

## TABLE DES MATIÈRES

|  |             |
|--|-------------|
| <i>Remerciements</i> .....   | <i>iii</i>  |
| <i>Table des matières</i> .....  | <i>iv</i>   |
| <i>Liste des figures</i> .....   | <i>vii</i>  |
| <i>Liste des tableaux</i> .....  | <i>xiii</i> |
| <i>Résumé</i> .....  | <i>1</i>    |
| <i>Liste des variables</i> .....   | <i>2</i>    |
| <i>Liste des annexes</i> .....   | <i>5</i>    |
| <i>Chapitre 1</i> .....  | <i>6</i>    |
| <i>Introduction aux application des radiofréquences et des micro-ondes</i> ..... | <i>6</i>    |
| <b>1.1. Quelques exemples d'applications</b> .....                               | <b>7</b>    |
| 1.1.1. Télécommunication .....   | 7           |
| 1.1.2. Santé .....   | 8           |
| 1.1.3. Agroalimentaire .....   | 9           |
| 1.1.4. Industrie de séchage .....  | 9           |
| 1.1.5. Traitement du bois .....  | 10          |
| <b>1.2. Problématique</b> .....  | <b>11</b>   |
| <b>1.3. Objectifs de notre travail</b> .....                                     | <b>12</b>   |
| 1.3.1. Objectifs .....   | 12          |
| 1.3.2. Données expérimentales .....  | 13          |
| <i>Chapitre 2</i> .....  | <i>42</i>   |
| <i>Chauffage diélectrique du bois</i> .....                                      | <i>42</i>   |

|  |                  |
|--|------------------|
| <b>2.1. Chauffage du bois par ondes électromagnétiques .....</b>         | <b>42</b>        |
| <b>2.2. Propriétés du bois .....</b>                                     | <b>43</b>        |
| 2.2.1. Propriétés physiques .....  | 43               |
| 2.2.2. Propriétés diélectriques .....                                    | 44               |
| <b>2.3. Mécanisme du chauffage diélectrique .....</b>                    | <b>45</b>        |
| 2.3.1. Polarisation.....   | 45               |
| 2.3.2. Interaction entre bois et ondes électromagnétiques .....          | 46               |
| 2.3.2.1 Formulation de l'équation d'énergie sous forme d'enthalpie ..... | 49               |
| 2.3.2.2 Equations de Maxwell Ampère-Faraday .....                        | 51               |
| 2.3.2.3 Puissance dissipée dans le bois .....                            | 55               |
| 2.3.2.4 La profondeur de pénétration .....                               | 56               |
| <b>Chapitre 3 .....</b>  | <b>59</b>        |
| <b><i>Modélisation par éléments finis du dégel du bois .....</i></b>     | <b><i>59</i></b> |
| <b>3.1. Forme intégrale faible .....</b>                                 | <b>60</b>        |
| <b>3.2. Fonctionnelle de l'équation de conductivité thermique .....</b>  | <b>62</b>        |
| <b>3.3. Formulation par la méthode des éléments finis .....</b>          | <b>62</b>        |
| 3.3.1. Discrétisation par éléments finis .....                           | 62               |
| 3.3.2. Expression du flux .....  | 66               |
| 3.3.3. Conditions aux limites .....                                      | 67               |
| 3.3.4. Matrice de capacité thermique .....                               | 67               |
| 3.3.5. Schéma implicite d'intégration du temps.....                      | 68               |
| <b>3.4. Simulation .....</b>   | <b>68</b>        |
| 3.4.1. Représentation analytique des propriétés diélectriques .....      | 68               |
| 3.4.2. Conclusion .....  | 86               |
| <b>Chapitre 4 .....</b>  | <b>88</b>        |
| <b><i>Présentation des résultats .....</i></b>                           | <b><i>88</i></b> |

|   |            |
|---|------------|
| <b>4.1. Évolution de la température.....</b>                            | <b>88</b>  |
| 4.1.1. Chêne blanc.....   | 89         |
| 4.1.2. Isorel.....  | 90         |
| 4.1.3. Sapin de douglas .....   | 92         |
| <b>4.2. Évolution de la température au centre du chêne blanc.....</b>   | <b>95</b>  |
| <b>4.3. Temps de dégel en fonction de la teneur en humidité .....</b>   | <b>96</b>  |
| 4.3.1. Chêne blanc.....   | 97         |
| 4.3.2. Isorel.....  | 98         |
| 4.3.3. Sapin de douglas .....   | 100        |
| <b>4.4. Étude comparative du temps de dégel des trois espèces .....</b> | <b>103</b> |
| <b>4.5. Énergie latente nécessaire pour le dégel complet .....</b>      | <b>108</b> |
| <br>  |            |
| <i>Conclusion.....</i>  | <i>111</i> |
| <i>Perspectives .....</i>   | <i>113</i> |
| <i>Références .....</i>   | <i>114</i> |
| <i>Annexes .....</i>  | <i>119</i> |
| Annexe1 .....   | 119        |
| Annexe2 .....   | 123        |
| Annexe3 .....   | 129        |

## LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Évolution de la permittivité relative du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%

Figure 2 : Évolution du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%

Figure 3 : Évolution de la permittivité relative du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%

Figure 4 : Évolution du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%

Figure 5 : Évolution de la permittivité relative du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

Figure 6 : Évolution du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

Figure 7 : Évolution de la permittivité relative du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%

Figure 8 : Évolution du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%

Figure 9 : Évolution de la permittivité relative du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%

Figure 10 : Évolution du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%

Figure 11 : Évolution de la permittivité relative du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

Figure 12 : Évolution du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

Figure 13 : Évolution de la permittivité relative de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%

Figure 14 : Évolution du facteur de perte de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%

Figure 15 : Évolution de la permittivité relative de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%

Figure 16 : Évolution du facteur de perte de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%

Figure 17 : Évolution de la permittivité relative de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

Figure 18 : Évolution du facteur de perte de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

Figure 19 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 65%

Figure 20 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 65%

Figure 21 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 80%

Figure 22 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 80%

Figure 23 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 90%

Figure 24 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 90%

Figure 25 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 65%

Figure 26 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 65%

Figure 27 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 80%

Figure 28 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 80%

Figure 29 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 90%

Figure 30 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 90%

Figure 31 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 65%

Figure 32 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 65%

Figure 33 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 80%

Figure 34 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 80%

Figure 35 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 90%

Figure 36 : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 90%

Figure 37 : Maillage de la structure bois avec  $x=5\text{cm}$  ;  $y=2\text{cm}$  et  $z=2\text{cm}$

Figure 38 : Évolution de la température suivant x pour le chêne blanc à 1MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Figure 39 : Évolution de la température suivant x pour le chêne blanc à 50MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Figure 40 : Évolution de la température suivant y pour l'isorel à 1MHz en fonction de du temps et de la teneur en humidité

Figure 41 : Évolution de la température suivant x pour l'isorel à 50MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Figure 42 : Évolution de la température suivant z pour le sapin de douglas à 1MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Figure 43 : Évolution de la température suivant z pour le sapin de douglas à 50MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Figure 44 : Évolution de la température au centre de la structure du chêne blanc à 1MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Figure 45 : Évolution de la température au centre de la structure du chêne blanc à 50MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Figure 46 : Temps de dégel du chêne blanc pour 1MHz en fonction de la teneur en humidité

Figure 47 : Temps de dégel du chêne blanc pour 50MHz en fonction de la teneur en humidité

Figure 48 : Temps de dégel de l'isorel pour 1MHz en fonction de la teneur en humidité

Figure 49 : Temps de dégel de l'isorel pour 50MHz en fonction de la teneur en humidité

Figure 50 : Temps de dégel du sapin de douglas pour 1MHz en fonction de la teneur en humidité

Figure 51 : Temps de dégel du sapin de douglas pour 50MHz en fonction de la teneur en humidité

Figure 52 : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 65% à 1MHz



Figure 53 : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 65% à 50MHz

Figure 54 : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 80% à 1MHz

Figure 55 : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 80% à 50MHz

Figure 56 : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 90% à 1MHz

Figure 57 : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 90% à 50MHz

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 1MHz

Tableau 2 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 50MHz

Tableau 3 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 1MHz

Tableau 4 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 50MHz

Tableau 5 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 1MHz

Tableau 6 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 50MHz

Tableau 7 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 1MHz

Tableau 8 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 50MHz

Tableau 9 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 1MHz

Tableau 10 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 50MHz

Tableau 11 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 1MHz

Tableau 12 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 50MHz

Tableau 13 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 1MHz

Tableau 14 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 50MHz

Tableau 15 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 1MHz

Tableau 16 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 50MHz

Tableau 17 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 1MHz

Tableau 18 : Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 50MHz

Tableau 19 : Propriétés thermophysiques du bois

Tableau 20 : Propriétés thermophysiques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65%

Tableau 21 : Propriétés thermophysiques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80%

Tableau 22 : Propriétés thermophysiques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90%

Tableau 23 : Propriétés thermophysiques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65%

Tableau 24 : Propriétés thermophysiques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80%

Tableau 25 : Propriétés thermophysiques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90%

Tableau 26 : Propriétés thermophysiques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65%

Tableau 27 : Propriétés thermophysiques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80%

Tableau 28 : Propriétés thermophysiques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90%

Tableau 29 : Énergie et temps nécessaires pour le dégel complet du bois des trois espèces en fonction de la teneur en humidité à 1MHz

Tableau 30 : Énergie et temps nécessaires pour le dégel complet du bois des trois espèces en fonction de la teneur en humidité à 50MHz

## RÉSUMÉ

Le chauffage diélectrique est une technique visant à chauffer des matériaux peu conducteurs électriquement et généralement thermiquement. C'est une des techniques d'applications des ondes électromagnétiques dans plusieurs secteurs d'ingénierie tels que la télécommunication, l'agroalimentaire, la médecine, la pharmacie, le séchage, etc.

En ce qui concerne le chauffage diélectrique du bois, la majorité des travaux rencontrés dans la littérature sont orientés vers l'utilisation des micro-ondes. En ce qui concerne les radiofréquences, il n'y a pas de travaux qui élucident l'impact de ces ondes sur le chauffage et le dégel du bois. C'est dans ce contexte que le projet s'inscrit et a pour objectif la caractérisation du temps de dégel du bois par radiofréquence. A cet effet, l'équation d'énergie, sous forme d'enthalpie volumique, est considérée. Pour la modélisation numérique, nous avons considéré la méthode des éléments finis 3D, par le biais du code *ThermoForm*.

Pour l'étude, nous avons considéré trois structures en bois : Chêne blanc, Sapin de Douglas et l'Isorel. Les propriétés thermophysiques sont considérées dépendantes de la température et de l'humidité. Pour l'analyse, deux fréquences sont considérées (1 MHz et 50 MHz) et trois humidités relatives (65% ; 80% et 90%). La température initiale des structures est  $-15^{\circ}\text{C}$ .

## LISTE DES VARIABLES

**Symboles latins**

| <b>Symbole</b> | <b>Grandeur</b>                                 | <b>Unité</b>   |
|----------------|---|----------------|
| x,y,z          | Coordonnées spatiales                           | m.             |
| t              | Temps   | s.             |
| T              | Température                                     | °C.            |
| $T_{\infty}$   | Température du milieu ambiant                   | °C.            |
| k              | Conductivité thermique                          | W .m-1. °C-1.  |
| $C_p$          | Capacité thermique                              |                |
| $Q_{rad}$      | Source radiative                                | W. m-3.        |
| h              | Coefficient d'échange de chaleur par convection | W. m-2 . °C-1. |
| f              | Fréquence                                       | s-1.           |
| c              | Vitesse de la lumière                           | m. s-1.        |
| d              | Profondeur de pénétration                       | m.             |

**Symboles grecs**

| <b>Symbole</b> | <b>Grandeur</b>                       | <b>Unité</b> |
|----------------|---------------------------------------|--------------|
| $\eta, \xi$    | Coordonnées de l'élément de référence |              |
| $\mu, \mu_0$   | Perméabilités magnétiques du milieu   | H. m-1.      |

|   |                                       |            |
|---|---------------------------------------|------------|
|   | et du vide                            |            |
| $\rho$  | Masse volumique                       | Kg. m-3.   |
| $\omega$                                      | Pulsation                             | s-1.       |
| $\sigma$                                      | Conductivité électrique               | S.m-1.     |
| $\epsilon, \epsilon', \epsilon'', \epsilon_0$ | Permittivités diélectriques           | C.V-1.m-1. |
| $\kappa', \kappa''$                           | Permittivités diélectriques relatives |            |
| $\alpha$                                      | Constante de phase                    |            |
| $\beta$                                       | Constante d'atténuation               | m-1.       |

### Vecteurs

| <b>Symbole</b> | <b>Grandeur</b>                  | <b>Unité</b> |
|----------------|----------------------------------|--------------|
| S              | Vecteur Poynting                 | W. m-2.      |
| E, E*          | Champ électrique et son conjugué | V. m-1. *    |
| B, B*          | Champ magnétique et son conjugué | T.           |
| D              | Induction électrique             | C. m-2.      |
| J              | Densité de courant               | A. m-2       |

H

Enthalpie volumique

J



## LISTE DES ANNEXES

|  |     |
|--|-----|
| Annexe 1 : Formulation de l'équation de conservation de l'énergie.....     | 113 |
| Annexe 2 : Transformation des intégrales dans l'élément de référence ..... | 117 |
| Annexe 3 : Résolution analytique de l'équation de la chaleur à 1D.....     | 124 |

## CHAPITRE 1

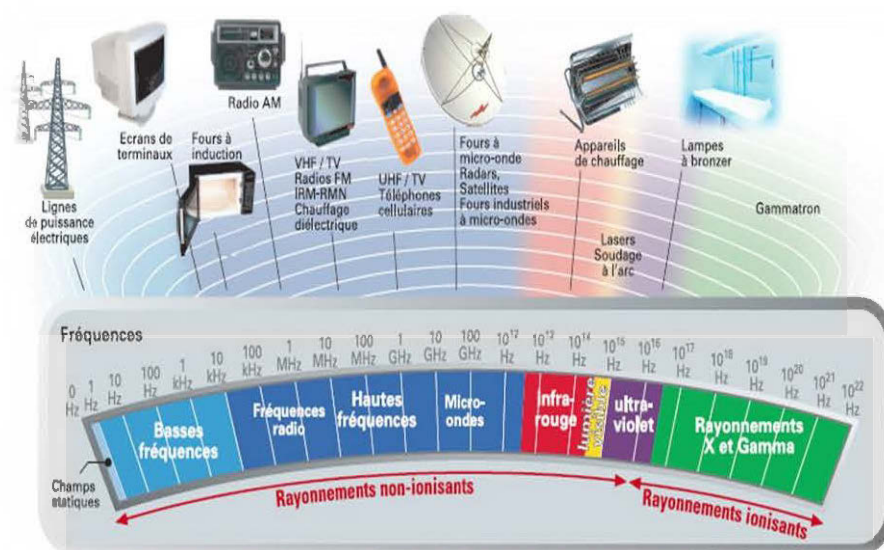
### INTRODUCTION AUX APPLICATIONS DES RADIOFRÉQUENCES ET DES MICRO-ONDES

La notion de chauffage diélectrique regroupe principalement deux techniques, basées sur les mêmes principes mais sur des critères de fonctionnalité différents, qui sont le chauffage par radiofréquences et par micro-ondes.

Ces dernières sont des ondes électromagnétiques qui ne diffèrent que par leurs intervalles de fréquence d'application :

- Les radiofréquences, qui sont souvent appelées basses fréquences, occupent la gamme de 10kHz à 300MHz, avec des plus grandes longueurs d'onde pouvant varier de 1m à 1000m ;
- Les micro-ondes couvrent l'intervalle de 300MHz à 300GHz, avec des longueurs d'ondes plus faibles allant de 1mm à 1m.

Cependant, toutes les valeurs de cet intervalle ne sont pas utilisées dans diverses applications. Pour éviter que les ondes ne soient absorbées par l'atmosphère et pour une meilleure sécurité environnementale, les fréquences inférieures à 12GHz sont généralement exploitées. C'est dans ce cadre que les fours à micro-ondes par exemple produisent souvent des ondes de l'ordre de 915-2450MHz et sont souvent mis en application pour les usages ISM (industriels, scientifiques et médicaux).



Source : [www.google.ca/searchq=spectre+des+micro-ondes&biw](http://www.google.ca/searchq=spectre+des+micro-ondes&biw)

Leurs applications récentes, innovatrices et en développement, avec des résultats comparables à ceux des procédés conventionnels, sont aussi nombreuses que variées et concernent plusieurs domaines notamment l'ingénierie (télécommunication, radioastronomie, électronique, radiométrie, la télémétrie (détermination d'une distance par la technique de l'écho), la navigation, la surveillance de guidage des armes, dans les réseaux professionnels (taxis, police, gendarmerie, pompiers) et de l'industrie (agroalimentaire, médecine, pharmacie, séchage, traitement phytosanitaire du bois, le chauffage du bois, etc.).

## 1.1. Quelques exemples d'application des radiofréquences et des micro-ondes

### 1.1.1. Télécommunication

Les techniques électromagnétiques avec des fréquences souvent supérieures à 10MHz sont généralement utilisées dans ce secteur comme moyen pour transporter

l'information : télévision, radar, téléphonie, informatique (Oberlin, 1999; Roussy *et al.*, 2003), avec des longueurs d'onde du même ordre ou supérieures aux dimensions des équipements et pouvant varier jusqu'à 0,75m.

Les applications des ondes électromagnétiques telles les radiofréquences (y compris les micro-ondes également) englobent la vaste majorité des réseaux sans fil tels que Bluetooth, wifi, WiMax, cellulaire et satellite ; radars aériens et maritimes, talkies walkies, interphone pour bébé, de même que les systèmes d'alarmes sans fil. Tous sont munis d'une très grande capacité et permettent de couvrir de grandes distances également (Metaxas et Meredith, 1983; Oberlin, 1999). De plus, la radiolocalisation aéronautique, les détecteurs de victimes d'avalanches et les systèmes de commande sont aussi impliqués dans les techniques d'applications de ces ondes électromagnétiques (Balaton, 1987).

Beaucoup de résultats prouvent que c'est une alternative sécuritaire, avec une mise en place rapide et une grande productivité qui correspond bien aux attentes des consommateurs ([devicom.com/les-reseaux-micro-ondes/](http://devicom.com/les-reseaux-micro-ondes/)).

### **1.1.2. Santé**

Les ondes électromagnétiques sont beaucoup sollicitées dans le domaine médical pour plusieurs applications (Anon, 1987; Metaxas et Meredith, 1983; Oberlin, 1999), notamment l'hyperthermie micro-ondes qui est utilisée pour le traitement des tumeurs cancéreuses de même que la radiothérapie qui permet de bloquer la multiplication des cellules cancéreuses, l'imagerie telle que la radiographie et l'échographie ainsi que le collage des poches de sang. Le dermawand est une application des radiofréquences utilisée pour le traitement des soins du visage. Le séchage sous vide des produits pharmaceutiques est à prendre en considération grâce aux techniques des micro-ondes de même que le séchage des produits pulvérulents, des encres, la déshydratation et la déminéralisation qui sont aussi à considérer grâce à cette technique électromagnétique.

En effet, le chauffage diélectrique joue également un rôle remarquable sur la protection de l'environnement grâce au traitement des déchets comme la décontamination de micro-organismes, la désactivation et l'inertage des déchets hospitaliers.

### **1.1.3. Agroalimentaire**

L'utilisation des ondes électromagnétiques commence à être importante en agroalimentaire et offre une large gamme de solutions pour ce marché (Metaxas et Meredith, 1983; Roussy *et al.*, 2003; Thourel, 1979). Parmi celles-ci, nous pouvons mentionner le tempéage qui consiste à une remontée de la température jusqu'à  $-2^{\circ}$  ou  $-3^{\circ}\text{C}$  maximum, la décongélation de la viande, du poisson ; la transformation des produits de collation, la cuisson et le traitement thermique de denrées comestibles comme la viande, le poisson, la boulangerie-pâtisserie ainsi que l'extraction et le traitement des liquides. La pasteurisation des fruits de mer, du jus de fruits frais, la stérilisation du lait, des pots de confiture ; la torréfaction des grains de café, le séchage de la canne à sucre et des sauterelles sont également à considérer grâce à ces applications. Cette technique est aussi appliquée pour écosser les huitres et griller les cacahuètes, les noisettes et les amandes.

### **1.1.4. L'industrie du séchage**

Les techniques diélectriques sont utilisées pour divers procédés de séchage industriel (Bordure *et al.*, 1985; Heistercamp *et al.*), tels que : des espèces végétales (fleurs), du tabac, de la tête des allumettes, des papiers dans l'industrie du textile, des vêtements, de la peinture et du vernissage dans le domaine de la menuiserie. Il s'y ajoute aussi le séchoir à feuilles du placage qui est un processus consistant à réduire la teneur en humidité jusqu'à 7% ou moins, la vulcanisation du caoutchouc et le séchage de la céramique. De même, le soudage des matières thermoplastiques (PVC, polyamides, etc.) et le collage d'assemblages des composites pour les automobiles sont bien effectués grâce cette application.

Il est important de noter que ce processus est aussi appliqué pour le séchage du bois. L'économie de temps et de fonds et le maintien de la qualité du matériau semblent être les principaux facteurs de motivation aux dépens des autres méthodes plus couramment utilisées, notamment les séchages à l'air, au four traditionnel, sous pression, etc. (Ayoub. H ; (Grinchik *et al.*, 2015)Oloyede et Groombridge, 2000).

#### **1.1.5. Traitement du bois**

Un autre aspect avantageux des micro-ondes est leur utilité comme moyen pour désinfecter les objets en bois notamment les meubles, les cadres, les statuts, etc. pour détruire les espèces biologiques nuisibles tels que les champignons, les insectes et les moisissures (Baillot, 1985).

En outre, avec la mondialisation, les échanges des produits contenant du bois incluant les matériaux d'emballage, ont été identifiés comme la principale cause d'introduction des espèces nuisibles exotiques dans les pays de réception, qui menacent des secteurs d'importance capitale dont l'agriculture, la foresterie et la santé publique (Tkacz, 2002 ; Haack *et al.*, 2014; Hulbert et Hughes, 1990).

Avec les remarquables dégâts que ces micro-organismes ont conduits, on compte parmi ceux-ci la disparition d'espèces animales et végétales, des maladies de forêts, des écosystème en péril, des dommages environnementaux ainsi que de fortes dépenses économiques (Osinski *et al.*, 1993; Shyy et Rao, 1994a). La NIMP a mis en place l'accord d'application des mesures phytosanitaires.

Pour prévenir et réduire de façon considérable les risques d'introduction et de propagation de ces espèces, l'irradiation aux micro-ondes est une alternative répondant bien aux besoins face à cette problématique car elle est rapide, peu coûteuse, facile à intégrer dans une ligne de production et écologiquement plus sécuritaire que d'autres méthodes telle que le traitement chimique (Fonseca *et al.*, 2014 ; J. M. Henin *et al.*, 2014).

## 1.2. Problématique

Beaucoup d'auteurs ont eu à travailler sur le chauffage du bois par micro-ondes sur les différents phénomènes qui peuvent en découler, parmi ceux-ci, nous pouvons citer :

- Antti, A. L. et Perre, P. (1999). A microwave applicator for on line wood drying: Temperature and moisture distribution in wood. *Wood Science and Technology*, 33 (2), 123-138.
- Erchiqui, F., Annasabi, Z., Koubaa, A., Slaoui-Hasnaoui, F. et Kaddami, H. (2013). Numerical modelling of microwave heating of frozen wood. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 91 (9), 1582-1589.
- Grinchik, N. N., Adamovich, A. L., Kizina, O. A. et Kharma, U. M. (2015). Modeling of Heat and Moisture Transfer in Wood in Finish Drying by the Energy of a Microwave Field. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*.
- Hansson, L., Antti, A. L., Lundgren, N. et Hagman, O. (2006). Finite element modeling (FEM) simulation of interactions between wood and microwaves. *Journal of Wood Science*, 52 (5), 406-410.
- Hoover, K., *et al.* (2010). Lethal temperature for pinewood nematode, *Bursaphelenchus xylophilus*, in infested wood using microwave energy. *Journal of Nematology*, 42 (2), 101-110.
- Koubaa, A., Perré, P., Hutcheon, R., & Lessard, J. (2008). Complex dielectric properties of the sapwood of aspen, white birch, yellow birch, and sugar maple. *Drying Technology*, 26(5), 568-578. doi :10.1080/07373930801944762
- Oloyede, A. et Groombridge, P. (2000). The influence of microwave heating on the mechanical properties of wood. *Journal of Materials Processing Technology*, 100 (1-3), 67-73.

Cependant, nous constatons dans la littérature qu'il n'y a pas beaucoup de travaux comparatifs sur les effets des radiofréquences pour le dégel du bois. C'est dans ce contexte que notre projet s'inscrit et s'intéresse aux espèces de bois américains pour une température initiale de -15°C.

### 1.3. Objectifs du travail

#### 1.3.1 Objectifs

Nous avons orienté notre intérêt sur le travail de *James, W. L. (1975)* qui porte sur la variation des propriétés diélectriques (constante diélectrique et tangente de perte), de trois espèces de bois américains (sapin de douglas, chêne blanc, isorel), dans les directions longitudinale, radiale et tangentielle, en fonction de la température, de la fréquence appliquée et de la teneur en humidité relative.

Dans cette étude, chaque espèce de bois a été coupée et sciée dans trois directions différentes (longitudinale, radiale et tangentielle), puis mise en condition d'équilibre dans une pièce à 80°F avec des teneurs en humidité de 30%, 65%, 80% ou 90% et ensuite trempée dans de l'eau distillée. Une feuille d'aluminium liée à l'argent avec un conducteur de contact électriquement adhésif a été utilisée de même que les bords des échantillons ont été scellés par de minces bandes de plastique afin d'éviter les pertes d'humidité dans les tranches de bois. Ainsi pour chaque direction, la constante diélectrique et la tangente de perte ont été obtenues et celles-ci en fonction de l'humidité relative (65, 80 et 90), de la température (-20, 5, 25, 45, 70 et 90°C) et des fréquences appliquées (20Hz à 50MHz).

Les données suivantes ont été tirées à partir des résultats de ce travail, mais concernent seulement la direction longitudinale de ces trois espèces ainsi que deux valeurs de fréquences spécifiques qui sont 1MHz et 50MHz.

Les tableaux ci-dessous, illustrent les valeurs des propriétés diélectriques (permittivité relative et facteur de perte) des trois espèces, en fonction de la teneur en humidité (65, 80 et 90%), de la température et de la fréquence (1MHz et 50MHz) à partir desquelles nous représentons les variations des propriétés diélectriques (permittivité relative et facteur de perte) en fonction des fréquences, de la température et de la teneur en humidité.



### 1.3.2 Données expérimentales

- ✚ Pour le sapin de douglas (douglas fir)
  - ❖ Avec une teneur en humidité de 65%
    - À 1MHz

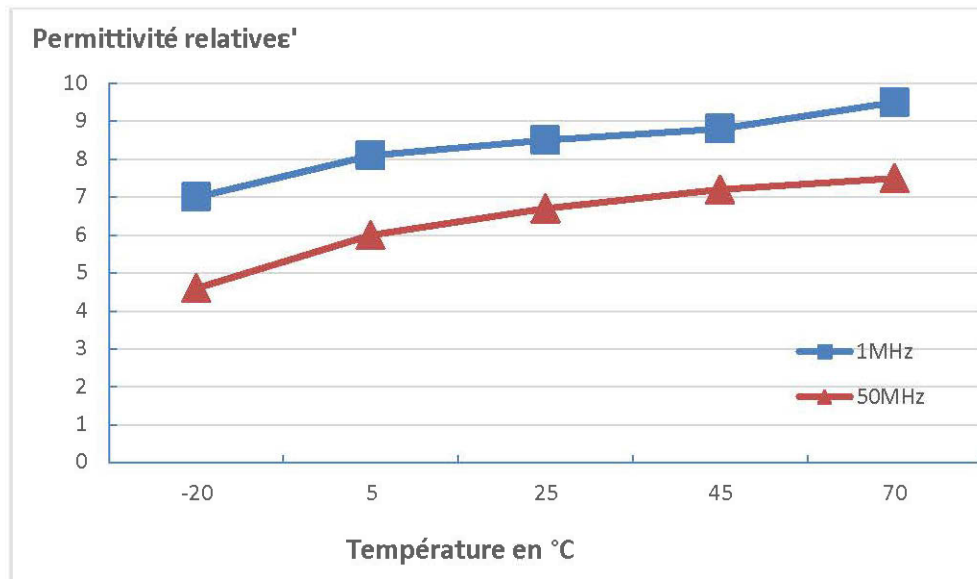
| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 7                                 | 0,98                          |
| 5                | 8,1                               | 0,7614                        |
| 25               | 8,5                               | 0,7565                        |
| 45               | 8,8                               | 1,056                         |
| 70               | 9,5                               | 2,47                          |

**Tableau 1:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 1MHz

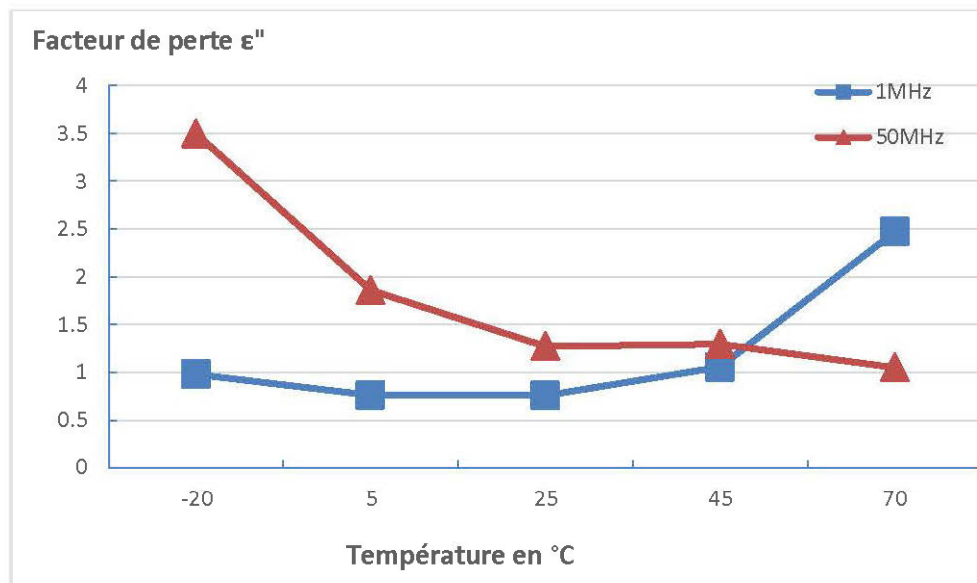
- À 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 4,6                               | 3,496                         |
| 5                | 6                                 | 1,86                          |
| 25               | 6,7                               | 1,273                         |
| 45               | 7,2                               | 1,296                         |
| 70               | 7,5                               | 1,05                          |

**Tableau 2:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 50MHz



**Figure 1:** Évolution de la permittivité relative du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%



**Figure 2:** Évolution du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%

❖ Avec une teneur en humidité de 80%

- À 1MHz

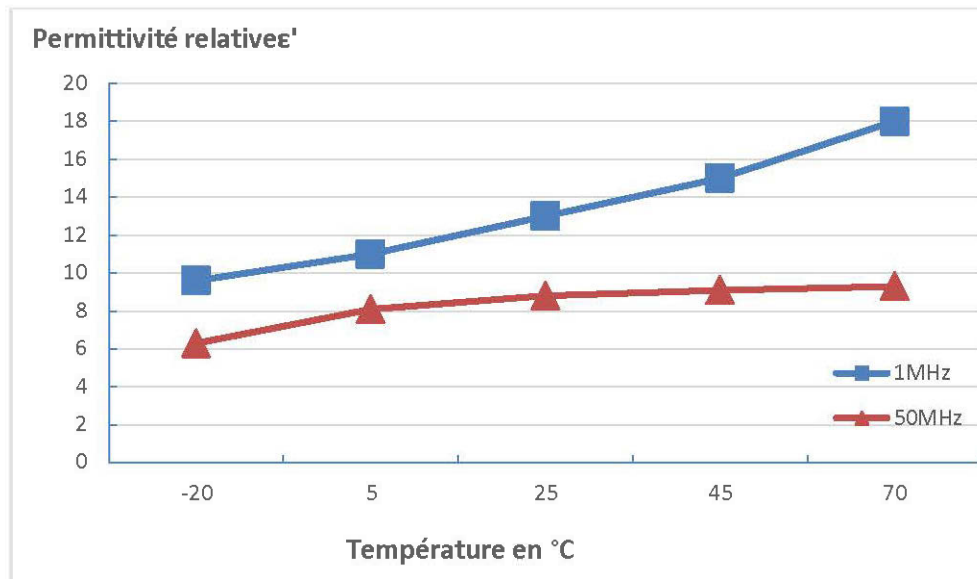
| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 9,6                               | 1,536                         |
| 5                | 11                                | 2,75                          |
| 25               | 13                                | 5,2                           |
| 45               | 15                                | 9,3                           |
| 70               | 18                                | 21,6                          |

**Tableau 3:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 1MHz

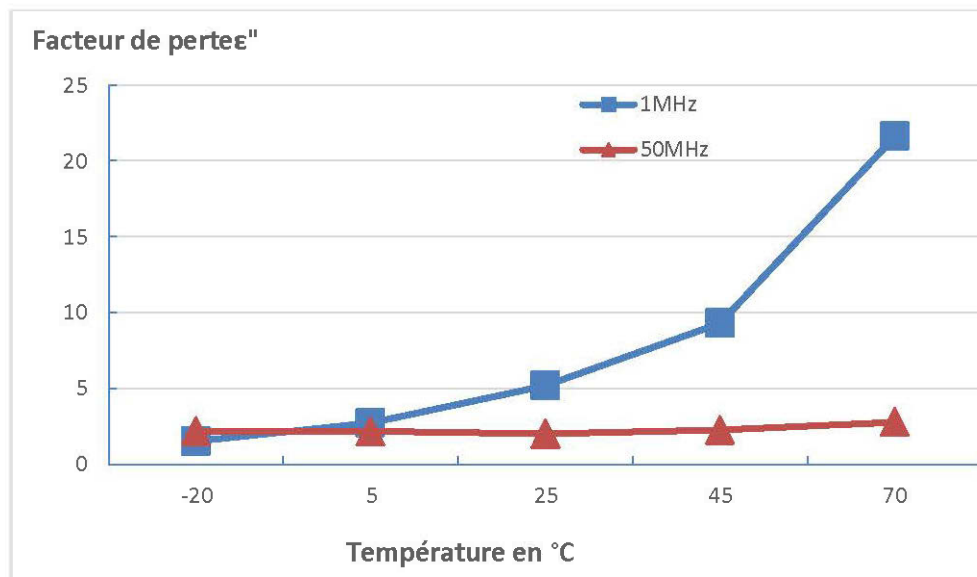
- À 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 6,3                               | 2,205                         |
| 5                | 8,1                               | 2,187                         |
| 25               | 8,8                               | 2,024                         |
| 45               | 9,1                               | 2,275                         |
| 70               | 9,3                               | 2,79                          |

**Tableau 4:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 50MHz



**Figure 3:** Évolution de la permittivité relative du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%



**Figure 4:** Évolution du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%

❖ Avec une teneur en humidité de 90%

- À 1MHz

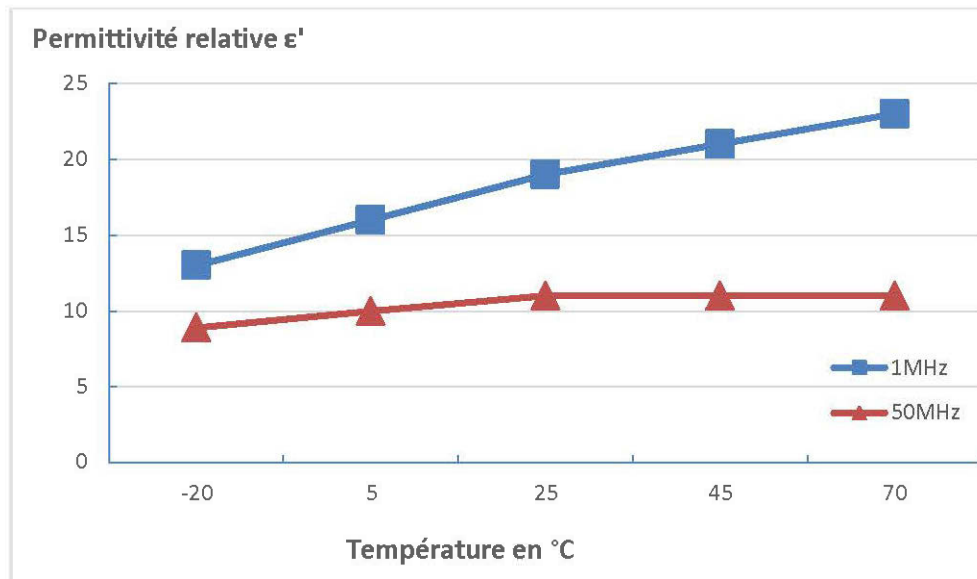
| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 13                                | 2,73                          |
| 5                | 16                                | 6,88                          |
| 25               | 19                                | 15,77                         |
| 45               | 21                                | 27,3                          |
| 70               | 23                                | 62,1                          |

**Tableau 5:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 1MHz

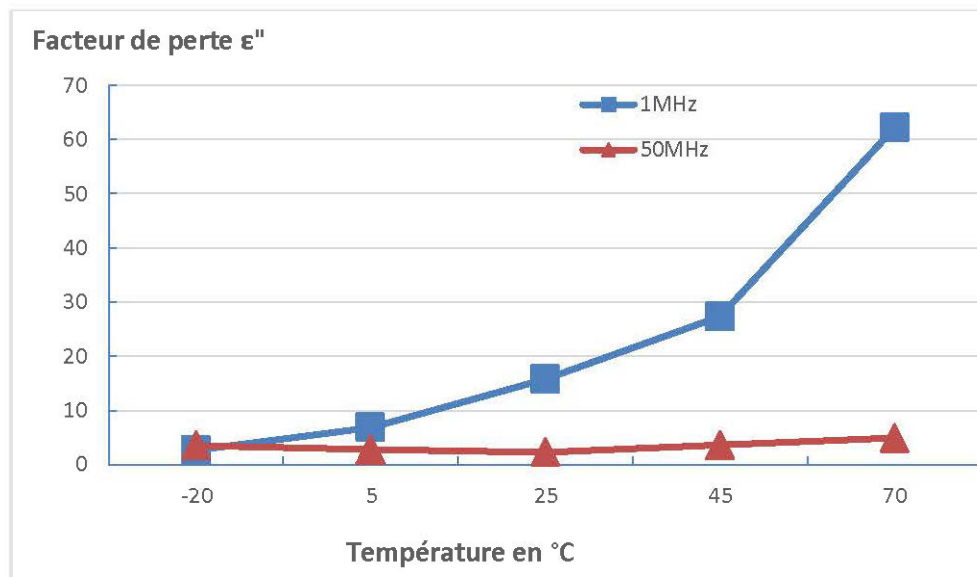
- À 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 8,9                               | 3,56                          |
| 5                | 10                                | 2,8                           |
| 25               | 11                                | 2,31                          |
| 45               | 11                                | 3,63                          |
| 70               | 11                                | 4,95                          |

**Tableau 6:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 50MHz



**Figure 5:** Évolution de la permittivité relative du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%



**Figure 6:** Évolution du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

✚ Pour le chêne blanc

❖ Avec une teneur en humidité de 65%

• À 1MHz

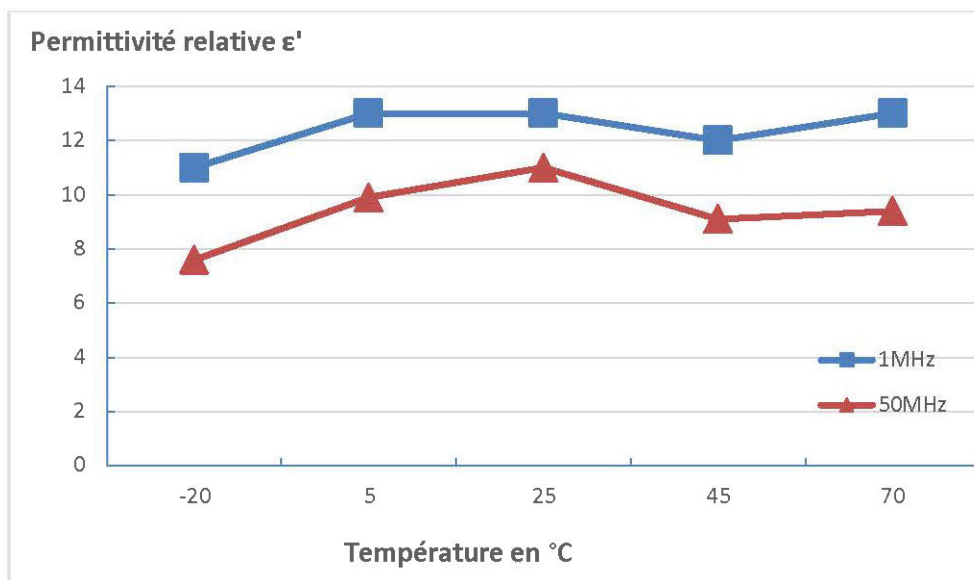
| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 11                                | 7,15                          |
| 5                | 13                                | 1,222                         |
| 25               | 13                                | 1,3                           |
| 45               | 12                                | 2,28                          |
| 70               | 13                                | 5,2                           |

**Tableau 7:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 1MHz

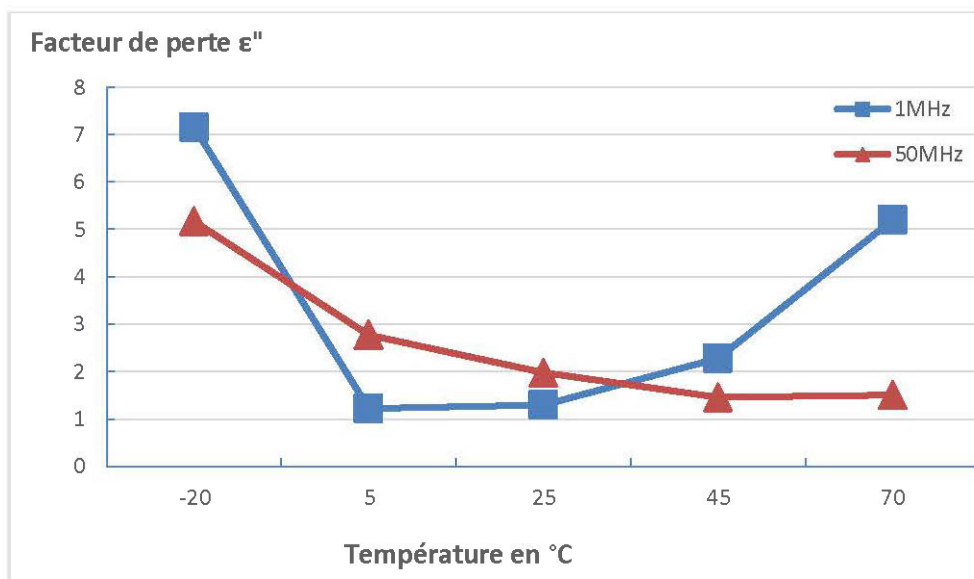
• À 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 7,6                               | 5,168                         |
| 5                | 9,9                               | 2,772                         |
| 25               | 11                                | 1,98                          |
| 45               | 9,1                               | 1,456                         |
| 70               | 9,4                               | 1,504                         |

**Tableau 8:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 50MHz



**Figure 7:** Évolution de la permittivité relative du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%



**Figure 8:** Évolution du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%



❖ Avec une teneur en humidité de 80%

- À 1MHz

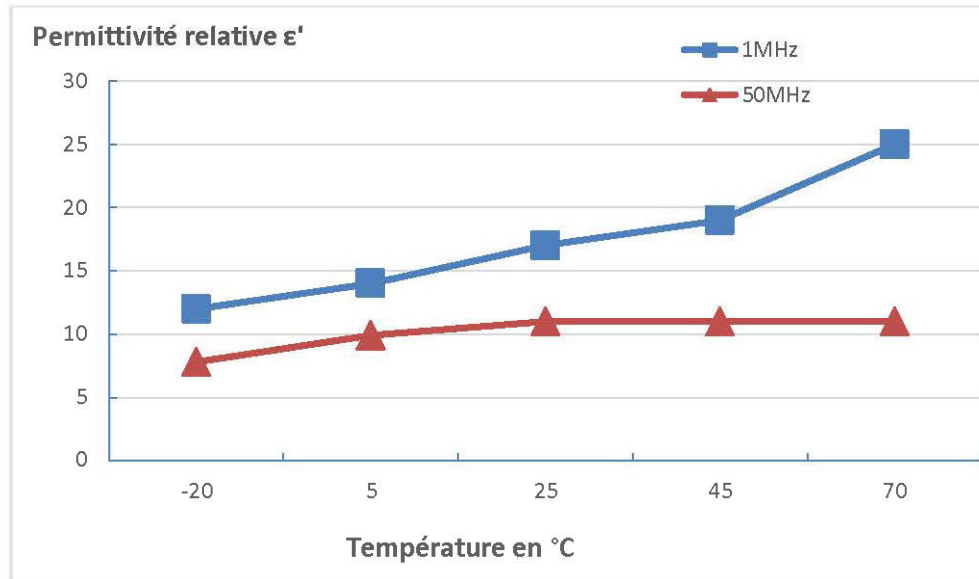
| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 12                                | 1,92                          |
| 5                | 14                                | 3,64                          |
| 25               | 17                                | 8,16                          |
| 45               | 19                                | 15,01                         |
| 70               | 25                                | 35                            |

**Tableau 9:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 1MHz

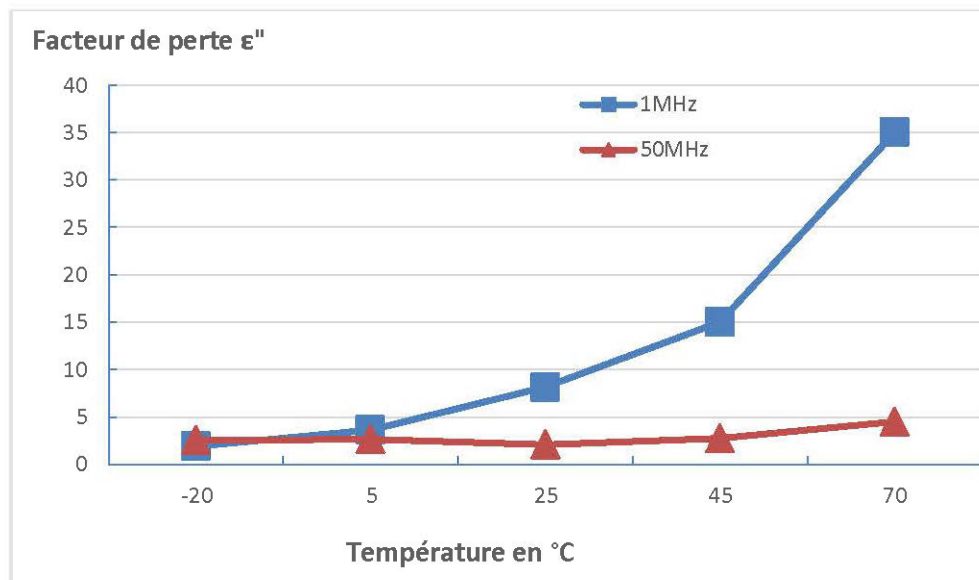
- À 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 7,8                               | 2,574                         |
| 5                | 9,9                               | 2,673                         |
| 25               | 11                                | 2,09                          |
| 45               | 11                                | 2,75                          |
| 70               | 11                                | 4,51                          |

**Tableau 10:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 50MHz



**Figure 9:** Évolution de la permittivité relative du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%



**Figure 10:** Évolution du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%

❖ Avec une teneur en humidité de 90%

- À 1MHz

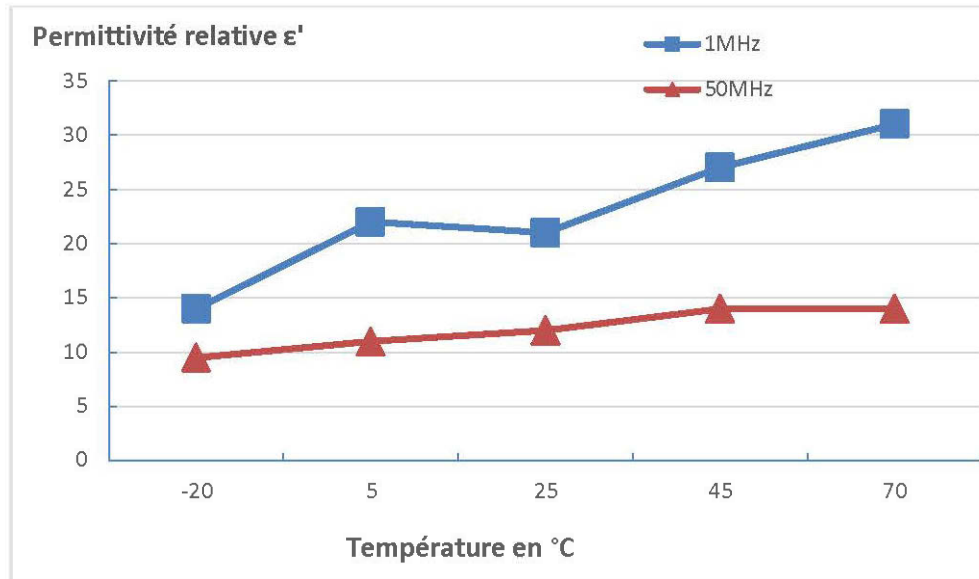
| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 14                                | 3,78                          |
| 5                | 22                                | 12,54                         |
| 25               | 21                                | 23,1                          |
| 45               | 27                                | 48,6                          |
| 70               | 31                                | 120,9                         |

**Tableau 11:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 1MHz

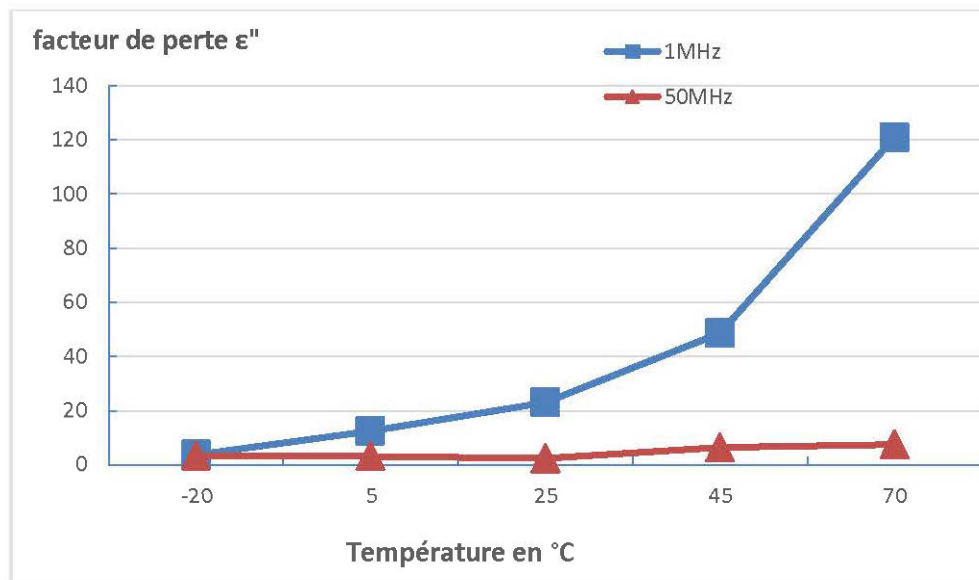
- À 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative $\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 9,5                               | 3,42                          |
| 5                | 11                                | 3,19                          |
| 25               | 12                                | 2,4                           |
| 45               | 14                                | 6,44                          |
| 70               | 14                                | 7,56                          |

**Tableau 12:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 50MHz



**Figure 11:** Évolution de la permittivité relative du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%



**Figure 12:** Évolution du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

✚ Pour l'isorel

❖ Avec une teneur en humidité de 65%

- À 1MHz

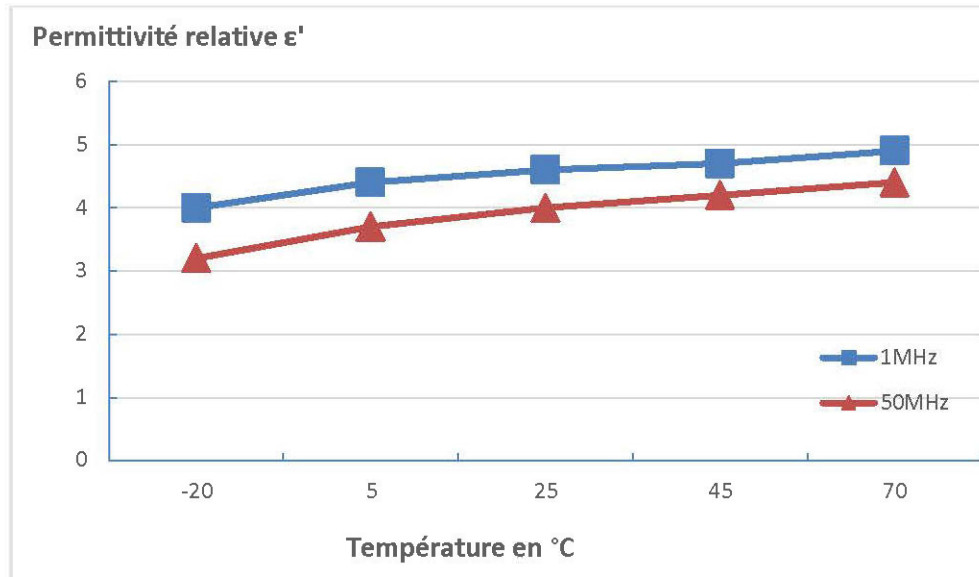
| Température (°C) | Permittivité relative<br>$\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 4                                    | 0,34                          |
| 5                | 4,4                                  | 0,2772                        |
| 25               | 4,6                                  | 0,207                         |
| 45               | 4,7                                  | 0,1833                        |
| 70               | 4,9                                  | 0,2499                        |

**Tableau 13:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 1MHz

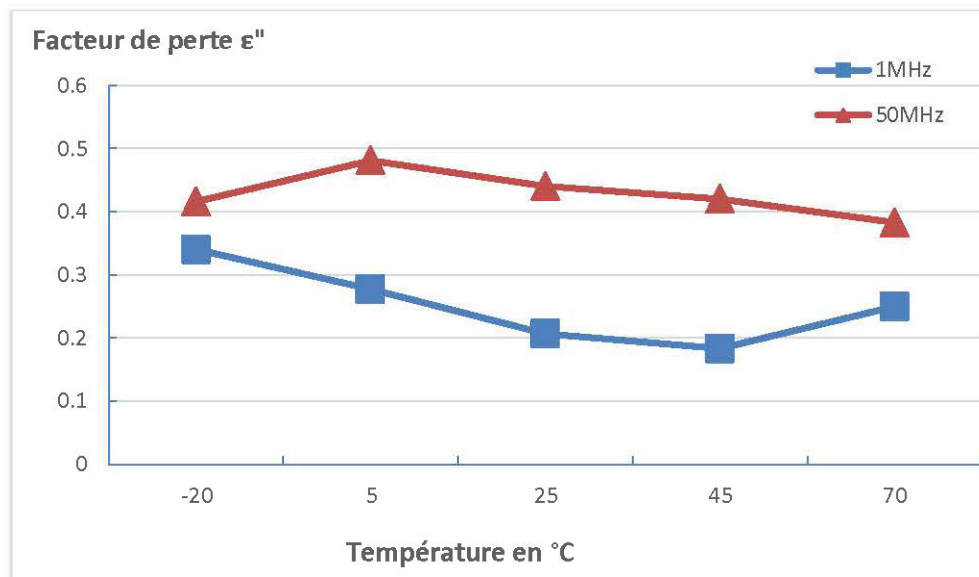
- À 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative<br>$\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 3,2                                  | 0,416                         |
| 5                | 3,7                                  | 0,481                         |
| 25               | 4                                    | 0,44                          |
| 45               | 4,2                                  | 0,42                          |
| 70               | 4,4                                  | 0,3828                        |

**Tableau 14:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65% à 50MHz



**Figure 13:** Évolution de la permittivité relative de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%



**Figure 14:** Évolution du facteur de perte de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 65%

❖ Avec une teneur en humidité de 80%

- À 1MHz

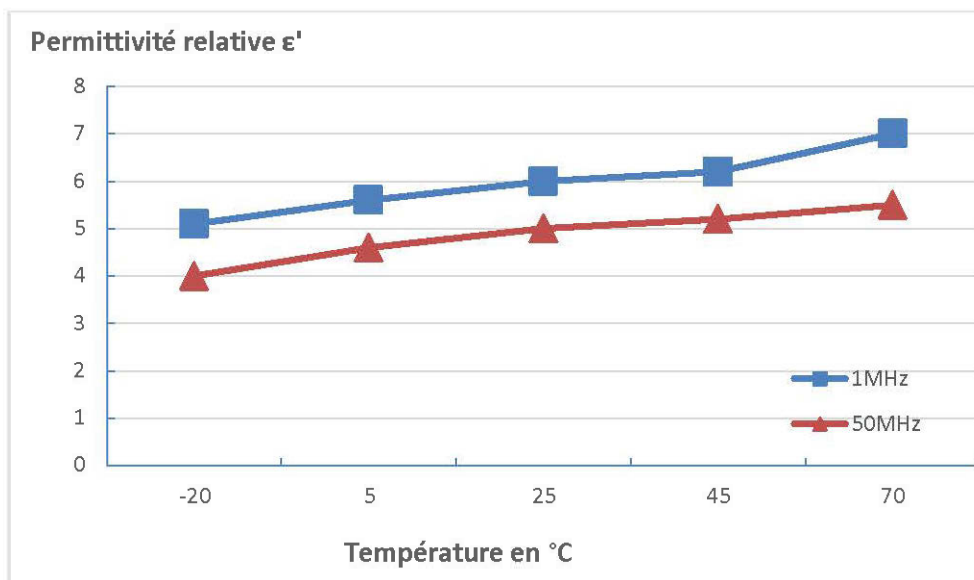
| Température (°C) | Permittivité relative<br>$\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 5,1                                  | 0,4641                        |
| 5                | 5,6                                  | 0,448                         |
| 25               | 6                                    | 0,6                           |
| 45               | 6,2                                  | 0,868                         |
| 70               | 7                                    | 2,1                           |

**Tableau 15:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 1MHz

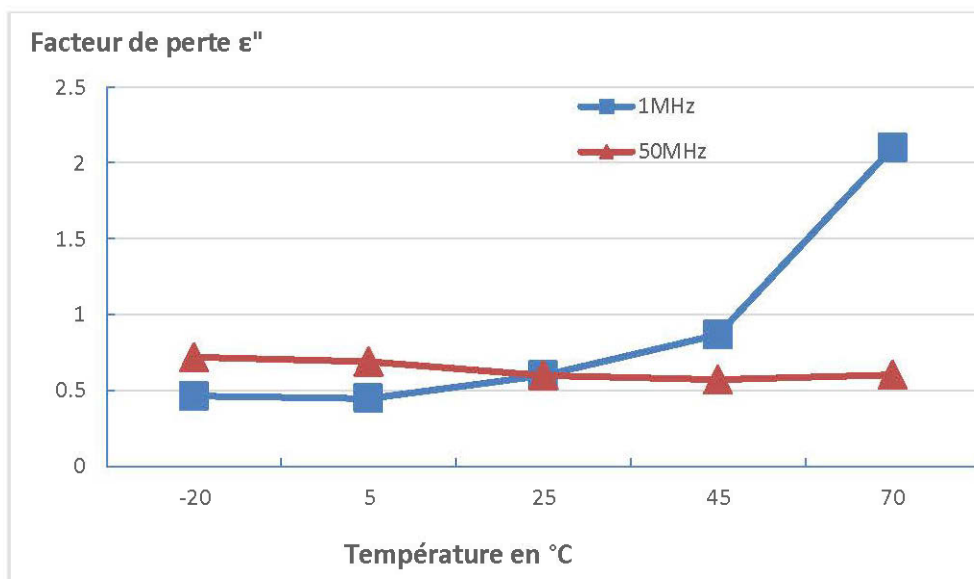
- A 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative<br>$\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 4                                    | 0,72                          |
| 5                | 4,6                                  | 0,69                          |
| 25               | 5                                    | 0,6                           |
| 45               | 5,2                                  | 0,572                         |
| 70               | 5,5                                  | 0,605                         |

**Tableau 16:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80% à 50MHz



**Figure 15:** Évolution de la permittivité relative de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%



**Figure 16:** Évolution du facteur de perte de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 80%



❖ Avec une teneur en humidité de 90%

- À 1MHz

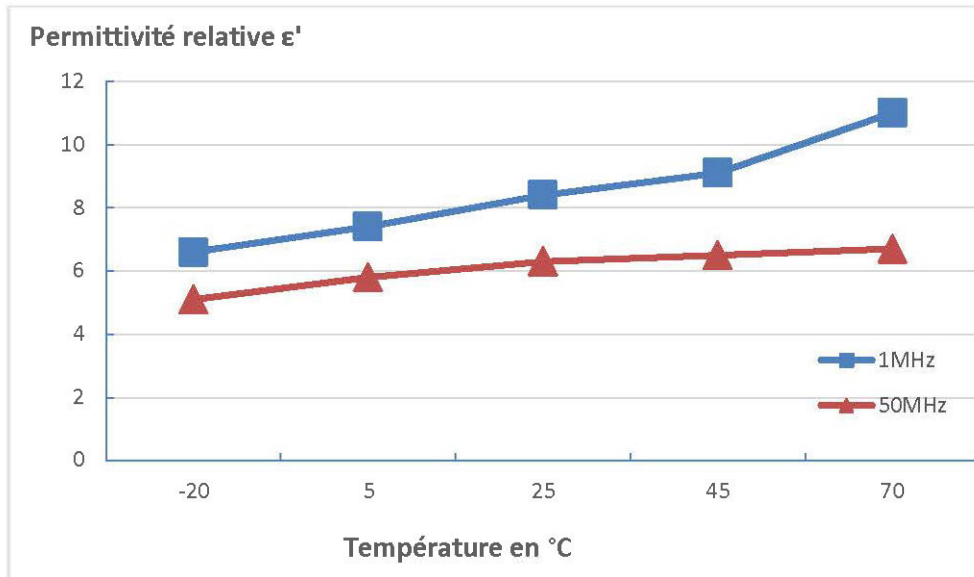
| Température (°C) | Permittivité relative<br>$\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 6,6                                  | 0,66                          |
| 5                | 7,4                                  | 1,184                         |
| 25               | 8,4                                  | 2,436                         |
| 45               | 9,1                                  | 4,004                         |
| 70               | 11                                   | 8,58                          |

**Tableau 17:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 1MHz

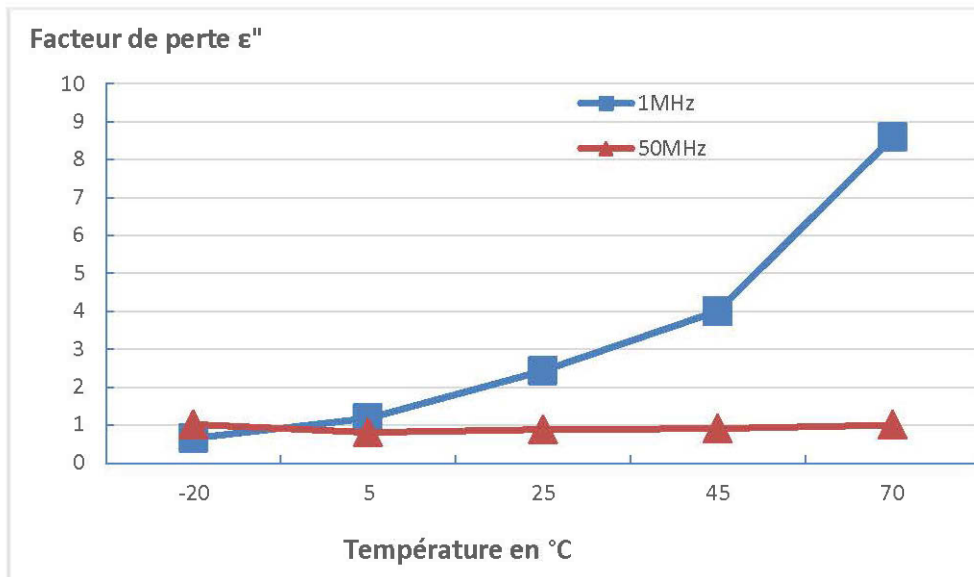
- À 50MHz

| Température (°C) | Permittivité relative<br>$\epsilon'$ | Facteur de perte $\epsilon''$ |
|------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| -20              | 5,1                                  | 1,02                          |
| 5                | 5,8                                  | 0,812                         |
| 25               | 6,3                                  | 0,882                         |
| 45               | 6,5                                  | 0,91                          |
| 70               | 6,7                                  | 1,005                         |

**Tableau 18:** Valeurs expérimentales des propriétés diélectriques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90% à 50MHz



**Figure 17:** Évolution de la permittivité relative de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%



**Figure 18:** Évolution du facteur de perte de l'isorel en fonction de la fréquence et la température avec une teneur en humidité de 90%

Référence : *James, W. L. (1975). Dielectric Properties of Wood and Hardboard: Variation with Temperature, Frequency, Moisture Content, and Grain Orientation: DTIC Document.*

Ces résultats nous ont permis également de mieux visualiser les variations de ces propriétés en fonction de ces différents paramètres, à travers des courbes qui seront mises en œuvre dans le chapitre 3 et feront l'objet de notre simulation.

En effet, à partir de ces données, notre travail pour ce mémoire se basera sur trois points principaux qui sont :

- ✚ Évaluer les effets des radiofréquences sur la teneur en humidité et les propriétés diélectriques de ces différentes espèces ;
- ✚ Caractériser de façon numérique le temps de dégel de chaque espèce de bois pour une température initiale de  $-20^{\circ}\text{C}$  en fonction de l'humidité relative et de la fréquence appliquée ;
- ✚ Ensuite, faire une étude comparative du temps numérique de dégel de ces espèces à partir de nos résultats trouvés ;
- ✚ Pour ce faire, la modélisation sera appliquée sur une formulation basée sur la méthode des éléments finis, à cet effet l'équation d'énergie sera exprimée par l'enthalpie volumique.

Dans notre simulation, les propriétés thermophysiques des matériaux sont considérées dépendantes de la teneur en humidité et de la température et peuvent être calculées à partir des formules qui figurent dans le tableau suivant :

| Propriétés thermo physiques          | T<0   | T>0  |
|--------------------------------------|---|--|
| Conductivité thermique [W/m.°C]      | $k = (0,096 + 0,0033MC - 0,0008T) \cdot (0,105 + 2,03SG)$               | $k = (0,138 + 0,0019MC - 0,00022T + 0,000011MCT) \cdot (0,105 + 2,03SG)$ |
| Capacité thermique [J/kg°C]          | $Cp = 16,6T + 2280$   | $Cp = 2000 + 8,71MC + 4,98T$   |
| Densité [kg/m <sup>3</sup> ]         | $\rho = 1000SG \left( 1 + \frac{MC}{100} \right)$                       |  |
| Chaleur latente [kJ/m <sup>3</sup> ] | $L = L_w \left( \frac{MC - 30\%}{MC + 100\%} \right) \times \rho_{eau}$ |  |

Référence: Kanter, K.R. The Thermal Properties of Wood. Derv. Prom. 6 (7), 17-18, 1957

**Tableau 19:** Propriétés thermophysiques du bois

MC : la teneur en humidité

T : la température

$L_w$  : la chaleur latente de fusion de la glace=334kJ/m<sup>3</sup>

SG : la gravité spécifique

$\rho_{eau}$  : la masse volumique de l'eau=1000kg/m<sup>3</sup>

En introduisant les différentes valeurs de la teneur en humidité ainsi que les paramètres ci-dessus notamment  $L_w$ , SG et  $\rho_{eau}$  les expressions deviendront des fonctions de la température (pour les intervalles positifs et négatifs) et ont été élucidées ci-dessous.

#### Propriétés thermophysiques en fonction de la température

- ✚ Pour le sapin de douglas (douglas fir) avec SG=0,45
- ❖ Avec une teneur en humidité de 65%

| Propriétés thermo physiques          | T<0                            | T>0                                  |
|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| Conductivité thermique [W/m.°C]      | $k = -8,148.10^{-4}T + 0.3162$ | $k = 5.042 \times 10^{-4}T + 0.2663$ |
| Capacité thermique [J/kg°C]          | $C_p = 16,6T + 2280$           | $C_p = 4,98T + 2566,15$              |
| Densité [kg/m <sup>3</sup> ]         | 742,5                          |                                      |
| Chaleur latente [kJ/m <sup>3</sup> ] | 70848                          |                                      |

**Tableau 20:** Propriétés thermophysiques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65%

- ❖ Avec une teneur en humidité de 80%

| Propriétés thermo physiques          | T<0                            | T>0                                  |
|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| Conductivité thermique [W/m.°C]      | $k = -8,148.10^{-4}T + 0.3667$ | $k = 6,722 \times 10^{-4}T + 0.2663$ |
| Capacité thermique [J/kg°C]          | $C_p = 16,6T + 2280$           | $C_p = 4,98T + 2696,8$               |
| Densité [kg/m <sup>3</sup> ]         | 810                            |                                      |
| Chaleur latente [kJ/m <sup>3</sup> ] | 92800                          |                                      |

**Tableau 21:** Propriétés thermophysiques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80%

❖ Avec une teneur en humidité de 90%

| Propriétés thermo physiques | T<0 | T>0 |
|-----------------------------|-----|-----|
|                             |     |     |

|   |                                      |                                      |
|---|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Conductivité thermique<br>[W/m.°C]      | $k = -8,148 \cdot 10^{-4}T + 0.4003$ | $k = 7,842 \times 10^{-4}T + 0.2663$ |
| Capacité thermique<br>[J/kg°C]          | $C_p = 16,6T + 2280$                 | $C_p = 4,98T + 2783,9$               |
| Densité<br>[kg/m <sup>3</sup> ]         | 855                                  |                                      |
| Chaleur latente<br>[kJ/m <sup>3</sup> ] | 105474                               |                                      |

**Tableau 22:** Propriétés thermophysiques du sapin de douglas en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90%

- ✚ Pour le chêne blanc avec SG=0,48
- ❖ Avec une teneur en humidité de 65%

| Propriétés thermo physiques        | T<0                                   | T>0                                  |
|------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| Conductivité thermique<br>[W/m.°C] | $k = -8,635 \times 10^{-4}T + 0,3352$ | $k = 5,343 \times 10^{-4}T + 0,2823$ |

|   |                      |                         |
|---|----------------------|-------------------------|
| Capacité thermique<br>[J/kg°C]          | $C_p = 16,6T + 2280$ | $C_p = 4,98T + 2566,15$ |
| Densité<br>[kg/m <sup>3</sup> ]         | 792                  |                         |
| Chaleur latente<br>[kJ/m <sup>3</sup> ] | 105474               |                         |

**Tableau 23:** Propriétés thermophysiques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65%

❖ Avec une teneur en humidité de 80%

| Propriétés thermo physiques        | T<0                                    | T>0                                   |
|------------------------------------|--|---------------------------------------|
| Conductivité thermique<br>[W/m.°C] | $k = -8,6352 \times 10^{-4}T + 0,3886$ | $k = 5.1975 \times 10^{-5}T + 0.2668$ |
| Capacité thermique<br>[J/kg°C]     | $C_p = 16,6T + 2280$                   | $C_p = 4,98T + 2696,8$                |



|   |       |
|---|-------|
| Densité<br>[kg/m <sup>3</sup> ]         | 864   |
| Chaleur latente<br>[kJ/m <sup>3</sup> ] | 92800 |

**Tableau 24:** Propriétés thermophysiques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80%

❖ Avec une teneur en humidité de 90%

| Propriétés thermo physiques             | T<0                                    | T>0                                  |
|---|--|--------------------------------------|
| Conductivité thermique<br>[W/m.°C]      | $k = -8,6352 \times 10^{-4}T + 0,4242$ | $k = 8,311 \times 10^{-4}T + 0,2823$ |
| Capacité thermique<br>[J/kg°C]          | $C_p = 16,6T + 2280$                   | $C_p = 4,98T + 2783,9$               |
| Densité<br>[kg/m <sup>3</sup> ]         | 912                                    |                                      |
| Chaleur latente<br>[kJ/m <sup>3</sup> ] | 105474                                 |                                      |

**Tableau 25:** Propriétés thermophysiques du chêne blanc en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90%

- ✚ Pour l'isorel avec SG=0,51
- ❖ Avec une teneur en humidité de 65%

| Propriétés thermo physiques          | T<0                                    | T>0                                  |
|--------------------------------------|--|--------------------------------------|
| Conductivité thermique [W/m.°C]      | $k = -9,1224 \times 10^{-4}T + 0,3541$ | $k = 5,645 \times 10^{-4}T + 0,2982$ |
| Capacité thermique [J/kg°C]          | $Cp = 16,6T + 2280$                    | $Cp = 4,98T + 2566,15$               |
| Densité [kg/m <sup>3</sup> ]         | 841,5                                  |                                      |
| Chaleur latente [kJ/m <sup>3</sup> ] | 70848                                  |                                      |

**Tableau 26:** Propriétés thermophysiques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 65%

❖ Avec une teneur en humidité de 80%

| Propriétés thermo physiques          | T<0                                    | T>0                                  |
|--------------------------------------|--|--------------------------------------|
| Conductivité thermique [W/m.°C]      | $k = -9,1224 \times 10^{-4}T + 0,4106$ | $k = 7,526 \times 10^{-4}T + 0,2982$ |
| Capacité thermique [J/kg°C]          | $C_p = 16,6T + 2280$                   | $C_p = 4,98T + 2696,8$               |
| Densité [kg/m <sup>3</sup> ]         | 918                                    |                                      |
| Chaleur latente [kJ/m <sup>3</sup> ] | 92800                                  |                                      |

**Tableau 27:** Propriétés thermophysiques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 80%

❖ Avec une teneur en humidité de 90%

| Propriétés thermo physiques          | T<0                                    | T>0                                   |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|
| Conductivité thermique [W/m.°C]      | $k = -9,1224 \times 10^{-4}T + 0,4481$ | $k = 5.1975 \times 10^{-5}T + 0.2668$ |
| Capacité thermique [J/kg°C]          | $C_p = 16,6T + 2280$                   | $C_p = 4,98T + 2783,9$                |
| Densité [kg/m <sup>3</sup> ]         | 969                                    |                                       |
| Chaleur latente [kJ/m <sup>3</sup> ] | 105474                                 |                                       |

**Tableau 28:** Propriétés thermophysiques de l'isorel en fonction de la température avec une teneur en humidité de 90%

### Conclusion

Pour atteindre nos objectifs visés dans ce mémoire, nous adopterons une méthodologie incluant les différentes étapes suivantes :

- ❖ Une formulation de l'enthalpie volumique sera utilisée pour exprimer l'équation de conservation d'énergie ;

- ❖ Cette formulation se basera sur la méthode des éléments finis en 3D pour la simulation du temps numérique de dégel ;
- ❖ Pour cela, nous exploiterons sans aucun doute le théorème de Poynting de même que les équations de Maxwell Ampère et Faraday, pour estimer l'énergie dissipée dans le matériau ;
- ❖ En ce qui concerne la formulation intégrale de l'équation de conservation d'énergie avec le terme source, une discrétisation sera mise en œuvre ;
- ❖ Notre choix de la direction longitudinale confirme celui de l'hypothèse sur le transfert thermique unidirectionnel à l'intérieur du matériau. Pour la modélisation, la loi de Beer Lambert sera considérée.

Ainsi ces différents points seront abordés et développés et font l'objet des chapitres qui suivent.

## CHAPITRE 2

### CHAUFFAGE DIÉLECTRIQUE DU BOIS

Les applications des radiofréquences sont aussi nombreuses, et s'élargissent également dans plusieurs domaines tels que vus ultérieurement. Le chauffage diélectrique est une technique de celles-ci qui permet de chauffer des matériaux peu conducteurs électriquement et généralement thermiquement. Ainsi, ce type de chauffage est rendu quasiment possible grâce aux propriétés diélectriques, à la teneur en humidité du bois de même que la fréquence appliquée qui produisent des critères qui permettent de mieux comprendre l'interaction entre le matériau et les ondes électromagnétiques.

#### **2.1. Chauffage du bois par ondes électromagnétiques**

Le chauffage par radiofréquences et par micro-ondes est une technique qui consiste à chauffer des matériaux peu conducteurs électriquement et généralement thermiquement.

C'est une technique d'application du chauffage diélectrique basée sur les mêmes principes fondamentaux mais de critères de fonctionnement différents car présentant des intervalles de fréquences différents (Callebaut 2007).

A l'état naturel, le bois contient une quantité importante d'eau, ce qui fait qu'il répond bien au chauffage électromagnétique. Au cours de ce processus, la teneur en humidité du matériau diminue, favorisant ainsi une diminution du facteur de perte (Oloyede et Groombridge, 2000).

Le chauffage par radiofréquence est plus uniforme que celui par micro-ondes mais demande beaucoup plus de temps du fait de ses valeurs de fréquences plus faibles que celles des micro-ondes ; d'où la complémentarité de ces deux processus.

Plusieurs facteurs doivent être tenus en compte pour mieux comprendre les phénomènes qui régissent ce processus, notamment les propriétés physiques, mécaniques et diélectriques du matériau ainsi que la fréquence à appliquer pour pouvoir bien évaluer l'interaction entre les ondes électromagnétiques et les molécules d'eau.

## **2.2. Propriétés du matériau bois**

Le bois est un matériau naturel possédant des propriétés physiques, mécaniques et diélectriques particulières (Henin *et al.*, 2014).

À l'état naturel, il est discontinu, hétérogène et anisotrope, c'est-à-dire que ses propriétés physiques (composition) et mécaniques (résistance) varient selon les différentes directions ; c'est dans ce sens que les diverses tentatives mécaniques sont fortement liées au sens de la sollicitation, au taux d'humidité et surtout à la densité apparente (Nebout *et al.*, 1999).

### **2.2.1. Propriétés physiques**

La densité, l'humidité, la conductibilité et le retrait constituent les principales caractéristiques physiques du bois. (Nebout *et al.*, 1999) :

- ✓ La densité est importante et constitue le critère de qualité le plus simple et le plus complet ; elle influe sur les propriétés physiques et mécaniques du bois. Elle varie en fonction de la teneur en eau et des essences de bois ;
- ✓ L'humidité est la quantité d'eau contenue dans le bois. L'humidité d'un bois est très variable suivant l'essence. Elle en modifie les propriétés physiques (retrait et gonflement) et les propriétés mécaniques (résistance réduite) ;
- ✓ Le bois est un corps poreux, cette particularité anatomique le rend mauvais conducteur de la chaleur, du froid et de l'électricité. Le bois est un matériau isolant, ce caractère entraîne une variation suivant l'essence, la densité et la teneur en eau ;
- ✓ Le volume d'un bois varie en fonction de sa teneur en eau raison pour laquelle on l'attribue matériau hygroscopique.

Ces différents critères sont également fonctions des propriétés diélectriques du bois.

### **2.2.2. Propriétés diélectriques**

Les propriétés diélectriques du bois varient en fonction de plusieurs paramètres, notamment la teneur en humidité, la température, les propriétés thermophysiques (notamment la densité et la capacité spécifique), la fréquence et l'orientation des champs électriques, qui produisent des critères pour comprendre les principes de base liés à la structure moléculaire du bois de la cellulose jusqu'à la structure fibreuse (James, 1975; Norimoto et Yamada, 1971).

En effet, elles permettent de prédire la capacité du matériau à absorber de l'énergie sous l'effet des ondes électromagnétiques (Koubaa *et al.*, 2008; Oloyede et Groombridge, 2000).



Il est aussi important de mentionner que les propriétés diélectriques ne détiennent pas de valeurs constantes mais que celles-ci dépendent de la température, de l'humidité du matériau ainsi que de la fréquence appliquée (Daian *et al.*, 2005).

### ***2.3.Mécanisme du chauffage diélectrique***

Le bois est un matériau diélectrique, donc un mauvais conducteur de l'électricité mais il est capable de se polariser sous l'action d'un champ électrique et la polarisation induite est telle que  $\vec{P} = \chi \vec{D}$ , D étant l'excitation électrique et la susceptibilité diélectrique (Étienne, 2008). D'autant plus que le bois est aussi composé d'eau sous deux formes :

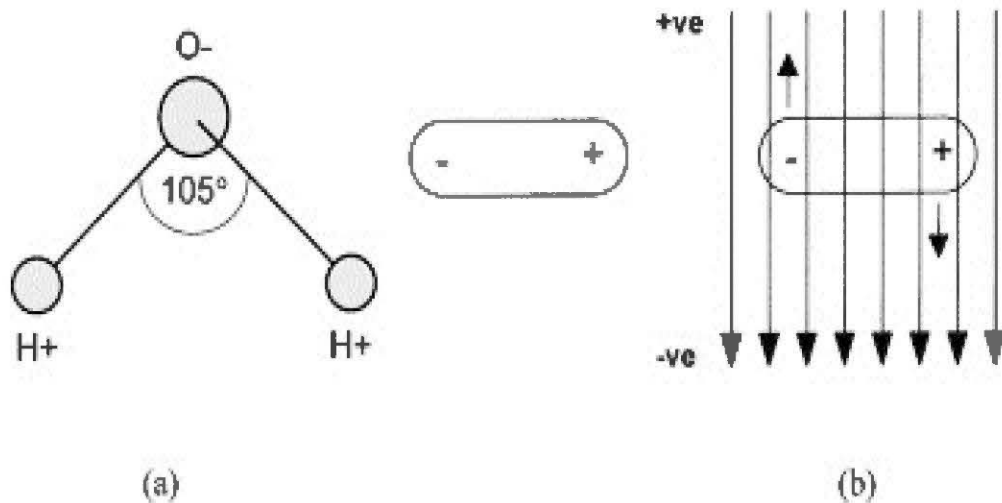
- ✓ L'eau liée, qui est tenue dans les parois cellulaires par des forces de liaison entre l'eau et les molécules de la cellulose
- ✓ L'eau libre est contenue dans les cavités cellulaires et n'est pas détenue par des forces de liaison ; cette forme d'eau est comparable à celle dans un tuyau.

Cette première forme d'eau interagit plus avec les ondes électromagnétiques au cours du processus de chauffage.

#### **2.3.1. Polarisation**

Les matériaux de faible conductivité électrique peuvent être chauffés aux micro-ondes si leurs molécules d'eau sont structurées de façon asymétrique ; dans le cas du bois, l'application de champ électrique entraîne une asymétrie de ses molécules d'eau

(polarisation) du fait que l'eau est un bon absorbeur de l'énergie électromagnétique en raison de sa configuration électronique (Oloyede et Groombridge, 2000).



- (a) Configuration électronique de la molécule d'eau  
 (b) Orientation du dipôle dans le champ électromagnétique

Reference: *Thuéry, J. (1992). Microwaves: industrial, scientific, and medical applications: Artech House on Demand.*

En effet, le champ électrique a une action sur les molécules polaires particulièrement l'eau, en les orientant et en leur transmettant de l'énergie cinétique sous forme de chaleur ; c'est cette énergie générée qui est à l'origine de la distribution de la température au sein du matériau (Acevedo *et al.*, 2014; Ciacci *et al.*, 2010; Hoover *et al.*, 2010).

### 2.3.2. Interaction entre le bois et les ondes électromagnétiques

Les ondes électromagnétiques correspondent à l'association de deux champs électrique et magnétique dont les amplitudes varient de façon sinusoïdale au cours du

temps et se propageant perpendiculairement. Elles peuvent être matérialisées par les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Faraday.

L'élévation de la température provient des frottements entre les molécules d'eau par le champ alternatif et les molécules voisines (Antti et Perre, 1999).

L'avantage principal de ce type de chauffage réside dans la production de chaleur à l'intérieur du matériau qui doit être chauffé, par opposition aux processus de chauffage par air chaud et infrarouge qui sont des phénomènes de surface.

Au cours du chauffage, de la chaleur est produite dans le matériau : cette énergie générée est à l'origine de la distribution de la température qui peut être matérialisée par l'équation de conduction de la chaleur, qui est en général exprimée par (Acevedo *et al.*, 2014):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \Delta^2 T + \frac{Q}{\rho C_p} \quad [1]$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad \text{Avec } k, C_p \text{ et } \rho \text{ qui sont respectivement la conductivité thermique, la}$$

chaleur spécifique et la masse volumique du matériau, c'est la diffusivité du matériau ; elle correspond à la vitesse de pénétration d'une onde thermique dans le matériau.

Dans ce travail, puisqu'on s'intéresse au dégel du bois, deux phases sont à tenir en compte (solide et liquide). Ainsi deux démarches sont souvent adoptées pour résoudre cette équation : la méthode basée sur la température et dans ce cas la résolution se fait de façon séparée pour les deux phases (Bhattacharya *et al.*, 2002) et une formulation basée sur l'enthalpie volumique.

Nous supposons que l'interface  $r$  entre les phases solide ( $Q^-$ ) et liquide ( $Q^+$ ) du milieu matériel puisse être décrite en terme d'une fonction régulière  $F(x,y,z,t)$  de la façon suivante (Hu et Argyropoulos, 1995; Erchiqui, 2000) :

$$\Gamma = \left\{ (x, y, z, t) \in \Omega \times (0, \tau) / F(x, y, z, t) = 0 \right\}$$

$$\Omega^+ = \left\{ (x, y, z, t) \in \Omega \times (0, \tau) / F(x, y, z, t) > 0, T(x, y, z, t) \geq T_l = 0 \right\}$$

$$\Omega^- = \left\{ (x, y, z, t) \in \Omega \times (0, \tau) / F(x, y, z, t) < 0, T(x, y, z, t) \leq T_s = 0 \right\}$$

Avec  $\Omega^+ \cup \Gamma \cup \Omega^- = \Omega \times (0, \tau)$  et  $0 \leq t \leq \tau$

Les équations d'énergie qui règnent dans ces deux milieux peuvent s'écrire en fonction de la température par :

$$\rho(T_s)C_p(T_s) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (K(T_s) \nabla T_s)$$

$$\rho(T_s)C_p(T_s) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (K(T_s) \nabla T_s) \quad \text{pour } F(x, y, z, t) < 0$$

[ .2]

$$\rho(T_l)C_p(T_l) \frac{\partial T_l}{\partial t} = \nabla \cdot (K(T_l) \nabla T_l), \quad \text{pour } F(x, y, z, t) > 0$$

Le milieu séparant les deux phases solide et liquide du matériau est appelé l'interface et est défini par l'équation suivante :

$$F(x, y, z, t) = 0 \quad [ .3]$$

Les conditions frontières, appelées aussi conditions de Stefan, permettent de tenir compte du saut d'énergie entre les deux milieux, ce qui donne :

$$T_s(x, y, z, t) = T_l(x, y, z, t), \text{ pour } F(x, y, z, t) = 0 \quad [.4]$$

$$K(T_s)\nabla T_s \cdot \nabla F - K(T_l)\nabla F = -\rho L \frac{\partial F}{\partial t}, \text{ pour } F(x, y, z, t) = 0 \quad [.5]$$

### 2.3.2.1. Formulation de l'équation d'énergie sous forme d'enthalpie volumique

Dans cette formulation, l'ensemble du domaine est régi par une équation bilan énergétique qui présente la variation d'enthalpie à l'intérieur du système. L'avantage de son utilisation plutôt que celle de la température permet d'éliminer simultanément le dédoubleage de l'équation d'énergie et des conditions de Stefan. C'est une fonction physique et elle peut être définie comme suit :

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^T \rho(T) C_p(T) dT \quad [.6]$$

Où  $T_{ref}$  est la température de référence.

La formulation est appliquée à l'étude du dégel par chauffage diélectrique afin d'analyser la propagation des étapes de ce processus qui peuvent apparaître dans un échantillon. Pour cela, deux situations sont à considérer :

- a) Lorsque le changement de phase se produit dans un intervalle  $[T_s, T_l]$ ,  $T_s$  et  $T_l$  étant les températures respectivement des milieux solide et liquide. Ainsi, les formulations de l'enthalpie volumique sont de la forme :

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^T \rho(T) C_p(T) dT, \text{ pour } T \leq T_s \quad [.7]$$

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^T \rho(T) C_p(T) dT + \int_{T_s}^T \rho(T) \frac{\partial L}{\partial T} dT, \text{ pour } T_s < T \leq T_l \quad [.8]$$

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^{T_s} \rho(T)C_p(T)dT + \rho(T).L + \int_{T_l}^T \rho(T)C_p(T)dT \quad , \text{ pour } T > T_l \quad [ .9]$$

b) L'autre étape est le processus où le changement de phase se déroule à une température constante, c'est-à-dire l'enthalpie n'apparaît pas une discontinuité à la température de fusion (état d'équilibre du système)  $T_m = T_s = T_l$ , et l'enthalpie est définie de la manière suivante :

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^T \rho(T)C_p(T)dT \quad , \text{ pour } T \leq T_m \quad [ .10]$$

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^{T_m} \rho(T)C_p(T)dT + \rho(T).L + \int_{T_m}^T \rho(T)C_p(T)dT \quad , \text{ pour } T > T_m \quad [ .11]$$

Le zéro de l'enthalpie est défini à la température du solide saturé. En tenant compte de la règle de Leibniz sur la dérivation sous signe intégral, nous aboutissons à une différentielle de l'équation d'énergie en fonction de l'enthalpie volumique qui donne :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \rho(T)C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad [ .12]$$

La transformée de Kirchoff de la conductivité thermique peut être ainsi définie comme :

$$\chi(K) = \theta(T) = \int_{T_{ref}}^T K(T)dT \quad , \quad \forall T \quad [ .13]$$

La règle de Leibniz réexploitée conduit au gradient de la transformée qui est donnée par :

$$\vec{\nabla} = \frac{d\theta}{dT} \vec{\nabla}T = K(T) \vec{\nabla}T \quad [ .14]$$

Les équations 7 et 9 permettent de déduire la relation suivante qui est la seule équation en conduction valable pour les deux phases du matériau :

$$\frac{\partial H(T)}{\partial t} = \nabla^2 \theta(T) + Q_{rad} \quad [ .15]$$

$Q_{rad}$  est le terme source, associé aux radiofréquences, et est défini de la façon suivante :

$$Q_{rad} = -\text{Re} \{ \nabla \cdot \mathbf{S} \} \quad [ .16]$$

**Re** correspond à la partie réelle d'un nombre complexe et **S** est le vecteur de *Poynting* qui décrit la densité de flux radiatif associé à la propagation de l'onde électromagnétique et dissipé dans le matériau. Il est ainsi défini sous la forme suivante :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{B}^* \quad [ .17]$$

**E** et **B\*** sont respectivement le champ électrique et le conjugué du champ magnétique.

Dans ce travail, le chauffage est considéré isotrope, pour compléter le problème, nous ajoutons à l'équation [I.11], la condition frontière suivante :

### 2.3.2.2.Équations de Maxwell-Ampère-Faraday

Les ondes électromagnétiques correspondent à l'association de deux champs électrique et magnétique dont les amplitudes varient de façon sinusoïdale au cours du temps et se propagent perpendiculairement. Elles peuvent être matérialisées par les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Faraday.

Pour obtenir la divergence du flux associé au terme de source radiative, il est nécessaire de considérer les formes différentielles des équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère qui peuvent s'exprimer par :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad [ .18]$$

$$\nabla \times B = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad [ .19]$$

$E$ ,  $D$ ,  $J$  et  $B$  étant respectivement le champ électrique, l'induction électrique, la densité de courant et le champ magnétique.

Dans le cas où le conducteur est non parfait (c'est-à-dire un milieu qui est, a priori, dispersif et la polarisation est un facteur de la fréquence du champ exciteur) et pour des domaines de pulsation  $\omega$  où la loi d'ohm est applicable, on a :

$$J = \sigma(\omega)E(t) \quad [ .20]$$

$$D = \varepsilon(\omega)E(t) \quad [ .21]$$

$$B = \mu(\omega)H(t) \quad [ .22]$$

$\sigma$ ,  $\varepsilon$ , et  $\mu$  représentent respectivement la conductivité, la permittivité et la perméabilité du milieu.  $H$  correspond à l'excitation magnétique.

Pour une pulsation particulière, les champs électrique et magnétique s'écrivent :

$$E = \bar{E} \exp(-i\omega t) \quad [ .23]$$

$$B = \bar{B} \exp(-i\omega t) \quad [ .24]$$

En remplaçant [I.16] et [I.18] dans [I.14] et [I.15], on obtient :

$$\nabla \times \bar{E} = i\omega\mu(\omega)\bar{B} \quad [ .25]$$



$$\nabla \times \bar{B} = [\sigma(\omega) - i\omega\varepsilon(\omega)]\bar{E} \quad [ .26]$$

Dans le matériau bois, la proposition suivante est souvent considérée :

$$\mu(\omega) = \mu_0 \quad [ .27]$$

A partir de l'équation [I.21] et en utilisant l'opérateur  $(\nabla \times)$ , nous pouvons en déduire :

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = i\omega\mu(\omega)\nabla \times \bar{B} \quad [ .28]$$

En tenant compte de l'équation [I.22], nous aboutissons alors pour [I.23] à la formule suivante en termes de  $\bar{E}$  :

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = i\omega\mu[\sigma(\omega) - i\omega\varepsilon(\omega)]\bar{E} \quad [ .29]$$

En utilisant la relation vectorielle suivante :

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = \nabla(\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} \quad [ .30]$$

L'équation [I.24] devient :

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} = \omega^2 \mu(\omega) \left[ i \frac{\sigma(\omega)}{\omega} + \varepsilon(\omega) \right] \bar{E} \quad [ .31]$$

Nous déduisons de cette équation, avec l'hypothèse  $\nabla \cdot (\nabla \cdot \bar{E}) = 0$  et de l'électroneutralité du bois, l'équation de propagation de l'onde qui s'écrit :

$$\nabla^2 \bar{E} + k^2 = 0 \quad [ .32]$$

La résolution de celle-ci permet d'obtenir l'expression de la constante de propagation de l'onde, dont le carré peut être formulé comme suit :

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \left[ i \frac{\sigma(\omega)}{\omega} + \varepsilon(\omega) \right] \quad [ .33]$$

Considérons les définitions des constantes diélectrique relatives  $\kappa'$  et de perte  $\kappa''$  et l'angle de perte  $\delta$  :

$$\kappa'(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon'(\omega)}{\varepsilon_0} \quad [ .34]$$

$$\kappa''(\omega) = \frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon''(\omega)}{\varepsilon_0} \quad [ .35]$$

$$\tan(\delta(\omega)) = \frac{\kappa''(\omega)}{\kappa'(\omega)} = \frac{\varepsilon''(\omega)}{\varepsilon'(\omega)} \quad [ .36]$$

$\varepsilon'$  est la permittivité relative du matériau qui représente la capacité du matériau à être polarisé électriquement par le champ électrique ;

$\varepsilon''$  est le facteur de perte, il correspond à la quantité d'énergie électromagnétique convertie en chaleur dans le matériau ;

L'angle de perte  $\delta$  matérialise physiquement le déphasage temporel entre l'orientation de la molécule et celle du champ électrique à cause du frottement ; il correspond à la capacité du dipôle à absorber de l'énergie électromagnétique et il permet de déterminer également la qualité d'un isolant.

Les définitions [I.29a], [I.29b] et [I.29c] permettent de réécrire [I.28] sous la forme suivante :

$$k^2 = \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 (\kappa' + i\kappa'')$$

En fonction de la température, de la fréquence de la radiation électromagnétique et de la teneur en humidité du matériau,  $\mathbf{k}$  peut être exprimé comme :

$$k(T, f, h) = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 (\kappa'(T, f, h) + i\kappa''(T, f, h))} \quad [ .37]$$

$$\Rightarrow k(T, f, h) = \alpha(T, f, h) + i\beta(T, f, h) \quad [ .38]$$

Avec  $\omega = 2\pi f$

$$\alpha(T, f, h) = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\frac{\kappa'(T, f, h) \left( \sqrt{1 + \tan^2 \delta(T, f, h)} + 1 \right)}{2}} \quad [ .39]$$

$$\beta(T, f, h) = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\frac{\kappa'(T, f, h) \left( \sqrt{1 + \tan^2 \delta(T, f, h)} - 1 \right)}{2}} \quad [ .40]$$

$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ ;  $\beta$  est la constante d'atténuation qui contrôle la vitesse à laquelle

l'intensité du champ électrique décroît dans le matériau.

### 2.3.2.3. Puissance dissipée dans le bois

La divergence du flux rayonné à l'intérieur du matériau peut être obtenue à partir du théorème de Poynting :

$$\oint_{\Gamma} S \cdot n d\Gamma = -\frac{1}{2} \omega_0 \epsilon_0 \kappa'' \int_{\Omega} E \cdot E^* d\Omega + i\omega \int_{\Omega} \left( \frac{\mu_0}{2} B \cdot B^* + \frac{\epsilon_0 \kappa'}{2} E \cdot E^* \right) d\Omega \quad [ .41]$$

$\Gamma$  est la frontière du milieu matériel, de volume  $\Omega$ , dans lequel l'énergie électrique (partie réelle) et magnétique (partie imaginaire) est emmagasinée.

En appliquant le théorème de divergence à [I.43], on obtient :

$$\oint_{\Gamma} S.n d\Gamma = \int_{\Omega} \nabla S d\Omega \quad [ .42]$$

Ce qui permet de déduire pour [I.34], l'expression suivante :

$$\nabla.S = -\frac{1}{2} \omega_0 \varepsilon_0 \kappa'' E.E^* + i\omega \left( \frac{\mu_0}{2} B.B^* + \frac{\varepsilon_0 \kappa'}{2} E.E^* \right) \quad [ .43]$$

En considérant seulement la partie réelle de cette équation, nous obtenons la divergence de flux dans le bois :

$$P = -\text{Re}(\nabla.S) = \frac{1}{2} \omega_0 \varepsilon_0 \kappa'' |E|^2 \quad [ .44]$$

En introduisant [I.33] dans [I.37], nous aboutissons ainsi à l'expression de la divergence du flux :

$$P = \frac{1}{2} \omega_0 \varepsilon_0 \kappa'' E_0^2 \exp(-2\beta z) \quad [ .45]$$

La dépendance de cette puissance de la permittivité diélectrique complexe (ou facteur de perte) permet de caractériser cette technique de chauffage sélectif (Oberlin, 1999).

Elle peut être écrite aussi sous la forme :

$$P = \frac{1}{2} \omega_0 \varepsilon'' E_0^2 \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \quad [ .46]$$

Avec  $d$  qui représente la profondeur de pénétration.

#### 2.3.2.4. La profondeur de Pénétration

CALLEBAUT (2007) stipule qu'elle correspond à la profondeur dans le matériau pour laquelle 63% de la puissance transférée est dissipée dans la couche surfacique d'épaisseur  $d$ .

Elle peut être exprimée sous la forme :

$$d = \frac{1}{2\beta} \quad [ .47]$$

Elle dépend fortement des propriétés diélectriques du matériau et de la fréquence appliquée.

Plus la fréquence est élevée, plus cette profondeur diminue, ce qui permet de confirmer qu'elle est plus importante pour les radiofréquences que les micro-ondes. D'où le fait que le chauffage par micro-ondes ne puisse pas être considéré comme uniforme.

Avec des fréquences plus élevées (les micro-ondes), la profondeur de pénétration correspond à la distance à laquelle l'intensité du champ électrique diminue de  $1/e$  de sa valeur incidente (F. Erchiqui *et al.*, 2013).

Elle est d'autant plus petite que le matériau est adapté au chauffage.

### **Conclusion**

Le bois est un mauvais conducteur de la chaleur et du froid et contient des molécules d'eau ; par conséquent, il répond bien au chauffage diélectrique. En effet, plusieurs phénomènes découlent de ce type de chauffage notamment la propagation de l'énergie électromagnétique au sein du matériau.

D'où l'importance de bien établir l'équation d'énergie. Pour cela, la formulation d'enthalpie volumique a été adoptée, avec l'intervention des équations de Maxwell

Ampère et Faraday ainsi que le modèle de Beer Lambert afin d'évaluer l'énergie dissipée dans le bois.

Pour la modélisation du chauffage, il est également opportun de considérer ces différentes étapes tout en tenant compte aussi des propriétés diélectriques et thermophysiques et pour ceci, la méthode des éléments finis a été mise au point.

## CHAPITRE 3

### MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS DU DÉGEL DU BOIS

La méthode des éléments finis a connu une grande évolution dans la majeure partie de ses applications sur plusieurs domaines de l'ingénierie en sciences appliquées notamment la résolution numérique d'une large gamme de problèmes structurels, thermiques, électromagnétiques, fluidiques, chimiques etc. avec des aspects linéaires ou non linéaires, stationnaires ou transitoires établis dans différentes géométries, à une, deux, ou trois dimensions et même quatre en espace-temps (Dhatt et Touzot, 1981; Imbert, 1979; Zienkiewicz et Taylor, 2000).

Ce principe de résolution est un mode d'approximation conduisant à la transformation des équations aux dérivées partielles en système d'équations algébriques (Imbert, 1979).

C'est une technique basée principalement sur la discrétisation de la structure ou du matériau à l'étude en sous-domaines communément appelés éléments finis (Ciavaldini, 1975; Dhatt et Touzot, 1981; Zienkiewicz et Taylor, 2000).

En effet l'assemblage de ces derniers mène à la reconstitution de la géométrie initiale du système et chaque élément est relié à son voisin par un nœud dont les degrés de liberté (DDL) correspondent aux inconnus du problème (Ciavaldini, 1975; Imbert, 1979; Oudin, 2008).

### 3.1. Forme intégrale faible

La résolution analytique est un moyen généralement utilisé lorsque la géométrie et les conditions limites du système sont suffisamment simplifiées à l'aide des hypothèses qui ne permettent pas de simuler le comportement réel du système de façon précise (De Vriendt, 1982). C'est dans ce cadre que la résolution analytique de l'équation de conservation d'énergie est un outil pour obtenir une solution différentiable par rapport aux coordonnées spatiales. Avec des problèmes tels que le transfert de chaleur avec changement de phase, la résolution sous ce domaine devient difficile, voire même impossible. Ainsi la méthode des éléments finis propose d'approcher la solution exacte à priori inconnue par une solution dont la singularité est moins forte que celle de la solution exacte (Zienkiewicz et Taylor, 2000).

D'une façon générale, l'obtention d'une telle formulation intégrale est rendue possible grâce au produit de l'équation d'énergie (dite forme forte) à une fonction test  $\phi$ , qui appartient à un certain espace fonctionnel  $V$ , ensuite faire une intégration sur tout le domaine physique. Dans le chapitre qui précède, cette équation d'énergie a été formulée de la façon suivante :

$$\frac{\partial H(T)}{\partial t} = \nabla^2 \theta(T) + Q_{rad} \quad [I.1]$$

Pour déterminer l'intervalle de température qui obéit à cette équation, on va établir en trois dimensions la forme intégrale faible associée à celle-ci.

Pour se faire, on considère l'opérateur  $L$  tel que :

$$L(T) = \frac{\partial H(T)}{\partial t} - \nabla^2 \theta = 0 \quad [I.2] \quad \text{Dans } \Omega$$

La pondération de cette équation par les fonctions test  $\Phi$  donne :



$$W = \int_{\Omega} \left[ \Phi(x, y, z) \left\{ \frac{\partial H(T)}{\partial t} - \nabla^2 \theta \right\} \right] d\Omega = 0 \quad [I.3]$$

⊙ est dérivable deux fois et elle satisfait aux conditions aux limites.

En effectuant une intégration par partie à cette équation, la forme intégrale suivante a été obtenue :

$$W = \int_{\Omega} \left[ \Phi(x, y, z) \frac{\partial H(x, y, z)}{\partial t} + \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial x} \frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial y} \frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial z} \frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial z} \right] d\Omega - \int_{\Gamma} \Phi(x, y, z) \frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial n} d\Gamma \quad [I.4]$$

L'ordre de dérivées des fonctions  $\Phi(x, y, z)$  et  $\theta(x, y, z)$  dans cette forme intégrale a été diminué de 1 et les fonctions  $\Phi(x, y, z)$  et  $\theta(x, y, z)$  sont supposées alors être dérivables juste une fois. Les termes de contours sur  $\Gamma$  étant ainsi obtenus, cela permet alors d'exploiter la condition du flux sur la surface  $\Gamma$  :

$$\frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial n} = \nabla \theta \cdot n = \left( K \frac{\partial T}{\partial x}, K \frac{\partial T}{\partial y}, K \frac{\partial T}{\partial z} \right) \cdot n = -q_n \text{ Sur } \Gamma \quad [I.5]$$

La forme intégrale faible s'écrit alors :

$$W = \int_{\Omega} \left[ \Phi(x, y, z) \frac{\partial H(x, y, z)}{\partial t} + \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial x} \frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial y} \frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial z} \frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial z} \right] d\Omega + \int_{\Gamma} \Phi(x, y, z) q_n d\Gamma \quad [I.6]$$

### 3.2. Fonctionnelle de l'équation de conductivité thermique

L'opérateur  $L$  possède une fonctionnelle. Ainsi, une fonction de pondération  $\Phi = \delta H$ , a été choisie pour obtenir la formule suivante à partir de l'équation qui précède :

$$W = \int_{\Omega} \left[ \delta H \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(\delta H)}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial(\delta H)}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial(\delta H)}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] d\Omega + \int_{\Gamma} \delta H \cdot q_n d\Gamma = 0 \quad [1.7]$$

Si nous définissons une fonction  $J$  sous la forme :

$$J = \int_{\Omega} \left[ H \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] d\Omega + \int_{\Gamma} H q_n d\Gamma \quad [1.8]$$

Alors nous pouvons vérifier que :

$$\delta J = W = 0 \quad [1.9]$$

Par conséquent, une solution  $H$  qui annule  $W$  rend stationnaire la fonctionnelle  $J$ , celle-ci étant minimale ou maximale selon que la seconde variation de  $\delta^2 J$  est positive ou négative pour cette solution  $\theta$ .

Ainsi  $\Omega$  est une région bornée dans l'espace  $\mathbf{R}^3$  et  $\Gamma$  est la surface fermée de  $\Omega$ .

### 3.3. Formulation par la méthode des éléments finis

#### 3.3.1. Discrétisation par éléments finis

La méthode des éléments finis est utilisée pour obtenir une réponse numérique du domaine physique vis-à-vis de celle du temps comparativement au problème du chauffage diélectrique.

Ainsi, l'équation du transfert de chaleur a été formulée sous une forme variationnelle afin d'obtenir une solution approchée de celle-ci.

Toutefois, en subdivisant le domaine physique ou réel en sous-domaines (éléments finis), cette solution approchée mène à :

$$\int_{\Omega_S} (*) d\Omega_S = \sum_{\text{éléments } \Omega_S^e} \int (*) d\Omega_S \quad \text{Et} \quad \int_{\Gamma_S} (*) d\Gamma_S = \sum_{\text{éléments } \Gamma_S^e} \int (*) d\Gamma_S \quad [\text{I.10}]$$

En effet, chaque élément de ces sous-domaines se distinguent par un ensemble de nœuds à partir desquels des variables physiques ou mathématiques ont été intermises. Dans notre travail, ces variables sont de l'enthalpie volumique ( $H$ ) et la transformée de Kirchhoff ( $\theta$ ).

Dans le domaine physique, le vecteur enthalpie volumique  $H$  a été énuméré. Pour un élément bien défini du maillage, l'interpolation qui suit, sur le vecteur enthalpie élémentaire  $\{H\}^{el}$ , sera en évidence :

$$\{H\}^{el} = [N] \cdot \{H^n\}^{el} \quad [\text{I.11}]$$

$[N]$  est la matrice d'interpolation nodale (contenant les fonctions de forme) et  $\{H^n\}^e$  est le vecteur enthalpie volumique nodal élémentaire.

La dimension de chacune de ces matrices dépend du nombre de nœuds constituant l'élément.

Dans ce travail, si nous interpolons l'enthalpie volumique et la transformée de Kirchhoff sur un élément de référence de type hexaédrique avec quatre nœuds, alors ces expressions sont obtenues :

$$H(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^4 H_i^e(t) N_i^e(x, y, z) \quad \theta(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^4 \theta_i^e(t) N_i^e(x, y, z) \quad [I.12]$$

$$\text{Avec } N_i^e(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{4}(1 - \xi_i \xi)(1 - \eta_i \eta)(1 - \zeta_i \zeta), \quad i=1, \dots, 4 \quad [I.13]$$

Où les  $N_i$  sont les fonctions d'interpolations ;  $\xi$ ,  $\eta$  et  $\zeta$  sont les coordonnées locales ;  $\xi_i$ ,  $\eta_i$  et  $\zeta_i$  sont les coordonnées du nœud  $i$  associées à un élément de référence donné.

En écriture matricielle, ces expressions deviendront :

$$H(x, y, z, t) = \{N(x, y, z)\}^T \{H(t)\}^e \quad \theta(x, y, z, t) = \{N(x, y, z)\}^T \{\theta(t)\}^e \quad [I.14]$$

Ce qui permet alors d'aboutir à l'écriture ci-dessous pour la fonctionnelle  $J$  sur un élément hexaédrique «  $e$  » :

$$\begin{aligned} \{\delta J\}^e = \int_{\Omega} \left[ \{\delta H^e\}^T \cdot (\{N\} \cdot \{N\}^T)^e \cdot \left\{ \frac{dH}{dt} \right\}^e + \{\delta H^e\}^T \cdot ([B]^T \cdot [B])^e \cdot \{\theta\}^e \right] d\Omega + \\ \int_{\Gamma} \{\delta H^e\}^T \cdot \{N\} \cdot q_n d\Gamma \end{aligned} \quad [I.15]$$

$$\text{Avec } [B] = \{D\} \{N\}^T = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{Bmatrix} \{N\}^T \quad [I.16]$$

Où  $[B]$  est la matrice des gradients des fonctions d'interpolation.

Sous forme matricielle, la relation s'écrit :

$$\{\delta J\} = \{\delta H^e\}^T [C]^e \left\{ \frac{\partial H}{\partial t} \right\}^e + \{\delta H^e\}^T [K]^e \{\theta\}^e + \{\delta H^e\}^T \{Q\}^e \quad [I.17]$$

Puisque la fonctionnelle J est considérée stationnaire, cette hypothèse nous permet d'obtenir au niveau élémentaire l'écriture suivante :

$$\{W^e\} = [C]^e \cdot \left\{ \frac{dH}{dt} \right\}^e + [K]^e \cdot \{\theta\}^e + \{Q\}^e \quad [I.18]$$

$$\text{Avec } [C]^e = \int_{\Omega} (\{N\} \cdot \{N\}^T) d\Omega \quad [I.19]$$

$[C]^e$  est la matrice élémentaire de capacité thermique.

$$\text{Et } [K]^e = \int_{\Omega} ([B]^T \cdot [B]) d\Omega \quad [I.20]$$

$[K]^e$  est la matrice élémentaire de conductivité thermique.

L'existence d'une interpolation quadratique de la transformée de Kirchhoff vis-à-vis de l'enthalpie volumique donne :

$$\{\theta\} = \{A_0\} + \{A_1\} \cdot \{H\}^e + \{A_2\} \cdot \{H^2\}^e \quad [I.21]$$

Dans cette situation [I.20] devient alors :

$$\{W\}^e = [C]^e \cdot \left\{ \frac{dH}{dt} \right\}^e + [\bar{K}]^e \cdot \{H\}^e + [G]^e \cdot \{H^2\}^e - \{R\}^e + \{Q\}^e \quad [I.22]$$

Où  $[K]^e$  et  $[G]^e$  sont des matrices de capacité thermique et ces dernières dépendent de  $[K]^e$ ,  $\{A_0\}$ ,  $\{A_1\}$  et  $\{A_2\}$ .

En effet, l'assemblage des matrices élémentaires conduit au système d'équations différentielles s'écrivant :

$$[C] \cdot \left\{ \frac{dH}{dt} \right\} + [\bar{K}] \cdot \{H(t)\} + [G] \cdot \{H^2(t)\} = \{R\} + \{Q\} \quad [I.23]$$

[C] étant la matrice globale de capacité thermique

[K] et [G], les matrices globales de conductivité thermique

{R} le vecteur des sollicitations

D'où la solution du problème [II.25] est obtenue en résolvant le système [II.23] sous la forme suivante :

$$\left\{ \frac{dH}{dt} \right\} + [C]^{-1} \cdot [\bar{K}] \cdot \{H\} + [C]^{-1} \cdot [G] \cdot \{H\}^2 = [C]^{-1} \cdot (\{R\} + \{Q\}) \quad [I.24]$$

### 3.3.2 Expression du flux

L'expression intégrale du flux associé à la formule [II.20] s'écrit :

$$\{Q\}^e = \int_{\Gamma_n} \{N\} \cdot q_n d\Gamma_n \quad [I.25]$$

Cette relation [II.27] et la formulation [II.5] sont à considérer afin d'obtenir la formule du flux qui s'écrit :

$$q_n = q_c + q_r \quad [I.26]$$

$$q_n = h(T - T_\infty) + q_r \quad [I.27]$$

$q_c$ ,  $q_r$  sont respectivement les flux de type conduction et radiation

$h$  est le coefficient d'échange de chaleur par convection

$T_\infty$  est la température du milieu ambiant (air)

$h(T-T_\infty)$  correspond au transfert de chaleur par convection du matériau vers le milieu ambiant.

### 3.3.3 Condition aux limites

Dans ce travail, le chauffage est considéré homogène et isotrope. Ainsi, la condition frontière suivante a été ajoutée dans l'équation [II.1] :

$$K\nabla T \cdot n + h(T - T_\infty) - qn = 0 \quad [\text{I.28}]$$

Avec  $q$ , le flux incident de chaleur

$n$ , la normale par rapport à la surface extérieure

Le flux de chaleur incident est un facteur de la configuration de la source et de la position du matériau.

Il est aussi important de noter que le coefficient de convection dépend autant de la température que de l'état de la surface du milieu matériel, c'est-à-dire que  $h$  dépend de  $(T \text{ et } \Gamma)$ .

La formulation de [II.1] en fonction de la transformée de Kirchhoff peut alors être écrite sous la forme suivante :

$$K\nabla \theta \cdot N + h(T - T_\infty) - qn = 0 \quad [\text{I.29}]$$

### 3.3.4 Matrice de capacité thermique

L'utilisation de la méthode de Galerkin fournit une matrice de capacité thermique bandée. La transformation de celle-ci en matrice diagonale peut renfermer deux avantages, dont la diminution de l'espace requis pour la conservation de cette matrice et la facilité à l'inverser.

Pour ce faire, les éléments  $C_{ij}$  de la matrice [C] seront substitués par les éléments  $C'_{ij}$  définis comme suit :

$$C'_{ij} = \sum_{j=1}^n C_{ij}, \quad i = \{1, 2, \dots, n\} \quad [I.30]$$

### 3.3.5 Schéma implicite d'intégration du temps

Le schéma mono pas-implicite d'intégration en temps est adopté dans ce travail. L'équation [II.24], après réarrangement des termes, devient :

$$\left( \hat{K}_{n+1} + \hat{G}_{n+1} \right) H_{n+1} = \hat{K}_n H_n + \hat{G}_n H_n^2 + \hat{R}_{n,n+1} \quad [I.31]$$

Où K, G et R sont les matrices globales modifiées

$H_{n+1}$  est le vecteur nodal global des enthalpies à l'instant  $t_{n+1}$

Le schéma de Crank Nicolson sera mis en œuvre pour la stabilité de la méthode.

## 3.4 Simulation

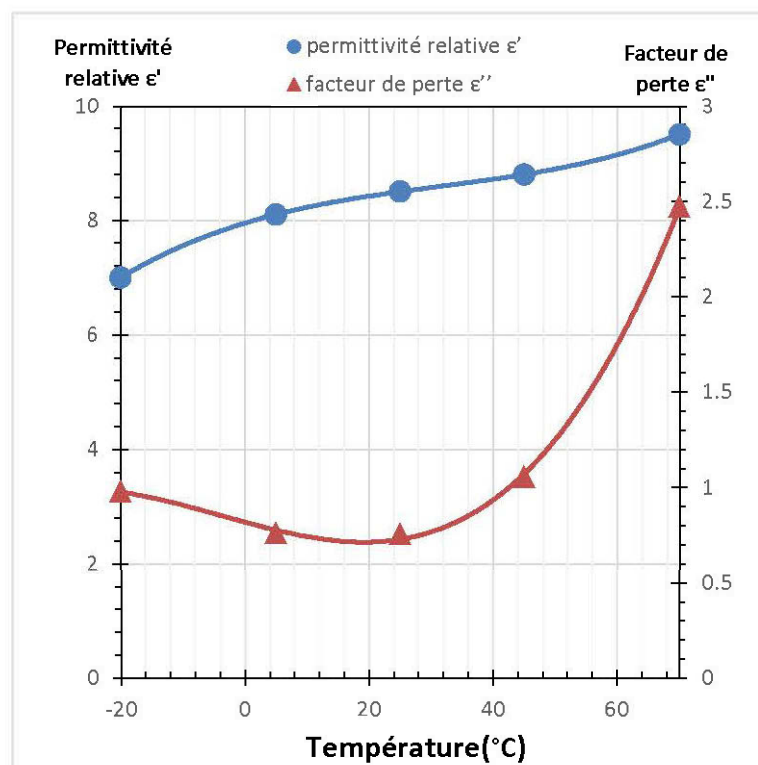
### 3.4.1. Représentation analytique des propriétés diélectriques

- Pour le sapin de douglas



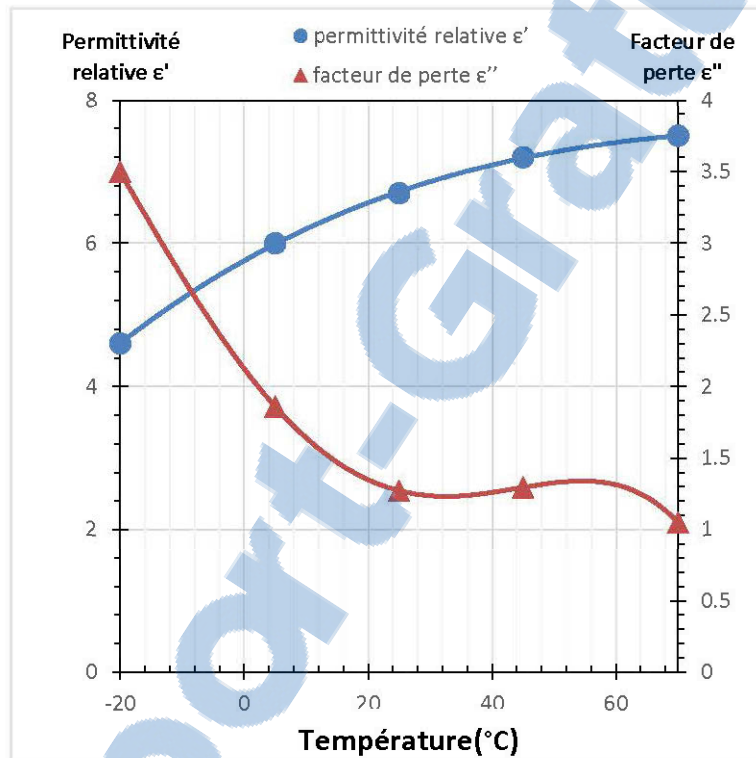
❖ Avec une teneur en humidité de 65%

✚ À 1MH



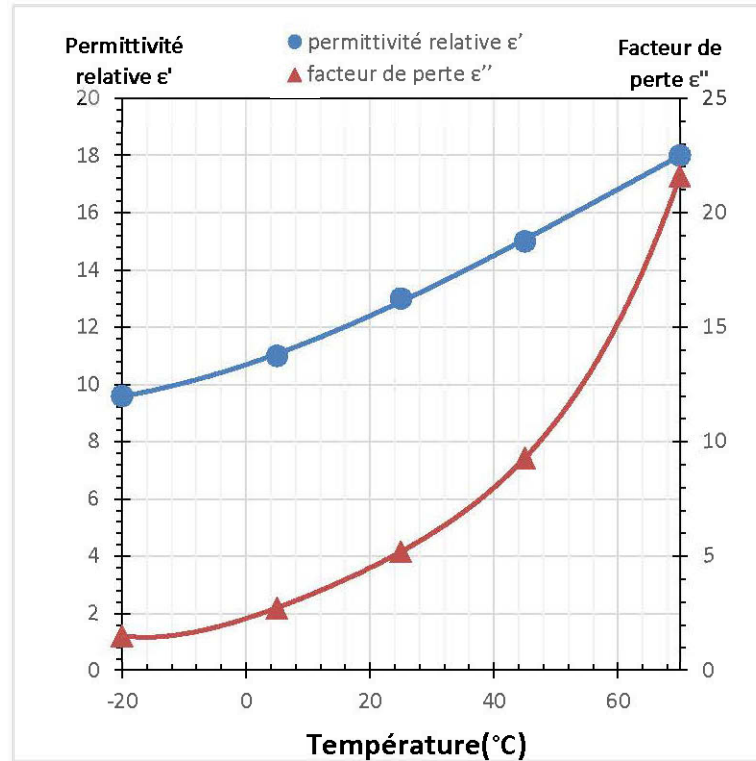
**Figure 19 :** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 65%

À 50MHz



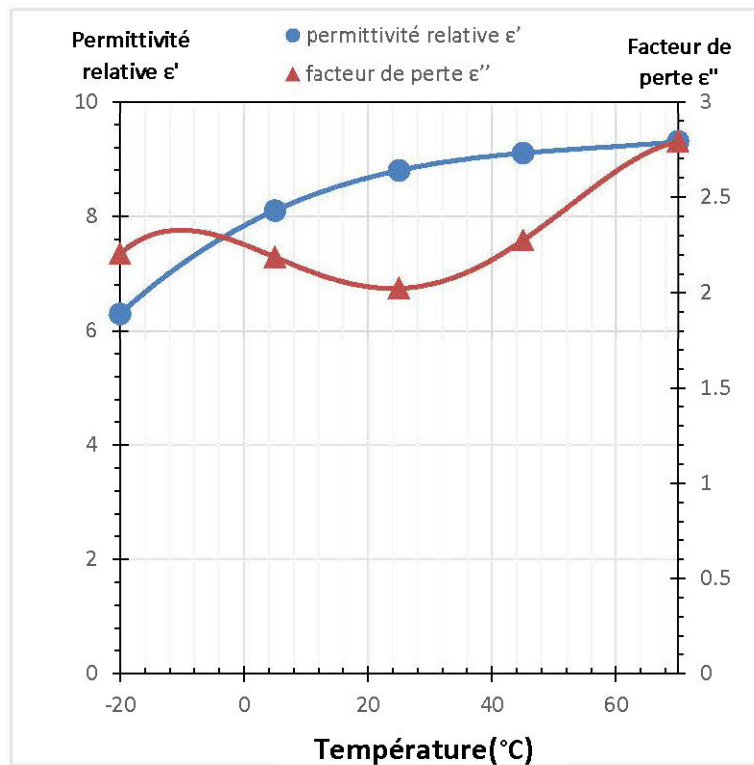
**Figure 20:** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 65%

❖ Avec une teneur en humidité de 80%  
 À 1MH



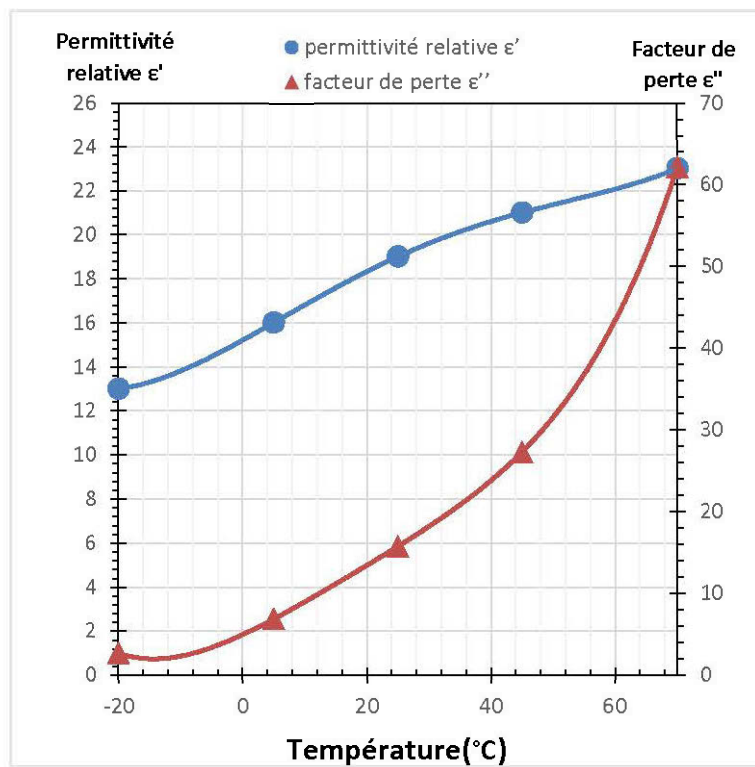
**Figure 21:** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 80%

À 50MHz



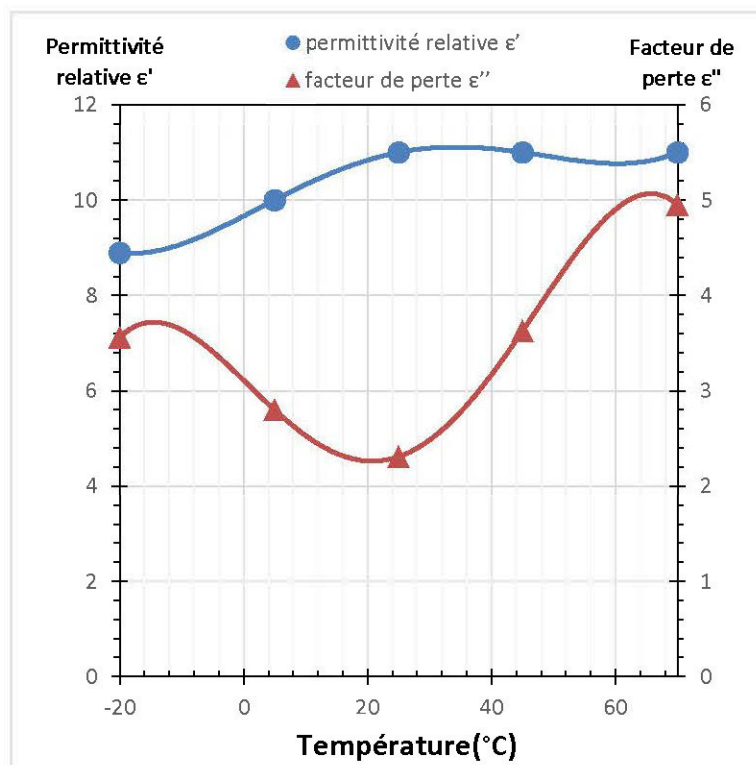
**Figure 22:** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 80%

- ❖ Avec une teneur en humidité de 90%
  - ✚ À 1MHz



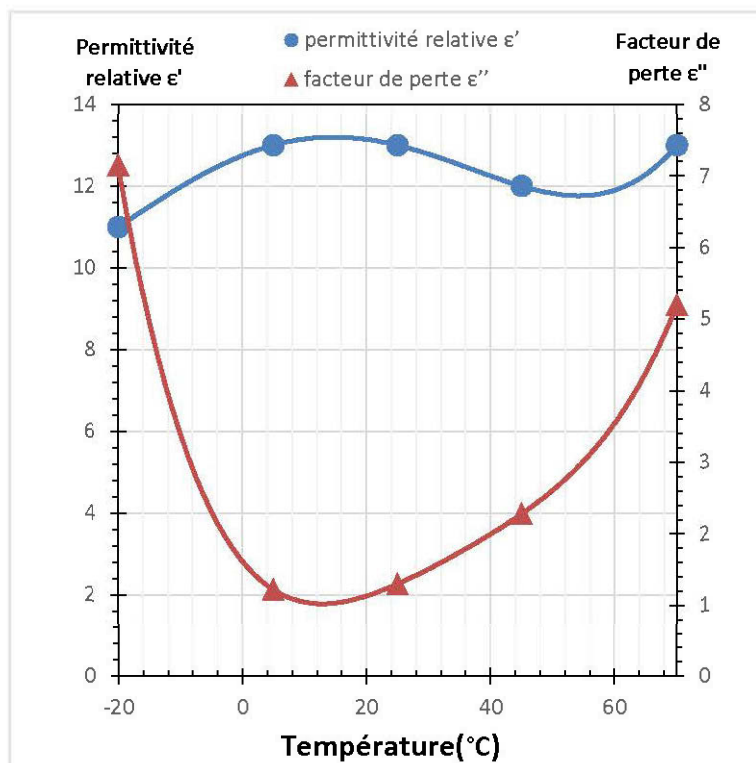
**Figure 23:** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 90%

À 50MHz



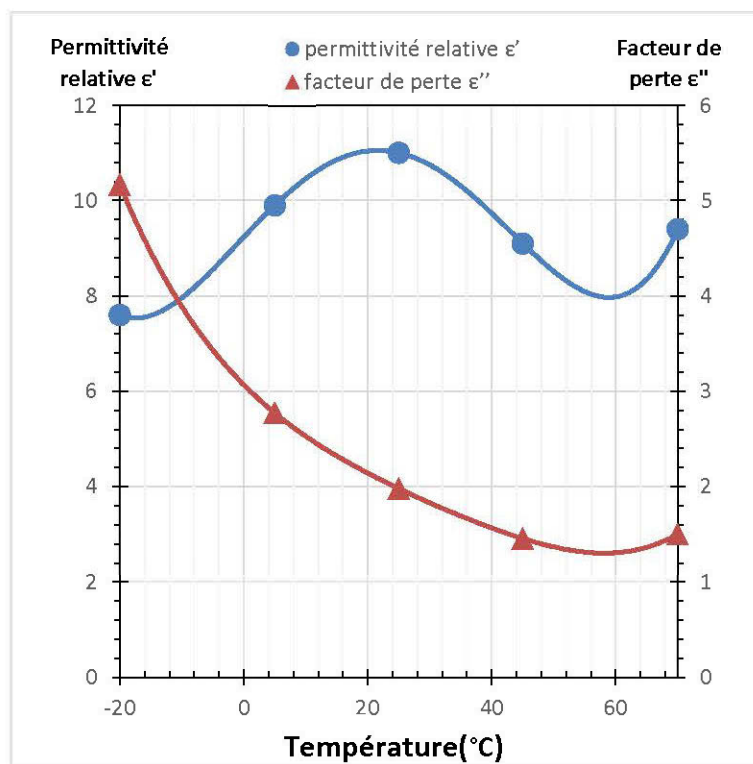
**Figure 24:** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du sapin de douglas en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 90%

- Pour le chêne blanc
  - ❖ Avec une teneur en humidité de 65%
  - ✚ À 1MHz



**Figure 25 :** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 65%

À 50MHz

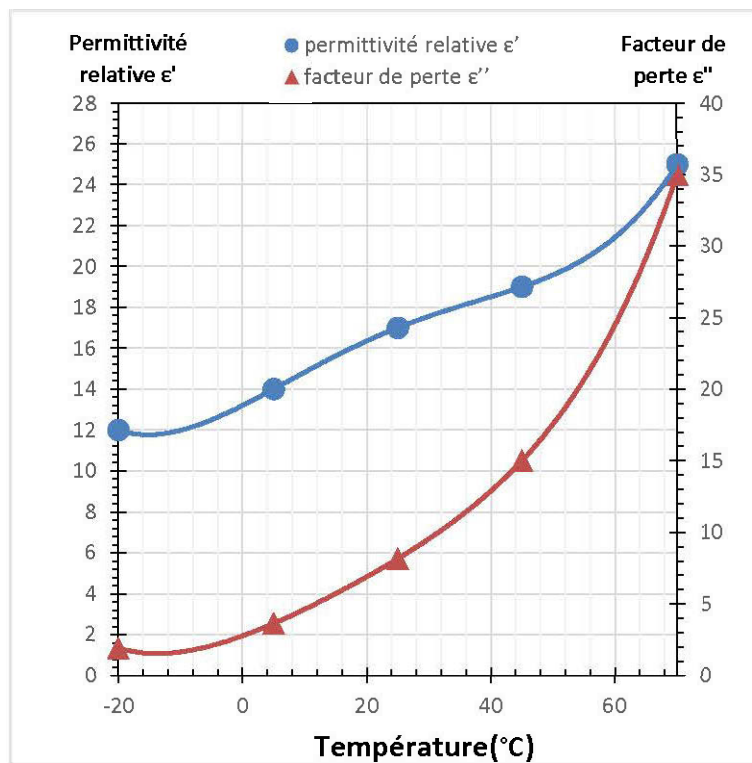




**Figure 26 :** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 65%

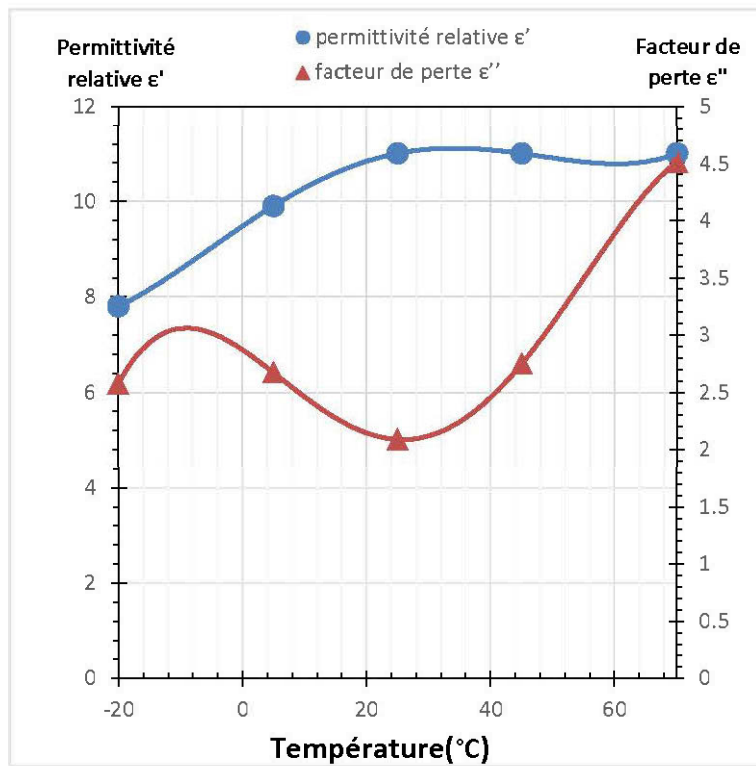
❖ Avec une teneur en humidité de 80%

✚ À 1MHz



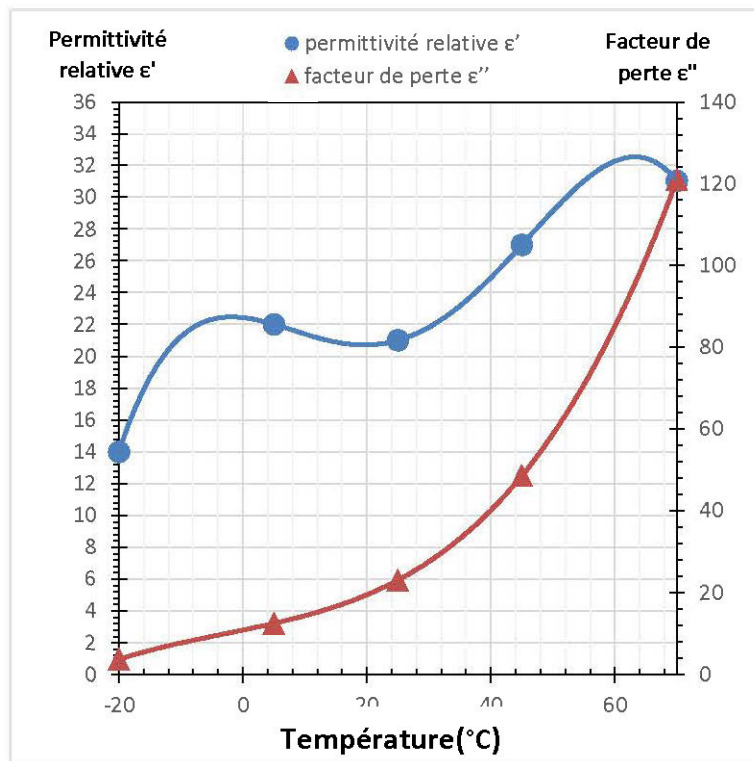
**Figure 27 :** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 80%

✚ À 50MHz



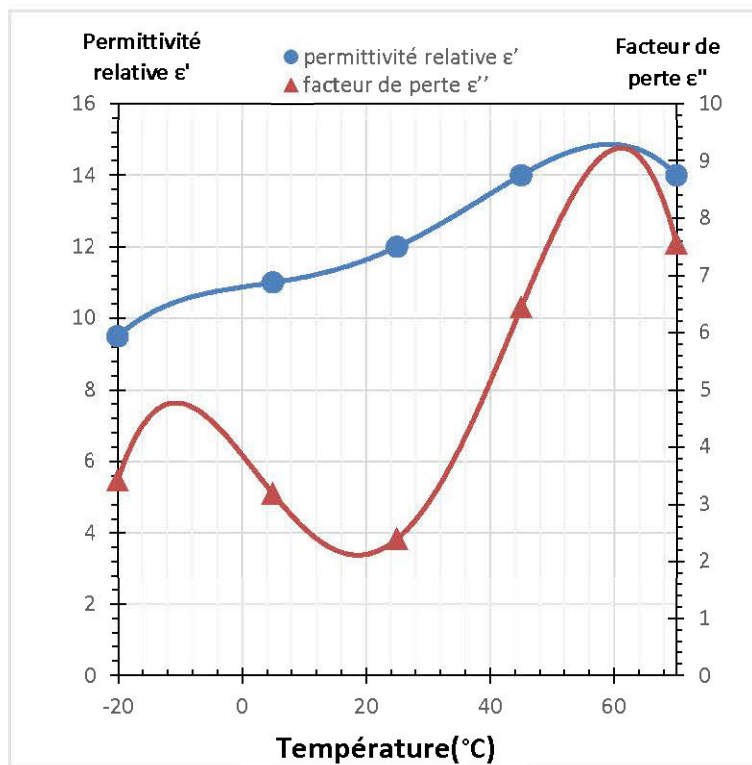
**Figure 28** : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 80%

❖ Avec une teneur en humidité de 90%  
 ✚ À 1MHz



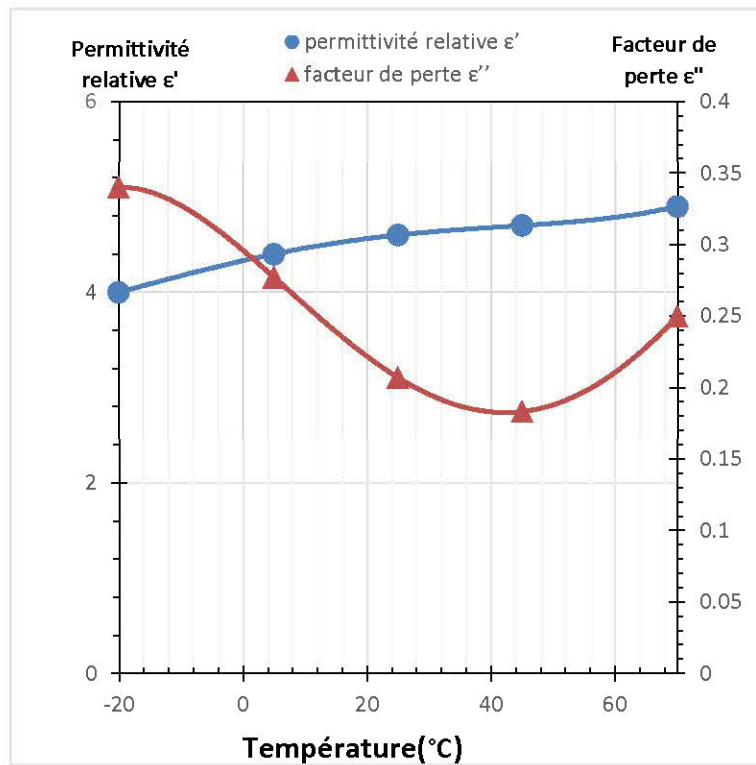
**Figure 29** : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 90%

À 50MHz



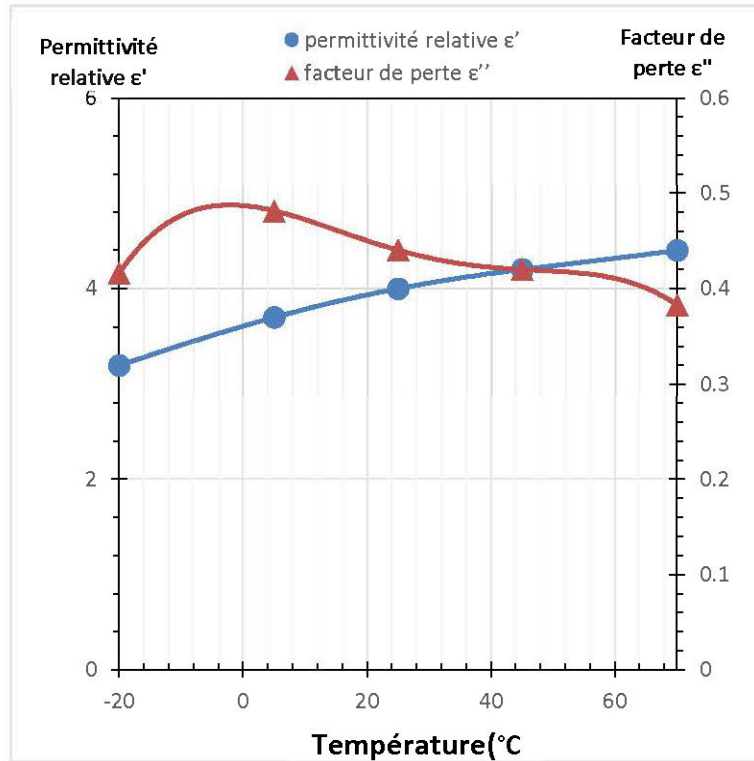
**Figure 30 :** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte du chêne blanc en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 90%

- Pour l'isorel
  - ❖ Avec une teneur en humidité de 65%
    - ✚ À 1MHz



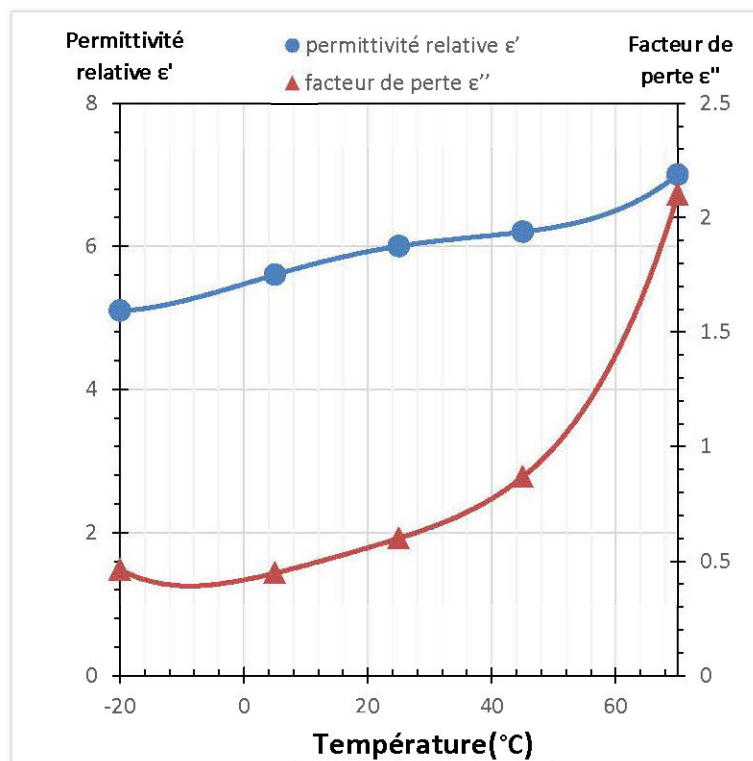
**Figure 31** : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 65%

✚ À 50MHz



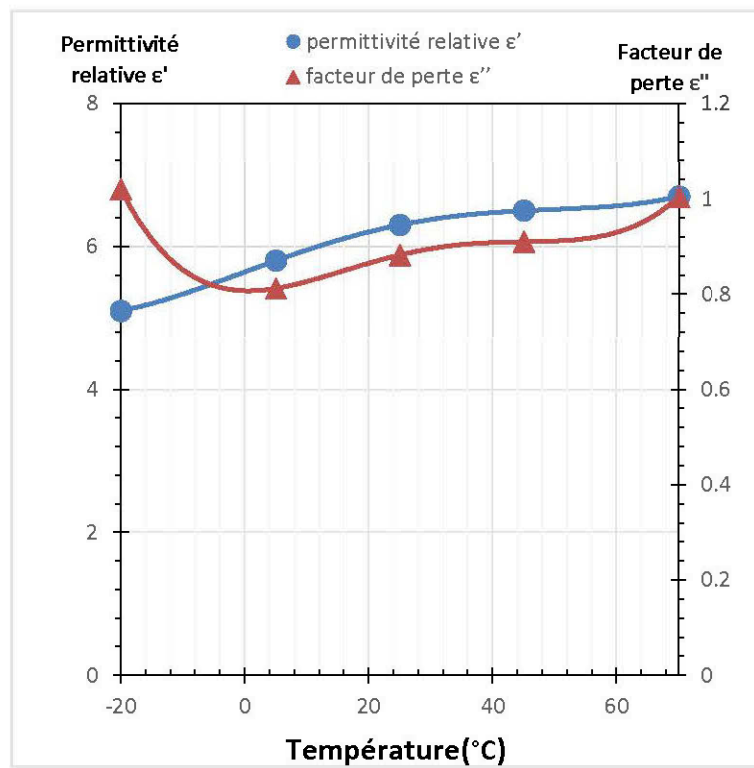
**Figure 32** : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 65%

- ❖ Avec une teneur en humidité de 80%
  - ✚ À 1MHz



**Figure 33 :** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 80%

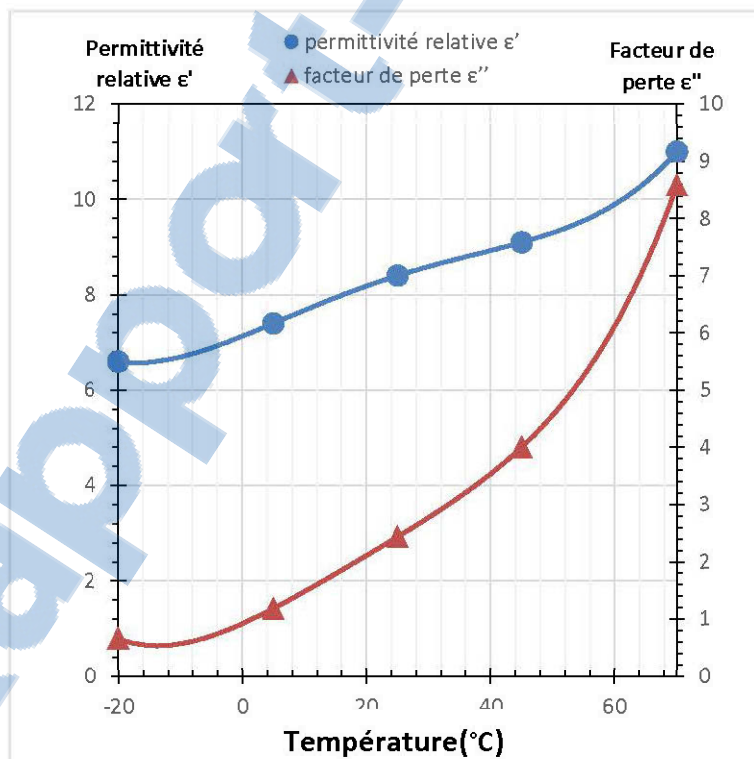
À 50MHz





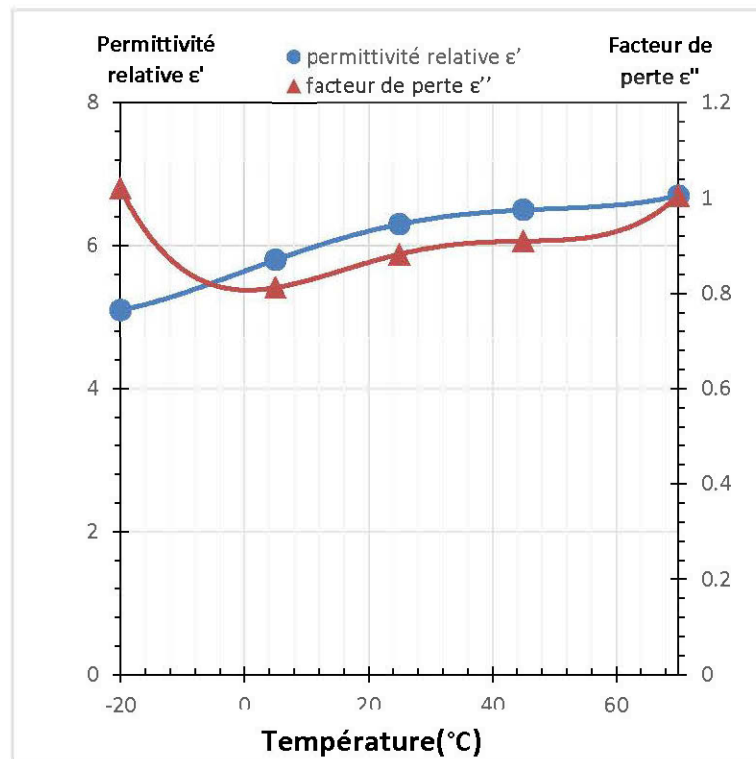
**Figure 34 :** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isolant en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 80%

❖ Avec une teneur en humidité de 90%  
 ➤ À 1MHz



**Figure 35 :** Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 1MHz avec une teneur en humidité de 90%

À 50MHz



**Figure 36** : Évolution de la permittivité relative et du facteur de perte de l'isorel en fonction de la température à 50MHz avec une teneur en humidité de 90%

### 3.4.2 Conclusion

Le code Thermoform de Mr Fouad Erchiqui est utilisé afin de faire notre simulation de la formulation en enthalpie volumique par la méthode des éléments finis.

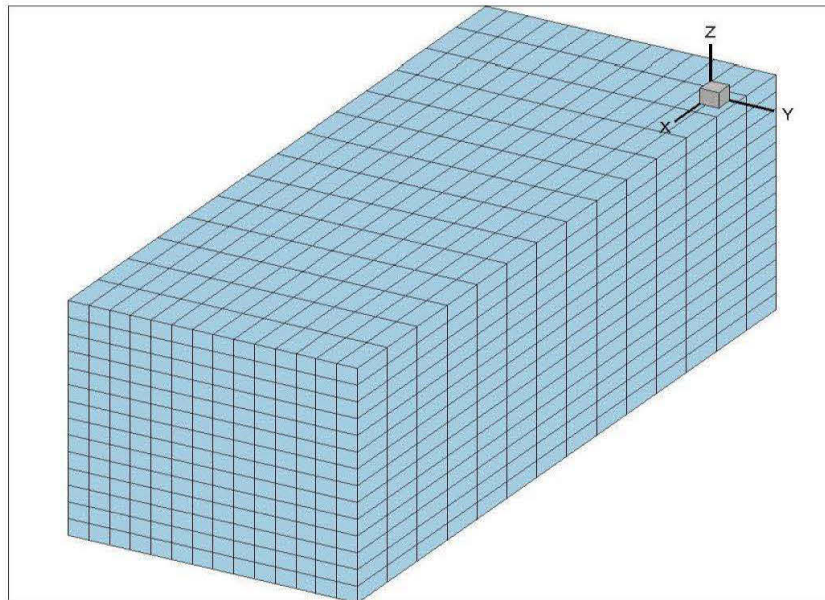
- Ainsi, notre structure bois a été estimée de forme parallélépipédique avec les dimensions suivantes :  $x=5\text{cm}$ ,  $y=2\text{cm}$  et  $z=2\text{cm}$ .
- Elle a été discrétisée en 3375 nœuds et 2744 éléments composés d'hexaèdres avec quatre nœuds.
- L'onde radiofréquence est supposée plane, normale et est dirigée vers les deux surfaces  $x=0$  et  $x=5\text{cm}$  de la structure.

Les propriétés thermophysiques et diélectriques sont considérées dépendantes de la température et ont été ainsi intégrées dans la simulation.

## CHAPITRE4

### PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

A la suite de notre simulation, le maillage de la structure bois obtenu est le suivant



**Figure 37 :** Maillage de la structure bois avec  $x=5\text{cm}$  ;  $y=2\text{cm}$  et  $z=2\text{cm}$

Différentes illustrations ont également découlé de ce travail, parmi celles-ci :

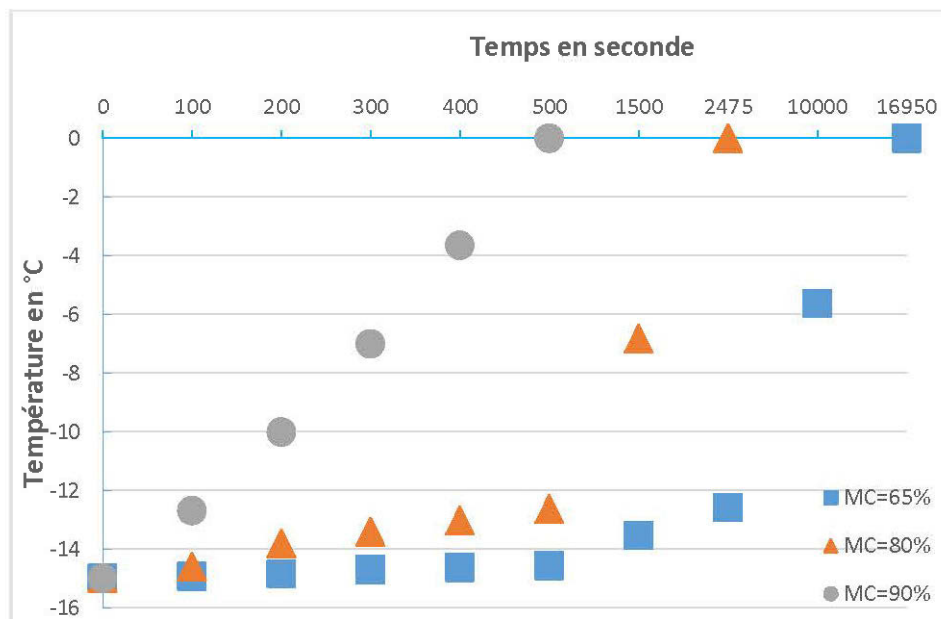
#### ***4.1. Évolution de la température en fonction du temps***

Dans cette étape, trois directions différentes de l'onde ont été mises en exergue :

- Suivant l'axe des x ; avec les valeurs de y et z fixées à 1cm pour le chêne blanc
- Suivant l'axe des y ; avec x=2,5cm et z=1cm pour l'isorel
- Suivant l'axe des z, avec x=2,5cm et y=1cm pour le sapin de douglas

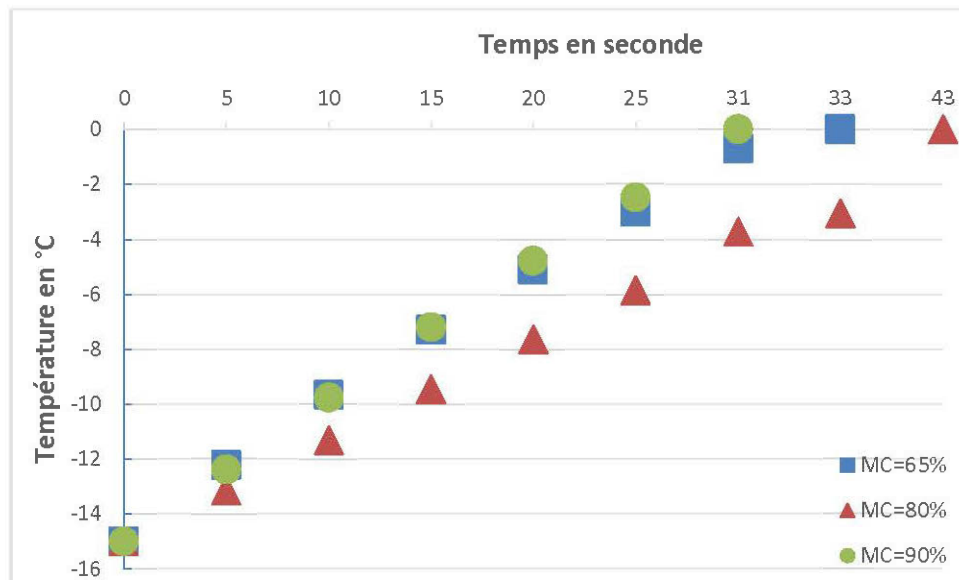
#### 4.1.1. Chêne blanc

À 1MHz



**Figure 38 :** Évolution de la température suivant x pour le chêne blanc à 1MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

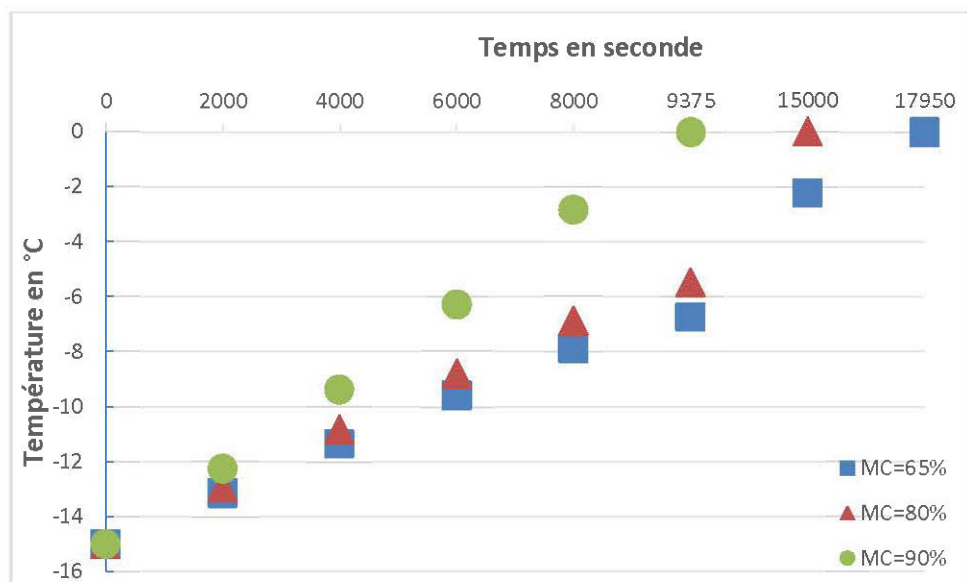
À 50MHz



**Figure 39 :** Évolution de la température suivant x pour le chêne blanc à 50MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

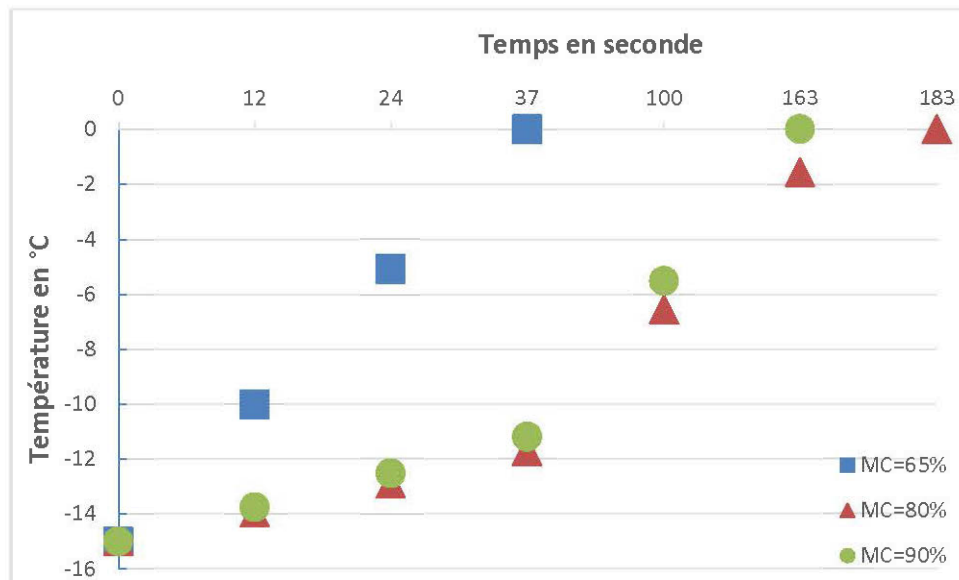
#### 4.1.2. Isorel

À 1MHz



**Figure 40 :** Évolution de la température suivant  $y$  pour l'isorel à 1MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

À 50MHz

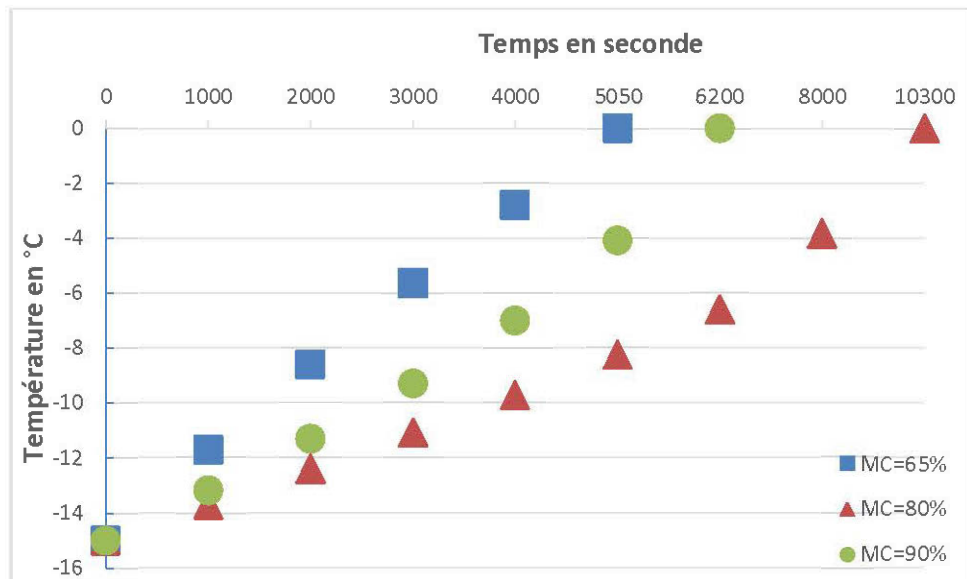


**Figure 41** : Évolution de la température suivant x pour l'isorel à 50MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

#### 4.1.3. Sapin de douglas

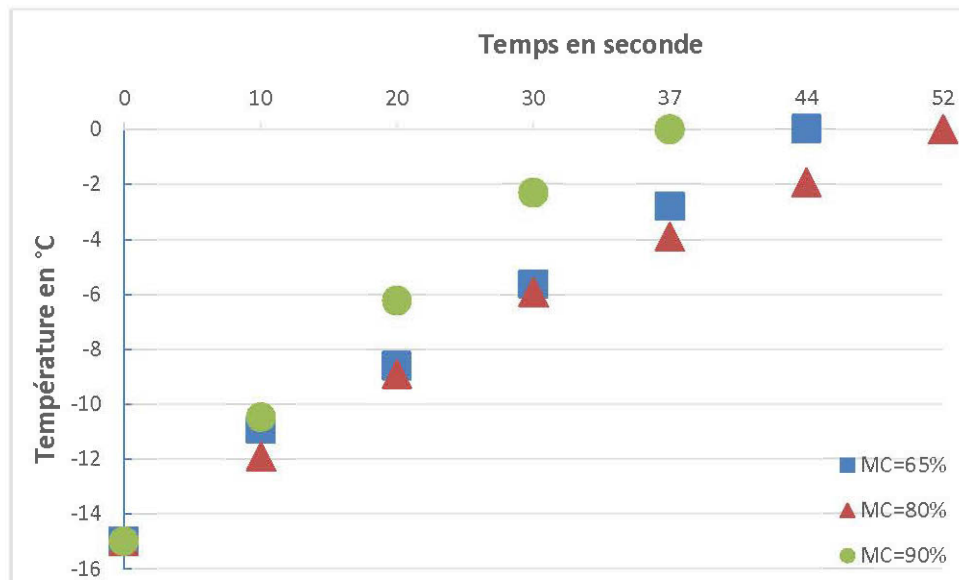


À 1MHz



**Figure 42 :** Évolution de la température suivant z pour le sapin de douglas à 1MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

À 50MHz



**Figure 43 :** Évolution de la température suivant z pour le sapin de douglas à 50MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Il faut bien noter que dans cette situation, la phase solide est toujours présente, le chauffage a été considéré jusqu'à zéro négatif. La température accroit linéairement avec le temps de façon progressive. Cependant, les différences des valeurs des humidités ne donnent pas de détails exacts sur les écarts de temps entre celles-ci.

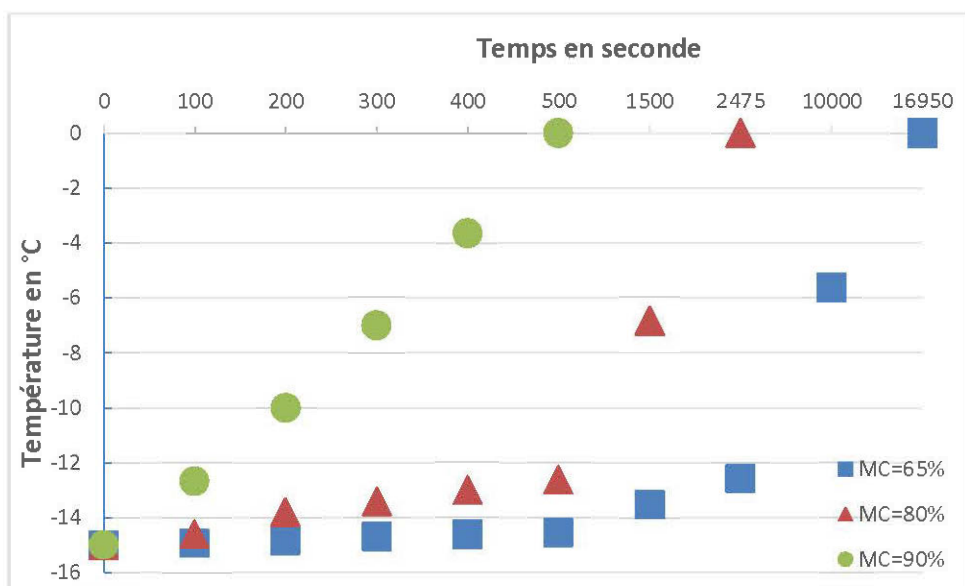
À 50MHz, la distribution de la température parait plus rapide que celle de 1MHz, cela s'explique tout simplement par la différence des valeurs de fréquence.

1MHz, valeur de radiofréquence très faible, donne des résultats qui ne sont pas concurrentiels vis-à-vis des autres méthodes de chauffage.

#### 4.2. Évolution de la température au centre du chêne blanc en fonction du temps

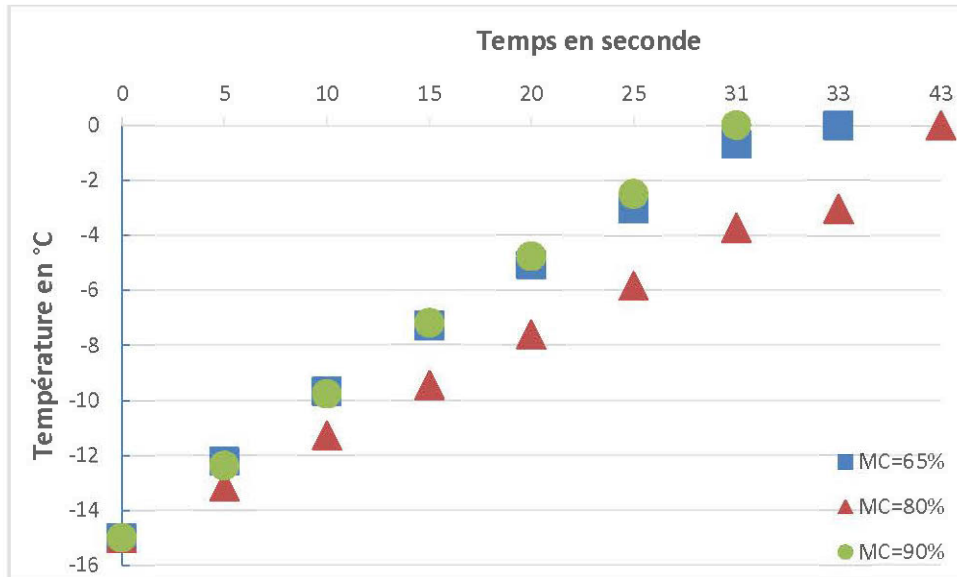
Ici, la propagation de la température a été visualisée pour le chêne blanc, à la position  $x=2.5$ ,  $y=1$  et  $z=1$ , nous avons obtenu les courbes suivantes :

À 1MHz



**Figure 44 :** Évolution de la température au centre de la structure du chêne blanc à 1MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

À 50MHz



**Figure 45** : Évolution de la température au centre de la structure du chêne blanc à 50MHz en fonction du temps et de la teneur en humidité

Nous avons remarqué qu'il s'agit des mêmes allures que celles suivant l'axe des x avec  $y=0,1$  et  $z=0,1$ .

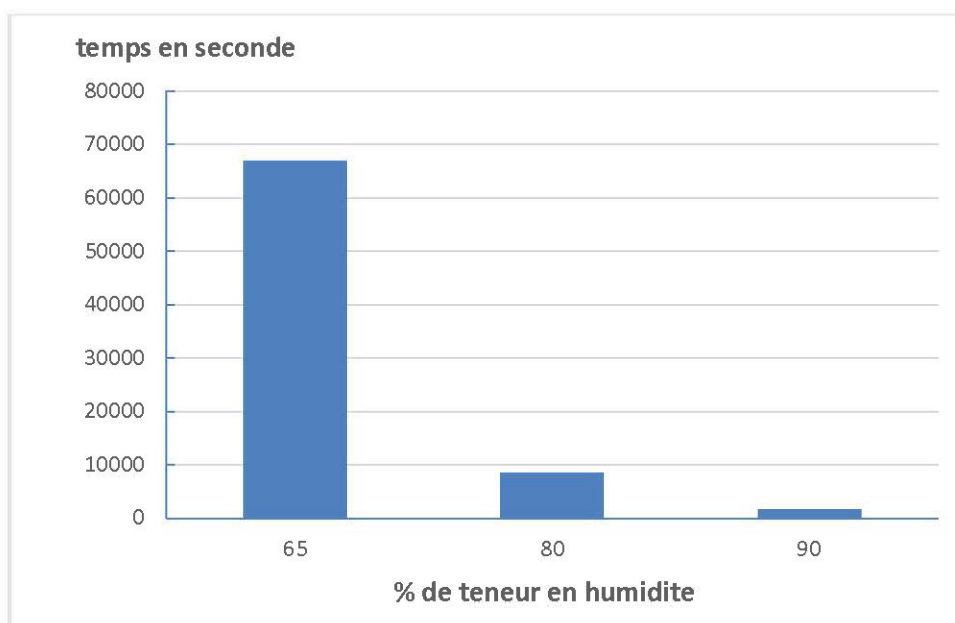
Ces résultats prouvent que le chauffage par radiofréquence est uniforme ; il demande beaucoup plus de temps pour les faibles valeurs de radiofréquence comparées à celles des micro-ondes. Toutes les parties de la structure se chauffent en même temps.

### 4.3 Temps de dégel en fonction de l'humidité

Dans cette partie, on visait à estimer le temps de dégel de l'espèce vis-à-vis des trois teneurs en humidité (65%, 80% et 90%) à une température initiale de  $-15^{\circ}\text{C}$  jusqu'à  $0^{\circ}$ , pour les deux valeurs de la fréquence mises en application, soit 1MHz et 50MHz.

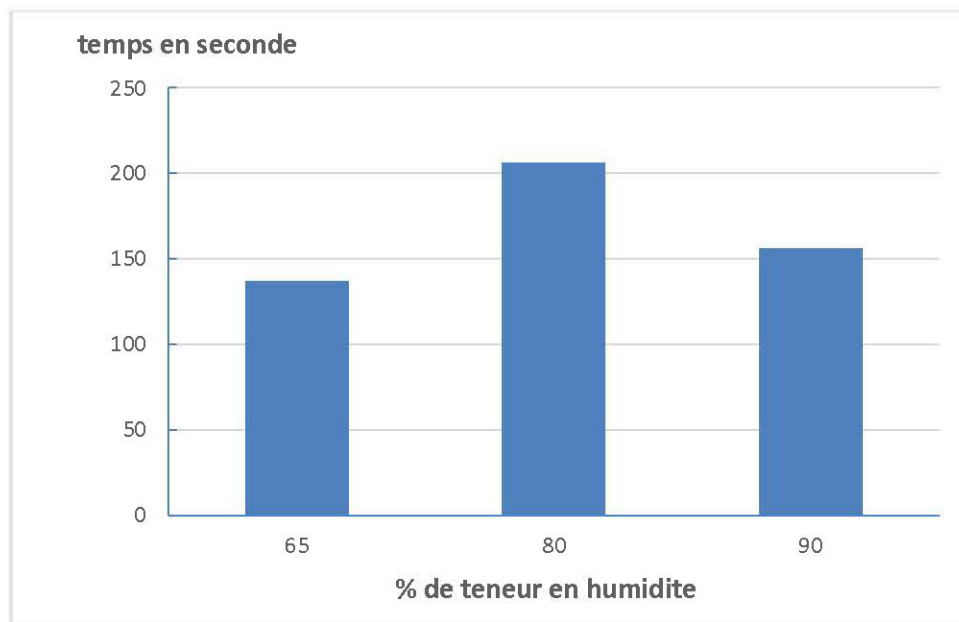
#### 4.3.1 Chêne blanc

✚ À 1MHz



**Figure 46 :** Temps de dégel du chêne blanc pour 1MHz en fonction de la teneur en humidité

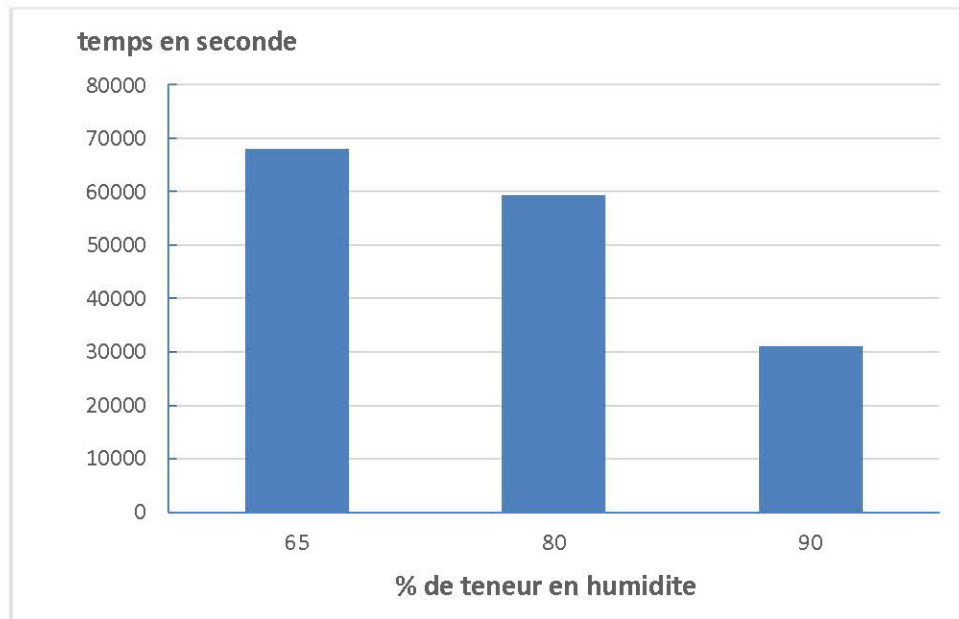
À 50MHz



**Figure 47 :** Temps de dégel du chêne blanc pour 50MHz en fonction de la teneur en humidité

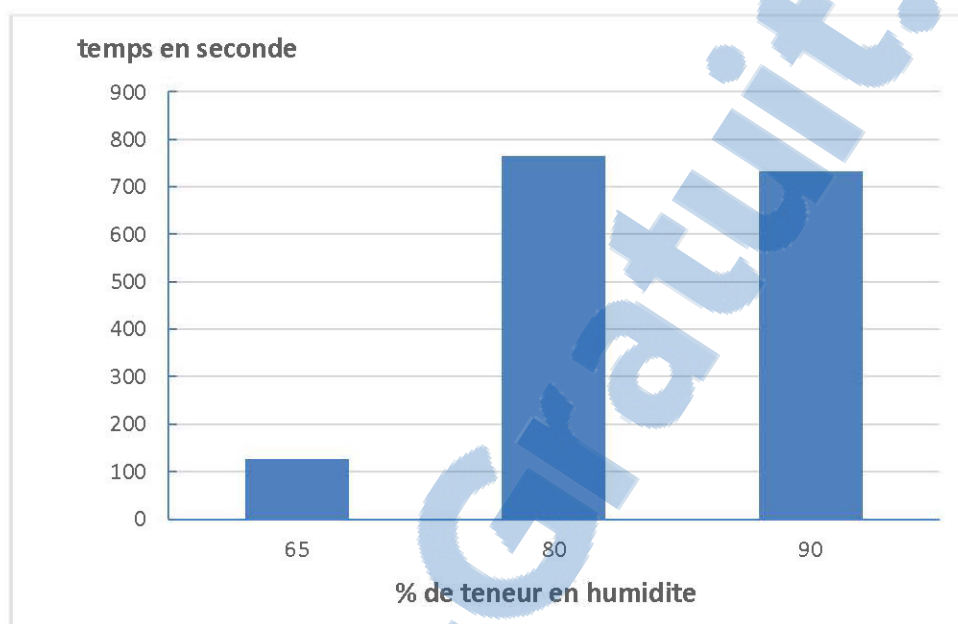
#### 4.3.2 Isorel

À 1MHz



**Figure 48** : Temps de dégel de l'isorel pour 1MHz en fonction de la teneur en humidité

À 50MHz

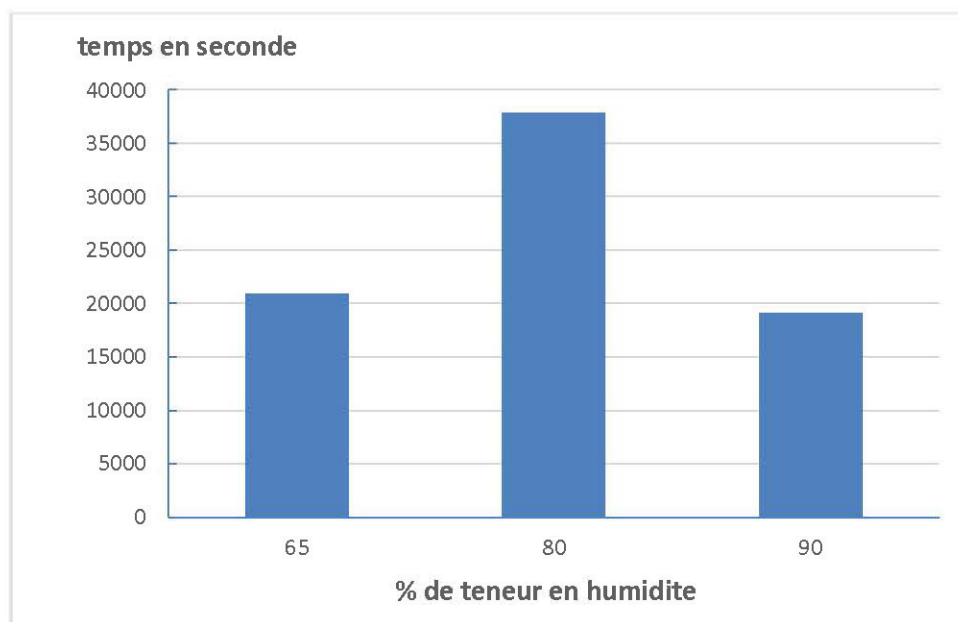


**Figure 49 :** Temps de dégel de l'isorel pour 50MHz en fonction de la teneur en humidité

#### 4.3.3 Sapin de douglas

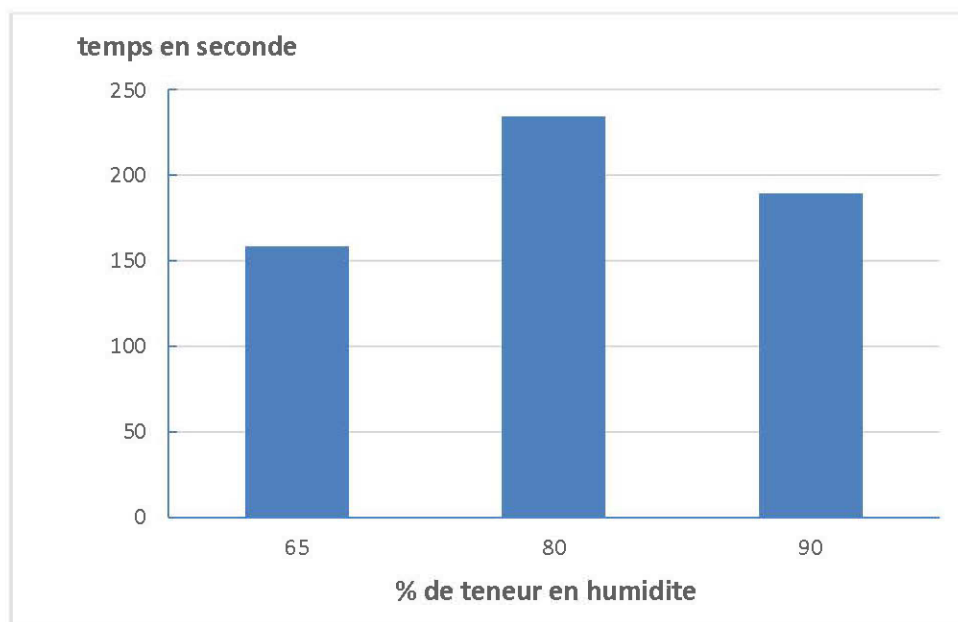


À 1MHz



**Figure 50** : Temps de dégel du sapin de douglas pour 1MHz en fonction de la teneur en humidité

À 50MHz



**Figure 51** : Temps de dégel du sapin de douglas pour 50MHz en fonction de la teneur en humidité

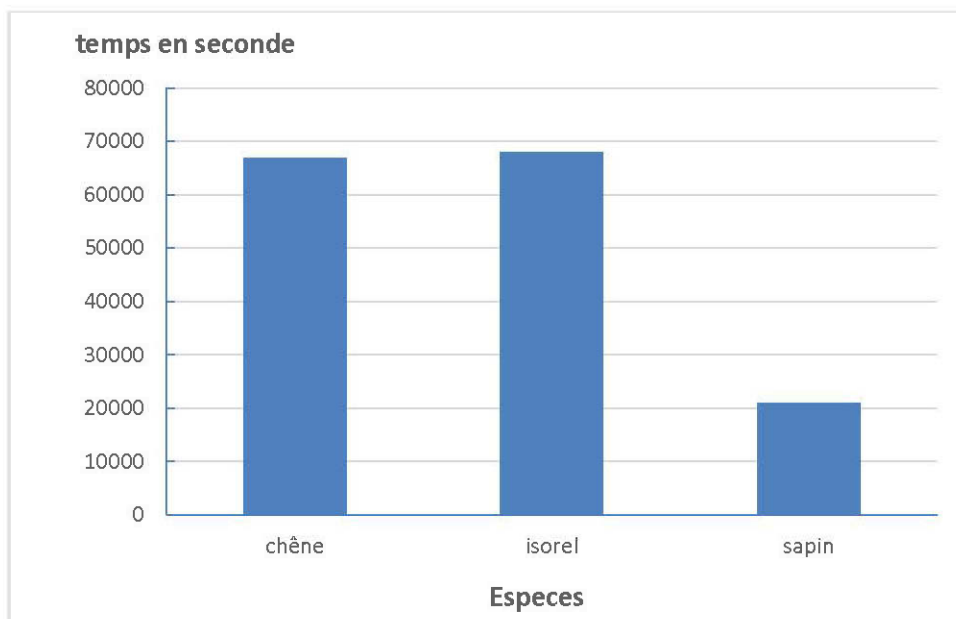
Plus la teneur en eau est grande, plus le matériau se chauffe rapidement, car l'interaction entre les ondes et les molécules est plus importante, ce qui favorise le chauffage. Cette hypothèse n'a pas été vérifiée par nos illustrations.

En effet, il ne suffit pas de prédire le comportement de l'espèce sous l'effet des radiofréquences à partir de la teneur en humidité seulement, les propriétés diélectriques sont également à considérer. Ces propriétés diélectriques varient d'une espèce à une autre et en fonction de l'humidité relative et de la fréquence appliquée.

#### 4.4 Étude comparative du temps de dégel des trois espèces

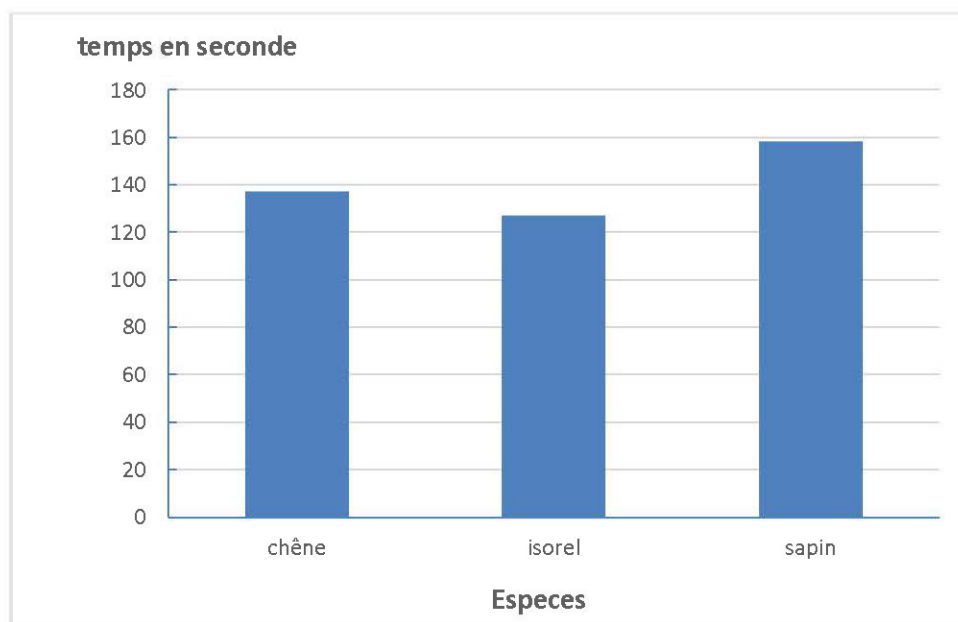
Après avoir analysé le temps de dégel pour chaque espèce, nous avons jugé nécessaire de comparer ce temps pour les trois espèces en fonction de la teneur en humidité et de la fréquence.

- ✓ Pour MC=65%
- ✚ À 1MHz



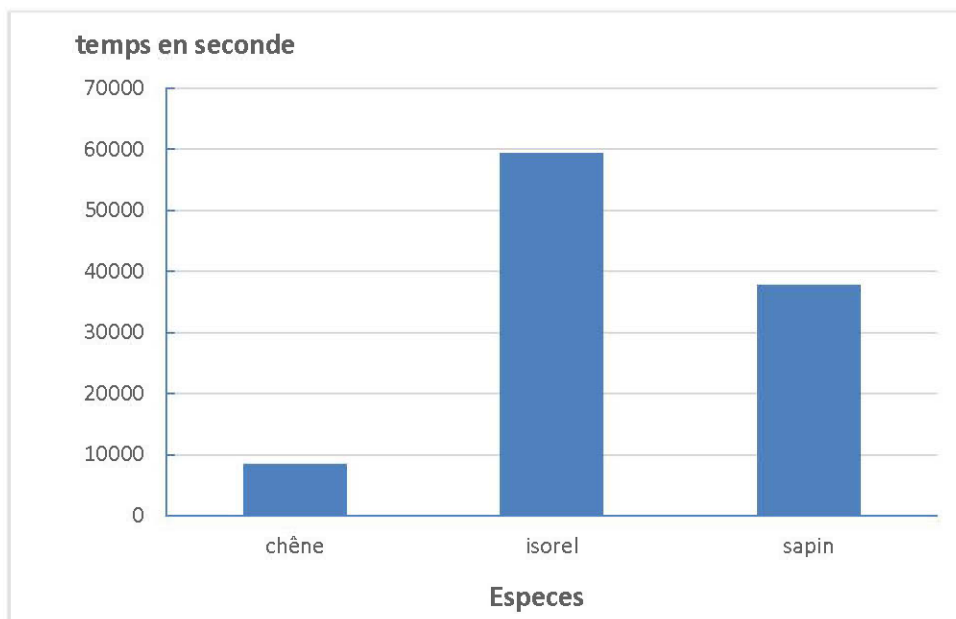
**Figure 52 :** Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 65% à 1MHz

À 50MHz



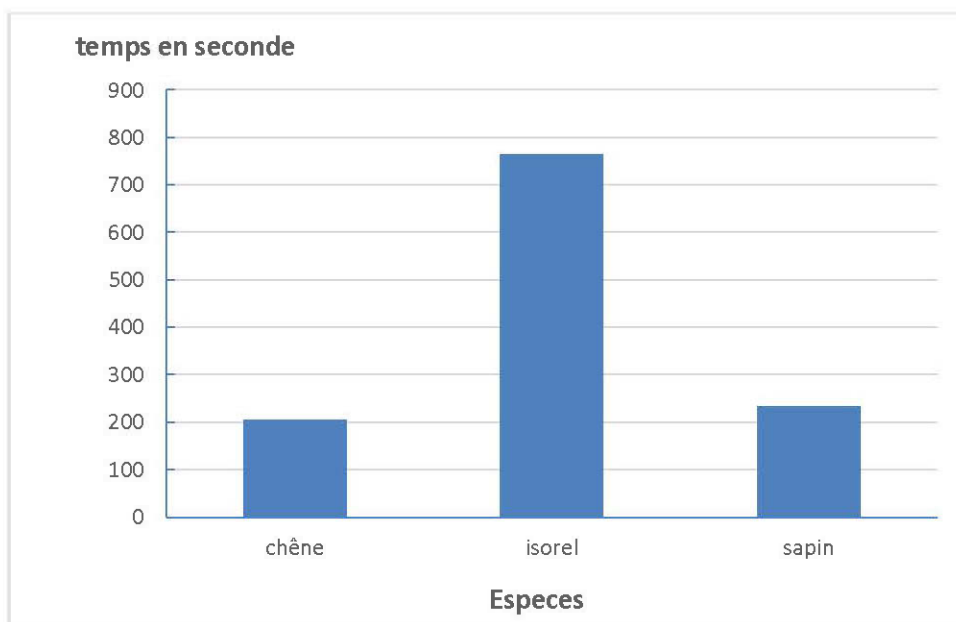
**Figure 53** : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 65% à 50MHz

✓ Pour MC=80%  
✚ À 1MHz



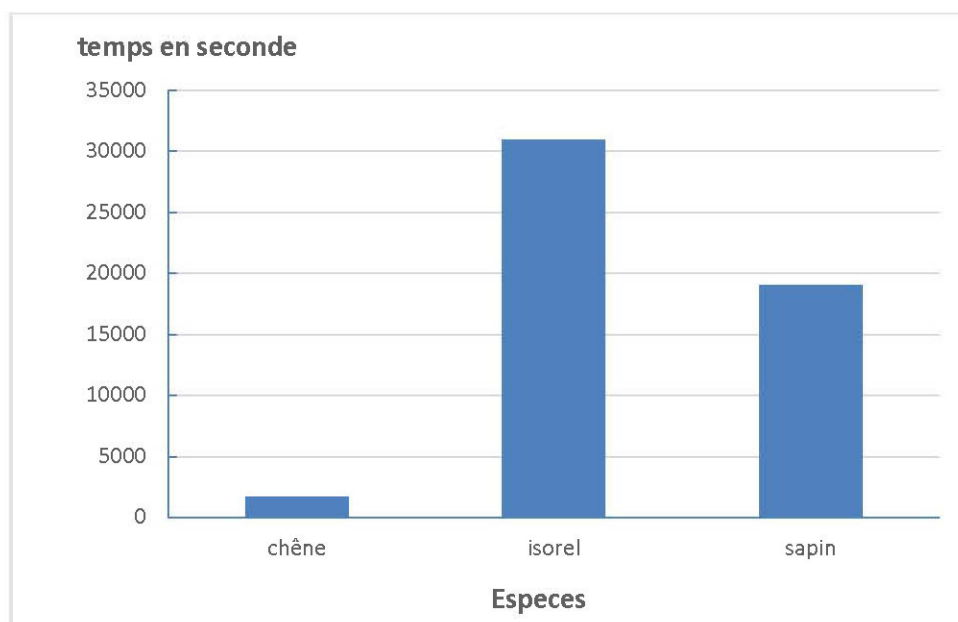
**Figure 54** : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 80% à 1MHz

À 50MHz



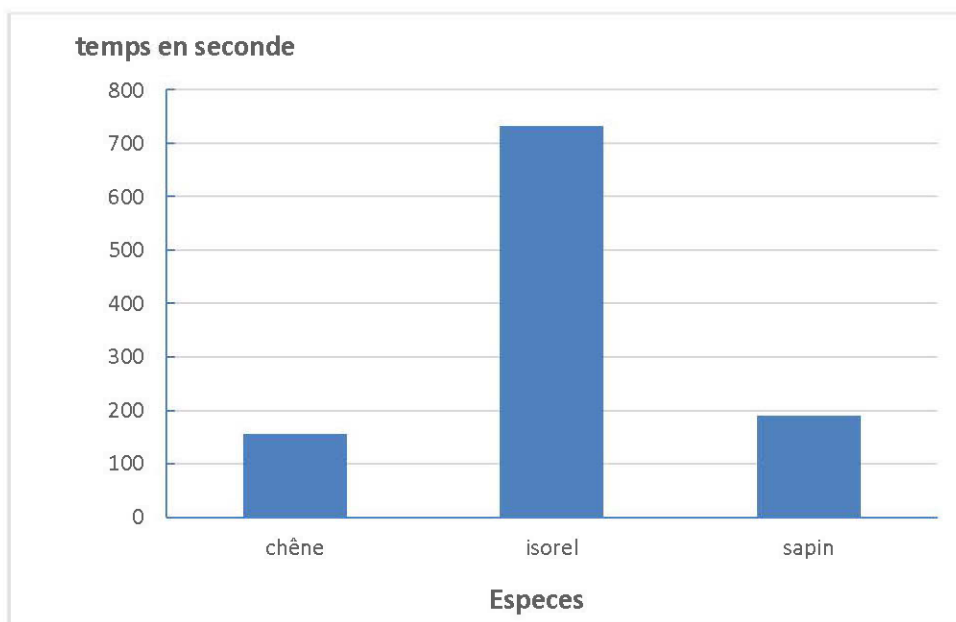
**Figure 55** : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 80% à 50MHz

✓ Pour MC=90%  
✚ À 1MHz



**Figure 56 :** Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 90% à 1MHz

À 50MHz



**Figure 57** : Étude comparative du temps de dégel des trois espèces pour une teneur en humidité de 90% à 50MHz

Nos constatons que lorsque la teneur en eau dépasse 65%, le chêne blanc nécessite moins de temps de chauffage que les deux autres espèces (isorel et sapin de douglas) quelle que soit la valeur de la fréquence.

#### ***4.5 Énergie latente nécessaire pour le dégel complet***



La chaleur latente nécessaire pour atteindre le zéro positif a été déduite et énumérée dans les tableaux qui suivent.

Plus la teneur en humidité est importante, plus l'énergie requise est élevée. De même, plus la fréquence est grande, plus la chaleur nécessaire est considérable.

✚ À 1MHz

| MC<br>Espèce     | 65%           |                  | 80%           |                  | 90%           |                  |
|------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|
|                  | Énergie en kJ | Temps en seconde | Énergie en kJ | Temps en seconde | Énergie en kJ | Temps en seconde |
| Chêne blanc      | 1285          | 66900            | 1785          | 8550             | 2703          | 1750             |
| Isorel           | 1960          | 67950            | 1632          | 59320            | 1824          | 30980            |
| Sapin de douglas | 1894          | 20950            | 2380          | 37850            | 5324          | 19080            |

**Tableau 29 :** Énergie et temps nécessaires pour le dégel complet du bois des trois espèces en fonction de la teneur en humidité à 1MHz

✚ À 50MHz

| MC<br>Espèce        | 65%              |                     | 80%              |                     | 90%              |                     |
|---------------------|------------------|---------------------|------------------|---------------------|------------------|---------------------|
|                     | Énergie en<br>kJ | Temps en<br>seconde | Énergie en<br>kJ | Temps en<br>seconde | Énergie en<br>kJ | Temps en<br>seconde |
| Chêne<br>blanc      | 95038            | 137                 | 13312<br>3       | 206                 | 13471<br>0       | 156                 |
| Isorel              | 97554            | 127                 | 81614            | 764                 | 91056            | 731                 |
| Sapin de<br>douglas | 76392            | 158                 | 11880<br>7       | 234                 | 13282<br>4       | 189                 |

**Tableau 30 :** Énergie et temps nécessaires pour le dégel complet du bois des trois espèces en fonction de la teneur en humidité à 50MHz

## CONCLUSION

Dans ce travail, l'objectif principal a été de discerner l'effet des radiofréquences sur le dégel du bois ; ainsi la modélisation avec la méthode des éléments finis a été mise en place en adoptant la formulation de l'enthalpie volumique pour exprimer l'équation d'énergie.

Nous avons également exploité les données expérimentales de James William, Physicist Forest Products Laboratory, 1 Forest Service U.S. Department of Agriculture, portant sur *Dielectric Properties of Wood and Hardboard : Variation with Temperature, Frequency, Moisture Content, and Grain Orientation: DTIC Document*, à savoir les valeurs des propriétés diélectriques de trois espèces de bois qui sont le chêne blanc, le sapin de douglas et l'isorel, pour trois teneurs d'humidité (65%, 80% et 90%) et deux fréquences (1MHz et 50MHz) pour une étude plus comparative.

Cela nous a permis de représenter les variations des propriétés diélectriques (permittivité relative et facteur de perte) ; figurant dans les chapitres 1 et 3, en fonction de la température, l'humidité relative et la fréquence appliquée pour chacune des trois espèces.

En outre, les données expérimentales sur les propriétés thermophysiques du chapitre 1, de même que les équations des schémas de variation des propriétés diélectriques dans le chapitre 3, sont considérées comme des fonctions de la température et ont été utilisées dans la mise en œuvre informatique avec le code ThermoForm de Mr Erchiqui.

Le tableau suivant a été déduit, d'après nos résultats, reflétant ainsi les temps de dégel des espèces en fonction de la fréquence et de l'humidité relative :

| MC \ $f$ | 1MHz                                     | 50MHz                                    |
|----------|--|--|
| 65%      | <b>t(sapin)&lt;t(chêne)&lt;t(isorel)</b> | <b>t(isorel)&lt;t(chêne)&lt;t(sapin)</b> |
| 80%      | <b>t(chêne)&lt;t(sapin)&lt;t(isorel)</b> | <b>t(chêne)&lt;t(sapin)&lt;t(isorel)</b> |
| 90%      | <b>t(chêne)&lt;t(sapin)&lt;t(isorel)</b> | <b>t(chêne)&lt;t(sapin)&lt;t(isorel)</b> |

*(Le t(espèce) est le temps de dégel en seconde).*

En définitive, le chêne blanc nécessite moins de temps de dégel que les deux autres espèces sous l'effet de radiofréquences.

Plus la teneur en humidité augmente, plus le temps de dégel devrait diminuer, cette logique n'a pas été confirmée par nos résultats.

De même plus cette teneur est grande, plus l'énergie nécessaire pour le dégel est importante, ce qui est tout à fait raisonnable.

L'avantage du chauffage par radiofréquence réside sur le fait qu'à tout instant donné, la température est pratiquement constante en chaque point du matériau c'est-à-dire que le chauffage est uniforme dans l'espace mais varie avec le temps.

L'inconvénient de la technique de chauffage par radiofréquence est qu'elle demande plus de temps comparativement à la technique des micro-ondes.



## PERSPECTIVES

- ❖ Réaliser des études sur la caractérisation expérimentale et numérique des propriétés diélectriques et thermo physiques de bois canadien
- ❖ Étendre l'approche du chauffage par radiofréquences aux aliments (domaine de l'agroalimentaire) et aux produits en bois
- ❖ Effectuer des validations expérimentales de séchage en agroalimentaire et produits en bois
- ❖ Tenir compte des propriétés du four à radiofréquence (rotation, intensité, puissance).
- ❖ Coupler l'équation de conservation de la masse à l'équation d'énergie.

## RÉFÉRENCES

- Acevedo, L., Usón, S. et Uche, J. (2014). Exergy transfer analysis of microwave heating systems. *Energy*, 68, 349-363.
- Annasabi, Z. (2010). Modélisation de chauffage du bois par micro-ondes. Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue; Université du Québec à Chicoutimi.
- Anon. (1987). Energy Applications of Microwaves, Conference, Paris, October 19-22, 1987. Communications présentées au Appl Energ des Micro-ondes.
- Antti, A. L. et Perre, P. (1999). A microwave applicator for on line wood drying: Temperature and moisture distribution in wood. *Wood Science and Technology*, 33 (2), 123-138.
- Baillet, G. (1985). Micro-Wave Heating and Minor Road Maintenance. *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussees* (138), 81-87.
- Balaton, A. (1987). The use of microwaves in histological techniques. *Annales de Pathologie*, 7 (4-5), 242-245.
- Benhissen, N. E. et Khechekhouche, A. (2012). Modelisation et resolution numerique de l'equation de Poisson en 2D par la methode de difference fini cas de l'equation de transfert de la chaleur. *International Journal of Chemical and Petroleum Sciences*, 1 (1), 1.
- Bhattacharya, M., Basak, T. et Ayappa, K. G. (2002). A fixed-grid finite element based enthalpy formulation for generalized phase change problems: role of superficial mushy region. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45 (24), 4881-4898.
- Bordure, G., Delauzun, J. P., Dubois, J. B. et Hay, M. (1985). Application and atraumatic control of microwave hyperthermia in the treatment of superficial tumors. *Journal de Biophysique et de Biomecanique*, 9 (1), 37-39.
- Callebaut, J. (2007). Efficacité énergétique-Section 7.
- Daian, G., Taube, A., Birnboim, A., Shramkov, Y. et Daian, M. (2005). Measuring the dielectric properties of wood at microwave frequencies. *Wood Science and Technology*, 39 (3), 215-223.

De Jesus, R., Rossmann, N. et Brouard, J. (1988). Eucalyptus/Leucaena mixture experiment—wood properties. *IPEF, Piracicaba*, 39, 49-52.

Erchiqui, F. (2013). 3D Numerical Simulation of Thawing Frozen Wood Using Microwave Energy: Frequency Effect on the Applicability of the Beer-Lambert Law. *Drying Technology*, 31 (11), 1219-1233.

Erchiqui, F., Annasabi, Z., Koubaa, A., Kocaefe, D., Slaoui-Hasnaoui, F. et Imad, A. (2014). Numerical investigation on phytosanitary treatment of frozen wood using microwave energy. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 92 (11), 1859-1864.

Erchiqui, F., Annasabi, Z., Koubaa, A., Slaoui-Hasnaoui, F. et Kaddami, H. (2013). Numerical modelling of microwave heating of frozen wood. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 91 (9), 1582-1589.

Étienne, S. (2008). *Les matériaux de A à Z : 300 entrées et des exemples pour comprendre*. Paris: Dunod.

Eyglunet, B. (1997). *Manuel de thermique : théorie et pratique (2e éd. rev. et augm. éd.)*. Paris: Hermès.

Fonseca, L., Santos, M. D., Queirós, R. P., Abrantes, I. et Saraiva, J. A. (2014). Laboratory tests on the elimination of the pinewood nematode (*Bursaphelenchus xylophilus*) in *Pinus pinaster* wood by high pressure. *European Journal of Wood and Wood Products*, 72 (6), 825-827.

Grinchik, N. N., Adamovich, A. L., Kizina, O. A. et Kharm, U. M. (2015). Modeling of Heat and Moisture Transfer in Wood in Finish Drying by the Energy of a Microwave Field. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*.

Haack, R. A., *et al.* (2014). Effectiveness of the international phytosanitary standard ISPM No. 15 on reducing wood borer infestation rates in wood packaging material entering the United States. *PLoS ONE*, 9 (5).

Hansson, L., Antti, A. L., Lundgren, N. et Hagman, O. (2006). Finite element modeling (FEM) simulation of interactions between wood and microwaves. *Journal of Wood Science*, 52 (5), 406-410.

Hathazi, F. I., Soproni, V. D., Arion, M. N. et Molnar, C. O. (2015). About the use of the high frequency electromagnetic field in order to improve the Quality of the Agricultural Seeds. *Communications présentées au 2014 International Symposium on Fundamentals of Electrical Engineering, ISFEE 2014*.



Heistercamp, M., Maes, R., Mehaudens, L. et Robert, S. Les Micro-ondes.

Henin, J.-M., Charron, S., Luypaert, P. J., Jourez, B. et Hébert, J. (2008). Strategy to control the effectiveness of microwave treatment of wood in the framework of the implementation of ISPM 15. *Forest Products Journal*, 58 (12), 75-81.

Henin, J. M., Leyman, M., Bauduin, A., Jourez, B. et Hébert, J. (2014). Phytosanitary treatment of European pallets by microwave: Developing a program to ensure compliance with ISPM 15 and monitoring its efficacy on the house longhorn beetle (*Hylotrupes bajulus* L.). *European Journal of Wood and Wood Products*, 72 (5), 623-633.

Hoover, K., *et al.* (2010). Lethal temperature for pinewood nematode, *Bursaphelenchus xylophilus*, in infested wood using microwave energy. *Journal of Nematology*, 42 (2), 101-110.

Hulbert, G. M. et Hughes, T. J. R. (1990). Space-time finite-element methods for 2nd-order hyperbolic-equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 84 (3), 327-348.

Hu, H. and Argyropoulos S. A., Modelling of Stefan problems in complex configurations involving two different metals using the enthalpy method. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 1995. 3(1): p. 53-64.

James, W. L. (1975). *Dielectric Properties of Wood and Hardboard: Variation with Temperature, Frequency, Moisture Content, and Grain Orientation: DTIC Document.*

Kanter, K.R. The Thermal Properties of Wood. *Derev. Prom.* 6 (7), 17–18, 1957

Koubaa, A., Perré, P., Hutcheon, R., & Lessard, J. (2008). Complex dielectric properties of the sapwood of aspen, white birch, yellow birch, and sugar maple. *Drying Technology*, 26(5), 568-578. doi:10.1080/07373930801944762

Metaxas, A. a. et Meredith, R. J. (1983). *Industrial microwave heating: IET.*

Nebout, J.-P., Evrard, R. et Gathy, P. (1999). *La forêt : écologie, gestion, économie, conservation (4e éd. ed.)*. Liège: Éditions du Perron.

Norimoto, M. et Yamada, T. (1971). The Dielectric Properties of Wood V, On the Dielectric Anisotropy of Wood. *Wood research: bulletin of the Wood Research Institute Kyoto University*, 51, 12-32.

Oberlin, C. (1999). Les applications innovantes des micro-ondes dans l'industrie: Les micro-ondes de forte puissance. *REE. Revue de l'électricité et de l'électronique* (1), 79-85.

Oloyede, A. et Groombridge, P. (2000). The influence of microwave heating on the mechanical properties of wood. *Journal of Materials Processing Technology*, 100 (1-3), 67-73.

Osinski, E. J., Barr, P. V. et Brimacombe, J. K. (1993). Mathematical-model for tall coke-oven battery .1 development of Tthermal-model for heat-transfer Wwithin oven charge. *Ironmaking & Steelmaking*, 20 (5), 350-361.

Payette, M., Work, T. T., Drouin, P. et Koubaa, A. (2015). Efficacy of microwave irradiation for phytosanitation of wood packing materials. *Industrial Crops and Products*, 69, 187-196.

Perron, S. (1998). Résolution avec la méthode des volumes finis dirigés de l'équation de la chaleur pour des problèmes diphasiques en 1D et 2D. Université du Québec à Chicoutimi.

Rattanadecho, P. (2006). The simulation of microwave heating of wood using a rectangular wave guide: Influence of frequency and sample size. *Chemical Engineering Science*, 61 (14), 4798-4811.

Reglementation, de materiaux et de bois (2002). Normes Internationales pour les mesures phytosanitaires.

Roussy, G., Oberlin, C. et Rochas, J. (2003). Chauffage diélectrique. Principes et spécificités, *Techniques de l'ingénieur*, D, 5940, 1-11.

Shyy, W. et Rao, M. M. (1994a). Enthalpy based formulations for phase-change problems with application to G-Jitter. *Microgravity Science and Technology*, 7 (1), 41-49.

Shyy, W. et Rao, M. M. (1994b). Enthalpy based formulations for phase change problems with application to g-jitter. *Microgravity Science and Technology*, 7 (1), 41-49.

Stevanovic, T. et Perrin, D. (2009). *Chimie du bois* (1re éd. ed.). Lausanne (Suisse): Presses polytechniques et universitaires romandes.

Thourel, L. (1979). Uses of Electromagnetic Waves in Agricultural Food Product Industries. *Revue generale de l'electricite Paris*, 88 (11), 851-857.

Thuéry, J. (1992). *Microwaves: industrial, scientific, and medical applications*: Artech House on Demand.

Tkacz, B. M. (2002). Pest risks associated with importing wood to the United States. *Canadian Journal of Plant Pathology-Revue Canadienne De Phytopathologie*, 24 (2), 111-116.

Torgovnikov, G. I. (1993). Dielectric Properties of Wood-Based Materials. Dans *Dielectric Properties of Wood and Wood-Based Materials* (pp. 135-159): Springer.

## ANNEXES

*Annexe 1 : Formulation de l'équation de conservation de l'énergie*

Désignons par  $V$  un volume élémentaire, délimité par une surface  $S$ . Le volume ( $V$ ) et sa frontière ( $S$ ) seront considérés comme indéformables, fixes, continus :

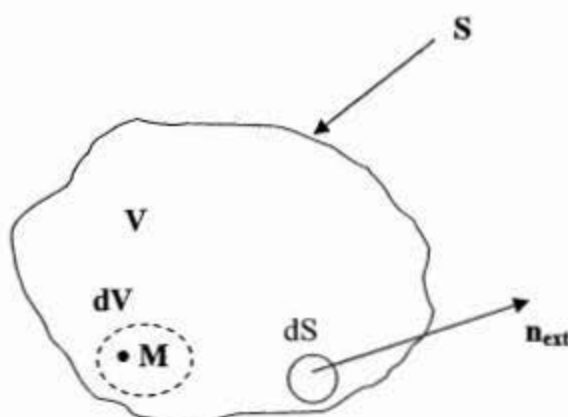


Figure 1a : Élément de volume du milieu

$V$  : volume d'étude

$S$  : frontière de  $V$

$n_{ext}$  : Normale à  $S$  orientée vers l'extérieur du milieu.

Le milieu ( $V$ ) absorbe et conduit une partie de l'énergie reçue du milieu extérieur. Sa température ( $T$ ) évolue donc dans le temps et l'espace :  $T=T(r,t)$ . Il en est de même de la « densité de flux total de chaleur »  $Q_t(r,t)$ . Rappelons que, par définition de  $Q_t$ , la quantité de chaleur reçue par  $V$  à travers  $S$  par unité de temps, est égale à :

$$\int -Q_t n_{\text{ext}} dS \quad (1a)$$

Le milieu étant considéré comme indéformable, seule la variation locale de température intervient dans l'expression de la variation instantanée de l'énergie interne totale  $E$  du milieu. Par unité de temps, la quantité d'énergie thermique accumulée par le milieu par échauffement est donnée par :

$$\frac{dQ}{dt} = \int C \frac{\partial T}{\partial t} dm = \int \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (2a)$$

Avec

$Q$  : la quantité de chaleur échangée par le milieu avec son environnement,

$\rho$  : la masse volumique du milieu,

$C$  : la chaleur spécifique du milieu supposée indépendante de la température.

L'application du premier principe de la thermodynamique au volume ( $V$ ) conduit à écrire le bilan suivant lorsqu'il n'y a pas création d'énergie :

Variation de l'énergie interne de  $V$  = flux traversant  $S$

Soit (1a) = (2a) :

$$\int \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int -Q_t n_{\text{ext}} dS \quad (3a)$$

Le bilan énergétique devient, après application de la formule d'Ostrogradsky (transformation de l'intégrale de surface en intégrale de volume) au membre de droite de (3a) :

$$\int_V \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int -\text{div}(Q_t) n_{\text{ext}} dS \quad (4a)$$

Soit en termes de bilan local au sein de V et par unité de volume :

$$\rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} dV + \text{div}(Q_t) = 0 \quad (5a)$$

(5a) est l'équation de conservation de l'énergie et  $Q_t$  désigne la densité de flux de chaleur totale.

On adopte comme hypothèse le transfert de chaleur simultané radiatif-conductif couplé et en absence de convection naturelle, ce qui revient à exprimer la densité de flux de chaleur totale  $Q_t$ , par:

$$Q_t = Q_r + Q_c \quad (6a)$$

Où  $Q_r$  est la densité de flux radiatif totale absorbée par le matériau et  $Q_c$  désigne la densité de flux de chaleur par conduction, donnée par la loi de Fourier:

$$Q_c = -k \cdot \text{grad } T \quad (7a)$$

Où  $k$  est la conductivité thermique du milieu. Il est indépendant de l'espace (substance homogène) et de la température (isotrope). La loi (7a) exprime que les flux de chaleur par conduction sont d'autant plus intenses que les écarts de température sont plus marqués, et qu'en outre la chaleur va des points chauds vers les points froids.

En assimilant la divergence du flux radiatif à un terme source locale  $S_r$ , l'équation (5a) s'écrit :

$$\rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(k \cdot \text{grad } T) = S_r \quad (8a)$$

Avec

$$S_r = -\text{div}(Q_r) \quad (9a)$$

La divergence du flux radiatif est d'un grand intérêt pratique car elle caractérise l'énergie radiative nette absorbée par le milieu. Elle représente, de ce fait, le terme source radiative que l'on retrouve dans l'équation de conservation de l'énergie (8a). Si ce terme est nul, le milieu est dit à l'équilibre radiatif.

L'équation (8a) en coordonnées cartésiennes tridimensionnelles s'écrit :

$$\rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] = S_r(x, y, z) \quad (10a)$$

En posant :

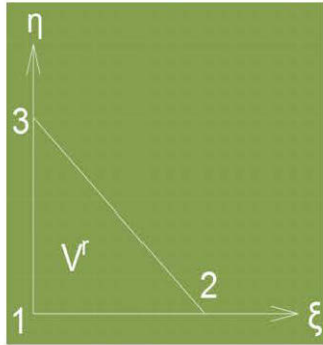
$$q_x = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \quad q_z = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \quad (11a)$$

L'équation (11a) s'écrit finalement:

$$- \left[ \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] + S_r(x, y, z) = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (12a)$$

### Annexe 2 : Transformation des intégrales dans l'élément de référence

Géométrie linéaire, triangulaire composée de 3 nœuds dans un espace à deux dimensions (2D) dont la configuration référentielle est illustrée dans le schéma ci-dessous :



$$[M^{el}] = \frac{\rho A C p}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[K^{el}] = \frac{k}{4A^2} \begin{bmatrix} (y_2 - y_3)^2 + (x_2 - x_3)^2 & (y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3) & (y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_2)(x_2 - x_1) \\ (y_3 - y_1)(y_2 - y_3) + (x_1 - x_3)(x_3 - x_2) & (y_3 - y_1)^2 + (x_1 - x_3)^2 & (y_3 - y_1)(y_1 - y_2) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_1) \\ (y_1 - y_2)(y_2 - y_3) + (x_2 - x_1)(x_3 - x_2) & (y_1 - y_2)(y_3 - y_1) + (x_2 - x_1)(x_1 - x_3) & (y_1 - y_2)^2 + (x_2 - x_1)^2 \end{bmatrix}$$

I. Les coordonnées de chaque nœud s'écrivent :



$$Noeud1 = (x_1, y_1)$$

$$Noeud2 = (x_2, y_2)$$

$$Noeud3 = (x_3, y_3)$$

Pour ce type de géométrie, les fonctions d'interpolation s'expriment sous la forme :

$$N_1 = 1 - \xi - \eta$$

$$N_2 = \xi$$

$$N_3 = \eta$$

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} 1 - \xi - \eta \\ \xi \\ \eta \end{Bmatrix} [32]$$

$$\langle N \rangle = \langle 1 - \xi - \eta \quad \xi \quad \eta \rangle [33]$$

Le produit de [1] et [2] conduit à :

$$\{N\} \times \langle N \rangle = \begin{bmatrix} (1 - \xi - \eta)^2 & \xi(1 - \xi - \eta) & \eta(1 - \xi - \eta) \\ sym & \xi^2 & \xi\eta \\ sym. & sym & \eta^2 \end{bmatrix} [34]$$

La matrice jacobienne est formulée dans ce cas sous la forme :

$$[J] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_3 - y_1 & -(y_2 - y_1) \\ -(x_3 - x_1) & x_2 - x_1 \end{bmatrix} [35]$$

Le déterminant de [4] qui donne :

$$\det[J] = 2A = (y_3 - y_1)(x_2 - x_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) \quad [36]$$

Or le passage de l'espace réel à l'espace de référence permet d'obtenir la relation :

$$dA = \det[J] d\xi d\eta \quad [37]$$

La matrice élémentaire de capacité thermique est définie par :

$$[M^{el}] = \rho C_p \int_A \{N\} \langle N \rangle dA \quad [38]$$

En introduisant [39] dans [40], on aura :

$$[M^{el}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \int_0^{1-\xi} \{N\} \langle N \rangle d\eta d\xi \quad [41]$$

[Mel] peut s'écrire comme :

$$[M^{el}] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad [42]$$

Et nous déterminerons ainsi les éléments composant [9]

$$[M_{11}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \int_0^{1-\xi} (1-\xi-\eta)^2 d\eta d\xi \quad [43]$$

$$[M_{11}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \left[ -\frac{1}{3}(1-\xi-\eta)^3 \right]_0^{1-\xi} = 2A\rho C_p \int_0^1 \frac{1}{3}(1-\xi)^3 d\xi$$

$$[M_{11}] = \frac{2A\rho Cp}{3} \left[ -\frac{1}{4}(1-\xi)^4 \right]_0^1 = \frac{2A\rho Cp}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$[M_{11}] = \frac{2}{12} \times A\rho Cp \quad [44]$$

$$[M_{12}] = 2A\rho Cp \int_0^1 \int_0^{1-\xi} \xi(1-\xi-\eta) d\eta d\xi \quad [45]$$

$$[M_{12}] = 2A\rho Cp \int_0^1 \left[ -\frac{1}{2}(1-\xi-\eta)^2 \right]_0^{1-\xi} d\xi$$

$$[M_{12}] = A\rho Cp \int_0^1 \xi(1-\xi)^2 d\xi$$

$$[M_{12}] = A\rho Cp \int_0^1 (\xi - 2\xi^2 - \xi^3) d\xi = A\rho Cp \left[ \frac{1}{2}\xi^2 - \frac{2}{3}\xi^3 - \frac{1}{4}\xi^4 \right]_0^1$$

$$[M_{12}] = \frac{1}{12} \times A\rho Cp \quad [46]$$

$$[M_{13}] = 2A\rho Cp \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \eta(1-\xi-\eta) d\xi d\eta \quad [47]$$

$$[M_{13}] = 2A\rho Cp \int_0^1 \left[ -\frac{1}{2}\eta(1-\xi-\eta)^2 \right]_0^{1-\eta} d\eta$$

$$[M_{13}] = A\rho Cp \int_0^1 \eta(1-\eta)^2 d\eta$$

$$[M_{13}] = A\rho C_p \int_0^1 (\eta - 2\eta^2 - \eta^3) d\eta = A\rho C_p \left[ \frac{1}{2}\eta^2 - \frac{2}{3}\eta^3 - \frac{1}{4}\eta^4 \right]_0^1$$

$$[M_{13}] = \frac{1}{12} \times A\rho C_p \quad [48]$$

$$[M_{22}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \int_0^{1-\xi} \xi^2 d\eta d\xi \quad [49]$$

$$[M_{22}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \xi^2 (1-\xi) d\xi = 2A\rho C_p \int_0^1 (\xi^2 - \xi^3) d\xi$$

$$[M_{22}] = \frac{2}{12} \times A\rho C_p \quad [50]$$

$$[M_{23}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \int_0^{1-\xi} \xi \eta d\eta d\xi \quad [51]$$

$$[M_{23}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \frac{1}{2} \xi (1-\xi)^2 d\xi = A\rho C_p \int_0^1 (\xi - 2\xi^2 - \xi^3) d\xi$$

$$[M_{23}] = \frac{1}{12} \times A\rho C_p \quad [52]$$

$$[M_{33}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \eta^2 d\xi d\eta \quad [53]$$

$$[M_{33}] = 2A\rho C_p \int_0^1 \eta^2 (1-\eta) d\eta = 2A\rho C_p \int_0^1 (\eta^2 - \eta^3) d\eta$$

$$[M_{33}] = \frac{2}{12} \times A\rho C_p \quad [54]$$

$$[M^{el}] = \frac{A\rho Cp}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} [55]$$

II. La matrice de conductivité thermique peut être définie comme :

$$[K^{el}] = \int_A k [B]^T [B] dA [56],$$

$k$  étant la conductivité thermique du matériau et est constante

La matrice  $[B]$ (déformation-déplacement) étant une constante :

$$[K^{el}] = A.k.[B]^T [B] [57]$$

$$[B] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} [58]$$

$$[B]^T = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & x_3 - x_2 \\ y_3 - y_1 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} [59]$$

Le produit de ces deux matrices données conduit à l'expression de la matrice élémentaire de conductivité thermique suivante :

$$[K^{el}] = \frac{k}{4A^2} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} [60]$$

$$\text{Avec } \begin{cases} K_{11} = (y_2 - y_3)^2 + (x_2 - x_3)^2 \\ K_{12} = (y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_2 - x_3)(x_1 - x_3) \\ K_{13} = (y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_2 - x_3)(x_2 - x_1) \\ K_{21} = (y_3 - y_1)(y_2 - y_3) + (x_1 - x_3)(x_3 - x_2) \\ K_{22} = (y_3 - y_1)^2 + (x_1 - x_3)^2 \\ K_{23} = (y_3 - y_1)(y_1 - y_2) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_1) \\ K_{31} = (y_1 - y_2)(y_2 - y_3) + (x_2 - x_1)(x_3 - x_2) \\ K_{32} = (y_1 - y_2)(y_3 - y_1) + (x_2 - x_1)(x_1 - x_3) \\ K_{33} = (y_1 - y_2)^2 + (x_2 - x_1)^2 \end{cases}$$

*Annexe 3 : Résolution analytique de l'équation de la chaleur à 1D*

Appliquée au cas du solide semi-infini diathermane (Monteix et al, 2001)

Il s'agit de résoudre l'équation de la chaleur sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{Aq_o^* e^{-Az}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$T(z, t = 0) = T_{inf}; \quad \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} = 0; \quad \lim_{z \rightarrow \infty} T(z, t) = T_{inf}$$

On adopte le changement de variable :

$$\theta(z,t) = T(z,t) - T(z,t=0) + \frac{q_0'' e^{-Az}}{k \cdot A}$$

Ce qui donne l'équation suivante:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

Que l'on peut résoudre en utilisant les transformées de Laplace sur la variable temporelle;

$$L[\theta(z,t)] = \bar{\theta}(z,p)$$

Dans l'espace de Laplace l'équation de la chaleur devient:

$$\frac{d^2 \bar{\theta}}{dz^2} - \frac{p}{\alpha} \bar{\theta} = -\frac{q_0'' e^{-Az}}{\alpha k A}$$

La solution est de la forme :

$$\bar{\theta}(z,p) = \bar{\theta}_1(z,p) + \beta e^{-Az}$$

La substitution de cette solution dans l'équation précédente fait apparaître une équation en  $\bar{\theta}_1$ .

$$\frac{d^2 \bar{\theta}_1}{dz^2} - \frac{p}{\alpha} \bar{\theta}_1 = -e^{-AZ} \left[ \frac{q_o''}{\alpha k A} + \beta \left( A^2 - \frac{p}{\alpha} \right) \right]$$

La condition pour laquelle cette équation admet une solution sans second membre permet d'identifier la variable  $\beta$  par

$$\beta = - \left[ \frac{q_o''}{\alpha k A \left( A^2 - \frac{p}{\alpha} \right)} \right]$$

Et de disposer d'une équation en  $\bar{\theta}$  sans second membre qui admet une solution triviale et permet finalement d'obtenir une solution pour  $\theta$ :

$$\bar{\theta}(z, p) = K e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} z} + \beta e^{-AZ}$$

Les conditions aux limites par rapport à  $\theta$  :

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z=0} = -\frac{q_o''}{k}$$

Sont exprimées dans l'espace de Laplace par :

$$\left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)_{z=0} = -\frac{q_o''}{kp} = -k \sqrt{\frac{p}{\alpha}} - \beta A$$



Cette égalité permet d'identifier l'expression de la constante d'intégration  $K$ , et de formuler la solution en  $\theta$  par :

$$\frac{q_0^*}{k\alpha \left( A^2 - \frac{P}{\alpha} \right) q} e^{-qz} = -\frac{q_0^* e^{-Az}}{k\alpha} \left[ \frac{A}{(A+q)q} + \frac{B}{(A-q)q} \right]$$

La solution finale de l'équation exprimée dans l'espace  $(z, t)$  est obtenue par transformée inverse de ces trois termes qui sont traités séparément :

L'identification de la transformée inverse du deuxième terme n'est pas apparente sous cette forme et il est nécessaire de la décomposer en fraction rationnelle selon :

Par identification, on obtient :

$$A = B = \frac{1}{2A}$$

Finalement pour identifier la transformée inverse, on écrit ce terme de la façon suivante :

$$\frac{q_0^*}{k\alpha \left( A^2 - \frac{P}{\alpha} \right) q} e^{-qz} = \frac{q_0^* e^{-\sqrt{p} \frac{z}{\alpha}}}{2kA (A\sqrt{\alpha} + \sqrt{p})\sqrt{p}} - \frac{q_0^* e^{-\sqrt{p} \frac{z}{\alpha}}}{2kA (A\sqrt{\alpha} - \sqrt{p})\sqrt{p}}$$

$$a = \pm A\sqrt{\alpha} \quad k' = \frac{z}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\frac{q_0^*}{k\alpha \left( A^2 - \frac{p}{\alpha} \right) q} e^{-qz} = \frac{q_0^* e^{-\sqrt{p} \frac{z}{\alpha}}}{2kA (A\sqrt{\alpha} + \sqrt{p})\sqrt{p}} - \frac{q_0^* e^{-\sqrt{p} \frac{z}{\alpha}}}{2kA (A\sqrt{\alpha} - \sqrt{p})\sqrt{p}}$$

En identifiant et cette expression admet

Une transformée (DeVriendt, 1984) donné par:

$$L^{-1} \left[ \frac{q_0^*}{k\alpha \left( A^2 - \frac{p}{\alpha} \right) q} e^{-qz} \right] = e^{ak'} e^{a^2 t} \operatorname{erfc} \left( a\sqrt{t} + \frac{k'}{2\sqrt{t}} \right)$$

Les premiers et derniers termes exprimant la solution  $e$  sont plus simples à inverser puisque directement identifiables par une transformée classique par :

$$L^{-1} \left[ \frac{q_0^*}{k\alpha \left( A^2 - \frac{p}{\alpha} \right) q} e^{-qz} \right] = e^{ak'} e^{a^2 t} \operatorname{erfc} \left( a\sqrt{t} + \frac{k'}{2\sqrt{t}} \right)$$

$$L^{-1} \left[ \frac{-q_0^* e^{-Az}}{k\alpha A \left( A^2 - \frac{p}{\alpha} \right)} \right] = \frac{q_0^* e^{-\alpha A^2 t} e^{-Az}}{kA}$$

$$L^{-1} \left[ \frac{-q_0^* e^{-Az}}{k} \frac{1}{pq} \right] = \left( \frac{q_0^*}{k} \right) 2\sqrt{\alpha t} \operatorname{ierfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

En utilisant les propriétés des fonctions erf tel que :

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) \text{ et } -\operatorname{erf}(z) = 1 - \operatorname{erf}(-z)$$

On obtient finalement l'expression de  $\theta$ , en fonction de  $z$  et de  $t$  par :

$$\theta(z,t) = T(z,t) - T_{mi} + \frac{q_0^* e^{-Az}}{kA} = Aq_0^* \sqrt{\alpha t} \operatorname{ierfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

$$+ \frac{q_0^*}{2k} e^{A^2 \alpha t + Az} \operatorname{erfc} \left( A\sqrt{\alpha t} + \frac{z}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

$$+ \frac{q_0^*}{2k} e^{A^2 \alpha t - Az} \operatorname{erfc} \left( A\sqrt{\alpha t} - \frac{z}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

$$\begin{aligned} T(z,t) = & T_{iml} - \frac{q_o''}{kA} e^{-Az} + Aq_o'' \sqrt{\alpha t} \operatorname{ierfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \\ & + \frac{q_o''}{2k} e^{A^2\alpha t + Az} \operatorname{erfc}\left(A\sqrt{\alpha t} + \frac{z}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \\ & + \frac{q_o''}{2k} e^{A^2\alpha t - Az} \operatorname{erfc}\left(A\sqrt{\alpha t} - \frac{z}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \end{aligned}$$