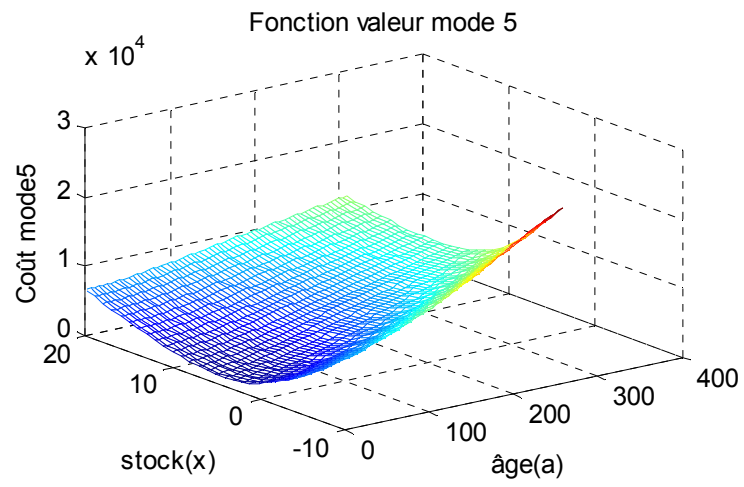


ANNEXE III

FONCTIONS VALEURS MODÈLE M1P1 5 ÉTATS TAUX DE TRANSITION VARIABLES







ANNEXE IV

PROGRAMME PRINCIPALE DU MODÈLE MIP1 3 ÉTATS TAUX DE TRANSITION VARIABLES

```
<%Paramètres du modèle
hx1=0.25; %pas suivant x
Um=0.27; % taux de production max
d=0.2; %taux de demande
rho=0.01;%taux d'actualisation
c1p=1; % pénalise l'inventaire positif
c1m=20; % penalise l'inventaire negatif
cr=30; % pénalise le cout de réparation de la machine
ccr=5; % pénalise le cadénassage avant la réparation
%Éléments de a matrice des taux de transition
q12=0.01; %taux de panne
q23min = 0.33;% taux de cadénassage mini
q23max = 1;% taux de cadénassage maxi
q31min=0.1; %taux de réparation mini
q31max=0.2; %taux de réparation maxi
q21=0;
q32=0;
% Faisabilité du système
Q=[];QT=[];BB=[];NU=[];
Q(1,2)=q12;Q(1,3)=0;Q(1,1)=-(Q(1,2)+Q(1,3));
Q(2,1)=q21;Q(2,3)=q23min;Q(2,2)=-(Q(2,1)+Q(2,3));
Q(3,1)=q31min;Q(3,2)=q32;Q(3,3)=-(Q(3,1)+Q(3,2));
QT=Q';
QT(1,1)=1;QT(1,2)=1;QT(1,3)=1;
BB=[1 0 0];
NU=QT^(-1)*BB';
```

```

faisa=NU(1)*Um-d;
if faisa>=0
    display ('système faisable')
else
    display ('système non faisable')
end

x1inf=-10; % borne inférieure de l'inventaire
x1sup=50; % borne supérieure de l'inventaire
Nx1=1+(x1sup-x1inf)/hx1; %nombre d'éléments de la grille

cont1=[]; %taux de production pour un outil parfait
cont2=[]; %taux de cadénassage
cont3=[]; %taux de réparation

VV=[];
UU1=[]; %taux de production au mode 1
UU2=[]; %taux de cadénassage
UU3=[]; %taux de réparation

Va1=[];
Va2=[];
Va3=[];

VP1M=[];
VP2M=[];
VP3M=[];

xx1=[];
UU1(1)=0;

```

```
UU1(2)=d;
UU1(3)=Um;
```

```
UU2(1)=q23min;
UU2(2)=q23max;
```

```
UU3(1)=q31min;
UU3(2)=q31max;
```

```
Vp1=zeros(Nx1);
Vp2=zeros(Nx1);
Vp3=zeros(Nx1);
```

```
Va1=zeros(Nx1);
Va2=zeros(Nx1);
Va3=zeros(Nx1);
```

```
it=0; precis=0.001;
Err=100000; %pour while err > precis
```

```
for i=1:Nx1
    cont1(i)=0;
    cont2(i)=q23min;
    cont3(i)=q31min;
```

```
end
```

```
C1MAX=0; C1MIN=5e+10;
while Err > precis %boucle d'iteration
```

```

Er=0;
C1MAX=0; C1MIN=5e+10;
it=it+1;
%Évaluation de la politique
for i=1:Nx1
    x1=x1inf+(i-1)*hx1;
    xx1(i)=x1;
    u1=cont1(i);
    u2=cont2(i);
    u3=cont3(i);

    [Va11
Va31]=cout(i,x1,hx1,u1,u2,u3,Vp1,Vp2,Vp3,d,Nx1,rho,q12,c1p,c1m,cr,ccr);
    Va1(i)=Va11;
    Va2(i)=Va21;
    Va3(i)=Va31;

    if abs(Va1(i)-Vp1(i))>C1MAX
        C1MAX=abs(Va1(i)-Vp1(i));
    end
    if abs(Va1(i)-Vp1(i))< C1MIN
        C1MIN=abs(Va1(i)-Vp1(i));
    end
    if abs(Va2(i)-Vp2(i))>C1MAX
        C1MAX=abs(Va2(i)-Vp2(i));
    end
    if abs(Va2(i)-Vp2(i))<C1MIN
        C1MIN=abs(Va2(i)-Vp2(i));
    end
    if abs(Va3(i)-Vp3(i))>C1MAX

```

```

        C1MAX=abs(Va3(i)-Vp3(i));
    end
    if abs(Va3(i)-Vp3(i))< C1MIN
        C1MIN=abs(Va3(i)-Vp3(i));
    end
end % end de for i=1: politique d'évaluation
vmin=(rho/(1-rho))*C1MIN;
vmax=(rho/(1-rho))*C1MAX;
Err=abs(vmin-vmax);
Vp1=Va1;
Vp2=Va2;
Vp3=Va3;
%Politique d'amélioration
V1_op=5e+10;
V2_op=5e+10;
V3_op=5e+10;

for i=1:Nx1
    VP1M=1000000;
    VP2M=1000000;
    VP3M=1000000;

    x1=x1inf+(i-1)*hx1;
    xx1(i)=x1;
    for c1=1:3
        u1=UU1(c1);
    for c2=1:2
        u2=UU2(c2);
    for c3=1:2
        u3=UU3(c3);

```

```

[Va11
Va31]=cout(i,x1,hx1,u1,u2,u3,Vp1,Vp2,Vp3,d,Nx1,rho,q12,c1p,c1m,cr,ccr);
    if Va11 < VP1M
        VP1M = Va11;
        cont1(i)=u1;
    end
    if Va21 < VP2M
        VP2M = Va21;
        cont2(i)=u2;
    end
    if Va31 < VP3M
        VP3M = Va31;
        cont3(i)=u3;
    end
    if Va11 < V1_op
        V1_op=Va11;
        X1_op=x1;
    end
    if Va21 < V2_op
        V2_op=Va21;
        X2_op=x1;
    end
    if Va31 < V3_op
        V3_op=Va31;
        X3_op=x1;
    end

end %for c1
end %for c2

```

```

        end    %for c3
        Va1(i)=VP1M;
        Va2(i)=VP2M;
        Va3(i)=VP3M;
    end % for i=x1 politique d'amélioration
end % itération while

Hedging_point1 =X1_op;
Hedging_point2 =X2_op;
Hedging_point3 =X3_op;
Cout_moyen=NU(1)*V1_op+NU(2)*V2_op+NU(3)*V3_op
figure(1)
plot(xx1,Va1,'r')
xlabel ('x')
ylabel('v(1,x)')
title('fonction valeur au mode 1')
grid on

figure(2)
plot(xx1,Va2)
xlabel('x')
ylabel('v(2,x)')
title('Fonction valeur au mode 2')
grid on

figure(3)
plot(xx1,Va3)
xlabel('x')
ylabel('v(3,x)')
title('Fonction valeur au mode 3')

```

```
grid on
```

```
figure(4)  
plot(xx1,cont1)  
xlabel('x')  
ylabel('u1(1,x)')  
title('taux de production au mode 1')  
grid on
```

```
figure(5)  
plot(xx1,cont2)  
xlabel('x')  
ylabel('u2(1,x)')  
title('taux de cadenassage')  
grid on
```

```
figure(6)  
plot(xx1,cont3)  
xlabel('x')  
ylabel('u3(1,x)')  
title('taux de réparation')  
grid on
```

```
return;
```


BIBLIOGRAPHIE

- Akella, R. et P. Kumar. 1986. « Optimal Control of Production Rate in a Failure Prone Manufacturing System ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol.31, n° 2, p. 116-126.
- Benton, W.C. et S. Hojung. 1998. « Manufacturing planning and control: The evolution of MRP and JIT integration ». *European Journal of Operational Research*, vol.110, n° 3, p. 411-440.
- Barlow, R. E. et F. Proschan. 1965. « Mathematical theory of Reliability ». *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Philadelphia.
- Benton, W.C.A.H.S. 1998. « Manufacturing planning control ». *European Journal of Operational Research*, vol.110, n° 3, p. 411-440.
- Boukas, E.K. 1987. « Commande optimale stochastique appliqué aux systèmes de production ». Thèse de doctorat, Montréal, École Polytechnique de Montréal.
- Boukas, E. K. 1998. « Hedging Point Policy Improvement ». *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 97, no.1, p. 47-70.
- Boukas, E. K. et A. Haurie. 1990. « Manufacturing Flow Control and Preventive Maintenance. A Stochastic Approach ». *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 33, no.9, p. 1024-1031.
- Boukas, E. K. et H. Yang. 1996. « Optimal Control of Manufacturing Flow and Preventive Maintenance ». *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 41, no.6, p. 881-886.
- Charlot, E., 2005. « Optimisation intégrée de la production, de la planification de la maintenance et la gestion des opérations de cadencage ». Mémoire de maîtrise en génie mécanique, Montréal, École de Technologie Supérieure, 153p.
- Charlot, E, J.P. Kenné et S. Nadeau. 2007. « Optimal production, maintenance and lockout tagout control policies in manufacturing systems ». *International Journal of Production Economics*, vol.107, p. 435-450.
- Chinniah, Y et M. Champoux. 2008. *La sécurité des machines automatisées : Analyse des risques et des moyens de protection sur une presse à injection de plastique*. R-557. Montréal : IRSST, 93p.
- Daoust, A. 2003. *Le cadencage, une question de survie*. Québec : Napierville, 94 p.

- Dehayem. N, F.I. 2009. « Commande optimale stochastique appliquée à la gestion de capacité des systèmes dynamiques en environnement manufacturier ». Thèse de Doctorat en génie, Montréal, École de technologie supérieure, 229 p.
- Goldratt E. et F. Cox, 1984. *Le but : l'excellence en production*. 2^{ed.}, Paris : Association française de normalisation, 269 p.
- Gélinas, R, .1997. *Vous avez dit Juste-à-temps ?* Montréal : Les Éditions de la Chenelière inc. 141 p.
- Giraud, L. D. Ait-Kadi, É. Ledoux, J-J. Paques et S. Tanchoux. 2008. *La maintenance : État de la connaissance et étude exploratoire*. R-578. Montréal : IRSST, 61p.
- Ho, J.C. et Y.-L. Chang. 2001a. « An integrated MRP and JIT framework ». *Computers and Industrial Engineering*, vol.41 n° 2, p. 173-185.
- Ho, J.C. et Y.L. Chang. 2001b. An integrated MRP and JIT framework. *Computers and Industrial Engineering*, vol.41 no 2, p. 173-185.
- Jamali, A. M. 2004. « Modélisation et validation de politiques optimales de maintenance préventive ». Thèse de doctorat en génie mécanique, Université Laval, Canada, 195 p.
- Kenné, J.-P. 2004. « Commande optimale stochastique appliquée à la gestion de production d'une unité de fabrication ». *RS-JESA*, vol 38, no 3-4, p. 269-290.
- Kenné, J.-P. 1997. « Planification de la production et de la maintenance des systèmes de production: Approche hiérarchisée ». Thèse de doctorat en génie mécanique, Montréal, École Polytechnique, Canada, 152p.
- Kenné, J.-P. 1999. « Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system ». *International Journal of Production Research*, vol. 37, no 3, p. 621–637.
- Kenné, J.-P. and E.K. Boukas. (2003). « Hierarchical Control of Production and Maintenance Rates in Manufacturing Systems ». *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, vol. 9, no.1, p. 66-82.
- Kenné, J.-P, E.K. Boukas et A. Gharbi. 2003. « Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system ». *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 38, no 3-4, p. 351-365.
- Kenné, J.-P. et A. Gharbi. 2000. « Production Planning Problem in Manufacturing Systems with General Failure and Repair Time Distributions ». *Journal of Production Planning and Control*, vol. 11, no 6, p. 581-588.

- Kenné, J.P et A. Gharbi. 2001. « A simulation optimization approach in production planning of failure prone manufacturing systems ». *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 12, p. 421-431.
- Kimemia, J G. et S.B. Gershwin. 1983. « An algorithm for computer control of production in flexible manufacturing systems ». *IIE Transactions*, vol. 15, no.4, p. 353-362.
- Krupp, J.A.G. 2002. « Integrating kanban and MRP to reduce lead time ». *Production and Inventory Management Journal*, vol. 43, no 3-4, p. 78-82.
- Kurtulus, I. 1996. « Evaluation of the sepehri-silver-new heuristic in mrp systems - part III ». In *Proceedings of the 1996 27th Annual Meeting of the Decision Sciences Institute. Part 2 (of 3)*. (Orlando, FL, USA, November 24-26 1996), p 1322. Atlanta, GA, United States, Decis Sci Inst.
- Kushner H.J.et P. Dupuis. 1992. *Numerical methods for stochastic control problems in continuous time*. New York: Springe.
- Lamouri, S et T. André. 2000. « Two level master production schedule and planning bills in a just in time MRP context ». *International Journal of Production*, vol.15, n° 5, p. 534-549.
- Lewis, M.A. 2007. « Charles babbage: Reclaiming an operations management pioneer ». *Journal of Operations Management*, vol. 25 n° 2, p. 248-259.
- Machuca, J.A.D., Gonzalez-Zamora, M.D.M. et Aguilar-Escobar, V.G., 2007a. « Service operations management research ». *Journal of Operations Management*, vol. 25 n°3, p. 585-603.
- Machuca, J.A.D, Z.M.D.M. González. et E. V.G. Aguilar. 2007b. « Service operations management research ». *Journal of Operations Management*, vol.25, no 3, p. 585-603.
- Mason, M. 1997. « Whither MRP ? ». *Manufacturing Engineer*, vol. 76, no 5, p 212-214.
- Mckay, D.J. 1993. « MRPII concepts for process control engineers ». *ISA Transactions*, vol.32, no 2, p. 133-137.
- Orlicky, J. A. 1975. *Material requirements planning: the new way of life in production and inventory management*. . New York : McGraw-Hill, 292p.
- Ourari S. 2003. « Approches et Outils d'Aide à la Décision pour le Pilotage des Systèmes de Production » CISTEMA 2003, Tlemcen

- Olsder, G.J. et R. Suri. 1980. « Time optimal control of parts-routing in a manufacturing system with failure prone machines ». *In Proceedings of the 19th IEEE Conference on decision and control*. (Albuquerque, NM, December 10-12 1980), p. 722-727. NJ, IEEE, Piscataway.
- Pandey, P.C. Y Pisal et A Sunisa. 2000. « A finite capacity material requirements planning system ». *Production Planning and Control*, vol. 11, no 2, p. 113-121.
- Plenert, G. 1999. « Focusing material requirements planning (MRP) towards performance ». *European Journal of Operational Research*, vol. 119, no 1, p. 91-99.
- Prasad, S. et S. Babbar. 2000. « International operations management research ». *Journal of Operations Management*, vol. 18, no 2, p. 209-247.
- Rishel, R. 1975. « Control of systems with jump Markov disturbances ». *IEEE Transactions on automatic Control*, vol. AC-20, no 2, p. 241-244.
- Segerstedt, A. 1996. « Formulas of MRP ». *International Journal of Production Economics*, vol. 46-47, p. 127-136.
- Sprague, L.G. 2007. « Evolution of the field of operations management ». *Journal of Operations Management*, vol. 25, no 2, p. 219-238.
- Stevenson, W et C. Benedetti. 2006. *La gestion des opérations : Produits et services*, 2e éd Montréal : Chenelière/McGraw-Hill, 249p.
- Taal, M. et J.C. Wortmann. 1997. « Integrating MRP and finite capacity planning ». *Production Planning and Control*, vol. 8, no 3, p. 245-254.
- Ventura J. A. et Tofang-Sazi. 1990. « Models of Production Lines with Flexible Workstations ». *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, vol. 2, p. 217-236.
- Wuttipornpun, T et Y Pisal. 2004. « Development of finite capacity material requirement planning system for assembly operations ». *Production Planning and Control*, vol. 15, no 5, p. 534-549.